

## RESOLUCION DE PROBLEMAS: ABORDAJE METAFORICO ENACTIVO

Ximena González Grandon<sup>1</sup>, Jorge Soto Andrade<sup>2</sup>

Instituto de Filosofía y Ciencias de la Complejidad<sup>1</sup>, CIAE<sup>2</sup>, Universidad de Chile

*Resumen: El objetivo de este taller es proveer situaciones favorables para que sus participantes puedan explorar experiencialmente la resolución de problemas matemáticos, en forma situada, corporizada, enactiva y metafórica, aspectos a menudo descuidados en los abordajes tradicionales. Los contenidos matemáticos involucrados corresponden a aritmética, álgebra, geometría, probabilidades. Los niveles educativos implicados van desde el nivel básico hasta el nivel universitario.*

Resolución de problemas, metaforización, enacción

### PRESENTACIÓN DEL TALLER

Este taller apunta a explorar experiencialmente la resolución de problemas desde una perspectiva metafórica enactiva y corporizada (English, 1997; Gallagher-Lindgren, 2015; Díaz-Rojas y Soto-Andrade, 2015; Libedinsky y Soto-Andrade, 2015; Soto-Andrade, 2014, 2016). Este tipo de abordaje a la resolución de problemas ha sido bastante descuidado en la literatura hasta ahora y está frecuentemente ausente en las estrategias didácticas tradicionales. Ver por ejemplo Csíkos et al. (2016), Jaworski (2016), Mason et al. (2010). En estos últimos se tiende a ignorar la incidencia de la corporalidad y la enacción en la emergencia de ideas creativas durante la resolución de problemas, así como a permanecer constreñidos en un solo dominio, el algebraico por ejemplo, privando a los participantes de explorar tránsitos o transferencias a otros dominios, que les permitirían resignificar los problemas propuestos (cf. Jaworski, 2016; Mason et al., 2010). Publicaciones muy recientes en psicología cognitiva aportan agua a nuestro molino al respecto (Vallée-Tourangeau et al., 2016).

En este taller enfatizaremos el trabajo grupal de los participantes sobre situaciones y problemas matemáticos concretos, que dan la oportunidad de contrastar *in situ* el poder de distintas perspectivas teóricas (Soto-Andrade, Reyes-Santander & Parraguez, 2012). Estimularemos además la interacción “horizontal” entre los participantes y la discusión en común de sus distintos abordajes a un mismo problema.

Las situaciones y problemas propuestos son atingentes a distintos niveles educativos, desde el primario hasta el terciario. Corresponden a contenidos de aritmética, álgebra, geometría, probabilidades.

### PERSPECTIVA TEÓRICA

Nuestra perspectiva teórica esta basada en el rol clave de la metaforización y la enacción en nuestros procesos cognitivos y nuestro aprendizaje (English, 1997; Johnson y Lakoff, 2003; Lakoff y Núñez, 2000; Sfard, 2009; Soto-Andrade y Reyes-Santander, 2011; Proulx y Simmt, 2013; Soto-Andrade, 2006, 2007, 2013, 2014, 2015, 2016; Gallagher-Lindgren, 2015; Núñez y Marghetis, 2014; Díaz-Rojas y Soto-Andrade, 2015, 2016). Utilizamos el

término *enacción* en el sentido introducido por Varela (1987, 1999) y Varela et al. (1991) en ciencias cognitivas.

En este taller queremos explorar algunos aspectos de la diversidad cognitiva que recubre la Resolución de Problemas y en qué medida el llamado “Pensamiento Matemático” (término mas feliz que “Razonamiento Matemático”) es reductible a la actividad de Resolución de Problemas.

Nuestras hipótesis básicas, a ser testeadas en este taller, son:

1. La resolución de problemas como es concebida habitualmente es demasiado estrecha y se ha transformado abusivamente la taxonomía *descriptiva* de Polya (1957, 1962, 1965), que por lo demás descuida justamente la metaforización y la enacción, en un abordaje *prescriptivo* a la resolución de problemas, que conlleva significativos “efectos secundarios” además de “glissements meta” en el sentido de Brousseau (1998).
2. La cognición matemática y particularmente la resolución de problemas, están corporeizadas y situadas, en los agentes cognitivos implicados, a través de metáforas enactivas, que emergen de la percepción y la acción de la experiencia inicial de lo concreto (“*ciclos sensoriomotores fenomenológicos*”), dependientes del contexto cultural ambiente (Fyfe et al., 2014; Pausigere y Graven, 2014; Hoong et al., 2015; Libedinsky y Soto-Andrade, 2015).

## PARTICIPANTES

Este taller se dirige principalmente a docentes en ejercicio de la matemática, de todos niveles, pero también a profesores en formación de pregrado.

## METODOLOGÍA

Planeamos trabajar con los participantes en forma interactiva y grupal. Los grupos de trabajo serán definidos ostensiblemente al azar y constarán de 4 participantes en promedio. Se contará con la colaboración de dos asistentes para supervisar el trabajo grupal de los participantes. Se alternará entre instancias de trabajo en grupos estancos, puesta en común y discusión colectiva del avance logrado e informes de cada grupo sobre su actividad. Como técnica didáctica, además de la promoción del pensamiento crítico y reflexivo de los participantes, comenzamos presentando situaciones, donde puedan *emerger* problemas; elegimos consensualmente algunos de ellos, que los participantes abordarán con sus propios recursos. Promovemos el trabajo colaborativo y el contraste entre distintas visiones (metaforizaciones), no solamente la reflexión individual. Pretendemos de esta manera, trabajando sobre problemas específicos, facilitar la apertura del espectro cognitivo de los participantes, estimulando sus capacidades de metaforización y enacción de objetos y situaciones matemáticas, así como su toma de conciencia de sus reacciones afectivas y su incidencia sobre la emergencia de nuevas ideas y visiones.

## TEMARIO

Planeamos tratar situaciones y problemáticas como las siguientes, que pueden proveer retroalimentación para nuestra perspectiva teórica.

- Ángulos exteriores de un polígono. Su suma: ¿por qué y para qué?
- Sumas consecutivas de números naturales (cf. Mason et al., 2010; Jaworski, 2016).
- ¿Es ilusorio el rol del tiempo en ciertos procesos aleatorios? : Modelos de urnas y “probabilidades de las causas” (Borovcnik, 1992)
- Contraste crítico con algunos aspectos de la taxonomía de Polya (1957, 1962, 1965).

## Referencias

- Borovcnik, M. (1992). *Stochastik im Wechselspiel von Intuition und Mathematik*. Mannheim: BI-Wissenschaftsverlag
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La pensée sauvage.
- Csíkos, C., Rausch, A., & Szitányi, J. (Eds.) (2016). *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 51-66). Szeged, Hungary: PME.
- Díaz-Rojas, D., & Soto-Andrade, J. (2015). Enactive Metaphoric Approaches to randomness. In K. Krainer, N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 629-636). Prague: Charles University in Prague & ERME.
- Diaz-Rojas, D., & Soto-Andrade, J. (2016). Metaphoring and Enacting in Math. Education. In Csíkos, C., Rausch, A., & Szitányi, J. (Eds.). *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (p. 146). Szeged, Hungary: PME.
- English, L. (ed.) (1997). *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images*. London: Lawrence Erlbaum.
- Fyfe, E. R., McNeil, N. M., Son, J. Y., & Goldstone, R. L. (2014). Concreteness fading in mathematics and science instruction: A systematic review. *Educational Psychology Review*, 26(1), 9-25.
- Gallagher, S.; Lindgren, R. (2015). Enactive metaphors: learning through full body engagement. *Educ. Psychol. Rev.*, 27, 391-404.
- Hoong, L. Y., Kin, H. W., & Pien, C. L. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. *The Mathematics Educator*, 16(1), 1-19.
- Jaworski, B. (2016). How to solve it: with a focus on problems in mathematics teaching. In Csíkos, C., Rausch, A. & Szitányi, J. (Eds.). *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 51-66). Szeged, Hungary: PME.
- Johnson, M., & Lakoff, G. (2003). *Metaphors we live by*. New York: The University of Chicago Press.
- Lakoff, G., & Nuñez, R. (2000). *Where Mathematics comes from?* New York: Basic Books.
- Libedinsky, N., & Soto-Andrade, J. (2015). On the role of corporeality, affect and metaphoring in Problem solving. In P. Felmer, J. Kilpatrick, & E. Pehkonen (Eds.), *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives* (pp. 53-67). Berlin: Springer-Verlag.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically*. London: Pearson
- Núñez, R., & Marghetis, T. (2014). Cognitive linguistics and the concept (s) of number. In *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*.

- Pausigere, P., & Graven, M. (2014). Learning metaphors and learning stories (stelos) of teachers participating in an in-service numeracy community of practice. *Education as Change*, 18(1), 33-46.
- Polya, G. (1957). *How to solve it* (2nd ed.). Garden City, N. Y.: Doubleday.
- Polya, G. (1962). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching, problem solving*. (Vol. 1). New York: Wiley.
- Polya, G. (1965). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving*. (Vol. 2). New York: Wiley.
- Proulx, J. & Simmt, E. (2013). Enactivism in mathematics education: moving toward a re-conceptualization of learning and knowledge. *Education Sciences & Society*, 4 (1), 59-79.
- Sfard, A. (2009). Metaphors in education. In H. Daniels, H. Lauder & J. Porter (Eds.) *Educational theories, cultures and learning : a critical perspective* (pp. 39 – 50). London: Routledge.
- Soto-Andrade, J. (2006). Un monde dans un grain de sable: Métaphores et analogies dans l'apprentissage des maths. *Ann. Didactique Sciences Cogn.*, 11, 123-147.
- Soto-Andrade, J. (2007). Metaphors and cognitive styles in the teaching-learning of mathematics. In D. Pitta-Pantazi, & J. Philippou (Eds.). *Proceedings of the Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 191-200). Larnaka, Cyprus: University of Cyprus.
- Soto-Andrade, J. (2013). Metaphoric Random Walks: A Royal Road to Stochastic Thinking. In B. Ubuz, C. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 890-900). Antalya, Turkey. Retrieved from: [http://www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG5/WG5\\_Soto\\_Andrade.pdf](http://www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG5/WG5_Soto_Andrade.pdf)
- Soto-Andrade, J. (2014). Metaphors in Mathematics Education. In Lerman, S. (Ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer Ref., Berlin: Springer-Verlag (pp. 447-453) DOI:10.1007/SpringerReference\_313292
- Soto-Andrade, J. (2015). Une voie royale vers la pensée stochastique: les marches aléatoires comme pousses d'apprentissage. *Statistique et Enseignement* 6(2), 3-24.
- Soto-Andrade, J. (2016). Enactive Metaphoring in the learning of Mathematics, Invited Lecture at the 13<sup>th</sup> International Congress of Mathematics Education (ICME13), Hamburg: ICMI.
- Soto-Andrade, J., & Reyes-Santander, P. (2011). Conceptual metaphors and “Grundvorstellungen”: a case of convergence? In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 735-744), Rzészow, Poland: Univ. of Rzészow.
- Soto-Andrade, J., Reyes-Santander, P., & Parraguez, M. (2012). Trois théories en action: APOS, Métaphores et Grundvorstellungen dialoguent autour d'un polygone..., communication au *Colloque en honneur de Michèle Artigue*, LDAR, Univ. Paris 7, mai-juin 2012. Descargado de sites.google.com/site/colloqueartigue/ atelier 2 (pp 16 – 19). s
- Vallée-Tourangeau, F., Steffensen, S. V., Vallée-Tourangeau, G., & Sirota, M. (2016). Insight with hands and things. *Acta Psychologica*, 170, 195-205). doi: 10.1016/j.actpsy.2016.08.006
- Varela, F. J. (1987). Laying down a path in walking. In W. I. Thompson (Ed.), *Gaia: A way of knowing. Political implications of the new biology* (pp. 48-64). New York: Lindisfarne Press.
- Varela, F. J. (1999). *Ethical know-how: action, wisdom, and cognition*. Stanford: Stanford University Press.

Varela, F., Thompson, E., Rosch, E. (1991). *The embodied mind: cognitive science and human experience*. Cambridge: MIT Press.