

## 有限要素法の原理と歯科における応用

永沢 栄

松本歯科大学 大学院 硬組織疾患制御再建学講座

The principle and some applications in dentistry of the finite-element method

SAKAE NAGASAWA

*Department of Hard Tissue Research, Graduate School of Oral Medicine,  
Matsumoto Dental University*

### Summary

The finite-element method (FEM) was developed in the 1950 s, and is comparatively new. The application range of FEM is very wide ; for example, FEM is used in the field of the design of the buildings, cars, aircraft, acoustic equipment, dams and the tunnels, simulation of the global environment, the comet crashes and so on. Therefore, FEM is an indispensable method at present.

As for the medical field, FEM is applied to changes of the endovascular bloodstream, inner stress on the jawbone distributed by articulation, periodontal features when receiving an impact and so on. Current personal computers have 10000 times the throughputs of mainframe computers in the 1970 s, so impressive analysis is possible without problems. Also, Japanese researchers have the initiative in the world in this field of dentistry. FEM can be analyze flow and heat etc. in addition to structure ; therefore, novel ideas from young researchers are expected.

### 1. はじめに

現在の科学的な研究方法には大きく分けて、実験、解析、理論の3種類が存在する。実験とは事象の観察であり、解析とは観察された事象を、数学を用いて整理すること、理論とは整理された観測結果から普遍の原理を導き出すこと、と考えて良からう。ごく初期段階の研究では、解析もごく簡単で、この段階を飛ばして理論が確立される。次の段階では初期段階で確立された理論を用いて

実験が行われ（実験値が数式により整理され—解析が加えられ）より複雑な理論が構築される。さらに発展して、理論が確立されると、その理論を使用して、逆に解析から実験値を予測することが可能となる。

電磁気学に例をとるならば、ガルヴァーニ (Luigi Galvani, 1737/9/9-1798/12/4) が電池を発見し、ヴォルタ (Alessandro Volta, 1745/2/18-1827/3/5) が電池を作り、エルステッド (Hans Christian Ørsted, 1777/8/14-1851/3/

9) が電気と磁気の関連性を見つけた。ここまでは実験のみであり、解析らしい解析は行われていない。その後オーム (Georg Simon Ohm, 1789/3/16-1854/7/6) がヴォルタの電池を使い、電流と抵抗と電圧の関係を示すオームの法則を解析から導き出した。ファラデー (Michael Faraday, 1791/9/22-1867/8/25) が電磁誘導を実験的に発見し、マクスウェル (James Clerk Maxwell, 1831/6/13-1879/11/5) が電磁気の理論を完成させ、電波の存在とそれが光であることを予言した。この予言に基づきヘルツ (Heinrich Rudolf Hertz, 1857/2/22-1894/1/1) が実験により電波の存在を証明することとなる。

つまり、実験→理論→解析→実験→理論→予言→解析→実験→発見と科学は進歩してきたのである。現在では、マクスウェルの理論を使わないで(解析無しで)電気回路の設計をすることは不可能になっている。

この解析の、強力な手段の一つが今回取り上げる有限要素法である。有限要素法を用いれば、実験によってデータを取得することが困難な現象(例えば、1,000℃を超える熔融金属の流れや凝固過程、700℃の鑄型の変形、10,000℃以上に達するレーザー溶接の溶接過程、血管内の血流の変化、咬合による顎骨内の応力分布、衝撃を受けた場合の歯根膜の機能など)を、精度良く観察することが可能である。

現在では、有限要素法はビルや建物の設計、自動車や航空機の設計、音響機器の設計、ダムやトンネルの設計、地球環境のシミュレーション、彗星の衝突のシミュレーション、などの分野において、なくてはならないものとなっている。

## 2. 有限要素法の原理

有限要素法というと、なんだか難しい方法のよ

うに考えられるが、グラフなどで用いられるスプライン補間も有限要素法そのものである。つまり、「有限要素法とは連続な関数(複雑で現実には求めることが不可能な関数)を有限個の区分的に連続な関数(易しい関数)で近似する方法」と言うことになる。

図1(a)に示すように $x$ がA~Bの間で連続な関数 $f(x)$ があるとしよう<sup>1)</sup>。もちろん、このような関数が既知であれば有限要素法を使う必要はない。しかしこのような関数は、一般的に未知なものである(例えば、歯科鑄造用埋没材の熱膨張曲線を表す関数など)。

そこで、 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ の点で測定を行い $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5$ を得たとしよう(あるいは、 $f_1 \sim f_5$ に強制的にしたとしよう)。 $x_1$ から $x_2$ までの区間を①、 $x_2$ から $x_3$ までの区間を②、…… $x_4$ から $x_5$ までの区間を④とすると(図1(b))、各区間での連続な関数を1次式(直線式： $u^①, u^②, u^③, u^④$ )で近似することができる。 $A \sim B$ の間で $f(x)$ は、 $u^①, u^②, u^③, u^④$ の和として $\bar{f}(x)$ で近似される。何のことはない、これは一般的な折れ線グラフと言うことになる。

$x_1, \dots, x_5$ のような点を節点、①、……、④のような区間を要素という。図1(b)では1次式で近似しているので1次要素となる。 $x_1, x_2, x_3$ を一つの区間①、 $x_3, x_4, x_5$ をもう一つの区間②とし、各区間内を連続な2次関数で近似すると図1(c)のようになる。この場合の区間①、②(要素①、②)は、2次要素と言うことになる。

節点を多くして、要素(区間)を小さくして行けば、 $\bar{f}(x)$ は正確な関数 $f(x)$ に限りなく近づくことはどなたにでも理解できると思われる。一方各区分で連続な関数は解くべき問題で異なってくる。例えば、1次元の弾性解析では、 $\sigma = E\varepsilon$  ( $\sigma$ は応

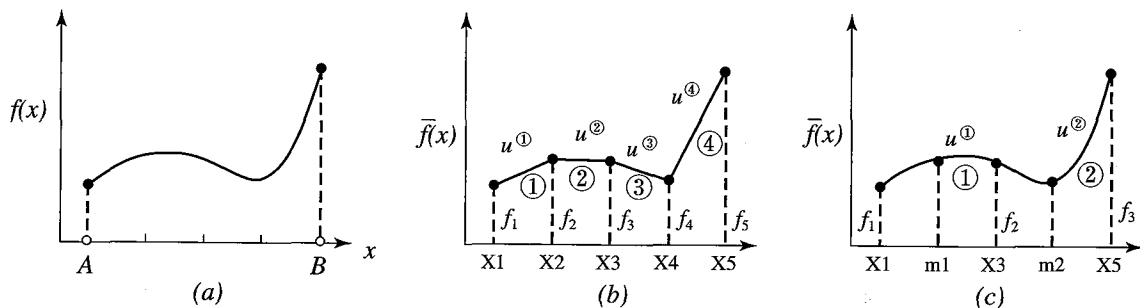


図1：複雑な関数 $f(x)$ を簡単で有限個の関数 $u^①, u^②, u^③, u^④$ で近似する(初心者のための有限要素法<sup>1)</sup>より改変引用)。

力、 $E$ は弾性係数、 $\varepsilon$ はひずみ)であり、熱伝導解析では $Q = kdT/dx$  ( $Q$ は熱量、 $k$ は熱伝導率、 $dT/dx$ は温度勾配)となる。このように区分的に連続な、簡単な関数さえ求めることができれば、どのような複雑な関数をもとくことが可能なのが有限要素法の最大の利点である。

さて、グラフを直線で結ぶのは簡単だが、これを数学的に行うためには各節点において各関数が繋がっていないければならないという条件が必要となり、一般には要素数分の連立方程式を解かなければならない。節点が100, 1000, 10000と増加してゆけば(正しい答えにたどり着くためには要素を限りなく小さくしなければならないことを思い出してもらいたい)、人の手で計算することは非常に困難となる。

### 3. 有限要素法の歴史と歯科への導入

有限要素法の手法は、前項で述べたごとく簡単なものだが、計算量は莫大でありコンピューターの発展無しには現実的な応用は困難であった。Duncan, Collarの先駆的な研究がすでに1934年に行われていたが<sup>2)</sup>、実用的な応用としてはTurnerらが1956年に航空機の設計に応用したのが最初である<sup>3)</sup>。これは、世界最初のコンピューターENIACが開発されたのが1946年、プログラム言語FORTRANの開発が1954年であることを考えると、未だIBM 360も開発されておらず(世界初の汎用コンピューター、1964年開発)、極めて早い時期のコンピューターの応用事例と言える<sup>4)</sup>。

歯科領域における有限要素法関連の文献数の変遷を図2示す。日本人研究者による文献は○で外国人研究者による文献は●で示した。1990年以降

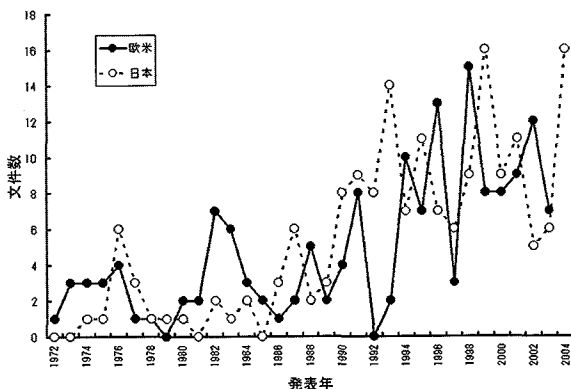


図2：歯科領域における有限要素法関連文献の推移(日本歯科理工学会文献データベースを使用)。

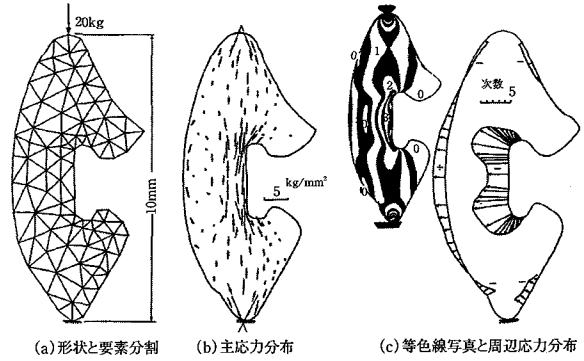


図3：日本の歯科領域において最初に発表された有限要素法による陶歯断面をもつ板の応力解析結果(宮川ら<sup>7)</sup>より引用)。

毎年20件以上の論文が発表されており、その約半数が日本人研究者のものである。このように、日本の歯科界において有限要素法の応用が、普及、発展した影には、以下に述べる新潟大学・宮川、京都大学・堤、両教授の功績が大である。

日本歯科界における有限要素法の導入は、1971年に宮川修らによって行われた<sup>5)</sup>。これは、歯科領域における有限要素法の最初の論文が、1972年のGuptaら<sup>6)</sup>によるものであることを考えると、世界的にも先駆的な業績である。図3は、1974年、日本の歯科領域において、宮川らによって最初に発表された陶歯断面をもつ板の解析結果である<sup>7)</sup>。図3(a)は、要素分割図、図3(b)は、主応力分布、図3(c)は、光弾性実験の結果を示している。光弾性実験の結果と有限要素法の結果はよく一致している。その後、宮川らは橋義歯について精力的に解析を行い、1976年論文を発表し<sup>8)</sup>、橋脚歯に掛かる現実的な応力を初めて明らかにした。

1976年には、堤定美らが種々な方向から金属焼付ポーセレンクラウンに力が加わった場合の応力ならびに変形の解析を行った<sup>9)</sup>。この解析は、塑性領域の解析(図4)も行っており世界的に見て歯科領域初の非線形解析である。

同1976年には、当時、精密鑄造を主テーマとしていた筆者らも、鑄型の正確な熱変形を知りたいと思い、リング内の鑄型の熱変形の解析に取り組み始めた<sup>10), 11)</sup>。埋没材の熱膨張は、ご存知のごとく直線にはならず、物性値も温度によって変化するため、非線形の熱変形解析となる。図5は、はその結果の一部である<sup>12)</sup>。図5(a)はフルクラウン鑄型の、図5(b)はブリッジ鑄型の800℃における変形を10倍に拡大して表示している。

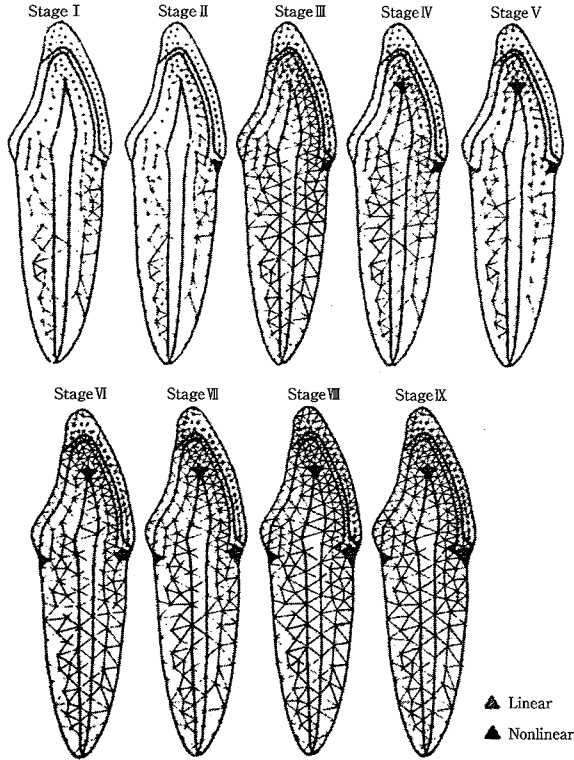


図4：歯科領域初の非線形解析（池田ら<sup>9</sup>より引用）。金属焼付ポーセラウンに力が加わった場合の応力ならびに変形を示しており、黒く塗りつぶされた部分は塑性変形領域を示している。

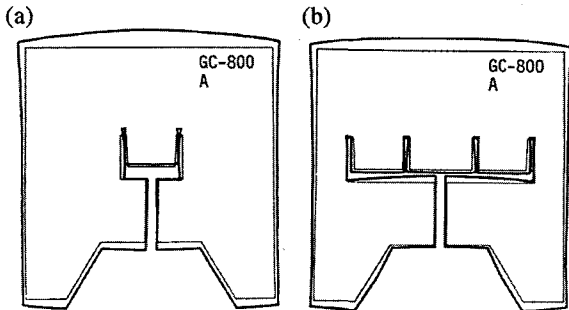


図5：鑄型変形の解析結果（800℃、(a)：フルクラウン鑄型、(b)：ブリッジ鑄型）。変形量は10倍に拡大されている。

この結果と、実験結果との比較により、図6<sup>12)</sup>のように、鑄造体の凝固収縮が部分によって大きく異なることが判明した。当時、この結果を学会において発表したところ、東京医科歯科大学の神澤康夫教授より「このような解析から何が判るのか？ 無駄ではないか？」と言う趣旨の質問を受けたことを、今でも鮮明に記憶している。当時、3次元形状を測定する手段がなかったことを考慮すると、もっともな指摘であった。しかし、1985年小西正裕らによってクラウン鑄造体の

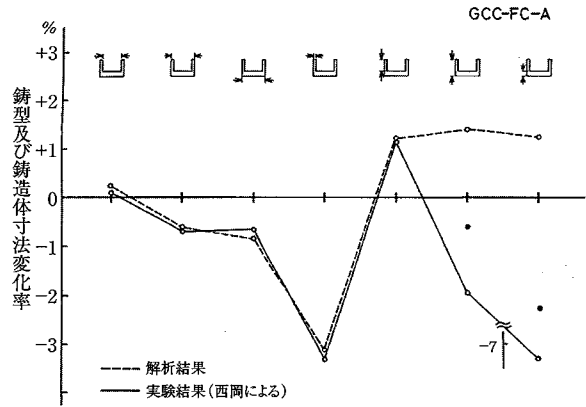


図6：解析結果と実験結果との比較により、鑄造収縮が鑄造体の部位により大きく異なることが判明した。

3次元寸法測定が行われ<sup>13)</sup>、筆者らの解析結果が正しいと証明された。

1976年は、亀頭政勝らが臨床家として初めての有限要素法による解析を行った<sup>14)</sup>、記念的な年でもある。

1977年堤らは鑄型内の空気の流れを定常流として解析した<sup>15)</sup>。図7には空気の圧力分布、流量が示されており、構造分野以外における歯科領域初の解析である。同年、高橋典章らも歯の熱伝導の解析を行っている<sup>16)</sup>。

1970年代では、神澤の質問に代表されるごとく解析結果はあまり信用されておらず、有限要素法を実行できる研究者も日本歯科界には、筆者を含

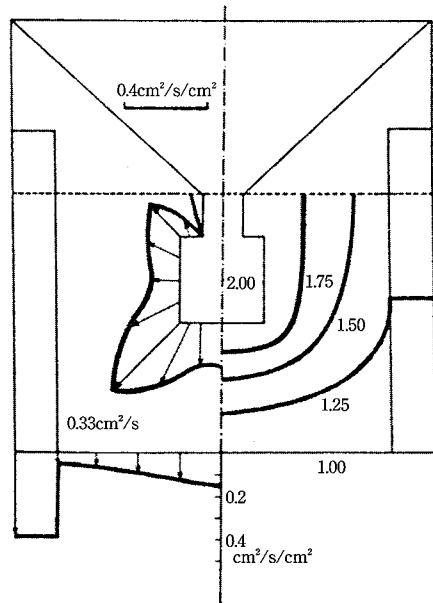


図7：歯科鑄造鑄型内空気の浸透流の解析結果。アスベスト内貼り想定したモデルの圧力分布（右）と入出流量（左）（堤ら<sup>15)</sup>より引用）。

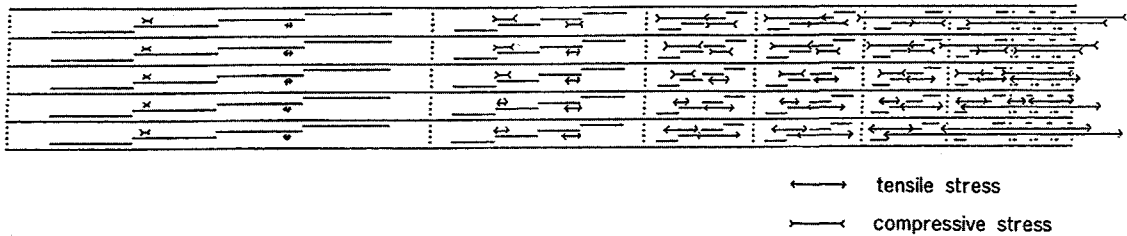
めて4名しか居なかった。

当時は、歯学部コンピューターがほとんど存在せず（宮川も筆者も東京大学大型計算機センターを利用した）、かつ解析を実行するためのプログラムを、各自が独自に開発しなければならず、敷居が高かったことが原因であろう。

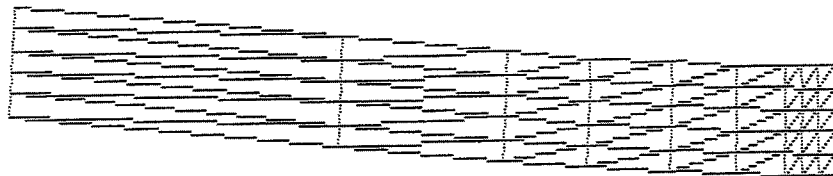
1980年代に入ると、1982年に、浅岡憲三、桑山則彦は陶材焼成時の残留応力の解析を行い<sup>17)</sup>、1984年には、和田正高が繰り返し荷重によるクリープ変形の解析を行った<sup>18)</sup>。特に和田の研究は実用領域に入ったばかりのパーソナルコンピューターを用いて経時的かつ非線形の解析を行った画期的なものである（図8）。筆者らもパーソナルコンピューターを用いて、1984年に鑄造体の凝固

過程の解析を行った（図9）が、これは相変体を含む非定常熱伝導解析の歯科領域への応用の最初の例である<sup>19)</sup>。1986年には、図10に示すごとく非定常熱伝導解析を鑄巢の予測に適応した<sup>20), 21)</sup>。また、堤は1988年に応力を均一にするような歯根成長のシミュレーションを行い、大白歯は複根に、小白歯は単根に成るのが、力学的に合理性があることを示した<sup>22)</sup>。さらに、1989年には不正咬合が頸椎に及ぼす影響を解析し、不正咬合によって頸椎が変形する可能性があることを示した<sup>23), 24)</sup>（図11）。

このように1980年代は意欲的な解析が幾つか行われてはいるが、図2から判るように1980年代前半の日本における研究は低迷している。これに対し欧米（主にアメリカ）の研究は突出している。



Graphic display of stress distribution



Graphic display of deformation

図8：義歯床用材料の繰り返し荷重によるクリープ変形に対する解析結果（和田<sup>18)</sup>より改変引用）。上は応力を、下は変形を示している。

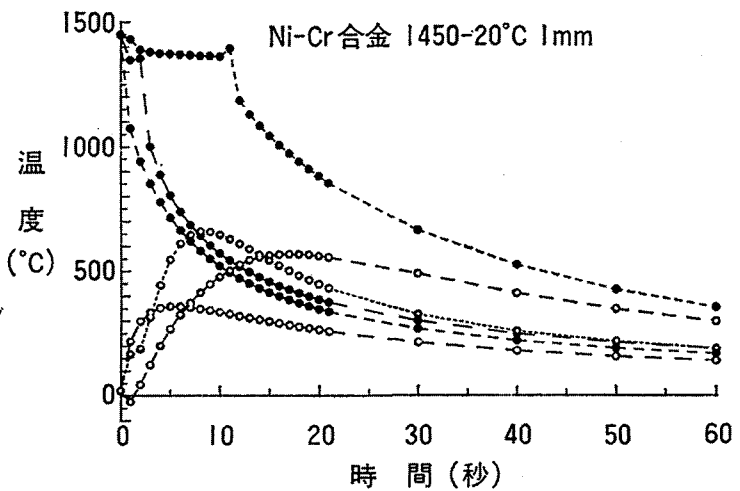
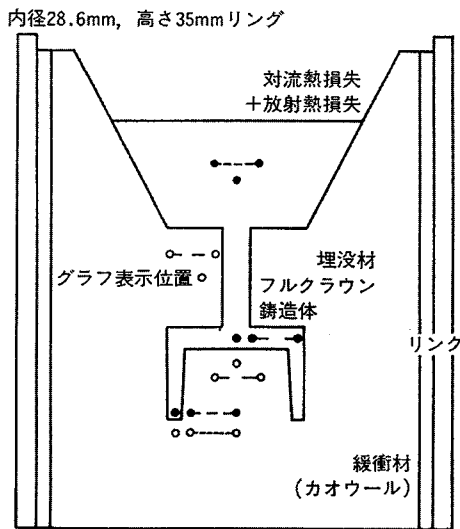


図9：1450℃のNi-Cr合金を20℃の鑄型に鑄込んだ場合の鑄造体と鑄型の温度変化の解析（左：表示位置，右：温度変化）。

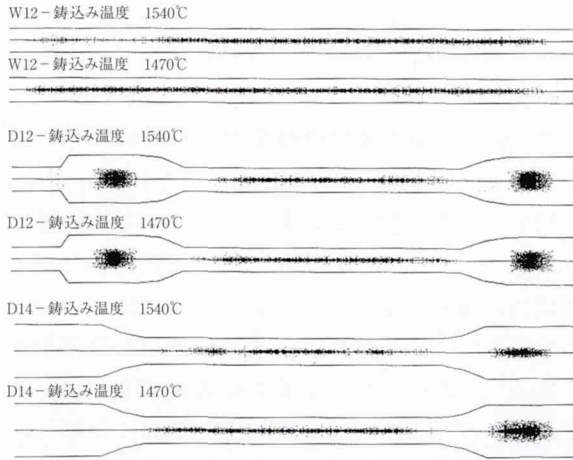


図10：引張試験用の铸造体に入る鑄巣の予測結果（黒い点が鑄巣）。

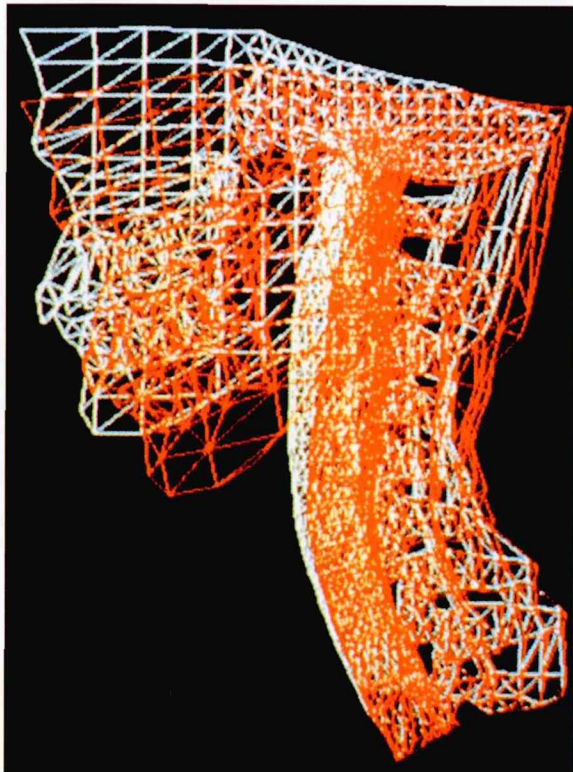


図11：不正咬合によって頸椎が変形することを示した解析結果（堤<sup>24</sup>より改変引用）。小白歯部のみで咬合せたモデルの変形（赤色）と源モデル（白色）。

この原因は、アメリカの研究者が自由に大型計算機と SAP 等の商用プログラムを使用し 3 次元解析ができる環境にあった<sup>25)</sup>のに対し、日本の研究者はパーソナルコンピュータの出現まで、自由にコンピュータを使用できる環境にさえ無かったことにある。Cook らは既に 1982 年にインプラントの 3 次元応力解析を行っている（図 12）<sup>26)</sup>が、日本の研究者が実用的な 3 次元解析ができるよう

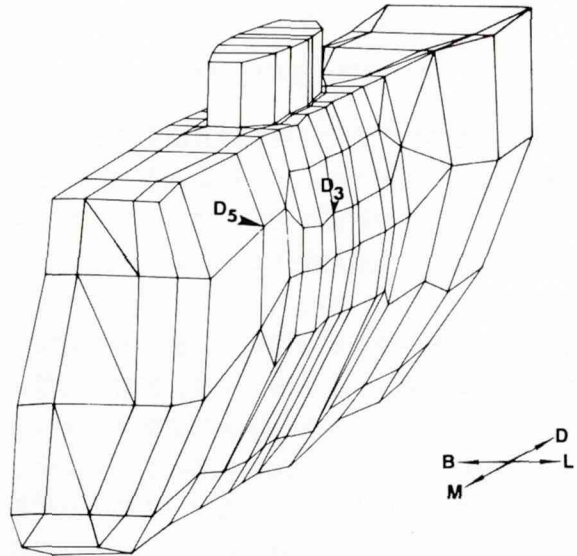


図12：Cook らが1982年に Co-Cr-Mo 合金インプラントの応力解析に用いた 3 次元モデル（Cook ら<sup>26)</sup>より引用）。

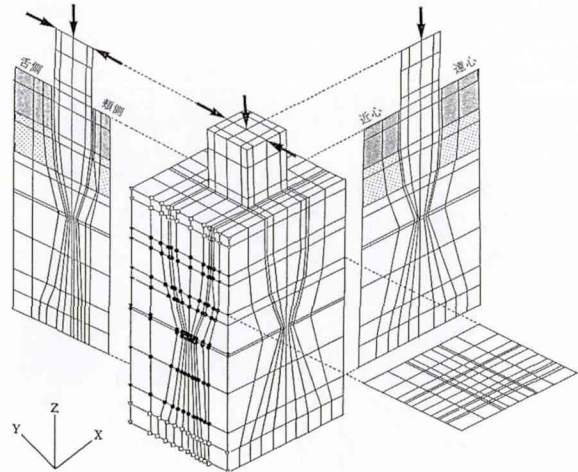


図13：松尾らが1990年に臼歯部ブリッジの応力解析に用いた 3 次元モデル（松尾ら<sup>27)</sup>より引用）。

になったのは、ようやく 1990 年（図 13）<sup>27)</sup>のことである。

図 2 に示した如く、現在では欧米と同等の研究がなされているが、そこには、もう一つ商用プログラムの使用という背景が存在する。3次元解析のプログラム自体（ソルバー）の開発は、それほど困難ではないが、3次元の要素分割（プリプロセッサ）、結果の3次元表示（ポストプロセッサ）には CAD と同等の機能が必要であり、このプログラムを独自に開発することは不可能に近い。現在ではプリ、ポストプロセッサを備えた、ANSYS, NASTRAN, COSMOS, VOXELCON といった多くの商用プログラムが全世界で使われており、有限要素法自体はブラックボックス化さ

れ、誰でも使用可能なものとなっている。

#### 4. 最近の動向と解析例

前項で述べたごとく、現在の有限要素法による解析は市販の汎用プログラムによるものがほとんどであり、人体の組織を精密に要素化したり、より複雑な問題への適用が進んでいる。

図14は、2000年、小島之夫ら<sup>28)</sup>が、歯の初期動揺に対する歯根膜形状の影響を解析するために用いたモデルである。このモデルは、実習用模型を0.5 mm ずつ切削し、その断面形状をデジタルカメラで撮影し、3次元CADを用いてモデル化されたもので、模型からでは有るが、人歯の歯根膜を忠実に再現している。解析結果も、歯の動揺度を細部まで精密に描き出しており、このように精

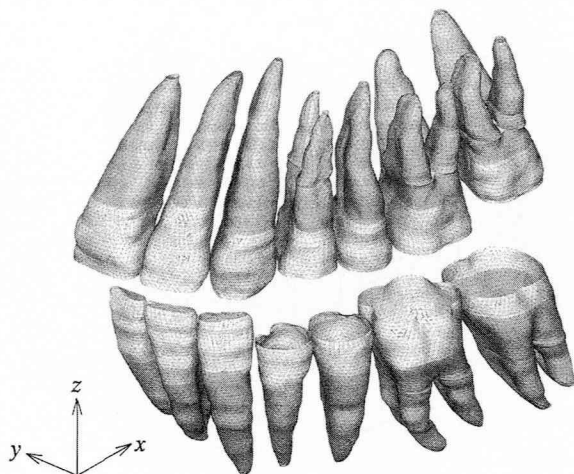


図14：小島らが歯の初期動揺の解析に用いた3次元モデル（小島ら<sup>28)</sup>より改変引用）。

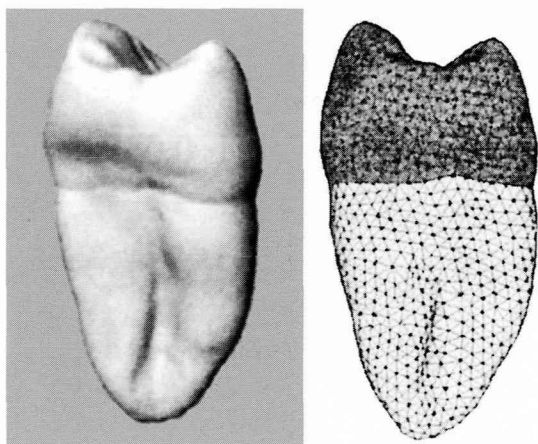


図15：島田らが楔状欠損部に作用する応力を解析するために使用したモデル（島田ら<sup>29)</sup>より改変引用）。左：X線CTより作成された3次元モデル、右：有限要素法用モデル。

密な動揺度を実験から求めることは不可能である。図15は、2006年、島田清司らが楔状欠損部に作用する応力を解析するために使用したモデルである<sup>29)</sup>。小島らが実習用模型を用いたのに対し、抜去された人歯をマイクロX線CTと3次元CADを用いてモデル化しており、人歯をさらに正確に再現している。図16は、2007年、篠田耕伸らが、顎骨内の海綿骨がインプラントの安定にどの程度寄与しているかを解析するために使用したモデルである<sup>30)</sup>。こちらも、マイクロX線CTを用い顎骨とインプラントを300万程度の要素に分割し、海綿骨の強度はCT値から算出し、さらに6種類の筋肉による咀嚼時の効果を取り入れたもので、現実の人体の骨梁構造と筋肉の動きを取り入れた世界初の解析である。これらの解析は、解析技術の向上のみでは実現できず、3次元計測、3次元CAD、マイクロX線CT、3次元表示などの周辺技術の発展によるところが大きい。とくに、マイクロX線CTは今後のモデル作りのキーワードとなるであろう。

モデルの精密化、複雑化とともに非線形、非定常な問題に対する解析も進んでいる。

Fischerらは、2003年に、オールセラミックブリッジにおけるGriffithクラックの定荷重下での成長を解析し<sup>31)</sup>、1年、5年、10年後の破壊率の予測を行っている（図17）。

宇都泰象は、2005年に顎堤粘膜のすべりを考慮した全部床義歯の非線形、非定常解析を行い、義歯のすべり状態を明らかにした<sup>32)</sup>。小島之夫らは、2006年に図18に示したモデルを使い、パーテ

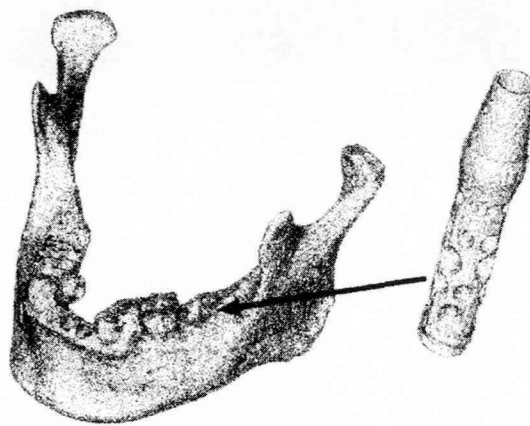


図16：篠田らがインプラントの安定性に対する海綿骨の役割と解析するために用いたモデル（篠田ら<sup>30)</sup>より引用）。約300万個のボックス型要素（ボクセル要素）から成っている。

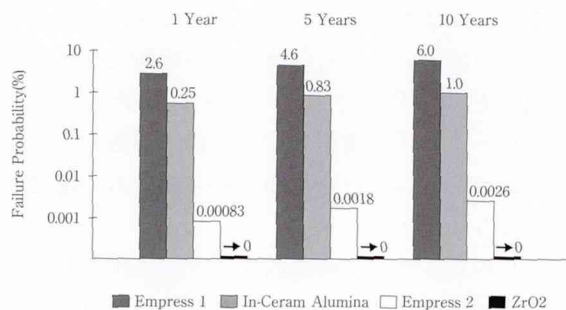


図17: 各種オールセラミックブリッジの1, 5, 10年後の破壊率 (Fischerら<sup>31</sup>より改変引用).

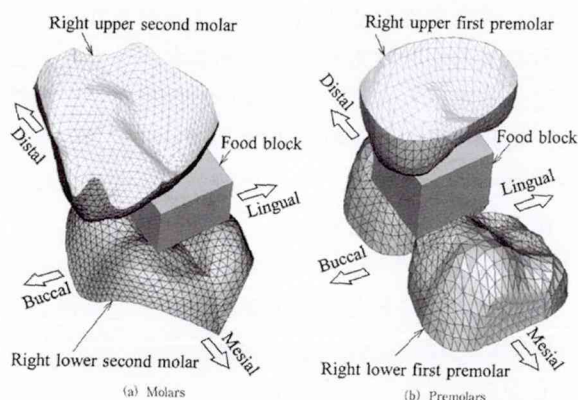


図18: 小島らが食品を咀嚼した時の歯面に掛かる応力を解析するために用いたモデル (小島ら<sup>33</sup>より改変引用). 歯科領域で始めてパーティクル有限要素法が用いられた.

イクル流れに対する有限要素法をもちいて、キャラメル等の食品を咀嚼した時の歯面に掛かる応力を解析している<sup>33</sup>. この解析結果は食品の咀嚼過程における流れを精度良く表しており、これまた世界初の試みである. Tanimotoらも、2006年にインプラントに咬合による衝撃荷重が加わった場合のインプラントの振動解析を行っており<sup>34</sup>, 図19に示すように、緩衝作用を持ったインプラント

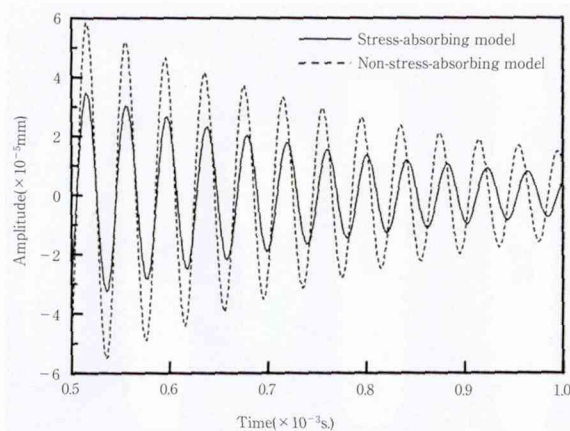


図19: 衝撃荷重が加わった場合、緩衝作用を持ったインプラントと持たないインプラントで振動が大きく異なる (Tanimotoら<sup>34</sup>より引用).

と持たないインプラントで、振動が大きく異なることを報告している.

有限要素法は歯科用製品の設計にも応用されている. 図20は Straumann社の Merzら<sup>35</sup>が、2000年に、ITIインプラントの突合せ継ぎ手の解析に用いたモデルである<sup>35</sup>. インプラントのような高い信頼性を求められる製品の設計では、有限要素法を用いた解析が現在では常識化している.

現在、筆者らもインプラントの強度解析とレーザー溶接の解析に取り組んでおり、幾つかの成果が上がっている. 図21は、インプラントの強度解析の結果の一部である<sup>36</sup>. インプラント本体とアバットメントとのすべりや材料の降伏を考慮した非線形解析の結果と実際のインプラントの動荷重時の横断面を比較している. 解析結果と実験結果とは精度良く一致している. 図22は、チタン板とタイプ4金合金板のレーザー溶接過程をシミュレーションした結果の一部である<sup>37</sup>. 左がチタン、

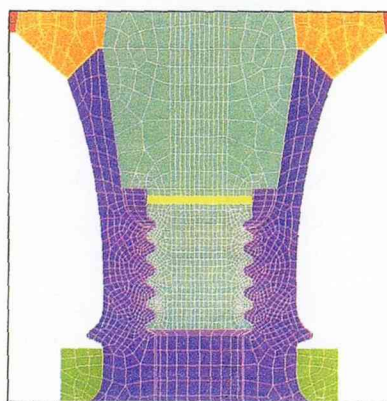
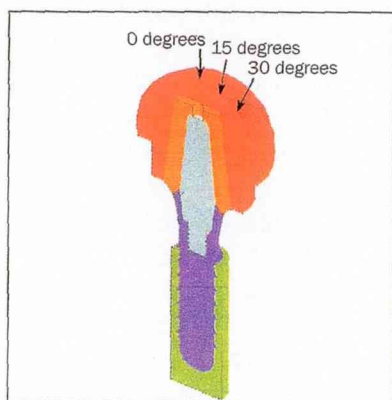


図20: Merzら<sup>35</sup>が、ITIインプラントの突合せ継ぎ手の解析に用いたモデル (Merzら<sup>35</sup>より引用).



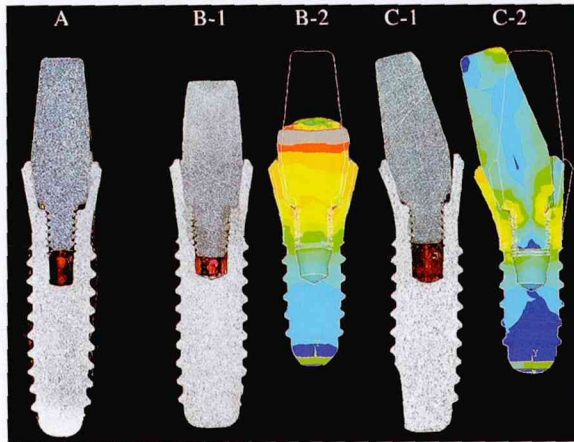


図21：チタンインプラントの解析結果と実験結果。A：インプラント縦断面，B-1：垂直に約500 Kg 加重したインプラント縦断面と解析結果B-2，C-1：斜め45°に約50 Kgの荷重を加えたインプラント縦断面と解析結果C-2。

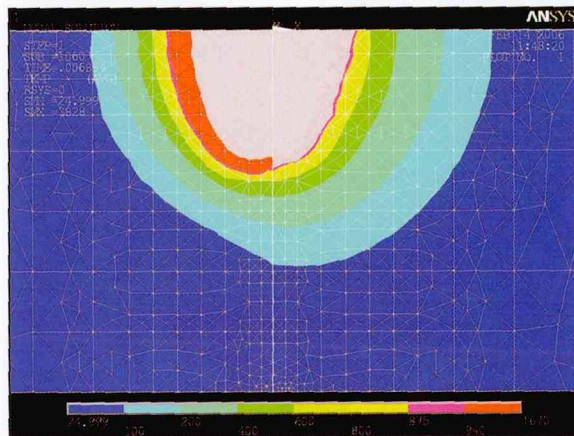


図22：チタン板とタイプ4合金板のレーザー溶接過程のシミュレーション結果，左：純チタン，右：タイプ4合金。

右がタイプ4合金で，タイプ4合金の溶融部分の傾斜がきつくなることを的確に予測できている。この解析結果からは，金属が溶融することによる光の吸収率の増大が，レーザー溶接では重要なファクターであることも判明した。

### 5. 終わりに

改めて，図3と図16を見比べてみると，その違いには隔世の感がある。現在のパーソナルコンピュータは1970年代の大型計算機の1万倍もの処理能力を持っており，労せずして，すばらしい解析が可能となっている。1980年代初頭，出遅れた感のあった日本の研究も，その遅れを取り戻し，現在では日本人研究者が，この分野をリードしているように見える。

このような環境にあって，有限要素法の応用範囲はきわめて広く，若い研究者の斬新な発想による取り組みが期待される。例えば，骨再生のシミュレーションや矯正力による歯の移動のシミュレーションといった意欲的な取り組みも可能ではないだろうか？

もちろん，そのためには何らかの支配方程式を考え，独自のプログラムを開発しなければならない。現時点では現象自体まだ不明な点が多く，正確な方程式など作れはしないが，何らかの仮定に基づく式なら作れる段階にあるような気がする。解析結果の信頼性も不明ではあるが，そこから見えてくる本質も有るのではないだろうか？ 科学は，実験→理論→解析→実験→理論→予言→解析→実験→発見と進歩してきたことを，もう一度思い出していきたい。

稿を終えるにあたり，本総説をまとめる機会を与えていただいた松本歯学編集委員会の諸先生方に心から感謝申し上げます。

### 文 献

- 1) 日本材料学会編 (1975) 初心者のための有限要素法, 46. 日本材料学会, 京都.
- 2) Duncan WJ and Collar AR (1934) A method for the solutions of oscillation problems by matrices. *Phil Mag* **7**(17) : 865.
- 3) Turner MJ, Clough RW, Martin HC and Topp LJ (1956) Stiffness and deflection analysis of complex structures. *J Aeronautical Science* **23** : 805-24.
- 4) The office of Charles and Ray Eames, 山本敦子訳 (1994) A COMPUTER PERSPECTIVE, 132-3, 株式会社アスキー, 東京.
- 5) 宮川 修, 他 (1971) マトリックス有限要素法の補綴物の力学的問題への応用. 歯科理工学会学術講演会講演集, 第21回, 11.
- 6) Gupta KK, Knoell AC, Grenoble DE (1972) Mathematical modelling structural analysis of the mandible. *A.S.M.E. paper.i* : 1.
- 7) 宮川 修, 塩川延洋 (1974) 有限要素法について -補綴物と支持組織の力学的応用のために-. 歯界展望 **44** : 903-11.
- 8) 宮川 修 (1976) 橋義歯の有限要素法による力学的研究 (第1報) -橋脚歯モデル-. 歯科理工学会誌 **17**(40) : 269-77.
- 9) 池田 博, 松永和子, 黒田拓治, 丸山剛郎, 下総

- 高次, 堤 定美 (1976) 金属焼付ポーセレンクラウンの有限要素法による力学的研究. 補綴誌 **19**: 516-22.
- 10) 永沢 栄, 横浜桂子, 伊藤充雄, 市川明彦, 高橋重雄 (1976) 精密鑄造に関する研究 (第7報) -リング内埋没材の熱変形について-. 歯科理工学会学術講演会講演集, 第30回, 17-8.
- 11) 永沢 栄, 横浜桂子, 伊藤充雄, 中西哲生, 市川明彦, 高橋重雄 (1976) 精密鑄造に関する研究 (第8報) -埋没材の熱変形に対するリング壁の影響について-. 歯科理工学会学術講演会講演集, 第31回, 46-7.
- 12) 永沢 栄, 伊藤充雄, 中西哲生, 市川明彦, 高橋重雄 (1978) 精密鑄造に関する研究 その8. 有限要素法による鑄型の熱変形の解析. 松本歯学 **4**: 138-49.
- 13) 小西正裕, 渡辺嘉一, 横塚繁雄 (1985) せっこう系埋没材を用いた鑄造冠内面の形状変化. 補綴誌 **29**: 874-90.
- 14) 亀頭政勝, 近藤 晃, 水上 深, 末次恒夫, 村上敬宜 (1976) 有限要素法による咬合力と歯, 歯根膜および下顎骨の力学挙動に関する基礎的研究 第1報 弾性学的にみた歯根膜の力学特性と歯根膜, 下顎骨への応力分布. 補綴誌 **19**: 693-701.
- 15) 堤 定美, 竹内正敏, 南部敏之 (1977) 有限要素法による歯科鑄造鑄型内空気の浸透流の解析 第1報 インレー鑄型. 歯材器誌 **34**: 162-7.
- 16) 高橋典章, 坂本義典, 坂口邦彦, 北上徹也, 小森富夫 (1977) 有限要素法による歯の熱伝導解析. 補綴誌 **21**: 417-20.
- 17) 浅岡憲三, 桑山則彦 (1982) 金属焼付け陶材の機械的性質に関する検討 第2報 強制後の残留応力と変形について. 歯科材料・器械 **1**: 10-6.
- 18) 和田正高 (1984) サイクリック・クリープ・テストの義歯床用材料への適用に関する研究 -とくに試験装置の試作と数値解析について-. 歯科材料・器械 **3**: 359-75.
- 19) 永沢 栄, 洞沢功子 (1984) 非貴金属合金鑄造体の適合精度に関する研究 その2 -有限要素法による検討-. 日本歯科理工学会学術講演会講演集, 第4回, 94-5.
- 20) 永沢 栄, 杉江玄嗣, 高橋重雄 (1986) 歯科鑄造における凝固シミュレーションに関する研究. 日本歯科理工学会学術講演会講演集, 第7回, 160.
- 21) 永沢 栄 (1998) 数値解析による歯科鑄造体の鑄巣発生に関する研究 -金属凝固時の鑄巣判定-. 歯科学報 **98**: 1109-26.
- 22) Tsutsumi S, Maruyama Y and Ida K (1988) Computer simulation for dental prostheses with biomechanical compatibility. The third world biomaterial congress proceedings: 116.
- 23) Doi K and Tsutsumi S (1989) Pseudo-3 D finite element analysis for patho-genesis and development of cervical spine deformities caused by malocclusion. Trans. Int. Congress on dental materials: 229.
- 24) 堤 定美 (1991) 歯科口腔領域におけるバイオメカニクス 骨とインプラントの生体力学的適合性. QE **10**: 913-22.
- 25) Borchers L and Reichart P (1983) Three-dimensional stress distribution around a dental implant at different stages of interface development. J Dent Res **62**: 155-9.
- 26) Cook SD, Weinstein AM and Klawitter JJ (1982) A three-dimensional Finite Element Analysis of a porous rooted Co-Cr-Mo alloy dental implant. J Dent Res **61**: 25-9.
- 27) 松尾浩一, 沖本公絵, 日永田裕子, 寺田善博, 平安亮造 (1990) 臼歯部ブリッジの力学的検討 -歯槽骨の吸収を伴う支台歯の場合 (第2報)-. 補綴誌 **34**: 1075-84.
- 28) 小島之夫, 小嶋 茂, 福井壽雄, 長谷川二郎 (2000) 歯の初期動揺と歯根形状との関係. 歯科材料・器械 **19**: 294-300.
- 29) 島田清司, 陳 克恭, 高橋伸介, 永松有紀, 柿川 宏, 寺下正道, 小園凱夫 (2006) マイクロCT像に基づく歯の有限要素モデリング -形態と構造を考慮した手法-. 歯科材料・器械 **25**: 341.
- 30) 篠田耕伸, 瀧 佳弘, 高橋好文, 河合達志 (2007) インプラントの生体力学的安定性を支えるための海綿骨の役割. 歯科材料・器械 **26**: 17-25.
- 31) Fischer H, Weber M and Marx P (2003) Lifetime prediction of all-ceramic bridges by computational methods. J Dent Res **82**: 238-42.
- 32) 宇都泰象 (2005) 下顎全部床義歯の剛性と顎堤粘膜のすべりを考慮した三次元有限要素解析. 補綴誌 **49**: 36-45.
- 33) 小島之夫, 近藤祐右, 梅村幸生, 水野敏広, 福井壽雄 (2006) 食品圧縮時において歯冠表面に作用する圧力分布の計算. 歯科材料・器械 **25**: 275-80.
- 34) Tanimoto Y, Hayakawa T and Nemoto K (2006) Mode superposition transient dynamic analysis for dental implants with stress-absorbing elements: A finite element analysis. Dent Mater J **25**: 480-6.
- 35) Merz BR, Hunenbart S and Belser UC (2000) Mechanics of the implant-abutment connection: an 8-degree taper compared to a butt

- joint connection. *Int J Oral Maxillofac Implants* **15**: 519-26.
- 36) 永沢 栄, 早野圭吾, 新納 亨, 吉田貴光, 溝口利英, 寺島伸佳, 田村 郁, 伊藤充雄, 矢ヶ崎裕, 久保田 修, 好村昌之 (2005) 有限要素法によるチタンインプラントの非線形応力解析. *歯科材料・器械* **24**: 372.
- 37) 永沢 栄, 吉田貴光, 寺島伸佳, 田村 郁, 平晃一, 新納 亨, 伊藤充雄 (2006) 有限要素法によるレーザー溶接のシミュレーション (第2報) -異種金属の溶接-. *歯科材料・器械* **25**: 159.