

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA  
Scuola di Ingegneria e Architettura

---

**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, CHIMICA,  
AMBIENTALE E DEI MATERIALI**

Corso di Laurea Magistrale in

INGEGNERIA CIVILE

**Modellazione di dettaglio di un sistema innovativo di  
rinforzo esterno per il miglioramento sismico degli  
edifici senza interruzione d'uso**

Tesi di laurea in

PROGETTI DI STRUTTURE M

*Candidata:*

Chiara Baldanza

*Relatore:*

Chiar.mo Prof. Marco Savoia

*Correlatori:*

Chiar.ma Prof.ssa Anna Saetta

Dott. Ing. Elena Ongaretto

Dott. Ing. Luca Pozza

Dott. Ing. Diego Alejandro Talledo

---

Anno Accademico 2018/2019 - III sessione



# Indice

1. Introduzione .....	5
2. Stato dell'arte .....	6
2.1 SismaCoat.....	6
2.1.1 Fasi costruttive .....	7
2.1.2 Considerazioni tecniche.....	8
2.2 Geniale Cappotto Sismico Ecosism.....	9
2.2.1 Fasi costruttive .....	11
2.2.2 Considerazioni tecniche.....	12
3. Il sistema Timesafe .....	14
3.1 Prima proposta.....	15
3.1.1 Fasi costruttive .....	16
3.2 Seconda proposta.....	18
3.2.1 Fasi costruttive .....	19
3.3 Terza proposta .....	22
3.3.1 Fasi costruttive .....	22
4. Dimensionamento di massima delle armature del telaio di rinforzo .....	28
4.1 Dimensionamento dell'armatura dei pilastri .....	30
4.2 Dimensionamento dell'armatura dei traversi .....	32
5. Modellazione di dettaglio del sistema.....	34
5.1 Definizione della geometria .....	35
5.1.1 Prima proposta.....	36
5.1.2 Seconda proposta.....	39
5.1.3 Terza proposta .....	42
5.2 Definizione dei materiali .....	45
5.3 Costruzione della mesh .....	48
5.3.1 Prima proposta.....	48
5.3.2 Seconda proposta.....	52
5.3.3 Terza proposta .....	54
6. Approfondimento sugli elementi d'interfaccia .....	57
6.1 Parametri lineari e non lineari .....	59
6.2 Analisi di sensibilità dei parametri.....	62
6.3 Applicazione al modulo Timesafe.....	69
7. Analisi statiche lineari.....	73

7.1	Definizione delle condizioni di vincolo .....	73
7.2	Definizione delle condizioni di carico.....	74
7.3	Analisi dei modelli e interpretazione dei risultati.....	75
7.3.1	Confronto tra le diverse geometrie proposte .....	75
7.3.2	Rigidezza in campo elastico del solo telaio.....	84
7.3.3	Valutazione del contributo del pannello in polistirene .....	85
7.3.4	Calcolo degli spostamenti al limite elastico .....	86
7.3.5	Influenza dello spessore dello spritz-beton .....	88
8.	Analisi statica non lineare per materiale .....	92
8.1	Legami costitutivi assunti per i materiali .....	96
8.1.1	Acciaio.....	96
8.1.2	Calcestruzzo .....	98
8.2	Analisi del modello e interpretazione dei risultati.....	103
8.2.1	Quadro fessurativo del modulo di rinforzo .....	108
8.2.2	Evoluzione delle tensioni principali di compressione nella parete.....	114
8.2.3	Comportamento plastico delle armature.....	118
8.2.4	Andamento degli spostamenti sul modulo .....	120
8.2.5	Comportamento non lineare d'insieme del modulo .....	127
8.2.6	Comportamento non lineare del solo telaio.....	134
9.	Analisi lineare di buckling .....	142
9.1	Ridefinizione del modello .....	147
9.2	Definizione delle condizioni di carico e di vincolo.....	148
9.3	Analisi del modello ed interpretazione dei risultati.....	151
9.3.1	Parete con spessore minimo di 5 cm .....	151
9.3.2	Parete con spessore minimo di 3 cm .....	156
9.3.3	Instabilità della sola parete nervata .....	160
9.3.4	Confronto dei risultati .....	162
9.4	Verifica attraverso modello semplificato .....	163
10.	Conclusioni e sviluppi futuri .....	171
11.	Bibliografia e sitografia.....	174

# 1. Introduzione

---

La presente tesi si colloca all'interno del progetto regionale "Timesafe", del quale l'Università di Bologna, attraverso il CIRI – edilizia e costruzioni, risulta capofila; esso coinvolge diversi laboratori e centri per l'innovazione, oltre a sei aziende rinomate nel settore delle costruzioni.

Lo scopo del progetto è quello di ideare e validare un sistema innovativo di rinforzo esterno dei fabbricati basato sull'utilizzo di casseforme coibentanti in polistirene con armature metalliche integrate, getti di calcestruzzo e relativi sistemi di collegamento alle strutture portanti dell'edificio esistente.

Il vantaggio nell'utilizzo di queste tecnologie risiede principalmente nella possibilità di messa in opera del rinforzo per fasi successive senza una significativa interruzione d'uso della costruzione, evitando quindi di apportare disagi abitativi interni, modifiche agli impianti e opere murarie invasive. Inoltre, esse richiedono un tempo di messa in opera relativamente ridotto e offrono la possibilità di essere impiegate nella quasi totalità dei contesti edilizi. L'utilizzo di casseforme coibentanti in polistirene permette inoltre di incrementare le prestazioni energetiche del fabbricato.

In particolare, il tema della tesi riguarda la modellazione numerica di dettaglio a supporto della fase di sviluppo della tecnologia e dei relativi particolari costruttivi. Nel seguito si approfondirà quindi il comportamento di un singolo modulo rappresentativo del rinforzo della struttura in modo tale da prevedere i possibili esiti delle sperimentazioni in laboratorio e fungere da supporto per l'interpretazione dei risultati.

Lo studio del modulo comprende innanzitutto delle analisi statiche lineari, finalizzate a individuare la geometria più efficiente, gli elementi strutturalmente rilevanti e la rigidità del modulo in campo elastico. I risultati ottenuti servono inoltre da supporto e da controllo per le analisi statiche non lineari che vengono svolte successivamente e hanno lo scopo di valutare i meccanismi resistenti che si generano in campo plastico e le conseguenti riserve di resistenza del modulo. Infine, verranno effettuate sul modello di dettaglio delle analisi lineari di buckling tramite le quali si vuole valutare se il modulo può risentire di effetti del secondo ordine in campo elastico e come questi si possono manifestare.

## **2. Stato dell'arte**

---

Prima di procedere alla progettazione del nuovo sistema di rinforzo si è eseguita una ricerca sull'attuale avanzamento tecnologico in tale ambito. Si sono quindi studiati diversi sistemi di consolidamento antisismico che consentono di mettere in sicurezza gli edifici operando esclusivamente dall'esterno, senza necessità di intervenire all'interno dei locali.

Attualmente sul mercato sono disponibili principalmente due soluzioni di miglioramento sismico paragonabili a quella che si intende realizzare attraverso il progetto Timesafe, delle quali si riportano nei paragrafi a seguire le principali caratteristiche. Tali sistemi sono costruttivamente simili a quello in esame, tuttavia il loro funzionamento strutturale risulta molto diverso. Infatti, i due sistemi già presenti sul mercato, come il rinforzo Timesafe prevedono l'utilizzo di casseri a perdere in polistirene e getti di calcestruzzo in modo tale da coniugare le esigenze strutturali con quelle termoisolanti, ma si basano su un funzionamento a lastra. Il sistema oggetto di studio, al contrario, benché preveda un getto di completamento in spritz-beton, può essere progettato come un telaio di rinforzo collegato alla struttura esistente in corrispondenza dei traversi di piano.

### **2.1 SismaCoat**

Una prima soluzione non invasiva per il miglioramento sismico ed energetico di edifici esistenti è rappresentata dal sistema antisismico a cappotto SismaCoat. Questa tipologia di rinforzo brevettata consente di mettere in sicurezza i fabbricati operando esternamente sulle facciate, senza quindi dover eseguire invasivi interventi negli spazi interni. Lo scopo di questo sistema è duplice, in quanto la realizzazione attorno a tutto l'edificio di un involucro costituito da una parete di rinforzo in calcestruzzo armato unitamente ad un cappotto termoisolante permette di ottenere un miglioramento sia strutturale sia energetico.

Il sistema SismaCoat richiede l'impiego di pannelli isolanti da cappotto reperibili in commercio e costituiti da lastre di grandi dimensioni (fino a 1m x 3m circa) e di densità opportuna, eventualmente accoppiate a reti portaintonaco.

L'innovazione data da questa tecnologia risiede nella possibilità di disporre i pannelli coibentanti non direttamente a contatto con la facciata dell'edificio esistente, ma ad una

certa distanza. In questo modo è possibile realizzare tra la facciata dell'edificio e i pannelli stessi un'intercapedine di opportuno spessore entro la quale inserire una rete di acciaio strutturale, convenientemente collegata alla struttura portante, da riempire attraverso un getto di calcestruzzo a granulometria fine.

Il sistema SismaCoat è applicabile a fabbricati con struttura portante sia in muratura sia a telaio in calcestruzzo armato.

### 2.1.1 Fasi costruttive

Il sistema SismaCoat si articola attraverso le seguenti fasi di montaggio:

- In primo luogo, il sistema deve essere dimensionato e progettato secondo le normative vigenti. Inoltre, deve essere predisposto il progetto termotecnico in cui vengono definiti gli spessori di isolamento necessari al conseguimento delle prestazioni energetiche desiderate.
- Successivamente si procede alla preparazione del cantiere, tramite il montaggio di un idoneo ponteggio e la messa a nudo delle superfici esterne del fabbricato come previsto dalla regola dell'arte per quanto riguarda gli interventi di installazione di cappotto termico sulle facciate di un edificio.
- Si realizza quindi la fondazione del rinforzo, opportunamente dimensionata per ripartire il peso del sistema SismaCoat in parte sulla fondazione esistente ed in parte sul terreno.
- Si posano in seguito le apposite componenti secondo il sistema di montaggio brevettato, applicando opportuni accorgimenti atti a garantirne la perfetta verticalità.
- A questo punto è possibile posizionare sulle facciate reti elettrosaldate e/o barre di acciaio da calcestruzzo armato secondo le specifiche derivanti dal progetto strutturale esecutivo.
- È necessario poi predisporre gli ancoraggi del sistema di rinforzo nelle pareti dell'edificio esistente, costituiti da barre di collegamento e fissaggi, il cui numero e dimensione variano in base alle sollecitazioni di progetto.
- Successivamente viene posata una prima fila di pannelli isolanti da cappotto (selezionati tra quelli indicati nel capitolato SismaCoat) fissati con idonei tasselli

consentendo la formazione di una intercapedine di spessore costante. Con questa tecnologia la posa avviene in assenza di colla e richiede un minor numero di tasselli, poiché il getto di calcestruzzo offre una migliore continuità del collegamento.

- L'intercapedine così ottenuta viene riempita mediante un getto di calcestruzzo a granulometria fine, avendo cura che l'altezza del getto sia limitata per contenere la spinta idrostatica sui pannelli isolanti e verificando il completo riempimento dell'intercapedine stessa.
- Se necessario è possibile posizionare altre reti elettrosaldate per garantire la continuità delle armature verticali nell'intercapedine.
- Una volta indurito il getto, si prosegue con il posizionamento dei pannelli successivi e il getto dell'intercapedine di calcestruzzo come descritto nei punti precedenti.
- Infine, una volta completato il rivestimento esterno dell'edificio si procede con la realizzazione delle opere di finitura.

Durante la messa in opera del sistema di rinforzo occorre prestare particolare attenzione alle seguenti problematiche:

- Il getto di calcestruzzo deve essere eseguito secondo modalità che consentano il completo riempimento dell'intercapedine, anche se questa presentasse spessori molto contenuti.
- I pannelli isolanti da cappotto devono essere opportunamente fissati allo scopo di contenere la spinta idrostatica del getto senza manifestare deformazioni indesiderate o danneggiamenti.
- I pannelli devono essere posizionati in maniera perfettamente verticale in modo da garantire il corretto funzionamento del sistema e di favorire la realizzazione della finitura.

### 2.1.2 Considerazioni tecniche

Ogni edificio deve essere analizzato sia da un termotecnico qualificato al fine di determinare lo spessore del cappotto tale da garantire le prestazioni energetiche richieste, sia da un ingegnere civile per definire le caratteristiche del calcestruzzo, la quantità delle

armature, il numero e la posizione degli ancoraggi e lo spessore della parete a contatto con l'esistente.

Dal punto di vista strutturale il sistema SismaCoat funziona sfruttando un comportamento scatolare, pertanto si configura come una struttura esterna di rinforzo molto rigida e resistente, atta ad assorbire la quasi totalità delle azioni orizzontali dovute all'evento sismico.

Tale tecnologia consente quindi una separazione funzionale fra la costruzione esistente, che tipicamente è stata progettata per resistere alle sole azioni gravitazionali, ed il nuovo involucro che invece deve resistere solamente alle azioni orizzontali indotte dal sisma. In tal modo, è possibile disaccoppiare la progettazione statica, che coinvolge solamente l'edificio esistente, da quella sismica, che può essere eseguita solo sul nuovo involucro esterno.

Un ulteriore vantaggio risiede nel fatto che, poiché la struttura esistente una volta rinforzata dovrà resistere ai soli carichi verticali, si può pensare di effettuare sull'edificio una campagna di indagini conoscitive più limitata. Ciò è importante ancor di più quando l'edificio è stato costruito in un'epoca tale per cui non è possibile reperire gli esecutivi strutturali risalenti al momento della sua edificazione.

La prestazione antisismica che una struttura rinforzata con questo sistema può raggiungere va valutata a seconda del caso in esame. La tecnologia può essere sviluppata in modo da arrivare a prestazioni che vanno da un miglioramento sismico limitato ad un adeguamento sismico completo.

Con il sistema SismaCoat, essendo l'involucro esterno molto rigido e con grandi risorse di resistenza, è possibile ottenere prestazioni elevate, ovvero fare in modo che l'edificio resista senza danni anche a terremoti di grande intensità (rari e/o molto rari).

## 2.2 Geniale Cappotto Sismico Ecosism

Il Geniale Cappotto Sismico Ecosism è una soluzione tecnologica che consente sia la messa in sicurezza dal punto di vista sismico sia l'efficientamento energetico degli edifici esistenti in ottemperanza con le normative vigenti.

Il cappotto sismico Ecosism è costituito da una lastra sottile in calcestruzzo armato gettato in opera all'interno di due strati di materiale isolante ed è collegato alla struttura esistente a livello dei cordoli di piano per garantire la collaborazione del sistema di rinforzo con il fabbricato. In questo modo non si necessita di cassetta, poiché i pannelli isolanti hanno anche la funzione di contenimento del getto di calcestruzzo strutturale realizzato in opera. Grazie all'uso di una maglia in acciaio zincato, il sistema viene fornito con l'isolante già pre-assemblato e con le guide per la posa in opera delle armature strutturali; in fase di realizzazione dovranno essere inserite le barre di armatura e dovrà essere eseguito il getto della lastra. La maglia metallica Ecosism permette di garantire il corretto posizionamento delle barre di armatura all'interno dello strato di calcestruzzo. In questo modo, anche se lo spessore è ridotto, è possibile garantire un copriferro adeguato. Il sistema Geniale Cappotto Sismico prevede la realizzazione di nervature per migliorare il comportamento a flessione della lastra e ridurre il rischio di instabilità fuori piano. Con Ecosism si ottiene una struttura monolitica a pareti portanti in calcestruzzo armato.



*Figura 1: Spaccato assometrico del Geniale Cappotto Sismico*

Il doppio sistema di isolamento termico Ecosism garantisce la totale assenza di ponti termici, quindi un grande risparmio energetico dell'edificio, infatti il posizionamento dei

collegamenti è studiato in modo tale da garantire l'omogeneità dell'isolante. I moduli Ecosism sono anche caratterizzati da un buon isolamento acustico, grazie all'elevata massa del calcestruzzo e alla combinazione delle diverse tipologie e spessori di materiale isolante impiegato.

Proponendo una soluzione unica per il miglioramento delle prestazioni energetiche e sismiche dell'edificio, si ha la possibilità di affidare il lavoro ad una sola impresa. Pertanto, le opere di rinforzo strutturale e di isolamento termico non devono essere realizzate in periodi diversi, contenendo di conseguenza i costi di esecuzione. Essendo applicato solo sulla superficie esterna dell'edificio, anche questo sistema garantisce la continuità di utilizzo del fabbricato durante la realizzazione.

### 2.2.1 Fasi costruttive

La posa del sistema Geniale Cappotto Sismico avviene attraverso le fasi che seguono:

- Innanzitutto, occorre individuare i cordoli di piano della struttura esistente e inserirvi dei connettori, che devono essere disposti a scacchiera con interasse stabilito in fase di progetto. La predisposizione degli spazi per le nervature viene realizzata sagomando i pannelli in stabilimento secondo le indicazioni progettuali.
- Successivamente viene effettuata la posa in opera dei pannelli, che vengono fissati alla parete dall'esterno con viti lunghe (in numero di 2/m<sup>2</sup>).
- Segue la posa delle barre di armatura verticali e orizzontali all'interno dell'intercapedine tra gli isolanti; il corretto posizionamento delle armature viene individuato dalla maglia in acciaio zincato.
- A questo punto si effettua il getto del calcestruzzo di consistenza fluida per il riempimento di tutti i vuoti mediante pompaggio e vibrazione.
- La fase conclusiva prevede la realizzazione della finitura esterna (rinzaffo, intonaco di fondo con rasatura armata e finitura).

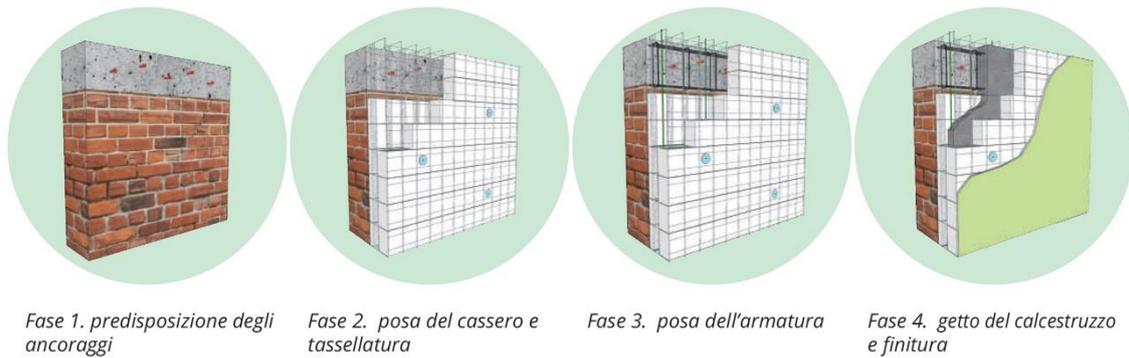


Figura 2: Fasi costruttive del sistema Ecosism

## 2.2.2 Considerazioni tecniche

Con l'utilizzo del Geniale Cappotto Sismico è possibile eseguire interventi sia di miglioramento sia di adeguamento sismico, in funzione delle caratteristiche e delle dimensioni dell'edificio su cui si va ad agire nonché della zona sismica in cui è ubicato.

Tale sistema di rinforzo, configurandosi come un involucro molto rigido, può essere considerato come una struttura a pareti normalmente armate non dissipativa ad armatura diffusa (SAAD). Pertanto, il sistema deve essere progettato in campo elastico, applicando un fattore di struttura  $q$  pari a 1, al fine di definire lo spessore del getto e l'armatura sui due lati, dimensionata in funzione dei carichi sismici agenti.

Il sistema sismo-resistente viene quindi progettato per resistere da solo alle massime azioni orizzontali mantenendo un comportamento elastico-lineare in ogni combinazione di carico, anche per terremoti di massima intensità per la zona considerata.

In una modellazione globale dell'edificio rinforzato, travi e pilastri possono essere considerati elementi secondari e sono dimensionati per resistere ai carichi verticali statici, senza vincoli geometrici o di armatura legati al concetto della gerarchia delle resistenze.

Il vantaggio di progettare il sistema sismo-resistente con fattore di struttura unitario sta nel fatto che, nonostante le azioni sismiche di progetto siano più alte, le limitazioni geometriche e di armatura da applicare a tutte le componenti strutturali sono quelle riportate al §4 delle NTC2018, molto meno restrittive di quelle al §7. In generale in questo modo non è necessario soddisfare i requisiti di duttilità prescritti in normativa.

Gli interventi di miglioramento e adeguamento sismico devono essere realizzati sull'intero corpo di fabbrica di un edificio, pertanto l'applicazione del Geniale Cappotto Sismico è particolarmente indicata per edifici isolati e non si presta ad interventi su singole porzioni di fabbricato. Per interventi su aggregati urbani è possibile affiancare l'applicazione di Ecosism alla realizzazione di opere di consolidamento strutturale di altro tipo, nel caso sia necessario intervenire anche sulle strutture portanti interne.

Il sistema può essere applicato sia a edifici in muratura portante sia a edifici a telaio in cemento armato.

### **3. Il sistema Timesafe**

---

L'idea di base del progetto è di aumentare sia il livello di sicurezza della struttura nei confronti dell'azione sismica sia le prestazioni energetiche del fabbricato.

La tecnologia Timesafe si differenzia dalle precedenti in quanto il rinforzo non è costituito solamente da lastre in calcestruzzo armato continue ma da un sistema intelaiato di pilastri e traversi e da un getto di completamento esterno in calcestruzzo proiettato tale da formare una sottile lastra. Come nei sistemi precedentemente visti, anche il sistema Timesafe prevede l'utilizzo di pannelli coibentanti in polistirene, che migliorano l'efficienza energetica del fabbricato e agevolano il getto degli elementi in calcestruzzo armato. I pannelli in polistirene mostrano quindi una geometria e degli intagli progettati in maniera tale da favorire l'adesione del calcestruzzo proiettato e da generare un effetto di ingranamento tra i due.

Questo sistema si differenzia dai precedenti soprattutto per il principio di funzionamento strutturale del rinforzo nei riguardi di azioni sismiche di elevata intensità, che risulta a telaio e non più a lastra. Per questo motivo il comportamento nei confronti degli Stati Limite Ultimi (SLV e SLC) vede solamente traversi e pilastri come elementi sismo-resistenti del rinforzo, di conseguenza si può adottare un approccio di progettazione in duttilità e non in resistenza. Progettare in duttilità consente di considerare il sistema soggetto ad azioni sismiche ridotte attraverso un coefficiente di struttura  $q$  maggiore di 1, a patto che si ammetta che la struttura possa avere uno sconfinamento in campo plastico, ovvero che possa danneggiarsi.

Lo svantaggio legato a questa tipologia di progettazione è che per i traversi e i pilastri di rinforzo devono essere rispettate le prescrizioni normative e i dettagli costruttivi previsti al §7 delle NTC2018, necessari per garantire alla struttura il livello di duttilità desiderato.

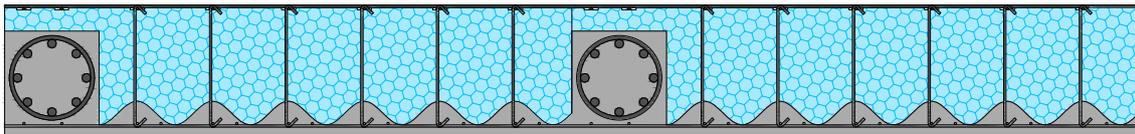
Per quanto riguarda il comportamento nei confronti degli Stati Limite di Esercizio (SLO e SLD) si possono considerare come elementi resistenti all'azione sismica sia traversi e pilastri sia la parete di completamento in spritz-beton. Quest'ultima incrementa notevolmente la rigidità del fabbricato, consentendogli di mantenersi all'interno del campo elastico per eventi sismici di modesta entità, evitando qualsiasi tipo di danneggiamento.

Particolarmente importante è il collegamento del rinforzo al fabbricato, che in questo caso è realizzato attraverso barre metalliche ancorate sia alla struttura esistente sia agli elementi del telaio di rinforzo. Tali collegamenti sono previsti a livello di piano ed in corrispondenza di ogni nodo traverso-pilastro.

Durante la fase di ideazione del sistema di rinforzo sono state sviluppate tre proposte, che si distinguono per la conformazione geometrica degli elementi e conseguentemente anche per le modalità realizzative.

### 3.1 Prima proposta

La prima possibile geometria del sistema presenta un pannello in polistirene opportunamente sagomato in modo tale da produrre una superficie di separazione sinusoidale tra spritz-beton e polistirene. Il pannello mostra anche in corrispondenza di pilastri e traversi una sagomatura tale da garantire una sezione rettangolare per entrambi. Questo sistema da un lato garantisce un ottimo ingranamento tra calcestruzzo proiettato e polistirene, ma dall'altro presenta delle problematiche legate al collegamento tra pilastri e parete in spritz-beton. Infatti, in questo caso lo spessore ridotto della parete in spritz-beton non permette di inserire delle armature di collegamento con i pilastri. All'interno di questi ultimi si prevede l'inserimento di una staffatura elicoidale entro la quale vengono posizionate le armature longitudinali. Per quanto riguarda il pannello di polistirene, questo viene fornito con le armature sia all'interno dello spessore in cui sarà proiettato lo spritz-beton sia sul retro a contatto con l'esistente. Le armature disposte sulla superficie del pannello a contatto con l'esistente fungono da contrasto per il polistirene, in modo tale da farlo collaborare con lo spritz-beton in caso insorgano fenomeni di instabilità fuori dal piano. Questa prima proposta, tuttavia, presenta delle difficoltà dal punto di vista costruttivo in quanto per essere realizzata richiede l'alternanza di getti di calcestruzzo e spritz-beton.



*Figura 3: Vista in pianta della prima proposta modulo Timesafe*

### 3.1.1 Fasi costruttive

La posa del sistema di rinforzo Timesafe in questa prima versione si articola attraverso le seguenti fasi costruttive:

- Si dispone in aderenza alla facciata del fabbricato esistente un primo modulo a gabbia, composto da pannello in polistirene e dalle relative maglie di acciaio già predisposte dal produttore;

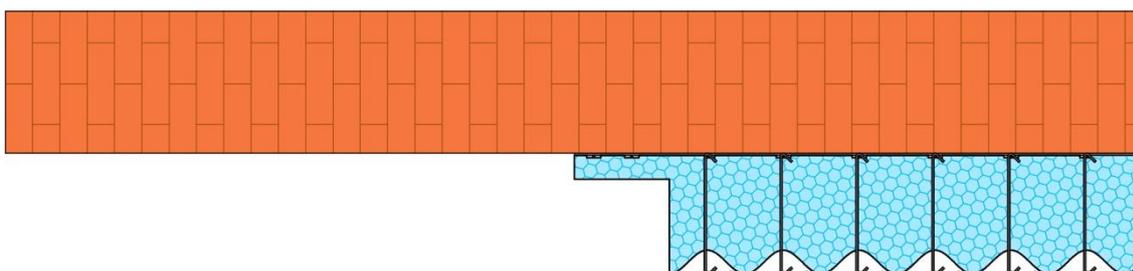


Figura 4: Posa del singolo modulo a gabbia

- In seguito nell'apposito scasso si vanno ad inserire le armature del pilastro di rinforzo;

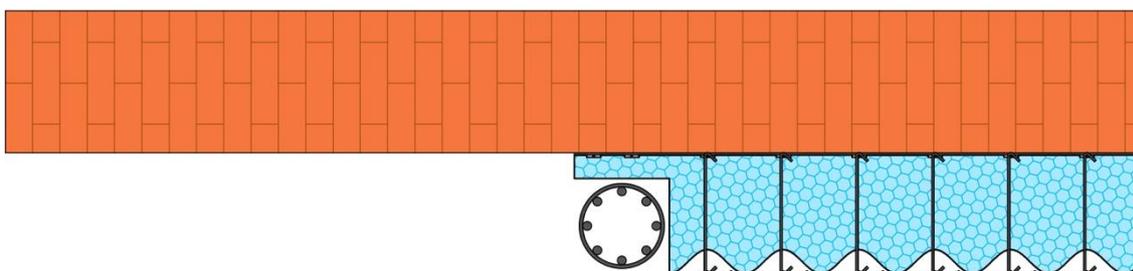


Figura 5: Posa delle armature del pilastro

- Successivamente si posa in modo contiguo al precedente un altro modulo a gabbia e si dispongono le armature di un altro pilastro;

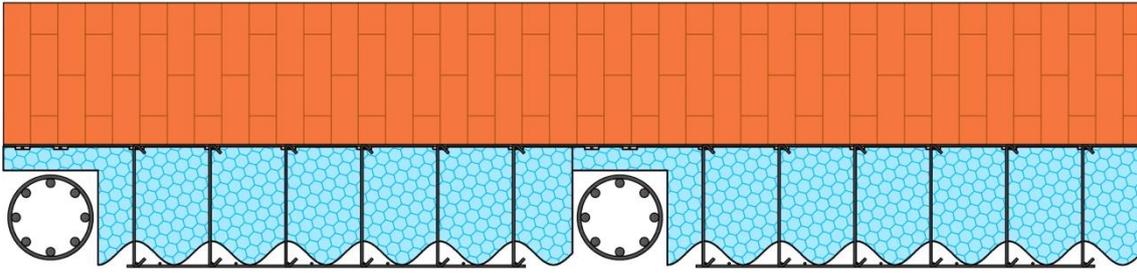


Figura 6: Posa dei moduli contigui e delle armature dei pilastri

- A questo punto si posizionano dei casseri provvisori per il getto dei pilastri di rinforzo, il quale deve essere fatto fino alla quota di intradosso del traverso superiore;

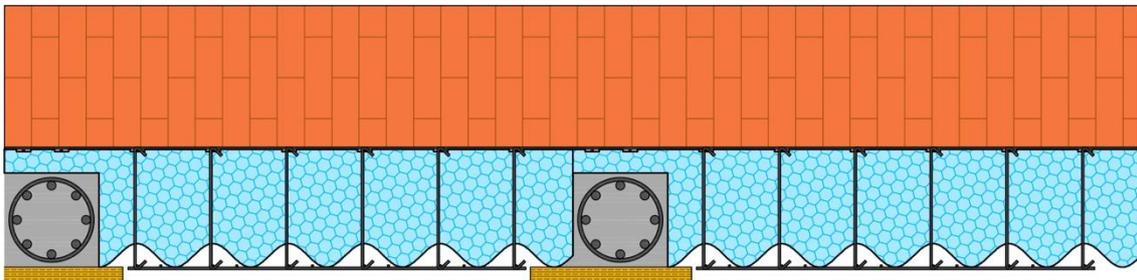


Figura 7: Posizionamento dei casseri e getto dei pilastri

- Una volta indurito il getto si rimuovono i casseri e si posa in corrispondenza del pilastro una maglia in acciaio di continuità, che deve essere ancorata alle armature dei pannelli adiacenti;

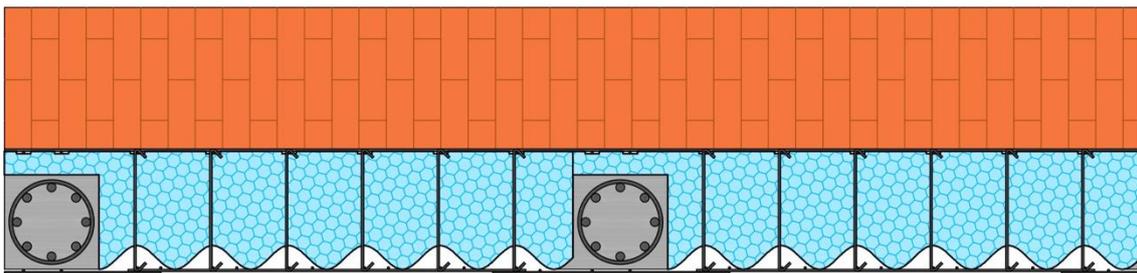


Figura 8: Rimozione dei casseri e posizionamento della maglia di continuità

- In seguito, si realizza il getto di completamento esterno con calcestruzzo proiettato.

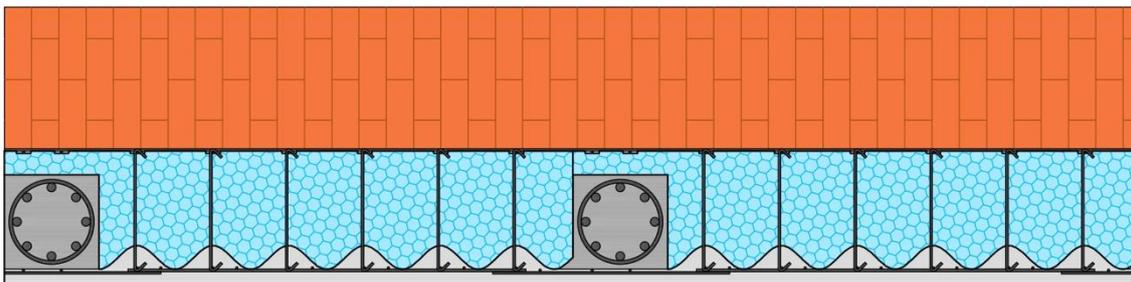


Figura 9: Getto di completamento con calcestruzzo proiettato

- Una volta indurito lo spritz-beton della parete esterna è possibile procedere disponendo le armature del traverso superiore, quindi posizionare i casseri ed effettuare il getto.

Si osserva che in questo caso risulta necessario procedere piano per piano, gettando prima il calcestruzzo dei pilastri e dei traversi sottostanti (se presenti) e in seguito lo spritz-beton.

### 3.2 Seconda proposta

Successivamente è stata sviluppata una nuova geometria del sistema finalizzata a ridurre al minimo gli scarti di lavorazione del polistirene, pertanto non presenta più una superficie di separazione sinusoidale tra spritz-beton e pannello isolante, bensì una caratterizzata da degli intagli trapezoidali sia lato calcestruzzo proiettato sia lato struttura esistente. Inoltre, in questa fase si è considerato il fatto che il calcestruzzo non contenuto all'interno delle staffe elicoidali del pilastro non contribuisce in modo significativo alla resistenza, perciò in queste zone il polistirene è stato sagomato in modo tale da seguire il più possibile una forma cilindrica. Infine, per poter inserire delle armature di collegamento tra parete in calcestruzzo proiettato e pilastro (ad esempio come quelle di Figura 10) si è studiato un allargamento dello spessore di spritz-beton in prossimità del pilastro stesso. Questa soluzione, inoltre, presentando degli incavi più profondi sul pannello isolante a contatto con l'edificio esistente, permette il posizionamento di elementi di contrasto per il trasferimento degli sforzi al polistirene, evitando che le armature lo possano tagliare. Anche questa seconda proposta, tuttavia, dal punto di vista costruttivo presenta delle difficoltà.

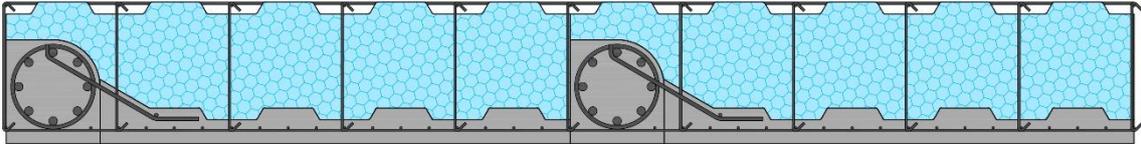


Figura 10: Vista in pianta della seconda proposta modulo Timesafe

### 3.2.1 Fasi costruttive

La posa della seconda variante del sistema di rinforzo Timesafe si articola attraverso le seguenti fasi costruttive:

- Si posiziona a contatto con la facciata del fabbricato esistente un primo modulo a gabbia, composto da pannello in polistirene e dalle relative maglie di acciaio già predisposte dal produttore;

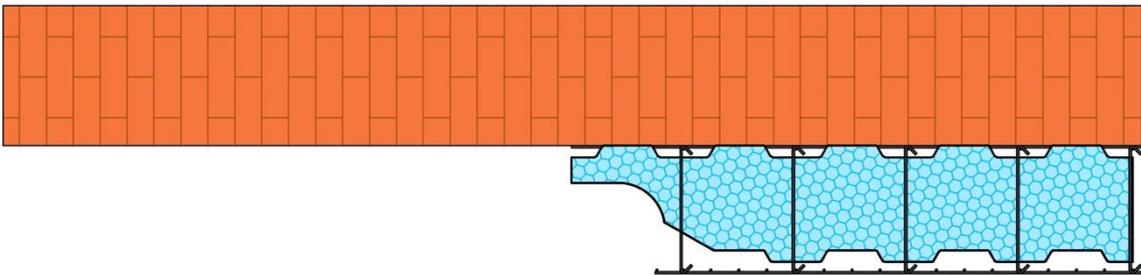


Figura 11: Posa del singolo modulo a gabbia

- Segue l'inserimento delle armature del pilastro di rinforzo all'interno dello scasso nel polistirene;

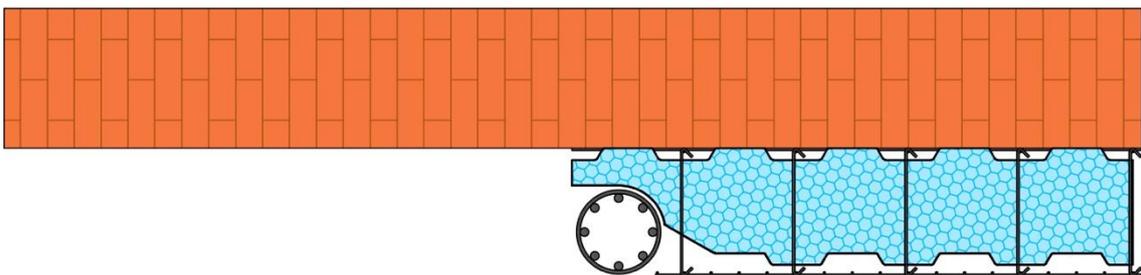


Figura 12: Posa delle armature del pilastro

- In seguito, si posizionano i moduli a gabbia contigui e si dispongono le armature dei pilastri come ai punti precedenti;

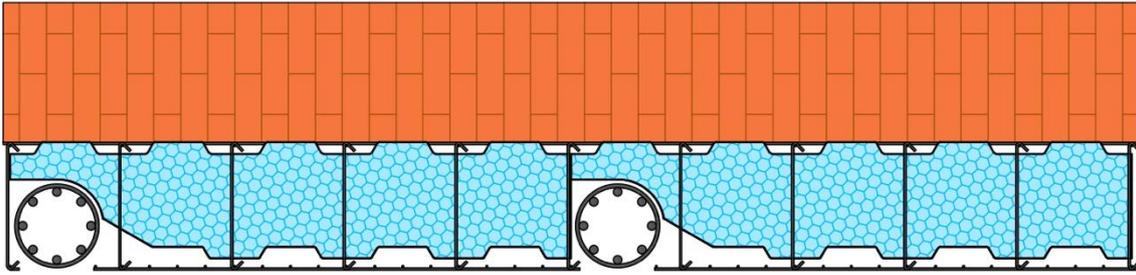


Figura 13: Posa dei moduli contigui e delle armature dei pilastri

- A questo punto si devono disporre delle armature di collegamento, che servono a garantire un'efficace collaborazione tra pilastri e parete in calcestruzzo proiettato;

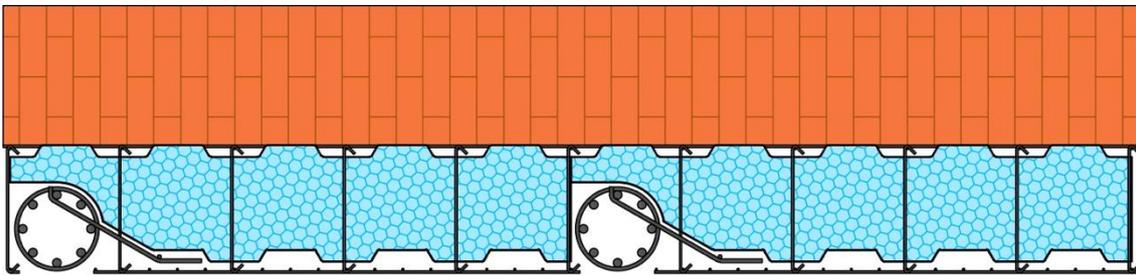


Figura 14: Posa delle armature di collegamento tra pilastri e spritz-beton

- Successivamente si proietta lo spritz-beton avendo cura di lasciare liberi gli scassi per i pilastri;

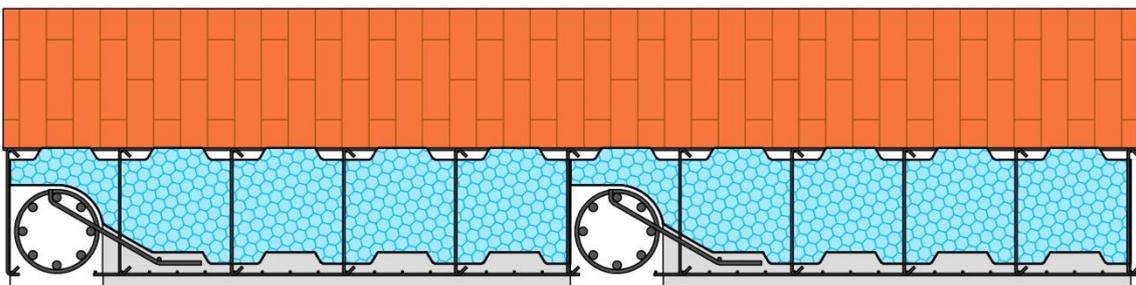


Figura 15: Proiezione dello spritz-beton

- Una volta indurita la parete in calcestruzzo proiettato si posizionano le maglie di continuità con le armature della parete.

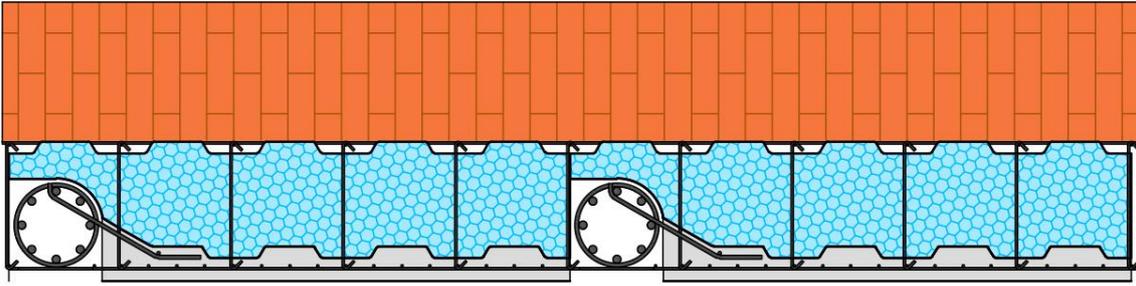


Figura 16: Posa della maglia di continuità in acciaio

- A questo punto si posizionano i casseri e si effettua il getto dei pilastri di rinforzo;

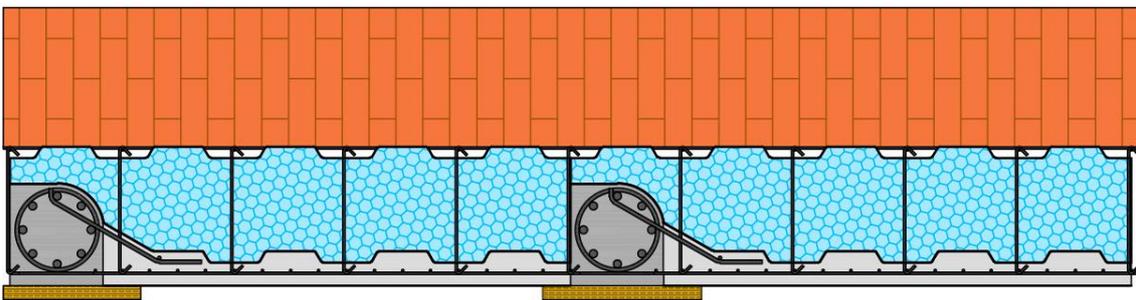


Figura 17: Posizionamento dei casseri e getto dei pilastri

- Infine, si rimuovono i casseri dei pilastri, si dispongono le armature dei traversi al piano superiore, si posizionano le relative casseforme e si effettua il getto.

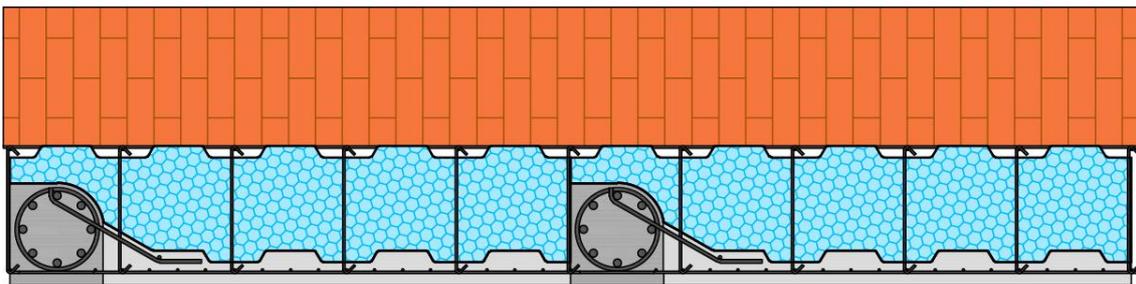


Figura 18: Rimozione dei casseri dei pilastri

Si osserva che anche in questo caso risulta necessario alternare per ogni piano getti di calcestruzzo per gli elementi del telaio a proiezioni di spritz-beton per la parete, dilatando sia i tempi sia i costi di realizzazione.

### 3.3 Terza proposta

Infine, la terza ed ultima proposta presenta un maggiore spessore del pannello di polistirene in modo tale da consentire il getto di travi e pilastri senza la necessità di realizzare la parete in calcestruzzo proiettato in più fasi. Inoltre, la sagomatura del pannello è fatta in modo tale da permettere il posizionamento delle armature di collegamento presenti in Figura 19.

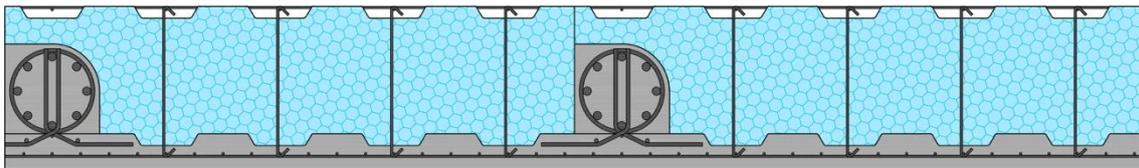


Figura 19: Vista in pianta della terza proposta del modulo Timesafe

#### 3.3.1 Fasi costruttive

L'ultima proposta del sistema di rinforzo Timesafe viene posta in opera secondo le seguenti fasi costruttive:

- Si posiziona sulla facciata del fabbricato esistente un primo modulo a gabbia, composto da pannello in polistirene e dalle relative maglie di acciaio già predisposte dal produttore;

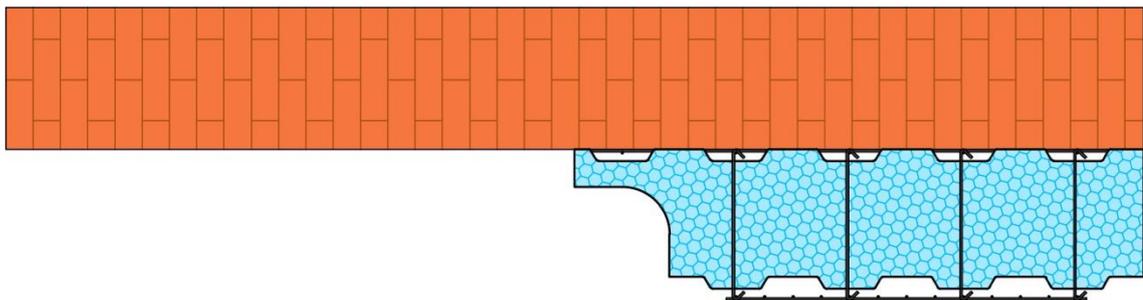


Figura 20: Posa del singolo modulo a gabbia

- In seguito, si inseriscono le armature del pilastro di rinforzo all'interno dello scasso ricavato nel polistirene;

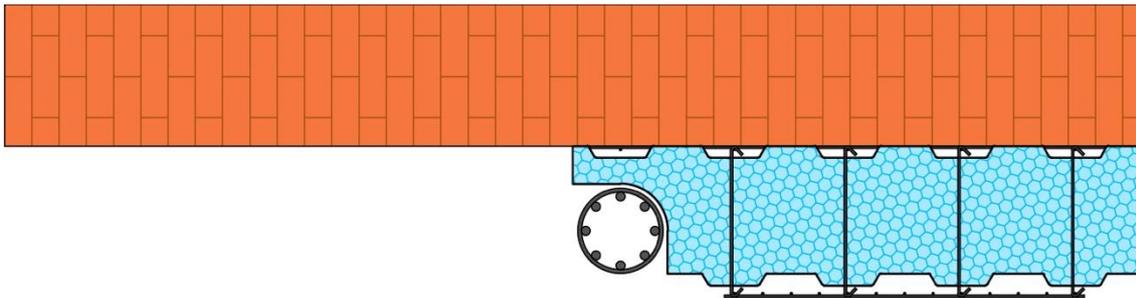


Figura 21: Posa delle armature del pilastro

- Successivamente si prosegue in maniera analoga con il posizionamento dei moduli a gabbia contigui e la disposizione delle armature dei pilastri;

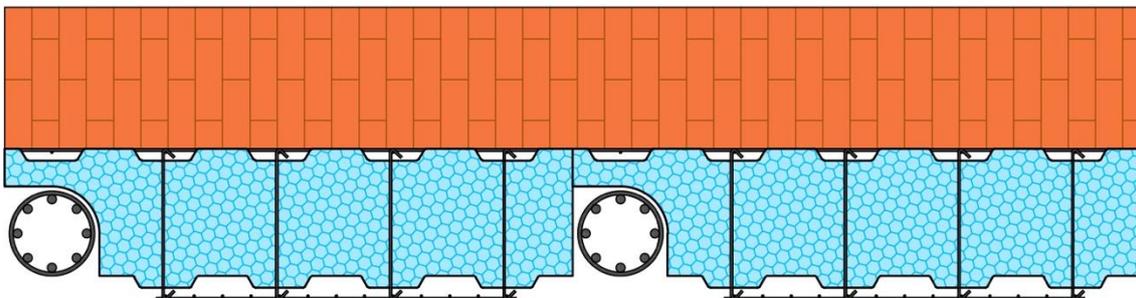


Figura 22: Posa dei moduli contigui e delle armature dei pilastri

- A questo punto è necessario inserire le armature di collegamento, che hanno lo scopo di garantire la continuità e la buona collaborazione tra pilastri e parete in calcestruzzo proiettato;

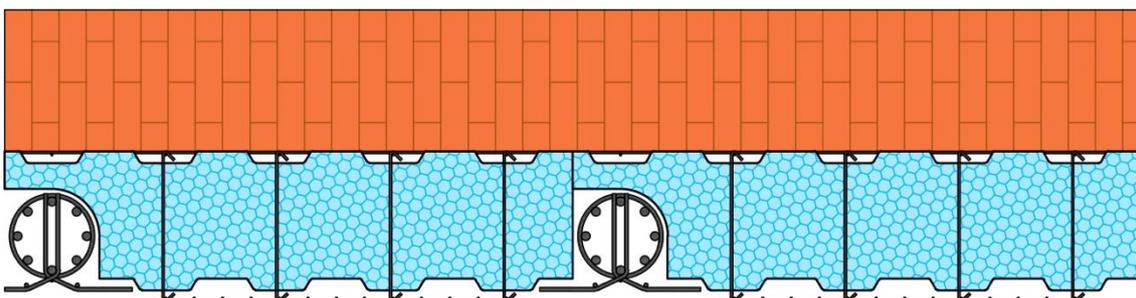


Figura 23: Posa delle armature di collegamento tra pilastri e spritz-beton

- Si posizionano quindi dei casseri che devono presentare speciali sagomature per permettere il passaggio delle armature di collegamento, dopodiché si effettua il getto dei pilastri fino all'intradosso del traverso superiore;

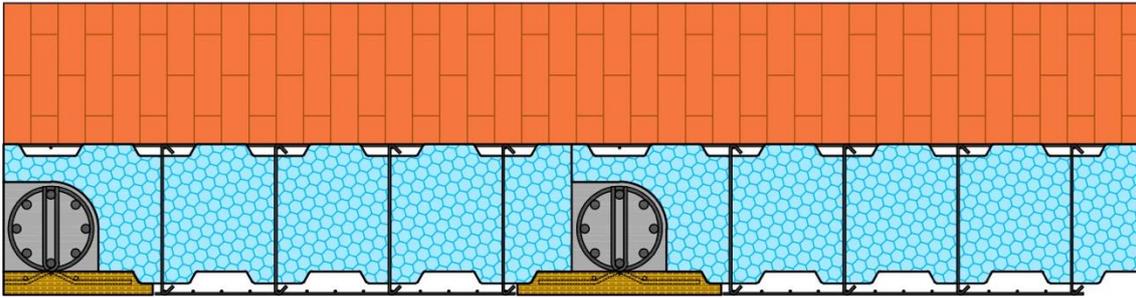


Figura 24: Posizionamento dei casseri e getto dei pilastri

- Una volta indurito il getto dei pilastri è possibile disporre le armature dei traversi, posizionare altri casseri ed effettuare il getto;
- Le operazioni appena descritte vengono ripetute fino al completamento del telaio di rinforzo; una volta induriti tutti i getti degli elementi in calcestruzzo del telaio è necessario rimuovere i casseri e disporre le maglie in acciaio per garantire continuità all'armatura della parete;

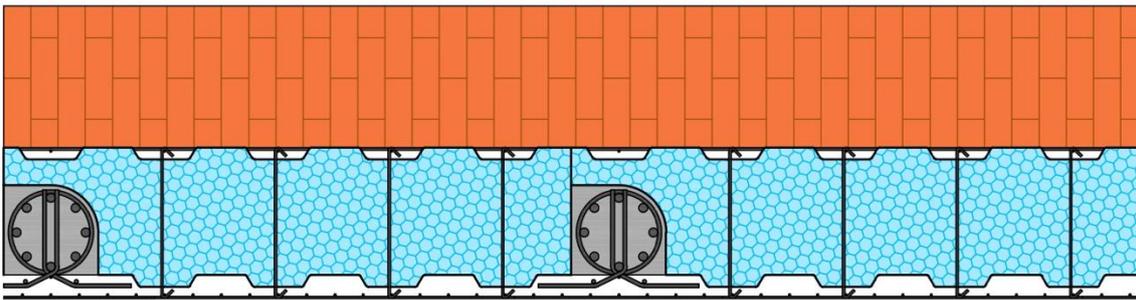


Figura 25: Rimozione dei casseri e posizionamento della maglia di continuità

- Come ultima fase si effettua su tutte le facciate dell'edificio un'unica proiezione di spritz-beton in modo da creare la parete esterna di completamento.

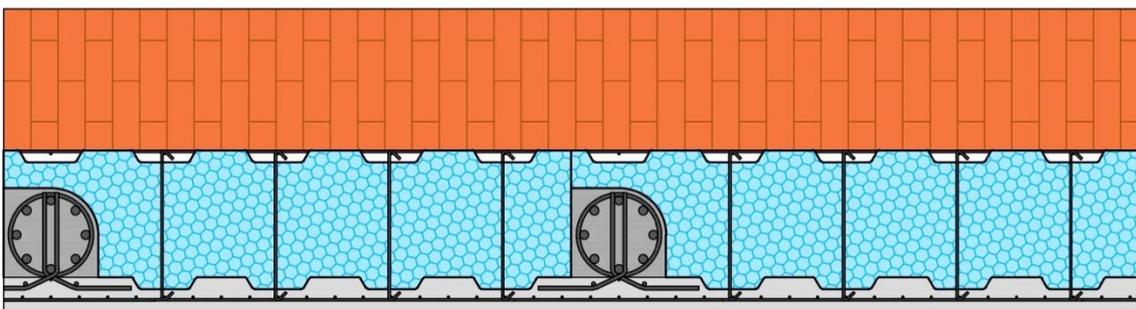


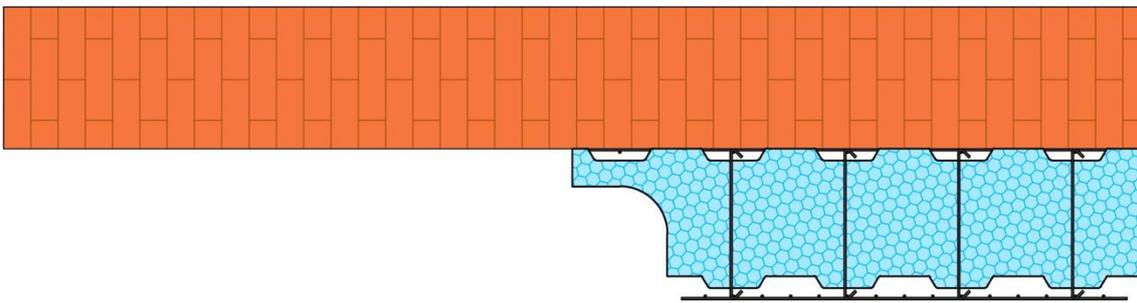
Figura 26: Getto di completamento con calcestruzzo proiettato

Questa soluzione risulta più conveniente delle precedenti perché consente di gettare in una prima fase tutti gli elementi del telaio di rinforzo e solo alla fine realizzare la parete di completamento in calcestruzzo proiettato. Questo accorgimento è particolarmente vantaggioso perché consente di far intervenire separatamente le maestranze addette alle opere di carpenteria e quelle specializzate per la posa in opera dello spritz-beton, riducendo sensibilmente i tempi e soprattutto i costi.

Per evitare l'utilizzo di casseri sagomati appositamente e dotati di asole per le armature di collegamento si è pensata una soluzione costruttiva alternativa a quella appena mostrata. Tale variazione non comporta modifiche dal punto di vista della geometria degli elementi e del funzionamento strutturale, tuttavia permette di evitare la fase di cassetatura e le problematiche ad essa legate.

In questo caso le fasi costruttive sono le seguenti:

- Innanzitutto, si dispone sulla facciata del fabbricato esistente un primo modulo a gabbia;



*Figura 27: Posa del singolo modulo a gabbia*

- In seguito, si inseriscono le armature del pilastro di rinforzo all'interno dello scasso ricavato nel polistirene;

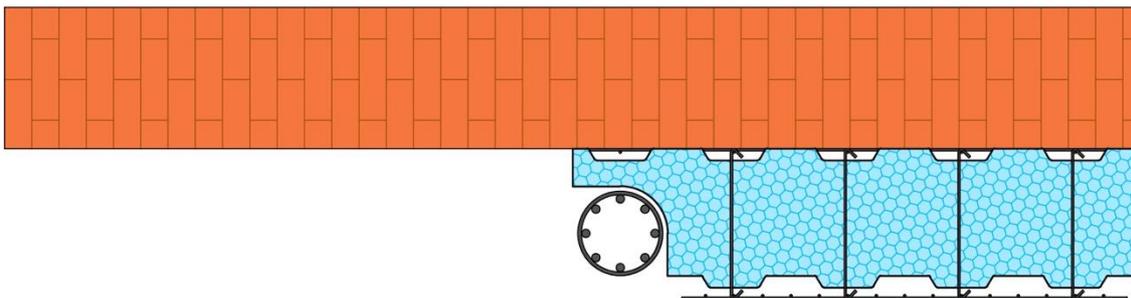


Figura 28: Posa delle armature del pilastro

- Successivamente si prosegue in maniera analoga con il posizionamento dei moduli a gabbia contigui e la disposizione delle armature dei pilastri;

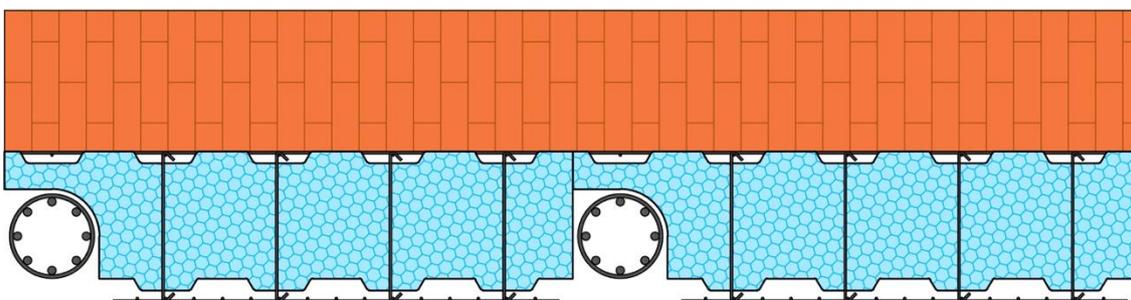


Figura 29: Posa dei moduli contigui e delle armature dei pilastri

- A questo punto è necessario disporre le armature di collegamento, che in questo caso vengono fornite con una rete a maglia fine il cui scopo è quello di impedire al calcestruzzo proiettato di entrare all'interno del pilastro, che verrà gettato successivamente. Tali elementi garantiscono altresì la continuità della maglia di armatura interna alla parete in sprintz-beton;

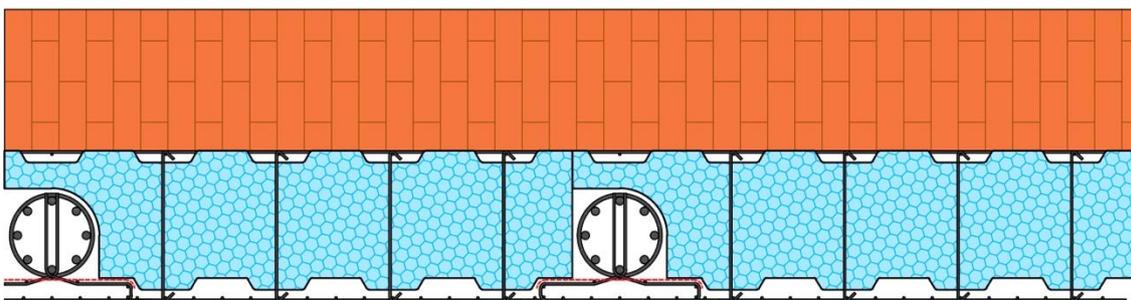
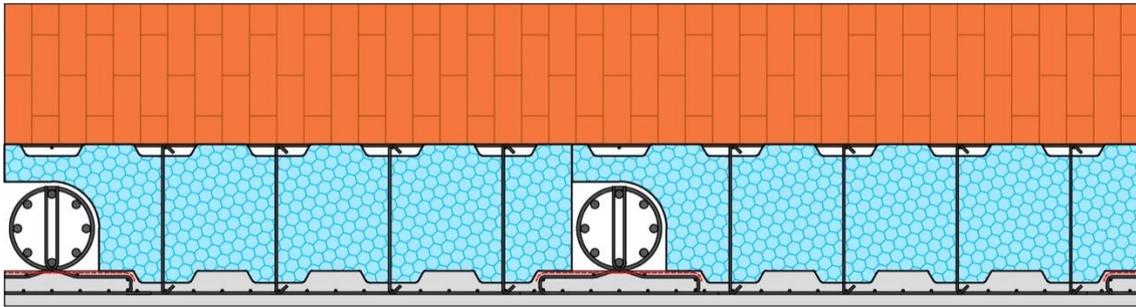


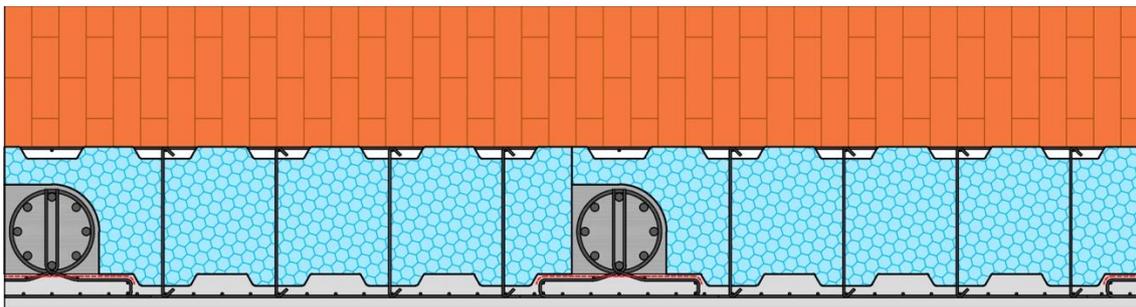
Figura 30: Disposizione delle armature di collegamento con rete di contenimento dello sprintz-beton

- A differenza del caso precedente, stavolta la parete di calcestruzzo proiettato viene realizzata prima del getto dei pilastri;



*Figura 31: Getto della parete di calcestruzzo proiettato*

- Una volta indurita, la parete in spritz-beton funge da cassero per il getto dei pilastri, il quale viene effettuato fino alla quota d'intradosso del traverso superiore (avendo cura di lasciar proseguire le barre in modo da garantire la sovrapposizione con le armature del pilastro superiore);



*Figura 32: Getto dei pilastri*

- Si posizionano quindi al di sopra del modulo dei blocchi cassero in polistirene all'interno dei quali vengono disposte le armature del traverso ed infine viene effettuato il getto.

In questa soluzione è necessario procedere un piano alla volta, alternando proiezioni di spritz-beton a getti di calcestruzzo, per cui si ha un aumento dei costi. Tuttavia, evitando l'utilizzo di casseri, si semplificano notevolmente le operazioni di cantiere per cui globalmente questa soluzione risulta più vantaggiosa.

## 4. Dimensionamento di massima delle armature del telaio di rinforzo

---

Prima di procedere con la modellazione di dettaglio del singolo modulo di rinforzo è stato necessario effettuare un dimensionamento delle armature da disporre all'interno di pilastri e travi.

Per effettuare questa operazione si fa riferimento alle sollecitazioni sismiche di progetto relative ad una generica struttura intelaiata in calcestruzzo armato esistente, rinforzata con il sistema Timesafe. La struttura oggetto d'intervento risulta ben progettata nei confronti dei carichi verticali ma vulnerabile rispetto alle azioni sismiche.



*Figura 33: Modello Midas Gen della struttura esistente*

Le sollecitazioni di progetto sono state definite in accordo con le prescrizioni dell'attuale quadro normativo (NTC2018), applicando un'analisi dinamica modale con spettro di risposta. Nell'ipotesi che la struttura sorga in Zona Sismica 2 nel comune di Rimini è stato definito uno spettro SLV caratterizzato dai seguenti parametri.

**Parametri indipendenti**

STATO LIMITE	SLV
$a_d$	0.183 g
$F_o$	2.487
$T_C^*$	0.296 s
$S_S$	1.427
$C_C$	1.570
$S_T$	1.000
$q$	1.500

**Parametri dipendenti**

$S$	1.427
$\eta$	0.667
$T_B$	0.155 s
$T_C$	0.464 s
$T_D$	2.333 s

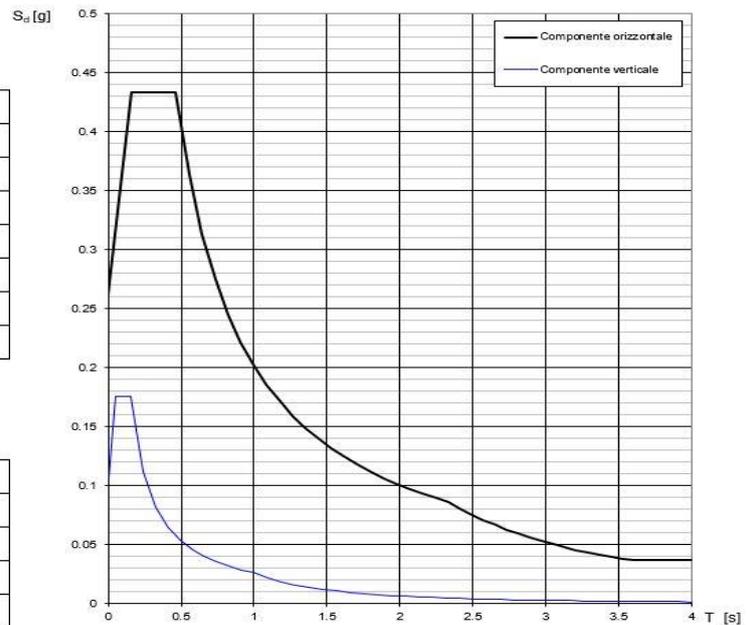


Figura 34: Parametri e grafico spettro di risposta SLV

Il rinforzo è stato modellato utilizzando elementi “*beam*” per rappresentare pilastri, traversi ed elementi di collegamento; non è stata modellata in questo caso la parete in calcestruzzo proiettato in quanto, studiando una situazione di Stato Limite Ultimo, essa non si considera. Gli elementi di collegamento sono barre d’armatura presenti a livello di piano e posizionati in corrispondenza di ogni nodo traverso-pilastro.

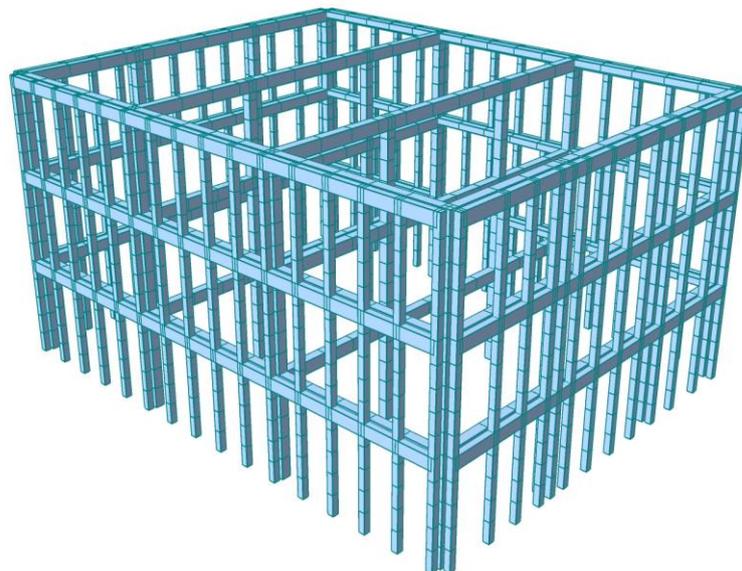


Figura 35: Modello Midas Gen della struttura rinforzata

Una volta generato il modello si definiscono i carichi verticali agenti e si applica lo spettro di risposta SLV, quindi si effettua l'analisi dinamica modale: in particolare sono state create tutte le combinazioni sismiche facendo riferimento alla regola di ortogonalità:

$$E = E_x \pm 0,3E_y$$

$$E = E_y \pm 0,3E_x$$

Trattandosi di una struttura intelaiata in calcestruzzo armato la norma consente di trascurare l'effetto dell'azione sismica verticale.

Il progetto delle armature può essere fatto in modo automatico all'interno del software facendo riferimento al quadro normativo scelto (in questo caso NTC2018 e ove non disponibili EC2).

## 4.1 Dimensionamento dell'armatura dei pilastri

In primo luogo, si procede al dimensionamento dell'armatura dei pilastri. Per resistere a taglio si utilizzano delle staffe elicoidali  $\Phi 8$  e si fa riferimento al passo suggerito da Midas Gen, pari a **150 mm**.

Poiché in Midas Gen non è possibile posizionare le armature in maniera circolare su un pilastro a sezione quadrata le verifiche a pressoflessione retta dei pilastri del telaio di rinforzo vengono eseguite su VCA-SLU.

I pilastri maggiormente sollecitati nel modello globale della struttura risultano quelli nelle zone d'angolo del piano terra, pertanto dal modello globale di Midas Gen si estraggono le sollecitazioni ottenute dalle diverse combinazioni di carico in corrispondenza di questi elementi. Si procede quindi alla verifica del pilastro su VCA-SLU, dalla quale si ottiene il dominio di resistenza riportato nella seguente immagine.

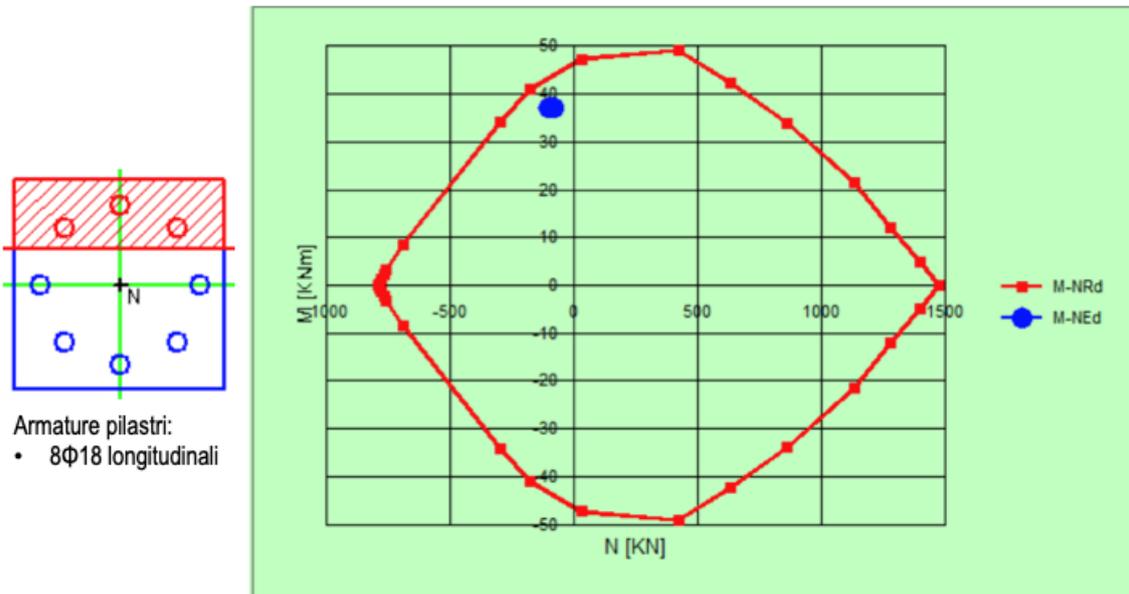


Figura 36: Dominio di resistenza a pressoflessione dei pilastri d'angolo al piano terra

La verifica risulta soddisfatta solamente se si posizionano 8 $\phi$ 18 disposti come in figura.

Poiché i pilastri soggetti a sollecitazioni così gravose risultano essere solamente quelli del piano terra situati nei quattro angoli del fabbricato, si ritiene opportuno eseguire una verifica anche su altri pilastri in diverse posizioni. L'esito di queste ulteriori verifiche viene riassunto nel dominio di resistenza di seguito riportato.

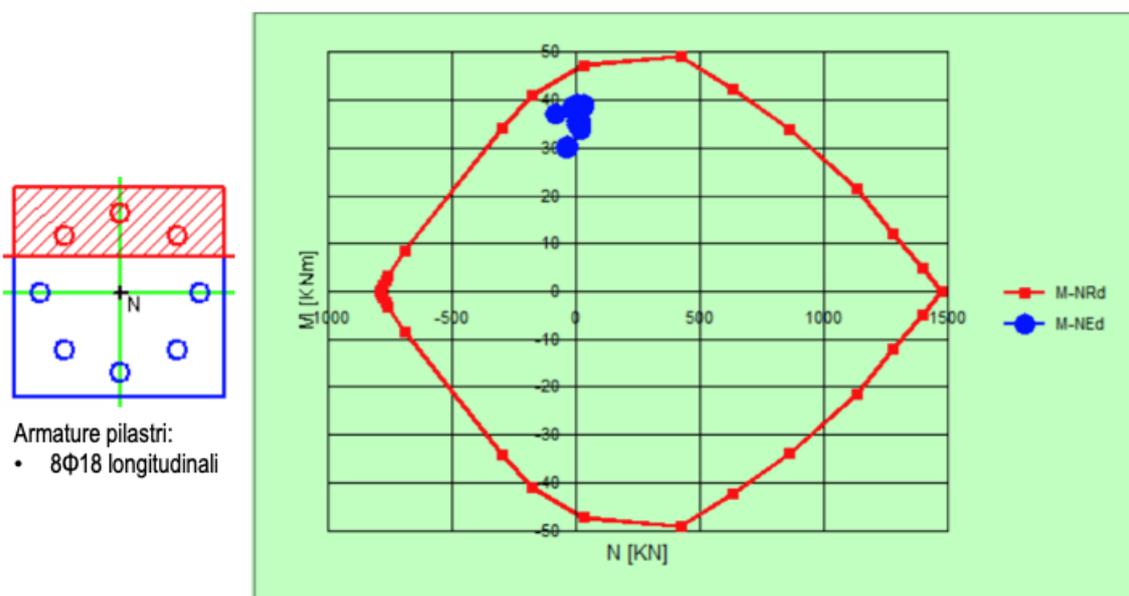


Figura 37: Dominio di resistenza a pressoflessione degli altri pilastri maggiormente sollecitati

Anche in questo caso la verifica risulta soddisfatta solamente se si progettano i pilastri con 8 barre  $\phi 18$  disposte circolarmente.

## 4.2 Dimensionamento dell'armatura dei traversi

Il progetto dell'armatura dei traversi viene eseguito integralmente all'interno del software Midas Gen, inserendo in ingresso i valori di copriferro ( $c = 27$  mm) e specificando il diametro e la disposizione delle armature longitudinali e trasversali che si vogliono utilizzare. Di seguito si riporta l'esito del dimensionamento eseguito dal software per il traverso maggiormente sollecitato.

### 1. Design Information

Design Code	Eurocode2:04 & NTC2018	Unit System	kN, m
Material Data	$f_{ck} = 30000$ , $f_{yk} = 450000$ , $f_{yw} = 450000$ KPa		
Section Property	Traversi di piano (No : 7)	Beam Span	1.65m

### 2. Section Diagram

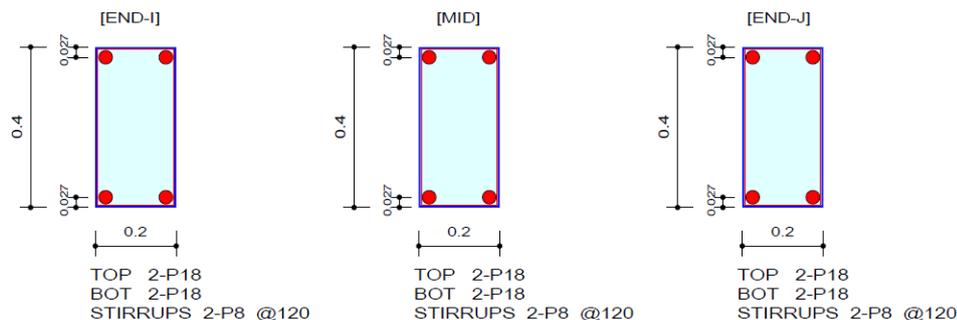


Figura 38: Riepilogo delle normative applicate e delle armature disposte

### 3. Bending Moment Capacity

	END-I	MID	END-J
(-) Load Combination No.	8	8	8
Moment ( $M_{Ed}$ )	64.51	40.25	64.41
Factored Strength ( $M_{Rd}$ )	69.82	69.82	69.82
Check Ratio ( $M_{Ed}/M_{Rd}$ )	0.9240	0.5765	0.9226
Neutral Axis ( $x/d$ )	0.1021	0.1021	0.1021
(+) Load Combination No.	4	4	4
Moment ( $M_{Ed}$ )	64.35	40.43	63.68
Factored Strength ( $M_{Rd}$ )	69.82	69.82	69.82
Check Ratio ( $M_{Ed}/M_{Rd}$ )	0.9217	0.5791	0.9120
Neutral Axis ( $x/d$ )	0.1021	0.1021	0.1021
Required Rebar Top ( $A_{s\_top}$ )	0.0005	0.0003	0.0005
Required Rebar Bot ( $A_{s\_bot}$ )	0.0005	0.0003	0.0005

Figura 39: Dimensionamento a flessione delle armature longitudinali

Si osserva che la verifica a flessione del traverso maggiormente sollecitato risulta soddisfatta disponendo 4 $\phi$ 18.

#### 4. Shear Capacity

	END-I	MID	END-J
Load Combination No.	4	4	4
Factored Shear Force (V_Ed)	106.44	106.99	107.26
Shear Strength by Conc.(V_Rdc)	42.39	42.39	42.39
Shear Strength by Rebar.(V_Rds)	109.47	109.47	109.47
Shear Strength by Rebar.(V_Rdmax)	285.35	285.35	285.35
Required Shear Reinf. (Asw)	0.0008	0.0008	0.0008
Required Stirrups Spacing	2-P8 @120	2-P8 @120	2-P8 @120
Shear Ratio by Conc	2.5108	2.5238	2.5303
Shear Ratio by (V_Rds ; V_Rdmax)	0.9723	0.9774	0.9799
Check Ratio	0.9723	0.9774	0.9799

*Figura 40: Dimensionamento a taglio delle armature trasversali del traverso*

Osservando in particolare il coefficiente di sicurezza del dimensionamento a taglio si nota come questo sia molto prossimo a 1, ragion per cui si sceglie, a favore di sicurezza, di ridurre il passo delle staffe  $\phi$ 8 da 120 mm a **100 mm**.

## 5. Modellazione di dettaglio del sistema

La modellazione numerica del singolo modulo di rinforzo è stata eseguita utilizzando in una prima fase il software Midas FEA, in seguito si è deciso di ricostruire i modelli nel più recente programma di calcolo agli elementi finiti Midas FEA NX e proseguire le analisi utilizzando quest'ultimo. Esso infatti risulta avere un meshatore molto più potente del precedente, inoltre facendo qualche analisi non lineare di prova si è osservato che FEA NX risulta più stabile anche a livello di soluzione. Infatti, il produttore Midas ha ora rimosso dal mercato la versione più obsoleta di FEA e l'ha sostituito con il più aggiornato e potente FEA NX.

La modellazione tridimensionale in Midas FEA NX può essere effettuata utilizzando elementi solidi tetraedrici (TETRA), pentaedrici (PENTA) o esaedrici (HEXA), le cui funzioni di forma possono essere lineari o quadratiche. I tetraedri con 4 nodi, i pentaedri con 6 nodi e gli esaedri con 8 nodi sono elementi lineari, mentre i tetraedri con 10 nodi, i pentaedri con 15 nodi e gli esaedri con 20 nodi sono elementi quadratichi.

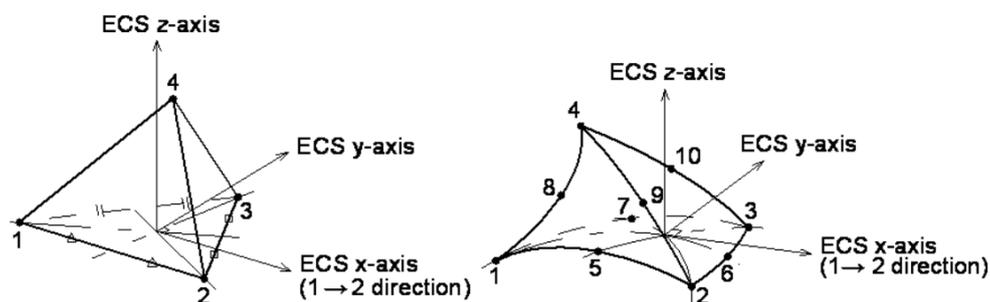


Figura 41: Elementi tetraedrici

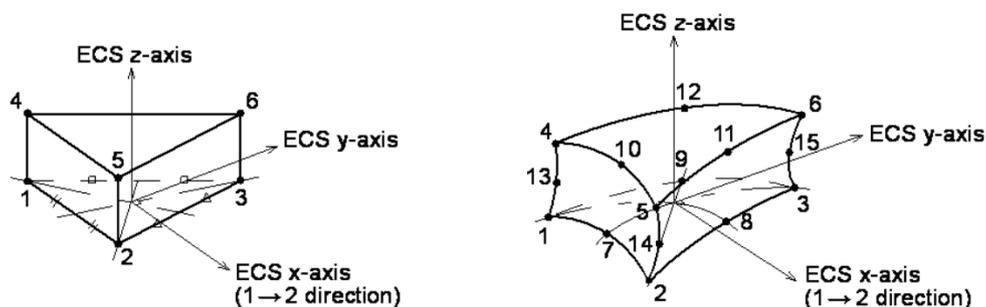


Figura 42: Elementi pentaedrici

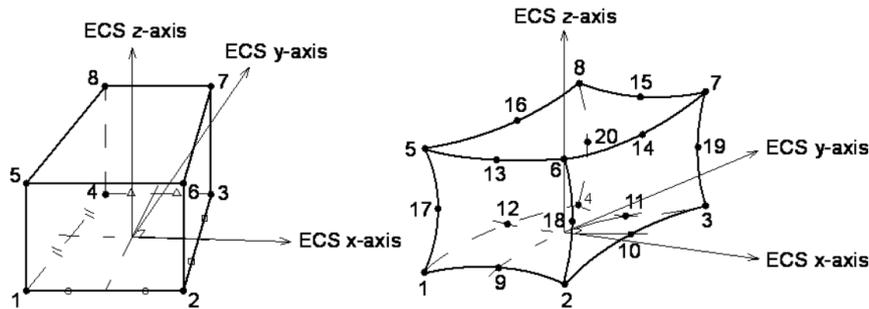


Figura 43: Elementi esaedrici

Gli elementi esaedrici lineari in genere portano a dei risultati più accurati sia in termini di tensioni sia in termini di deformazioni rispetto agli elementi tetraedrici e pentaedrici. Tuttavia, in generale, per non appesantire l'analisi, si consiglia di utilizzare gli elementi esaedrici o quadratici solamente nelle zone del modello in cui è richiesta una maggiore precisione.

Nel caso di studio, al fine di rappresentare al meglio la geometria del modulo di rinforzo Timesafe senza appesantire in modo eccessivo il modello, si è scelto di utilizzare elementi tetraedrici lineari di dimensione massima pari a 30 mm.

## 5.1 Definizione della geometria

La modellazione della geometria all'interno del software Midas FEA NX è la fase più importante, perché da essa dipende la qualità della mesh e di conseguenza l'affidabilità dei risultati. Attraverso comandi specifici, quali ad esempio le operazioni booleane, è possibile creare solidi con superfici di separazione comuni, tali da rendere le mesh dei due elementi coerenti e congruenti.

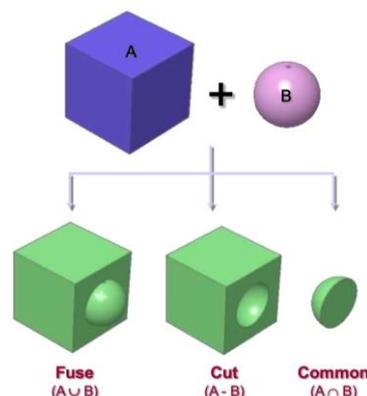


Figura 44: Operazioni booleane tra solidi (somma, differenza e intersezione)



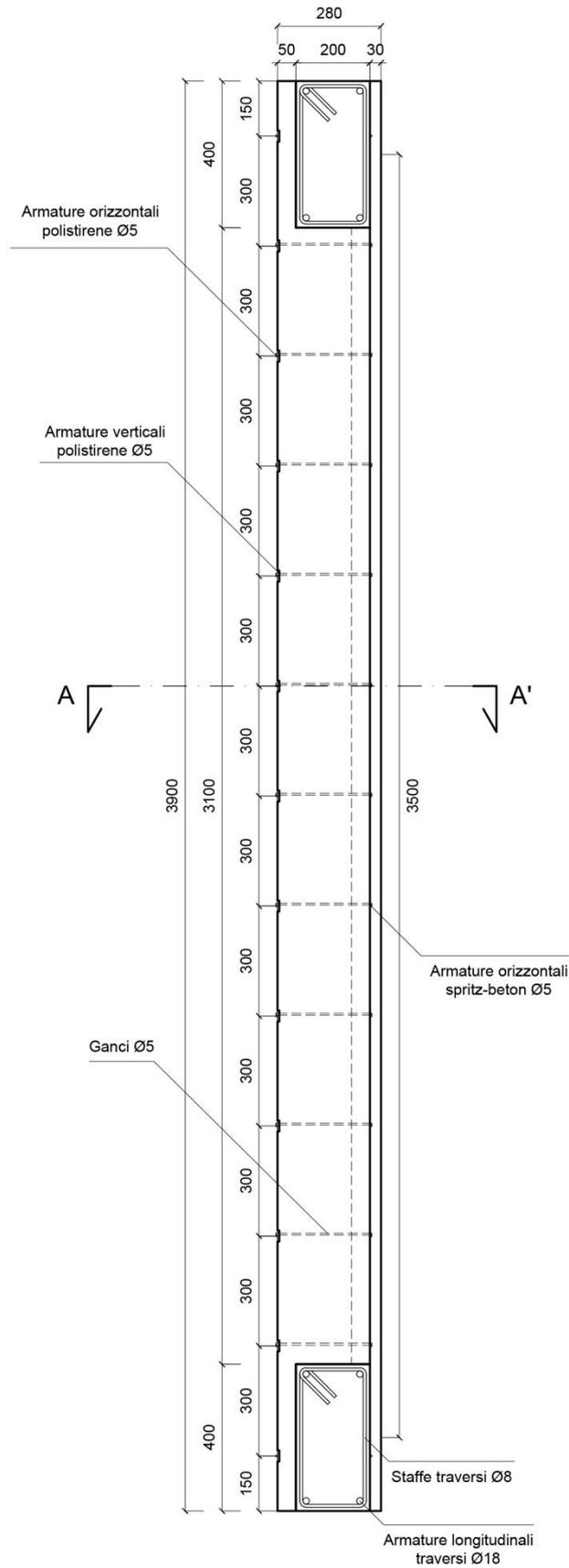


Figura 46: Sezione verticale modulo a gabbia – prima proposta

Nella realizzazione della mesh le scanalature predisposte sul retro del polistirene per l'alloggiamento della maglia metallica vengono rimosse in modo tale da non avere elementi tetraedrici di forma irregolare. Le armature vengono quindi disposte all'interno dello spessore del polistirene. Nell'immagine che segue si riporta il confronto tra la mesh del pannello ottenuta mantenendo le scanalature e rimuovendole, da cui si può osservare la maggiore regolarità degli elementi tetraedrici nel secondo caso. È quindi molto importante sottolineare come la geometria, con le eventuali semplificazioni, debba essere studiata in modo tale da ottimizzare la topologia della mesh.

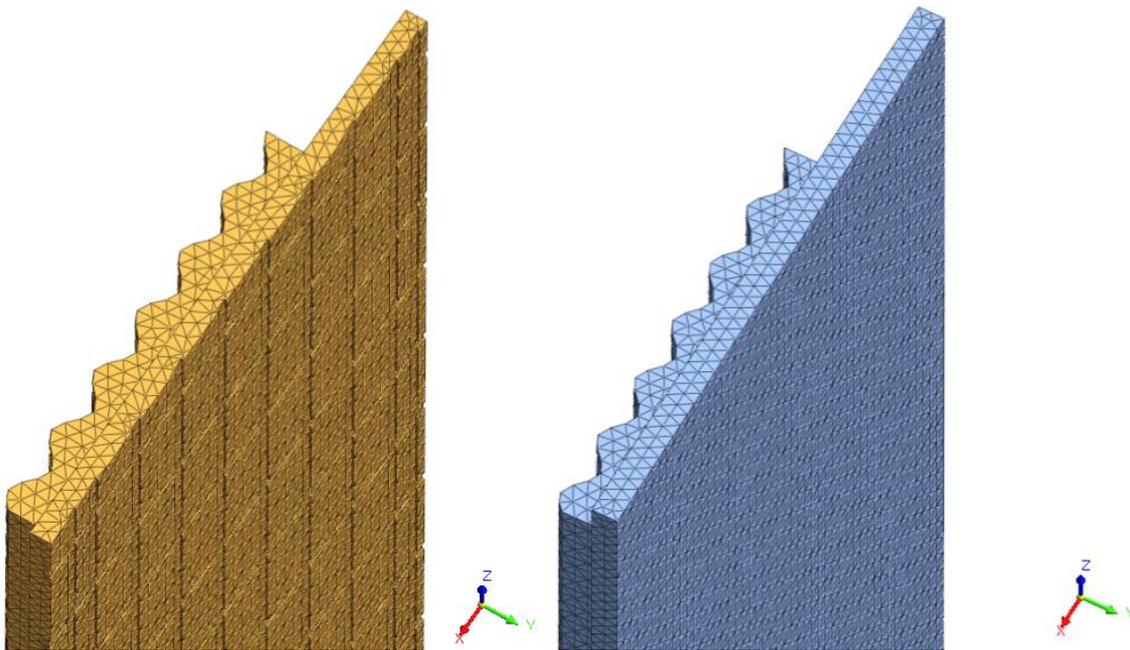


Figura 47: Semplificazione della geometria del pannello coibente

Le geometrie solide che vengono generate all'interno del software sono riportate nelle seguenti immagini, in cui è possibile osservare anche le superfici d'impronta che sono state costruite per rendere le mesh congruenti.

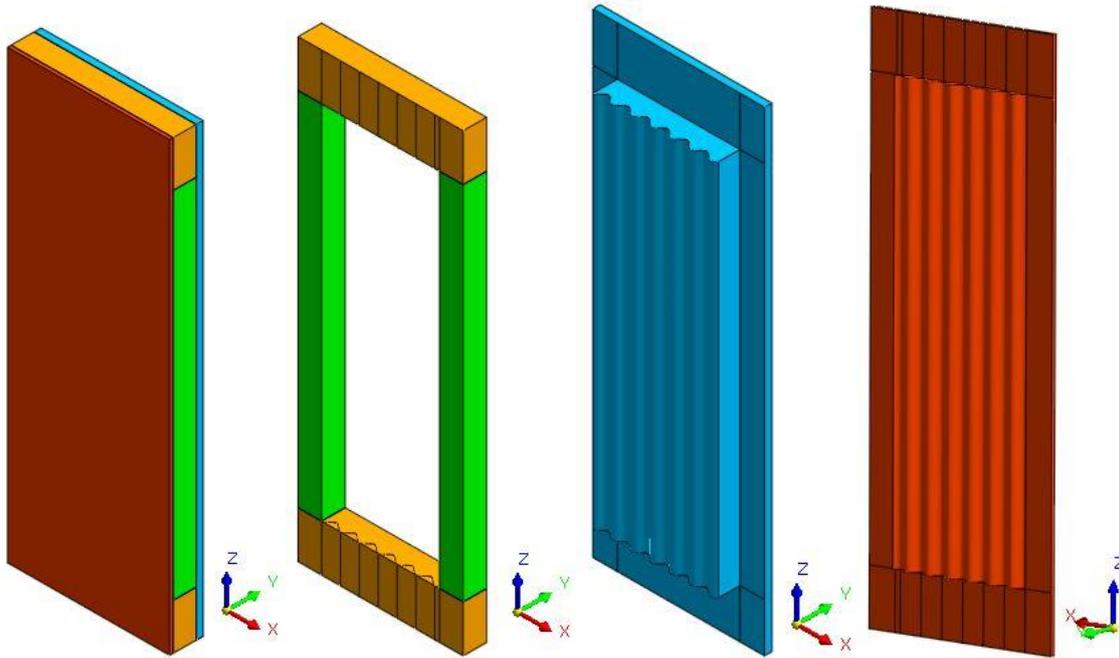


Figura 48: Geometrie solide di Midas FEA NX – prima proposta

### 5.1.2 Seconda proposta

Successivamente è stata modellata anche la seconda proposta le cui dimensioni caratteristiche sono riportate nelle immagini che seguono.

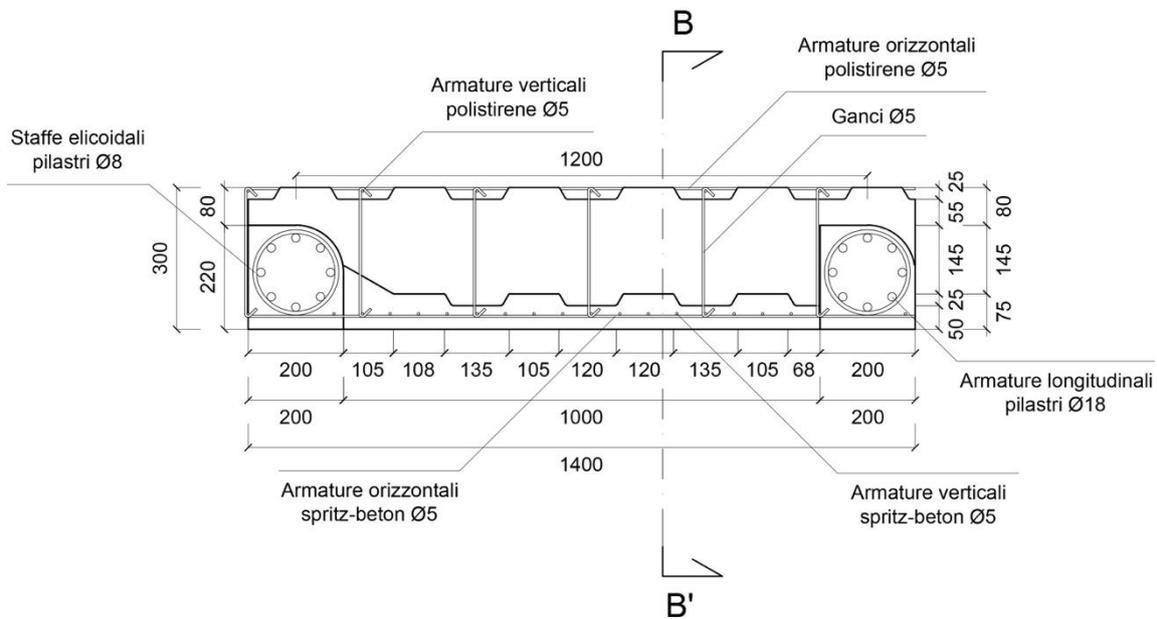


Figura 49: Sezione orizzontale modulo a gabbia – seconda proposta

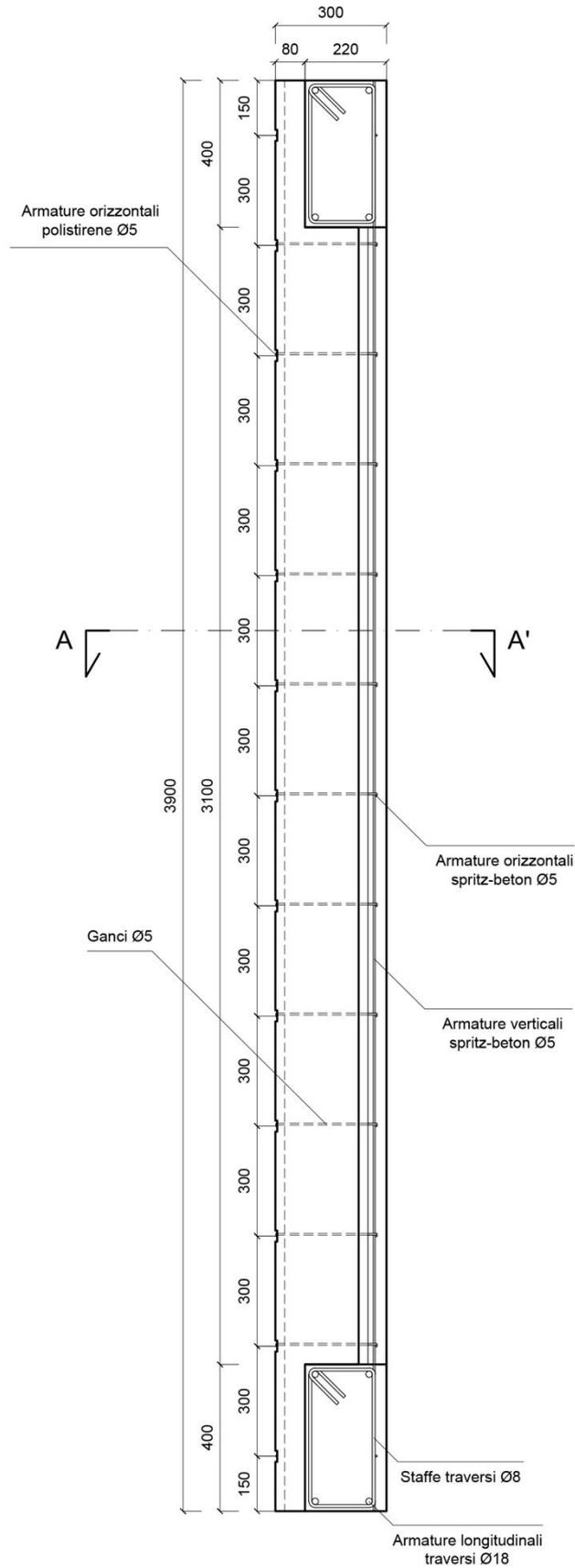
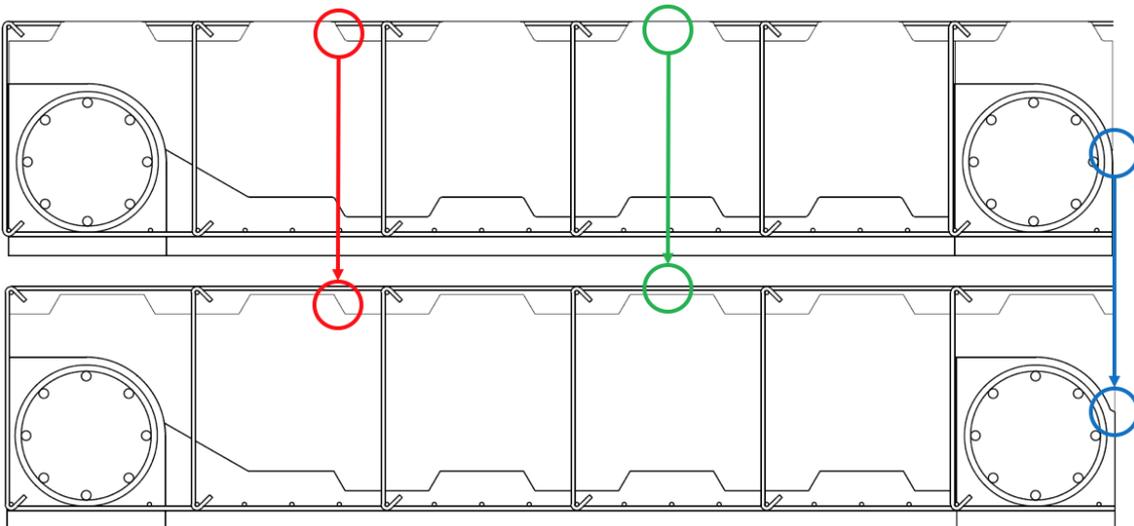


Figura 50: Sezione verticale modulo a gabbia – seconda proposta

Anche in questo caso si è reso necessario applicare delle semplificazioni alla geometria del modello in modo tale da ottenere una mesh il più possibile omogenea.

In particolare, come nel caso precedente, sono state rimosse le scanalature orizzontali presenti sul retro del pannello in polistirene per consentire il posizionamento della maglia metallica. Tuttavia, in questa seconda variante, le armature sia verticali sia orizzontali presenti tra polistirene ed edificio esistente sono state traslate fuori dal pannello isolante e sono state modellate come elementi esterni al polistirene stesso (in verde nella Figura 51). Un'ulteriore semplificazione della geometria è stata fatta sulle scanalature verticali del pannello in polistirene, in particolare i raccordi sono stati linearizzati (in rosso nella Figura 51). Infine, la geometria del pilastro è stata modificata in modo da ottimizzare la topologia della mesh evitando la presenza di elementi irregolari (in blu nella Figura 51).



*Figura 51: Semplificazione della geometria nella seconda proposta*

I solidi che sono stati modellati all'interno del software per rappresentare il modulo di rinforzo Timesafe nella seconda proposta sono riportati nella figura seguente.

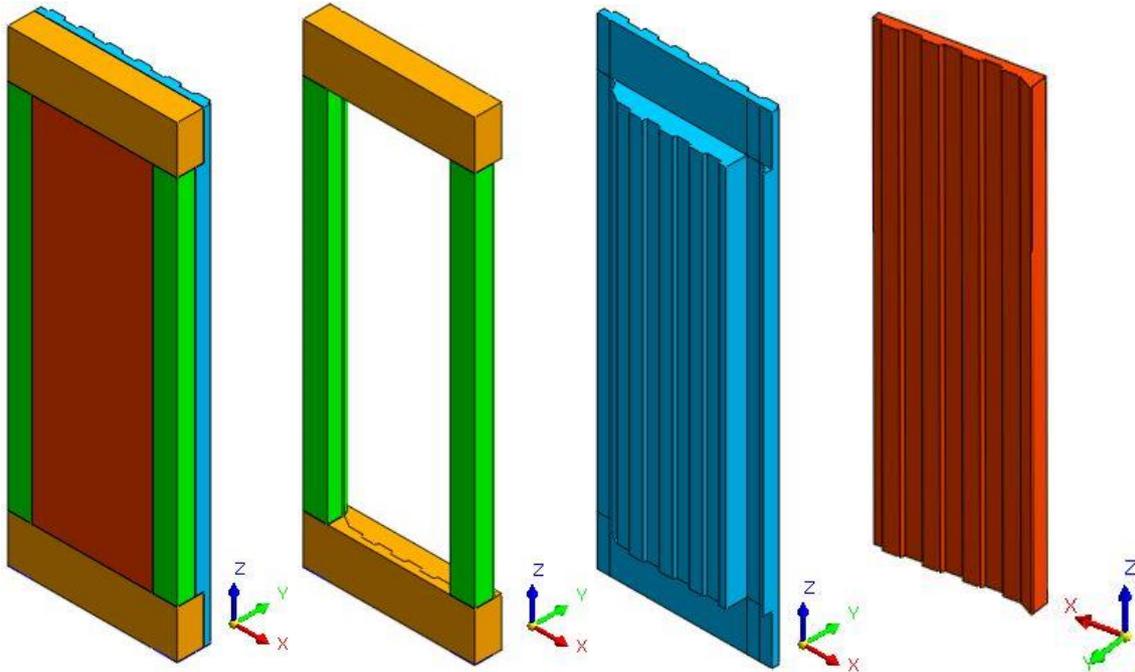


Figura 52: Geometrie solide di Midas FEA NX – seconda proposta

### 5.1.3 Terza proposta

Infine, è stata modellata la terza ed ultima proposta, le cui sezioni orizzontali e verticali con le relative dimensioni sono riportate nelle figure seguenti.

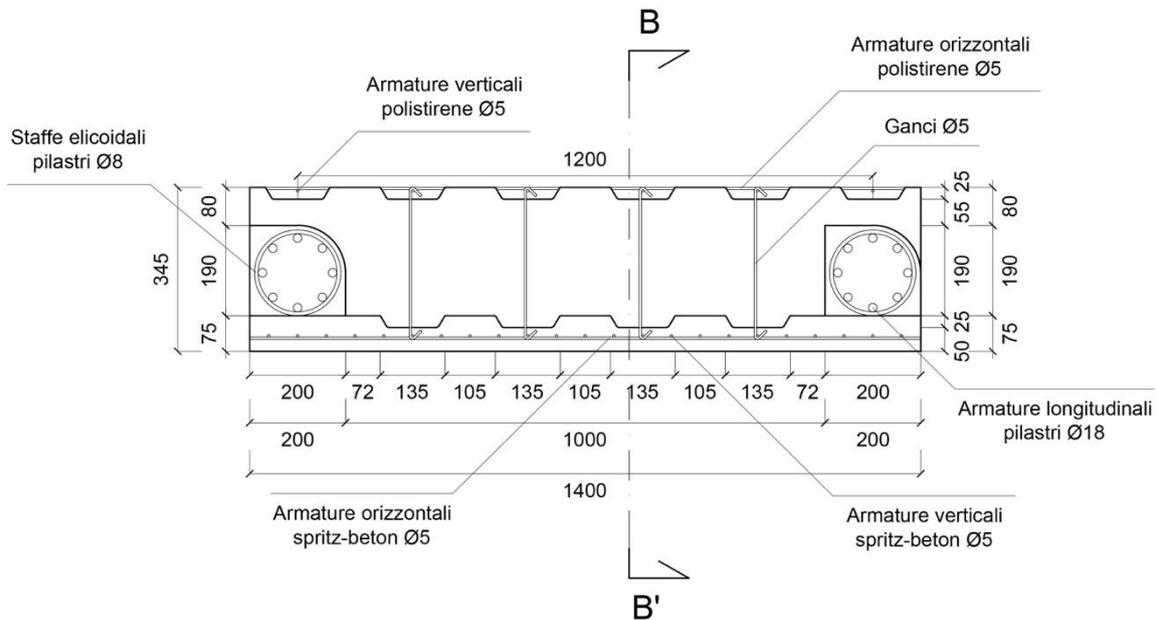


Figura 53: Sezione orizzontale modulo a gabbia – terza proposta

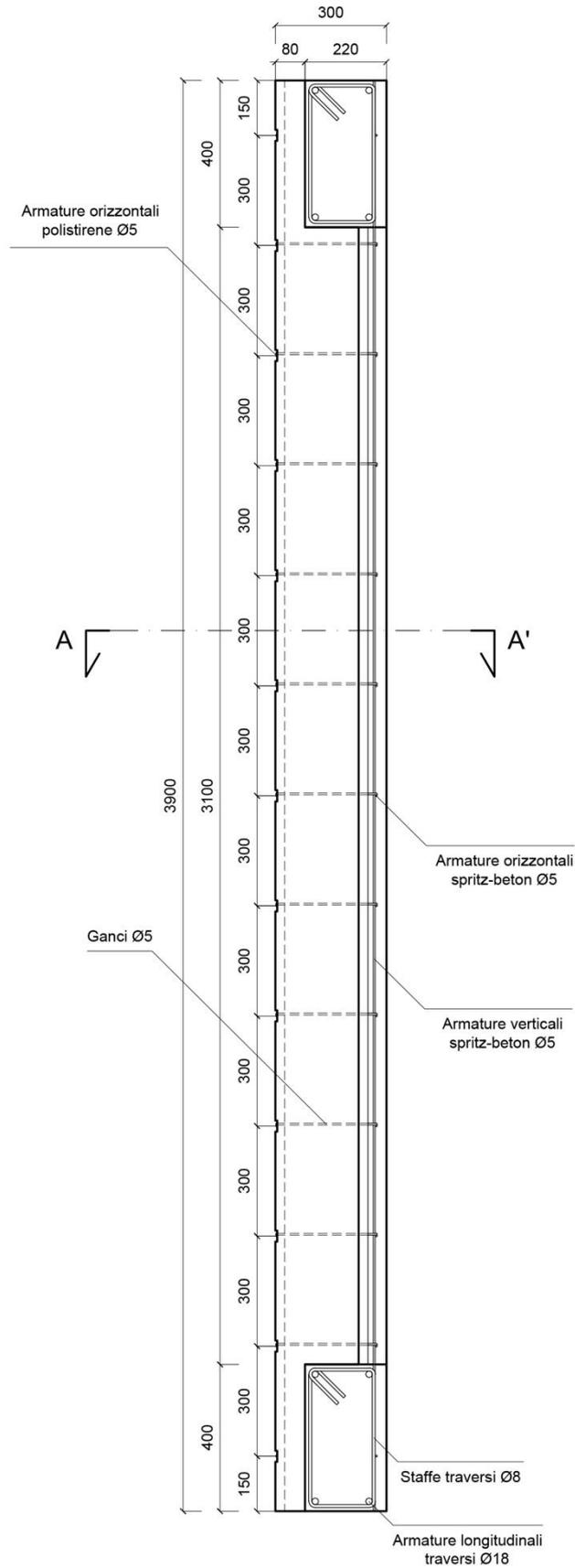


Figura 54: Sezione verticale modulo a gabbia – terza proposta

Anche in questo caso la geometria del pannello è stata semplificata apportando le stesse modifiche illustrate precedentemente in relazione alla seconda proposta.

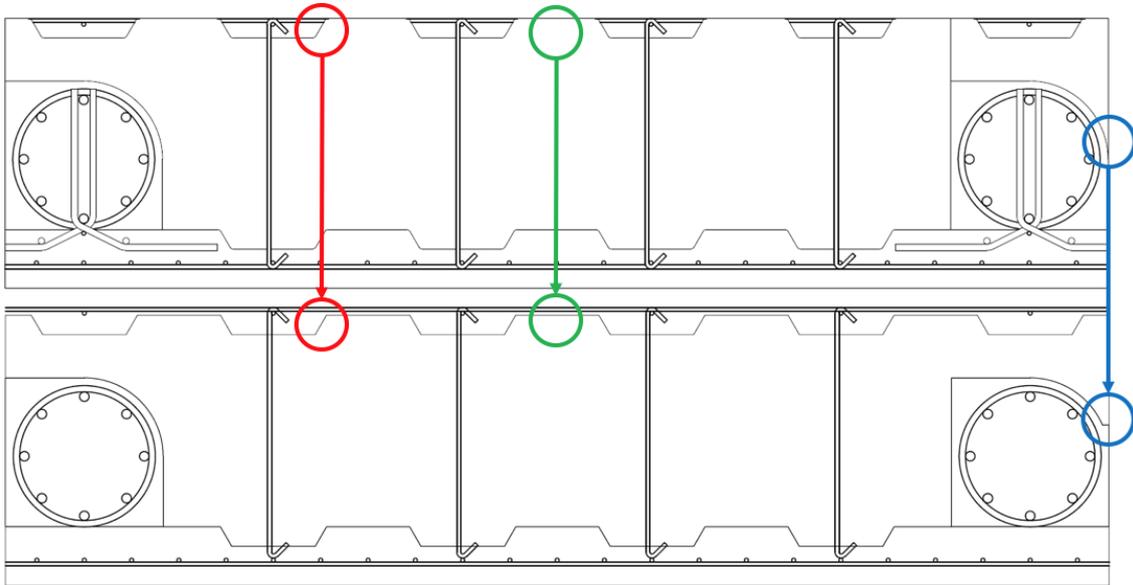


Figura 55: Semplificazione della geometria nella terza proposta

È importante specificare che in questa fase non vengono modellate le armature di collegamento tra pilastri e parete in spritz-beton in quanto si ipotizza che i due getti si possano considerare strutturalmente continui.

Le geometrie solide modellate su Midas FEA NX sono le seguenti.

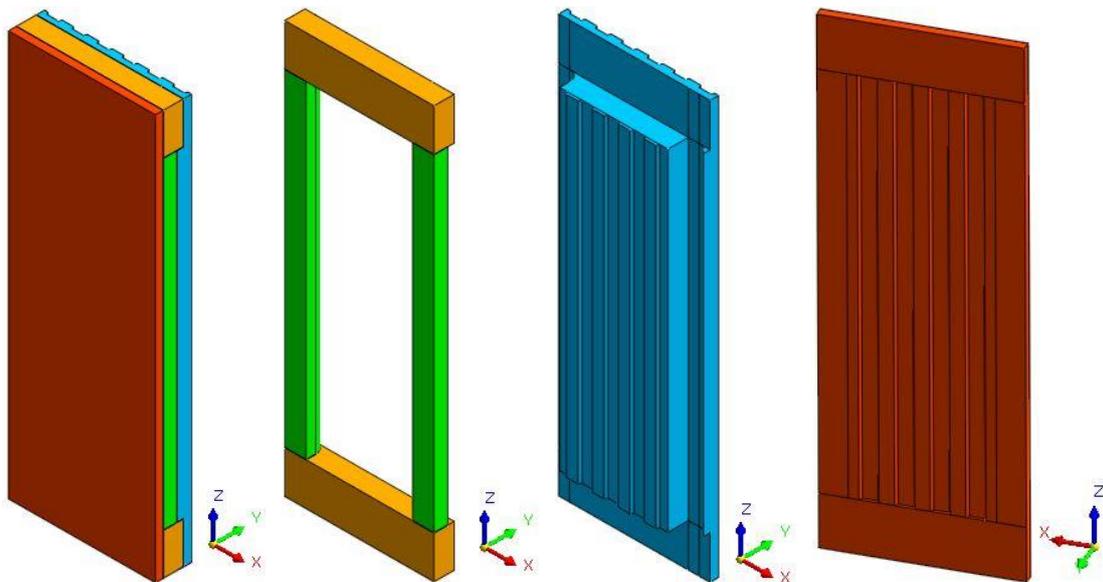


Figura 56: Geometrie solide di Midas FEA NX – terza proposta

## 5.2 Definizione dei materiali

Per quanto riguarda i materiali in tutte e tre le proposte si è ipotizzato di realizzare traversi e pilastri con un calcestruzzo di classe C30/37 con le seguenti caratteristiche.

Property	Value	Unit
ID	2	
Name	C30/37	
Color	Green	
Model	Elastic	
Structure	<input checked="" type="checkbox"/>	
Elastic Modulus (E)	31938	N/mm <sup>2</sup>
Inc. of Elastic Modulus	0	N/mm <sup>3</sup>
Inc. of Elastic Modulus Ref. Height	0	mm
Poisson's Ratio (ν)	0.2	
Unit Weight (γ)	2.3536e-005	N/mm <sup>3</sup>

Figura 57: Caratteristiche fisiche e meccaniche calcestruzzo C30/37

La parete viene modellata invece facendo riferimento ai parametri fisici e meccanici dello spritz-beton, raccolti nella figura seguente.

Property	Value	Unit
ID	1	
Name	Spritz-beton	
Color	Cyan	
Model	Elastic	
Structure	<input checked="" type="checkbox"/>	
Elastic Modulus (E)	20000	N/mm <sup>2</sup>
Inc. of Elastic Modulus	0	N/mm <sup>3</sup>
Inc. of Elastic Modulus Ref. Height	0	mm
Poisson's Ratio (ν)	0.2	
Unit Weight (γ)	1.85e-005	N/mm <sup>3</sup>

Figura 58: Caratteristiche fisiche e meccaniche dello spritz-beton

Per quanto riguarda il polistirene i parametri meccanici e fisici sono stati forniti dal produttore e risultano i seguenti.

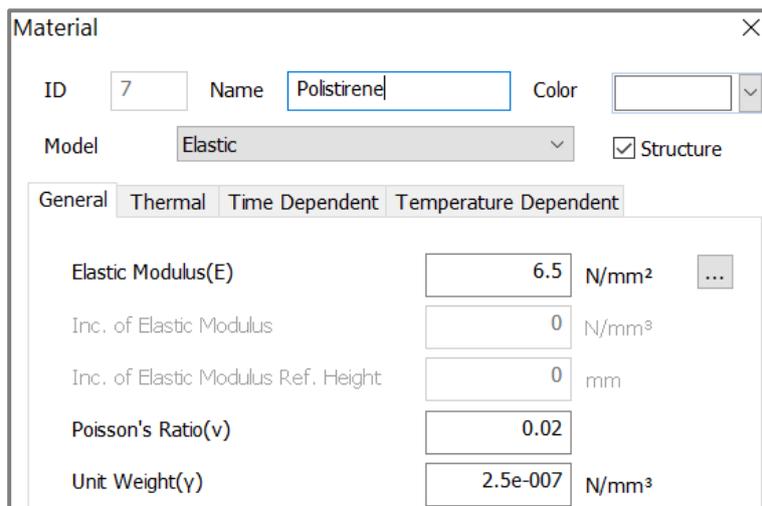


Figura 59: Caratteristiche fisiche e meccaniche del polistirene

Le maglie metalliche disposte all'interno dello spritz-beton e a contatto con il fabbricato esistente, con i relativi ganci di collegamento, sono in acciaio Fe510, come indicato dal produttore.

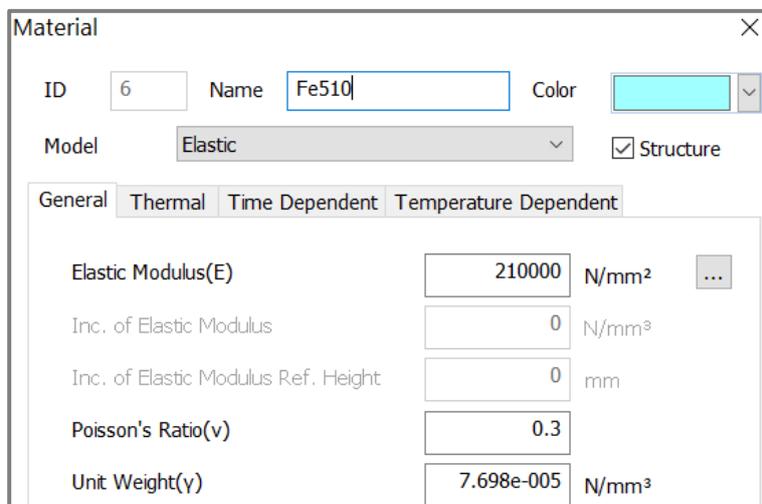


Figura 60: Caratteristiche fisiche e meccaniche di maglie metalliche e ganci

Le armature longitudinali e le staffe di pilastri e traversi sono realizzate, come da disposizioni normative per le costruzioni in calcestruzzo armato in zona sismica, con acciaio B450C.

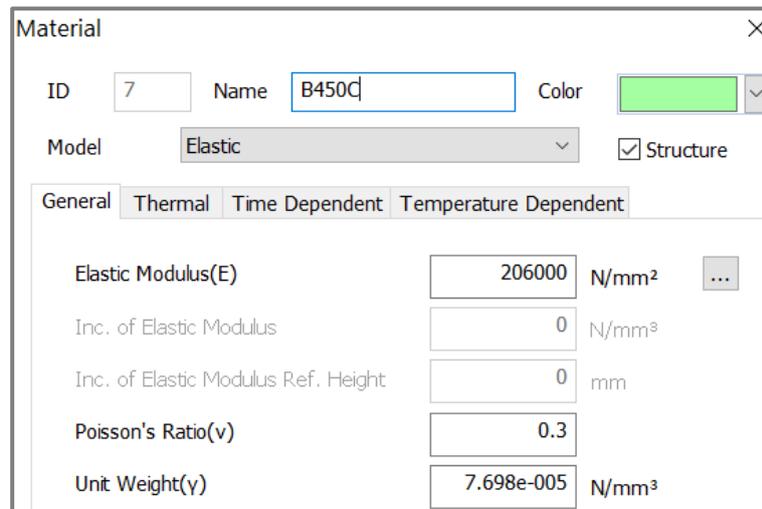


Figura 61: Caratteristiche fisiche e meccaniche delle armature degli elementi del telaio

In questa fase sono state inoltre modellate due superfici di interfaccia: una al contatto tra polistirene e calcestruzzo di pilastri e traversi, l'altra tra pannello isolante e getto di calcestruzzo proiettato. Nell'ambito di un'analisi statica lineare tali elementi di interfaccia non risultano fondamentali perché i parametri lineari  $K_n$  e  $K_t$  che li descrivono non possono in ogni caso simulare in modo corretto lo scorrimento tra calcestruzzo e polistirene. Solo inserendo delle curve di comportamento non lineari dell'interfaccia è possibile cogliere l'effettivo rapporto tra le due superfici a contatto. È stato comunque deciso di modellare le interfacce perché, qualora in seguito si rendesse necessario effettuare delle analisi statiche non lineari per geometria, la loro presenza risulterebbe invece determinante.

Nel caso lineare quindi si inseriscono dei parametri di rigidità in direzione normale ( $K_n$ ) e tangenziale ( $K_t$ ) alla superficie di interfaccia tali da assicurarne un comportamento rigido. Tali caratteristiche sono riassunte nelle immagini seguenti.

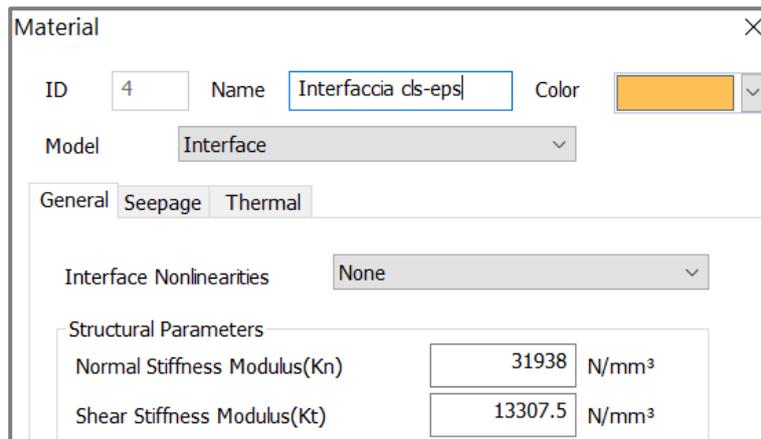


Figura 62: Parametri lineari di rigidità dell'interfaccia cls-eps

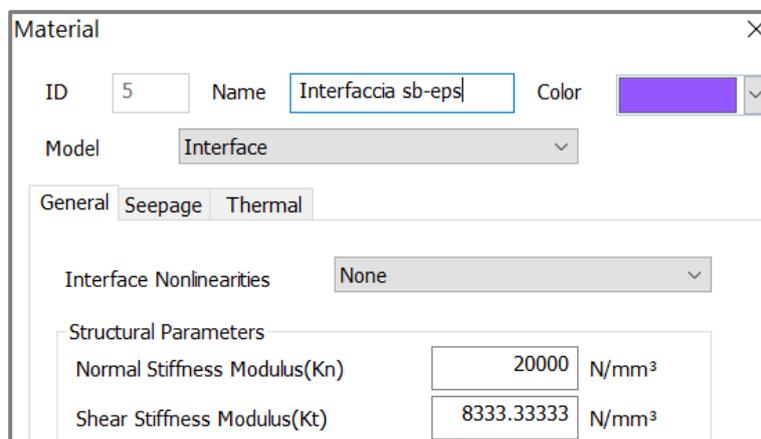


Figura 63: Parametri lineari di rigidità dell'interfaccia sb-eps

## 5.3 Costruzione della mesh

### 5.3.1 Prima proposta

Le componenti del telaio, la parete in spritz-beton e il pannello in polistirene, come anticipato nei paragrafi precedenti, vengono modellati tutti con elementi tetraedrici lineari di dimensione massima pari a 30 mm. In seguito, a ciascuna componente del modulo di rinforzo vengono associate le caratteristiche del materiale che le compone.

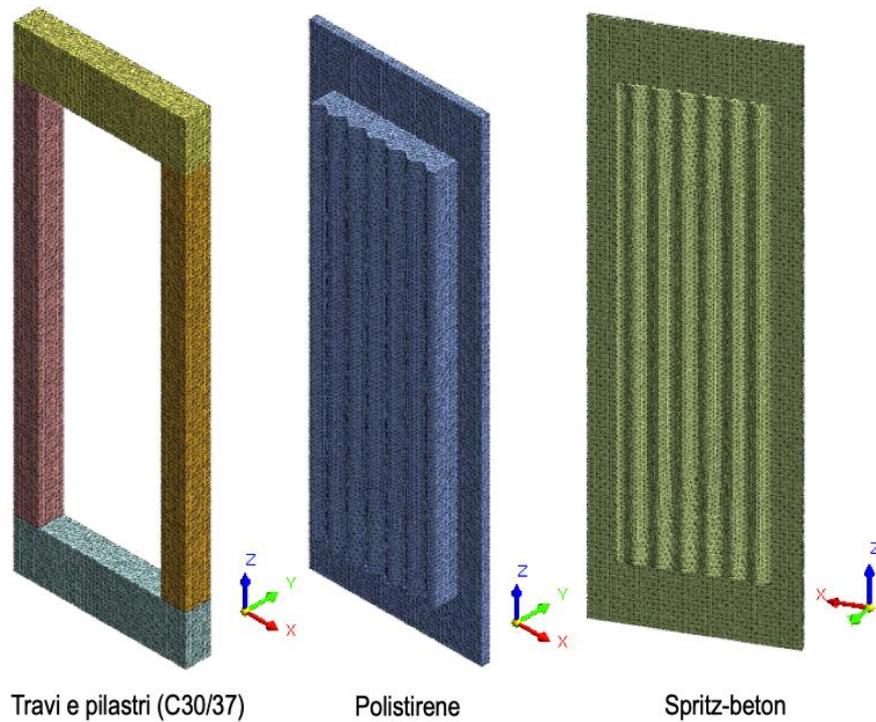


Figura 64: Mesh delle diverse componenti del modulo Timesafe – prima proposta

Dopo aver costruito le mesh tridimensionali delle diverse componenti del modulo di rinforzo si realizzano le superfici di interfaccia, visibili nell'immagine seguente: in rosa è rappresentato il contatto tra polistirene e spritz-beton mentre in viola si osserva quello tra pannello coibentante e calcestruzzo C30/37.

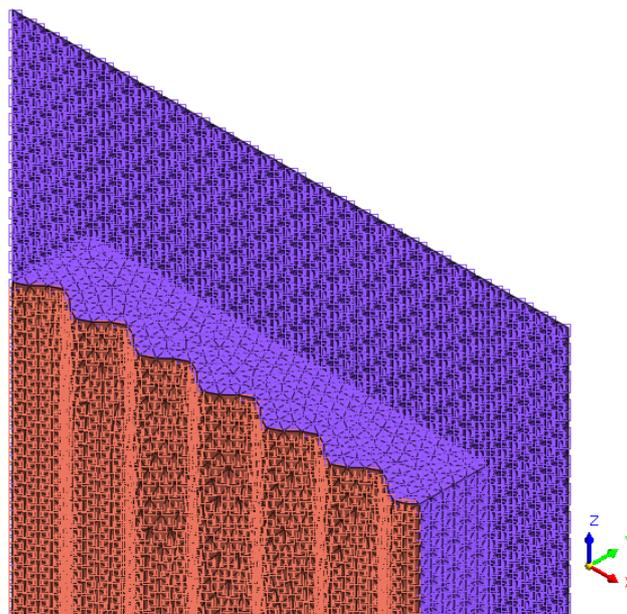


Figura 65: Superfici d'interfaccia - prima proposta

Le armature in questa soluzione sono state tutte create come “*embedded truss*”, ovvero elementi monodimensionali che si trovano all’interno di solidi tridimensionali, detti “*mother elements*”. In questo modo la rigidezza delle armature viene aggiunta a quella dell’elemento continuo in cui si trovano. Pertanto, quando l’utente inserisce degli elementi “*embedded truss*” all’interno di un solido, il software individua in maniera automatica le intersezioni delle armature con i tetraedri che compongono la mesh dell’elemento madre. L’elemento “*embedded*” ed il relativo solido madre vengono assunti perfettamente aderenti. In questo modo l’armatura non ha più dei gradi di libertà propri ma le sue deformazioni vengono ottenute a partire dagli spostamenti dell’elemento madre.

Nella figura seguente si riporta la schermata del programma con le proprietà da definire per un “*embedded truss*”. In particolare, essa è riferita alle armature longitudinali di travi e pilastri, tuttavia vengono modellate allo stesso modo anche le armature all’interno del polistirene e dello spritz-beton.

Embedded Truss	
ID	4
Name	barre P18 TRUSS
Color	[Red Swatch]
Constitutive Behavior: From Material	
Material	6: B450C
Mother Element Type: <input type="radio"/> 2D <input checked="" type="radio"/> 3D	
Cross Sectional Area(A)	254.469005 mm <sup>2</sup>

Figura 66: Esempio di modellazione delle armature di pilastri e traversi come “*embedded truss*”

La disposizione delle armature nel modello appare come illustrato nelle figure seguenti.

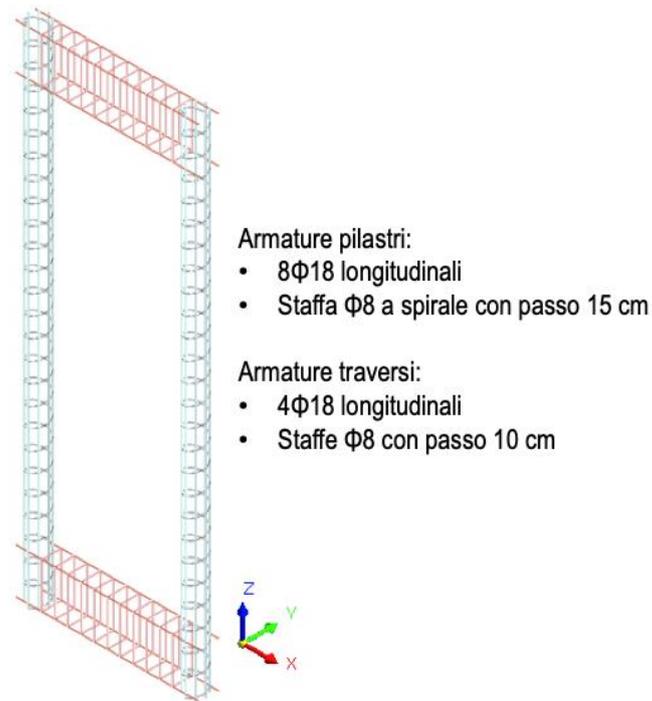


Figura 67: Armature degli elementi del telaio di rinforzo

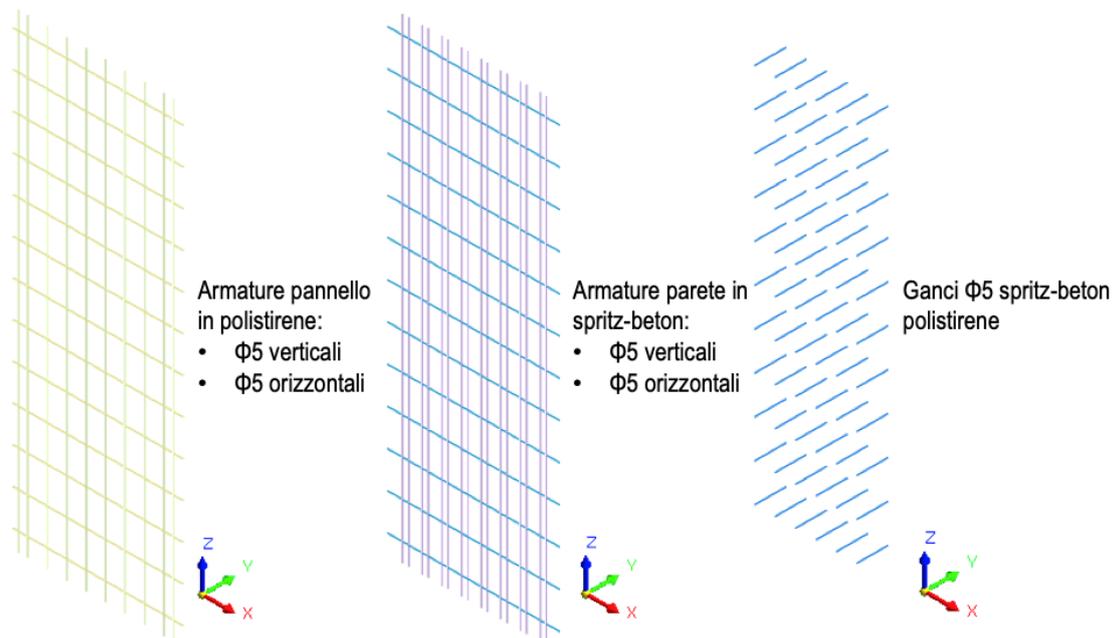


Figura 68: Armature del modulo a gabbia

### 5.3.2 Seconda proposta

Anche in questo caso le varie componenti del modulo di rinforzo vengono modellate con elementi tetraedrici lineari di dimensione massima pari a 30 mm. Successivamente a ciascun elemento viene assegnato il proprio materiale.

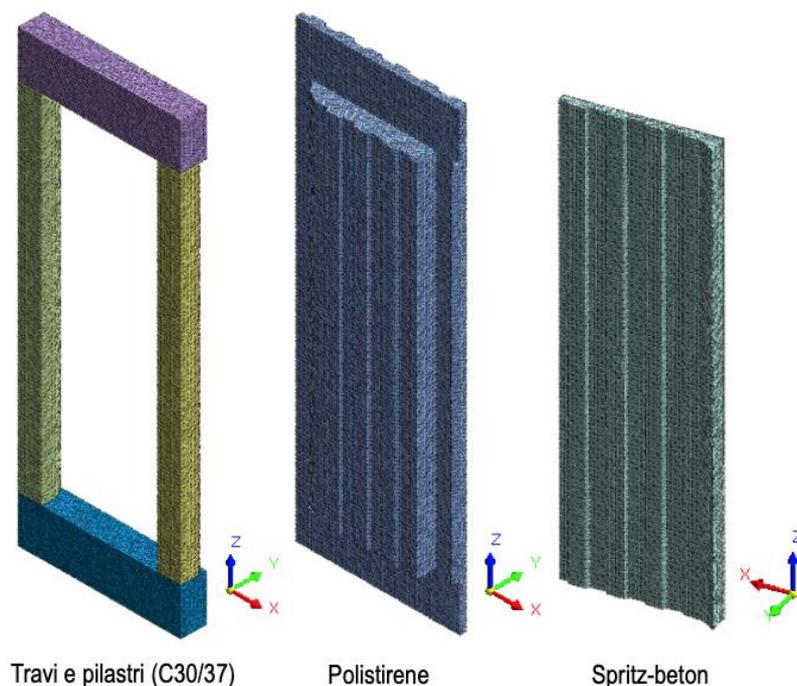


Figura 69: Mesh delle diverse componenti del modulo Timesafe – seconda proposta

Dopo aver costruito le mesh delle diverse componenti del modulo di rinforzo si realizzano le superfici di interfaccia riportate nell'immagine seguente: in rosa è rappresentato il contatto tra polistirene e spritz-beton mentre in arancione è raffigurato quello tra pannello isolante e calcestruzzo C30/37.

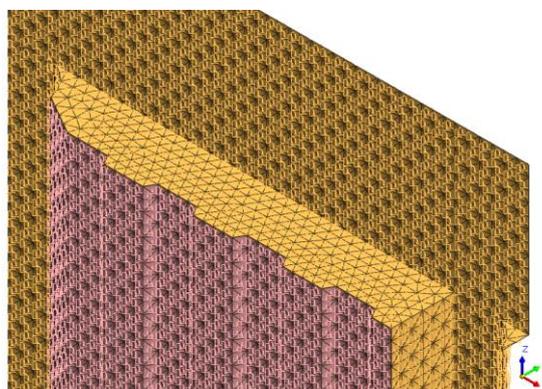
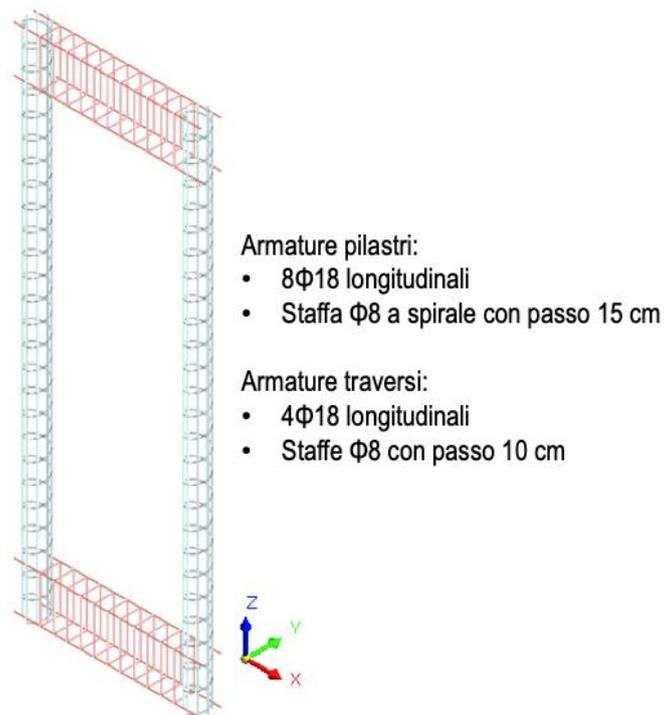


Figura 70: Superfici d'interfaccia – seconda proposta

Le armature all'interno di traversi, pilastri e parete in spritz-beton sono modellate come “*embedded truss*”, mentre la maglia metallica tra polistirene e struttura esistente viene rappresentata attraverso classici elementi “*truss*”, in quanto esterna al polistirene. I ganci, invece, trovandosi in parte all'interno del calcestruzzo proiettato, in parte dentro al polistirene e in minima parte all'esterno, vengono spezzati in due diversi elementi monodimensionali. Il primo elemento, trovandosi all'interno di una matrice solida (parete in spritz-beton e pannello in polistirene), viene modellato come “*embedded truss*” mentre il secondo, trovandosi all'esterno, viene rappresentato come “*truss*”.



*Figura 71: Armature degli elementi del telaio di rinforzo*

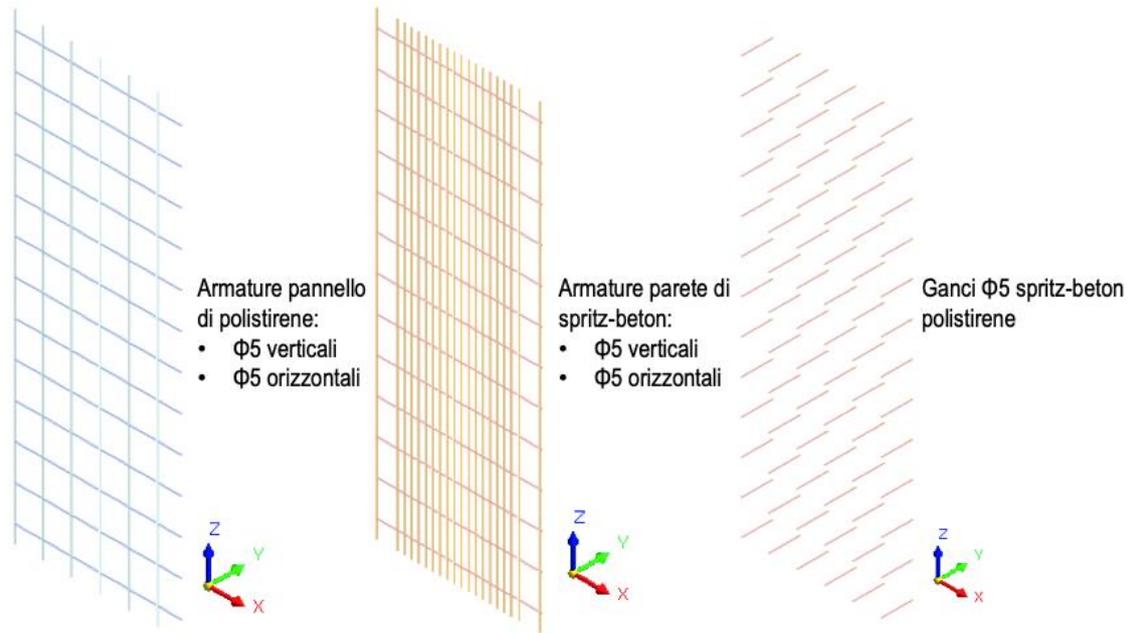


Figura 72: Armature del modulo a gabbia

### 5.3.3 Terza proposta

In modo analogo, anche i solidi della terza variante del modulo di rinforzo vengono modellati attraverso elementi tetraedrici lineari di dimensione massima pari a 30 mm e a ciascuna componente vengono associate le caratteristiche del relativo materiale.

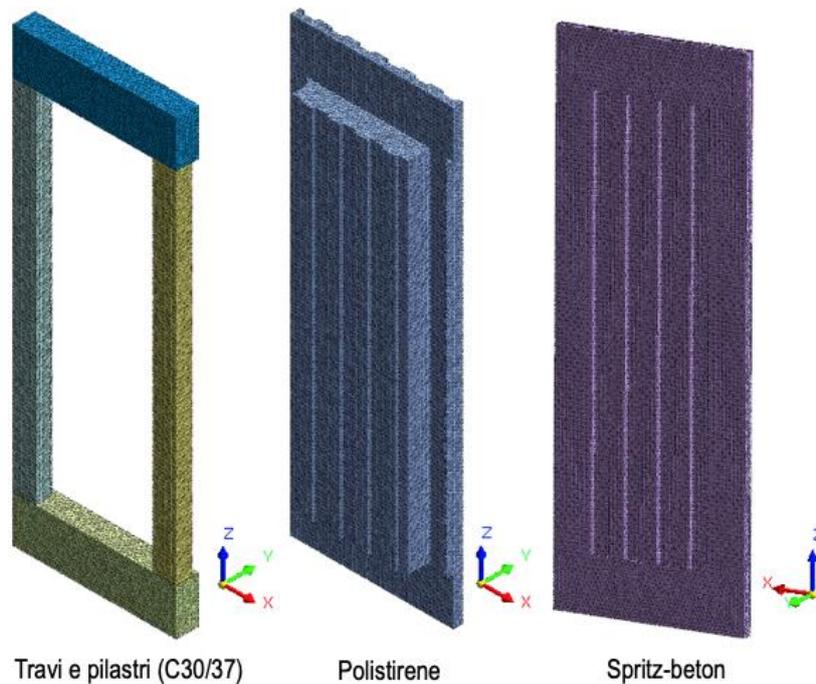


Figura 73: Mesh delle diverse componenti del modulo Timesafe – terza proposta

Dopo aver costruito le mesh delle diverse componenti del modulo di rinforzo si realizzano le superfici di interfaccia riportate nell'immagine seguente: in rosa è rappresentato il contatto tra polistirene e spritz-beton mentre in arancione è raffigurato quello tra pannello e calcestruzzo C30/37.

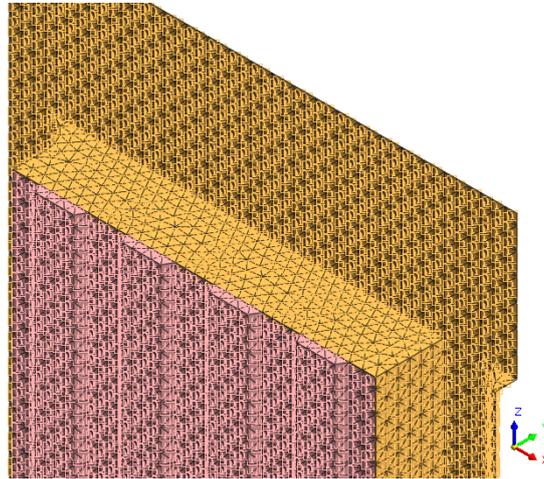


Figura 74: Superfici d'interfaccia – terza proposta

Le armature sono state modellate seguendo gli stessi criteri illustrati relativamente alla seconda proposta.

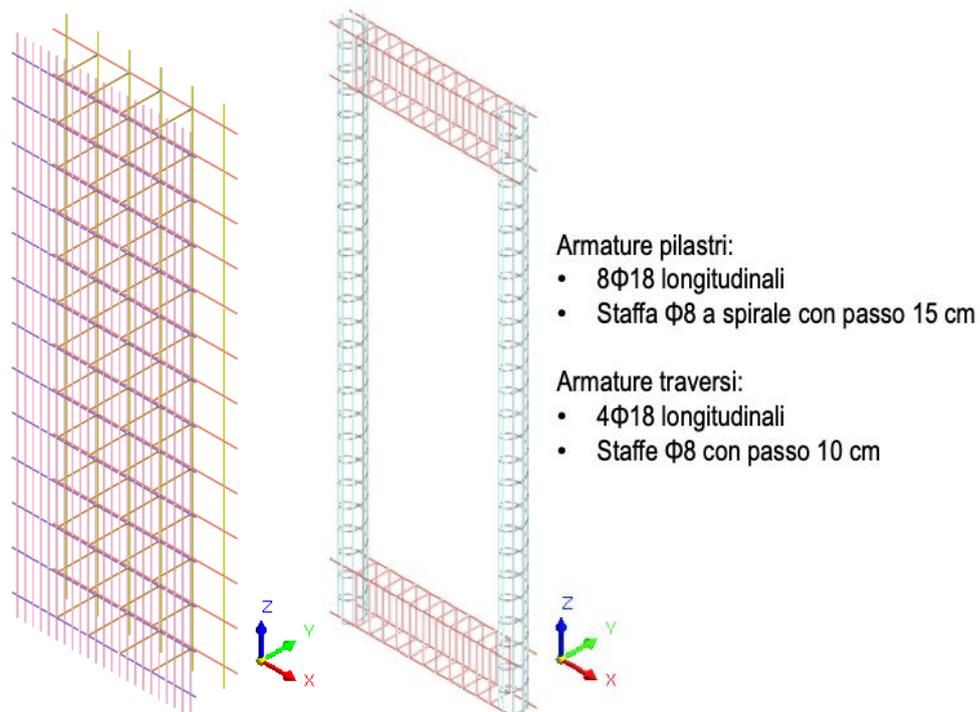


Figura 75: Armature del modulo a gabbia e degli elementi del telaio di rinforzo

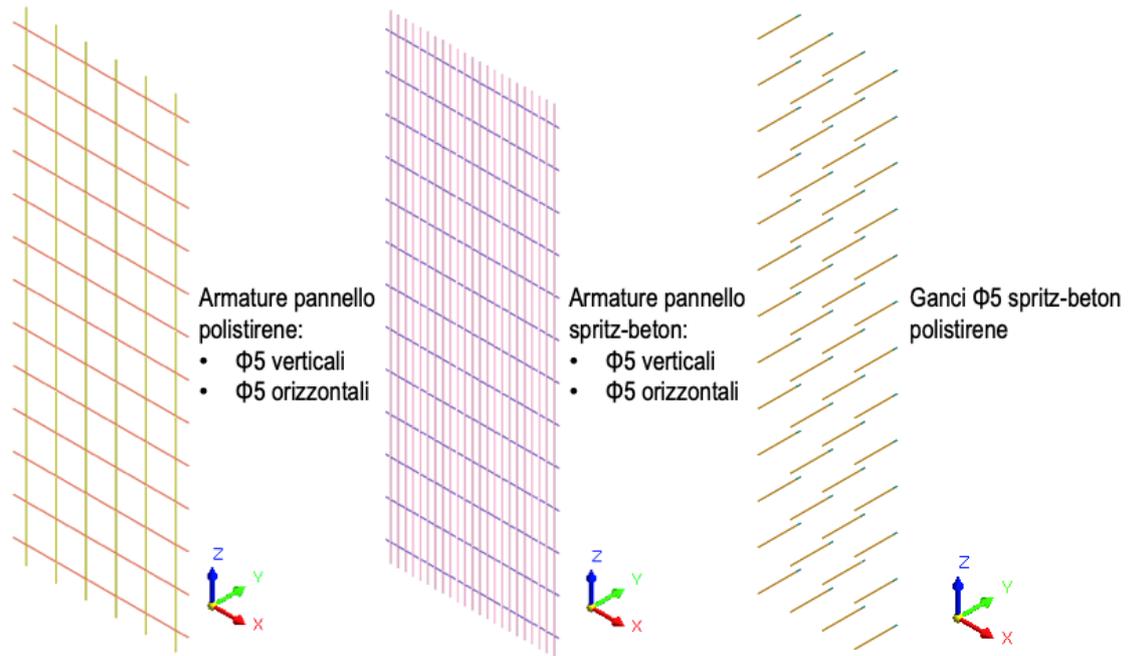


Figura 76: Armature del modulo a gabbia

## 6. Approfondimento sugli elementi d'interfaccia

Per simulare il comportamento delle interfacce tra spritz-beton e pannello coibentante e tra calcestruzzo di pilastri e traversi e polistirene si è scelto di utilizzare una superficie piana “*interface element*”.

Gli elementi di interfaccia vengono in genere utilizzati per simulare gli spostamenti relativi in direzione normale e tangenziale tra le facce di due solidi adiacenti. All'interno di FEA NX vengono implementate due diverse tipologie di “*interface elements*”: piani e di linea. Nel caso di studio vengono utilizzati i primi in quanto risultano più adatti per modellare il comportamento dell'interfaccia tra due solidi.

I “*plane interface element*” possono essere costituiti da elementi piani triangolari (a 6 o 12 nodi) o rettangolari (a 8 o 16 nodi), in funzione delle mesh dei solidi che legano.

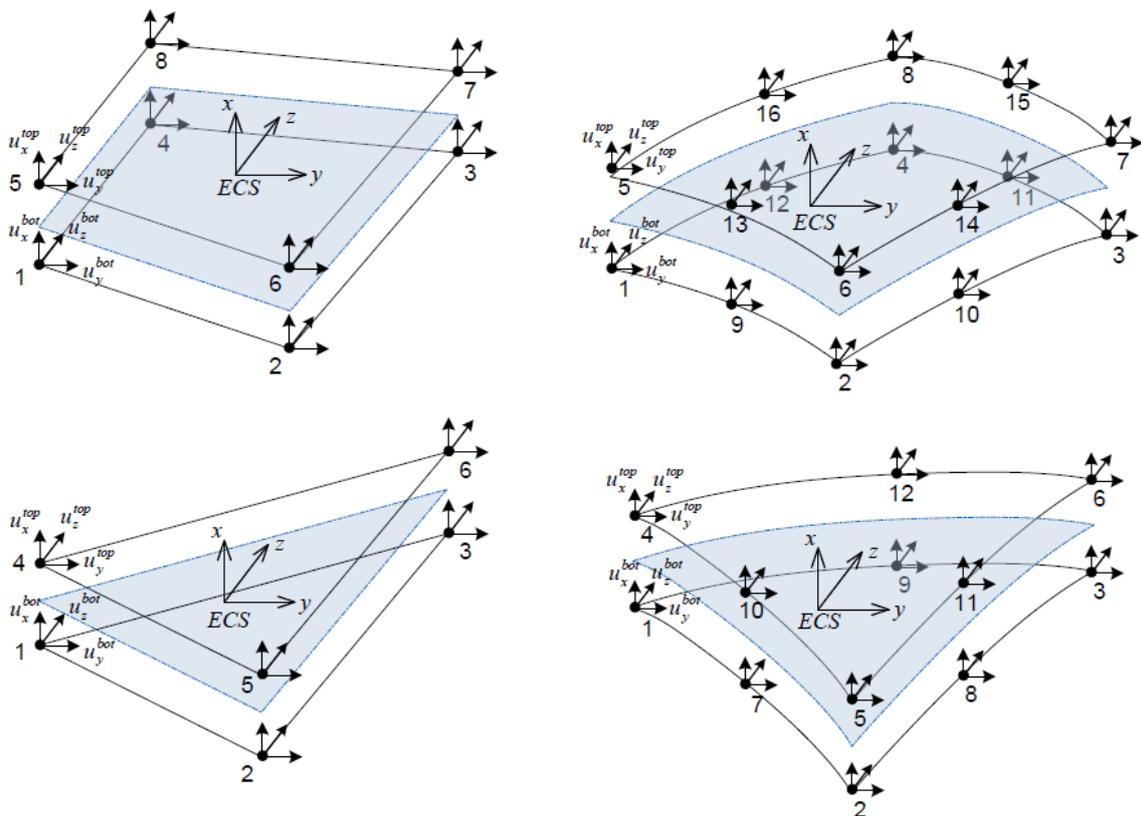


Figura 77: Tipologie di elementi piani d'interfaccia

Gli elementi d'interfaccia hanno 3 gradi di libertà corrispondenti alle tre traslazioni nelle direzioni definite dal sistema di riferimento locale dell'elemento, rispetto alle quali viene fatta la formulazione agli elementi finiti dell'interfaccia stessa.

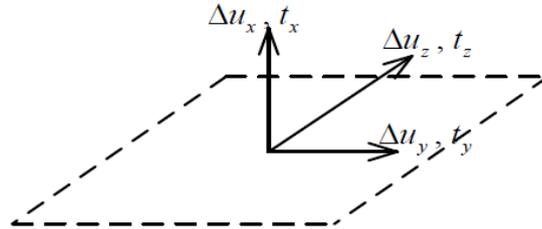


Figura 78: Sistema di riferimento locale del singolo elemento d'interfaccia

Il vettore delle azioni che si generano in corrispondenza dell'interfaccia viene definito come segue:

$$t = \begin{Bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{Bmatrix} \quad \text{con} \quad \begin{array}{l} t_x: \text{azione di trazione in direzione normale x} \\ t_y: \text{azione di trazione in direzione tangenziale y} \\ t_z: \text{azione di trazione in direzione tangenziale z} \end{array}$$

Il vettore degli spostamenti relativi in corrispondenza dell'interfaccia viene invece definito come:

$$\Delta u = \begin{Bmatrix} \Delta u_x \\ \Delta u_y \\ \Delta u_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{top,x} - u_{bot,x} \\ u_{top,y} - u_{bot,y} \\ u_{top,z} - u_{bot,z} \end{Bmatrix} \quad \text{con} \quad \begin{array}{l} \Delta u_x: \text{spostamento relativo in direzione x} \\ \Delta u_y: \text{scorrimento relativo in direzione y} \\ \Delta u_z: \text{scorrimento relativo in direzione z} \end{array}$$

Lo spostamento delle facce di "top" e di "bottom" viene interpolato utilizzando le funzioni di forma dell'elemento.

La relazione tra gli spostamenti relativi e le azioni agenti sull'interfaccia può essere espressa attraverso la seguente equazione costitutiva elastica lineare:

$$t = D \cdot \Delta u$$

Dove  $D$  è la matrice costitutiva dell'interfaccia in ambito lineare, definita come:

$$D = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix}$$

È possibile notare che  $D$  è una matrice diagonale pertanto l'interfaccia in ciascuna direzione risulta avere un comportamento indipendente dalle altre.

L'integrazione numerica utilizza il metodo di Newton-Cotes con un numero di punti di integrazione che dipende dal tipo di elemento che compone l'interfaccia.

Interface element		Number of integral points
Line interface	4 Nodes	2
	6 Nodes	4
Triangle plane interface	6 Nodes	3
	12 Nodes	6
Quadrilateral plane interface	8 Nodes	4
	16 Nodes	16

Figura 79: Numero di punti d'integrazione degli elementi d'interfaccia

Per capire meglio come funzionano gli elementi d'interfaccia e valutare quali sono i parametri da inserire all'interno del software per simulare il comportamento reale del contatto tra polistirene e calcestruzzo sono state condotte alcune prove.

## 6.1 Parametri lineari e non lineari

Il software Midas FEA NX implementa diverse tipologie di interfacce, come ad esempio la “*bond slip*” che è in grado di simulare l'aderenza tra barre d'armatura e getto di calcestruzzo circostante o la “*coulomb friction*” che viene utilizzata per modellare l'interfaccia tra due terreni con un certo angolo d'attrito. Nel caso oggetto di studio si è ritenuto che la tipologia più appropriata fosse la “*nonlinear elastic*” in cui è possibile inserire in input dei grafici che permettono di definire la rigidità dell'interfaccia in funzione dello spostamento relativo in direzione normale o tangenziale.

Nell'immagine seguente è possibile vedere la schermata del software in cui vengono definite le caratteristiche dell'interfaccia. Si osserva che il comportamento in campo lineare dell'interfaccia risulta compiutamente definito inserendo i valori di rigidità dell'interfaccia in direzione normale  $K_n$  e tangenziale  $K_t$ . Per caratterizzare invece il comportamento dell'interfaccia in ambito non lineare si devono inserire le due funzioni “*Multilinear Function (1st Normal)*” e “*Multilinear Function (1st Shear)*”.

ID	3	Name	Interfaccia	Color	[Blue]
Model	Interface				
General	Seepage	Thermal			
Interface Nonlinearities	Nonlinear Elastic				
Structural Parameters					
Normal Stiffness Modulus(Kn)	20000	N/mm³			
Shear Stiffness Modulus(Kt)	1	N/mm³			
<input checked="" type="checkbox"/> Nonlinear Parameters					
<input checked="" type="checkbox"/> Multilinear Function (1st Normal)					...
<input type="checkbox"/> Multilinear Function (1st Shear)					...

Figura 80: Structural and Nonlinear Parameters

Quando si esegue un'analisi statica lineare i “*Nonlinear Parameters*” non vengono considerati e il comportamento dell'interfaccia viene valutato solo attraverso i parametri  $K_n$  e  $K_t$ . Al contrario quando si effettua un'analisi statica non lineare a priori non si sa come vengano utilizzati dal software i valori inseriti in input. Lo scopo della prima prova è quindi quello di capire come interagiscono i parametri “*Structural*” con quelli “*Nonlinear*” quando si esegue un'analisi statica non lineare.

A tal fine si è realizzato un modello composto da due cubi di calcestruzzo posizionati uno sopra all'altro e separati da una superficie d'interfaccia.

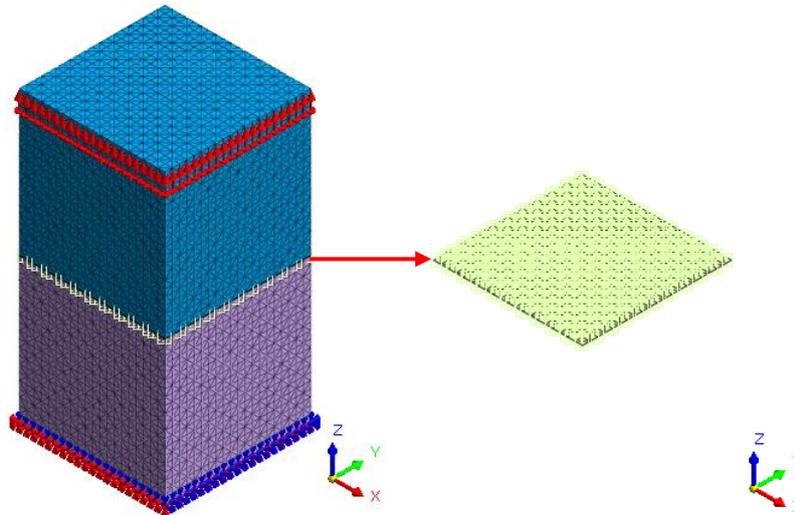


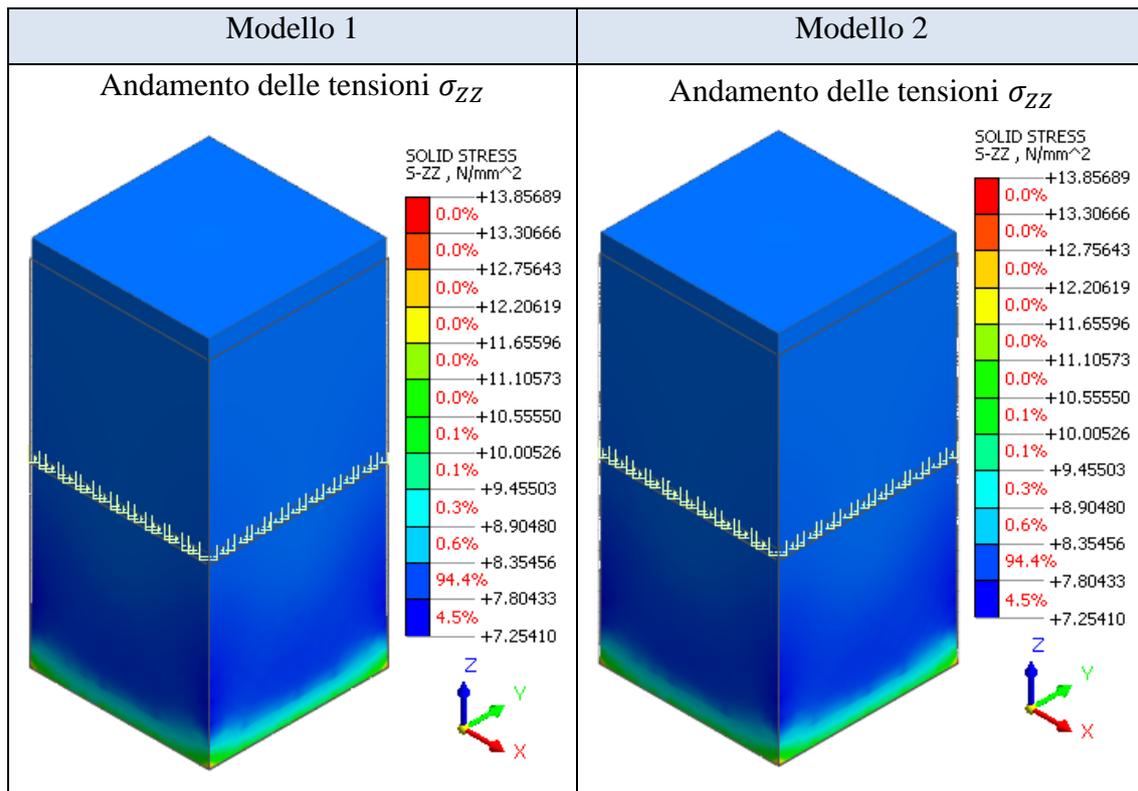
Figura 81: Modello analizzato nella prima prova sulle interfacce

La base del cubo inferiore è stata incastrata e sulla faccia di sommità del cubo superiore è stato imposto uno spostamento in direzione Z di 1 mm.

Sono stati creati due modelli identici in cui il comportamento non lineare dell'interfaccia a trazione in direzione normale ha lo stesso andamento ma variano i parametri  $K_n$  e  $K_t$ .

Modello 1			Modello 2		
Interface Nonlinearities: Nonlinear Elastic			Interface Nonlinearities: Nonlinear Elastic		
Structural Parameters			Structural Parameters		
Normal Stiffness Modulus( $K_n$ )		1 N/mm <sup>3</sup>	Normal Stiffness Modulus( $K_n$ )		20000 N/mm <sup>3</sup>
Shear Stiffness Modulus( $K_t$ )		1 N/mm <sup>3</sup>	Shear Stiffness Modulus( $K_t$ )		1 N/mm <sup>3</sup>
<input checked="" type="checkbox"/> Nonlinear Parameters			<input checked="" type="checkbox"/> Nonlinear Parameters		
<input checked="" type="checkbox"/> Multilinear Function (1st Normal)		...	<input checked="" type="checkbox"/> Multilinear Function (1st Normal)		...
<input type="checkbox"/> Multilinear Function (1st Shear)		...	<input type="checkbox"/> Multilinear Function (1st Shear)		...
Multilinear Function (1st Normal)			Multilinear Function (1st Normal)		
	Relative Displacement (mm)	Traction (N/mm <sup>2</sup> )		Relative Displacement (mm)	Traction (N/mm <sup>2</sup> )
1	-10.000	-100000.000	1	-10.000	-100000.000
2	0.000	0.000	2	0.000	0.000
3	10.000	100000.000	3	10.000	100000.000
+			+		

Eseguendo delle analisi statiche non lineari su entrambi i modelli si trovano i risultati riportati nelle immagini seguenti.



Si osserva che le tensioni  $\sigma_{ZZ}$  hanno lo stesso andamento e sono caratterizzate da valori identici, pertanto è possibile affermare che quando vengono effettuate delle analisi statiche non lineari, se presenti, vengono considerati solamente gli andamenti inseriti all'interno delle "Multilinear Function".

## 6.2 Analisi di sensibilità dei parametri

Successivamente sono state eseguite delle prove finalizzate a comprendere l'influenza del valore assunto dai parametri "Nonlinear" sulla risposta del modello.

Per effettuare queste prove sono stati creati diversi modelli, con geometrie della superficie d'interfaccia via via più semplificate. Nell'immagine che segue si riporta la geometria del primo modello analizzato, in cui il contatto tra i solidi è individuato da una superficie sinusoidale.

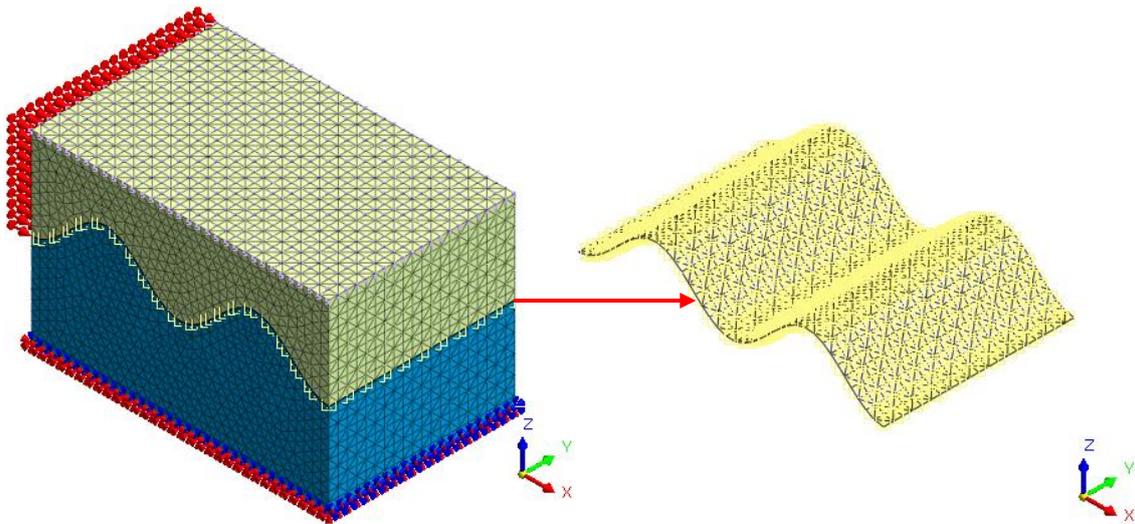


Figura 82: Modello analizzato nella seconda prova sulle interfacce

In questo modello la faccia di base dell'elemento inferiore è stata incastrata mentre su una faccia laterale dell'elemento superiore è stato imposto uno spostamento in direzione X pari a 1 mm. Inoltre, è stato necessario inserire sui nodi di sommità del modello delle molle di rigidezza assegnata in direzione Z per eliminare la labilità del sistema. In particolare, la rigidezza assegnata alle molle puntuali inserite nei nodi di sommità è stata calcolata in modo tale che l'intera faccia superiore avesse una rigidezza alla traslazione in direzione Z pari a  $1000 \text{ N/cm}^3$ .

Le mesh dei due solidi adiacenti sono caratterizzate dagli stessi materiali e dalle stesse proprietà, mentre alla superficie d'interfaccia sono stati assegnati i seguenti andamenti delle rigidezze in campo non lineare.

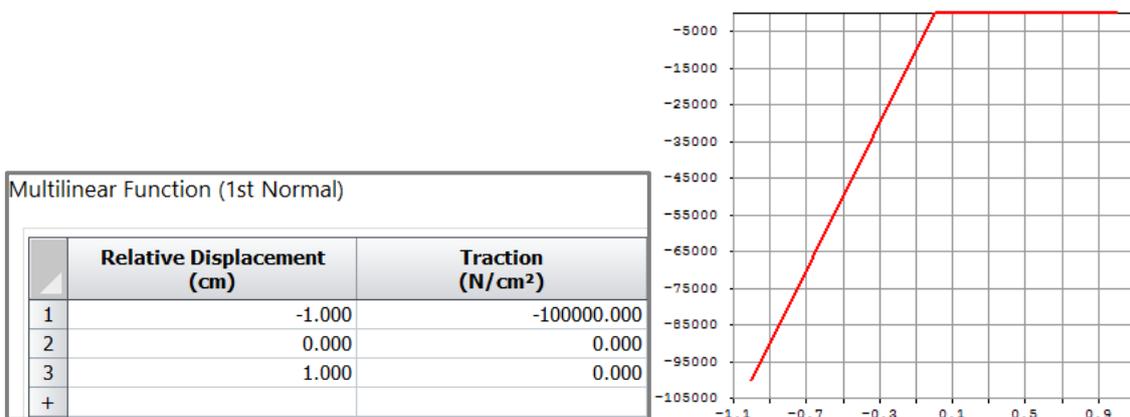


Figura 83: Andamento della rigidezza in direzione normale all'interfaccia

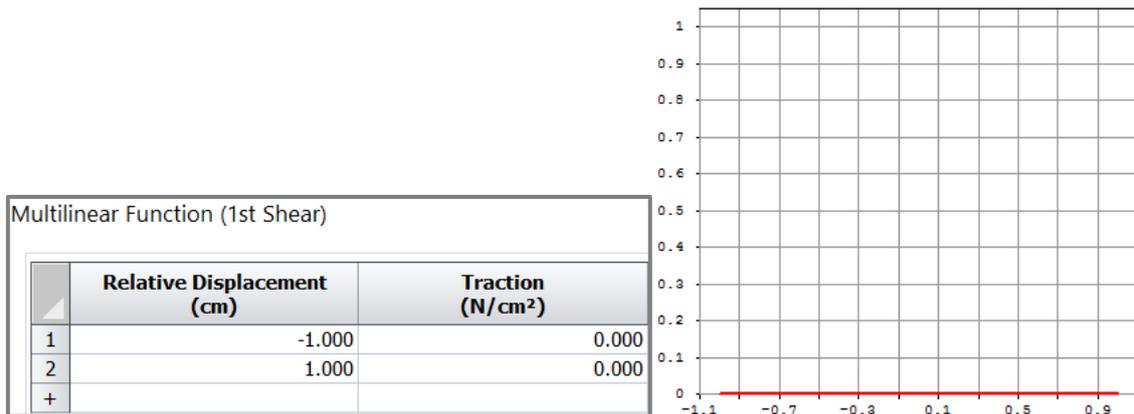


Figura 84: Andamento della rigidezza in direzione tangenziale all'interfaccia

In particolare, la funzione "1st Normal" è stata definita in maniera tale che l'interfaccia resista esclusivamente a compressione, mentre la "1st Shear" ha un andamento che simula l'assenza di resistenza in direzione tangenziale.

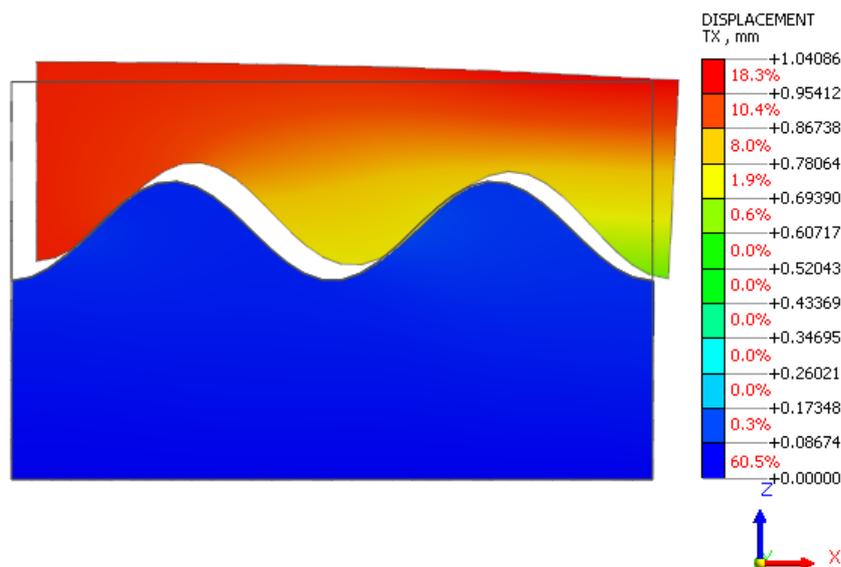


Figura 85: Configurazione deformata e spostamenti in direzione X

Osservando la deformata si nota come essa sia coerente con il comportamento dell'interfaccia imposto attraverso i parametri non lineari. Infatti, in corrispondenza delle zone nelle quali si genera trazione si verifica un distacco dei due solidi, mentre dove l'interfaccia è sottoposta a compressione non si ha compenetrazione dei solidi. Tuttavia, l'elemento superiore mostra, oltre alla componente di traslazione in direzione X, una rotazione RY inattesa.

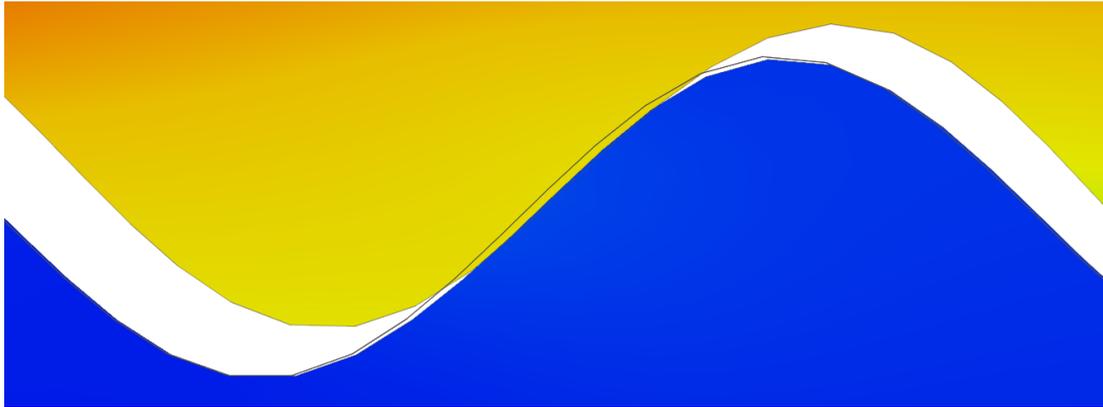


Figura 86: Particolare della deformazione nelle zone a contatto

Il corretto funzionamento del contatto tra i due solidi può essere messo in evidenza anche osservando l'andamento delle tensioni normali e tangenziali agenti sulla superficie d'interfaccia.

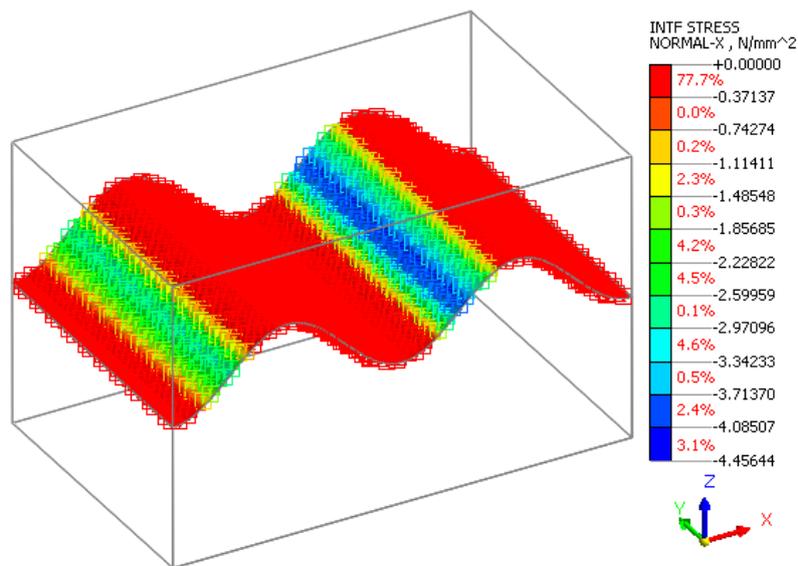


Figura 87: Andamento delle tensioni normali all'interfaccia

Si osserva una concentrazione di tensioni normali di compressione solo in corrispondenza delle zone di contatto tra i due solidi, mentre tutte le altre zone risultano scariche. Inoltre, osservando i valori riportati in legenda, si nota che sulla superficie d'interfaccia non si sviluppano tensioni normali di trazione (positive).

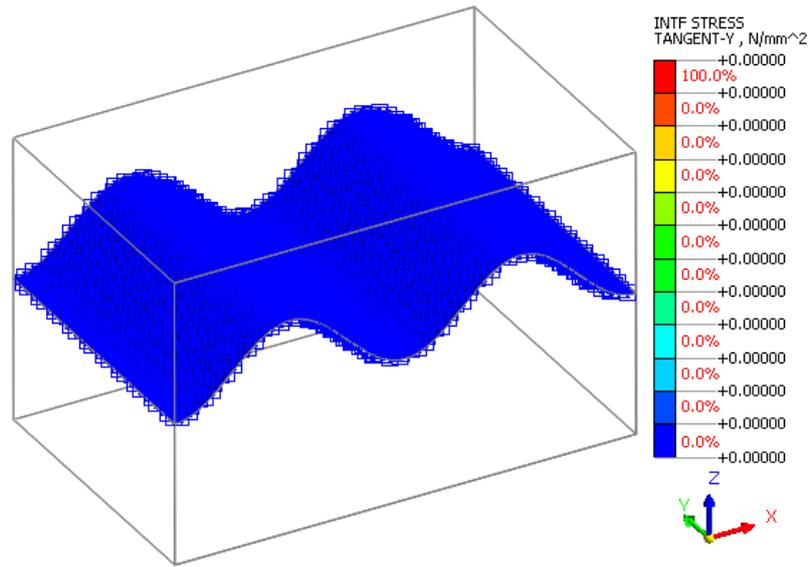


Figura 88: Andamento delle tensioni tangenziali all'interfaccia

Osservando invece l'andamento delle tensioni tangenziali alla superficie d'interfaccia, sia in direzione Y sia in direzione Z (con Y e Z assi locali dei singoli elementi), si nota come queste risultino identicamente nulle a conferma del corretto funzionamento dei parametri inseriti.

Il modello analizzato nella terza prova rappresenta una semplificazione del precedente in cui la superficie di contatto sinusoidale è stata linearizzata come una spezzata. Nell'immagine che segue si riporta la geometria del modello e la relativa superficie d'interfaccia.

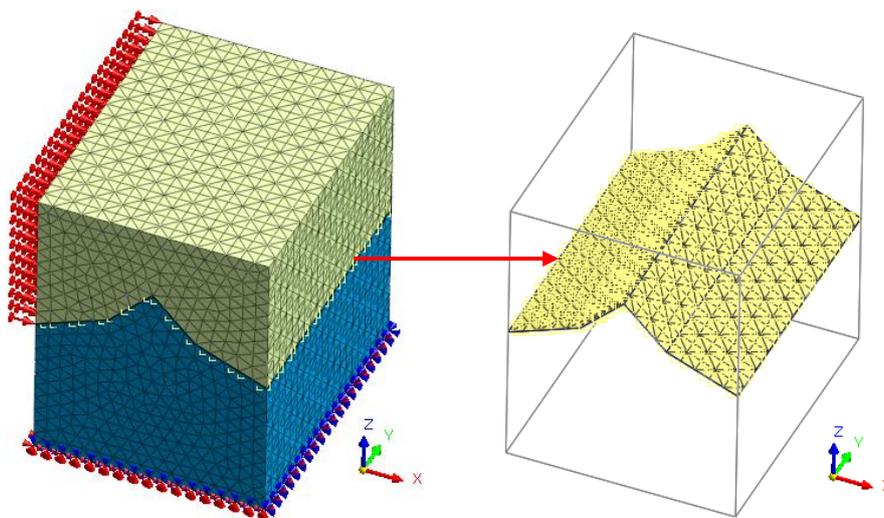


Figura 89: Modello analizzato nella terza prova sulle interfacce

Le caratteristiche dei materiali, nonché le condizioni di carico e vincolo sono analoghe a quelle del caso precedente. In particolare, l'interfaccia è caratterizzata dai parametri non lineari riportati nelle Figure 83 e 84.

Nell'immagine che segue si mostra la configurazione deformata del modello ottenuta eseguendo un'analisi statica non lineare.

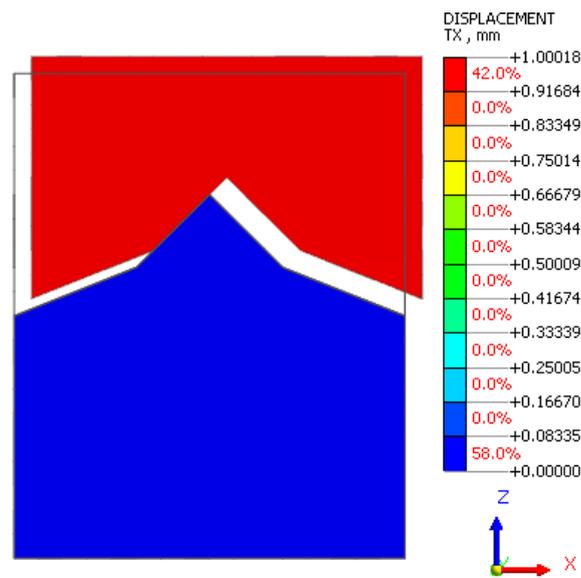


Figura 90: Configurazione deformata e spostamenti in direzione X

Si osserva nuovamente che l'andamento della deformata è coerente con i parametri non lineari assegnati all'interfaccia, per cui le zone compresse non presentano compenetrazioni mentre quelle tese mostrano dei distacchi. In questo caso, inoltre, si nota come le uniche componenti di spostamento presenti siano le traslazioni in direzione X e Z del solido superiore, in accordo con quanto atteso. È quindi lecito pensare che la componente di rotazione RY riscontrata nel modello precedente sia da imputarsi alla discretizzazione della superficie sinusoidale. Infatti, in fase di costruzione della mesh, il software converte la superficie sinusoidale in una composta da elementi triangolari.

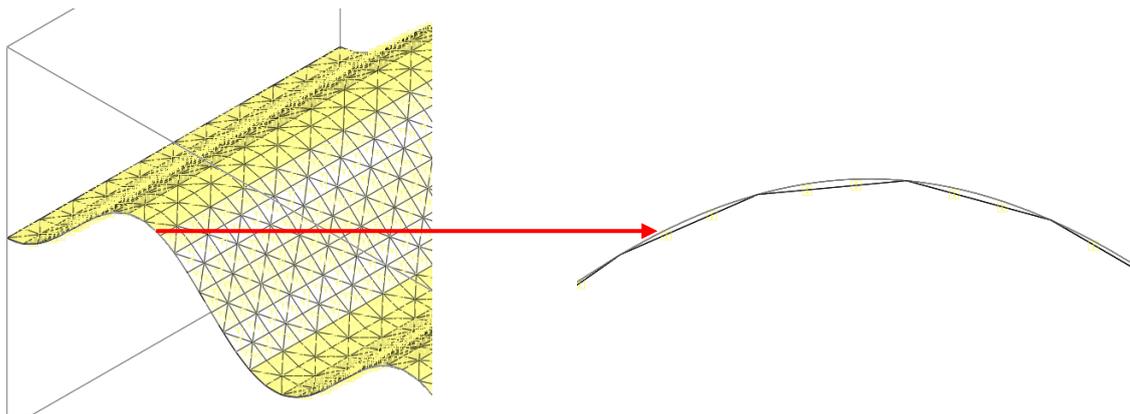


Figura 91: Discretizzazione della superficie d'interfaccia nella seconda prova

Di seguito si riportano gli andamenti delle tensioni normali (direzione X del sistema di riferimento locale dell'elemento) e tangenziali (direzioni Y e Z del sistema di riferimento locale dell'elemento) alla superficie d'interfaccia.

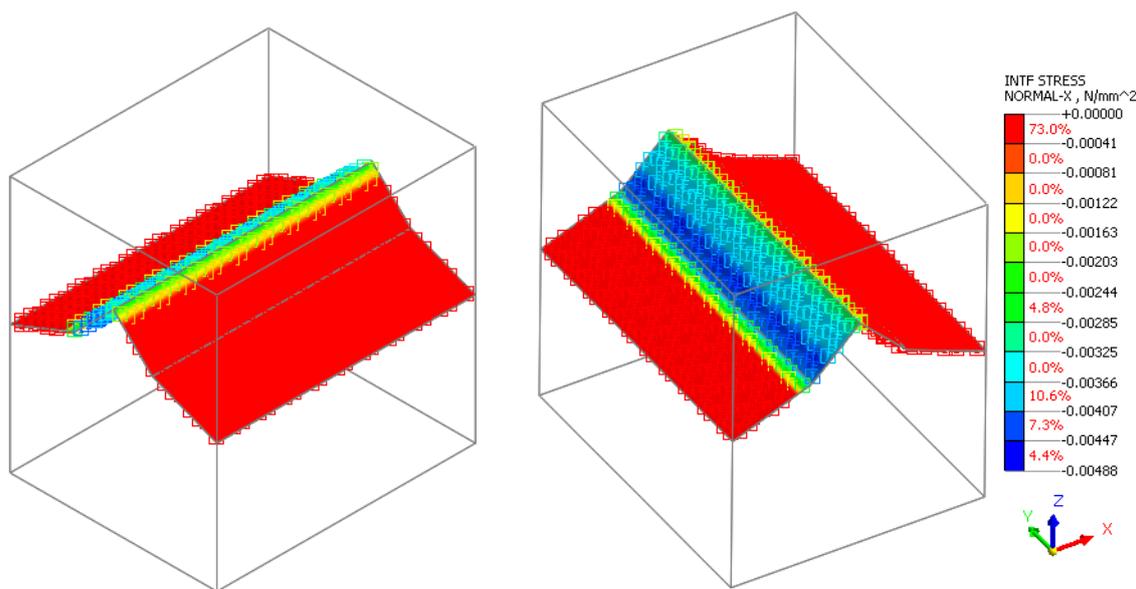


Figura 92: Andamento delle tensioni normali alla superficie d'interfaccia

In maniera simile alla prova precedente, si osserva come le tensioni normali risultino sempre di compressione (negative). Inoltre, rispetto al caso precedente, i valori sono estremamente più bassi poiché la deformazione avviene pressoché totalmente per scorrimento.

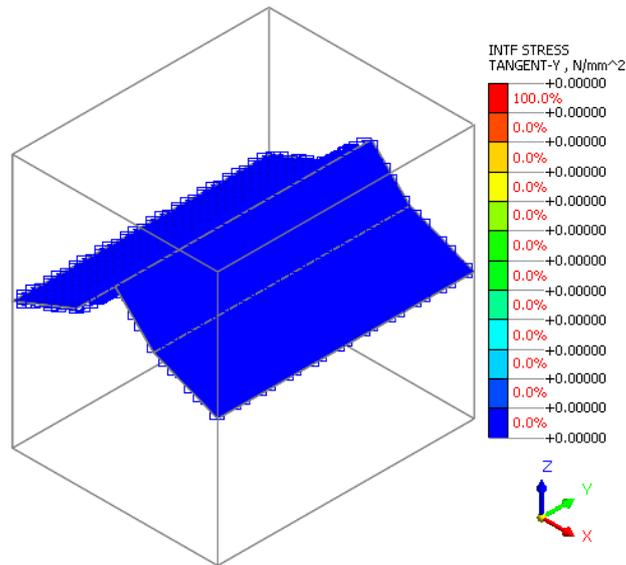


Figura 93: Andamento delle tensioni tangenziali alla superficie d'interfaccia

Anche in questo caso, a conferma del corretto funzionamento dell'interfaccia, le tensioni tangenziali in entrambe le direzioni risultano identicamente nulle.

### 6.3 Applicazione al modulo Timesafe

Volendo applicare quanto appreso al caso di studio, si costruisce un modello che rappresenti in maniera semplificata la geometria reale del modulo e si calibrano i valori dei parametri dell'interfaccia attraverso un'ulteriore prova.

Si studia quindi il comportamento dell'interfaccia in campo non lineare attraverso il seguente modello semplificato in cui le dimensioni dei due solidi coincidono con quelle del modulo di rinforzo Timesafe. Per quanto riguarda le condizioni al contorno, i nodi di base dei due solidi sono stati incastrati, mentre sulla faccia di sommità della parete in spritz-beton è stato imposto uno spostamento in direzione X pari a 10 mm.

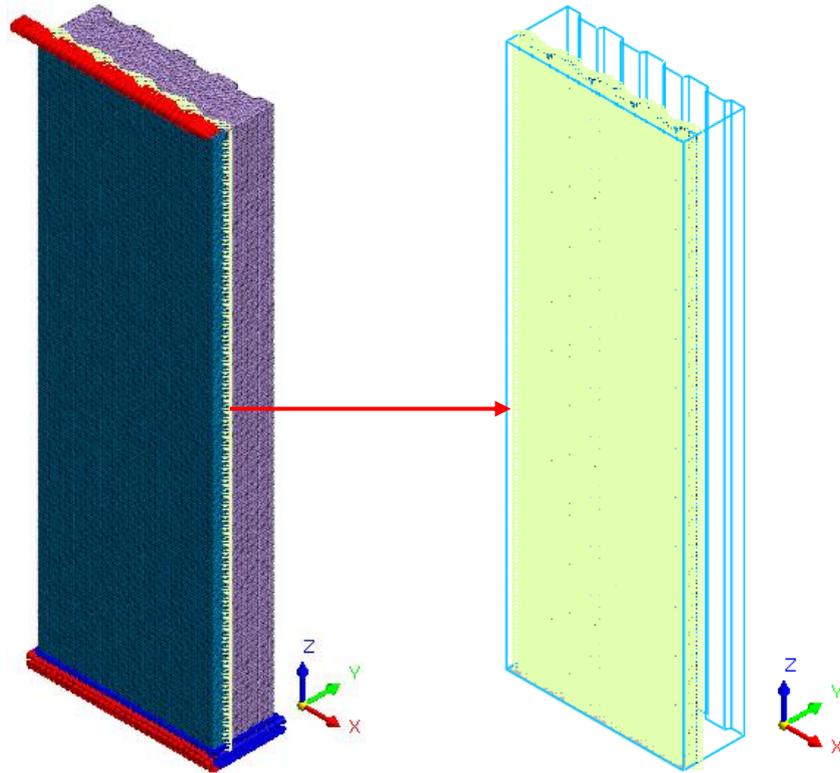


Figura 94: Modello semplificato del modulo di rinforzo

Le caratteristiche assegnate ai materiali che compongono i due solidi sono quelle del calcestruzzo proiettato e del polistirene, mentre per l'interfaccia vengono utilizzati i seguenti parametri non lineari.

	Relative Displacement (mm)	Traction (N/mm <sup>2</sup> )
1	-100.000	-2500000.000
2	0.000	0.000
3	100.000	0.000
+		

Figura 95: Multilinear Function (1st Normal)

	Relative Displacement (mm)	Traction (N/mm <sup>2</sup> )
1	-100.000	0.000
2	100.000	0.000
+		

Figura 96: Multilinear Function (1st Shear)

Le funzioni sono state impostate in modo tale che la resistenza a trazione e a taglio dell'interfaccia siano nulle, mentre quella a compressione sia tale da impedire delle compenetrazioni tra i due solidi.

Di seguito si riporta la deformata del sistema ottenuta dall'analisi statica non lineare.

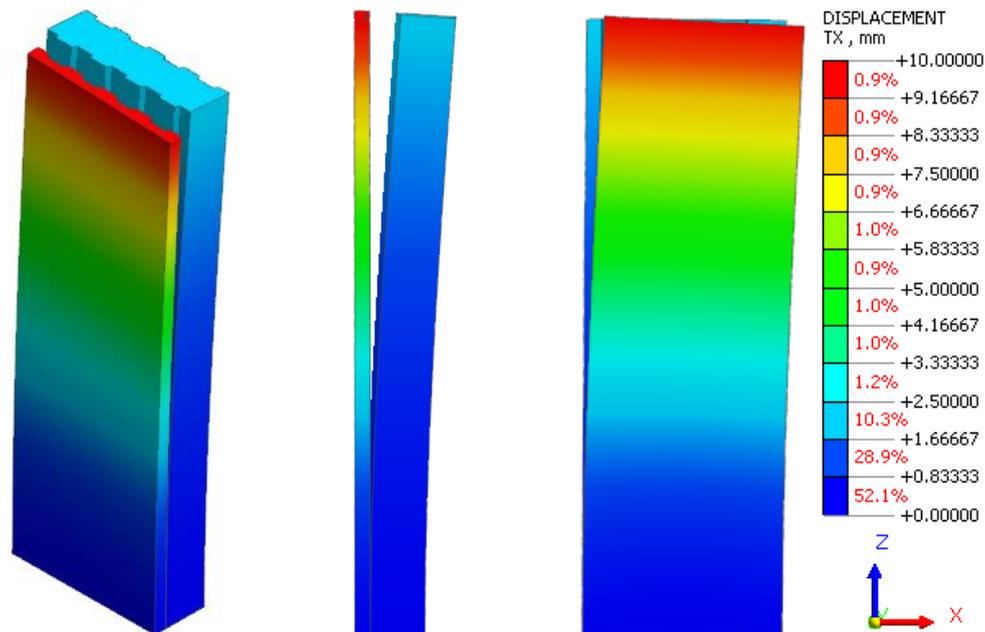


Figura 97: Configurazione deformata e spostamenti in direzione X

Si osserva che la deformata è coerente con il comportamento che si vuole ottenere, ovvero lo spritz-beton asseconda gli spostamenti imposti mentre il polistirene, a causa della forma della superficie di contatto, tende a separarsi dalla parete. In particolare, il pannello coibentante risente di una componente di spostamento fuori dal suo piano e di una in direzione X.

Di seguito si riporta un'immagine con l'andamento delle tensioni  $\sigma_{zz}$  sui due solidi, in cui si può notare che solamente la parete in spritz-beton risulta sollecitata, in accordo con quanto si voleva ottenere.

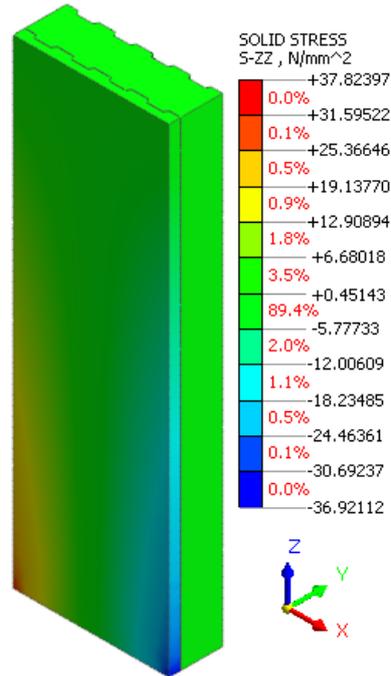


Figura 98: Andamento delle tensioni verticali  $\sigma_{zz}$

Si riporta infine l'andamento delle tensioni tangenziali rispetto al sistema di riferimento locale dell'interfaccia, le quali risultano identicamente nulle.

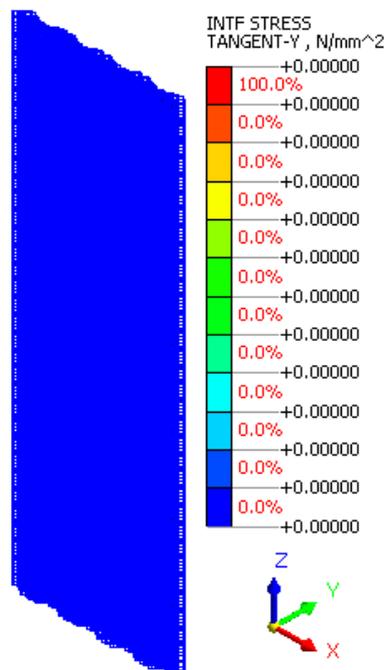


Figura 99: Andamento delle tensioni tangenziali all'interfaccia

## **7. Analisi statiche lineari**

---

Sul modulo Timesafe in primo luogo vengono eseguite delle analisi statiche lineari per determinare la rigidezza del rinforzo in campo elastico e confrontare il comportamento delle varie soluzioni.

L'equazione che governa l'analisi statica lineare è la seguente:

$$K V = P$$

Dove  $K$  è la matrice di rigidezza della struttura,  $V$  è il vettore degli spostamenti in ogni nodo della mesh e  $P$  è il vettore dei carichi nodali, tutti espressi nel sistema di riferimento globale della struttura. In questo tipo di analisi è di fondamentale importanza assegnare al modello 3D delle condizioni di vincolo che siano in grado di evitare qualsiasi moto di corpo rigido che possa generare singolarità nella matrice di rigidezza.

È importante ricordare che nell'analisi statica lineare le non linearità delle interfacce non vengono considerate

### **7.1 Definizione delle condizioni di vincolo**

I modelli di prima, seconda e terza proposta, ottenuti come descritto in precedenza sono stati vincolati in maniera tale da simulare le effettive condizioni al contorno del rinforzo Timesafe applicato ad una struttura reale. Pertanto, sono stati inseriti dei vincoli solo in corrispondenza delle intersezioni tra pilastri e traversi: in particolare alla base sono state bloccate tutte le componenti di spostamento di ogni nodo della mesh, mentre in sommità sono stati impediti tutti i movimenti fuori dal piano del rinforzo.

Questo sistema di vincoli è stato considerato valido per tutte le geometrie del rinforzo viste in precedenza, per cui si riportano di seguito le immagini in cui sono visibili tali condizioni al contorno.

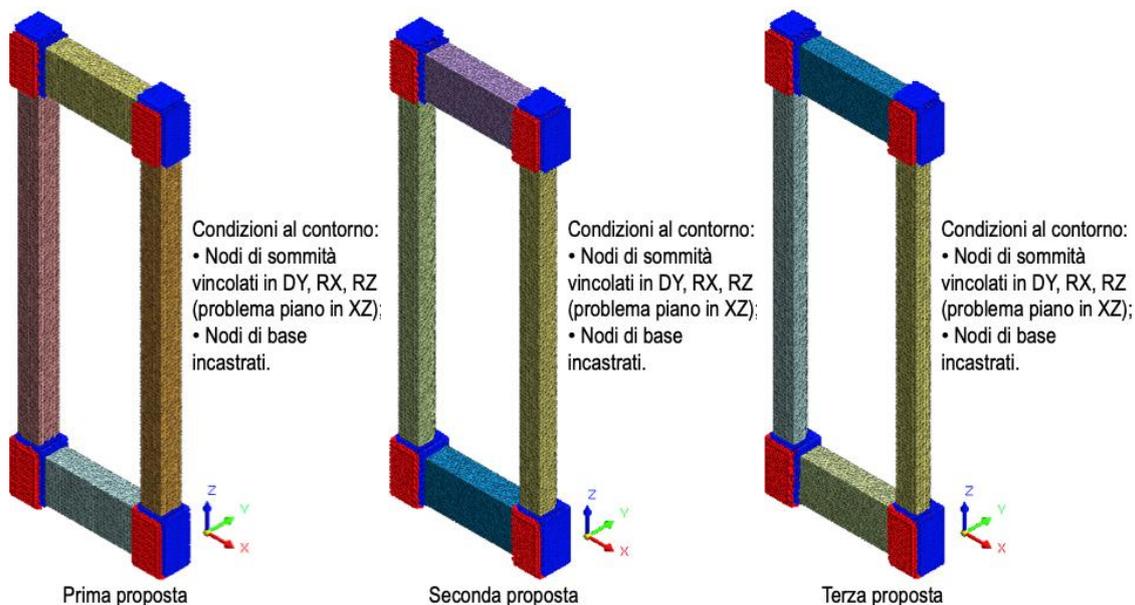


Figura 100: Condizioni di vincolo del modulo Timesafe nelle varie proposte

## 7.2 Definizione delle condizioni di carico

Supponendo che il modulo oggetto di studio sia parte di un sistema di rinforzo applicato ad una struttura esistente e che esso risulti sollecitato da un'azione sismica agente parallelamente al suo piano, si sono ipotizzati e applicati degli spostamenti ai nodi pilastro-traverso di sommità tali da simulare dei drift di piano tipici.

Nel caso specifico quindi sono stati applicati ai nodi superiori degli spostamenti in direzione X pari a 20 mm. È auspicabile che il sistema di rinforzo Timesafe non si trovi mai a raggiungere drift di tale intensità tuttavia, essendo l'analisi di tipo lineare, la rigidezza del modulo non dipende dall'entità dello spostamento.

Oltre ad imporre tale spostamento nei nodi traverso-pilastro, è stato applicato al sistema di rinforzo il peso proprio, calcolato in maniera automatica dal software Midas FEA NX in base alla densità dei materiali costituenti e all'accelerazione di gravità in direzione globale Z.

Si riportano nelle seguenti immagini gli spostamenti imposti ai nodi della mesh nelle zone di intersezione tra pilastro e traverso superiore, per le tre proposte.

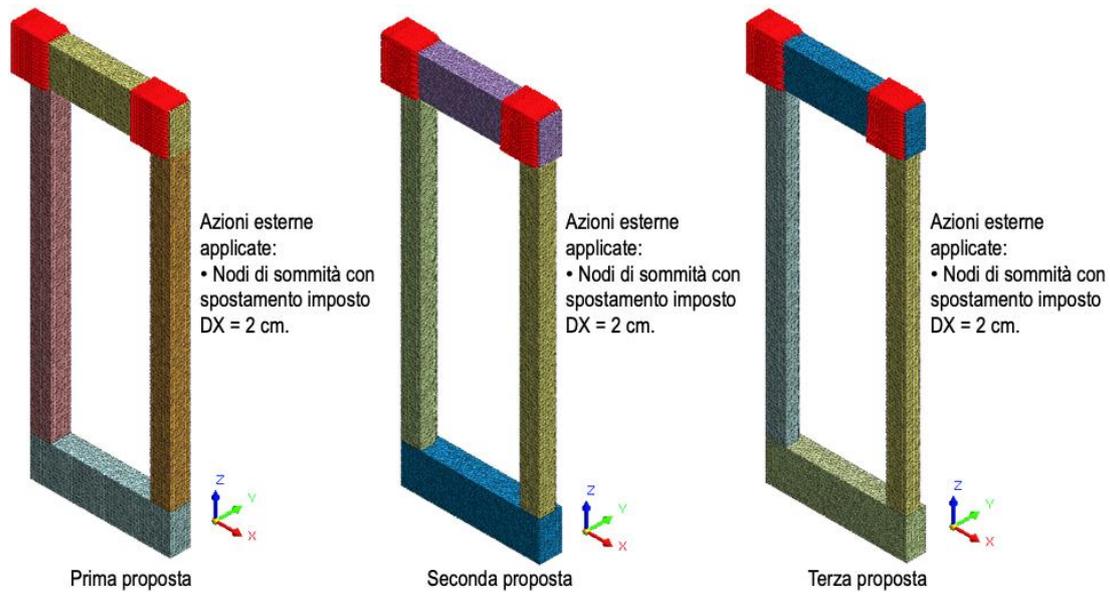


Figura 101: Condizioni di carico applicate nei nodi di sommità del telaio nelle varie proposte

## 7.3 Analisi dei modelli e interpretazione dei risultati

### 7.3.1 Confronto tra le diverse geometrie proposte

Definiti i parametri necessari perché il software esegua correttamente le analisi, in primo luogo si verifica che le deformate a cui è soggetto il telaio nei tre casi siano coerenti con le condizioni al contorno imposte ed uguali fra loro.

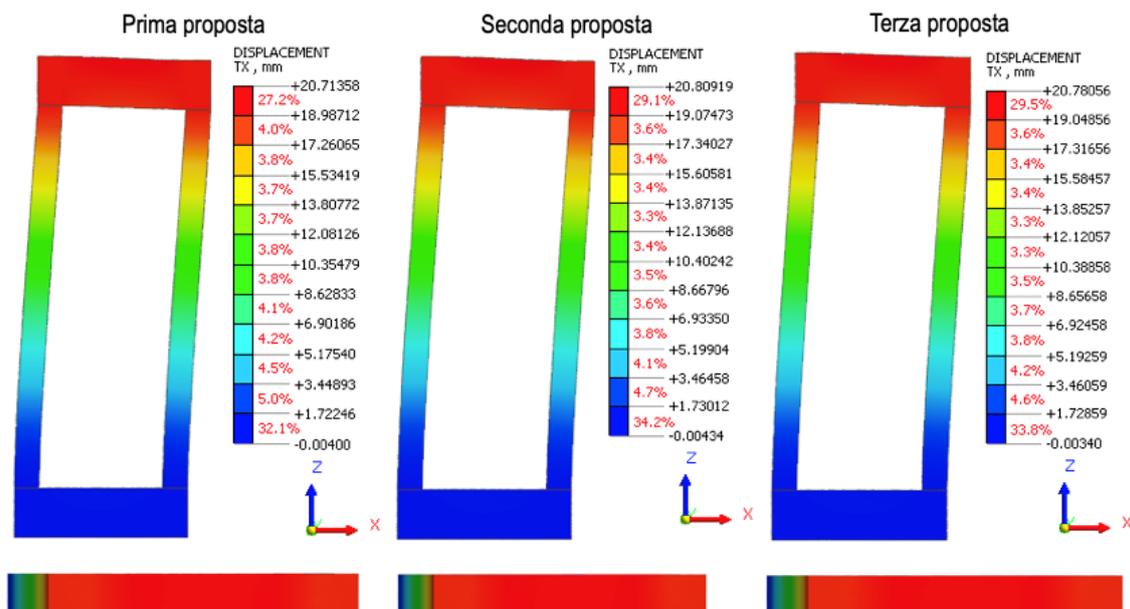


Figura 102: Confronto tra le deformate delle tre geometrie analizzate

Appurato che le tre proposte mostrano comportamenti pressoché identici, si prosegue analizzando l'andamento delle tensioni significative sugli elementi del telaio di rinforzo.

Nelle immagini seguenti si riportano gli andamenti delle tensioni in direzione globale Z sui tre moduli di rinforzo studiati, in quanto questa componente determina il momento flettente agente sui pilastri.

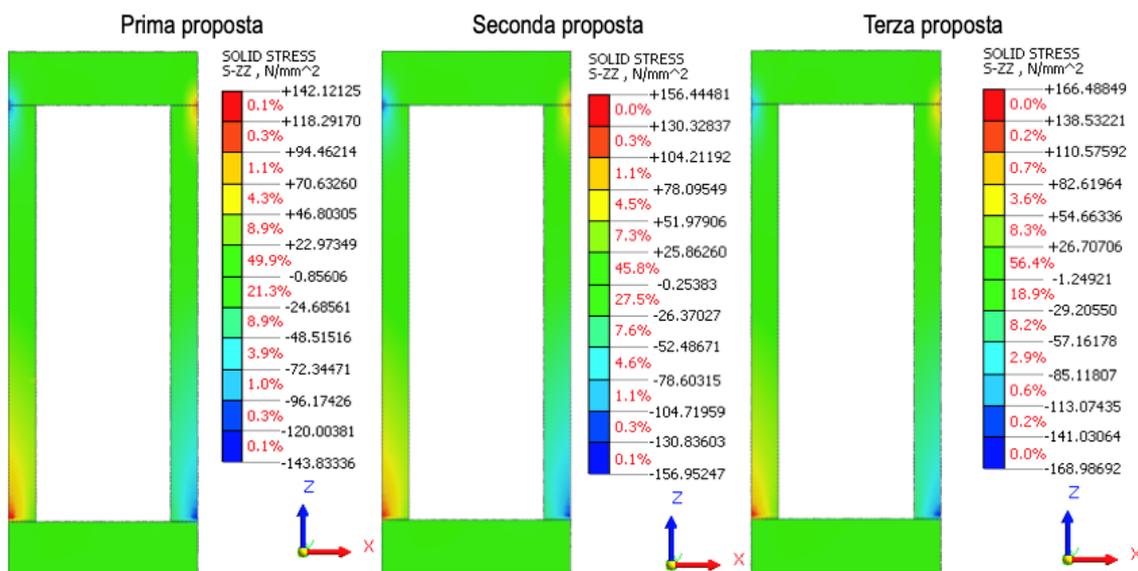


Figura 103: Confronto tra le tensioni  $\sigma_{zz}$  sugli elementi del telaio nelle tre geometrie analizzate

È possibile notare che i valori di tensione ottenuti nei tre casi, nonostante i diversi spessori degli elementi strutturali, sono perfettamente confrontabili.

In maniera analoga si osserva l'andamento delle tensioni in direzione globale X in quanto indice del momento flettente agente sui traversi del telaio di rinforzo. Infatti, come si può osservare nella figura che segue, nei traversi le tensioni  $\sigma_{xx}$  di trazione e compressione riproducono l'andamento teorico a farfalla.

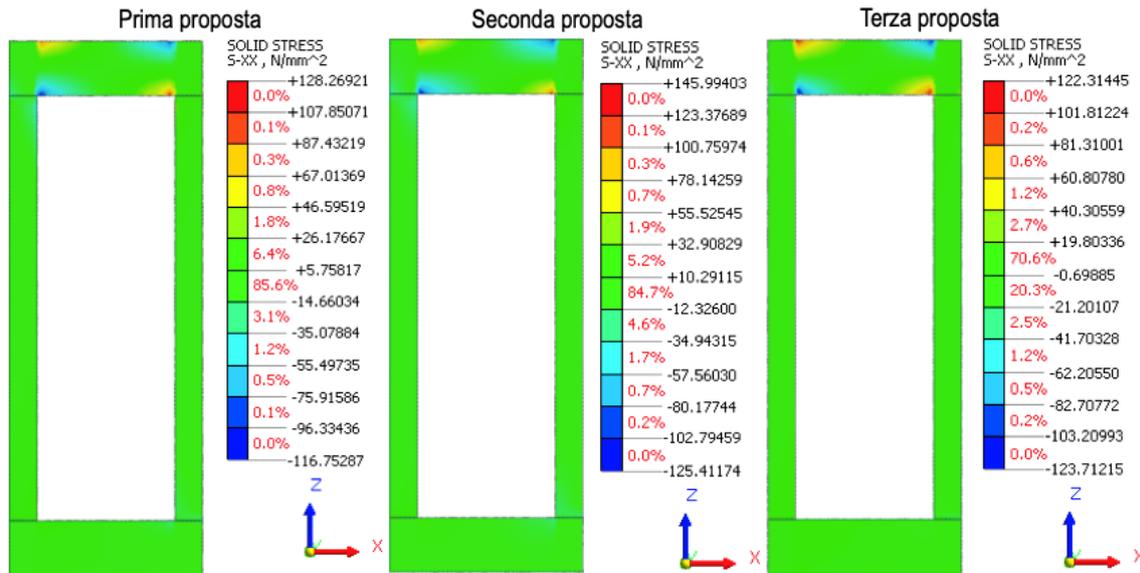


Figura 104: Confronto tra le tensioni  $\sigma_{XX}$  sugli elementi del telaio nelle tre geometrie analizzate

Infine, si riporta di seguito l'andamento delle tensioni  $\tau_{XZ} = \tau_{ZX}$  poiché forniscono un'indicazione sull'andamento del taglio negli elementi del telaio.

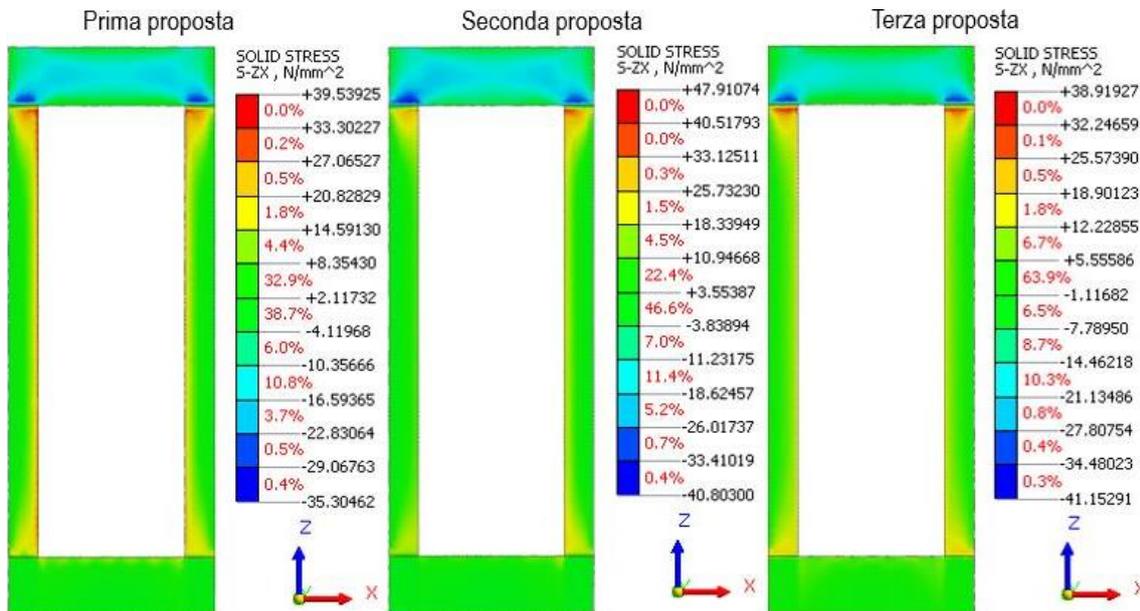


Figura 105: Confronto tra le tensioni  $\tau_{ZX}$  sugli elementi del telaio nelle tre geometrie analizzate

Per verificare il corretto comportamento del modello è stato osservato l'andamento delle tensioni principali, di trazione  $\sigma_1$  e di compressione  $\sigma_2$ , all'interno della parete in calcestruzzo proiettato.

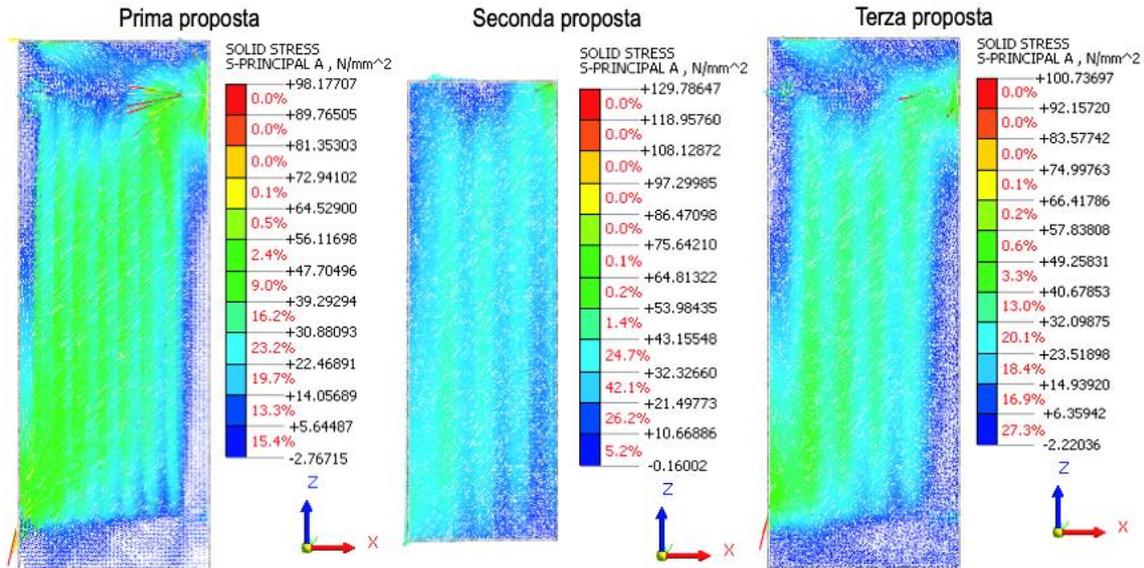


Figura 106: Confronto tra le tensioni  $\sigma_1$  sulla parete in spritz-beton nelle tre geometrie analizzate

Si osserva che le tensioni principali di trazione in tutti e tre i casi si sviluppano lungo la diagonale tesa della parete in calcestruzzo proiettato e i loro massimi valori hanno lo stesso ordine di grandezza, seppur con qualche piccola differenza.

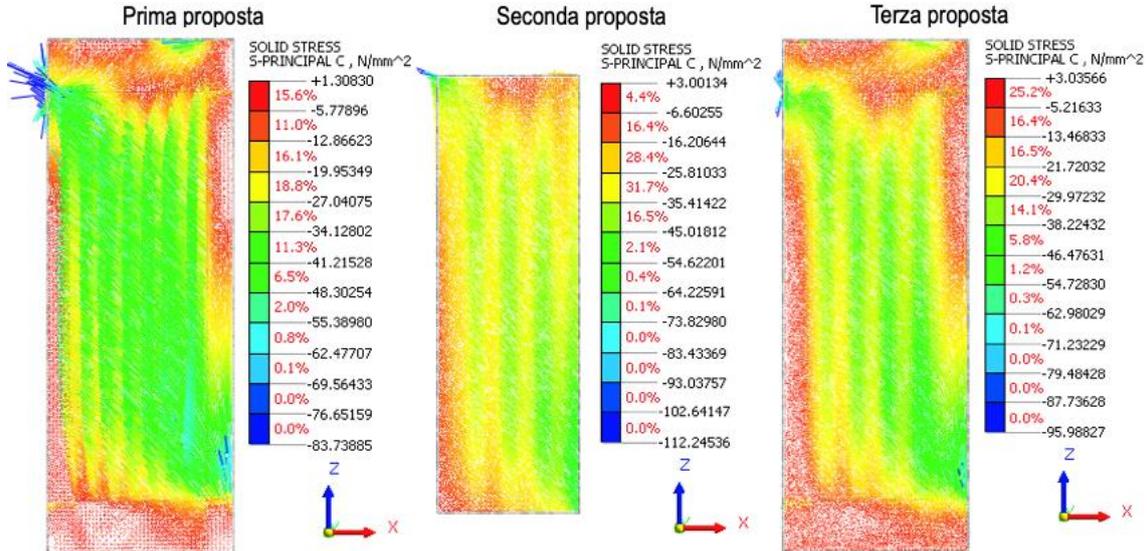


Figura 107: Confronto tra le tensioni  $\sigma_2$  sulla parete in spritz-beton nelle tre geometrie analizzate

Di nuovo si può notare che i valori massimi assunti dalle tensioni principali di compressione hanno lo stesso ordine di grandezza nei tre casi e la loro distribuzione è tale da identificare un puntone compresso nella parete in spritz-beton.

Osservando nel complesso le tensioni principali sia di trazione ( $\sigma_1$ ) sia di compressione ( $\sigma_2$ ) si nota come la prima proposta sia quella in cui la parete in spritz-beton risulta meno caricata, la seconda al contrario è quella maggiormente sollecitata, infine la terza mostra una situazione intermedia.

È importante sottolineare che sotto l'ipotesi di piccoli spostamenti nelle analisi statiche lineari il comportamento dei materiali risulta identico sia a trazione sia a compressione.

Nel seguito si riporta l'andamento delle tensioni principali di trazione e di compressione nel pannello coibentante solamente al fine di evidenziare come, pur avendo assunto un'interfaccia rigida al contatto con la parete in spritz-beton e gli elementi del telaio, in ambito lineare esso non contribuisca in alcun modo alla resistenza.

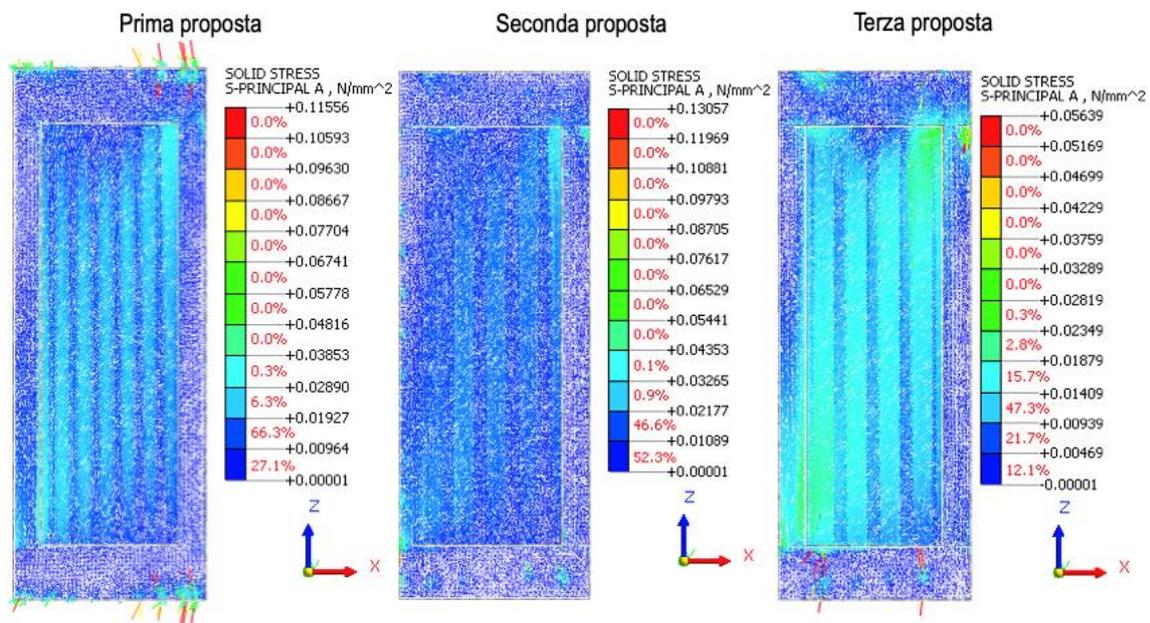


Figura 108: Confronto tra le tensioni  $\sigma_1$  sul pannello in polistirene nelle tre geometrie analizzate

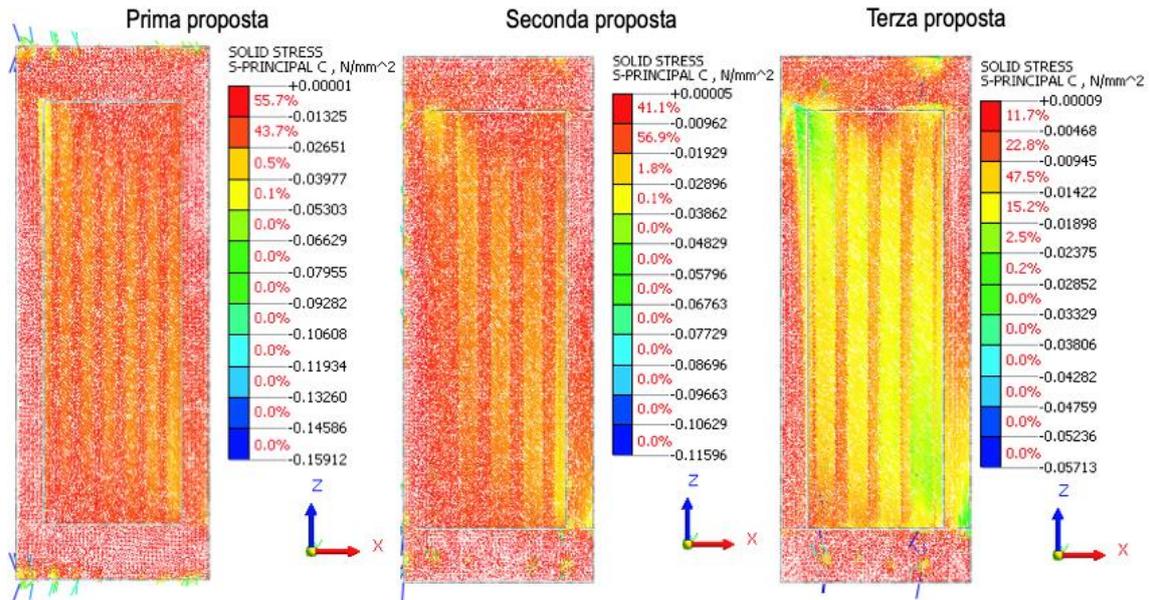


Figura 109: Confronto tra le tensioni  $\sigma_2$  sul pannello in polistirene nelle tre geometrie analizzate

Tramite il software è possibile calcolare la risultante delle tensioni in specifiche sezioni, in particolare in questo caso sono state valutate le caratteristiche della sollecitazione alla base dei pilastri.

```

-----
LOCAL DIRECTION FORCE SUM RESULT
-----
unit: N, mm

** Analysis Step : Prova modello
** Analysis Step : Linear Static

* Plane Name : Base pilastri
* Center Position : X=700.00001 Y=130 Z=430.09707
* X Direction : 0,0,1
* Y Direction : 1,0,0
* Z Direction : 0,1,0
* Result
Fx: -3.0619e+004 Mx: 1.6235e+008
Fy: 6.0423e+005 My: 2.6299e+005
Fz: 1.6012e+004 Mz: 3.4433e+009
    
```



Figura 110: Caratteristiche della sollecitazione complessive alla base dei pilastri – prima proposta

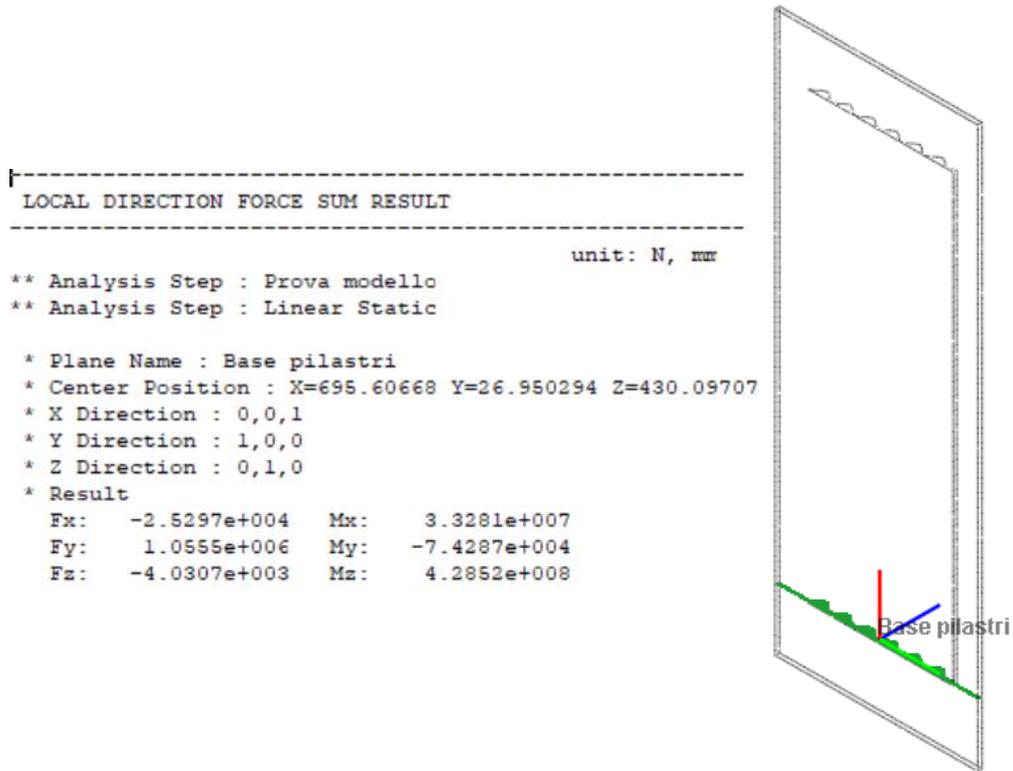


Figura 111: Caratteristiche della sollecitazione complessive alla base della parete – prima proposta

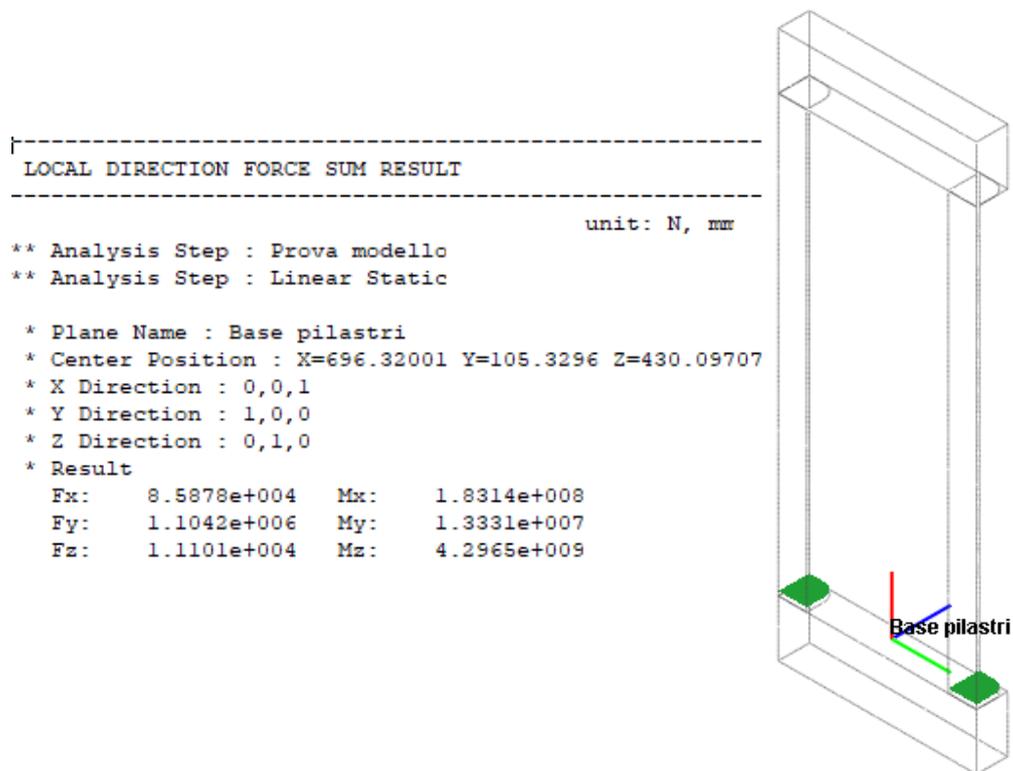


Figura 112: Caratteristiche della sollecitazione complessive alla base dei pilastri – seconda proposta

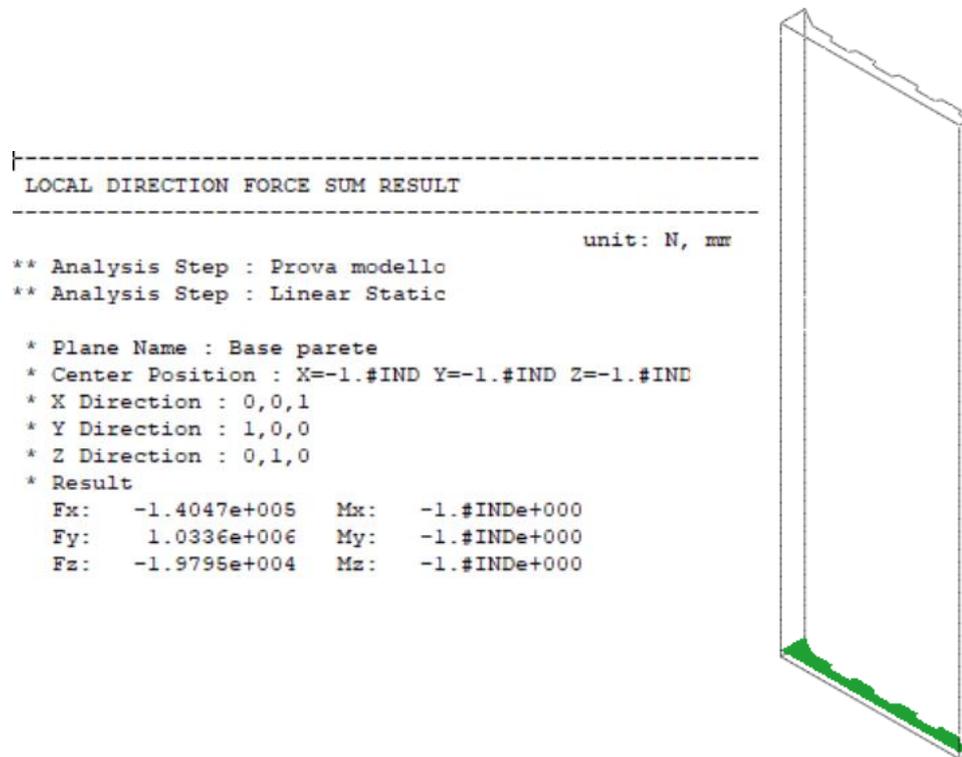


Figura 113: Caratteristiche della sollecitazione complessive alla base della parete – seconda proposta

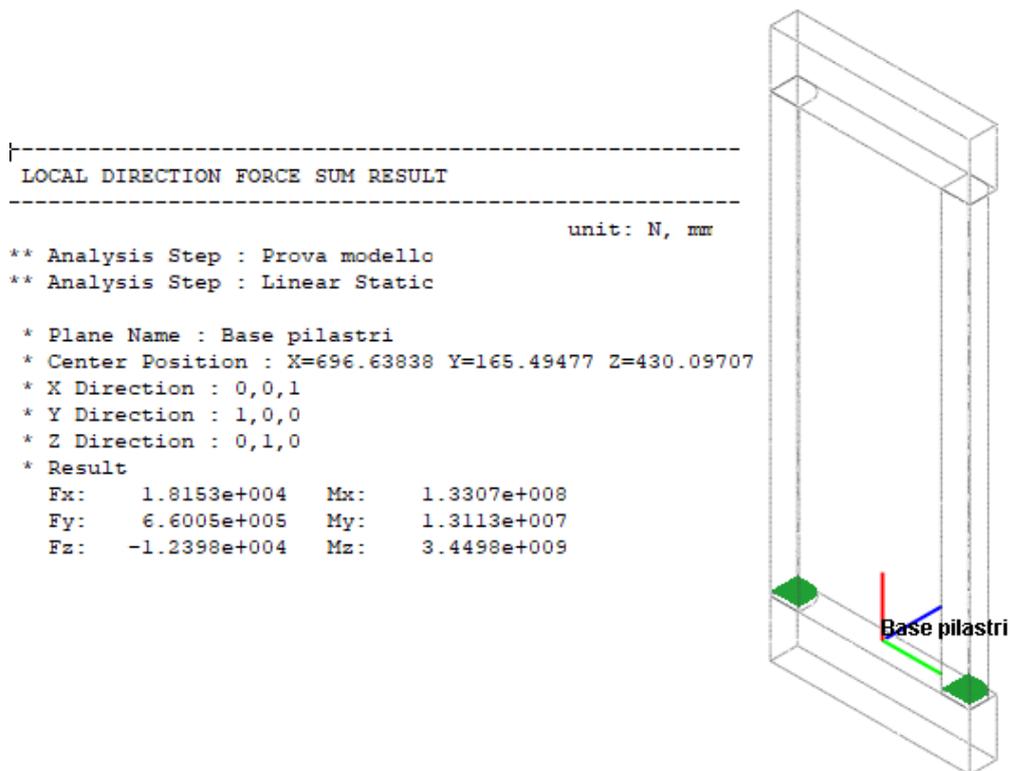


Figura 114: Caratteristiche della sollecitazione complessive alla base dei pilastri – terza proposta

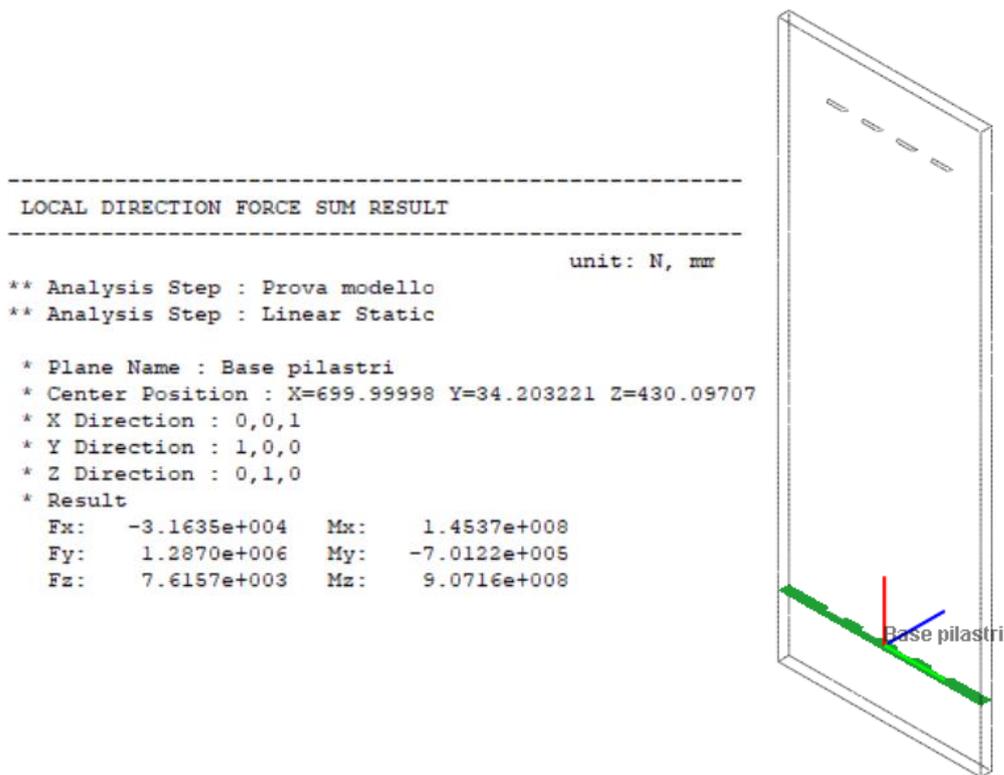


Figura 115: Caratteristiche della sollecitazione compressive alla base della parete – terza proposta

Conoscendo il taglio alla base sia dei pilastri sia della parete, è possibile valutare la quota parte di sollecitazione che interessa ciascuna delle due tipologie di elementi strutturali.

	Taglio alla base dei pilastri		Taglio alla base della parete		Taglio totale
	[kN]	%	[kN]	%	[kN]
Prima proposta	604.23	36.41%	1055.5	63.59%	1659.73
Seconda proposta	1104.2	51.65%	1033.6	48.35%	2137.8
Terza proposta	660.05	33.90%	1287	66.10%	1947.05

Si osserva quindi che in campo lineare la parete assorbe buona parte della sollecitazione orizzontale.

In seguito per determinare la rigidezza del modulo Timesafe nelle tre varianti si calcola la somma delle reazioni vincolari degli incastri posizionati nei nodi di base del telaio. Poiché l'analisi viene effettuata in ambito lineare è possibile calcolare la rigidezza alla traslazione in direzione X utilizzando la formula:

$$K = \frac{T_X}{\Delta X}$$

Dove  $T_X$  è la reazione vincolare in direzione X alla base del telaio e  $\Delta X$  individua lo spostamento dei nodi di sommità.

Proposta	Spostamento in sommità [mm]	Reazione alla base [kN]	Rigidezza modulo [kN/m]
Prima	20	1574.4	78718.5
Seconda	20	2156.7	107833.2
Terza	20	2123.3	106163.1

Osservando i dati si nota che la seconda e la terza proposta risultano le più rigide, mentre la prima presenta una rigidezza sensibilmente inferiore. Tuttavia, considerando le limitazioni costruttive della seconda proposta precedentemente descritte e che la prima risulta troppo deformabile, si ritiene complessivamente che la soluzione ottimale risulti la terza. Per le analisi successive perciò ci si concentra solamente sulla terza proposta, ritenuta ottimale in termini costruttivi ed efficiente dal punto di vista strutturale.

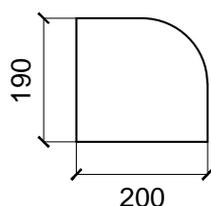
### 7.3.2 Rigidezza in campo elastico del solo telaio

Eseguendo un'analisi statica lineare sempre con le stesse condizioni di carico e di vincolo sulla struttura composta unicamente da pilastri e traversi e relative armature, è possibile calcolare la rigidezza in campo elastico del solo telaio, senza la parete in calcestruzzo proiettato. Si utilizza la relazione vista in precedenza e si ottengono i seguenti valori.

Spostamento in sommità [mm]	Reazione alla base [kN]	Rigidezza telaio [kN/m]
20	57.1	2856.7

Si osserva che senza la parete in spritz-beton, la rigidezza risulta sensibilmente più bassa.

Per verificare il valore di rigidezza del telaio ottenuto dal modello di dettaglio si esegue un semplice calcolo a mano considerando un portale shear-type con due pilastri identici con sezione come quella nella figura seguente.



Per calcolare la rigidezza quindi si utilizza la seguente formula:

$$K = \frac{24 EJ}{l^3}$$

I valori trovati nel caso di studio adottando questa formulazione sono raccolti nelle seguenti tabelle.

Caratteristiche pilastro	
E [MPa]	31938
J [m <sup>4</sup> ]	0.000120359
l [m]	3.5

Rigidezza telaio shear type	
2151.8	kN/m

Si osserva che il valore di rigidezza del solo telaio ottenuto tramite il calcolo manuale è molto prossimo a quello trovato dalla modellazione di dettaglio, in particolare risulta inferiore circa del 33%.

### 7.3.3 Valutazione del contributo del pannello in polistirene

È stata effettuata anche un'analisi della terza proposta del modulo Timesafe ipotizzando di trascurare completamente la presenza del polistirene e delle relative armature al fine di valutare la sua effettiva collaborazione. È stata quindi calcolata la reazione vincolare alla base del modulo senza polistirene ed è stata confrontata con quella del caso precedente (modello con polistirene).

Nella tabella che segue si mostra il calcolo dell'errore commesso trascurando la presenza del pannello coibentante e delle relative armature.

Terza proposta	Reazione alla base [kN]	Variazione percentuale [%]
Con pannello eps	2123.3	-0.10%
Senza pannello eps	2121.1	

Come si può notare, eliminare dal modello complessivo il pannello in polistirene non conduce a errori significativi, a conferma del fatto che esso non fornisce contributo apprezzabile in termini di resistenza. Nelle analisi successive pertanto si considerano

solamente le componenti in calcestruzzo gettato e proiettato con le relative armature, trascurando il pannello coibentante e gli elementi metallici annessi.

### 7.3.4 Calcolo degli spostamenti al limite elastico

Al fine di determinare indicativamente per quale livello di spostamento in sommità si raggiungono la tensione di rottura per compressione  $f_{cm}$  e la tensione di rottura per trazione  $f_{ctm}$  nella parete in spritz-beton, si osservano i valori minimi e massimi delle tensioni principali nel modello analizzato con spostamento imposto pari a 20 mm.

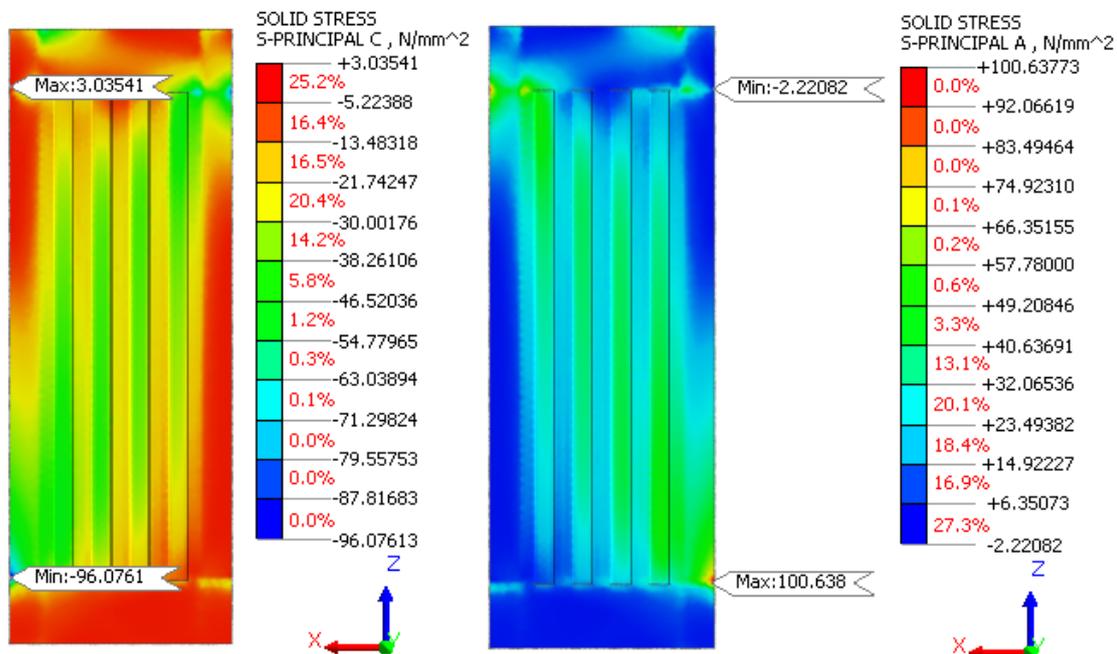


Figura 116: Andamento delle tensioni principali rispettivamente di compressione e di trazione nella parete

Essendo l'analisi lineare, è possibile calcolare lo spostamento in sommità tale da generare delle tensioni massime pari rispettivamente a  $f_{cm}$  e  $f_{ctm}$  nello spritz-beton attraverso una proporzione.

Calcolo dello spostamento che genera il raggiungimento della tensione limite di compressione in un punto della parete:

$$20 \text{ mm} : 96.08 \text{ MPa} = x : f_{cm} \rightarrow x = 7.91 \text{ mm}$$

Calcolo dello spostamento che genera il raggiungimento della tensione limite di trazione in un punto della parete:

$$20 \text{ mm} : 100.64 \text{ MPa} = x : f_{ctm} \rightarrow x = 0.58 \text{ mm}$$

Eseguendo quindi un'analisi statica lineare imponendo gli spostamenti in sommità appena ottenuti si osserva come le tensioni assumano i valori attesi.

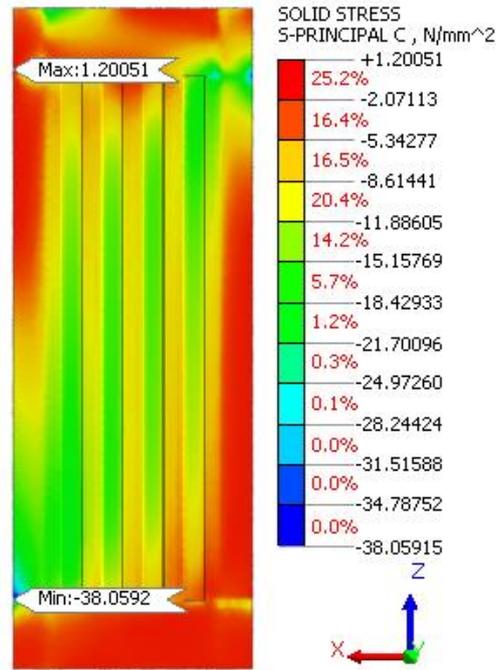


Figura 117: Tensioni principali di compressione nella parete con spostamento imposto di 7.91 mm

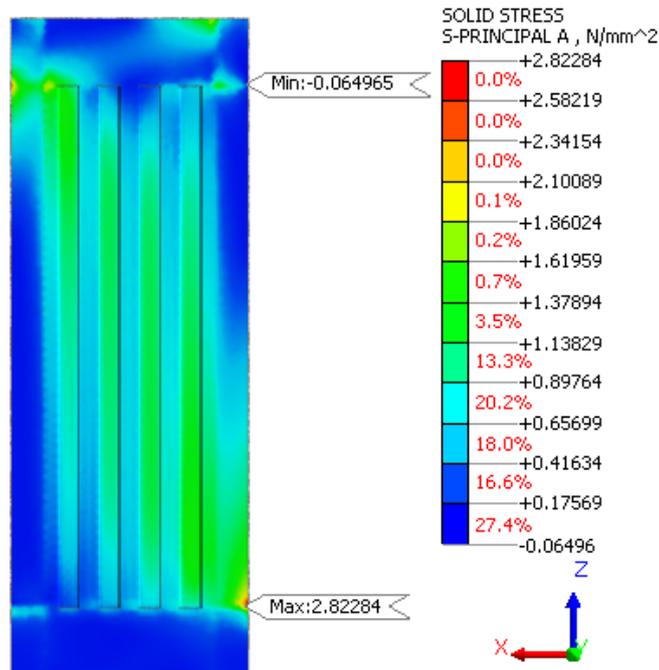


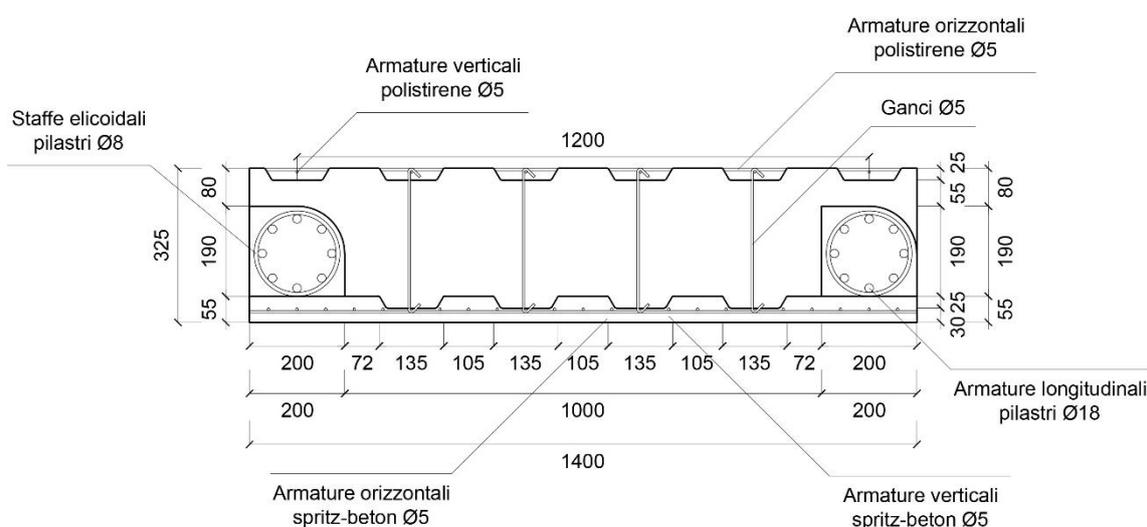
Figura 118: Tensioni principali di trazione nella parete con spostamento imposto di 0.58 mm

La parete dunque tenderà a mostrare le prime fessure per trazione in corrispondenza del nodo pilastro-traverso inferiore già per uno spostamento in sommità pari a 0.58 mm.

Per valutare come evolve lo stato tensionale e fessurativo del modulo di rinforzo Timesafe è necessario eseguire un'analisi statica non lineare per materiale. In questo modo sarà anche possibile stabilire se la parete in spritz-beton mostra una rigidezza apprezzabile anche per sismi di elevata entità o se viceversa tale elemento debba essere trascurato nelle verifiche allo SLV e SLC.

### 7.3.5 Influenza dello spessore dello spritz-beton

Infine, si effettua un'analisi statica lineare su un nuovo modello analogo al precedente ma che presenta una parete di spritz-beton con spessore che va da 3 cm a 5.5 cm. Tale analisi ha lo scopo di valutare come variano la quota parte di sollecitazione su pilastri e parete, la rigidezza del sistema e gli spostamenti al limite elastico.



119: Sezione orizzontale modulo con parete di spessore ridotto

Per poter confrontare i risultati di questo modello con quelli del precedente si applicano le stesse condizioni di carico e di vincolo (incastro nei nodi di base del telaio, nodi di sommità vincolati ad avere solo spostamenti nel piano del modulo e con spostamento imposto in direzione X pari a 20 mm).

Nella tabella seguente si mostra come varia la quota parte di taglio alla base sui pilastri e sulla parete in calcestruzzo proiettato nelle due soluzioni.

Spessore parete	Taglio alla base dei pilastri		Taglio alla base della parete		Taglio totale	
	[mm]	[kN]	%	[kN]		%
5+2.5		660.05	33.90%	1287	66.10%	1947.05
3+2.5		675.23	40.52%	991	59.48%	1666.23

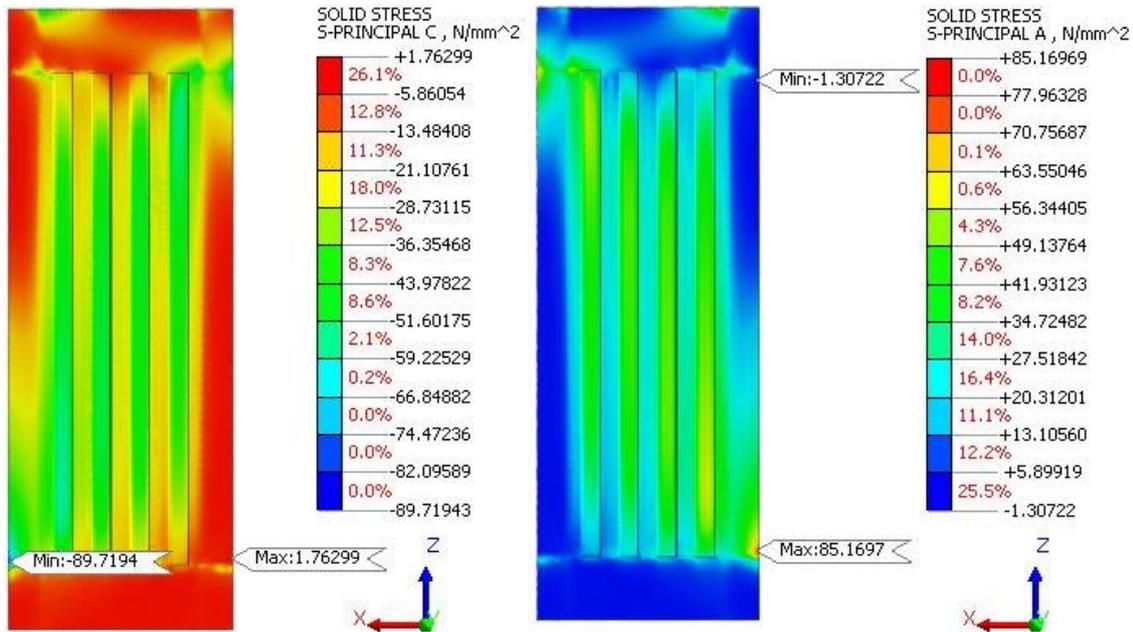
Come si osserva dalla tabella, se si realizza la parete con uno spessore più sottile la percentuale di taglio assorbito dai pilastri aumenta circa del **7%** mentre quello assorbito dalla parete diminuisce della stessa percentuale.

Si calcola inoltre la rigidezza del modulo con parete di calcestruzzo proiettato con spessore minimo pari a 3 cm e si confronta con i dati ottenuti in precedenza.

Spessore parete	Spostamento in sommità	Reazione alla base	Rigidezza modulo
[mm]	[mm]	[kN]	[kN/m]
5+2.5	20	2123.26	106163.06
3+2.5	20	1565.76	78287.82

Si nota che riducendo lo spessore della parete di 2 cm si ha un calo di rigidezza del **26%**.

Infine, si calcolano anche in questo caso gli spostamenti in corrispondenza dei quali si raggiungono le tensioni di rottura per compressione e trazione nello spritz-beton. Di seguito si mostrano gli andamenti delle tensioni principali nella parete corrispondenti ad uno spostamento in sommità di 20 mm.



120: Andamento delle tensioni principali rispettivamente di compressione e di trazione nella parete

Calcolo dello spostamento che genera il raggiungimento della tensione limite di compressione in un punto della parete:

$$20 \text{ mm} : 89.72 \text{ MPa} = x : f_{cm} \rightarrow x = 8.47 \text{ mm}$$

Calcolo dello spostamento che genera il raggiungimento della tensione limite di trazione in un punto della parete:

$$20 \text{ mm} : 85.17 \text{ MPa} = x : f_{ctm} \rightarrow x = 0.68 \text{ mm}$$

Eseguendo quindi un'analisi statica lineare imponendo gli spostamenti in sommità appena ottenuti si osserva come le tensioni assumano i valori attesi.

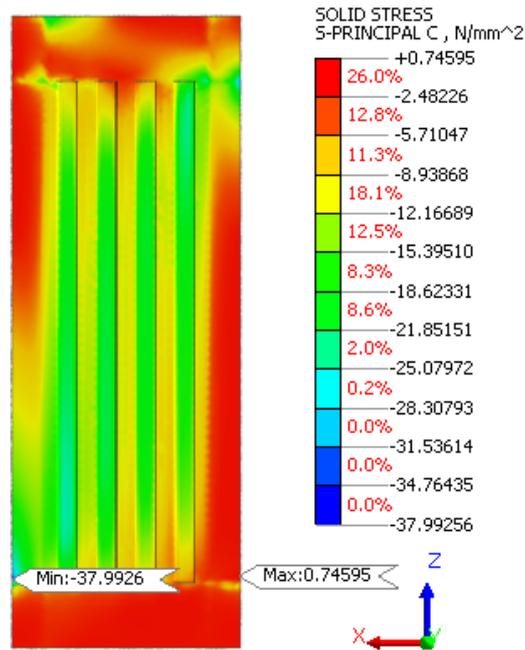


Figura 121: Tensioni principali di compressione nella parete con spostamento imposto di 8.47 mm

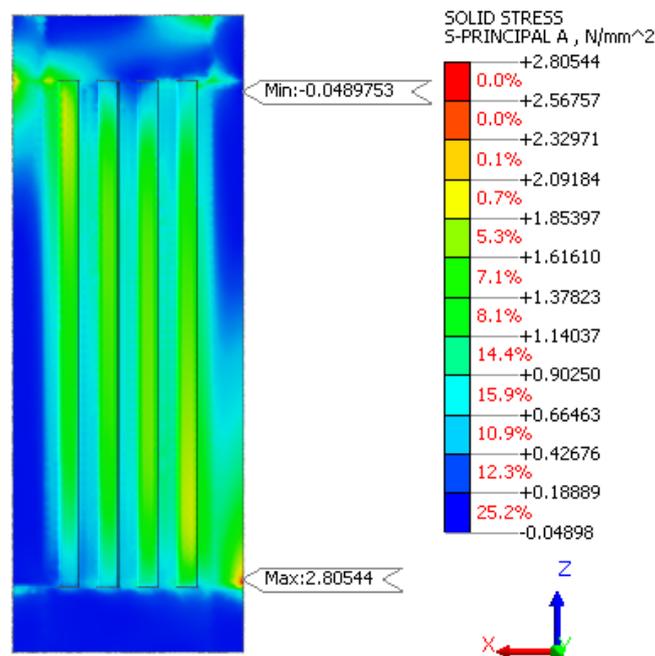


Figura 122: Tensioni principali di trazione nella parete con spostamento imposto di 0.68 mm

In questo caso la parete, essendo meno rigida quindi meno sollecitata, tenderà a fessurarsi per uno spostamento in sommità di 0.68 mm anziché 0.58 mm.

## 8. Analisi statica non lineare per materiale

Sul modulo Timesafe viene inoltre eseguita un'analisi statica non lineare per materiale al fine di definire il comportamento della struttura una volta che i materiali sono sconfinati in campo plastico e valutare la rigidità del rinforzo a seguito del danneggiamento indotto dall'azione sismica.

In questo tipo di analisi si considera per i materiali un legame costitutivo che ammette deformazioni oltre il limite elastico, ossia si considera un campo di deformazioni plastiche che saranno necessariamente irreversibili.

Trattandosi di un'analisi eseguita in campo non lineare è importante conoscere oltre al livello di carico anche la sua storia, per cui la risoluzione avviene per incrementi successivi valutando di volta in volta l'evolvere della deformazione.

Dal punto di vista operativo si considera valida l'ipotesi di piccoli spostamenti ma si assume un legame non lineare tra forze interne e carichi applicati esternamente:

$$F_{int}(V) = P$$

Pertanto, se si considera una configurazione iniziale di equilibrio in cui ai carichi esterni  $P_0$  corrispondono gli spostamenti  $V_0$  vale la seguente equazione:

$$F_{int}(V_0) = P_0$$

Incrementando a questo punto il carico esterno fino ad arrivare a una nuova configurazione di equilibrio si ha:

$$F_{int}(V_0 + \Delta V) = P_0 + \Delta P$$

Sviluppando in serie di Taylor la funzione  $F_{int}$  nell'intorno di  $V_0$  e arrestandosi al primo ordine si ottiene:

$$F_{int}(V_0 + \Delta V) = F_{int}(V_0) + \left. \frac{\partial F_{int}}{\partial V} \right|_{V_0} \cdot \Delta V + \dots = P_0 + \Delta P$$

Operando in tale maniera si linearizza il problema poiché  $\left. \frac{\partial F_{int}}{\partial V} \right|_{V_0}$  non dipende più da  $V$  ma solamente da  $(V_0)$ .

Osservando che  $F_{int}(V_0) = P_0$  e definendo  $K_T(V_0) = \left. \frac{\partial F_{int}}{\partial V} \right|_{V_0}$  la matrice di rigidezza tangente è possibile scrivere la seguente equazione di equilibrio linearizzata:

$$K_T(V_0) \cdot \Delta V \approx \Delta P$$

Dove  $\Delta P$  è l'incremento di carico e  $\Delta V$  l'incremento di spostamento.

Il problema è stato quindi linearizzato al passo, per ogni incremento di carico  $\Delta P$  siamo in grado di calcolare l'incremento di spostamento  $\Delta V$ .

L'obiettivo dell'analisi non lineare è la costruzione del diagramma forza- spostamento della struttura: assumendo una distribuzione di carico di riferimento  $P_{ref}$ , gli incrementi vengono eseguiti aumentando il coefficiente moltiplicativo  $\lambda$ :

$$P = \lambda P_{ref}$$

Il moltiplicatore che individua il carico di collasso della struttura può essere trovato sapendo che valgono i seguenti teoremi:

- Teorema cinematico: il moltiplicatore di collasso è il valore più basso fra quelli corrispondenti a meccanismi cinematicamente ammissibili;
- Teorema statico: il moltiplicatore di collasso è il valore più alto fra quelli corrispondenti a meccanismi staticamente ammissibili;
- Teorema di unicità: il moltiplicatore di collasso è l'unico ad essere contemporaneamente cinematicamente e staticamente ammissibile.

Nei teoremi appena introdotti sono stati impiegati i due seguenti concetti:

- Meccanismo cinematicamente ammissibile: il numero di cerniere plastiche è sufficiente a trasformare la struttura in un meccanismo;
- Stato di sollecitazione staticamente ammissibile: la struttura è in equilibrio e non ci sono sezioni in cui il momento flettente supera il momento di plasticizzazione.

In maniera analoga a come il metodo degli elementi finiti discretizza la struttura nello spazio, la procedura incrementale effettua la discretizzazione del percorso carico-spostamento: dato uno stato di equilibrio definito dalla coppia  $(V, \lambda)$  tramite la matrice di

rigidezza tangente è possibile approssimare la curva di equilibrio reale e trovare la configurazione successiva  $(V_{i+1}, \lambda_{i+1})$ .

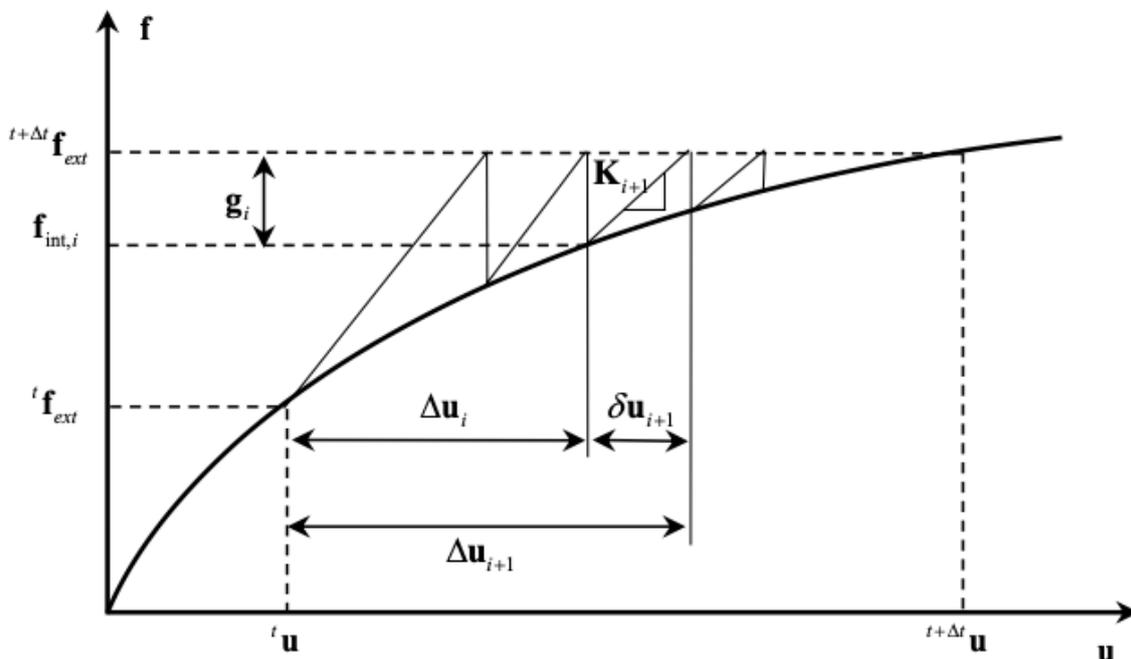


Figura 123: Approssimazione della curva di comportamento con metodi iterativi

Nel grafico di Figura 123 la notazione utilizzata è la seguente:

- $\Delta u_i$  è lo spostamento complessivo alla i-esima iterazione rispetto alla configurazione al tempo iniziale  $t$ ;
- $\delta u_i$  individua l'incremento di spostamento alla i-esima iterazione;
- $g_i$  è la forza residua non ancora equilibrata alla i-esima iterazione;
- ${}^t f_{ext}$  rappresenta il vettore delle forze esterne all'istante iniziale;
- $f_{int,i}$  sono le forze interne al sistema al passo i-esimo;
- $\Delta f_{int,i}$  è il vettore complessivo delle forze interne alla i-esima iterazione rispetto all'istante iniziale.

Avendo a che fare con equazioni di equilibrio non lineari, ogni coppia  $(V, \lambda)$  che definisce uno stato di equilibrio viene ricercata mediante l'ausilio di metodi di tipo numerico.

I metodi iterativi per analisi non lineari implementati dal software Midas FEA NX sono "Initial stiffness", "Full Newton Raphson" e "Modified Newton Raphson", che si distinguono in base al punto in cui viene calcolata la matrice di rigidezza tangente. In

particolare, il metodo “*Initial stiffness*” mantiene invariata la matrice di rigidezza tangente calcolata al punto iniziale dell’analisi, il metodo “*Full Newton Raphson*” ricalcola la matrice ad ogni iterazione successiva ed infine il metodo “*Modified Newton Raphson*” calcola la rigidezza tangente solo quando si ha un cambiamento della forza esterna. Poiché il calcolo della matrice di rigidezza tangente e la sua scomposizione sono processi che richiedono lunghi tempi di calcolo, l’utilizzo dei metodi “*Initial stiffness*” e “*Modified Newton Raphson*” è certamente più rapido rispetto al metodo “*Full Newton Raphson*” quando non si hanno problemi di convergenza.

All’interno del software è inoltre possibile definire un metodo personalizzato (“*Custom*”) per l’aggiornamento della matrice di rigidezza tangente, che può avvenire in maniera automatica, semi-automatica oppure ogni n iterazioni (con n definito dall’utente). In particolare, il metodo automatico per l’aggiornamento della matrice di rigidezza tangente messo a disposizione da Midas FEA NX individua un punto di ricalcolo appropriato considerando le caratteristiche d’insieme del problema non lineare. Pertanto la matrice di rigidezza tangente viene automaticamente ricalcolata quando si verifica almeno una delle seguenti condizioni:

- Il numero di iterazioni di calcolo sta raggiungendo il limite massimo previsto dall’utente;
- La soluzione sta divergendo.

Le condizioni di convergenza possono essere impostate in termini di forza, spostamento o lavoro imponendo dei valori limite di tolleranza per le seguenti quantità:

$$\text{Force norm ratio} = \frac{\sqrt{g_i^T g_i}}{\sqrt{\Delta f_{int,i}^T \Delta f_{int,i}}}$$

$$\text{Displacement norm ratio} = \frac{\sqrt{\delta u_i^T \delta u_i}}{\sqrt{\Delta u_i^T \Delta u_i}}$$

$$\text{Energy magnitude ratio} = \left| \frac{\delta u_i^T g_i}{\Delta u_i^T \Delta f_{int,i}} \right|$$

Per determinare se la soluzione diverge viene calcolato il tasso di divergenza  $E_i$ :

$$E_i = \frac{\delta u_i^T g_i}{\delta u_i^T g_{i-1}}$$

Quando il valore assoluto del tasso di divergenza è maggiore di 1 la soluzione dell'analisi non lineare può divergere, pertanto il software in base all'algoritmo scelto dall'utente provvede ricalcolando la matrice di rigidezza o applicando il metodo di bisezione del carico.

La bisezione viene utilizzata quando l'incremento di carico corrente è troppo ampio per arrivare a convergenza della soluzione oppure quando il numero di iterazioni è maggiore del massimo valore definito dall'utente.

Infine, il software offre anche la possibilità di utilizzare il metodo "Quasi-Newton", la forma generalizzata del metodo delle secanti. Esso conserva i vantaggi del metodo di Newton Raphson modificato, che ricomponete la matrice di rigidezza solo quando c'è un incremento di carico, e consente di ridurre i tempi di calcolo. In particolare, l'aggiornamento della matrice di rigidezza tangente richiede un onere computazionale inferiore in quanto i calcoli vengono svolti utilizzando le matrici decomposte.

## 8.1 Legami costitutivi assunti per i materiali

### 8.1.1 Acciaio

Per le armature della parete in spritz-beton e degli elementi che compongono il telaio di rinforzo si fa riferimento ad un modello di comportamento alla Von Mises, largamente utilizzato per l'analisi di materiali metallici. Tale teoria assume che lo snervamento avvenga quando una tensione ottaedrica di taglio  $\tau_{oct}$  raggiunge il valore limite, definito attraverso una delle seguenti relazioni:

$$f(\tau_{oct}) = \tau_{oct} - \sqrt{\frac{2}{3}}k = 0$$

$$f(J_2) = J_2 - k^2 = 0$$

Dove  $k$  è la tensione di snervamento per taglio puro.

Esprimendo le relazioni precedenti in termini di tensioni principali si ha:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6k^2$$

Se si considera il caso mono-assiale si ha una relazione del tipo:

$$f(\sqrt{J_2}) = \sqrt{3}\sqrt{J_2} - Y(\kappa) = 0$$

Dove  $Y(\kappa) = k$ , che rappresenta la tensione di snervamento.

Quest'ultima formulazione è la più largamente utilizzata perché dipende solamente dal secondo invariante di tensione  $J_2$ , il cui valore è definito dalla seguente relazione:

$$J_2 = \sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{zz}\sigma_{xx} - \sigma_{xy}^2 - \sigma_{xz}^2 - \sigma_{yz}^2$$

La superficie di snervamento alla Von Mises conserva una forma circolare che è parallela all'asse idrostatico nello spazio delle tensioni principali, come rappresentato nell'immagine seguente.

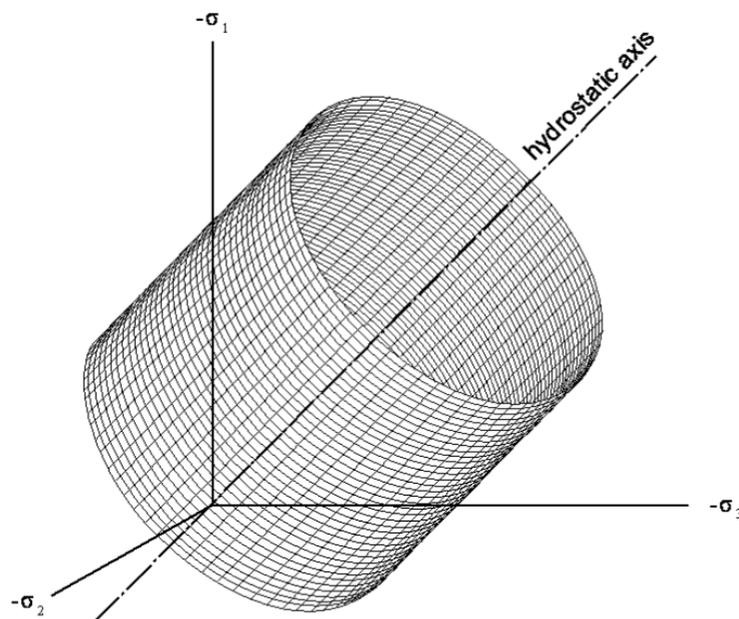


Figura 124: Superficie di snervamento alla Von Mises

In campo non lineare si assume che l'acciaio abbia un comportamento perfettamente plastico, ovvero che si deformi a tensione costante pari al valore medio della tensione di

snervamento  $f_{ym}$ . Di seguito si riportano le schermate in cui vengono inseriti i parametri relativi alla non linearità materiale delle due tipologie di armature presenti.

The screenshot shows a software window for defining material properties. At the top, the ID is 6 and the Name is Fe510. The Model is set to von Mises. The Non-Linear tab is selected. Under Perfect Plastic, the Yield Stress is 540 N/mm². The Hardening Curve and Stress Strain Curve are set to None. The Hardening Rule is Isotropic. The Combined hardening factor is 0.

Figura 125: Parametri non linearità materiale dell'acciaio Fe510

The screenshot shows a software window for defining material properties. At the top, the ID is 7 and the Name is B450C. The Model is set to von Mises. The Non-Linear tab is selected. Under Perfect Plastic, the Yield Stress is 480 N/mm². The Hardening Curve and Stress Strain Curve are set to None. The Hardening Rule is Isotropic. The Combined hardening factor is 0.

Figura 126: Parametri non linearità materiale dell'acciaio B450C

### 8.1.2 Calcestruzzo

Per considerare la non linearità materiale del calcestruzzo, sia del telaio sia della parete di rinforzo, si utilizza uno “*smearred crack model*”, ovvero un modello semplificato in cui le fessure che si generano localmente vengono distribuite su una superficie più ampia. È stato dimostrato che questo modello di comportamento funziona bene per le strutture

in calcestruzzo armato con una quantità di armatura considerevole, inoltre la sua modellazione agli elementi finiti è relativamente semplice.

Lo “*smearred crack model*” assume che gli incrementi di carico siano applicati sotto basse pressioni di confinamento del calcestruzzo, corrispondenti a circa  $1/4 \div 1/5$  della massima resistenza a compressione. Per elementi in calcestruzzo armato le armature devono essere modellate come “*embedded truss*” ed effetti quali l’aderenza acciaio-calcestruzzo vengono considerati tramite il tension stiffening.

Tale modello descrive il comportamento a compressione del calcestruzzo attraverso un tipico andamento elasto-plastico isotropo, mentre quello a trazione viene definito utilizzando un modello a fessure distribuite. Lo “*smearred crack model*” è un metodo di simulazione del fenomeno fessurativo che corregge le tensioni e la rigidezza nel punto di integrazione senza dover riconfigurare la mesh. La larghezza delle fessure viene ottenuta in funzione delle dimensioni dell’elemento finito: la radice quadrata dell’area di un elemento bidimensionale e la radice cubica del volume di un elemento tridimensionale rappresentano l’ampiezza delle fessure.

Il comportamento monoassiale a trazione e compressione del calcestruzzo secondo lo “*smearred crack model*” è mostrato nell’immagine che segue.

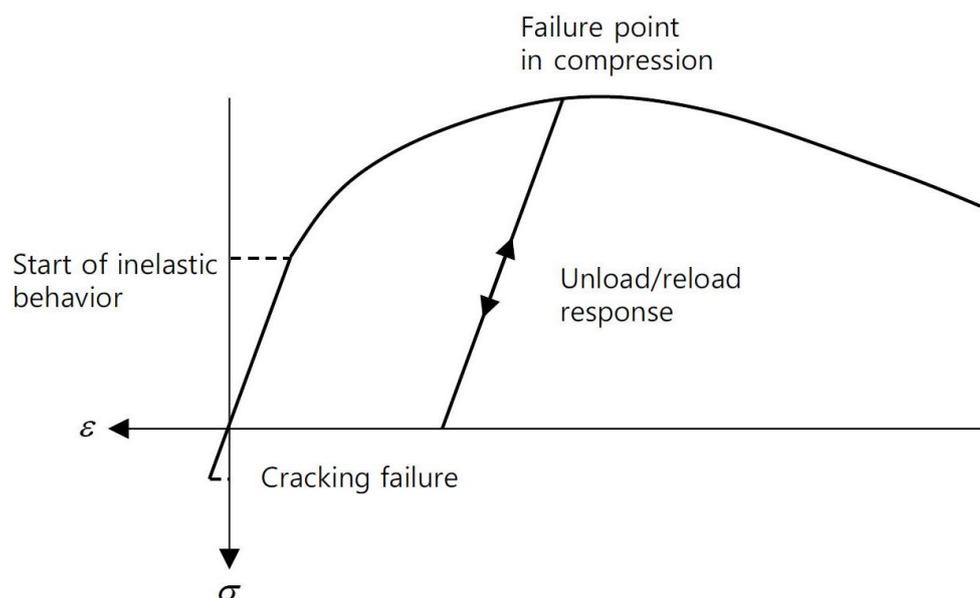


Figura 127: Comportamento monoassiale del calcestruzzo con “*smearred crack model*”

Si tratta di una plasticità pura a compressione e “*smeared crack model*” con fessure fisse e ortogonali a trazione.

Per utilizzare tale formulazione bisogna definire i seguenti parametri:

- Modulo di Young;
- Coefficiente di Poisson;
- Resistenza a trazione;
- Resistenza a compressione;
- Energia di frattura.

Tali valori si ottengono a partire dalle indicazioni presenti all'interno del design code CEB-FIP 1990.

La resistenza media a compressione si calcola come:

$$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f$$

con  $\Delta f = 8 \text{ MPa}$ .

La resistenza a trazione media viene invece calcolata come:

$$f_{ct,m} = f_{ctk0,m} \left( \frac{f_{ck}}{f_{ck0}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

Con  $f_{ctk0,m} = 1.40 \text{ MPa}$  e  $f_{ck0} = 10 \text{ MPa}$ .

L'energia di frattura è legata alla resistenza a compressione e al diametro massimo degli aggregati attraverso la seguente relazione:

$$G_f = G_{f0} \left( \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0.7}$$

con  $f_{cm0} = 10 \text{ MPa}$ .

I valori di  $G_{f0}$  dipendono dal diametro massimo dell'aggregato come riportato nella tabella che segue.

Dmax [mm]	Gf0 [J/m <sup>2</sup> ]
8	25
16	30
32	58

Si riportano quindi i valori di tali parametri ottenuti per il calcestruzzo e lo spritz-beton applicando le relazioni precedenti.

Spritz-beton	
Ec [MPa]	20000
$\nu$	0.2
fck [Mpa]	30
$\Delta f$ [Mpa]	8
fcm [Mpa]	38
fctk0,m [Mpa]	1.4
fck0 [Mpa]	10
fct,m [Mpa]	2.9
Gf0 [J/m <sup>2</sup> ]	30
fcm0 [Mpa]	10
Gf [J/m <sup>2</sup> ]	76.4

Calcestruzzo	
Ec [MPa]	31938
$\nu$	0.2
fck [Mpa]	30
$\Delta f$ [Mpa]	8
fcm [Mpa]	38
fctk0,m [Mpa]	1.4
fck0 [Mpa]	10
fct,m [Mpa]	2.9
Gf0 [J/m <sup>2</sup> ]	58
fcm0 [Mpa]	10
Gf [J/m <sup>2</sup> ]	147.7

Per quanto riguarda il legame costitutivo a compressione assunto per il calcestruzzo degli elementi sia del telaio sia della parete si assume la curva teorizzata da Thorenfeldt, di seguito riportata.

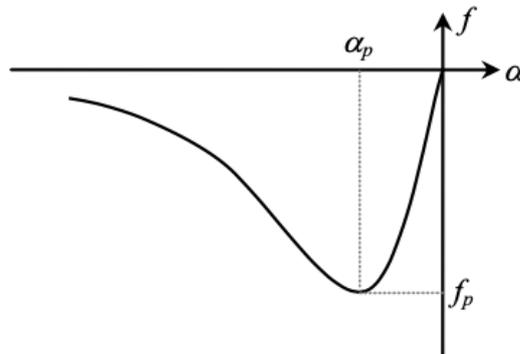


Figura 128: Curva non lineare di compressione di Thorenfeldt

Il modello implementato per il comportamento del calcestruzzo a trazione è quello proposto da Hordijk, il quale utilizza la seguente funzione non lineare per rappresentare il softening del calcestruzzo una volta raggiunta la resistenza a trazione  $f_t$ . Tale curva ha andamento decrescente fino a raggiungere un valore di tensione pari a zero per la deformazione di rottura  $\varepsilon_{nn,ult}^{CT}$ .

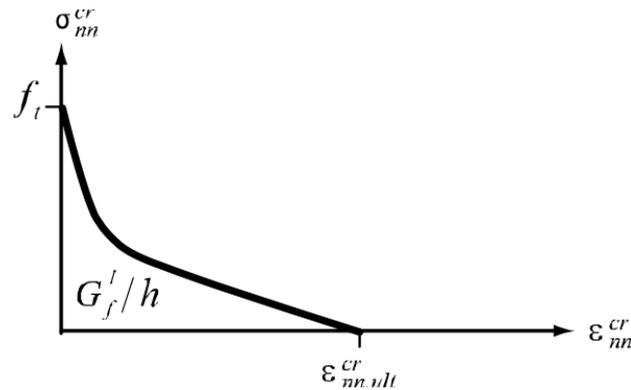


Figura 129: Curva non lineare di trazione di Hordijk

Superato il picco di trazione è quindi presente un ramo di softening che è definito in accordo agli esperimenti di Hordijk come:

$$\frac{\sigma}{f_t} = 1 + \left( c_1 \frac{w}{w_c} \right) \cdot \exp \left( -c_2 \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \cdot \exp(-c_2)$$

$$\text{con } w_c = 5.14 \frac{G_f}{f_t}$$

dove  $w$  è l'apertura della fessura,  $w_c$  è l'apertura della fessura al completo rilascio di tensione,  $\sigma$  è la tensione normale alla fessura,  $G_f$  è l'energia di frattura richiesta per creare una fessura continua di area unitaria,  $f_t$  è la resistenza a trazione derivata dal criterio di rottura. Quindi per definire il ramo discendente occorre conoscere la resistenza a trazione  $f_t$  per cui inizia la fessurazione, l'energia di frattura  $G_f$  e la forma del ramo discendente stesso. I primi due parametri sono delle proprietà dei materiali, mentre l'ultimo dipende dal modello scelto. La deformazione dovuta alla fessurazione è calcolata dall'apertura della fessura  $w$  dividendo per la lunghezza caratteristica  $L_t$  pari alla proiezione dell'elemento finito nella direzione principale massima.

$$\varepsilon_{cr} = \frac{w}{L_t}$$

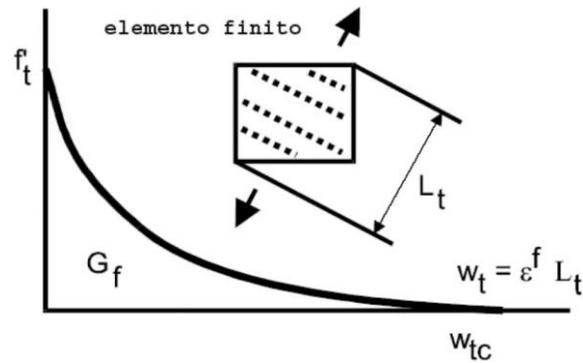


Figura 130: Ramo di softening e lunghezza caratteristica a trazione

## 8.2 Analisi del modello e interpretazione dei risultati

Inserendo le caratteristiche dei materiali illustrate al capitolo precedente all'interno del modello di dettaglio è possibile eseguire un'analisi statica non lineare per materiale. Per questo tipo di analisi si considera, come osservato in precedenza, il modello in cui sono presenti solamente gli elementi del telaio e la parete in calcestruzzo proiettato di spessore pari a 50+25 mm, entrambi con le rispettive armature.

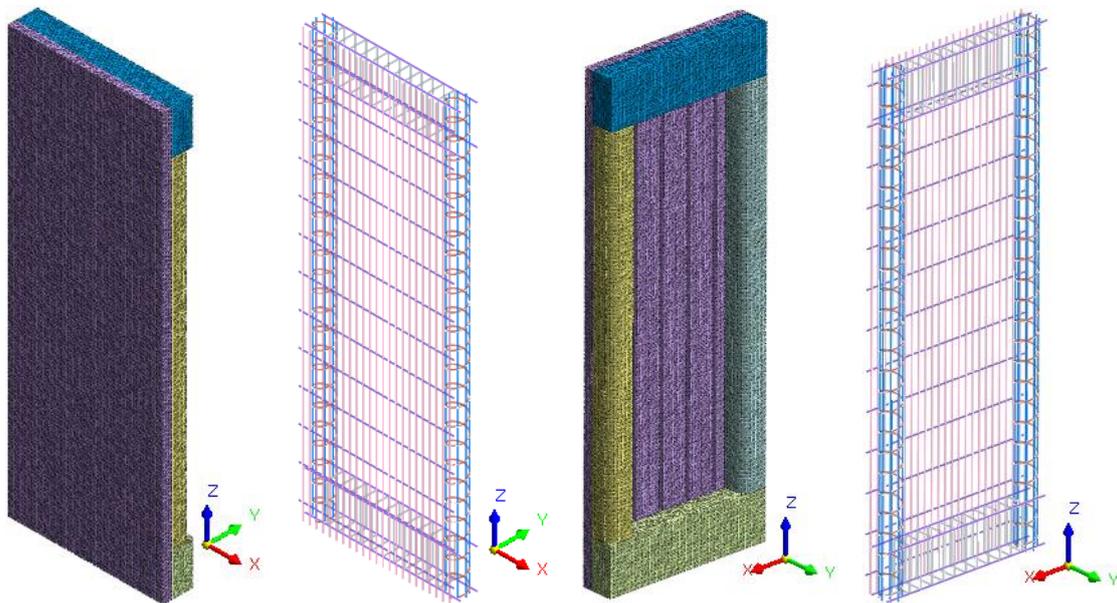


Figura 131: Modello per analisi statica non lineare per materiale

Le condizioni di vincolo e di carico imposte sono analoghe a quelle adottate nelle analisi statiche lineari, per cui i nodi di base risultano incastrati, quelli di sommità sono vincolati

a spostamenti nel piano del pannello e su di essi è applicato uno spostamento in direzione X pari a 20 mm.

I parametri da inserire all'interno del software Midas FEA NX sono il numero di incrementi di carico, i criteri di convergenza e le relative tolleranze, il metodo di aggiornamento della matrice di rigidezza tangente, il numero di iterazioni consentite per ogni incremento e il massimo livello di bisezione. Nel caso di studio per ogni analisi effettuata sono stati imposti i seguenti parametri, variando di volta in volta il metodo di aggiornamento della matrice di rigidezza (messo in evidenza nella figura che segue).

The image shows two panels of the Midas FEA NX software interface. The left panel is the 'Nonlinear' dialog box, and the right panel is the 'Nonlinear Solver Parameters' dialog box.

**Nonlinear Dialog Box (Left Panel):**

- Geometry Nonlinearity:**
  - Consider Geometric Nonlinear Effects
  - Update Pore Pressure with Deformation
- Basic Nonlinear Parameters:**
  - Load Steps
    - Number of Increments: 200
    - Intermediate Output Request: Every Increment
  - Manual with User-Defined Steps (Load Step...)
  - Time Steps
    - Time(Duration): 86400 sec
    - Number of Increments: 1
    - Intermediate Output Request: Last Increment
  - Manual with User-Defined Steps (Time Step...)
- Iterative Scheme:**
  - General
  - Enhanced Init Stress
- Convergence Criteria / Error Tolerance:**
  - Displacement(U): 0.01
  - Load(P): 0.001
  - Work(W): 1e-006
- Use Arc-Length Method:**
  - Use Arc-Length Method
  - Min. Arc-Length Adjustment Ratio: 0.25
  - Max. Arc-Length Adjustment Ratio: 4
  - Max Arc-Length Increments: 20

**Nonlinear Solver Parameters Dialog Box (Right Panel):**

- Use Default Settings
- Stiffness Update Scheme Parameter:**
  - Stiffness Update Scheme: Initial Stiffness (highlighted with a red box)
  - Custom Update Method: Semi-Automatic
  - No. of iterations before Stiffness Update (for ITER and SEMI Methods): 51
  - Max. No. of Quasi-Newton Vectors: 0
  - Enhanced Predictor Disp.
- Analysis Option:**
  - Terminate Analysis on Failed Convergence
  - Max No. of Iterations per Increment: 150
  - Max. Bisection Level: 5
  - Enable Line Search
    - Max. Line Search per Iteration: 4
    - Line Search Tolerance: 0.5
  - Over-Relaxation: 1.2
  - None
  - Divergence Threshold: 3

Figura 132: Parametri impiegati nelle analisi statiche non lineari per materiale

Osservando i parametri di analisi si nota che l'unico criterio di convergenza adottato è quello in termini di spostamento, la cui tolleranza è stata assunta pari a 0.01, poiché altrimenti, a causa della complessità del modello, non sarebbe stato possibile raggiungere la convergenza. Avendo utilizzato 200 incrementi di carico e applicato come azione

esterna uno spostamento in sommità complessivo pari a 20 mm, ciascun incremento corrisponde ad un aumento dello spostamento in sommità di 0.1 mm.

Le analisi condotte sul modello sono state effettuate applicando tutti i metodi descritti nei paragrafi precedenti; in particolare, per quanto riguarda il metodo personalizzato (“*Custom*”) l’aggiornamento della matrice di rigidezza è stato impostato in modalità automatica, per cui il software effettua le operazioni come descritto in precedenza.

Da ogni metodo è stato possibile ottenere sia una curva di comportamento del tipo “Taglio alla base – Spostamento in sommità” sia un grafico che mostra la variazione di rigidezza del modulo, riportati nelle figure seguenti.

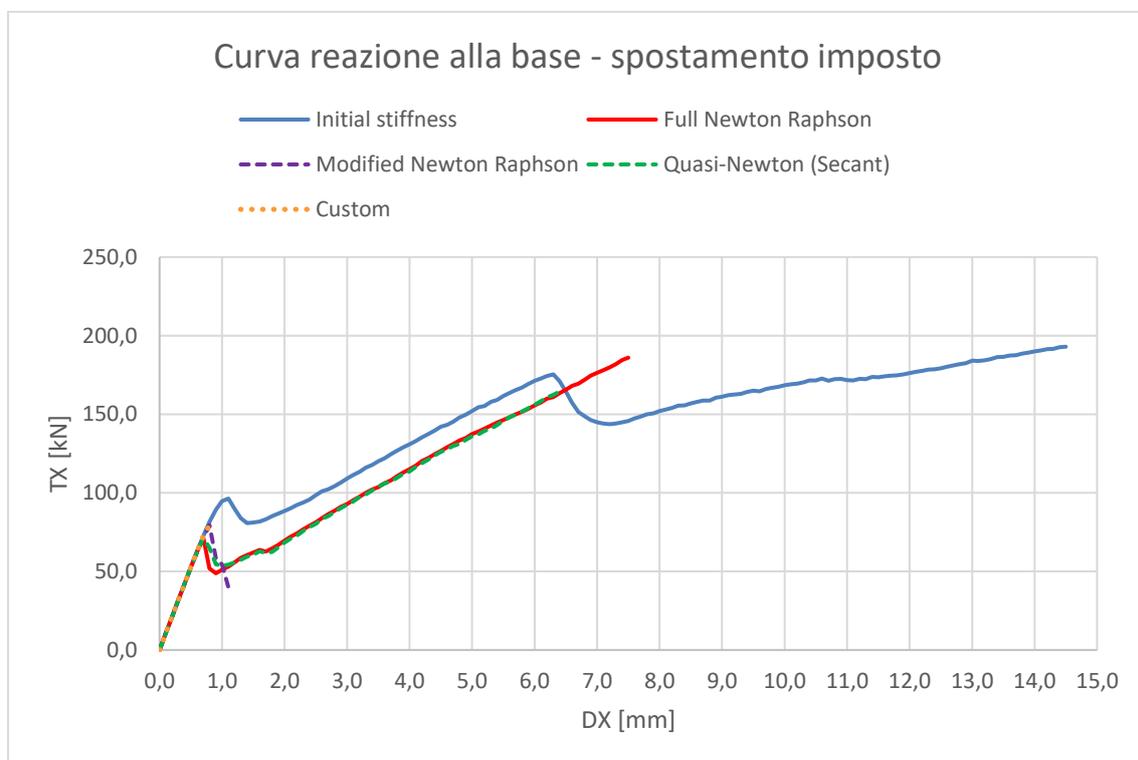


Figura 133: Curva di comportamento del modulo Timesafe ottenuta con i vari metodi

Da tale grafico si osserva che tutti i metodi simulano lo stesso comportamento in campo elastico, mantenendo un andamento identico fino al raggiungimento della soglia di prima plasticizzazione in corrispondenza di un valore di taglio alla base pari a 70 kN circa. Tuttavia, si nota che l’utilizzo dei metodi “*Modified Newton Raphson*” e “*Custom*” porta a una soglia di plasticizzazione più elevata e pari a circa 80 kN, mentre il metodo “*Initial stiffness*” individua un valore di circa 95 kN. Superato il limite elastico il metodo

“*Custom*” inizia a divergere, mentre gli altri evidenziano un ramo discendente, corrispondente ad un calo di resistenza del modulo. A questo punto smette di convergere il metodo “*Modified Newton Raphson*” mentre i rimanenti segnalano una ripresa di rigidezza dovuta alla formazione di un puntone compresso all’interno della parete in spritz-beton. Il metodo “*Initial stiffness*” mostra un andamento della curva di comportamento che si discosta da quello che caratterizza gli altri metodi. In particolare, una volta superato il limite elastico la curva “*Initial stiffness*” si mantiene parallela alle altre ma traslata verticalmente di circa 20 kN fino al raggiungimento di un valore di taglio alla base di 175 kN. Superato questo limite con il metodo “*Initial stiffness*” si osserva un altro calo di rigidezza e una successiva ripresa.

Nonostante i risultati ottenuti con il metodo “*Initial stiffness*” si differenzino da quelli ricavati con gli altri sistemi di aggiornamento della matrice di rigidezza, esso risulta in grado di raggiungere lo spostamento massimo  $DX = 14.5$  mm senza che la soluzione diverga. Per questo motivo la valutazione dei meccanismi che si generano all’interno del modulo Timesafe in ambito non lineare viene effettuata in riferimento a tale metodo, tenendo però presente che i valori di carico risultano sovrastimati.

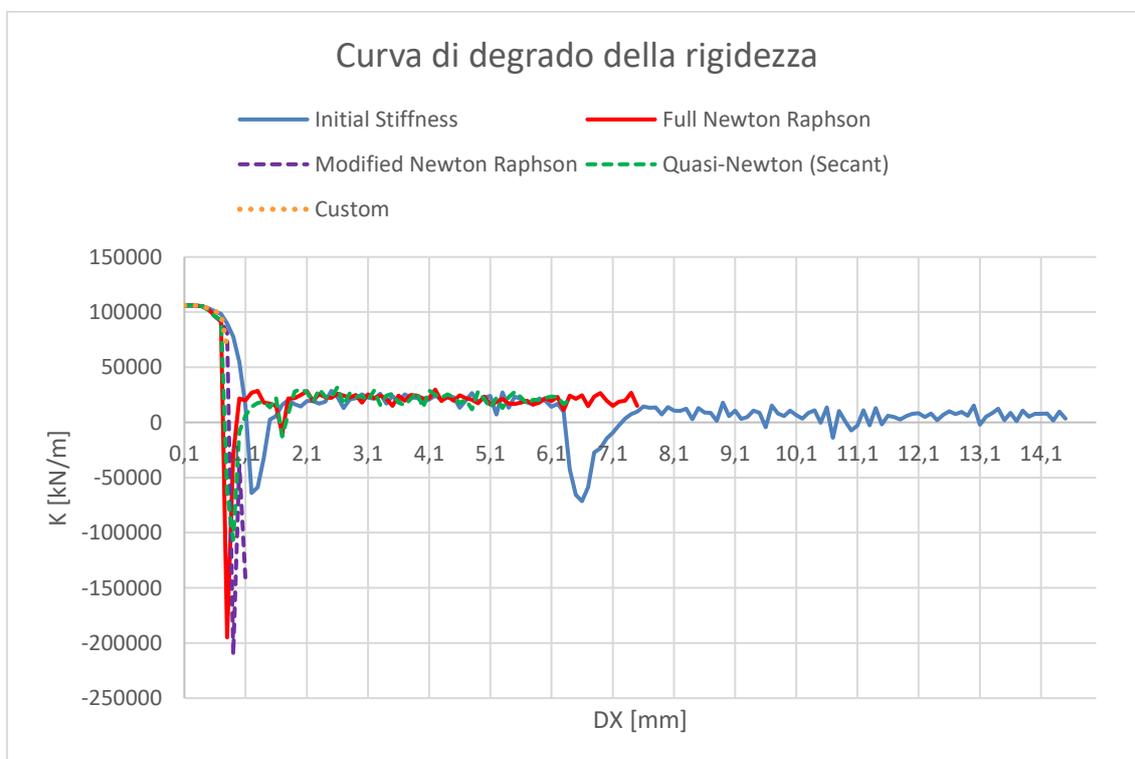


Figura 134: Curva di degrado della rigidezza del modulo Timesafe per i vari metodi

Dal grafico sovrastante si osserva che la rigidezza iniziale del modulo in campo elastico assume lo stesso valore pari circa a 106000 kN/m. In corrispondenza di uno spostamento in sommità pari a 0.70 mm tutti i metodi evidenziano un repentino calo di rigidezza, fatta eccezione per “*Modified Newton-Raphson*” e “*Initial stiffness*” per cui tale condizione si verifica per uno spostamento rispettivamente di 0.8 mm e 1.20 mm. In seguito, si ha una ripresa di rigidezza fino ad un valore di circa 20000 kN/m superato il quale tutti i metodi presentano continue variazioni di rigidezza dovute all’evolvere di fenomeni fessurativi e danneggiamenti localizzati negli elementi in calcestruzzo del modulo di rinforzo. In accordo con il grafico “Reazione alla base - spostamento imposto”, si osserva che il metodo “*Initial stiffness*” presenta un ulteriore calo di rigidezza in corrispondenza di uno spostamento in sommità pari a 6.20 mm, seguito da un successivo recupero fino al valore medio di circa 6000 kN/m.

Ci si concentra ora sull’analisi statica non lineare per materiale condotta utilizzando il metodo “*Initial stiffness*” in quanto risulta quella in grado di fornire più informazioni sul comportamento del modulo.

### 8.2.1 Quadro fessurativo del modulo di rinforzo

Si controllano innanzitutto gli stati fessurativi del modulo, individuando in primo luogo il valore del moltiplicatore del carico per cui si ha la formazione delle prime fessure nel telaio e nella parete in spritz-beton, visibili nelle immagini seguenti.

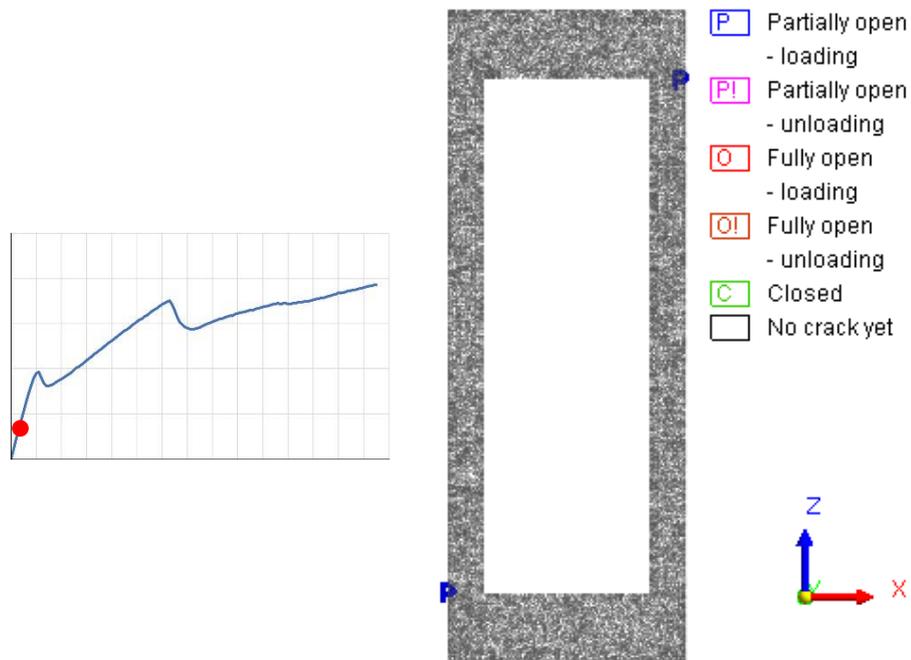


Figura 135: Prime fessure che si generano nel telaio ( $DX = 0.3 \text{ mm}$ )

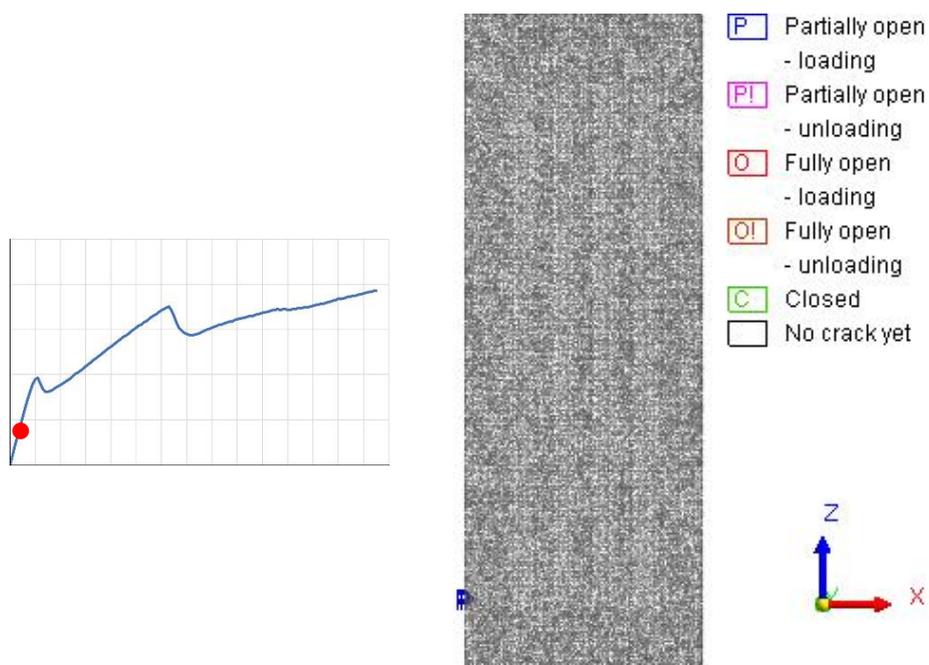


Figura 136: Prime fessure che si generano nello spritz-beton ( $DX = 0.4 \text{ mm}$ )

In particolare, si osserva che le prime fessure si generano in corrispondenza delle zone tese dei pilastri del telaio per un incremento di carico dell'1.5% corrispondente ad uno spostamento in sommità di 0.3 mm. Al passo di carico immediatamente successivo, ovvero per un moltiplicatore pari a 0.02, corrispondente ad uno spostamento  $DX=0.4$  mm, si ha la formazione delle prime fessure sulla parete in spritz-beton proprio nelle zone che nel §7.3.4 erano state individuate come le più a rischio. Lo spostamento in sommità tale da generare le prime fessure all'interno del calcestruzzo proiettato risulta più basso di quello ottenuto studiando i risultati dell'analisi statica lineare in quanto, essendosi fessurato per primo il telaio, il modulo non lavora più in campo elastico.

Dal grafico "Reazione alla base – spostamento in sommità" illustrato precedentemente si osserva che il primo calo di rigidità si ha in seguito ad uno spostamento in sommità pari a 1 mm, pertanto si riportano di seguito gli stati fessurativi di telaio e parete in spritz-beton corrispondenti a tale incremento.

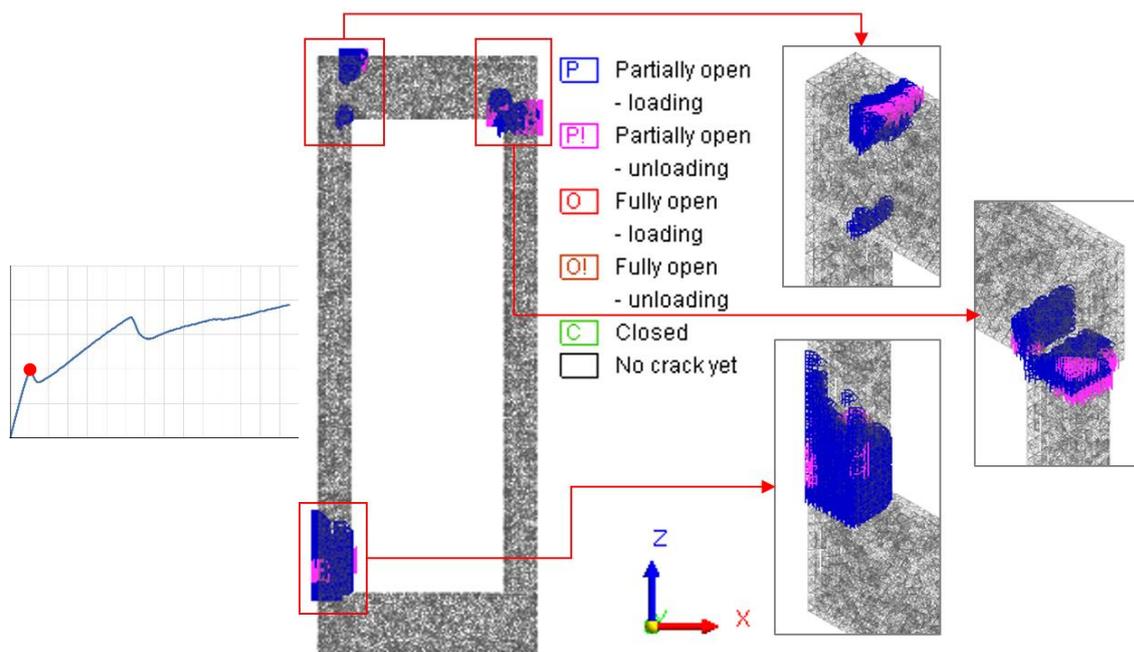


Figura 137: Stato fessurativo nel telaio per uno spostamento in sommità  $DX=1$  mm

Dalla figura sovrastante si osserva che la sezione di base del pilastro di sinistra e quella di sommità del pilastro di destra risultano completamente fessurate.

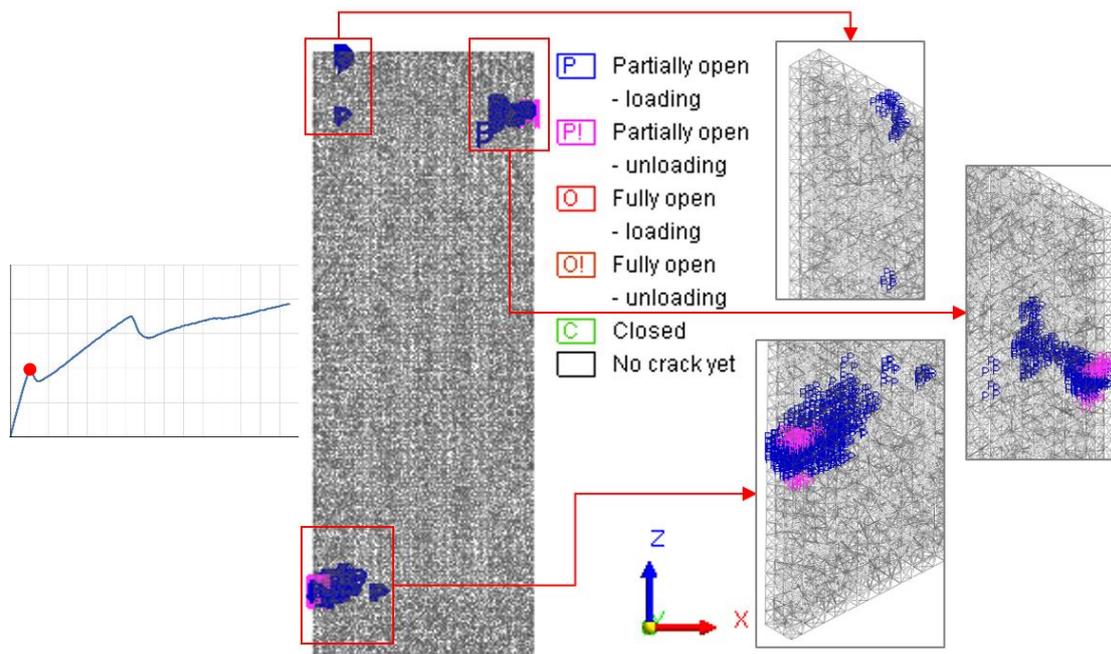


Figura 138: Stato fessurativo nella parete per uno spostamento in sommità  $DX=1\text{ mm}$

Analogamente anche la parete di spritz-beton che ricopre tali zone dei pilastri risulta fessurata.

Il ramo discendente presente nel diagramma “Reazione alla base – spostamento in sommità” relativo al metodo “*Initial Stiffness*” corrisponde alla completa apertura di queste fessure e al loro conseguente scarico.

Nei passi di carico successivi si accentuano i fenomeni fessurativi di queste zone e nel telaio iniziano a formarsi delle crepe anche alla base del pilastro di destra, mentre nello spritz-beton si fessura la zona che ricopre l’estradosso del traverso inferiore e quella che si trova in corrispondenza dell’intradosso del traverso superiore. Tale stato fessurativo è visibile nella figura seguente.

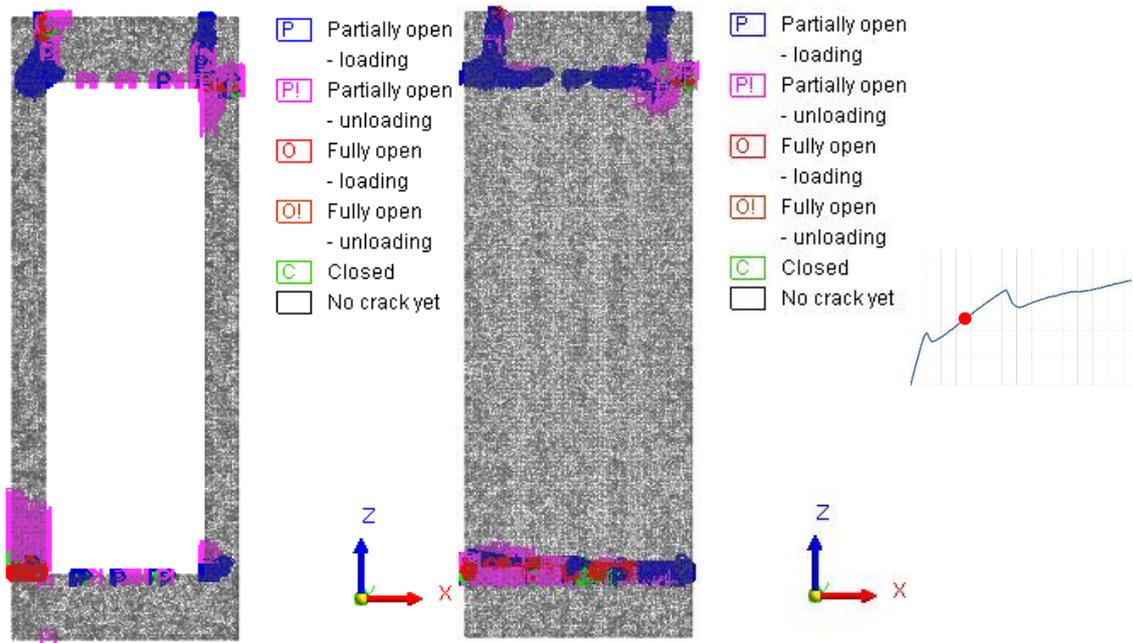


Figura 139: Stato fessurativo rispettivamente nel telaio e nella parete per uno spostamento in sommità  $DX=3,7\text{ mm}$

Dal grafico di Figura 133 è possibile osservare che il metodo “*Initial Stiffness*” individua un secondo calo di rigidità in corrispondenza di uno spostamento in sommità di 6.20 mm. A tale condizione corrisponde il quadro fessurativo visibile nella seguente figura, in cui è possibile osservare che iniziano a svilupparsi delle fessure verticali al centro della parete in calcestruzzo proiettato. L’apertura di tali fessure nella lastra è accompagnata da una fase di scarico, che nella curva di comportamento è rappresentata da un tratto discendente, indice di una diminuzione della rigidità.

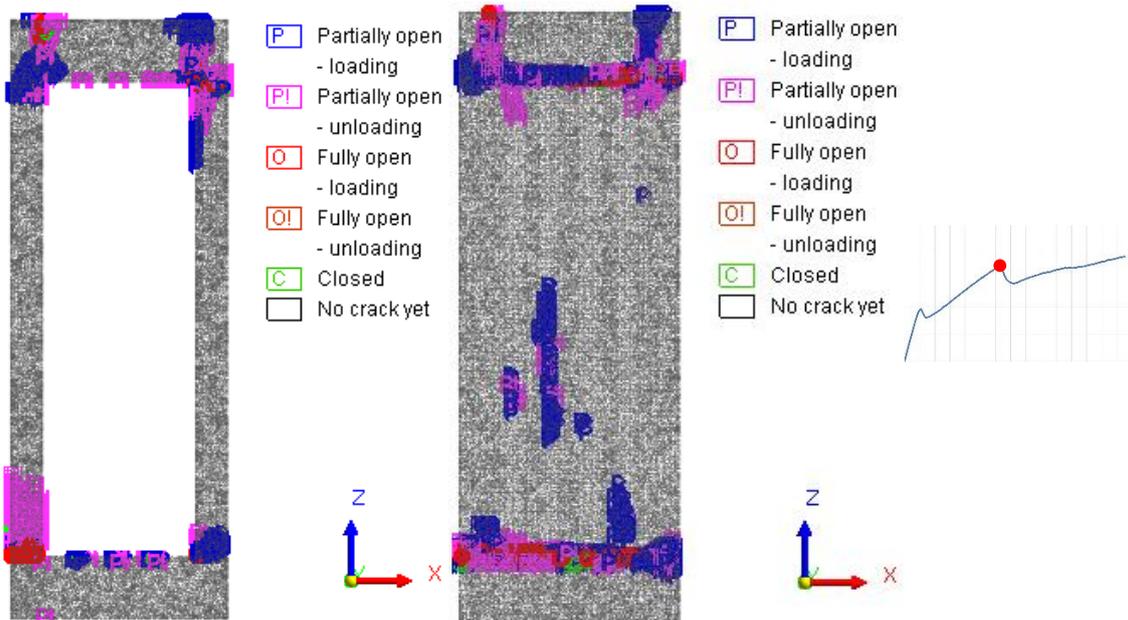


Figura 140: Stato fessurativo rispettivamente nel telaio e nella parete per uno spostamento in sommità  $DX=6,2\text{ mm}$

Incrementando ulteriormente lo spostamento in sommità, lo stato fessurativo del telaio evolve nel seguente modo fino ad arrivare allo spostamento totale massimo di 14.5 mm.

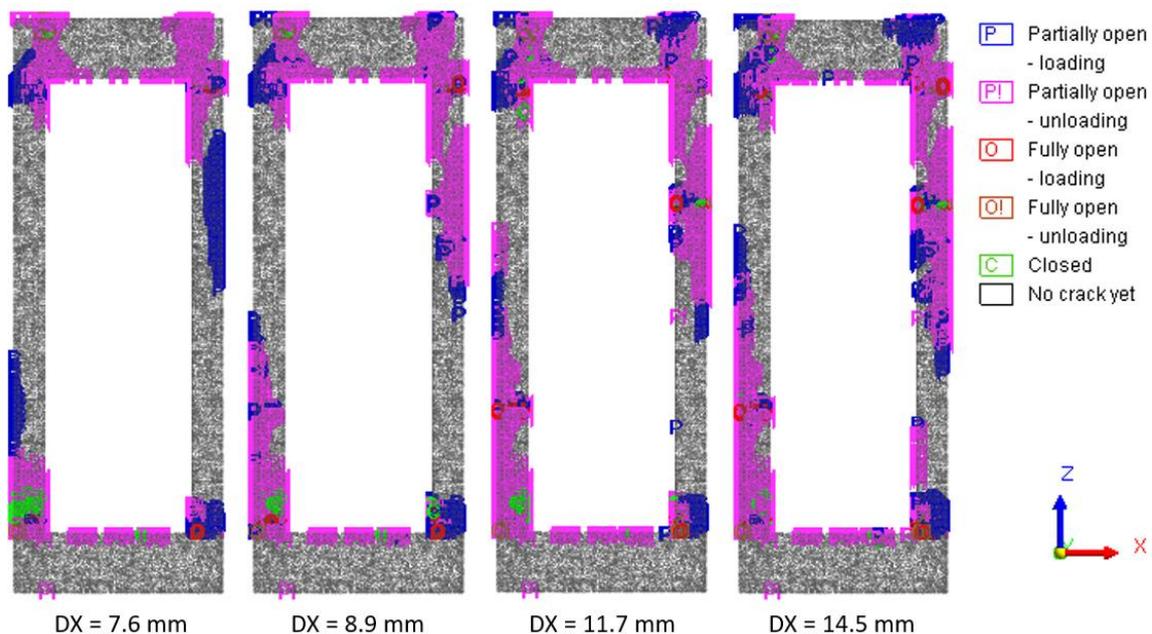


Figura 141: Stato fessurativo del telaio per uno spostamento in sommità da 7.6 mm a 14.5 mm.

Analogamente, lo stato fessurativo della parete in spritz-beton evolve nel seguente modo fino ad arrivare allo spostamento totale in sommità imposto pari a 14.5 mm.

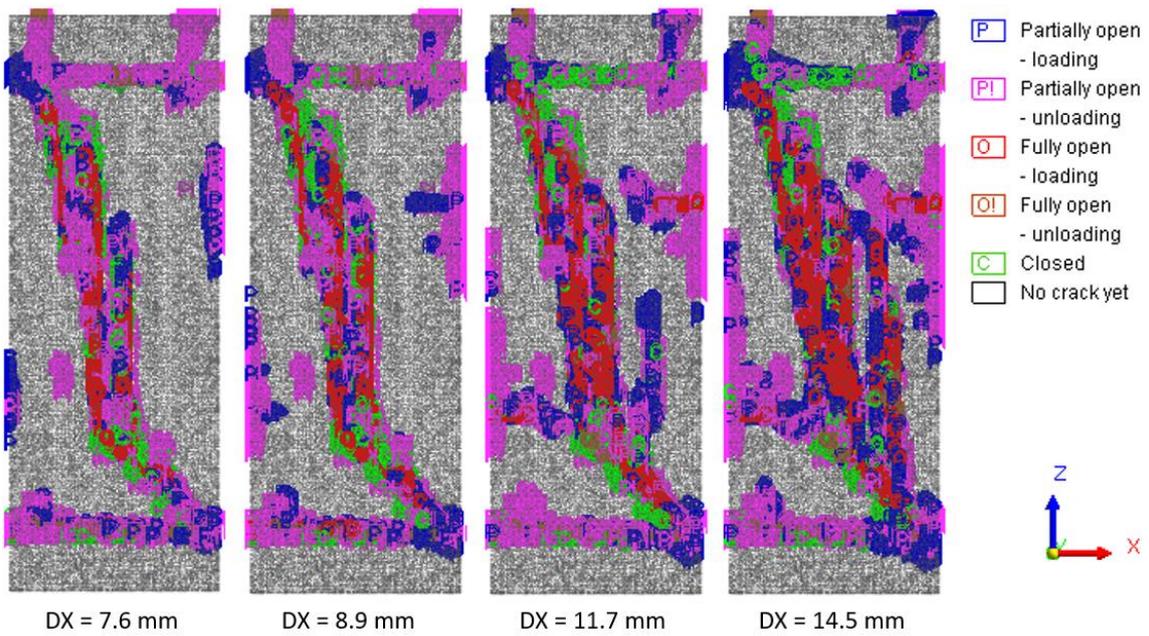


Figura 142: Stato fessurativo della parete in spritz-beton per uno spostamento in sommità da 7.6 mm a 14.5 mm.

## 8.2.2 Evoluzione delle tensioni principali di compressione nella parete

In campo elastico, ovvero per incrementi di carico inferiori al 2%, la parete in spritz-beton presenta un andamento delle tensioni principali di compressione del tutto simile a quello che si era trovato attraverso un'analisi statica lineare, riportato nella figura seguente.

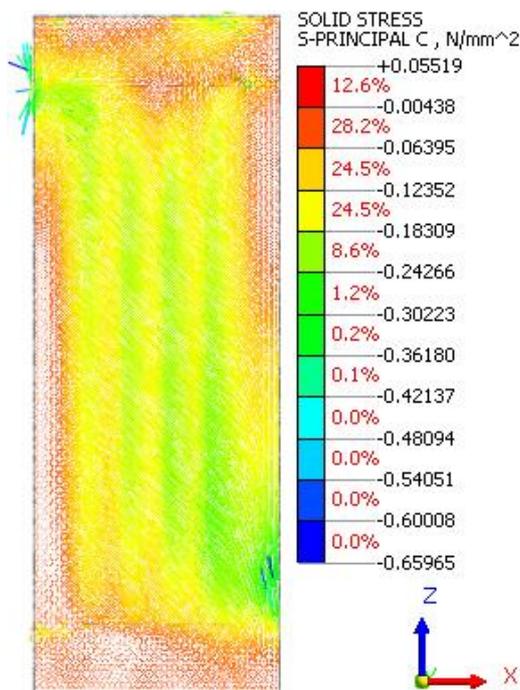
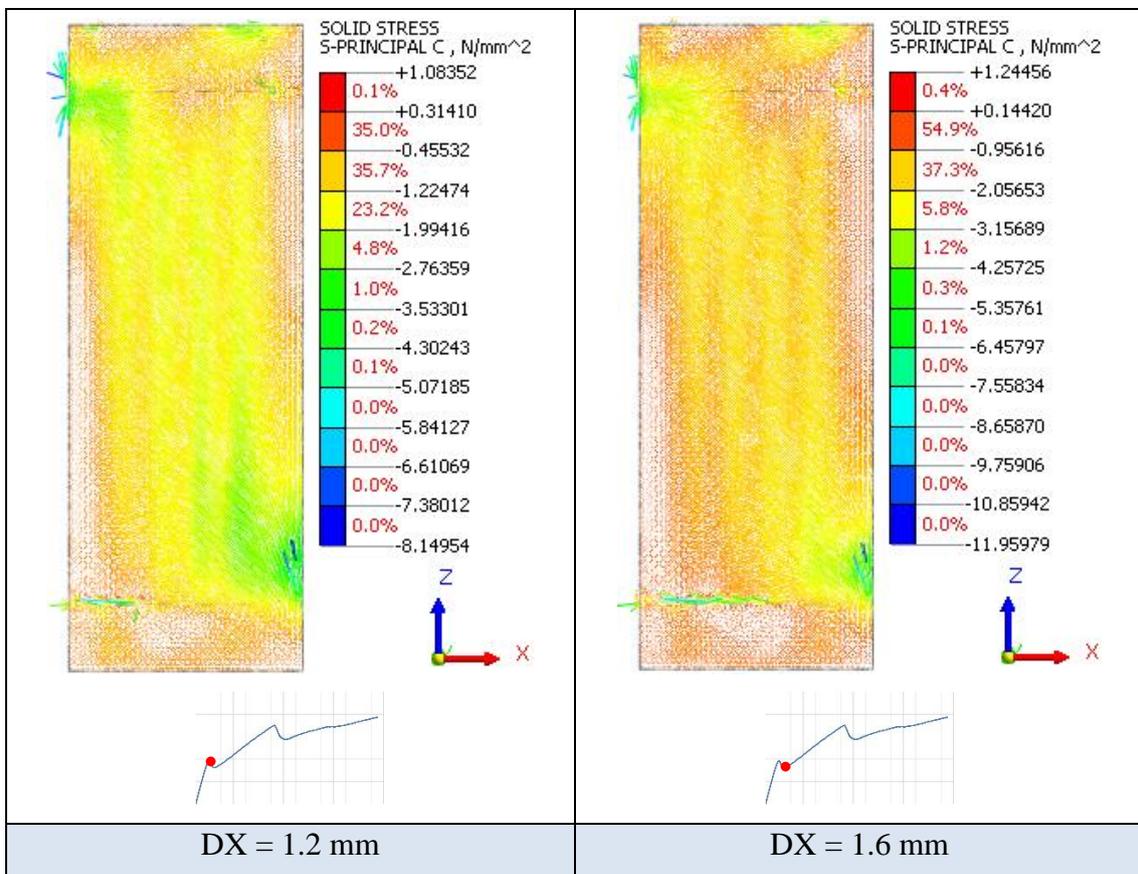
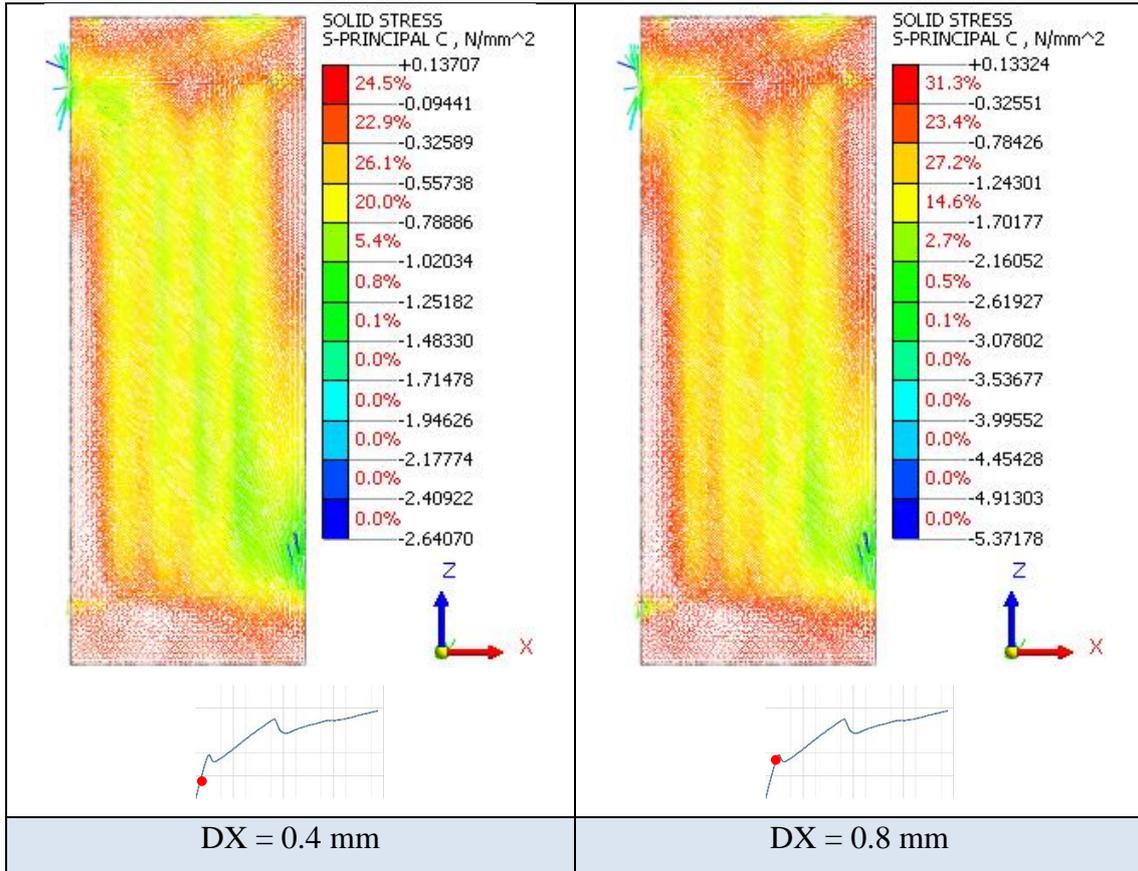
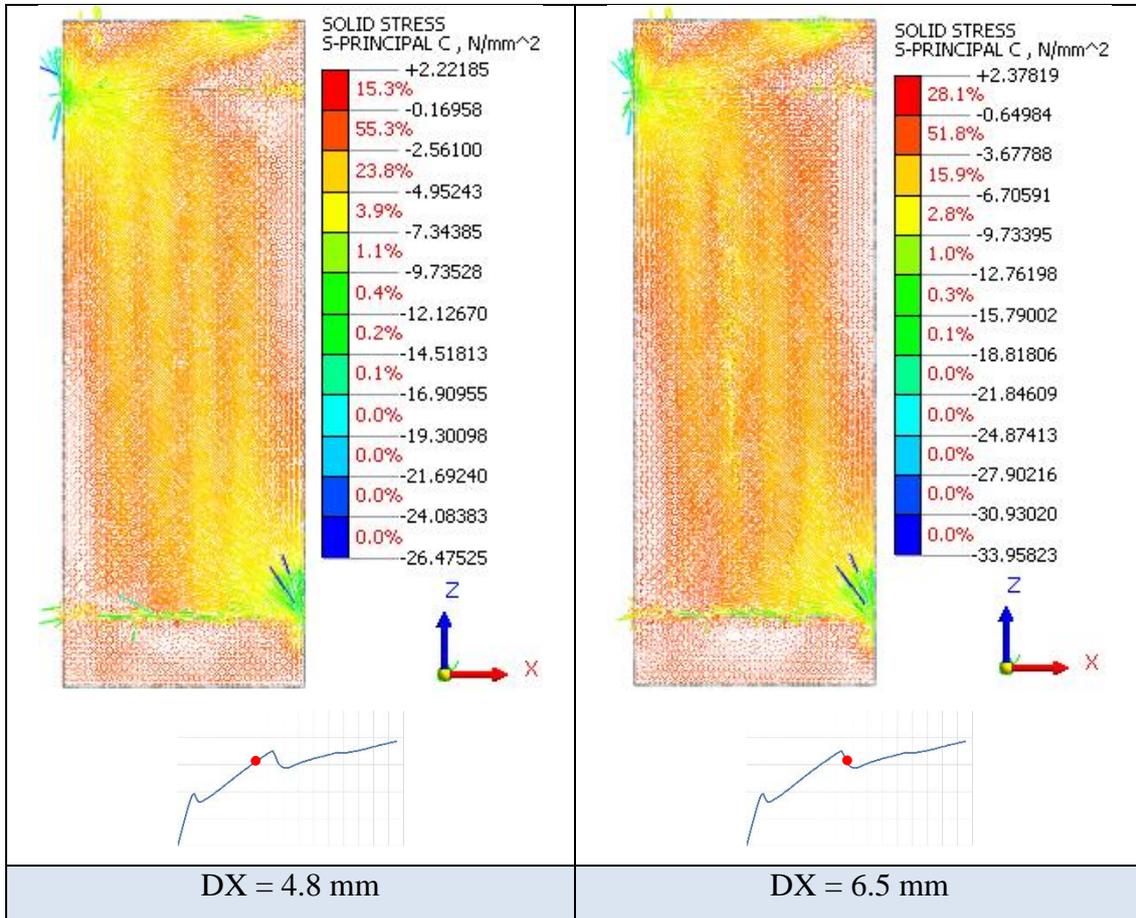


Figura 143: Andamento delle tensioni principali di compressione nella parete in calcestruzzo proiettato per uno spostamento in sommità  $DX = 0.1 \text{ mm}$  (primo incremento)

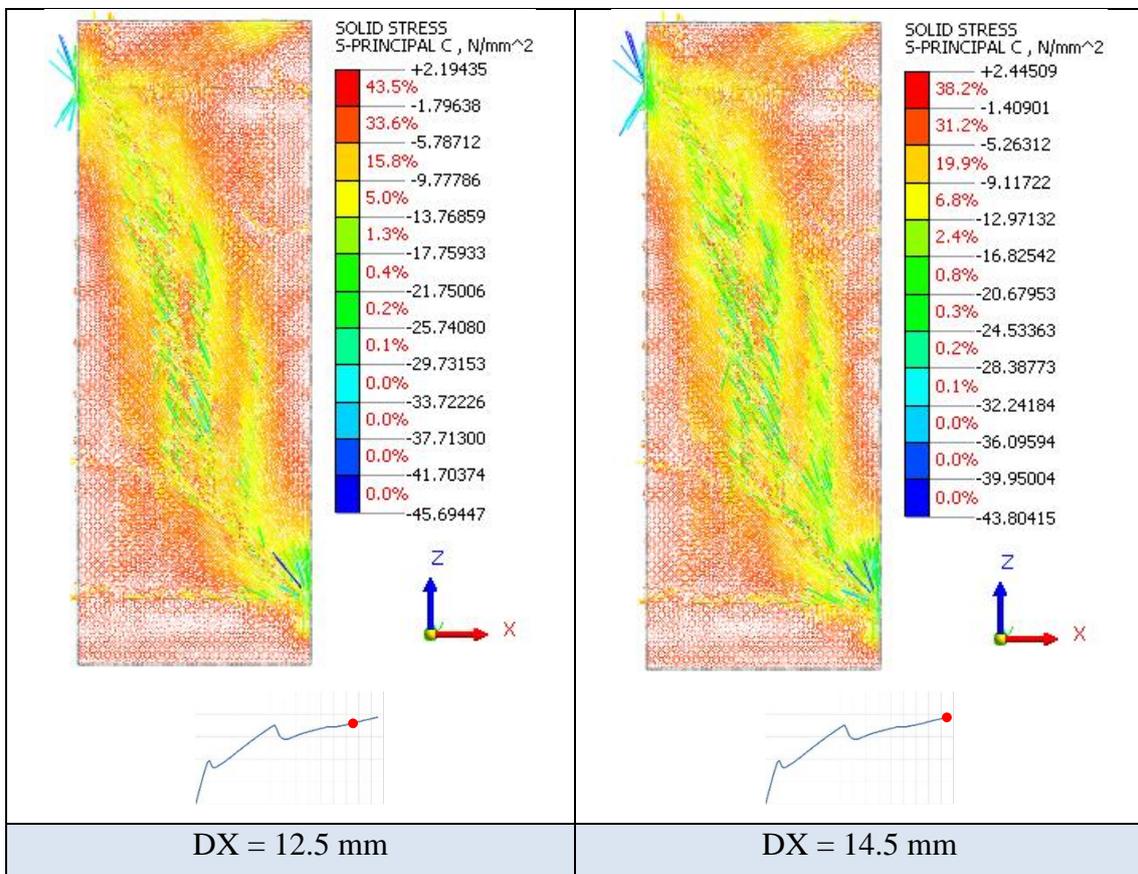
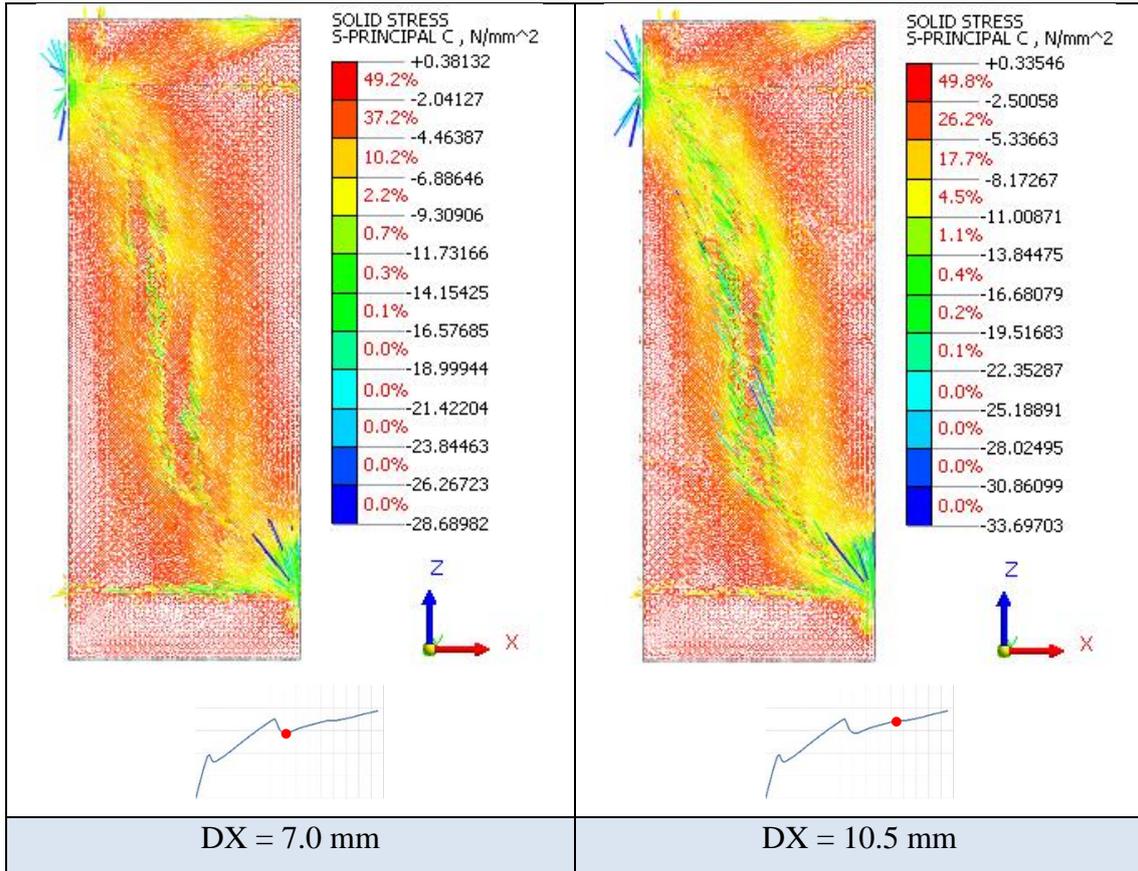
All'aumentare dello spostamento imposto in sommità, le tensioni principali di compressione si localizzano sempre di più in corrispondenza dei nodi di estremità del puntone compresso.



L'andamento si mantiene invariato fino al raggiungimento di uno spostamento di sommità pari a 6.5 mm, per cui si inizia a vedere una concentrazione di tensioni lungo una linea verticale.



Successivamente si osserva lo sviluppo di un nuovo puntone compresso con un andamento differente da quello iniziale, riscontrato in campo elastico.

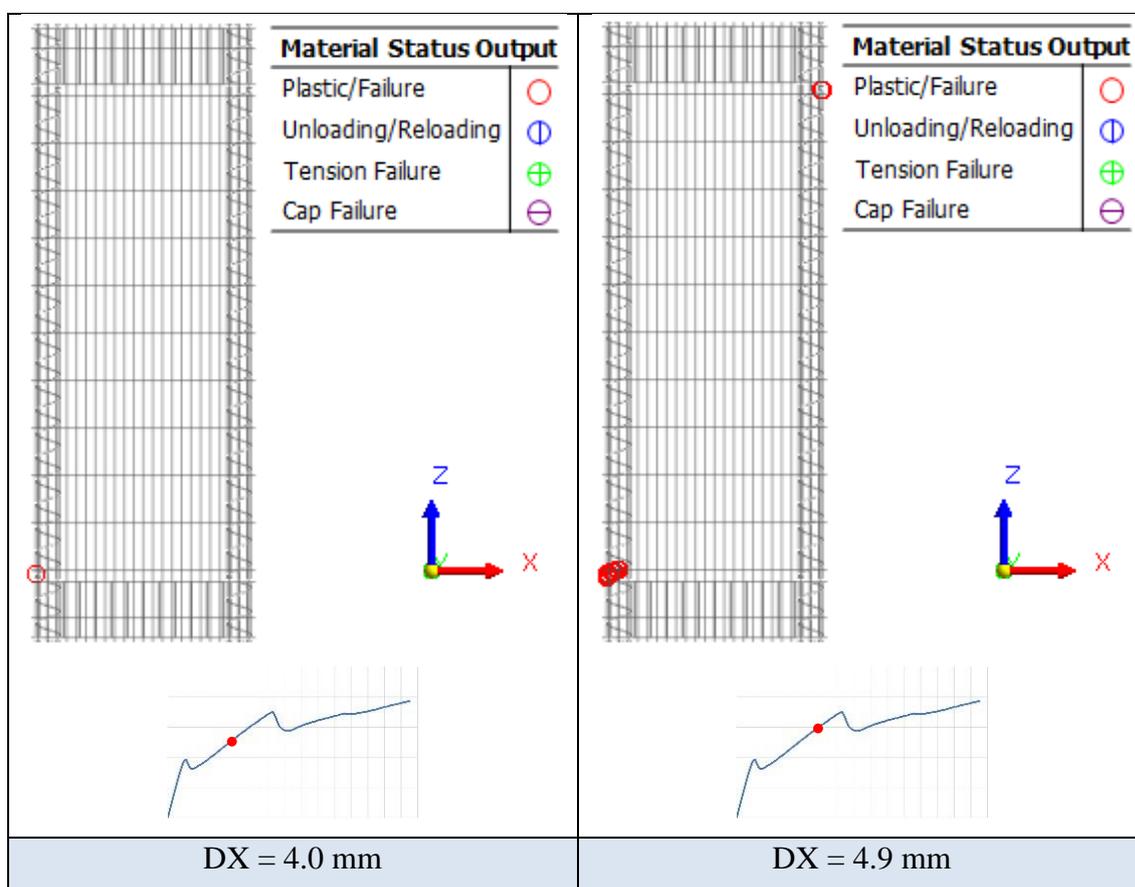


L'andamento delle tensioni rimane qualitativamente analogo fino al raggiungimento dello spostamento massimo imposto  $DX = 14.5$  mm.

### 8.2.3 Comportamento plastico delle armature

Osservando i risultati dell'analisi statica non lineare con spostamento massimo di 14.5 mm, dallo stato degli elementi "embedded truss" si nota che solamente le staffe elicoidali dei pilastri e le armature orizzontali della parete si plasticizzano.

Le staffe dei pilastri si plasticizzano nelle porzioni di estremità che si fessurano per trazione, per uno spostamento in sommità pari a 4 mm (staffa di sinistra) e 4.9 mm (staffa di destra).



Per quanto riguarda invece le armature all'interno del calcestruzzo proiettato, si osserva come le uniche barre a plasticizzarsi siano quelle orizzontali in quanto fungono da cucitura per le fessure a taglio che si formano al centro della parete.

La prima barra orizzontale a raggiungere lo snervamento è quella al centro della lastra in corrispondenza di uno spostamento in sommità pari a 13.2 mm, cui seguono quelle immediatamente inferiore e superiore per spostamenti rispettivamente di 13.5 mm e 13.6 mm; infine per uno spostamento in sommità pari a 14.4 mm si plasticizza anche un'altra barra inferiore.

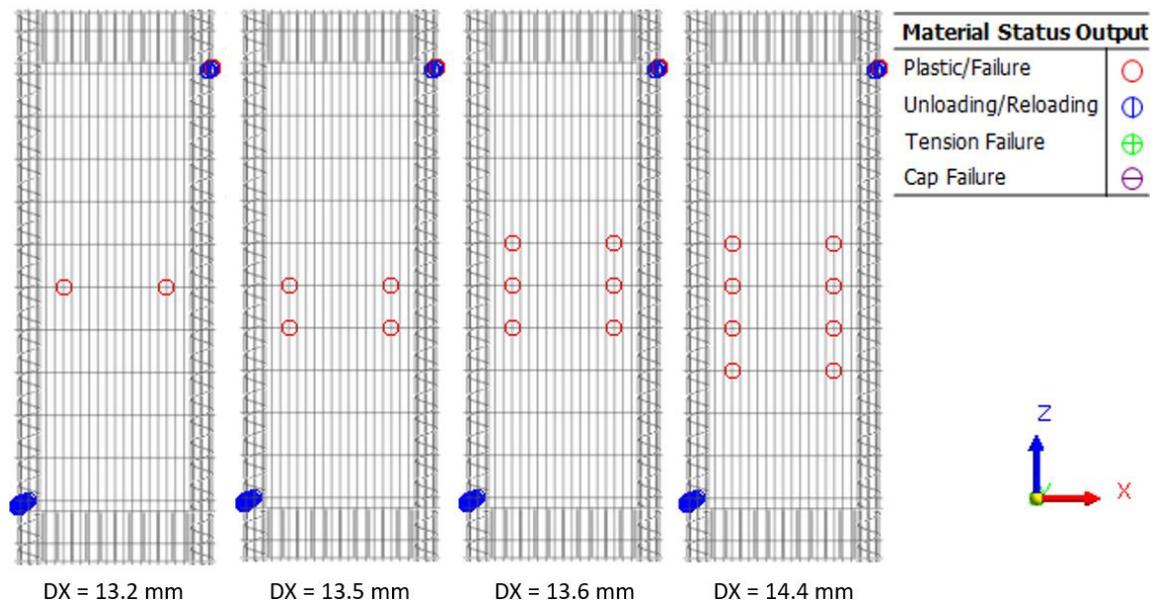


Figura 144: Stato di plasticizzazione delle armature della parete

Per controllare che il comportamento delle armature sia in accordo con il legame costitutivo elastico perfettamente plastico assegnato all'acciaio, si estraggono dai risultati le tensioni  $\sigma$  e le deformazioni  $\varepsilon$  assiali nella barra centrale maggiormente sollecitata, per ciascun incremento di carico. Riordinando i valori di deformazione assiale dal più piccolo al più grande è possibile tracciare per punti il diagramma costitutivo della barra d'armatura analizzata. Osservando il grafico così ottenuto, si nota come effettivamente il comportamento delle barre sia in linea con quello teorico imposto.

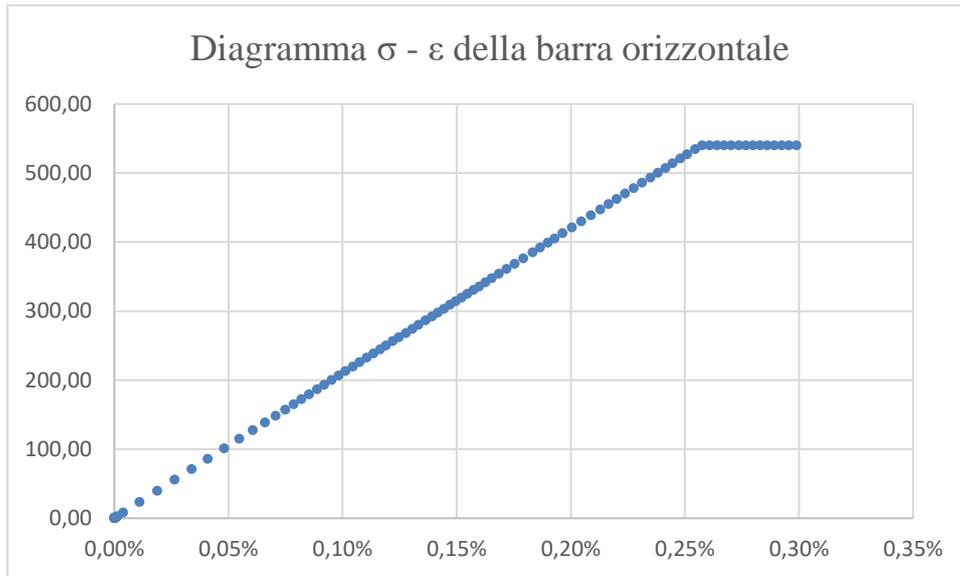


Figura 145: Legame costitutivo elastico perfettamente plastico della barra centrale della parete

### 8.2.4 Andamento degli spostamenti sul modulo

Si osservano, infine, gli spostamenti in direzione X e Y sul modulo di rinforzo Timesafe. La deformata in direzione X associata al primo incremento di carico è quella a S tipica di un telaio, visibile nella figura seguente

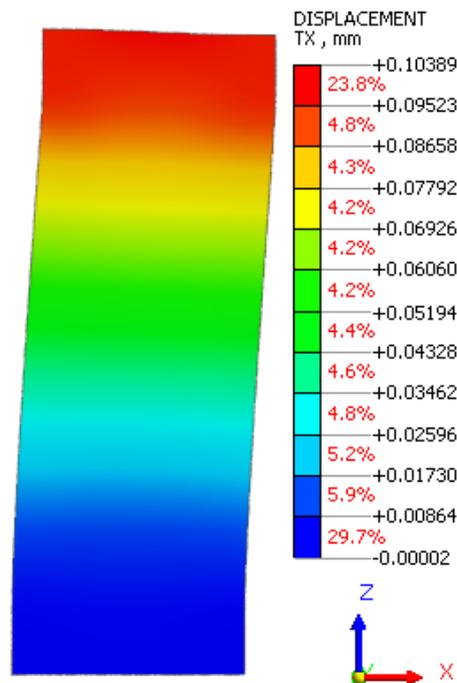
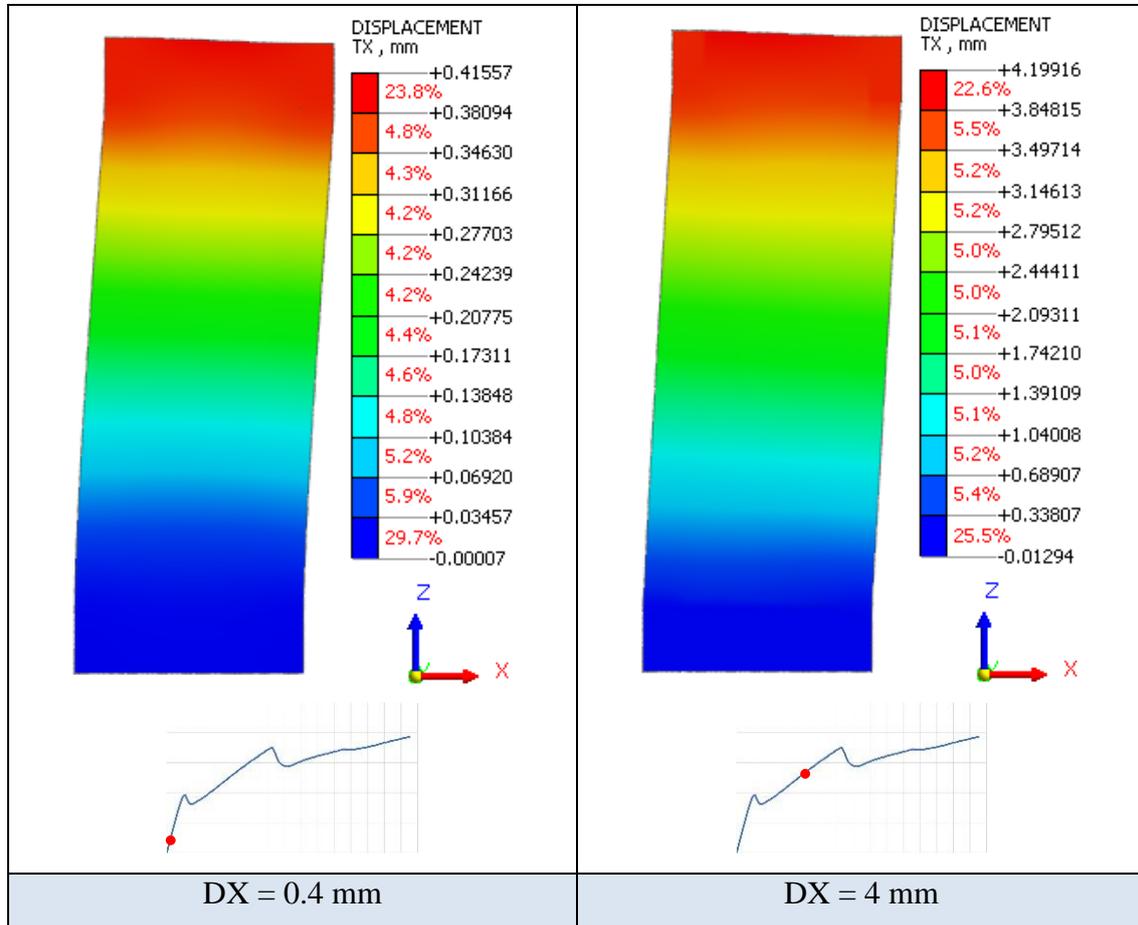
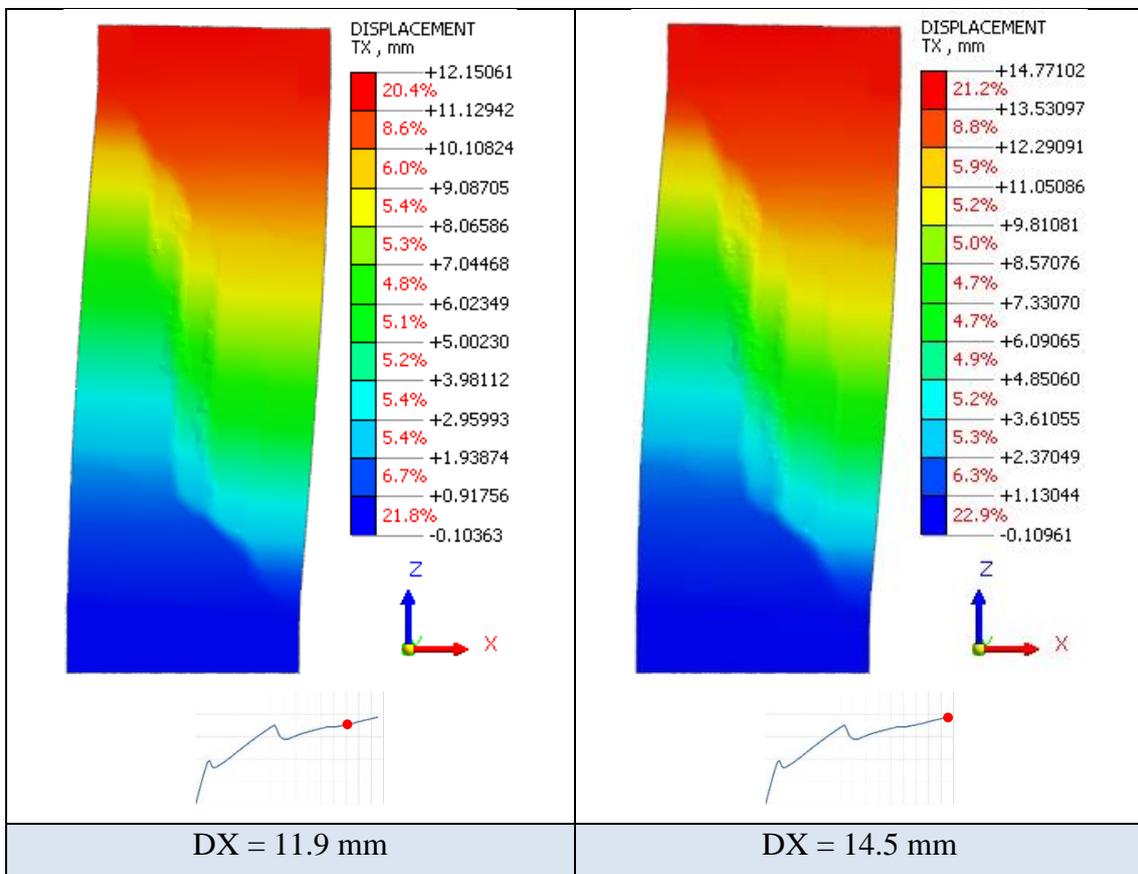
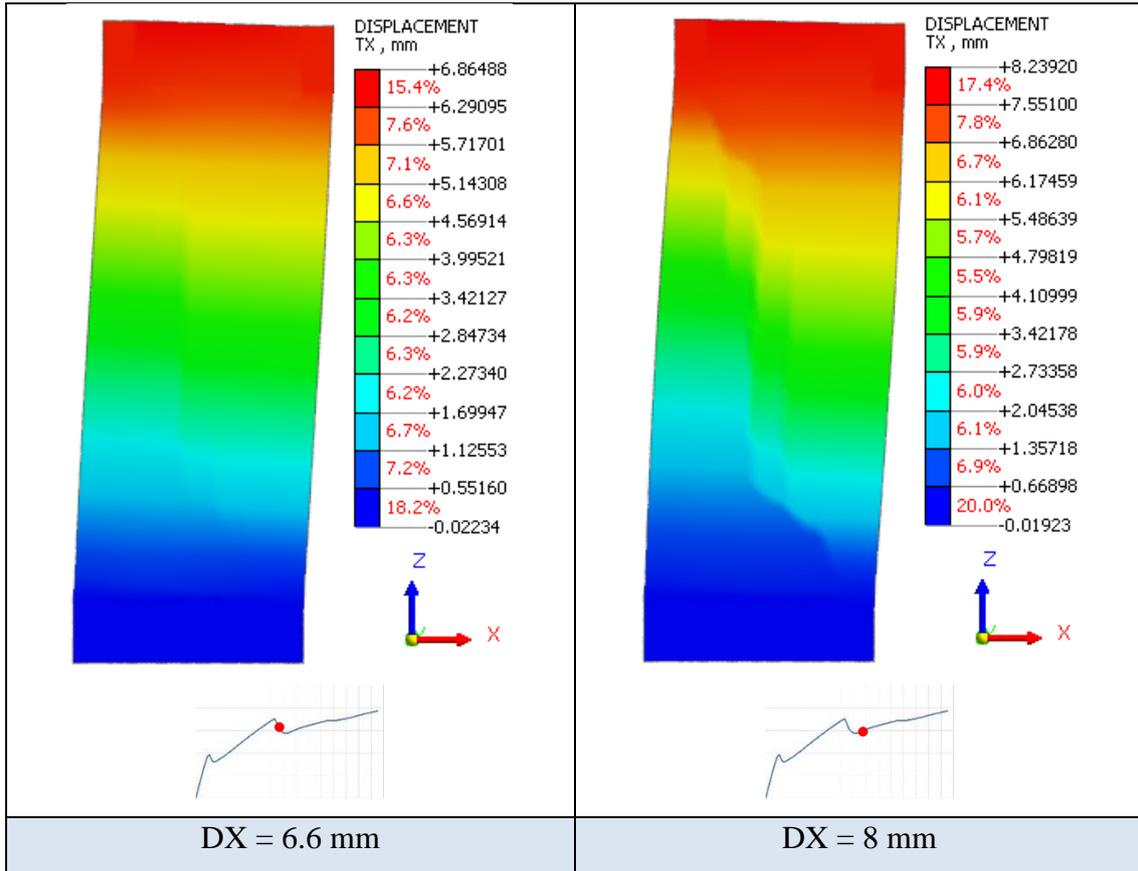


Figura 146: Spostamenti in direzione X associati ad uno spostamento in sommità DX=0.1 mm (primo incremento)

All'aumentare degli incrementi di carico, a causa del fenomeno di fessurazione, a partire da uno spostamento in sommità  $DX = 0.4$  mm, la deformata in direzione X si linearizza sempre di più.



In seguito, in corrispondenza di uno spostamento in sommità di 6.6 mm si inizia ad osservare uno scorrimento relativo al centro della parete, dovuto alla fessurazione a taglio dello spritz-beton. Negli incrementi di carico successivi lo scorrimento si diffonde su più superfici verticali interne alla parete in calcestruzzo proiettato fino a generare una rottura diffusa al centro della lastra.



Per quanto riguarda gli spostamenti in direzione Y, in campo elastico essi risultano di entità molto ridotta e con il seguente andamento.

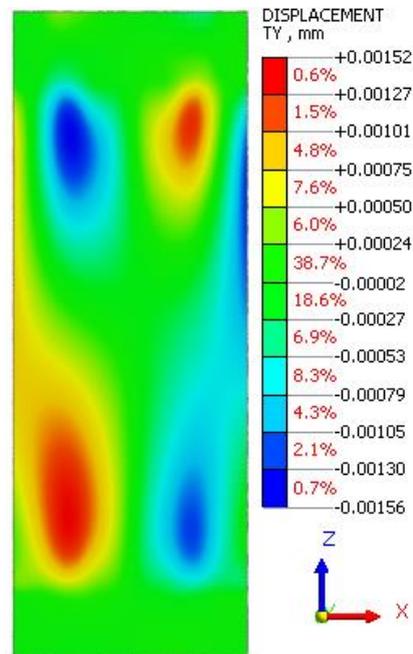
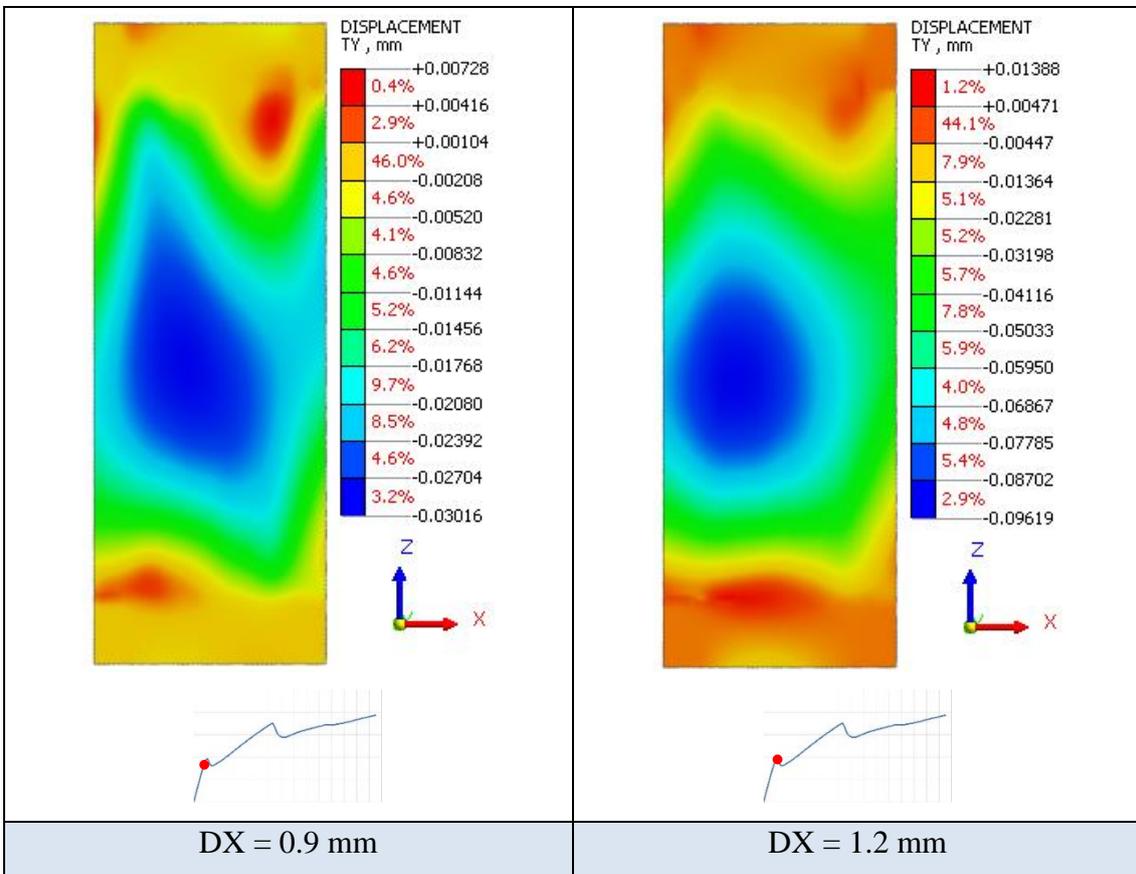
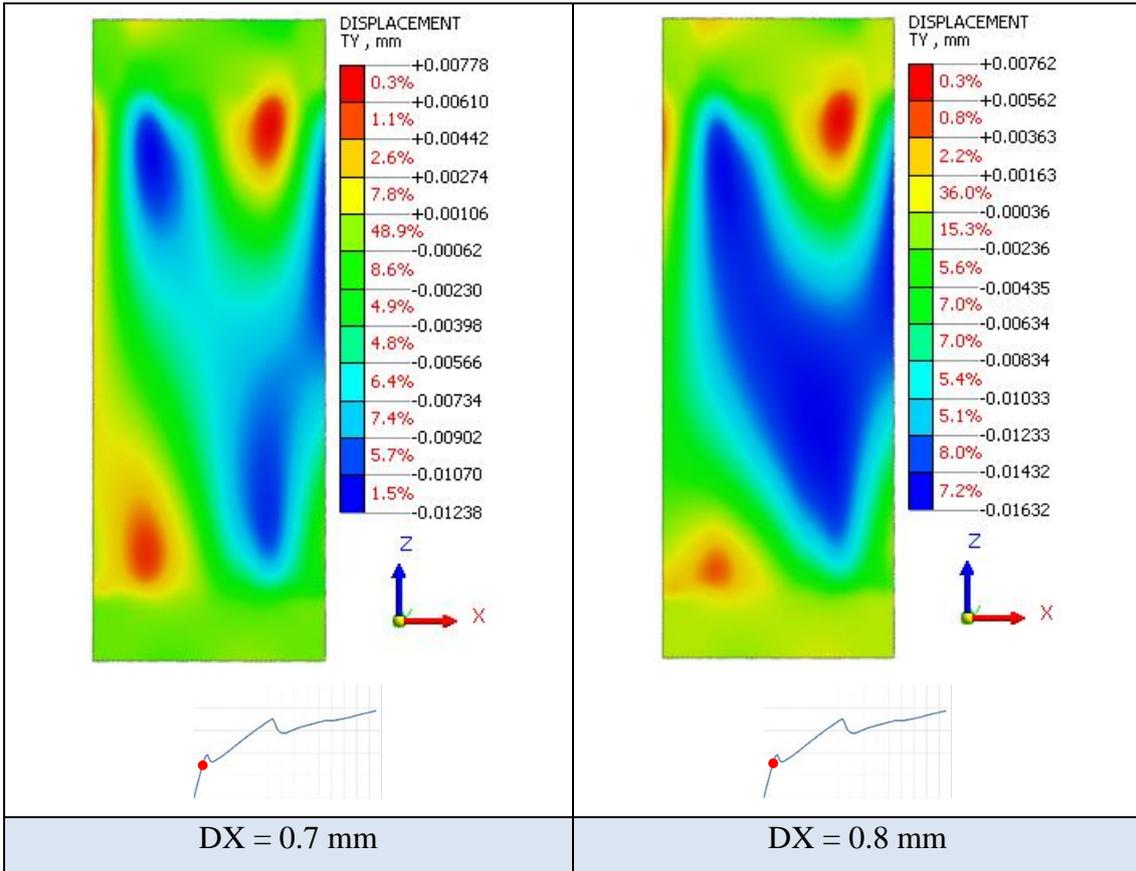
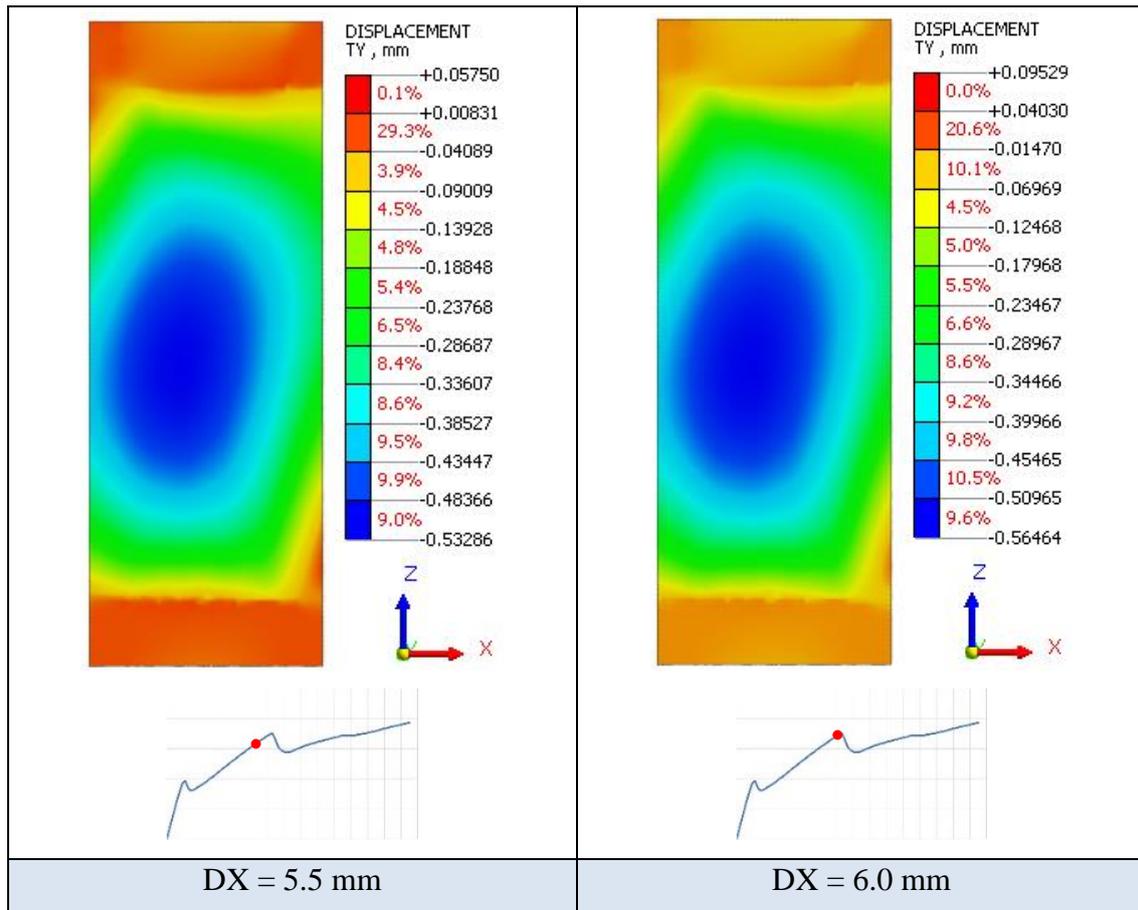


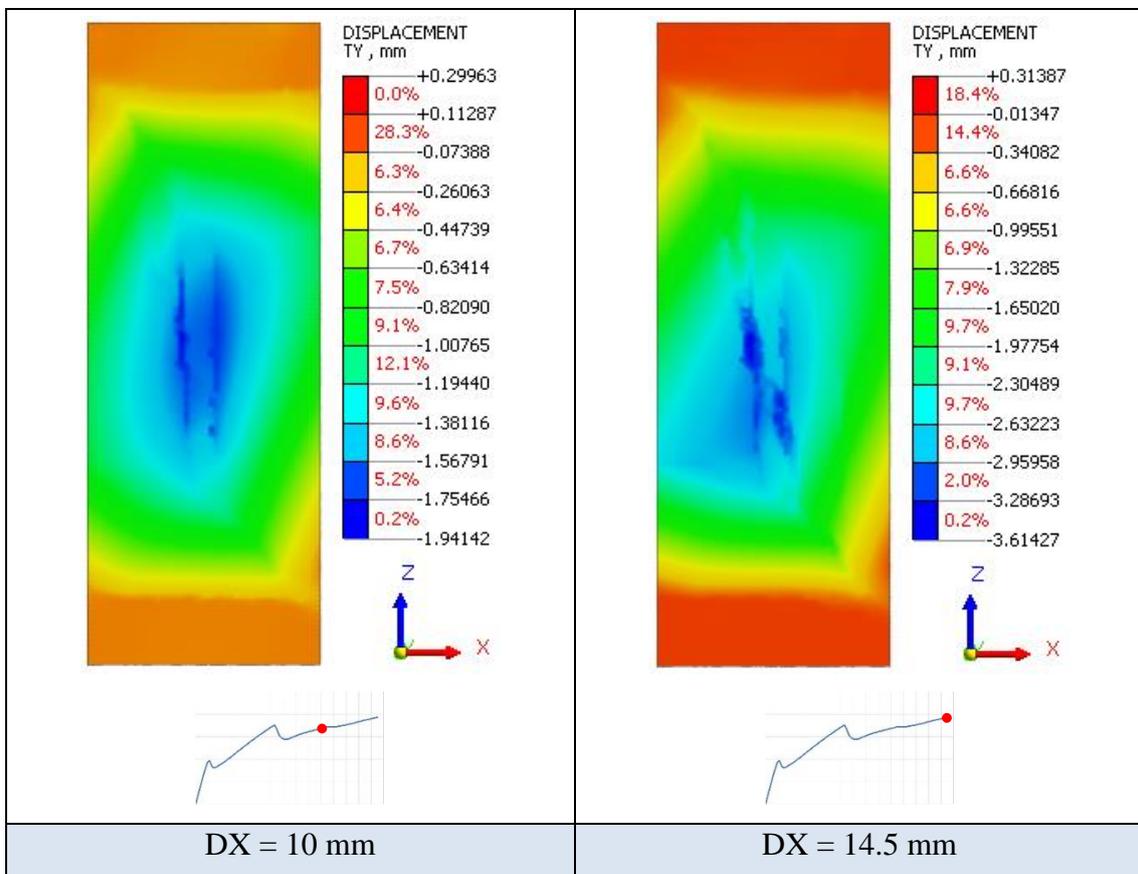
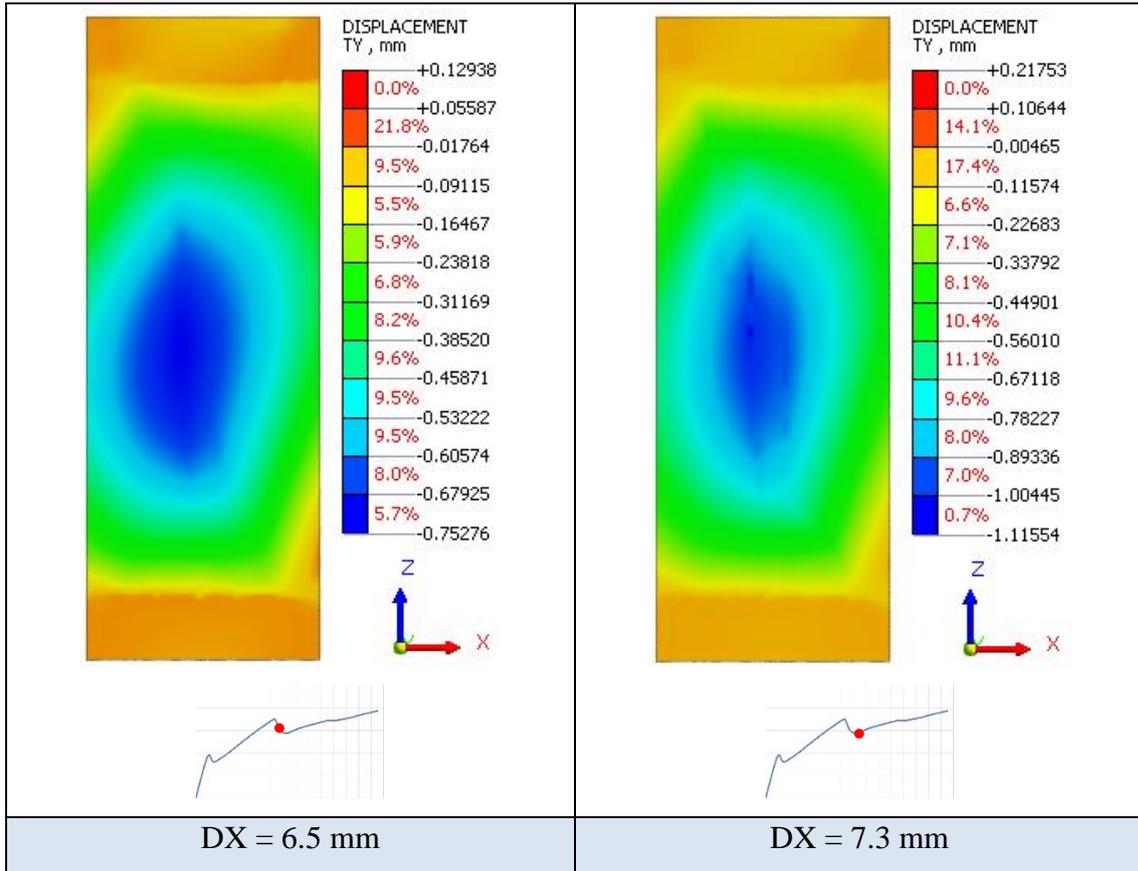
Figura 147: Spostamenti in direzione Y associati ad uno spostamento in sommità  $DX=0.1$  mm (primo incremento)

All'aumentare degli incrementi di carico, a causa dell'avanzamento del fenomeno fessurativo, a partire da uno spostamento in sommità  $DX = 0.7$  mm, la distribuzione degli spostamenti in direzione Y cambia e la parete tende sempre di più a spanciare verso l'esterno.





In corrispondenza di uno spostamento in sommità pari a 6.5 mm i movimenti fuori piano iniziano a concentrarsi in corrispondenza delle fessure al centro del pannello in calcestruzzo proiettato e diventano di entità sempre più importante.



## 8.2.5 Comportamento non lineare d'insieme del modulo

Per avere più informazioni possibili sul comportamento del modulo di rinforzo in campo non lineare sono state eseguite diverse analisi, applicando il metodo "Initial Stiffness" e riducendo la tolleranza sullo spostamento fino a 0.1 se necessario per arrivare a convergenza.

Si eseguono pertanto delle analisi statiche non lineari per materiale del modello illustrato precedentemente imponendo una traslazione dei nodi di sommità più elevata e assumendo per il criterio di convergenza sulla norma degli spostamenti una tolleranza più alta, pari a 0.1. Le curve di comportamento che si sono ottenute, confrontate con quella trovata precedentemente, sono le seguenti.

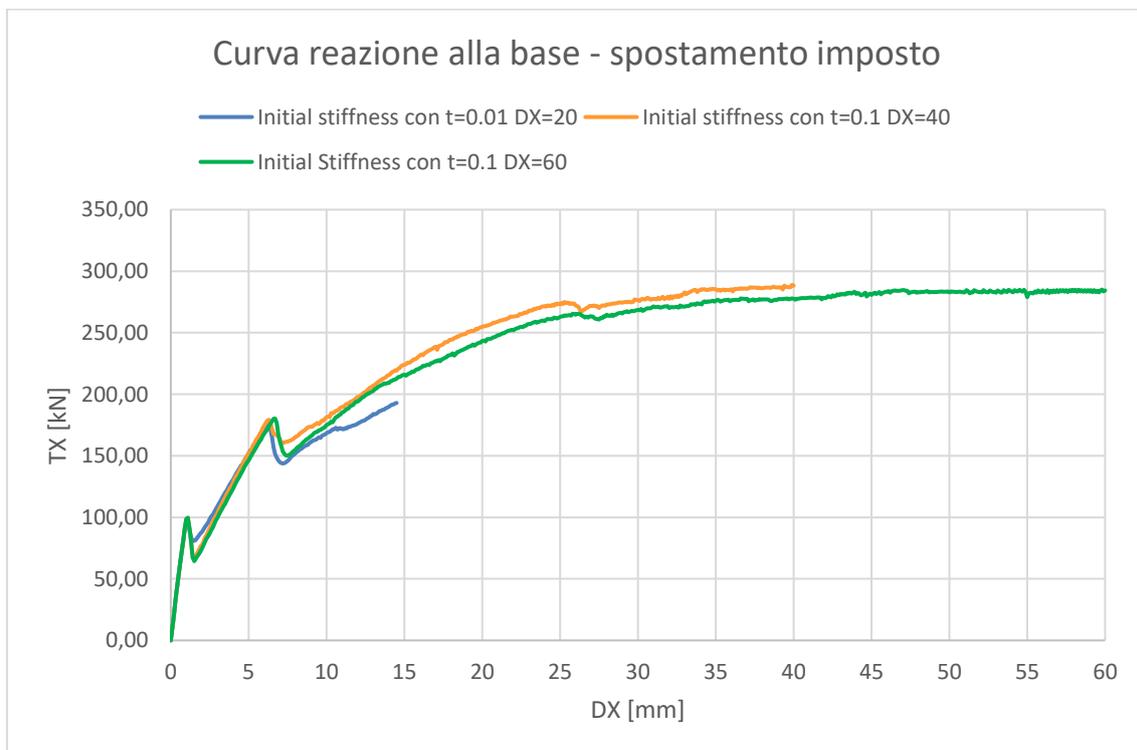


Figura 148: Curve di comportamento non lineare del modulo di rinforzo Timesafe

Si osserva che, a causa dell'alto valore di tolleranza impostato, le curve si discostano un po' tra loro, tuttavia l'andamento complessivo che delineano è coerente. I due cali di rigidità osservati precedentemente si ritrovano anche nelle nuove curve e inoltre si osserva una ripresa di rigidità seguita da un lungo tratto in cui lo spostamento aumenta a sollecitazione costante. In particolare, la struttura di rinforzo presenta un tratto

orizzontale di ampiezza significativa, segno che essa ha notevoli risorse plastiche. Il valore massimo di taglio alla base che il modulo Timesafe può sostenere in campo non lineare risulta di circa 280 kN, che vengono raggiunti in corrispondenza del tratto orizzontale.

Il modello che risulta convergere meglio è quello generato imponendo  $DX = 60$  mm, impostando 600 incrementi di carico e utilizzando il metodo “*Initial Stiffness*” con tolleranza sullo spostamento pari a 0.1, pertanto si fa riferimento a quello.

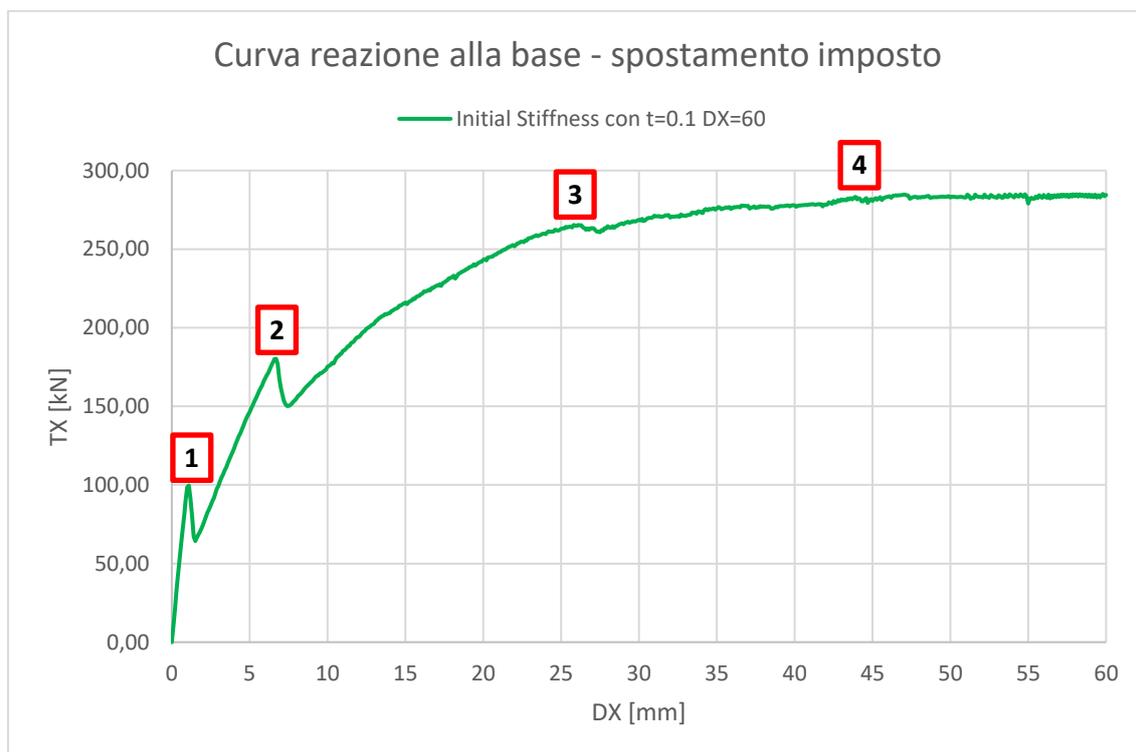


Figura 149: Curva di comportamento del modulo con tolleranza  $t = 0.1$  e spostamento massimo in sommità  $DX = 60$  mm

Come osservato nel §8.2.1, in corrispondenza di uno spostamento in sommità pari a 1 mm (punto 1 sulla curva di Figura 149), si formano delle fessure alle estremità dei pilastri soggette a trazione e di conseguenze sulle porzioni di parete che le ricoprono. Tale fenomeno, riportato nell'immagine che segue, causa un primo brusco calo di rigidità.

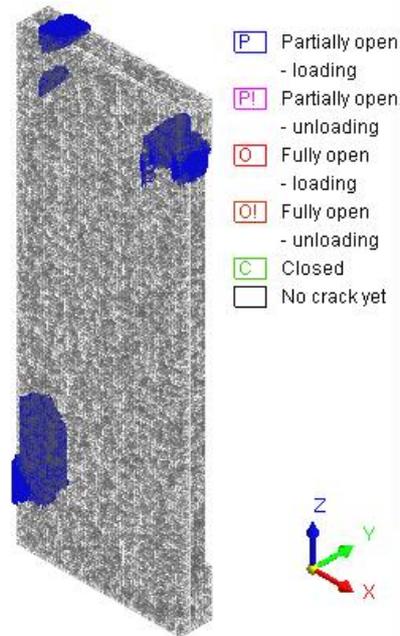


Figura 150: Stato fessurativo del modulo per  $DX = 1 \text{ mm}$

Il successivo punto d'interesse (2) della curva di comportamento di Figura 149 corrisponde alla formazione di fessure verticali nella zona centrale della parete in calcestruzzo proiettato. Pertanto, il calo di rigidezza che si ha in seguito ad uno spostamento in sommità di 6.60 mm è dovuto allo scarico conseguente alla fessurazione riportata nella figura che segue.

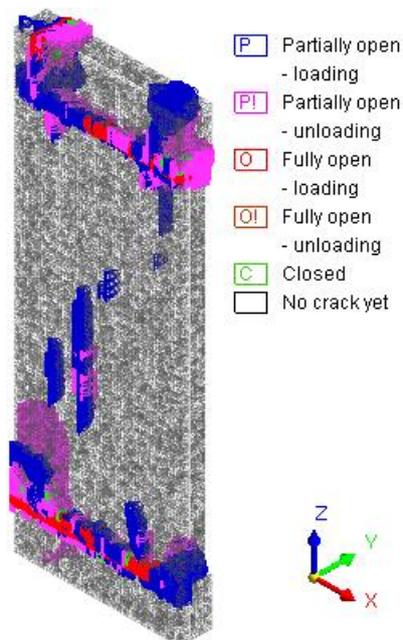


Figura 151: Stato fessurativo del modulo per  $DX = 6.6 \text{ mm}$

Superato questo secondo calo di rigidezza, si ha un'ulteriore ripresa fino al raggiungimento di uno spostamento in sommità pari a 26 mm (punto 3 sulla curva di Figura 149). Per gli incrementi successivi a tale valore si nota nella curva un sensibile calo della pendenza, ovvero della rigidezza del modulo. Il quadro fessurativo corrispondente allo spostamento di 26 mm è riportato di seguito separatamente per parete e telaio.

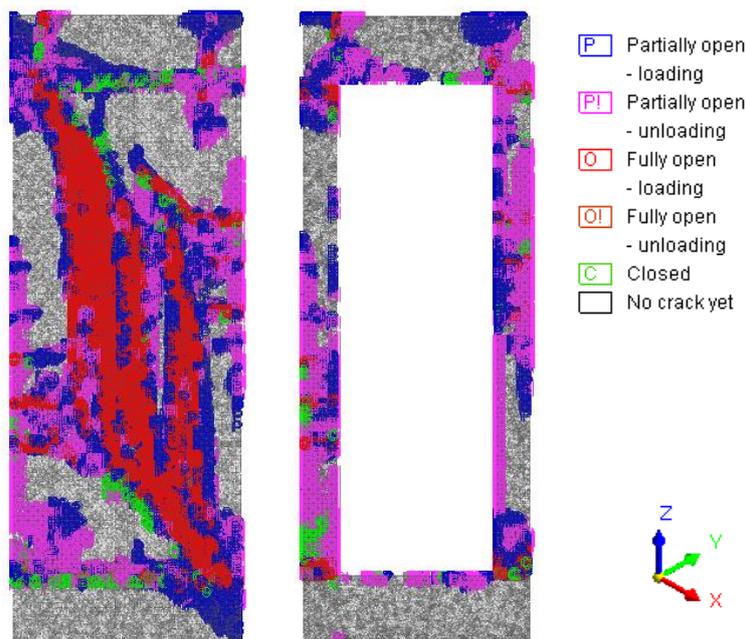


Figura 152: Stato fessurativo rispettivamente della parete e del telaio per  $DX = 26 \text{ mm}$

In particolare, si osserva che la parete evidenzia importanti fessurazioni verticali che si sviluppano lungo la diagonale compressa, mentre il telaio mostra una diffusione delle cricche formatesi in precedenza e una generazione di nuove anche nelle zone compresse.

In relazione al quadro fessurativo appena esposto è importante osservare l'andamento delle tensioni principali di compressione all'interno della parete in calcestruzzo proiettato e le tensioni normali che si generano nelle armature orizzontali. Osservando le figure che seguono si nota che la compressione assume valori più elevati in corrispondenza della zona centrale fessurata lungo la diagonale e che le relative armature orizzontali risultano snervate a trazione. Questo andamento è dovuto a un meccanismo resistente a taglio che si genera nell'elemento dopo che il calcestruzzo si fessura per trazione. In tale situazione il puntone di calcestruzzo lungo la diagonale assorbe la compressione mentre l'armatura

orizzontale lavora a trazione. La rottura dell'elemento strutturale si ha nel momento in cui sopraggiunge la crisi dell'armatura tesa o del calcestruzzo compresso.

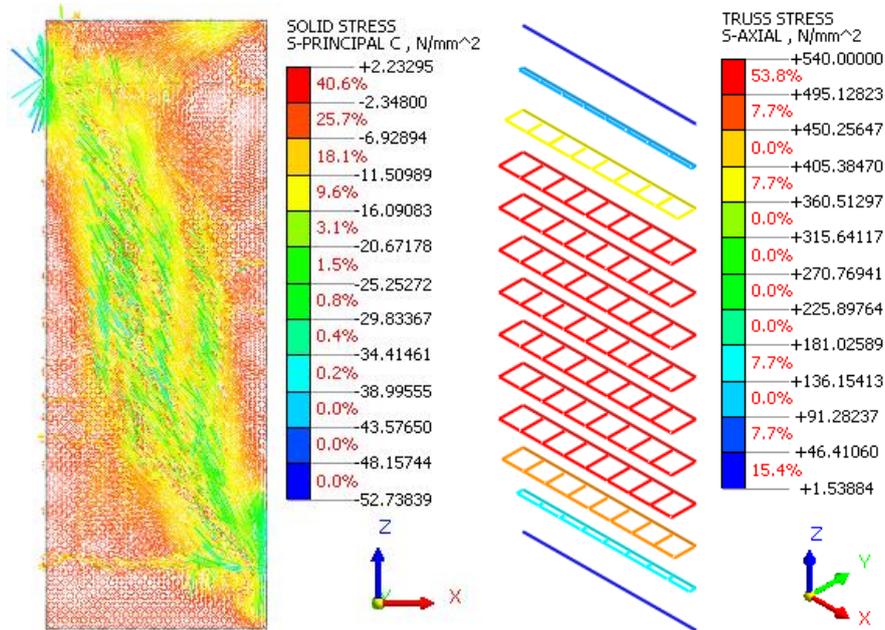


Figura 153: Andamento delle tensioni principali di compressione e tensioni assiali nelle barre orizzontali della parete per DX = 26 mm

Inoltre, si riportano nelle immagini che seguono le deformate in direzione X e Y del modulo di rinforzo.

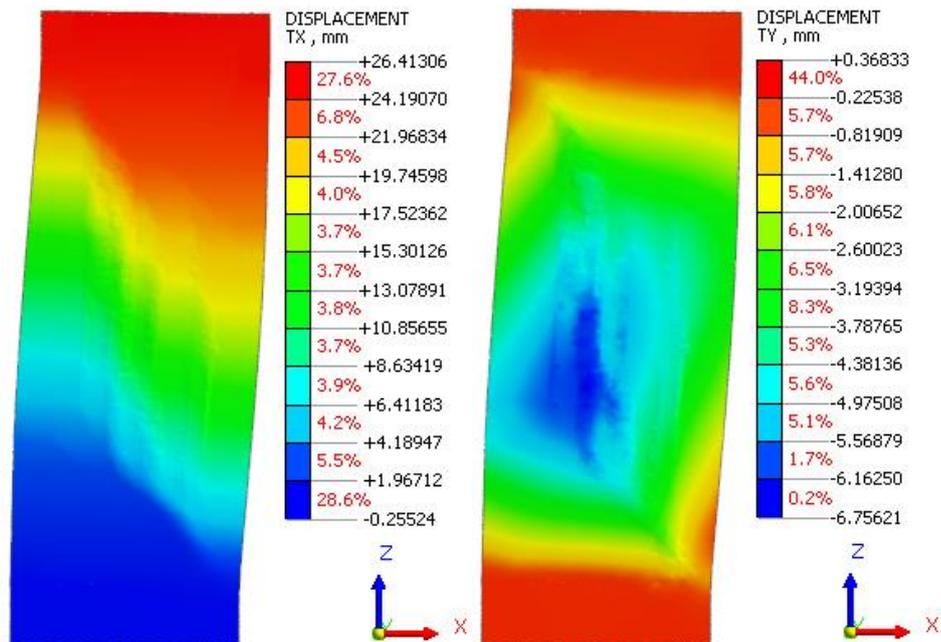


Figura 154: Distribuzione degli spostamenti nel piano e fuori dal piano del pannello per DX = 26 mm

Osservando lo spostamento nel piano del pannello si notano delle superfici di scorrimento verticali in corrispondenza della zona centrale fessurata della parete, mentre fuori piano in tale area si nota uno spanciamento.

Infine, si osserva lo stato fessurativo del modulo in corrispondenza del punto 4 sulla curva di Figura 149, che identifica l'inizio di un ramo in cui lo spostamento aumenta a sforzo pressoché costante.

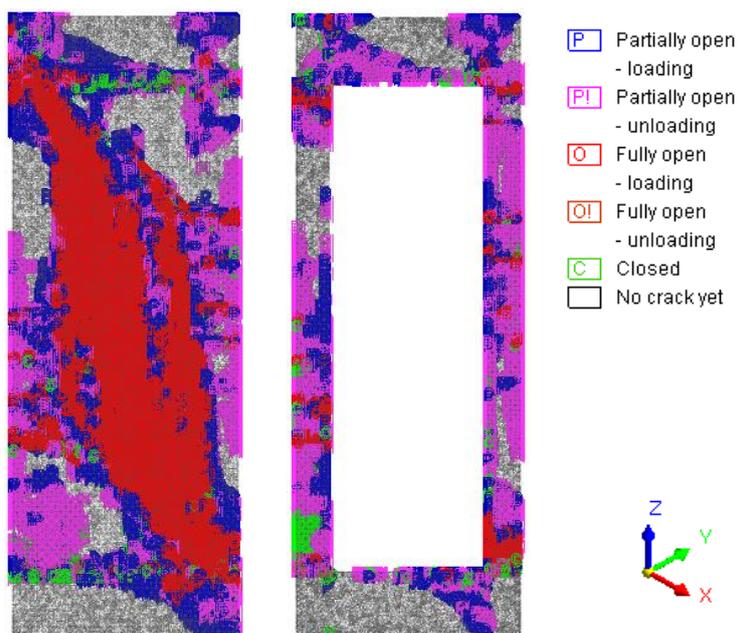


Figura 155: Stato fessurativo rispettivamente della parete e del telaio per  $DX = 44.2 \text{ mm}$

Rispetto al caso precedente si osserva un'ulteriore diffusione delle fessure lungo la diagonale compressa della parete, mentre nel telaio insorgono dei fenomeni fessurativi anche nel traverso inferiore e si generano delle cricche orizzontali lungo l'estensione dei pilastri.

Nelle immagini seguenti si riportano gli andamenti delle tensioni principali di compressione nella parete in spritz-beton e le tensioni normali di trazione nelle relative armature orizzontali. Si osserva di nuovo il meccanismo resistente descritto in precedenza, con un valore delle tensioni di compressione più elevato e le armature quasi tutte snervate a trazione.

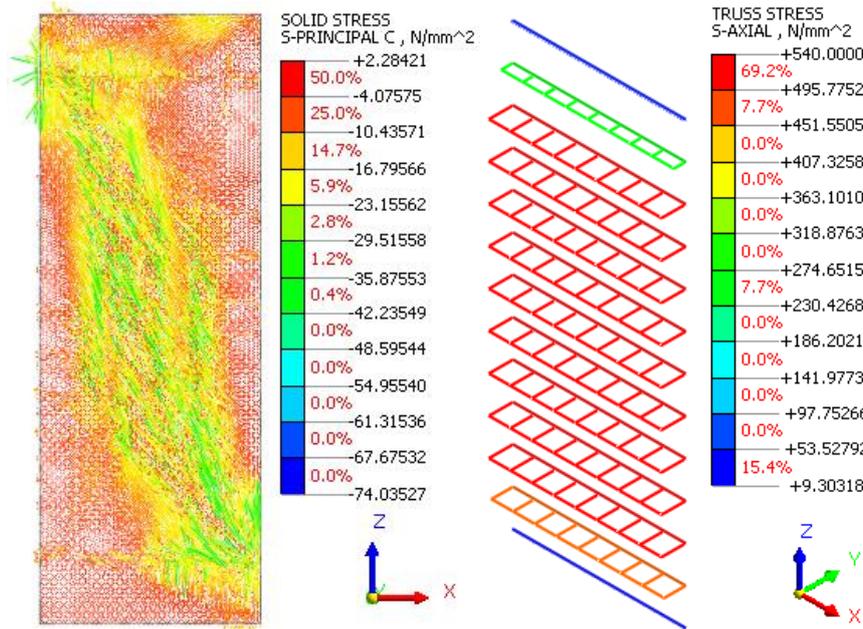


Figura 156: Andamento delle tensioni principali di compressione e tensioni assiali nelle barre orizzontali della parete per  $DX = 44.2$  mm

Infine, si riportano gli andamenti degli spostamenti in direzione X e Y del modulo per uno spostamento in sommità pari a 44.2 mm.

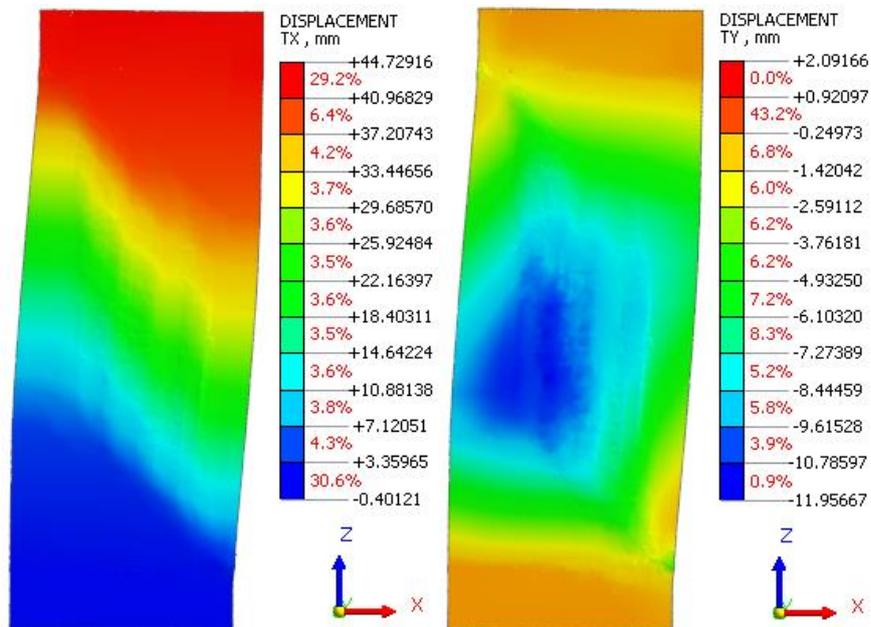


Figura 157: Distribuzione degli spostamenti nel piano e fuori dal piano del pannello per  $DX = 44.2$  mm

Relativamente allo spostamento nel piano l'andamento si mantiene analogo a quello visto in precedenza, mentre quello fuori piano risulta più marcato e interessa una superficie più estesa.

Superato questo punto, il comportamento del modulo rimane formalmente analogo fino al raggiungimento dello spostamento massimo.

## 8.2.6 Comportamento non lineare del solo telaio

Per capire come interagiscono il telaio e la parete in campo non lineare e riuscire ad interpretare correttamente il grafico "Reazione alla base – spostamento imposto" si eseguono delle analisi statiche non lineari per materiale anche del solo telaio, riportate nel diagramma seguente.

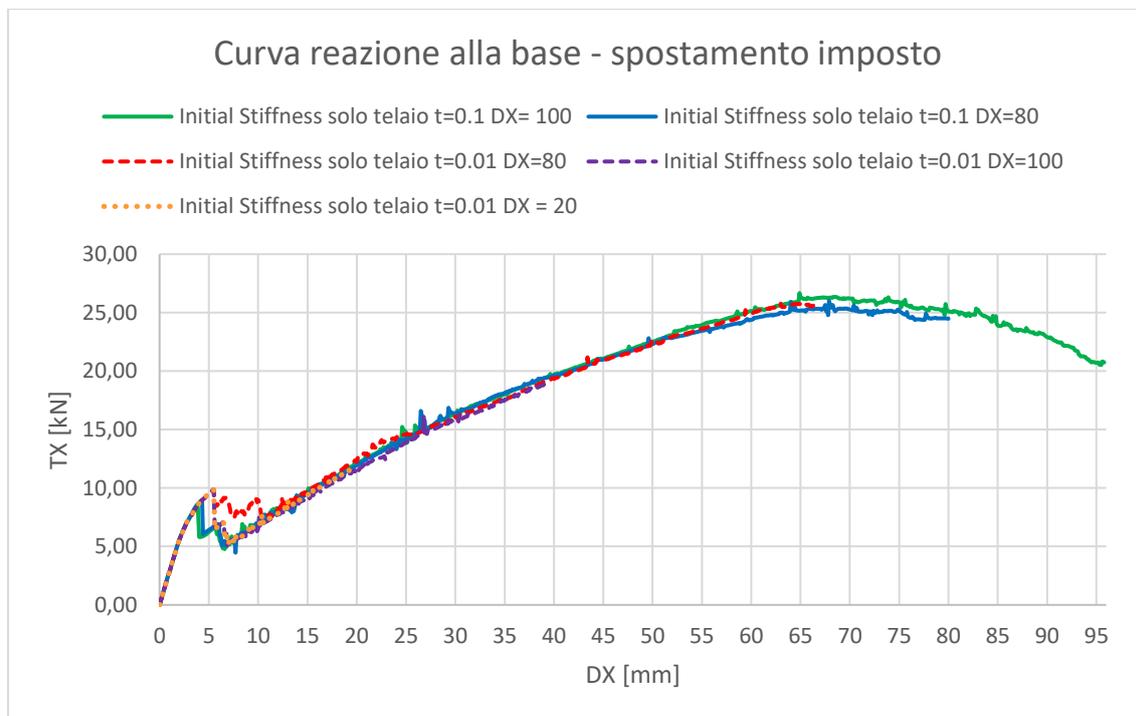


Figura 158: Curve di comportamento non lineare del solo telaio

Si osserva che tutte le prove fatte individuano lo stesso percorso, discostandosi l'una dall'altra solamente in corrispondenza di uno spostamento in sommità dai 5 ai 10 mm in quanto in quella zona alcuni modelli mostrano problemi di convergenza della soluzione. In generale si osserva che il contributo resistente del solo telaio può essere al più pari a 25 kN.

Il modello che risulta convergere meglio è quello generato imponendo  $DX = 100$  mm, impostando 1000 incrementi di carico e utilizzando il metodo “Initial Stiffness” con tolleranza sullo spostamento pari a 0.1, pertanto si fa riferimento a quello.

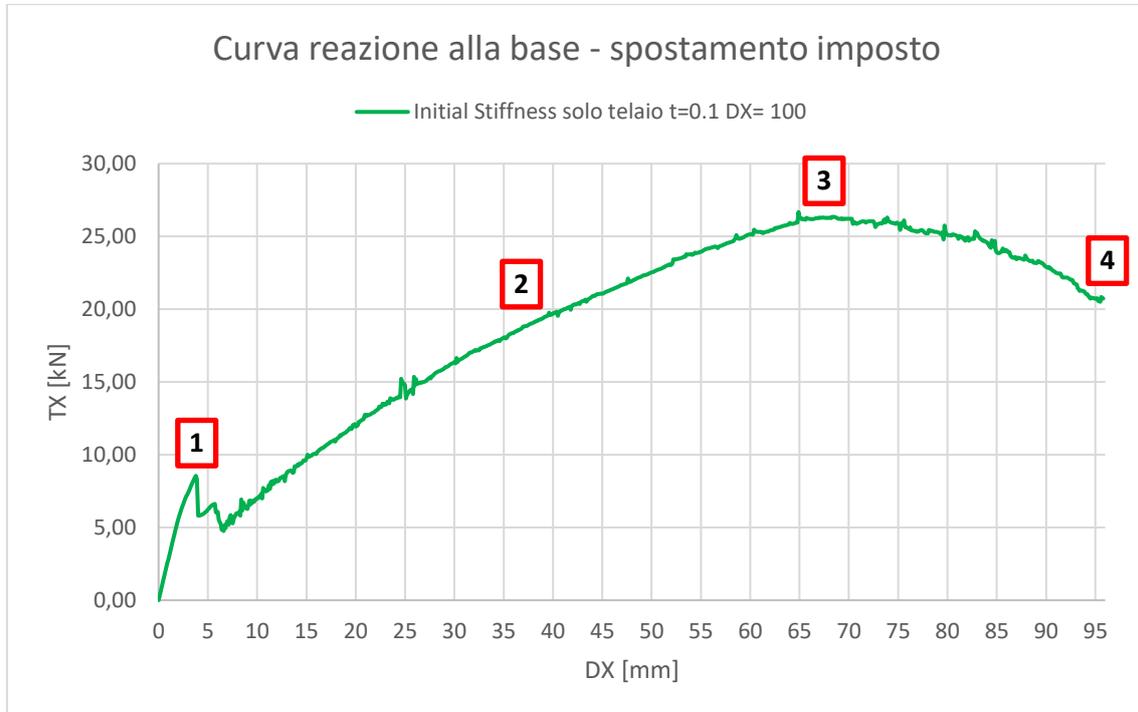


Figura 159: Curva di comportamento del solo telaio con tolleranza  $t = 0.1$  e spostamento massimo in sommità  $DX = 100$  mm

Osservando la curva di comportamento, si nota che in corrispondenza di uno spostamento in sommità pari 3.9 mm (punto 1) si ha un repentino calo di rigidità. Il quadro fessurativo del telaio associato a tale valore è riportato nella seguente immagine, da cui si nota come le fessure siano distribuite nelle zone tese dei pilastri.

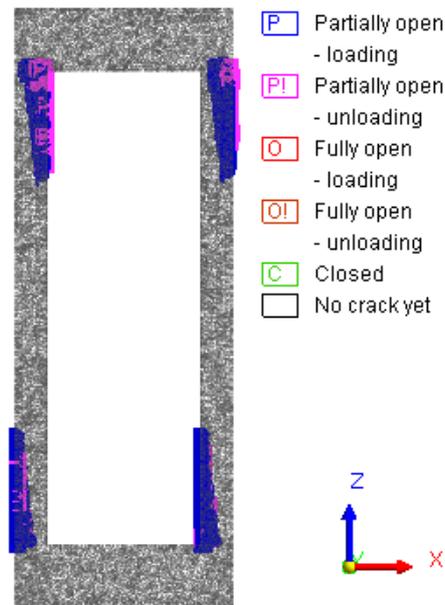


Figura 160: Stato fessurativo del solo telaio per  $DX = 3.6 \text{ mm}$

In relazione al quadro fessurativo di cui sopra, si riporta l'andamento delle tensioni  $\sigma_{ZZ}$  nel telaio, da cui si osserva che le zone fessurate corrispondono a quelle in cui la tensione di trazione raggiunge il valore massimo pari a  $f_{ct} = 2.9 \text{ MPa}$ .

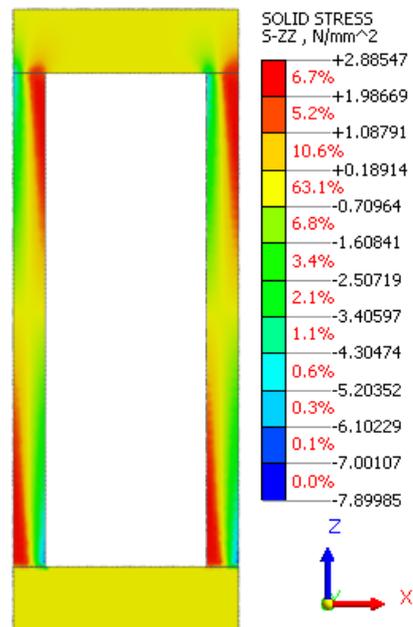


Figura 161: Andamento delle tensioni  $\sigma_{ZZ}$  sul telaio per  $DX = 3.6 \text{ mm}$

Osservando la deformata si nota che essa, trovandosi ancora in una situazione al limite elastico, è quella tipica di un telaio shear-type.

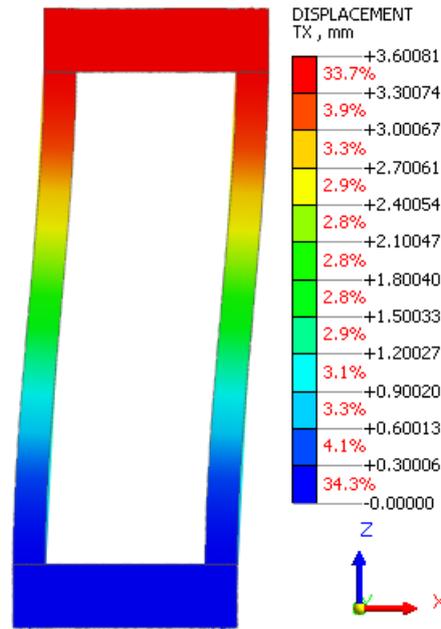


Figura 162: Deformata del solo telaio per  $DX = 3.6 \text{ mm}$

In seguito a tale calo di rigidezza si ha un recupero di resistenza, descritto nella curva da un tratto con una minore pendenza. Per valutare il comportamento del telaio in tale ramo si osserva la situazione corrispondente ad uno spostamento in sommità pari a 37 mm (punto 2 in Figura 159). Innanzitutto, si riporta nella figura che segue il quadro fessurativo corrispondente a tale valore.

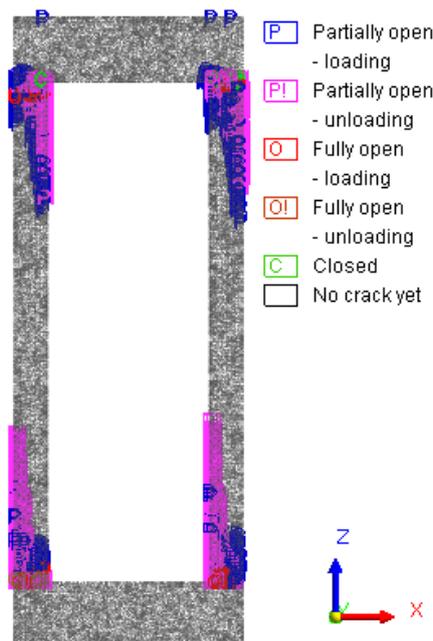


Figura 163: Stato fessurativo del solo telaio per  $DX = 37 \text{ mm}$

Osservando lo stato fessurativo si nota come le fessure formatesi in precedenza tendano a diffondersi su tutta la sezione. In particolare, dalla figura seguente è possibile constatare che le tensioni  $\sigma_{ZZ}$  all'estremità dei pilastri evidenziano uno spostamento dell'asse neutro della sezione, cui consegue un ampliamento della zona tesa e una corrispondente concentrazione di compressioni in una zona più ridotta. La diffusione delle fessure sull'intera sezione di estremità dei pilastri è pertanto da imputarsi a tale variazione di andamento delle tensioni.

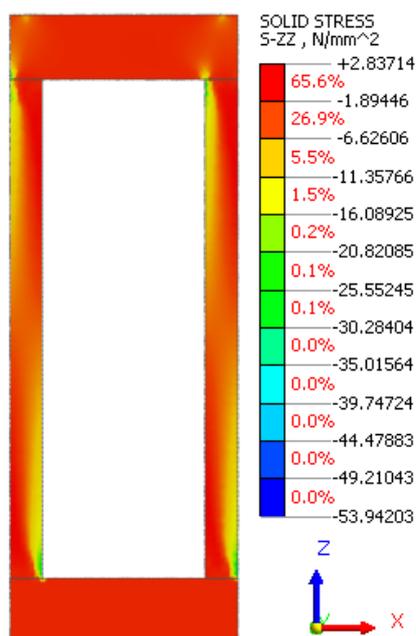


Figura 164: Andamento delle tensioni  $\sigma_{ZZ}$  sul telaio per  $DX = 37$  mm

A causa di questi fenomeni si assiste ad una linearizzazione della deformata del telaio, per cui le sezioni di estremità dei pilastri, essendo fessurate, mostrano una rotazione relativa rispetto al traverso. La configurazione deformata del telaio corrispondente a uno spostamento in sommità di 37 mm è riportata nella figura che segue.

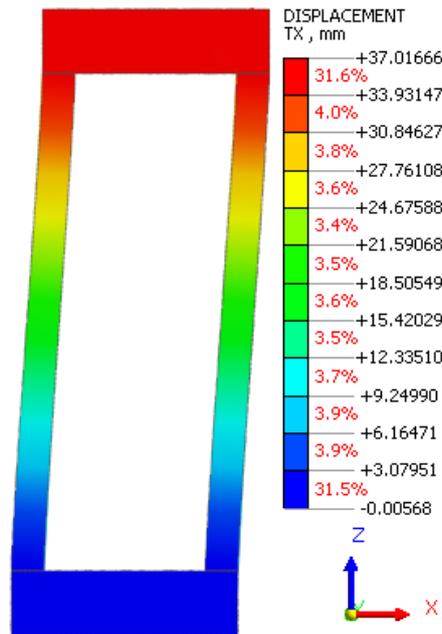


Figura 165: Deformata del solo telaio per  $DX = 37 \text{ mm}$

La massima capacità resistente del telaio viene raggiunta in corrispondenza di uno spostamento in sommità pari a 67.5 mm (punto 3 in Figura 159).

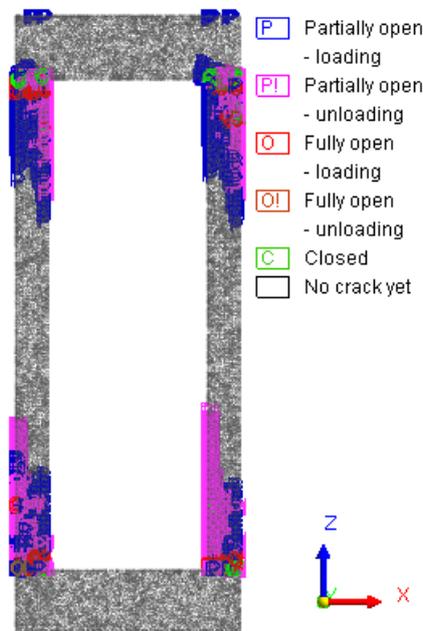


Figura 166: Stato fessurativo del solo telaio per  $DX = 67.5 \text{ mm}$

Si nota che, rispetto al caso precedente, prosegue la diffusione delle fessure lungo i pilastri, e si ha una completa plasticizzazione del calcestruzzo nelle zone di estremità del

pilastro. Le armature in questo caso risultano ancora in campo elastico pertanto la rottura avviene lato calcestruzzo. In tale configurazione è immediato pensare che il telaio sia troppo armato, tuttavia è necessario ricordare che questo è il risultato di un'analisi nella quale è stata completamente trascurata la presenza della parete.

Per quanto riguarda l'andamento delle tensioni  $\sigma_{ZZ}$  e la deformata del telaio, si osserva che esse risultano formalmente analoghe a quelle individuate al punto precedente, fatta eccezione per i valori che sono più elevati in questo caso.

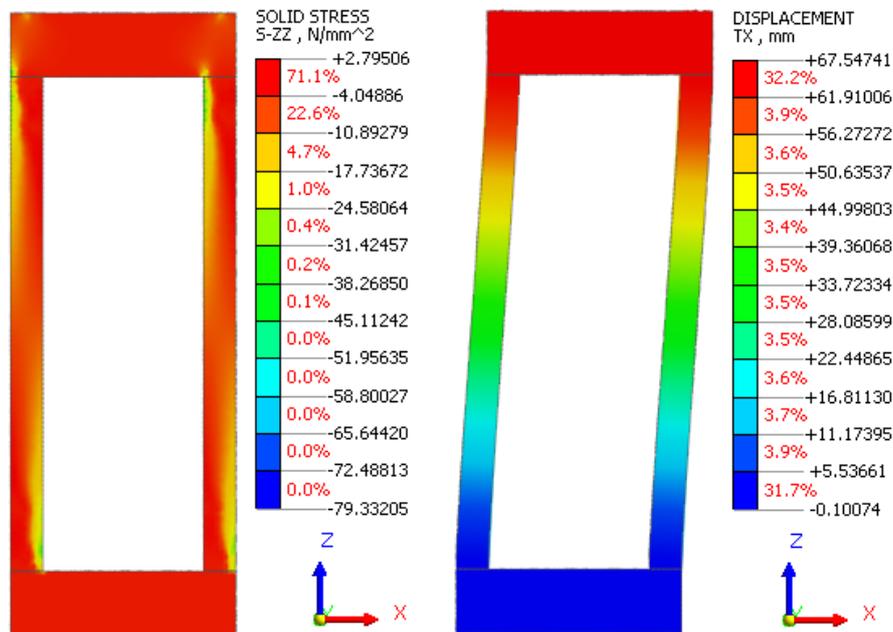


Figura 167: Andamento delle tensioni  $\sigma_{ZZ}$  e deformata del solo telaio per  $DX = 67.5$  mm

Successivamente alla condizione appena illustrata si ha un ramo di softening del calcestruzzo fino al raggiungimento di uno spostamento in sommità pari a 95.8 mm.

A tale condizione corrispondono lo stato fessurativo, l'andamento delle tensioni  $\sigma_{ZZ}$  e la deformata riportati nella figura seguente.

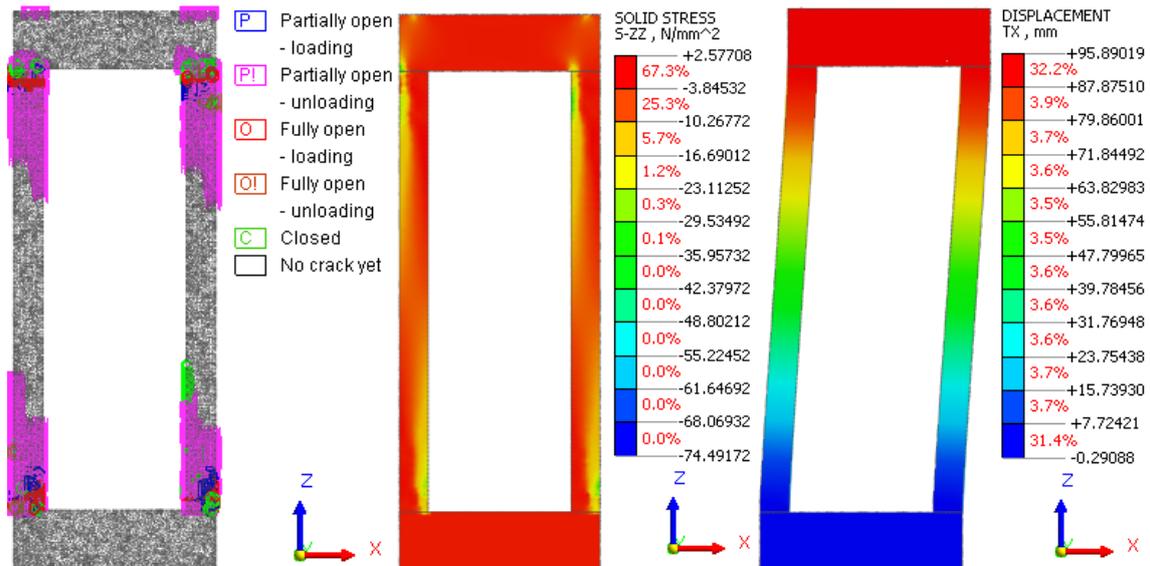


Figura 168: Stato fessurativo, tensioni  $\sigma_{ZZ}$  e deformata del solo telaio per  $DX = 95.8$  mm

Si osserva che gli andamenti di tutte e tre le diverse quantità risultano formalmente analoghi a quelli del punto precedente, a meno dei valori. In particolare, le tensioni  $\sigma_{ZZ}$  mostrano un leggero calo dovuto al softening mentre gli spostamenti aumentano sempre con la stessa forma.

## 9. Analisi lineare di buckling

---

L'analisi lineare di buckling viene correntemente utilizzata perché è in grado di fornire, in maniera rapida i moltiplicatori critici di carico di una struttura e le corrispondenti forme di instabilità.

Tale analisi risulta relativamente poco onerosa dal punto di vista computazionale rispetto alle analisi non lineari per geometria, che sono più accurate ma richiedono tempi di calcolo molto più lunghi.

Basandosi sulla "Teoria classica della stabilità" tale analisi assume che:

- La struttura abbia comportamento lineare fino all'insorgere dell'instabilità, ovvero:

$$V(\lambda P_{ref}) = \lambda V(P_{ref})$$

Tale ipotesi è valida nei problemi in cui, prima dell'insorgere dell'instabilità, una generica trave è sollecitata solo assialmente oppure una generica piastra è soggetta a comportamento unicamente membranale. Se la struttura è soggetta anche a flessione non è lecito assumere che essa mantenga un comportamento lineare fino all'insorgere dell'instabilità.

- La matrice di rigidità tangente sia esprimibile come somma di un termine costante e di un termine lineare negli spostamenti (sviluppando in serie la rigidità tangente si trascurano i termini di ordine superiore al primo), ovvero si ha una linearizzazione del tipo:

$$K_T(\alpha V) = K_E + \alpha K_G(V)$$

dove  $K_E$  è il termine costante e  $\alpha K_G(V)$  è il termine lineare negli spostamenti.

L'analisi di buckling prevede due linearizzazioni perciò il valore che si trova sarà approssimato.

$$K_T(V(\lambda P_{ref})) = K_T(\lambda V(P_{ref})) = K_E + \lambda K_G(V(P_{ref}))$$

Fondamentalmente l'analisi lineare di buckling si sviluppa attraverso le seguenti fasi:

- Inserimento del carico di riferimento:  $P_{ref}$

- Analisi statica lineare della struttura, valida fino all'insorgere dell'instabilità:

$$V_{ref} = K_E^{-1} \cdot P_{ref}$$

- Calcolo della matrice di rigidezza geometrica, noto lo spostamento  $V_{ref}$  ottenuto dall'analisi statica lineare:  $K_G(V_{ref})$
- Analisi agli autovalori della matrice di rigidezza linearizzata

$$K_T \Delta V = 0 \rightarrow (K_E + \lambda K_G) \Phi = 0$$

- Calcolo degli autovalori  $\lambda_i$ , corrispondenti ai moltiplicatori di carico, e degli autovettori  $\Phi_i$ , corrispondenti alle forme di buckling che rappresentano la configurazione con cui la struttura si instabilizza.

Poiché si vuole determinare il carico critico più basso che genera instabilità nella struttura è sufficiente determinare il primo modo di buckling. Il relativo autovalore pertanto è il moltiplicatore del carico critico in corrispondenza del quale si ha perdita di unicità della soluzione.

La teoria classica della stabilità, e conseguentemente l'analisi lineare di buckling, presenta dei limiti di applicabilità in quanto:

- Le forme di instabilità descrivono il modo in cui la struttura si instabilizza ma non danno alcuna informazione circa il comportamento post-critico, per cui si conosce come si manifesta l'instabilità ma non cosa succede successivamente;
- I risultati sono attendibili solo se le ipotesi sono verificate;
- La stima del carico critico avviene sempre per eccesso, perciò a sfavore di sicurezza;
- Nella realtà il problema non è lineare, per cui non vale la sovrapposizione degli effetti e ogni combinazione di carico necessiterebbe di un'analisi di buckling separata;
- Non è possibile applicare tale analisi a strutture con imperfezioni poiché non presentano punto di biforcazione, ovvero una condizione di equilibrio indifferente.

Conoscere il tipo di percorso di equilibrio post-critico è importante perché se esso è stabile sarà possibile superare il valore di carico critico della struttura ideale, mentre se esso è instabile la crisi avverrà prima ancora di giungere a tale valore.

La parete di spritz-beton oggetto di studio può essere assimilata ad una lastra nervata, sollecitata nel proprio piano da azioni taglianti.

In generale le lastre sottoposte a compressione (come in Figura 169) presentano un comportamento post-critico stabile, sempre crescente, pertanto anche in presenza di imperfezioni il carico critico può essere raggiunto e superato.

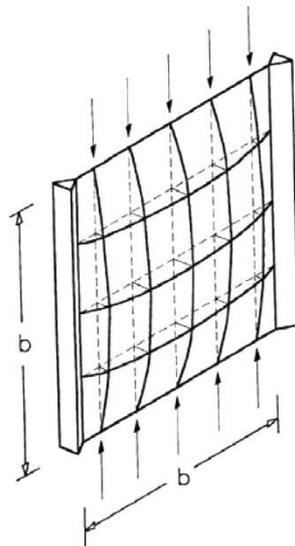


Figura 169: Instabilità di una lastra soggetta a compressione con deformata non cilindrica

In particolare, se, come nel caso oggetto di studio, la lastra risulta sollecitata da azioni taglianti, il carico critico risulta più alto e il percorso di equilibrio post-critico cresce ancora più velocemente. Nella figura seguente si mostra un diagramma carico-deformazione trasversale nel caso di struttura ideale (a), con piccole imperfezioni iniziali (b) e con imperfezioni più significative (c).

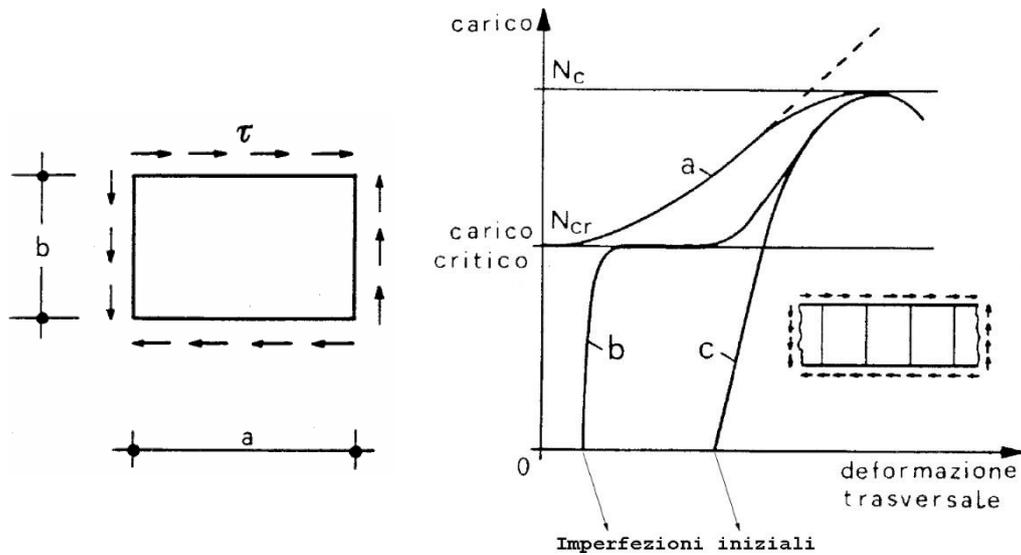


Figura 170: Percorso di equilibrio post-critico di una lastra sollecitata a taglio

Nelle lastre piane soggette ad azioni taglianti per studiare il fenomeno dell'instabilità bisogna calcolare, a partire dalle tensioni tangenziali  $\tau$ , le tensioni principali  $\sigma_1$  di trazione e  $\sigma_2$  di compressione. In particolare, le tensioni di compressione  $\sigma_2$  tendono a fare imbozzare il pannello lungo la diagonale, mentre quelle di trazione  $\sigma_1$  bloccano il punto di mezzo della deformata.

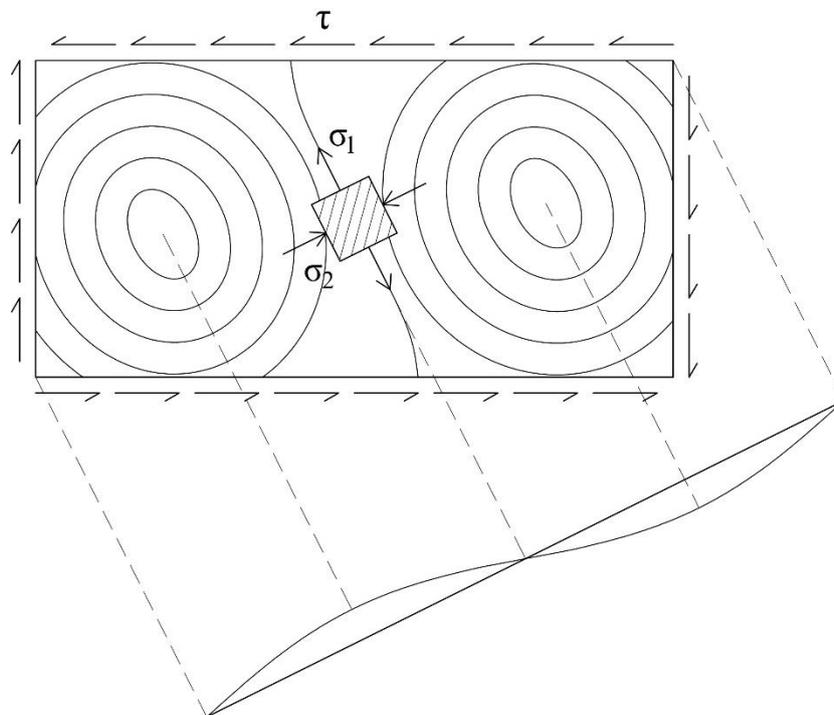


Figura 171: Deformata di instabilità di una lastra soggetta esclusivamente ad azioni taglianti

La tensione critica principale di compressione indotta dalle azioni taglianti viene valutata come:

$$\tau_{cr} = \sigma_{2,cr} = k_{\tau} \cdot \sigma_{cr,0}$$

Dove  $\sigma_{cr,0}$  è detta tensione critica di riferimento e corrisponde alla tensione critica euleriana di una lastra con deformata cilindrica e di lunghezza pari a  $d$  e spessore  $t_w$ , valutata come:

$$\sigma_{cr,0} = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left( \frac{t_w}{d} \right)^2$$

Il coefficiente  $k_{\tau}$  dipende dal rapporto tra le dimensioni della lastra  $m = a/d$ , ad esempio nel caso di pannello quadrato si ha  $m = 1$  e  $k_{\tau} = 9.34$ .

In generale se si considera una lastra rettangolare soggetta a compressione la deformata di instabilità sarà caratterizzata da  $m$  campi quadrati ciascuno deformato come in Figura 172.

Ad esempio, con riferimento ad un caso reale di una trave in acciaio con anima compressa non irrigidita, la deformata di instabilità assume la seguente forma.

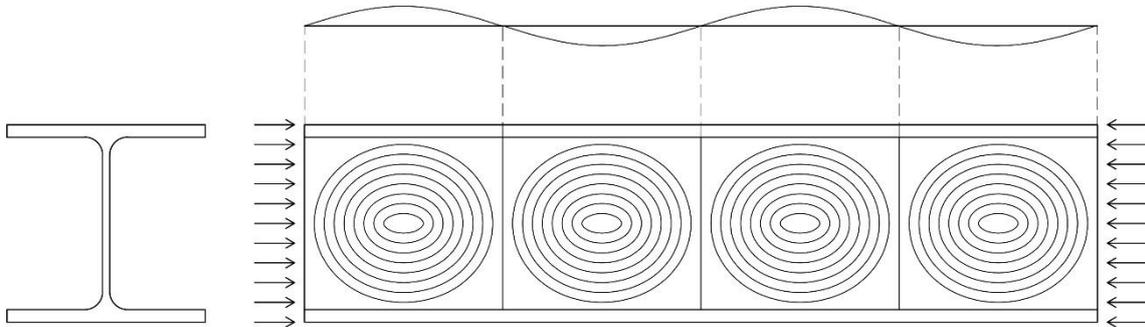
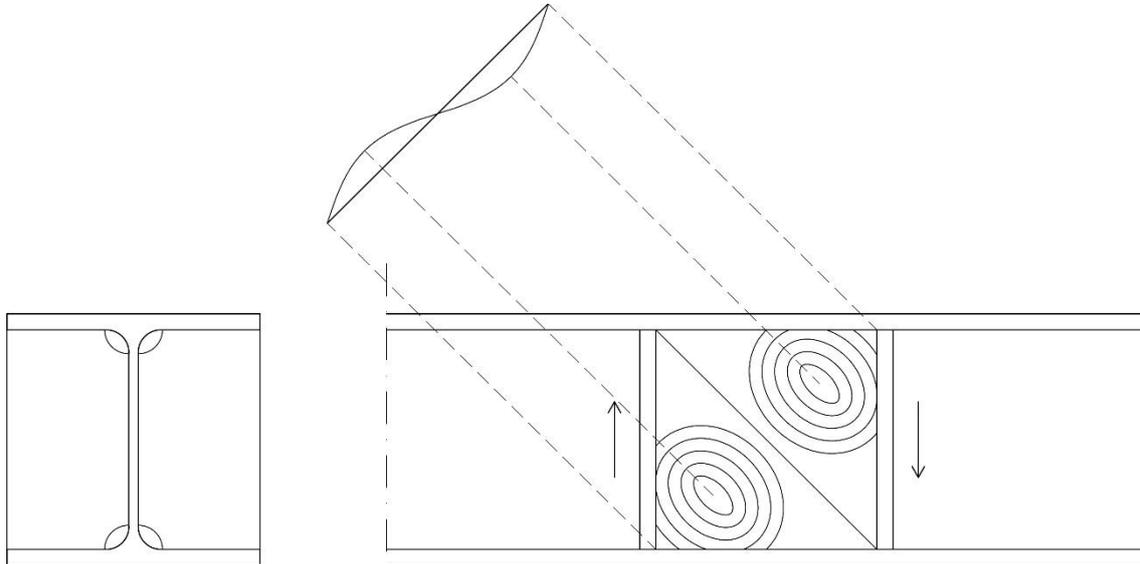


Figura 172: Deformata d'instabilità dell'anima di una trave in acciaio compressa

Fondamentalmente l'anima della trave si deforma come se fossero presenti degli irrigidimenti trasversali con passo pari all'altezza della trave stessa. In questo caso il carico critico risulta:

$$\sigma_{cr} = k_{\sigma} \cdot \sigma_{cr,0} = 4 \cdot \sigma_{cr,0}$$

Se si considera invece una trave inflessa con irrigidimenti d'anima è possibile individuare una deformata d'instabilità caratterizzata da due imbozzamenti per ogni campo quadrato, come mostrato in Figura 173.



*Figura 173: Deformata d'instabilità dell'anima di una trave in acciaio inflessa*

Poiché la deformata all'interno del singolo campo quadrato presenta un'inversione di segno, il carico critico in questo caso risulta maggiore del precedente e viene determinato attraverso la formula:

$$\tau_{cr} = k_{\tau} \cdot \sigma_{cr,0} = 9.34 \cdot \sigma_{cr,0}$$

## 9.1 Ridefinizione del modello

È stato scelto di applicare questo tipo di analisi al modulo Timesafe per avere delle indicazioni di massima sui fenomeni del secondo ordine che potrebbero interessare in particolar modo la parete in calcestruzzo proiettato.

I risultati di questa analisi serviranno per individuare il carico critico d'instabilità di un sistema di rinforzo semplificato in virtù dei risultati dell'analisi statica lineare illustrati precedentemente in cui si dimostrava che in ambito statico lineare il polistirene non contribuisce. Infatti, il modello di partenza per quest'analisi è costituito solamente dalla parete in spritz-beton e dai relativi traversi e pilastri perimetrali.

Inoltre, dal punto di vista della modellazione, il software Midas FEA NX non può eseguire analisi di buckling in presenza di superfici d'interfaccia, che pertanto vengono rimosse, insieme al polistirene e alle relative armature.

È importante sottolineare che se anche si potessero mantenere le superfici d'interfaccia, essendo l'analisi di buckling lineare, esse non influenzerebbero in alcun modo i risultati. Infatti il comportamento non lineare dell'interfaccia verrebbe comunque trascurato.

L'analisi di buckling viene applicata ai due modelli con i diversi spessori di spritz-beton illustrati precedentemente per capire come varia il carico critico in funzione dello spessore della parete. Per ciascuno dei due modelli vengono considerate quattro diverse condizioni di carico e di vincolo.

## 9.2 Definizione delle condizioni di carico e di vincolo

La prima condizione di vincolo che viene applicata a ciascuno dei due modelli è analoga a quella impiegata nelle analisi statiche lineari e consiste nell'incastare i nodi di base del telaio e boccare gli spostamenti fuori piano dei nodi di sommità. Si impone quindi uno spostamento dei nodi pilastro-traverso di sommità del telaio pari a 1 mm. Nella figura seguente si riportano tali condizioni di carico e di vincolo applicate al modello e la relativa deformata in ambito statico lineare.

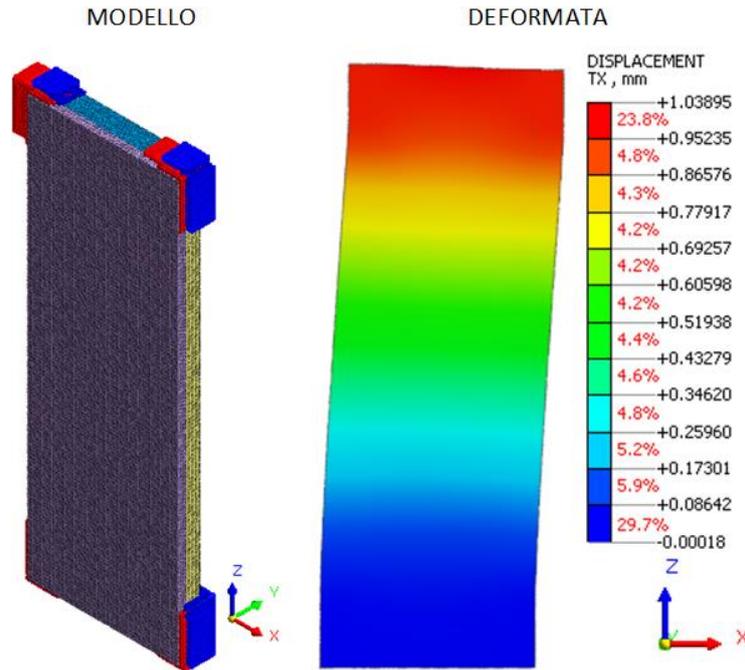


Figura 174: Visualizzazione del modello e della deformata nelle condizioni di vincolo e di carico 1

La seconda condizione di vincolo simula un comportamento del telaio di tipo shear-type pertanto i nodi di base vengono incastrati mentre quelli di sommità vengono lasciati liberi di muoversi solamente in direzione X. Anche in questo caso viene applicata un'azione sotto forma di spostamento imposto in sommità pari a 1 mm.

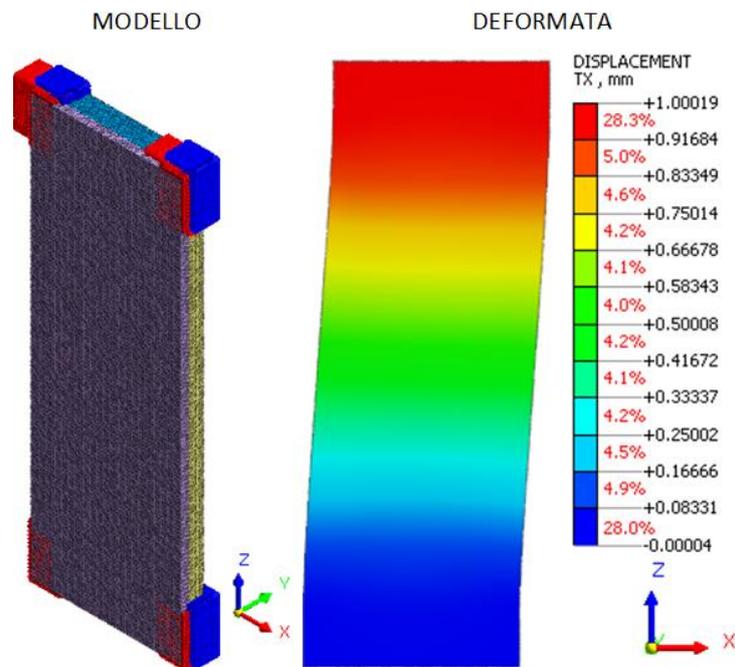


Figura 175: Visualizzazione del modello e della deformata nelle condizioni di vincolo e di carico 2

Sebbene all'interno del software applicare degli spostamenti corrisponda ad applicare delle forze staticamente equivalenti, nell'ambito di un'analisi di buckling del singolo modulo risulta più intuitivo l'utilizzo delle forze. Pertanto sono stati generati degli elementi "Rigid Link" che connettono i nodi della mesh all'intersezione tra pilastri e traverso di sommità con un singolo nodo master esterno al modulo, in cui sono state applicate le condizioni sia di carico sia di vincolo.

La terza situazione che è stata considerata vede quindi i nodi di base del telaio incastrati e il nodo master con una forza esterna applicata in direzione X di entità pari a 10 kN e vincolato a muoversi solamente nel piano del pannello.

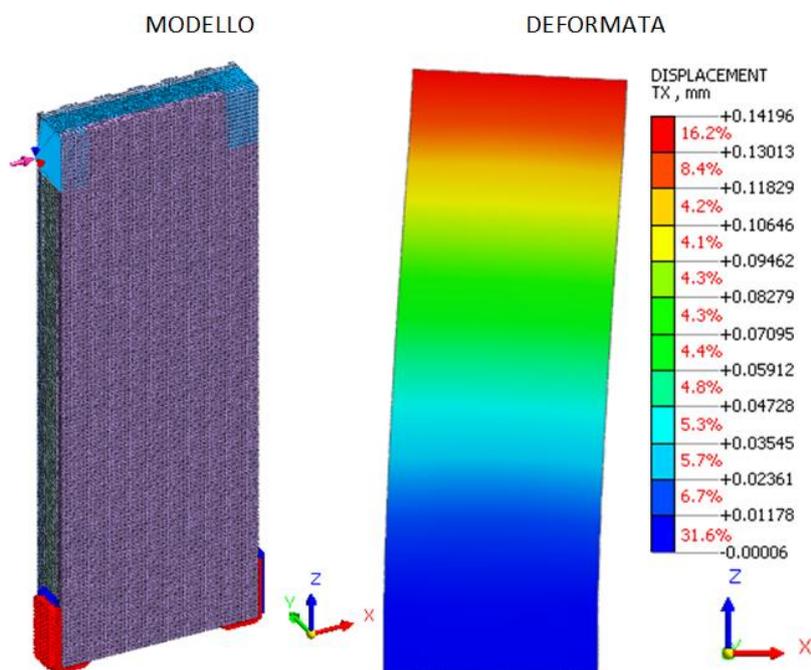


Figura 176: Visualizzazione del modello e della deformata nelle condizioni di vincolo e di carico 3

Infine l'ultima condizione per cui viene valutato il carico critico vuole simulare un telaio shear-type pertanto il nodo master può spostarsi solamente in direzione X e su di esso, come nella situazione precedente, viene applicata una forza concentrata  $F_X = 10 \text{ kN}$ .

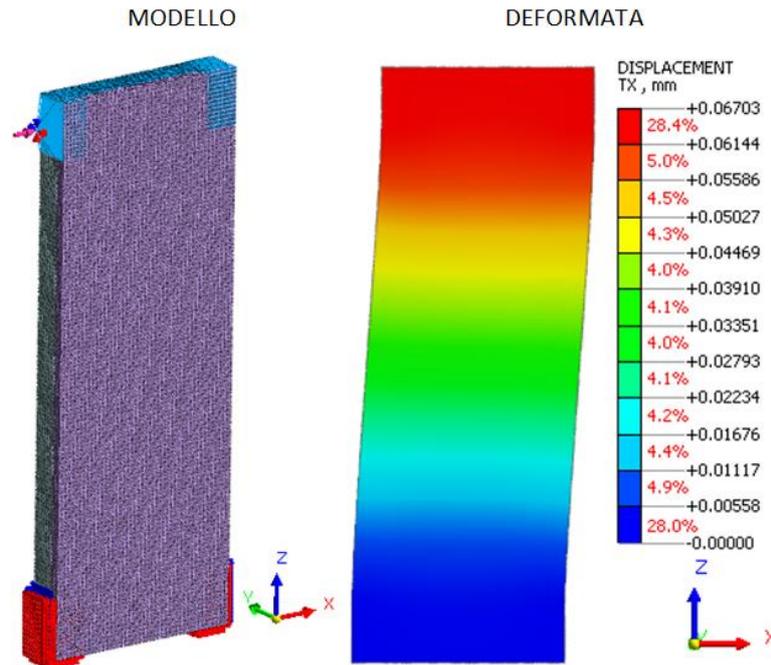


Figura 177: Visualizzazione del modello e della deformata nelle condizioni di vincolo e di carico 4

### 9.3 Analisi del modello ed interpretazione dei risultati

Coerentemente con quanto illustrato in precedenza, per ciascuno dei modelli illustrati al paragrafo precedente si esegue un'analisi lineare di buckling considerando il peso proprio degli elementi strutturali, che viene mantenuto costante, e il carico esterno applicato, che viene invece fatto variare fino al raggiungimento della condizione di equilibrio indifferente. Nell'analisi si richiedono solamente i primi 3 modi d'instabilità in quanto si vuole individuare la deformata associata al moltiplicatore del carico più basso in valore assoluto.

#### 9.3.1 Parete con spessore minimo di 5 cm

In primo luogo, si analizza il modulo di partenza, caratterizzato da una parete in calcestruzzo proiettato di spessore pari a 5 cm con irrigidimenti di 7.5 cm e da due traversi e due pilastri posti lungo il perimetro della lastra.

##### 9.3.1.1 Condizione di carico e di vincolo 1

Eseguendo un'analisi lineare di buckling sul modello di dettaglio in questo caso si trovano i seguenti autovalori.

ANALISI DI BUCKLING CON SPOSTAMENTO DI 1 mm con nodi di sommità vincolati a muoversi nel piano XZ								
REAL EIGENVALUES								
MODE	EIGENVALUE	RADIANS	CYCLES	PERIOD	GENERALIZED MASS	GENERALIZED STIFFNESS	ORTHOGONALITY LOSS	ERROR MEASURE
1	-438.39	20.94	3.33	0.300	-438334.80	192162800	0.00E+00	2.13E-02
2	-337.37	18.37	2.92	0.342	-361994.70	122125800	7.11E-09	3.23E-05
3	341.15	18.47	2.94	0.340	391212.30	133460600	3.33E-09	7.68E-05

I valori presenti in tabella nella colonna “Eigenvalue” risultano i moltiplicatori dello spostamento applicato in sommità pari a 1 mm che generano instabilità nel modulo oggetto di studio. A ciascuno degli autovalori presenti in tabella è associato un modo d’instabilità, la cui forma è definita a meno di una costante, tali deformate vengono riportate nell’immagine successiva.

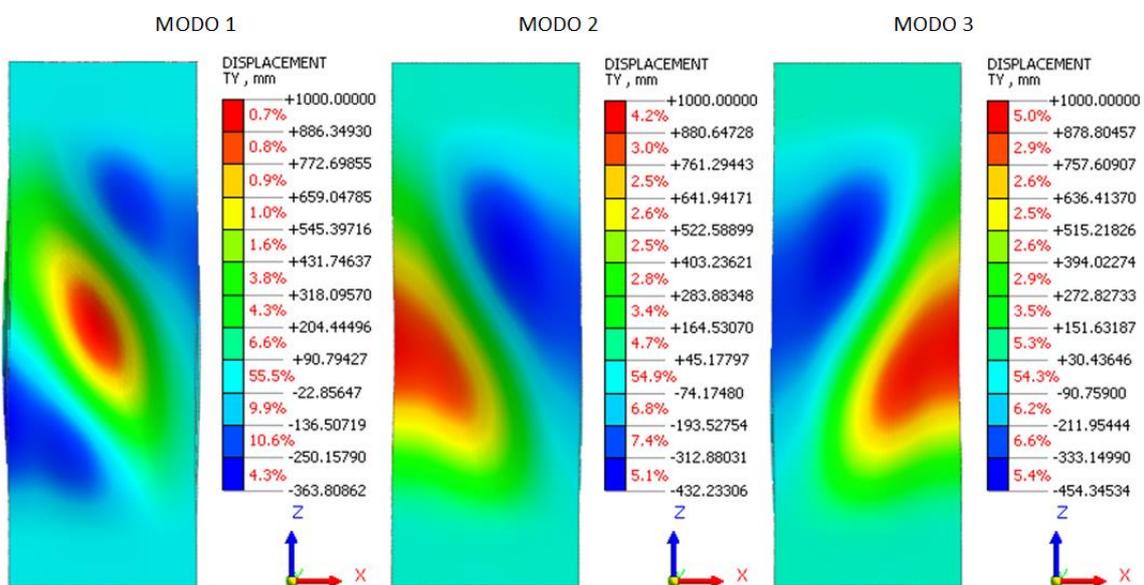


Figura 178: Modi di instabilità della parete con spessore minimo di 5 cm nella condizione 1

Per determinare il carico critico  $F_{x,cr}$  in questo caso è necessario calcolare la somma delle reazioni vincolari dei nodi di base del telaio quando lo spostamento di 1 mm è applicato staticamente e moltiplicarla per il minor autovalore.

Somma delle reazioni Tx	
107.99	kN
Carico critico	
36431.90	kN

Per verificare che il software operi in maniera corretta si esegue la stessa analisi imponendo uno spostamento in sommità di 2 mm invece che di 1 mm.

In questo caso si ottengono i moltiplicatori critici raccolti nella seguente tabella.

ANALISI DI BUCKLING CON SPOSTAMENTO DI 2 mm con nodi di sommità vincolati a muoversi nel piano XZ								
REAL EIGENVALUES								
MODE	EIGENVALUE	RADIANS	CYCLES	PERIOD	GENERALIZED MASS	GENERALIZED STIFFNESS	ORTHOGONALITY LOSS	ERROR MEASURE
1	-219.13	14.80	2.36	0.424	-876917.90	192162700	0.00E+00	2.04E-02
2	-168.66	12.99	2.07	0.484	-724682.80	122228300	4.61E-11	3.16E-05
3	170.55	13.06	2.08	0.481	783203.00	133575400	3.60E-09	7.57E-05

Moltiplicando l'autovalore del secondo modo di instabilità per la reazione totale in direzione X degli incastri alla base del telaio si ottiene un carico critico molto simile al precedente.

Somma delle reazioni Tx	
215.46	kN
Carico critico	
36340.34	kN

Poiché i valori del carico critico ottenuti imponendo diversi spostamenti in sommità si discostano dello 0.25% si ritiene che il calcolo effettuato dal software sia coerente con quanto atteso.

### 9.3.1.2 Condizione di carico e di vincolo 2

Concentrandosi sempre sul modello con parete in calcestruzzo proiettato di spessore variabile da 5 a 7.5 cm, si considera anche il caso in cui il modulo presenti un comportamento di tipo “*shear-type*”. In questa situazione l'analisi di buckling fornisce i seguenti autovalori.

ANALISI DI BUCKLING CON SPOSTAMENTO DI 1 mm con nodi di sommità vincolati a muoversi solamente in direzione X								
REAL EIGENVALUES								
MODE	EIGENVALUE	RADIANS	CYCLES	PERIOD	GENERALIZED MASS	GENERALIZED STIFFNESS	ORTHOGONALITY LOSS	ERROR MEASURE
1	-328.68	18.13	2.89	0.347	-646931.90	212632500	0.00E+00	2.43E-03
2	-272.46	16.51	2.63	0.381	-881488.40	240171400	1.25E-10	6.84E-05
3	272.44	16.51	2.63	0.381	900144.20	245232600	7.95E-10	1.49E-04

Le forme di instabilità associate ai moltiplicatori critici in tabella sono le seguenti.

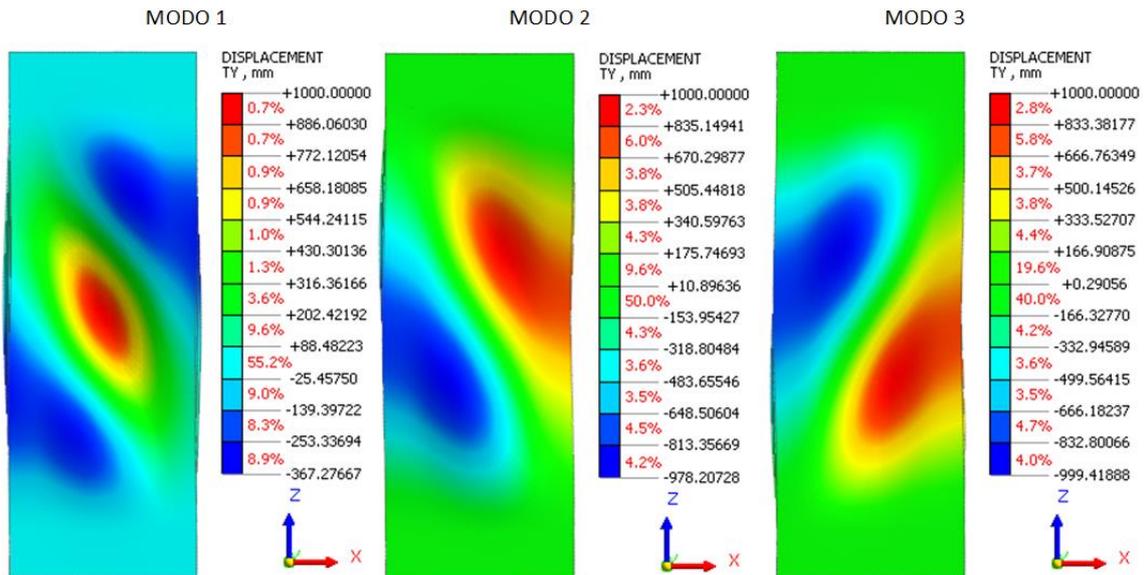


Figura 179: Modi di instabilità della parete con spessore minimo di 5 cm nella condizione 2

Anche in questo caso, poiché l'analisi è lineare, è possibile valutare il carico critico calcolando il prodotto tra la reazione totale dei vincoli in direzione X e il moltiplicatore dello spostamento imposto. Il minor carico d'instabilità risulta il seguente.

Somma delle reazioni Tx	
148.65	kN
Carico critico	
40497.17	kN

Si osserva che in questo caso, avendo un maggiore grado di vincolo del modulo, il carico critico risulta più alto rispetto a quello ottenuto nella situazione precedente.

### 9.3.1.3 Condizione di carico e di vincolo 3

Attraverso questo modello si vuole simulare un possibile comportamento a mensola del telaio, perciò i nodi di base sono incastrati mentre quelli di sommità sono liberi di muoversi nel piano del pannello. Gli autovalori che si ottengono tramite un'analisi di buckling sono stavolta i moltiplicatori del carico di 10 kN applicato nel nodo master e risultano:

ANALISI DI BUCKLING CON FORZA Fx DI 10 kN - MENSOLA								
REAL EIGENVALUES								
MODE	EIGENVALUE	RADIANS	CYCLES	PERIOD	GENERALIZED MASS	GENERALIZED STIFFNESS	ORTHOGONALITY LOSS	ERROR MEASURE
1	-3950.86	62.86	10.00	0.100	-58808.72	232345100	0.00E+00	2.42E-02
2	-2637.24	51.35	8.17	0.122	-29674.67	78259240	4.22E-09	9.62E-05
3	2710.97	52.07	8.29	0.121	31174.37	84512700	8.38E-10	9.77E-05

Le deformate d'instabilità associate agli autovalori in tabella in queste condizioni di vincolo sono le seguenti.

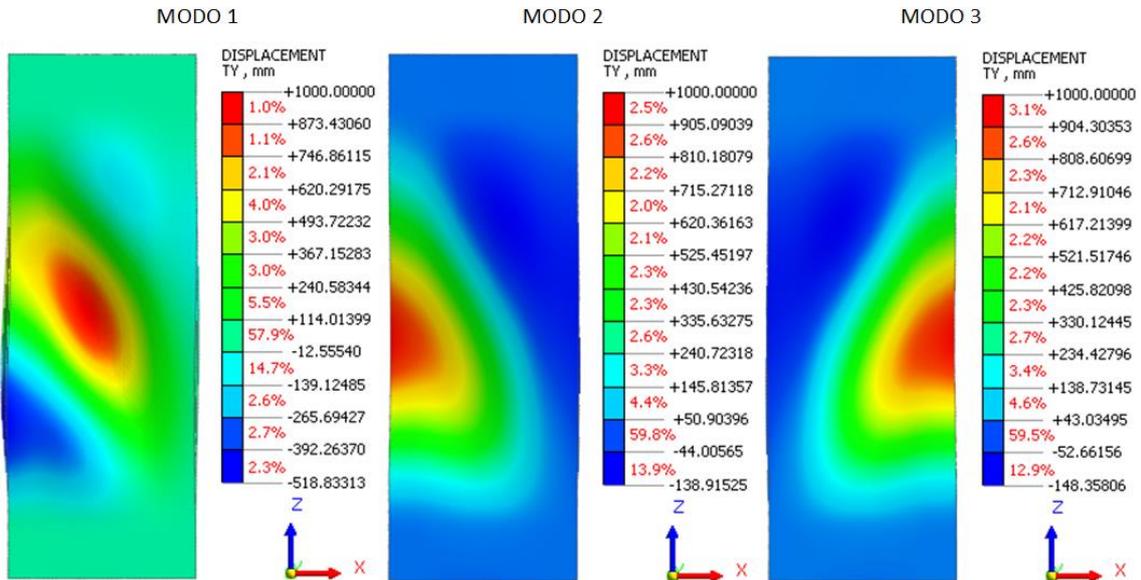


Figura 180: Modi di instabilità della parete con spessore minimo di 5 cm nella condizione 3

Poiché in questo modello è stata applicata una forza in sommità, per calcolare il carico critico è sufficiente moltiplicare il minimo autovalore ottenuto per l'azione esterna.

Carico critico	
26372.40	kN

Il carico critico d'instabilità ottenuto in questo caso risulta più basso dei precedenti in quanto il grado di vincolo di questo modello è minore, pertanto l'imbozzamento della parete può avvenire più facilmente.

9.3.1.4 Condizione di carico e di vincolo 4

Infine, si analizza il modulo Timesafe ipotizzando che abbia un comportamento a telaio shear-type e applicando una forza in sommità pari a 10 kN. Eseguendo l'analisi di buckling, si trovano i seguenti moltiplicatori critici.

ANALISI DI BUCKLING CON FORZA Fx DI 10 kN - SHEAR TYPE								
REAL EIGENVALUES								
MODE	EIGENVALUE	RADIANS	CYCLES	PERIOD	GENERALIZED MASS	GENERALIZED STIFFNESS	ORTHOGONALITY LOSS	ERROR MEASURE
1	-4900.73	70.01	11.14	0.090	-43494.02	213152200	0.00E+00	2.47E-03
2	-4069.70	63.79	10.15	0.098	-59576.73	242459300	2.78E-10	6.69E-05
3	4071.81	63.81	10.16	0.098	60248.75	245321200	4.08E-09	1.50E-04

Le deformate d'instabilità associate agli autovalori in tabella sono le seguenti.

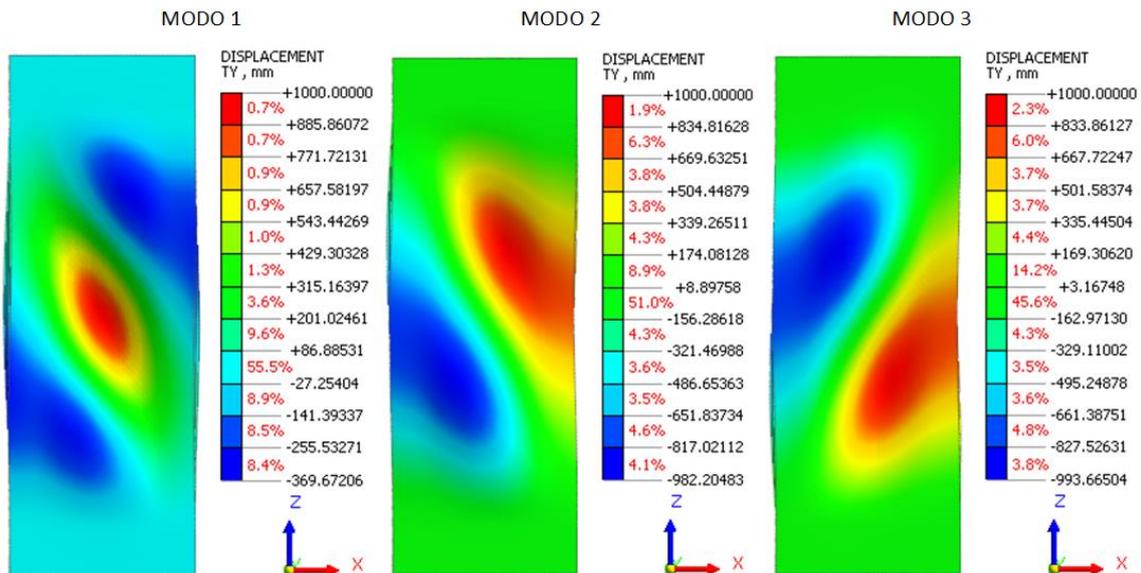


Figura 181: Modi di instabilità della parete con spessore minimo di 5 cm nella condizione 4

Il minor carico critico per cui si potrebbe sviluppare un fenomeno del secondo ordine nel modulo oggetto d'analisi in questo caso risulta:

Carico critico	
40696.98	kN

Essendo la condizione di vincolo 4 identica alla 2, il carico critico ottenuto nei due casi imponendo lo spostamento dei nodi di sommità o applicando una forza esterna risulta pressoché identico (lo scarto è dello 0.49%).

### 9.3.2 Parete con spessore minimo di 3 cm

Si analizza ora il modulo con parete in calcestruzzo proiettato di spessore pari a 3 cm e irrigidimenti di 5.5 cm.

#### 9.3.2.1 Condizione di carico e di vincolo 1

La prima condizione di vincolo analizzata vede i nodi di base del telaio incastrati mentre quelli di sommità possono muoversi solamente sul piano del pannello. Viene quindi imposto uno spostamento dei nodi di sommità del telaio pari a 1 mm. In questo caso si hanno i seguenti autovalori.

ANALISI DI BUCKLING CON SPOSTAMENTO DI 1 mm con nodi di sommità vincolati a muoversi nel piano XZ								
REAL EIGENVALUES								
MODE	EIGENVALUE	RADIANS	CYCLES	PERIOD	GENERALIZED MASS	GENERALIZED STIFFNESS	ORTHOGONALITY LOSS	ERROR MEASURE
1	-230.70	15.19	2.42	0.414	-386679.30	89207540	0.00E+00	2.29E-04
2	232.13	15.24	2.42	0.412	388229.30	90119850	1.42E-08	1.06E-03
3	266.85	16.34	2.60	0.385	353952.10	94453200	1.18E-10	8.26E-03

Le forme d'instabilità (definite a meno di una costante) associate a questi moltiplicatori del carico sono le seguenti.

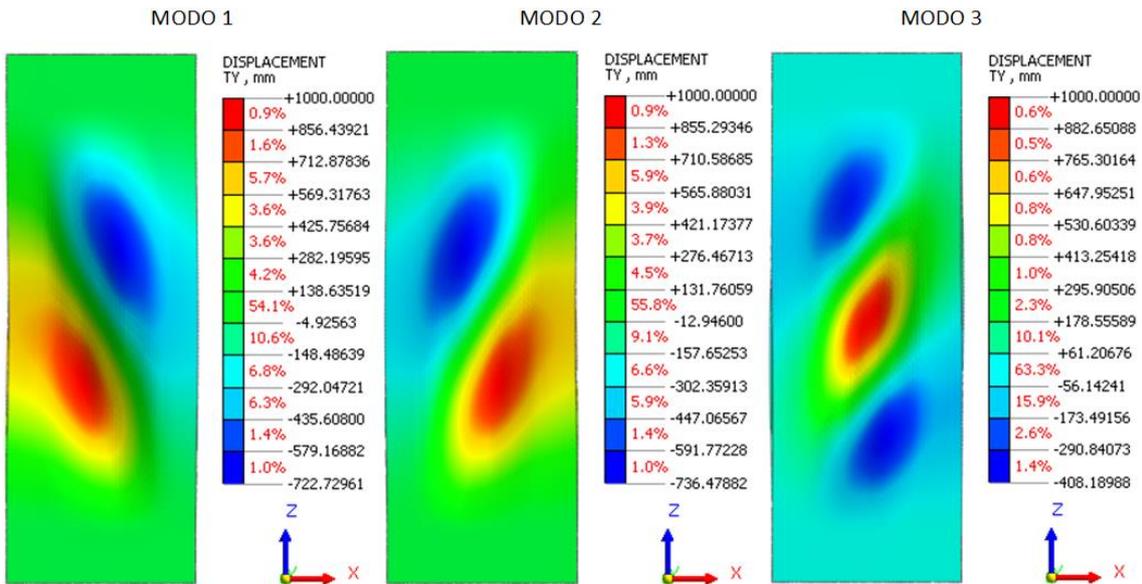


Figura 182: Modi di instabilità della parete con spessore minimo di 3 cm nella condizione 1

Il carico critico, calcolato facendo riferimento alla reazione di base del telaio in direzione X, per questo modello risulta:

Somma delle reazioni Tx	
85.67	kN
Carico critico	
19763.06	kN

Si osserva che la forza che genera fenomeni d'instabilità nel modulo in questo caso risulta molto più bassa di quella ottenuta nella condizione 1 per una parete con spessore minimo di 5 cm.

### 9.3.2.2 Condizione di carico e di vincolo 2

In questo modello viene sempre imposto uno spostamento di 1 mm in sommità ma i vincoli vengono posizionati in modo tale che il telaio sia "shear-type". Si ottengono in questo modo i seguenti moltiplicatori dello spostamento imposto.

ANALISI DI BUCKLING CON SPOSTAMENTO DI 1 mm con nodi di sommità vincolati a muoversi solamente in direzione X								
REAL EIGENVALUES								
MODE	EIGENVALUE	RADIANS	CYCLES	PERIOD	GENERALIZED MASS	GENERALIZED STIFFNESS	ORTHOGONALITY LOSS	ERROR MEASURE
1	-182.69	13.52	2.15	0.465	-631179.50	115312900	0.00E+00	3.56E-05
2	183.40	13.54	2.16	0.464	628888.10	115335800	2.57E-11	6.26E-05
3	205.90	14.35	2.28	0.438	475289.60	97863280	9.49E-10	3.85E-04

Le deformate d'instabilità dei primi tre modi sono le seguenti.

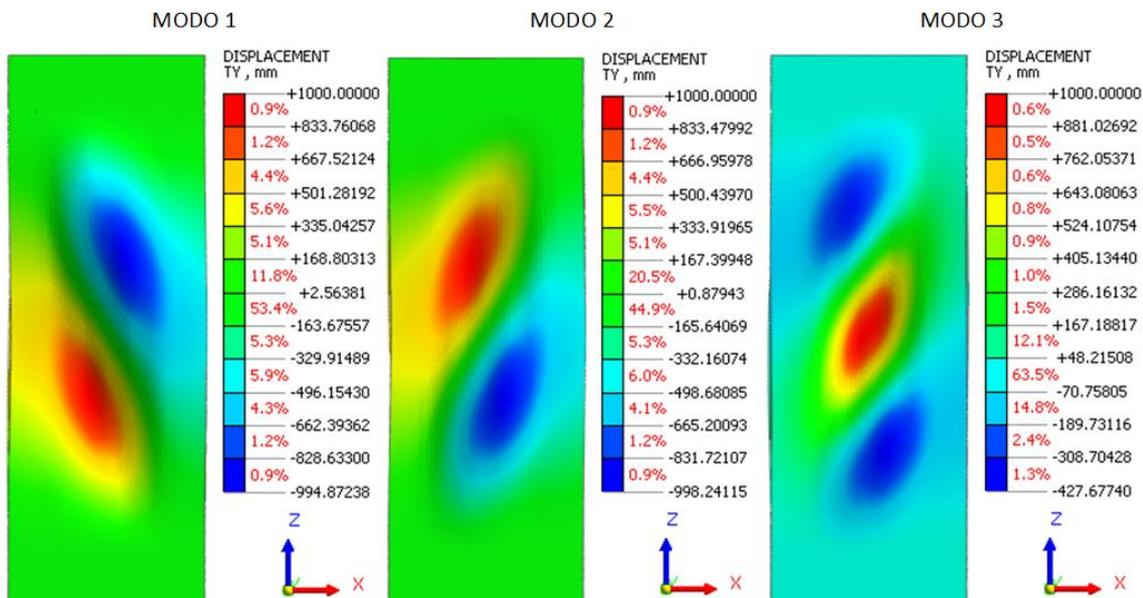


Figura 183: Modi di instabilità della parete con spessore minimo di 3 cm nella condizione 2

Il carico critico, a causa del maggior grado di vincolamento, è più alto di quello del caso precedente.

Somma delle reazioni Tx	
113.31	kN
Carico critico	
20700.84	kN

### 9.3.2.3 Condizione di carico e di vincolo 3

Si impone ora una condizione di vincolo che si definisce “a mensola” in quanto i nodi di sommità del telaio sono liberi mentre quelli di base risultano incastrati. Si applica quindi un'azione di 10 kN in sommità, trovando i seguenti moltiplicatori critici.

ANALISI DI BUCKLING CON FORZA Fx DI 10 kN - MENSOLA								
REAL EIGENVALUES								
MODE	EIGENVALUE	RADIANS	CYCLES	PERIOD	GENERALIZED MASS	GENERALIZED STIFFNESS	ORTHOGONALITY LOSS	ERROR MEASURE
1	-2188.65	46.78	7.45	0.134	-43855.62	95984750	0.00E+00	4.20E-03
2	-1705.03	41.29	6.57	0.152	-48036.01	81902860	3.89E-10	1.16E-05
3	1732.21	41.62	6.62	0.151	46736.16	80956690	3.96E-10	1.82E-05

A ciascun autovalore è associata una forma d'instabilità che mostra come si deforma il modulo quando viene raggiunto il carico critico associato al relativo moltiplicatore.

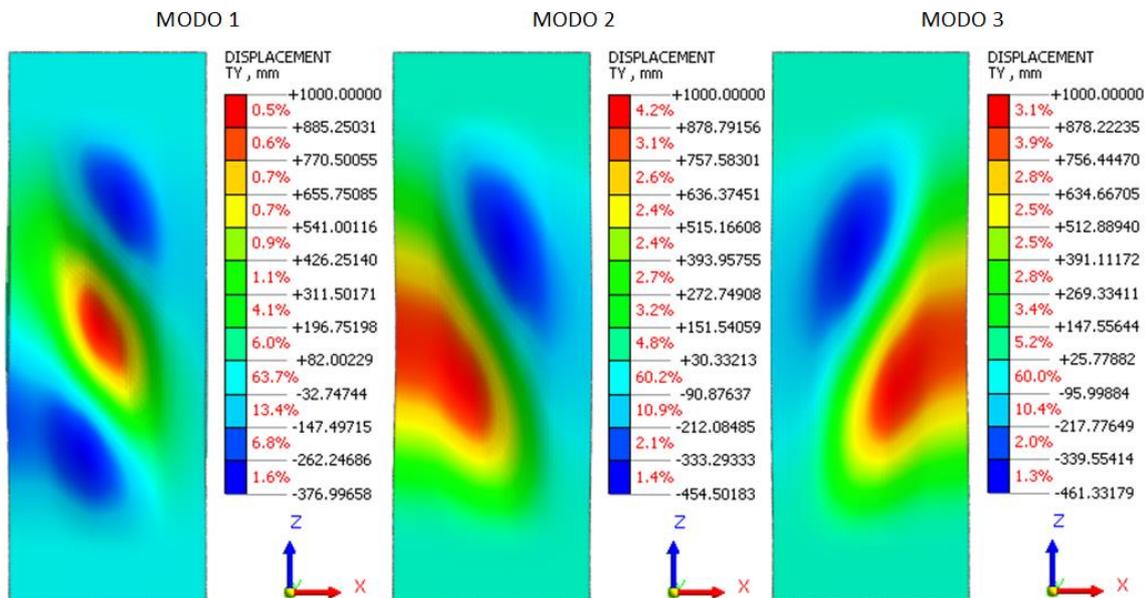


Figura 184: Modi di instabilità della parete con spessore minimo di 3 cm nella condizione 3

Da questa condizione si ottiene il carico critico più basso in assoluto, in quanto la parete ha lo spessore minore e il grado di vincolo è minimo.

Carico critico	
17050.30	kN

#### 9.3.2.4 Condizione di carico e di vincolo 4

La condizione di vincolo in questo caso è analoga alla 2 ma al posto degli spostamenti sui nodi di sommità viene applicata una forza di entità pari a 10 kN. Si vuole verificare che il carico critico che si ottiene corrisponda a quello trovato nella condizione 2. Gli autovalori dell'analisi di buckling in questo modello sono i seguenti.

ANALISI DI BUCKLING CON FORZA Fx DI 10 kN - SHEAR TYPE								
REAL EIGENVALUES								
MODE	EIGENVALUE	RADIANS	CYCLES	PERIOD	GENERALIZED MASS	GENERALIZED STIFFNESS	ORTHOGONALITY LOSS	ERROR MEASURE
1	-2036.68	45.13	7.18	0.139	-56592.38	115260300	0.00E+00	3.84E-05
2	2044.52	45.22	7.20	0.139	56579.43	115677500	1.61E-09	7.87E-05
3	2293.62	47.89	7.62	0.131	42775.35	98110240	4.79E-10	3.77E-04

In questo caso le prime tre forme d'instabilità sono le seguenti:

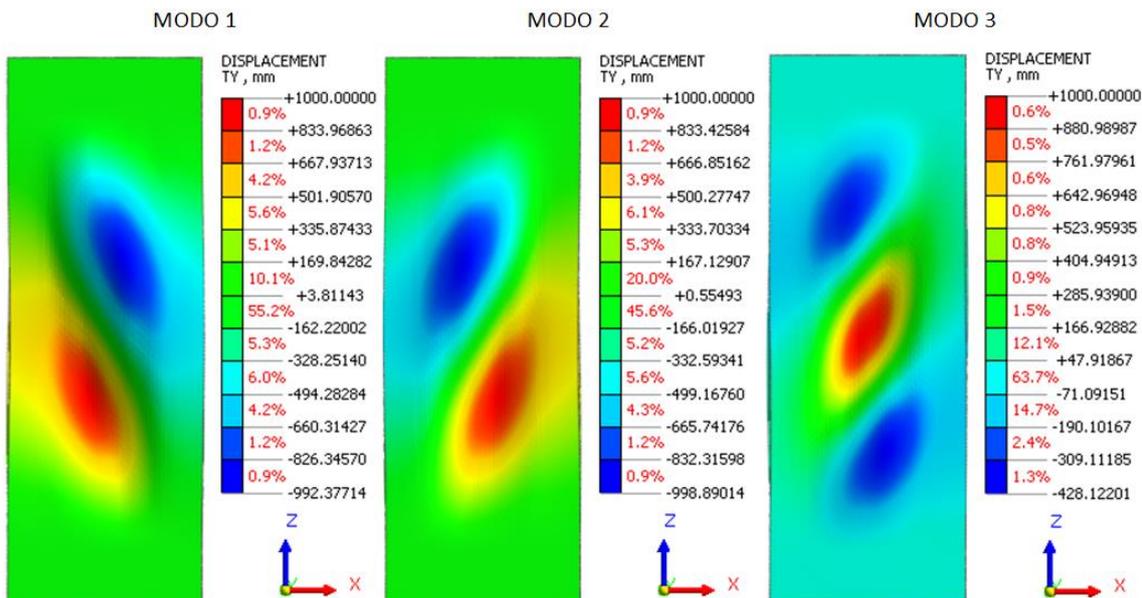


Figura 185: Modi di instabilità della parete con spessore minimo di 3 cm nella condizione 4

Il carico critico, rispetto alla condizione 2, risulta più basso del 1.61%, pertanto si ritiene che il carico effettuato sia corretto.

Carico critico	
20366.76	kN

### 9.3.3 Instabilità della sola parete nervata

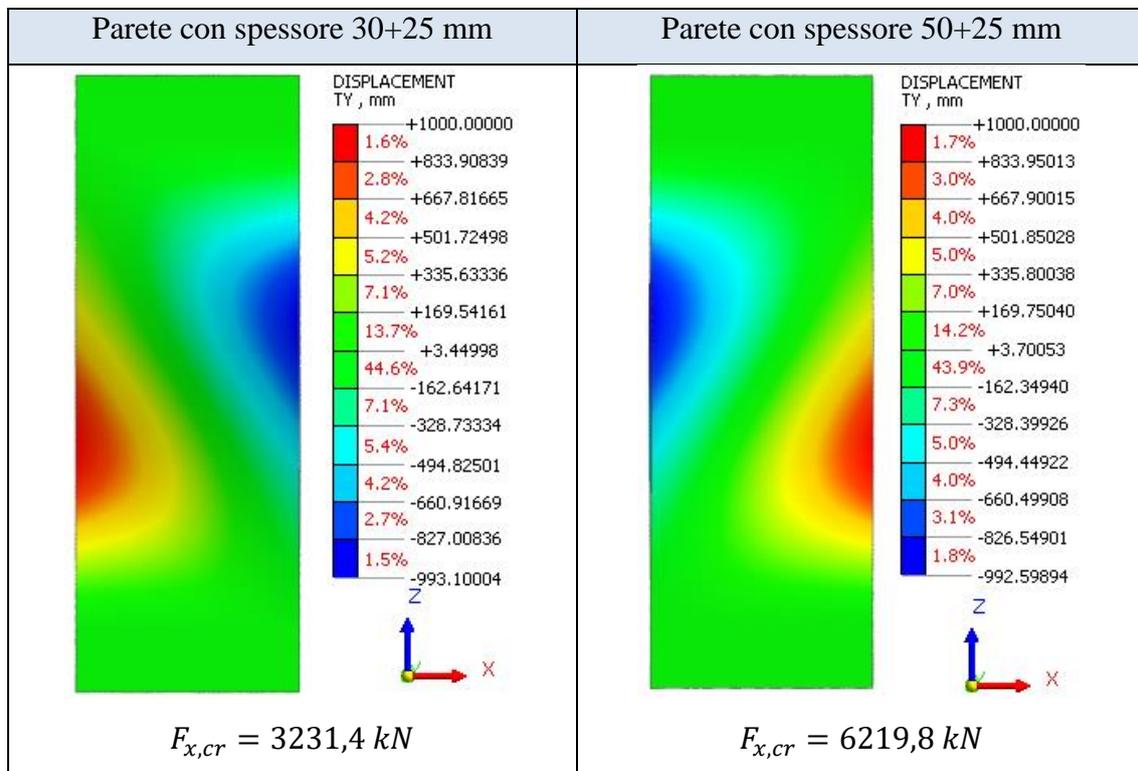
Il valore del carico critico del modulo di rinforzo Timesafe risulta molto alto perché la parete in spritz-beton risente di un irrigidimento dato dalla continuità con i pilastri e i traversi perimetrali.

Pertanto risulta interessante definire il carico critico d'instabilità della sola parete in calcestruzzo proiettato al fine di valutare l'effettivo incremento di resistenza agli effetti del secondo ordine dato dal telaio. Tale analisi viene svolta su un modello analogo ai precedenti in cui sono stati rimossi pilastri e traversi. Le condizioni di vincolo e di carico sono applicate sui nodi che si troverebbero in corrispondenza dei traversi. In particolare, per avere un funzionamento tipo "shear-type" la base della parete è stata incastrata mentre in sommità sul nodo master sono stati vincolati tutti gli spostamenti tranne la traslazione in direzione X. Infine è stata applicata sul nodo master una forza di 10 kN in direzione X che viene trasferita ai nodi di sommità dello spritz-beton tramite dei "Rigid Link".



Figura 186: Modello e condizioni di carico e di vincolo della sola parete

Attraverso due modelli analoghi a quello appena descritto sono state studiate sia la parete con spessore minimo pari a 30 mm sia quella con spessore minimo pari a 50 mm. Nella tabella che segue si mostrano le deformate d'instabilità ed il relativo valore di carico critico per i due modelli.



Innanzitutto si osserva che l'aumento di spessore pari a 20 mm della parete in calcestruzzo proiettato comporta quasi un raddoppio del carico critico. È inoltre interessante confrontare i valori ottenuti da questi ultimi modelli con quelli analizzati in precedenza (con condizioni di vincolo "shear-type").

	CARICO CRITICO $F_{x,cr}$ [kN]		
	Solo parete	Parete + telaio	Rapporto
sp. min. 5 cm	6219.8	40697.0	6.5
sp. min. 3 cm	3231.4	20366.8	6.3

Da tale tabella si nota che trascurare la presenza del telaio causa una riduzione del carico critico di oltre 6 volte per entrambi gli spessori studiati.

### 9.3.4 Confronto dei risultati

Si raccolgono i valori del carico critico ottenuti per le diverse situazioni analizzate nella seguente tabella.

CARICO CRITICO $F_{x,cr}$ [kN]				
Condizioni di carico e di	1: situazione intermedia	2: shear type	3: mensola	4: shear type
sp. min. 5 cm	36431.9	40497.2	26372.4	40697.0
sp. min. 3 cm	19763.1	20700.8	17050.3	20366.8
Variazione %	-46%	-49%	-35%	-50%

Si può notare come una variazione di spessore di 2 cm provoca una riduzione del carico critico circa del 50% per le condizioni di vincolo 2 e 4 (telaio con comportamento "shear-type"), del 35% nella condizione 3 (telaio con comportamento "a mensola") e del 45% nella situazione intermedia definita dalla condizione 1.

In generale si osserva che il carico critico che genera effetti del secondo ordine nella parete in calcestruzzo proiettato è molto alto e in particolare è 2000 volte più grande dell'azione che fa sconfinare il modulo in campo plastico. Pertanto è possibile affermare che il modulo andrà in crisi per resistenza e non per instabilità.

## 9.4 Verifica attraverso modello semplificato

Per validare i risultati ottenuti dal modello di dettaglio del modulo Timesafe, si realizza un modello semplificato sul software Staus7 costituito da elementi “*beam*” e “*plate*”, disposti come in Figura 187.

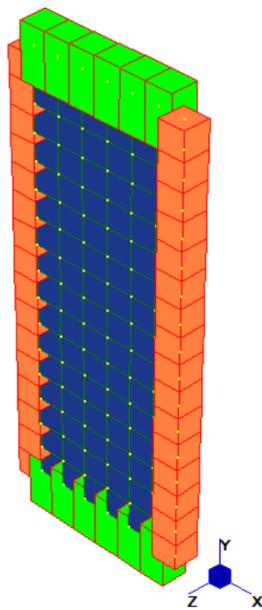


Figura 187: Modello semplificato con parete e telaio su Straus7

I pilastri vengono modellati come elementi “*beam*” con sezione 20x20 cm mentre i traversi sono elementi “*beam*” di sezione 20x40 cm. La parete, poiché nella struttura reale presenta uno spessore variabile a causa delle nervature, viene modellata tramite un elemento “*plate*” con spessore costante pari in un primo caso a quello minimo e in un secondo caso ad un valore intermedio.

Per ciascun modello si considerano due diverse condizioni di vincolo: una a telaio “*shear-type*” in cui i nodi di base del telaio sono incastrati mentre quelli di sommità possono muoversi unicamente in direzione X e una a “*mensola*” in cui si ha solamente l’incastro alla base.

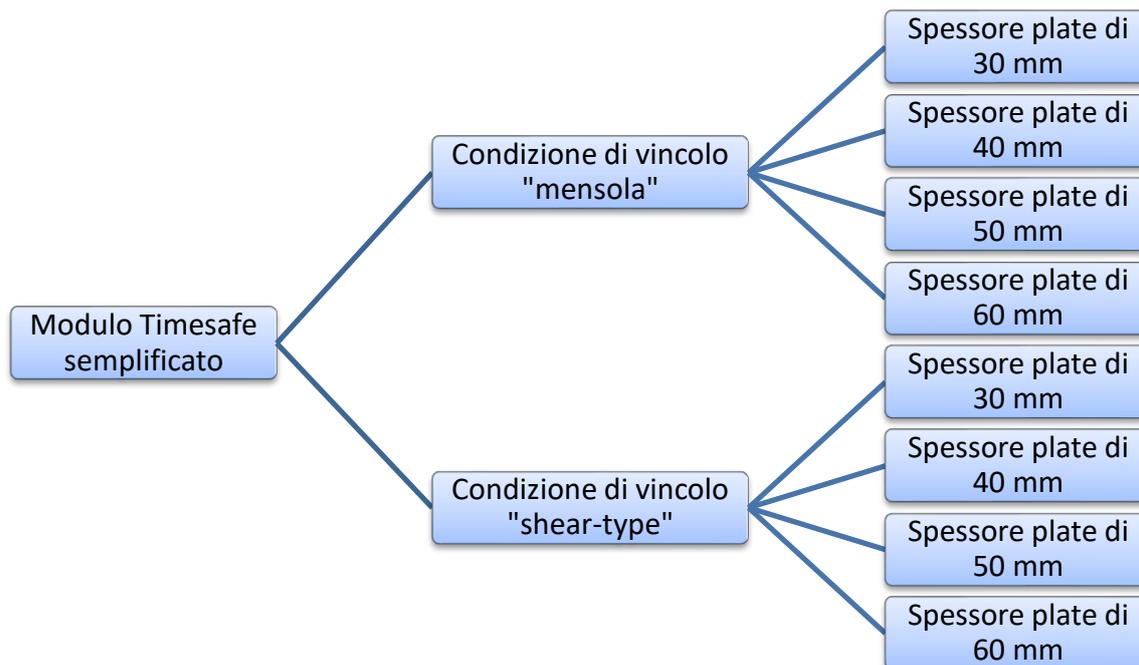


Figura 188: Schema dei modelli analizzati su Straus7

A tutti i modelli viene applicata un'azione orizzontale concentrata in sommità di entità pari a 10 kN.

Eseguendo un'analisi di buckling su ciascun modello, si ottengono i carichi critici riportati nella tabella seguente, in cui vengono confrontati con quelli del modello di dettaglio.

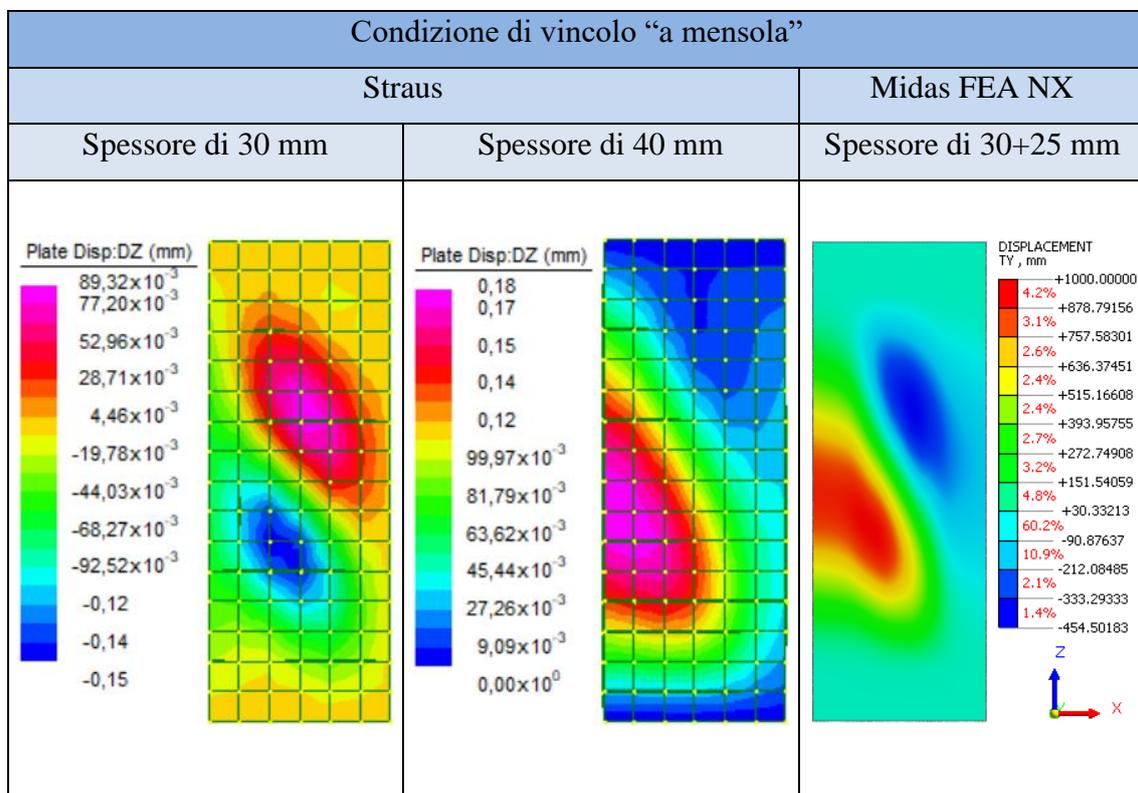
Modello	Straus		Midas FEA NX		Confronto $\frac{F_{Cr,FEA-NX}}{F_{Cr,Straus}}$
	Spessore parete [mm]	Carico critico [kN]	Spessore parete [mm]	Carico critico [kN]	
Mensola	30	3155.35	30+25	17050.3	5.4
	40	4697.51			3.6
	50	5294.7	50+25	26372.4	5.0
	60	5753.27			4.6
Shear-type	30	3265.42	30+25	20366.8	6.2
	40	6875.12			3.0
	50	10778.9	50+25	40697.0	3.8
	60	14113.6			2.9

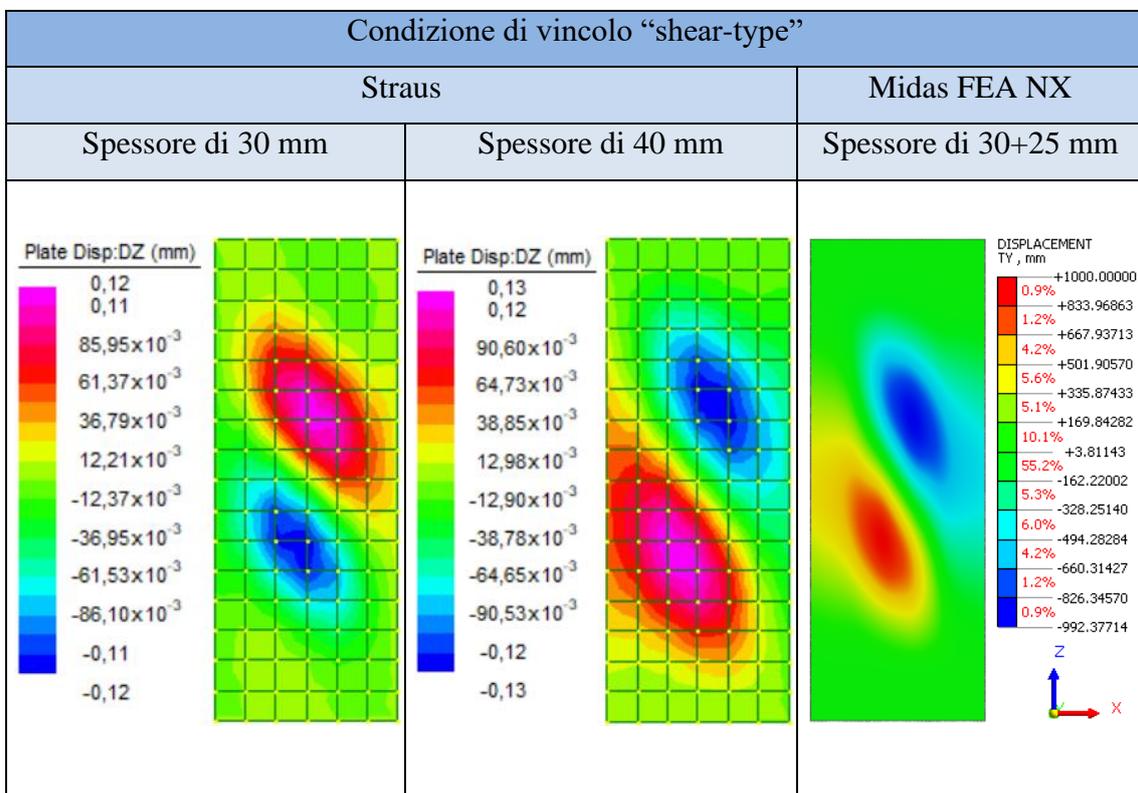
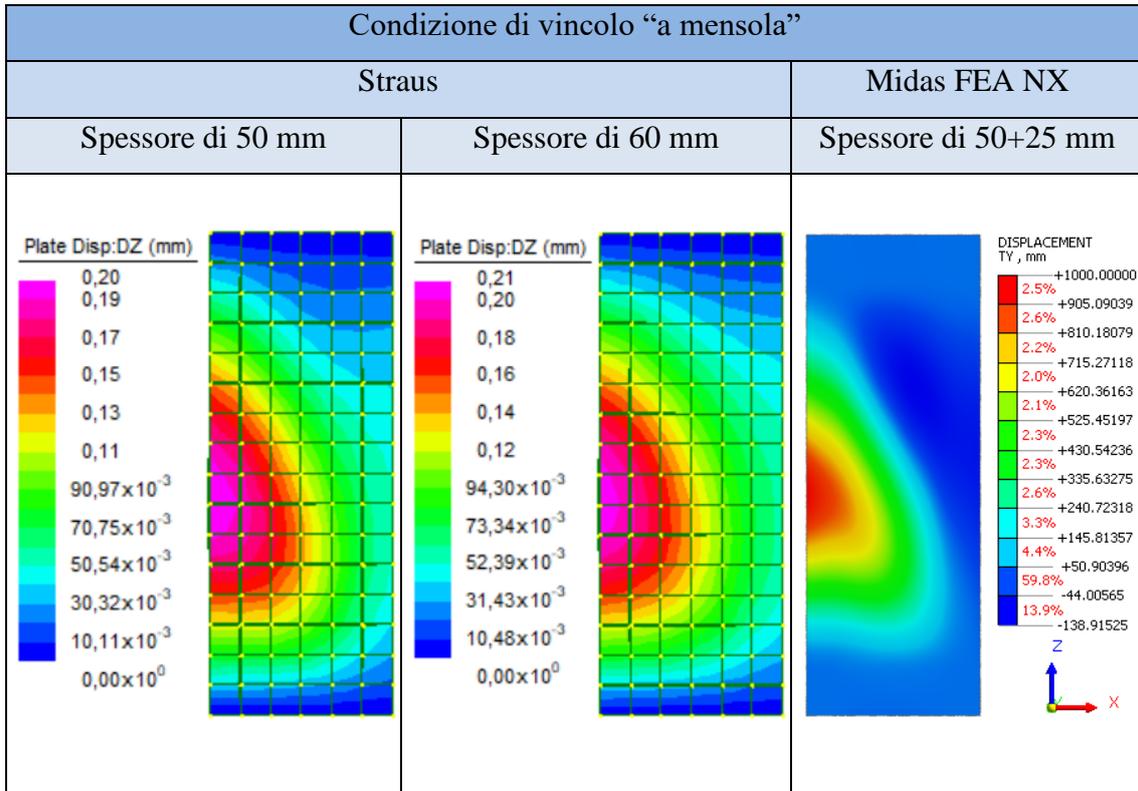
Si osserva che i carichi critici ottenuti dalla modellazione di dettaglio risultano dalle 2 alle 5 volte più grandi di quelli trovati a partire dal modello semplificato. Tuttavia, quest'ultimo è stato costruito posizionando la parete al centro di travi e pilastri e

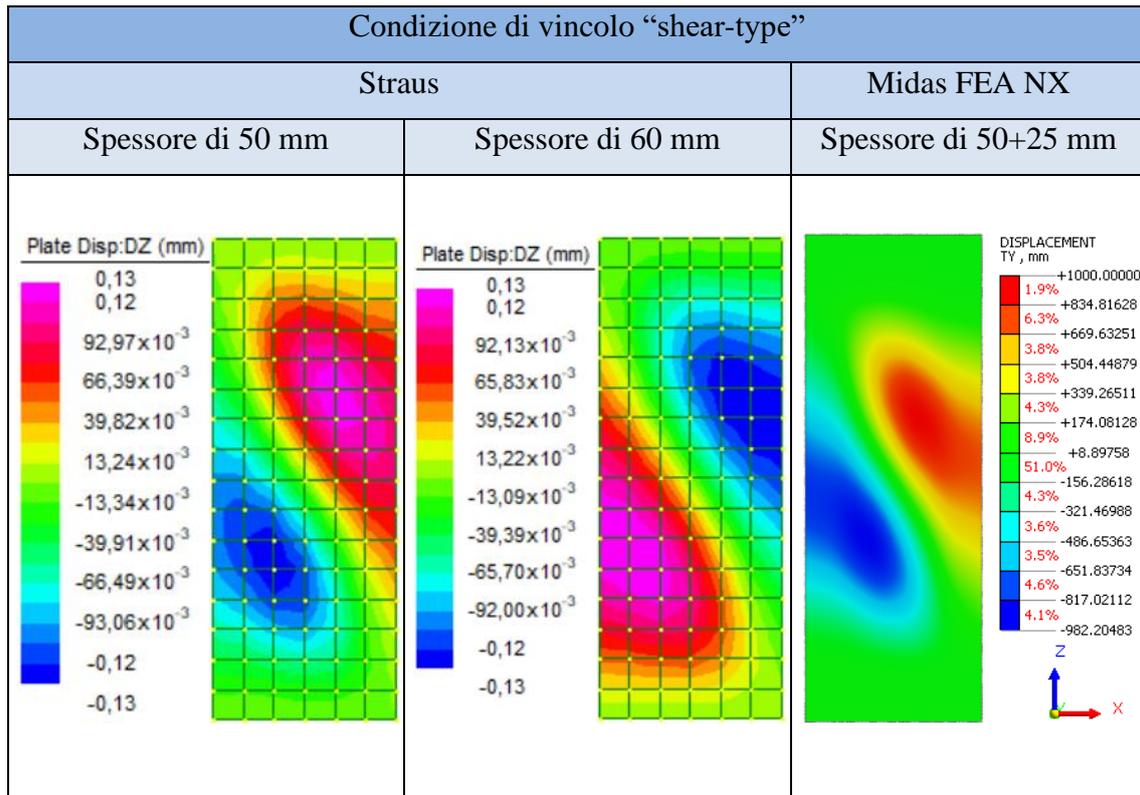
modellando tutto come elementi “*beam*” e “*plate*”, pertanto è il risultato di molte semplificazioni.

Ad ogni modo, anche i carichi critici derivanti dalla modellazione semplificata su Straus7 sono tanto alti da presupporre che il modulo Timesafe vada in crisi per resistenza e non per instabilità.

Infine, si riportano nelle immagini seguenti le deformate d'instabilità associate all'autovalore più basso ottenute da Straus7 e da Midas FEA NX a confronto.







Considerando che tali deformate d'instabilità sono definite a meno di una costante, si osserva che risultano coerenti tra di loro e in linea con quanto ottenuto nella modellazione di dettaglio.

Infine sono stati realizzati dei modelli semplificati della sola parete in calcestruzzo proiettato all'interno del software Straus7. La parete è stata modellata attraverso elementi "plate" disposti in maniera analoga ai modelli precedenti e vincolati in modo tale da simulare un comportamento di tipo "shear-type". Lo spessore attribuito agli elementi finiti della parete è costante e rispettivamente pari a 30, 40, 50 e 60 mm. Sugli elementi di sommità della parete è applicata una forza in direzione X pari a 10 kN.

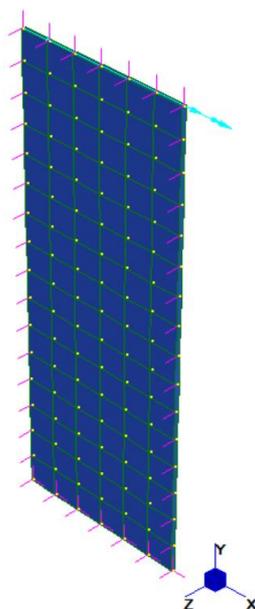


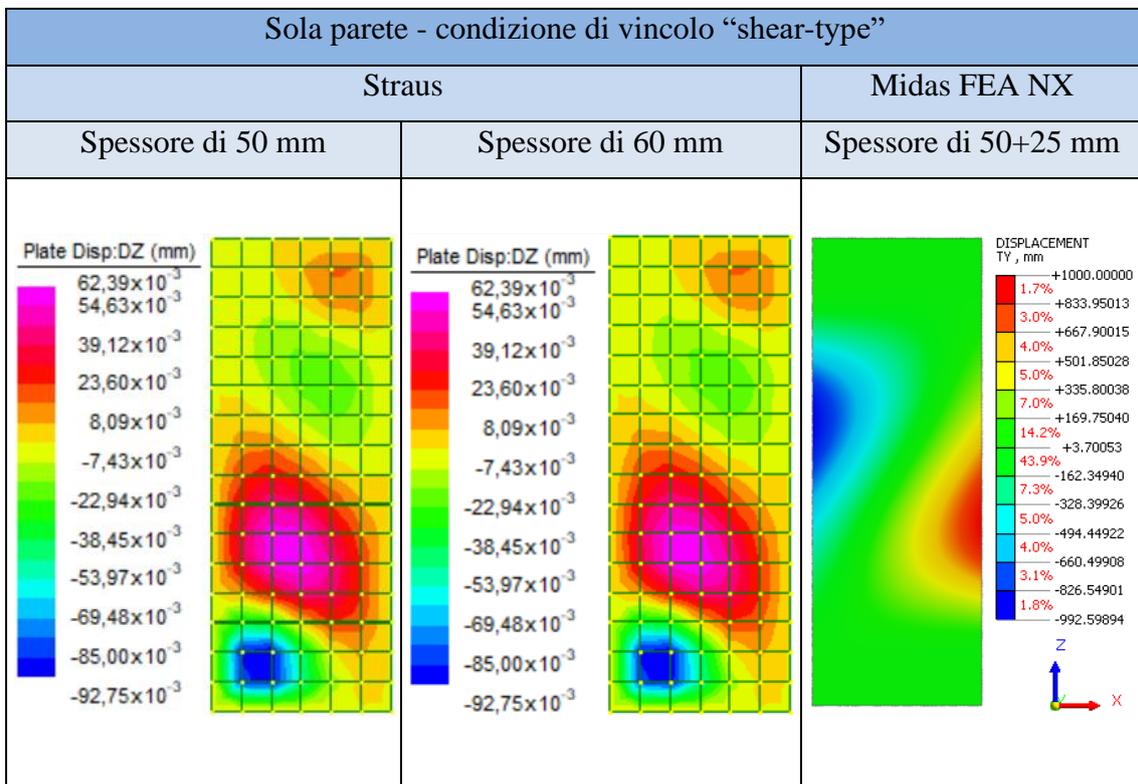
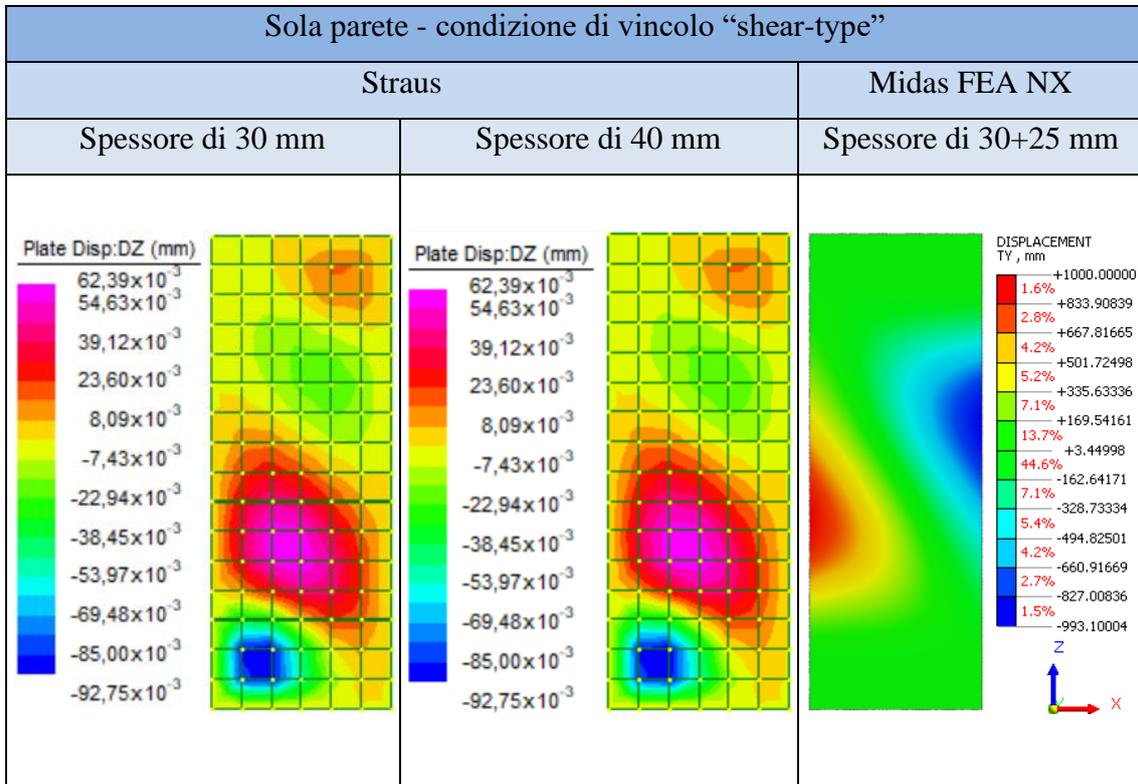
Figura 189: Modello semplificato con sola parete su Straus7

Effettuando un'analisi di buckling sui modelli con i diversi spessori assegnati alla parete si ottengono i valori del carico critico d'instabilità, che nella tabella seguente vengono confrontati con quelli derivanti dal modello di dettaglio.

Modello	Straus		Midas FEA NX		Confronto $\frac{F_{cr,FEA-NX}}{F_{cr,Straus}}$
	Spessore parete [mm]	Carico critico [kN]	Spessore parete [mm]	Carico critico [kN]	
Shear-type	30	1345.71	30+25	3231.4	2.4
	40	3188.54			1.0
	50	6227.62	50+25	6219.8	1.0
	60	10761.3			0.6

Si nota come il modello di dettaglio della parete di spessore pari a 30+25 mm sia caratterizzato da un carico critico molto simile a quello del modello semplificato con elementi “plate” spessi 40 mm. In questo caso il modello semplificato con spessore medio coglie meglio il comportamento della parete reale in quanto in corrispondenza delle nervature si ha un incremento di spessore di circa il doppio (per cui non trascurabile). Osservando, invece, il modello di dettaglio della parete di spessore pari a 50+25 mm si nota che il valore del carico critico è più simile a quello del modello semplificato con elementi “plate” spessi 50 mm. A differenza del caso precedente, in questo caso in corrispondenza delle nervature si ha un aumento di spessore del 50%, perciò il suo contributo risulta meno influente.

Nelle figure che seguono si riportano le deformate d'instabilità ottenute all'interno di Straus7 per tutti i modelli semplificati analizzati.



Le forme d'instabilità dei modelli semplificati risultano identiche al variare dello spessore della parete, così come anche quelle relative ai modelli di dettaglio (in cui la differenza è solamente nel segno dell'autovalore, quindi dell'azione esterna). Tuttavia le deformate d'instabilità ottenute dai modelli semplificati si differenziano da quelle dei modelli di dettaglio perché gli elementi “*plate*” hanno solamente gradi di libertà traslazionali, quindi non rendono possibile riprodurre in modo esatto una condizione di incastro (sia perfetto sia scorrevole).

## **10. Conclusioni e sviluppi futuri**

---

Gli studi e le analisi di dettaglio effettuati sul modulo di rinforzo Timesafe hanno consentito, attraverso svariate prove, di definire una geometria in grado di garantire un'adeguata rigidezza e resistenza nei confronti di sollecitazioni di tipo sismico. Essa è stata inoltre studiata in modo tale che la sua realizzazione in cantiere risultasse il più possibile rapida, semplice e modulare, in modo da contenere tempi e costi di realizzazione dell'intervento e semplificare le operazioni di posa.

Per comprendere al meglio come la geometria delle singole componenti del modulo di rinforzo influisce sul suo comportamento d'insieme, è stato fondamentale l'utilizzo di una strategia di modellazione di dettaglio, che ha permesso di valutare, per le varie soluzioni ipotizzate, quale potesse essere la più efficiente dal punto di vista strutturale. Tramite le analisi statiche lineari è stata valutata la risposta in campo elastico delle diverse geometrie studiate, ed è stata individuato un valore di rigidezza alla traslazione per ognuna che ha consentito di definire quella più efficiente. Inoltre, per ogni soluzione analizzata, si è valutata l'interazione tra il telaio di rinforzo e la parete di completamento, che è risultata utile per comprendere come la sollecitazione si ripartisce tra i due. Infatti, si è osservato che le due componenti strutturali, telaio e parete, nella soluzione scelta, collaborano assorbendo una quota parte di taglio rispettivamente di  $1/3$  e  $2/3$  circa.

Una volta scelta la forma ottimale delle componenti del modulo di rinforzo Timesafe, è stata studiata anche l'influenza che lo spessore della parete in calcestruzzo proiettato ha sulla rigidezza e sulla ripartizione della sollecitazione. Da tale studio è emerso che un minore spessore della parete genera un sensibile calo di rigidezza, mentre la ripartizione del taglio tende a equilibrarsi tra parete e telaio.

Inoltre, a causa dell'eccentricità del centro delle rigidezze e delle masse rispetto al piano medio del modulo di rinforzo, la modellazione di dettaglio si è rivelata particolarmente utile per studiare l'incidenza di eventuali fenomeni del secondo ordine. Eseguendo delle analisi lineari di buckling sono stati studiati diversi possibili scenari, sia in termini di condizioni di vincolo, sia in termini di spessore della parete, al fine di valutare il carico critico di instabilità nella condizione più sfavorevole. Il risultato di queste analisi ha evidenziato che il modulo Timesafe verosimilmente non ha alcun problema di instabilità

fuori piano in quanto il più piccolo valore di carico critico risulta comunque molto più alto sia del carico di prima plasticizzazione sia dei carichi a cui il rinforzo dovrà far fronte in fase di esercizio.

Infine, le analisi statiche in campo non lineare hanno messo in evidenza che telaio e parete si configurano come due sistemi in parallelo: ciò significa che entrambi collaborano alla resistenza sismica e il danneggiamento si sviluppa sui due in maniera simultanea, fino al raggiungimento della completa plasticizzazione della parete. Le analisi non lineari hanno fornito delle curve di comportamento sia per il modulo nella sua totalità sia per il solo telaio, attraverso le quali è stato possibile determinare la massima forza orizzontale sostenibile nei due casi. Questi studi hanno anche dato la possibilità di individuare i meccanismi resistenti che si generano nel modulo di rinforzo al variare dello spostamento. Tali analisi sono state importanti perché hanno evidenziato che la parete in calcestruzzo proiettato possiede buone risorse plastiche, per cui potrebbe essere considerata anche nella progettazione del rinforzo nei confronti degli SLV e SLC.

Concludendo, il sistema di miglioramento sismico Timesafe si presenta come una soluzione molto versatile sia costruttivamente, in quanto applicabile indistintamente a strutture in muratura e in calcestruzzo armato, sia strutturalmente. Essa infatti, può essere concepita come una struttura di rinforzo puramente a telaio o come una struttura più complessa in cui considerare anche il contributo irrigidente della parete di completamento.

Tale tecnologia consente di decidere in fase progettuale se considerare il rinforzo come un semplice telaio o una struttura costituita da telaio e pareti, quindi per ciascuna delle due modellazioni decidere se progettare in campo dissipativo o meno. Effettuando una progettazione non dissipativa si ha il vantaggio di evitare le prescrizioni normative sulla duttilità nonché i minimi geometrici e di armatura, a fronte di una sollecitazione sismica più elevata (fattore di struttura al più pari a 1.5). Viceversa, scegliere di progettare il sistema Timesafe in ambito dissipativo consente di applicare sollecitazioni sismiche più contenute a patto di garantire duttilità alla struttura, per cui in questo caso è necessario rispettare le prescrizioni di dettaglio previste dalla normativa.

Le analisi condotte e gli studi effettuati risulteranno un utile supporto per le sperimentazioni di laboratorio che verranno eseguite nell'immediato futuro. In questa fase sarà necessario approfondire i risultati delle analisi statiche non lineari per materiale al fine di trovare una corrispondenza con il comportamento reale.

## 11. Bibliografia e sitografia

---

CSPFea Engineering Solutions, *Midas FEA NX: User Manual*, cap. 1-7

CSPFea Engineering Solutions, *Midas FEA NX: Benchmarks and Verifications*, cap. 2, 3, 9

CSPFea Engineering Solutions, *Midas FEA NX: Analysis Reference*, cap. 1-6

Piero Pozzati, Claudio Ceccoli, “*Teoria e tecnica delle strutture.*”, UTET, 1983

Piero Pozzati, Claudio Ceccoli, “*Teoria e tecnica delle strutture. Vol. 2\1: Sistemi di travi. L'interpretazione elastica.*”, UTET, 1986

Piero Pozzati, Claudio Ceccoli, “*Teoria e tecnica delle strutture. Vol. 2\2: Sistemi di travi. Applicazioni Pratiche*”, UTET, 1980

Piero Pozzati, Claudio Ceccoli, “*Teoria e tecnica delle strutture. Vol. 3: Sistemi di travi.*”, UTET, 1988

Comité Euro-International Du Béton, “*CEB-FIP MODEL CODE 1990: DESIGN CODE*”, Fédération International du béton, 1993

Robert Davis Cook, *“Finite element modeling for stress analysis”*, Wiley, 1994

Carlos Felippa, *“Advanced Finite Element Methods”*, University of Colorado, 2000

Piero Gelfi, *Lezione 14-1 del corso di Teoria e Progetto delle Costruzioni in Acciaio*, Università di Brescia, a.a. 2002/2003

Carlos Felippa, *“Introduction to the Finite Element Method”*, University of Colorado, 2004

Claudio Borri, *Dispense del corso di Meccanica Computazionale*, Università di Firenze, a.a. 2005/2006

Leone Corradi Dell'Acqua, *“Meccanica delle Strutture, Volume 2: Le teorie strutturali e il metodo degli elementi finiti”*, McGraw-Hill, 2010

Francesco Tornabene, Rossana Dimitri, *“Stabilità dell'equilibrio elastico”*, Esculapio, 2015, pp. 16-21, 128-134

Stefano de Miranda, *Dispense e appunti del corso di Calcolo Automatico delle Strutture M*, Università di Bologna, a.a. 2017/2018

Alberto Custodi, *Dispense e appunti del corso di Metodi Numerici per l'Ingegneria Civile M*, Università di Bologna, a.a. 2017/2018

Chiara Baldanza

*Modellazione di dettaglio di un sistema innovativo di rinforzo esterno per il miglioramento sismico degli edifici senza interruzione d'uso*

Marco Savoia, *Dispense e appunti del corso di Progetti di Strutture M*, Università di Bologna, a.a. 2018/2019