

## MODELOS DE EVOLUCION DE NUBES COSMICAS

Wolfgang G.L. Pöppel

(Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias  
Exactas y Naturales, Departamento de Física)

En las teorías de formación de estrellas se supone que éstas se condensan del material interestelar. Es interesante entonces, examinar modelos de nubes gaseosas tratando de ver como influyen los diferentes parámetros y procesos físicos sobre su evolución, con vistas a su contracción y a la formación de estrellas.

Aquí, en nuestro caso, se trata de estudiar modelos muy simplificados, pero tratando de no imponer restricciones sobre el movimiento o sobre la manera de disipar la energía, tratando de incluir todos los efectos que pudieran tener alguna importancia. Como el trabajo está todavía en pleno desarrollo, se dará sólo un resumen provisorio e incompleto de su estado actual, tratando tan sólo de ilustrar la forma en que ha sido planteado y atacado el problema.

Por su complicación y para simplificar, se supone la simetría esférica, lo cual no permite la inclusión de campos magnéticos o radiativos exteriores, ni una rotación inicial de la nube. Como se desea estudiar el modelo en un variado rango de masas, densidades, temperaturas y composiciones, se ha tratado de incluir en el planteo todos los procesos físicos que pudieran tener influencia en alguna de las etapas de la evolución de la nube. Cuando se pase al cómputo numérico de los modelos, la elección de los parámetros decidirá que simplificaciones suplementarias podrán hacerse. El planteo presente se refiere a nubes de profundidad óptica pequeña, y para fijar ideas se parte de hidrógeno puro inicialmente neutro. Las variables independientes son la distancia al centro  $r$ , y el tiempo  $t$ . Las ecuaciones de movimiento y de continuidad son respectivamente:

$$(1) \rho \frac{dv}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial r} - \left[ 2\alpha \frac{v}{r^2} - \alpha \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} - \frac{2\alpha}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial \alpha}{\partial r} \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) - 3 \frac{v}{r} \frac{\partial \xi}{\partial r} \right] - \frac{4\pi G \rho}{r^2} \int_0^r r'^2 \rho(r') dr'$$

$$(2) \frac{d\rho}{dt} = - \left( \rho \frac{\partial v}{\partial r} + 2 \frac{\rho v}{r} \right)$$

donde  $v(r, t)$  es la velocidad,  $p(r, t)$  la presión,  $\rho(r, t)$  la densidad y  $\alpha(r, t) \equiv \frac{4}{3}\eta + \zeta$  siendo estos últimos los coeficientes de viscosidad. El significado de los diferentes términos ya fue analizado en un trabajo anterior (Pöppel 1963). Además del hidrógeno neutro se considera la posterior presencia de  $H^+$ ,  $H^-$ , electrones y  $H_2$ , es decir cinco clases diferentes de partículas. En esas condiciones, si llamamos  $n_i$  al número de partículas de la clase  $i$  por unidad de volumen y  $m_i$  a sus masas, la ecuación de estado será:

$$(3) \quad p = \frac{RT\rho}{\mu} \quad \text{Con:} \quad (4) \quad \mu = L \frac{\sum_{i=1}^5 n_i m_i}{\sum n_i} \quad (L: N \text{ de Avogadro})$$

Finalmente, el principio de conservación de la energía nos da:

$$(5) \quad \sum_i \frac{dn_i}{dt} \epsilon_i + k \frac{dT}{dt} \sum f_i n_i + kT \sum f_i \frac{dn_i}{dt} = \frac{4}{3} \eta \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right)^2 + \zeta \left( \frac{\partial v}{\partial r} + 2 \frac{v}{r} \right) - \rho \left( \frac{\partial v}{\partial r} + 2 \frac{v}{r} \right) + \frac{4}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 k \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{4}{r^2} \frac{\partial \rho}{\partial r}$$

donde los  $f_i$  valen  $5/2$  para el  $H_2$  y  $3/2$  para las partículas restantes. El primer miembro es el aumento de energía interna del sistema; el primer término contiene las energías de formación de las partículas referidas al hidrógeno ionizado:

$$\epsilon_{H^+} = \epsilon_e = 0, \quad \epsilon_{H^-} = -13,60 \text{ eV}, \quad \epsilon_{H^-} = -14,35 \text{ eV}, \quad \epsilon_{H_2} = -(2 \cdot 13,60 + 4,48) \text{ eV} = -31,68 \text{ eV}$$

Tabla I

Reacción	Cre. de la reacción	Bibliografía
1 $H + h\nu \rightarrow H^+ + e$ , absor. lig.-libr.	$\beta_1$	Unsöld 1958
2 $H^+ + e \rightarrow H + h\nu$ , recombinac.	$\alpha_2 \sim 2 \cdot 10^{-11} T^{-1/2} \phi(T)$	Allen 1963
3 $H^- + h\nu \rightarrow H + e$ , abs. lig.-libr. $H^-$	$\beta_3$	Unsöld 1958
4 $H + e \rightarrow H^- + h\nu$ , formac. de $H^-$	$\alpha_4 \sim 1,5 \cdot 10^{-17} \sqrt{T}$	McDowell 1961
5 Absorc. debida a granos de polvo	—	Gaustad 1963
6 $H^+ + e \rightarrow H^+ + e + h\nu$ , emis. lib.-libr.	—	Allen 1963
7 $H^+ + e + h\nu \rightarrow H^+ + e$ , abs. lib.-libr.	—	Allen 1963
8 $H + e \rightarrow H + e + h\nu$ , emis. libr.-libr. $H^-$	—	
9 $H + e + h\nu \rightarrow H + e$ , abs. libr.-libr. $H^-$	—	Gingerich 1961
10 $H^{(n)} + e \rightarrow H^{(m)} + e$ , exc. por col. el.	$\alpha_{10}$	Allen 1963
11 $H^{(n)} + e \rightarrow H^{(n)} + e$ , desexc. por col. el.	$\alpha_{11}$	Allen 1963
12 $H + H^{(1S)} \rightarrow H + H^{(2P)}$ , excit. por col. H	$\alpha_{12}$	Bates 1958
13 $H^{(m)} + H \rightarrow H^{(m)} + H$ , desexc. por col. H	$\alpha_{13}$	Allen 1963
14 $H^{(1S)} + H^+ \rightarrow H^{(2P)} + H^+$ , excit. por col. $H^+$	$\alpha_{14}$	Bates 1958
15 $H^{(n)} + H^+ \rightarrow H^{(n)} + H^+$ , desexcit. por col. $H^+$	$\alpha_{15}$	Allen 1963
16 $H + e \rightarrow H^+ + e + e$ , ioniz. por col. el.	$\alpha_{16} \sim 6,0 \cdot 10^{-11} \sqrt{T} 10^{-13,6 \theta}$	Allen 1963
17 $H^+ + e + e \rightarrow H^{(n)} + e$ , recob. por col. triple	$\gamma_{17}$	Elwert 1952
18 $H + H \rightarrow H^+ + e + H$ , ioniz. por col. H	$\alpha_{18}$	Bates-Griffing 1955
19 $H^+ + e + H \rightarrow H + H$ , recomb. por col. triple	$\gamma_{19}$	
20 $H + H^+ \rightarrow H^+ + H^+ + e$ , ioniz. por col. $H^+$	$\alpha_{20}$	Bates-Griffing 1953
21 $H^+ + e + H^+ \rightarrow H^+ + H$ , recomb. por col. triple	$\alpha_{21}$	
22 $H^{(n)} \rightarrow \dots \rightarrow H^{(1)} + h\nu$ , desexc. espont.	—	Condon-Shortley 1953
23 $H^{(2S)} \rightarrow H^{(1)} + \nu_1 + \nu_2$ , desexc. del nivel 2S	—	Aller 1956
24 dispersión electrónica	—	Unsöld 1958
25 dispersión atómica	—	Unsöld 1958
26 $H^- + H \rightarrow H_2 + e$ , formac. $H_2$ por $H^-$	$\alpha_{26} \sim 1,2 \cdot 10^{-11} \sqrt{T}$	McDowell 1961
27 $H_2 + e \rightarrow H^- + H$ , disoc. $H_2$ por col.	$\alpha_{27}$	
28 $H_2 + h\nu \rightarrow H + H^{(n)}$ disoc. $H_2$ por fotones	$\beta_{28}$	McDowell 1961 Gould-Salpeter 1963
29 dispersión por $H_2$ .	—	Gaustad 1963
30 $H_2 + e + h\nu \rightarrow H_2 + e$ , abs. lib.-libr. $H_2^-$	—	Gaustad 1963
31 Transic. rotacionales del $H_2$	—	Gould-Salpeter 1963
32 Formac. de $H_2$ sobre granos de polvo	$\alpha_{32}$	Gould-Salpeter 1963

y los otros dos términos se refieren al aumento de energía de traslación de las partículas; el segundo miembro contiene el trabajo disipado por las fuerzas viscosas, el trabajo de compresión, el calor por conducción y la energía por transporte radiativo:  $\mathcal{L}$  es la luminosidad, o sea el flujo de energía radiativa a través de una superficie de radio  $r$ . Se calcula  $\mathcal{L}$  a partir de la ecuación de transferencia radiativa (Chandrasekhar 1960):

$$(6) \quad \mu \frac{\partial \mathcal{I}}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r} \frac{\partial \mathcal{I}}{\partial \mu} = -k\rho [I(r, \mu) - \mathcal{J}(r, \mu)] \quad , \quad r = \cos \theta$$

Para profundidades ópticas pequeñas ( $\tau(\mu, r) \ll 1$ ), esta ecuación admite una solución sencilla para  $\mathcal{L}$ :

$$(7) \quad \mathcal{L} \equiv r^2 H(r, t) \equiv r^2 \int_0^\pi I \cos \theta \cdot 2\pi \sin \theta d\theta = 4\pi(1 - \bar{\tau}) \int_0^r j(r') \rho(r') r'^2 dr'$$

donde  $j$  es el coeficiente de emisión y  $\bar{\tau}$  un promedio de  $\tau$  sobre  $\mu$  y sobre  $r'$ . Vale decir que al ser prácticamente transparente la nube,  $\mathcal{L}(r)$  resulta sólo de la contribución de todos los elementos exteriores.

Para calcular los  $n_i$ , el coeficiente  $j$  y la opacidad  $K$  (necesaria para verificar que  $\tau \ll 1$ ) se debe considerar una serie de reacciones químicas y atómicas que tienen lugar durante la evolución. En la Tabla 1 pueden observarse las principales reacciones consideradas, con la correspondiente bibliografía utilizada. Es necesario hacer notar que tanto la bibliografía como la tabla están incompletas. Esto último se debe a que varias de las constantes de reacción, necesarias para los cálculos, no están aún calculadas definitivamente, sino aproximadamente como para dilucidar si una reacción es importante o no y como para poder realizar las primeras etapas del cálculo. A medida que estos se vayan desarrollando, se irán mejorando los valores que así lo exijan.

En nuestro primer modelo al considerar que no hay granos de polvo presentes, podemos ignorar las reacciones (5) y (32), y, considerando que al haber inicialmente sólo H atómico (en este primer modelo), el H<sub>2</sub> formado será relativamente escaso en las primeras etapas de la evolución, hemos ignorado además la disipación radiativa por el proceso (31).

Las constantes de reacción  $\alpha$  son funciones de la temperatura, y las  $\beta$  de la temperatura y de  $I_\nu$ . Como es sabido se las define por

$$(8) \quad \alpha = 4\pi \sqrt{\frac{h^3 M^3}{\pi^3}} \int_0^\infty e^{-hMv^2} \cdot v^3 \sigma(v) dv \quad , \quad \beta = \iint \sigma_\nu \frac{I_\nu}{h\nu} dv d\Omega \quad ,$$

donde  $\sigma_\nu$  es la sección eficaz de fotoionización y  $h \equiv 1/2 k T$ . Análogamente los  $\Upsilon$  son las constantes correspondientes a las colisiones triples.

Para los cálculos de  $\beta_1$  y  $\beta_3$ , al desconocerse  $I_\nu$ , se tomó  $B_\nu$  ( $h\nu \geq 13,6$  ev y 0,75 ev respectivamente), calculándose las expresiones de  $\beta$  en función de  $T$  por equilibrio detallado. Las reacciones (10) a (15) no interesan aquí porque no cambian la naturaleza de las partículas ni producen energía radiativa. Algunos de los  $\Upsilon$  se calcularon usando balance detallado y conociendo el  $\alpha$  del proceso inverso. Así también se calculó el  $j_\nu$  para el proceso (8). De esa manera las ecuaciones que dan los  $n_i$  en el tiempo son;

$$\begin{aligned} \frac{dn_H}{dt} &= -\beta_1 n_H + \alpha_2 n_{H^+} n_e + \beta_3 n_{H^-} - \alpha_4 n_H n_e - \alpha_{16} n_H n_e + \gamma_{17} n_{H^+} n_e n_e + \alpha_{27} n_{H_2} n_e - \\ &\quad - \alpha_{18} n_H n_H + \gamma_{19} n_{H^+} n_e n_H - \alpha_{20} n_H n_H + \gamma_{21} n_{H^+} n_{H^+} n_e - \alpha_{26} n_{H^-} n_H + 2 \beta_{28} n_{H_2} \\ \frac{dn_{H^+}}{dt} &= \beta_1 n_H - \alpha_2 n_{H^+} n_e + \alpha_{16} n_H n_e - \gamma_{17} n_{H^+} n_e n_e + \alpha_{18} n_H n_H - \gamma_{19} n_{H^+} n_e n_H + \alpha_{20} n_{H^+} n_H - \\ &\quad - \gamma_{21} n_{H^+} n_{H^+} n_e \\ \frac{dn_e}{dt} &= \beta_1 n_H - \alpha_2 n_{H^+} n_e + \beta_3 n_{H^-} - \alpha_4 n_H n_e + \alpha_{16} n_H n_e - \gamma_{17} n_{H^+} n_e n_e + \alpha_{18} n_H n_H - \\ &\quad - \gamma_{19} n_{H^+} n_e n_H + \alpha_{20} n_{H^+} n_H - \gamma_{21} n_{H^+} n_{H^+} n_e + \alpha_{26} n_{H^-} n_H - \alpha_{27} n_{H_2} n_e \\ \frac{dn_{H^-}}{dt} &= -\beta_3 n_{H^-} + \alpha_4 n_H n_e - \alpha_{26} n_{H^-} n_H - \alpha_{27} n_{H_2} n_e, \quad \frac{dn_{H_2}}{dt} = \alpha_{26} n_{H^-} n_H - \alpha_{27} n_{H_2} n_e - \beta_{28} n_{H_2} \end{aligned}$$

debiéndose cumplir  $n_H m_H + n_e m_e + n_{H^+} m_{H^+} + n_{H^-} m_{H^-} + n_{H_2} m_{H_2} = \rho$

Una comparación de los términos mostró que todas las colisiones triples son de efecto despreciable en las primeras etapas del cálculo, de modo que pueden ignorarse todos los términos con un  $\gamma$ .

En cuanto a la expresión para el coeficiente de emisión tenemos (luego de haber integrado sobre la frecuencia  $\nu$ ):

$$(10) 4\pi \int_0^\infty (r') \rho(r') = n_e n_{H^+} \sqrt{T} \left[ 1,435 \times 10^{-27} + 5,41 \times 10^{-22} \frac{1}{T} + 4,50 \times 10^{-22} \frac{\sum(\tau)}{T} + 8,9 \times 10^{-34} T \times \left( 1 + \frac{4352}{T} \right) \frac{n_H}{n_{H^+}} \right] + n_e n_H T^3 \times 9,97 \times 10^{-40} (-0,410 + 6,714\theta - 0,976\theta^2 + 0,186\theta^3), \quad \theta \equiv 5040/T$$

resultando de la contribución de la emisión libre-libre, libre-ligado, ligado-ligado, libre-ligado del  $H^-$  (los cuatro términos en corchetes) y libre-libre del  $H^-$  (último término de la expresión). Las dispersiones electrónica, atómica y por la molécula  $H_2$  resultan ser despreciables para el primer modelo considerado y siempre que  $n_H \ll 10^2 \sqrt{T}$ .

No damos aquí las expresiones de la opacidad, ya que, mientras se mantiene la transparencia de la nube, la opacidad no aparece explícitamente en las ecuaciones; sólo es necesaria para verificar  $\tau \ll 1$ .

Con las ecuaciones (1), (2), (3), (4), (5), (7), (9), y (10) queda así planteado el problema y listo para ser resuelto numéricamente. Se debe fijar la masa del sistema, la distribución inicial  $\rho(0, r)$ ,  $T(0, r)$ ,  $v(0, r)$ , y la composición inicial (que, como queda dicho, es H puro), vale decir los  $n_i$  iniciales. Debe cuidarse que el gradiente de presión inicial sea menor que la fuerza gravitatoria para posibilitar una contracción inicial! (masa suficientemente grande y temperatura inicial suficientemente baja).

Para la viscosidad  $\eta$  y la conductividad térmica  $k$  se usan expresiones elementales válidas para H puro;  $\zeta$  para un gas monoatómico es nulo). Las condiciones de contorno a utilizar son:

$$\begin{aligned} \text{en el centro} &: v = 0, \quad p = 0 \\ \text{en la periferia} &: T = 0, \quad p = 0 \end{aligned}$$

Digamos todavía que en un trabajo reciente (McNally 1964), el autor usa además  $v = 0$  en la periferia, pero aquí no se impondrá dicha condición, y los primeros cálculos numéricos hechos hasta ahora (tomando una densidad y temperatura iniciales homogéneas,  $v(0, r) = 0$

$\rho \sim 10^{-23}$ ,  $T \sim 10$ ,  $M \sim 10^6 M_{\odot}$ ) parecen mostrar más bien que la velocidad tiende a hacerse lineal con la distancia al centro. Así también lo muestran soluciones analíticas para modelos simplificados de Hunter (1962), y así eran las soluciones aproximadas elementales analíticas de un modelo previo muchísimo menos elaborado que el presente (Pöppel 1963).

El proceso que se está siguiendo en los cálculos numéricos es esquemáticamente el siguiente: para la época inicial  $t_0$  se divide la nube en un número dado de intervalos (por ejemplo 100) que encierran igual masa. Luego se calculan numéricamente todas las derivadas espaciales primeras y segundas que aparecen en las (1), (2) y (5) (por ejemplo haciendo pasar una parábola por tres puntos consecutivos y derivando ésta). De ésta manera se obtiene  $\frac{dv}{dt}$  en la (10) y  $\frac{dp}{dt}$  en la (2). (La integral que aparece en la (1) también se calcula numéricamente sin dificultad). En las (9) se obtienen las cinco  $\frac{dn_i}{dt}$ . Estos siete cocientes diferenciales, multiplicados por el paso en el tiempo  $\Delta t$  permiten la obtención de  $v$ ,  $\rho$  y los  $n_i$  al tiempo  $t_0 + \Delta t$ . Además, con los valores de los  $\frac{dn_i}{dt}$  ya se puede calcular todos los términos de la (5), lo que permite obtener  $dT/dt$  y por lo tanto  $T(t_0 + \Delta t)$ . Calculando ahora el peso molecular en la (4) en base a los nuevos valores de  $n_i$  y utilizando el nuevo valor de  $T$  se calcula  $p$  en la (3), y el coeficiente  $\mu(t_0 + \Delta t)$  en la (10). Con este último se obtiene  $\lambda(t_0 + \Delta t)$  mediante la (7). Y todo esto se efectúa para cada uno de los puntos en que se dividió el radio de la nube. El nuevo radio de la nube es:

$$R(t_0 + \Delta t) = R(t_0) + v(t_0, R)\Delta t$$

Y con ello se está en condiciones de reiniciar todo el cálculo partiendo ahora de los valores al tiempo  $t_0 + \Delta t$ . Y así sucesivamente. Se está utilizando la computadora electrónica Mercury del Instituto de Cálculo de la Universidad de Buenos Aires. En la actualidad se está tratando de obtener resultados.

Se agradece al Dr. C.M. Varsavsky por interesantes discusiones y por haber leído el manuscrito.

A set of differential equations is set up in order to compute numerically spherical symmetric models of evolution of cosmic clouds with different initial masses, densities, temperatures and compositions. Radiative transfer and several reaction equations are included in the process.

---

#### Referencias

- Allen C.W., 1963, Astrophysical Quantities (London: Athlone Press).  
 Aller L.H., 1956, Gaseous nebulae (London: Chapman & Hall).  
 Bates D.R., 1958, Proc. Roy. Soc. 243. 20.  
 Bates D.R. and Griffing. 1953. Proc. Phys. Soc., A. 66. 961.  
 Bates D.R. and Griffing. 1955. Proc. Phys. Soc., A. 68. 90.  
 Condon E.U. and Shortley G.H. 1953. The theory of atomic spectra. (Cambridge-Cambridge).  
 Chandrasekhar S., 1960. Radiative transfer. (New York-Dover Publications).  
 Elwert G., 1952. Zs. f. Naturforschung. 7a. 432.  
 Gaustad J.E., 1963. Ap.J. 138. 1050.