ESTADISTICA ESPAÑOLA
Vol. 37, Núm. 139, 1995, págs. 183 a 200

Modelización del efecto temperatura en el consumo de electricidad: un ejercicio de búsqueda de especificación en relaciones dinámicas no lineales (*)

por

JOSE RAMON CANCELO

Departamento Economía Aplicada II. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de La Coruña

ANTONI ESPASA

Departamento Estadística y Econometría
Universidad Carlos III de Madrid

RESUMEN

En este trabajo se presenta un procedimiento para la búsqueda de especificación en relaciones dinámicas no lineales que presentan ciertas características; a pesar de su sencillez, permite explotar de forma sistemática la información de los datos acerca de ambos aspectos de la relación, el dinámico y el de forma funcional. A continuación, el procedimiento se aplica para modelizar la relación entre temperatura y consumo de electricidad utilizando datos diarios.

Palabras clave: funciones de transferencia no lineales, búsqueda de especificación, series temporales diarias, consumo de energía eléctrica.

Clasificación AMS: 90A20.

(*) Los autores agradecen la ayuda recibida de la DGICYT, proyectos PB93-0236 (ambos autores) y PB93-0653 (Cancelo).

1. INTRODUCCION

La influencia de la temperatura en el consumo de energía eléctrica es de gran interés para una amplia gama de agentes económicos, por motivos muy diversos: para las empresas encargadas de producirla, porque cambios bruscos en la temperatura provocan importantes variaciones en el consumo a muy corto plazo; para los analistas de la coyuntura, porque puede distorsionar las tasas de crecimiento hasta el punto de hacer que el consumo de electricidad deje de ser un indicador útil para el seguimiento de la actividad económica.

Modelizar la relación no resulta sencillo, ya que:

a) Para lograr una representación satisfactoria es imprescindible manejar información muestral muy desagregada en el tiempo, lo que lleva a trabajar con datos diarios: este punto ha sido especialmente resaltado en Cancelo y Espasa (1991*b*) en relación al empleo del consumo de energía corregido del efecto temperatura como indicador de coyuntura. Sin embargo, en este caso el consumo de electricidad también se ve afectado por otro tipo de perturbaciones a corto plazo —ciclos estacionales de alta frecuencia, efectos calendario complejos, acontecimientos anómalos, etc.—, lo que dificulta la identificación y estimación de la contribución de la temperatura.

b) La relación es no lineal y dinámica, sin que apenas exista información de tipo teórico sobre la misma. La búsqueda de especificación tiene un carácter empírico, lo que demanda un procedimiento flexible de modelización de relaciones dinámicas no lineales que sea poco exigente en cuanto a la información extramuestral necesaria.

c) La contribución de la temperatura al valor del consumo es de un orden de magnitud muy inferior al de otros factores para los que el supuesto de linealidad es válido. De ahí que su modelización tenga que articularse en una estrategia general que mantenga el grado de explicación alcanzado con un modelo lineal, aumentándolo con la información adicional que proporciona el efecto no lineal de la temperatura.

El procedimiento que presentamos en este trabajo surge de la necesidad de resolver el problema concreto de modelización que se nos planteaba. Sin embargo, su aplicación se puede extender a otros campos, ya que el tipo de relaciones que considera es bastante frecuente cuando se manejan datos diarios.

El trabajo se organiza como sigue: en la sección segunda presentamos un procedimiento de búsqueda de especificación y estimación para relaciones dinámicas no lineales con determinadas características. En la sección tercera discutimos su aplicación al problema concreto considerado en este trabajo, y la sección cuarta se dedica a la presentación de los resultados.

2. UN PROCEDIMIENTO SECUENCIAL DE BUSQUEDA DE ESPECIFICACION EN RELACIONES DINAMICAS NO LINEALES

2.1. El modelo

La variable a explicar Y viene generada por:

$$Y_t = f(\underset{\sim}{X}_t^{t-p}) + N_t \quad [1]$$

donde:

— $\underset{\sim}{X}_t^{t-p} = (X_t\ X_{t-1} \ldots X_{t-p})'$ es el vector de valores presente y pasados de la variable explicativa que aportan información sobre Y_t;

— $f(.)$ es una función no lineal desconocida;

— N_t es una perturbación con una estructura dinámica general dada por un proceso ARMA invertible:

$$\phi_N(L)\ N_t = \theta_N(L)\ a_t \quad [2]$$

siendo a_t ruido blanco normal y L el operador de retardos.

Se verifican, además, las siguientes hipótesis:

H1) X es débilmente exógena con respeto a Y. Si [1] se usa con fines predictivos, entonces la exogeneidad débil se reemplaza por exogeneidad fuerte (Engle *et al.*, 1983).

H2) La representación univariante lineal del tipo ARMA:

$$\phi_U(L)\ Y_t = \theta_U(L)\ e_t \quad [3]$$

proporciona información útil acerca del proceso generador de datos de Y. Nótese que si Y viene generada por [1] la sorpresa e_t en [3] necesariamente está formada por variables aleatorias incorrelacionadas pero no independientes.

H3) La dinámica es aditiva, de forma que $f(.)$ se puede descomponer en:

$$f(\underset{\sim}{X}_t^{t-p}) = f_0(X_t) + f_1(X_{t-1}) + \ldots + f_p(X_{t-p}) \quad [4]$$

Este modelo surge de manera natural en el análisis económico: muchas series temporales se pueden modelizar de forma satisfactoria usando modelos lineales univariantes, que proporcionan una base sólida para la predicción y la extracción de señales. Sin embargo, si se amplía el conjunto de información para incluir variables explicativas, puede ocurrir que alguna(s) tenga(n) un efecto no lineal.

Las hipótesis H1 a H3 acotan el caso que estudiamos: puesto que X, Y son aleatorias, H1 es necesaria para simplificar el proceso de inferencia, ya que en caso contrario habría que considerar el sistema bivariante. En cuanto a H2, según el teorema de descomposición de Wold, la expresión [3] siempre existe; pero en el caso general la aproximación lineal no necesariamente proporciona una aproximación satisfactoria al proceso generador de datos de Y, y ésta es la restricción que introduce H2. Por lo que a H3 respecta, las implicaciones de la hipótesis de aditividad son bien conocidas: para una exposición detallada, véase, por ejemplo, Hastie y Tibshirani (1990).

En este trabajo se propone abordar la búsqueda de especificación de [1] a partir de una aproximación que se apoya en un conjunto de valores, o nudos:

$$k_1 = \min_t X_t < k_2 < \dots < k_m$$

tales que la verdadera función se pueda sustituir localmente por una función lineal en el entorno de cada nudo. Se tiene así que la contribución del retardo i-ésimo en [4] se aproxima mediante una función lineal por tramos del tipo:

$$f_i(X_{t-i}) \approx w_i X_{t-i} + \sum_{j=2}^{m} \beta_i^{(j)} Z_{t-i}^{(j)} \qquad [5]$$

donde, sin pérdida de generalidad, la variable umbral correspondiente al nudo k_j se define como $Z_{t-i}^{(j)} = \max(X_{t-i} - k_j, 0)$. De aquí:

$$f(\underset{\sim}{X}_t^{t-p}) = \sum_{i=0}^{p} f_i(X_{t-i}) \approx \sum_{i=0}^{p} [w_i X_{t-i} + \sum_{j=2}^{m} \beta_i^{(j)} Z_{t-i}^{(j)}] =$$

$$= \sum_{i=0}^{p} w_i X_{t-i} + \sum_{j=2}^{m} \sum_{i=0}^{p} \beta_i^{(j)} Z_{t-i}^{(j)} = w(L) X_t + \sum_{j=2}^{m} \beta^{(j)}(L) Z_t^{(j)}$$

y la expresión [1] queda aproximada por:

$$Y_t = w(L) X_t + \sum_{j=2}^{m} \beta^{(j)}(L) Z_t^{(j)} + N_t \qquad [6]$$

2.2. Desarrollo del procedimiento

Para que la aproximación [6] sea plenamente operativa es preciso determinar: *a)* los umbrales relevantes; *b)* la duración del efecto dinámico; *c)* los valores de los coeficientes de los distintos polinomios temporales; y *d)* la estructura estocástica de la perturbación N_t. El procedimiento se articula en las siguientes etapas:

ETAPA 0) Análisis univariante:

Se construye el modelo ARMA [3] para la variable dependiente, modelo que denotaremos por S0. Según la hipótesis H2, este modelo contiene información relevante sobre el comportamiento dinámico de *Y*, por lo que se asignará al término residual en las siguientes etapas del análisis. Con esta etapa se incorpora desde un primer momento la dinámica lineal, asegurando que el modelo finalmente resultante no deja de explicar factores que se pueden captar con un modelo univariante sencillo.

ETAPA 1) Selección del primer umbral:

1.1) Se estiman las *m* ecuaciones de la forma:

$$Y_t = \beta^{(j)} (L)\, Z_t^{(j)} + \frac{\theta (L)}{\phi (L)} a_t \ , \ j = 1, 2, \ldots, m \qquad [7]$$

donde $\beta^{(j)} (L)$ es un polinomio temporal con el mismo orden para todo *j*. Nótese que para $m = 1$ se tiene el modelo lineal de función de transferencia.

1.2) Para cada ecuación se calcula la desviación típica de las innovaciones estimadas, $s_a (j)$; el primer candidato a entrar en el modelo es el umbral $Z_t^{(j)}$, que proporciona la mínima $s_a (j)$. Sea S1 el modelo seleccionado, y supongamos sin pérdida de generalidad que la correspondiente variable es $Z_t^{(1)}$.

1.3) Se comprueba si S1 mejora S0 utilizando alguno de los criterios de discriminación habituales, como AIC o PC (Amemiya, 1980). Si se opta por S0, el proceso termina, con la conclusión de que no hay relación entre *X* e *Y*; si se opta por S1, pasamos a la siguiente etapa.

ETAPA 2) Selección de la segunda variable umbral:

2.1) Se estiman las siguientes m-1 ecuaciones:

$$Y_t = \beta^{(1)} (L)\, Z_t^{(1)} + \beta^{(j)} (L)\, Z_t^{(j)} + \frac{\theta (L)}{\phi (L)} a_t$$

con j = 2, ..., m. En estas ecuaciones, el orden de los polinomios $\beta^{(j)} (L)$ es siempre el mismo, aunque no necesariamente coincide con el de $\beta^{(1)} (L)$.

2.2) Se escoge el modelo con mínima $s_a(j)$, denotado por S2, y, sin pérdida de generalidad, supongamos que es el modelo que incorpora $Z_t^{(2)}$.

2.3) Se comparan S1 y S2: si se opta por S1, el proceso de selección ha acabado; si nos decidimos por S2, se pasa a buscar un tercer umbral, y así sucesivamente.

El procedimiento termina cuando en la etapa H+1 el modelo SH es preferible al S (H+1). A continuación, la última etapa es:

ETAPA H+2) Una vez determinadas las variables a incluir en el modelo, la expresión resultante:

$$Y_t = \beta^{(1)}(L)\, Z_t^{(1)} + \dots + \beta^{(H)}(L)\, Z_t^{(H)} + \frac{\theta(L)}{\phi(L)}\, a_t$$

se estima de forma eficiente, eliminando coeficientes no significativos, imponiendo posibles restricciones cruzadas entre parámetros, etc.

2.3. Discusión

2.3.1. *Dualidad en la búsqueda de especificación*

En las dos búsquedas de especificación que llevamos a cabo, dinámica y de forma funcional, seguimos un enfoque distinto. En la especificación dinámica se asigna a los umbrales un polinomio temporal suficientemente general para asegurar que se van a recoger todos los efectos dinámicos, lo que en la práctica termina llevando a una sobreparametrización de la dinámica. En la forma funcional actuamos de la manera contraria, procediendo a una búsqueda hacia adelante de manera que en cada etapa se decide si se añade un umbral más al modelo.

La estrategia es clara: el punto de partida es un modelo, el univariante lineal, que, de acuerdo con la hipótesis H2, es informativo de las características dinámicas de *Y*. Una vez que el proceso de selección de umbrales comienza la dinámica deja de ser objeto de atención, limitándonos a asignar a cada umbral un polinomio temporal suficientemente general. Sólo cuando se da por finalizada la inclusión de umbrales se pasa a estimar de forma eficiente las respuestas dinámicas asociadas a los umbrales seleccionados.

2.3.2. *Consistencia*

En un contexto estático, las aproximaciones lineales por tramos con nudos fijados *a priori* son consistentes bajo las condiciones generales que se desarrollan en Stone (1985). El procedimiento propuesto no impone ningún tipo de restricción ni sobre el número de nudos ni sobre su posición, por lo que será consistente siempre que el número de nudos no aumente demasiado rápidamente en relación al tamaño muestral. También se ha demostrado que este resultado se extiende a modelos dinámicos bajo ciertas restricciones de memoria y heterogeneidad temporal: véanse Robinson (1983) o Auestad y Tjostheim (1990), así como el comentario de la sección 3.5 de Chen y Tsay (1993).

El aspecto que suscita mayor controversia es el error de especificación latente al decidir entre añadir un nuevo umbral o aumentar el orden de los polinomios dinámicos asignados a umbrales ya incluidos: dado el enfoque dual en la búsqueda de especificación discutido en 2.3.1, el procedimiento opta por una dinámica compleja manteniendo la forma funcional lo más sencilla posible.

La causa última del problema es la concurvidad parcial entre los distintos retardos, de manera que, y al igual que ocurre con la multicolinealidad parcial en modelos lineales, la información muestral no permite separar sus efectos; en este caso, la solución pasa necesariamente por que el analista decida cuál de las posibles asignaciones prefiere. Por lo tanto, la cuestión no radica en si se produce una asignación más o menos subjetiva, sino en si ésta se hace explícita, como en este caso, o no: Friedman y Silverman (1989: 36-37) también inciden en esta idea.

Por todo ello, este procedimiento debe de recoger las principales características del modelo [1], especialmente cuando el fin último sea la predicción. No obstante, en la validación de la especificación resultante es conveniente llevar a cabo un análisis de sensibilidad variando la posición de los umbrales y la duración de los efectos temporales.

2.3.3. *Determinación de los órdenes de los polinomios temporales asignados a los umbrales*

La sobreparametrización dinámica puede distorsionar el resultado del proceso secuencial de búsqueda, ya que en modelos sobreparametrizados la ganancia marginal en la capacidad explicativa lograda al incluir un nuevo umbral se pondera por un número de parámetros inflado; y esto puede llevar a rechazar la inclusión de umbrales relevantes.

Para evitar que esto ocurra, el analista debe: *a)* realizar un análisis exploratorio previo para detectar la duración aproximada de la respuesta dinámica antes de ejecutar de manera formal la etapa 1; y *b)* comprobar que, a medida que va incorporando umbrales, la duración anterior sigue siendo válida.

En todo caso, siempre que se rechace la inclusión de un nuevo umbral es preciso tener un especial cuidado en asegurar que esta decisión no se debe a una especificación excesivamente generosa del correspondiente efecto dinámico.

3. SOBRE LA APLICACION DEL PROCEDIMIENTO A LA MODELIZACION DE LA RELACION ENTRE CONSUMO DE ENERGIA Y TEMPERATURA

3.1. Descripción de los datos

La variable a explicar es el consumo diario de energía eléctrica, definido como la producción total más el saldo de intercambios internacionales menos consumos en generación y en bombeo, para la parte peninsular del territorio nacional. Por lo tanto, es el resultado de agregar subsistemas regionales y, dentro de éstos, categorías de consumidores muy diferentes; la desagregación espacial y/o por tipos de consumidores ciertamente mejoraría los resultados presentados en este trabajo, pero no existen datos desagregados para el período considerado.

Las características de esta serie ya han sido expuestas con detalle en otros trabajos —véase Cancelo y Espasa (1991*a*)—, y entre ellas destacan: *a)* la tendencia, relacionada con factores socioeconómicos; *b)* un fuerte componente estacional de período semanal; *c)* el efecto de las alteraciones en las condiciones de laboralidad —festivos, vacaciones, huelgas, etc.—, que distorsionan el patrón normal de comportamiento dentro de la semana; y *d)* la contribución de las condiciones meteorológicas, entre las que destaca la temperatura. Se observa también un componente estacional de período anual que no requiere modelización explícita, pues queda explicado por los períodos de fiestas y las variables meteorológicas.

La variable de temperatura que utilizamos es un índice nacional de temperaturas máximas, construido como media ponderada de las temperaturas registradas en diez observatorios que representan las regiones climáticas en las que se divide la parte española de la península ibérica. Las ponderaciones reflejan el peso de cada zona en el consumo total de energía eléctrica.

La muestra de trabajo está formada por las 2.557 observaciones diarias del período 1-1-83 a 31-12-89.

Dadas estas características, el siguiente modelo parece apropiado para explicar la evolución del consumo de energía eléctrica:

$$Y_t^* = \underset{\sim}{\delta}' \underset{\sim}{L}_t + f(\underset{\sim}{X}_t^{t-p}) + N_t \qquad [8]$$

donde Y_t^* es el logaritmo del consumo del día t; X_t la temperatura; $\underset{\sim}{\delta}' \underset{\sim}{L}_t$ resume la contribución de diversas variables artificiales ($\underset{\sim}{L}_t$) para modelizar los efectos calendario y acontecimientos anómalos; y N_t es una perturbación con una estructura dinámica ARIMA, ya que ni la tendencia ni la estacionalidad semanal pueden ser recogidas de forma explícita mediante variables explicativas.

La aproximación univariante lineal al proceso generador de datos de Y^* incorpora un análisis de intervención para recoger las alteraciones en las condiciones de laboralidad, pues en otro caso es imposible identificar y estimar la estructura puramente estocástica. El modelo ARIMA-AI resultante es:

$$Y_t^* = \underset{\sim}{\delta}' \underset{\sim}{L}_t + \frac{\theta_u(L)}{\Delta \Delta_7} e_t \qquad [9]$$

donde la parte estacionaria de la perturbación sigue un proceso de medias móviles multiplicativo con componentes regular, semanal y anual. Por razones de espacio, no presentamos los resultados de la modelización de las alteraciones de las condiciones de laboralidad: el lector interesado puede acudir a Cancelo y Espasa (1991*a*).

Para aplicar el procedimiento de la sección segunda hemos construido un consumo corregido de alteraciones en la laboralidad como:

$$Y_t = Y_t^* - \underset{\sim}{\delta}' \underset{\sim}{L}_t$$

donde usamos las estimaciones del efecto laboralidad obtenidas en [9]. Por lo tanto, en la aplicación específica que consideramos la representación univariante lineal no se limita a proporcionar una estructura dinámica para la perturbación; además, también aporta información imprescindible para depurar la serie temporal de la variable a analizar.

3.2. Sobre la posibilidad de estimar de forma consistente la relación entre consumo de energía y temperatura

Según indica el modelo ARIMA-AI [9], el consumo de energía es no estacionario, con lo que se incumple la restricción de homogeneidad temporal necesaria para que el procedimiento sea consistente.

En tanto en cuanto no se deriven resultados generales para variables no estacionarias, no cabe ir más allá desde el punto de vista teórico. No obstante, en la práctica la mayor parte de las aplicaciones de interés involucran procesos con una o varias raíces unitarias, ya que la caracterización del largo plazo implícita en modelos ARMA —con o sin componentes deterministas— hace que éstos sean difícilmente admisibles como representación del proceso generador de las series temporales habitualmente observadas —véase la discusión sobre este punto en Espasa y Cancelo (1993): 126-127—. En consecuencia, parece de interés plantearse una reflexión sobre la aplicación del procedimiento a series no estacionarias.

En los casos en que la contribución no lineal de la variable explicativa impida la determinación de la transformación estacionaria, es imposible dar una solución satisfactoria y difícilmente se podrá modelizar la variable a explicar. Esto ocurrirá cuando la contribución de X a la formación de los valores observados de Y sea de un orden de magnitud similar a la contribución de la tendencia y/o de la(s) estacionalidad(es).

Sin embargo, en el problema concreto que nos ocupa la contribución de los componentes no estacionarios al valor observado del consumo de energía eléctrica es de un orden de magnitud muy superior al de la contribución de la temperatura. De hecho, en el análisis univariante del consumo de energía eléctrica no hay evidencia de componentes no lineales hasta la etapa final de validación del modelo, cuando se rechaza la hipótesis de que las innovaciones univariantes estimadas sean homoscedásticas. Por lo tanto, y puesto que los datos apuntan claramente a que la serie necesita una diferencia regular y una semanal, [1] tomará la forma:

$$Y_t = f(\underset{\sim}{X}_t^{t-p}) + \frac{n_t}{\Delta\, \Delta_7}$$

siendo n_t un ruido estacionario, aunque no necesariamente incorrelacionado. De aquí:

$$\Delta\, \Delta_7\, Y_t = \Delta\, \Delta_7\, f(\underset{\sim}{X}_t^{t-p}) + n_t$$

que por la aproximación [6] nos llevaría a:

$$\Delta\, \Delta_7\, Y_t = w(L)\, \Delta\, \Delta_7\, X_t + \sum_{j=2}^{m} \beta^{(j)}(L)\, \Delta\, \Delta_7\, Z_t^{(j)} + n_t$$

o de forma equivalente:

$$Y_t = w(L)\, X_t + \sum_{j=2}^{m} \beta^{(j)}(L)\, Z_t^{(j)} + \frac{n_t}{\Delta\, \Delta_7} \qquad [10]$$

y si aplicamos el proceso de búsqueda de especificación propuesto en la sección segunda a la expresión [10], parece sensato esperar que, al menos en este caso concreto, proporcione una aproximación satisfactoria a $f(\underset{\sim}{X}_t^{t-p})$.

3.3. Información extramuestral y análisis exploratorio

La escasa información extramuestral disponible se resume en los siguientes puntos:

a) La relación tiene forma de U: hay una zona neutra, definida como el intervalo de temperaturas entre T^* y T^{**}, en la que la temperatura no afecta al consumo; para temperaturas menores que T^* se define la zona de frío, en la que el consumo aumenta a medida que cae la temperatura; y por encima de T^{**} se entra en la zona de calor, donde el consumo reacciona positivamente a aumentos de la temperatura.

b) El comportamiento de los consumidores presenta una inercia que hace que la relación sea dinámica, ya que la temperatura observada en t termina afectando al consumo de los días t, $t + 1$, ..., $t + h$.

c) Dinámica y no linealidad pueden interactuar, en el sentido de que no necesariamente la forma funcional es la misma para todos los retardos.

Para determinar los valores potenciales de los nudos se llevó a cabo un análisis exploratorio de los datos observados de consumo y temperatura, con los siguientes resultados:

1) Las condiciones climatológicas en España son tales que la variable de temperatura apenas toma valores por debajo de 8C o por encima de 32C; por esa razón, no consideramos umbrales inferiores a 8C o superiores a 32C.

2) Tampoco parece razonable tener zonas de frío que se extiendan más allá de los 22C, ni zonas de calor que empiecen antes de 22C.

3) No hemos encontrado razones para intensificar la búsqueda en un intervalo particular, y se ha considerado satisfactoria una separación entre posibles umbrales de un grado centígrado. Se definieron así nudos para la zona de frío en 8C, 9C, 10C, 11C, 12C, 13C, 14C, 15C, 16C, 17C, 18C, 19C, 20C, 21C y 22C; para la zona de calor, los candidatos son 22C, 23C, 24C, 25C, 26C, 27C, 28C, 29C, 30C, 31C y 32C.

La elección de los nudos es arbitraria, pero parece bastante sensata: por una parte, la separación de un grado proporciona un número de nudos más que suficiente para que la aproximación lineal por tramos sea satisfactoria; por otro, si se va a establecer un nudo en el entorno de los 20 grados centígrados, por ejemplo, es más lógico tomar como tal el valor redondo 20 grados y no unas décimas arriba o abajo, ya que facilita la interpretación de los resultados.

4) En cuanto a la dinámica, todo apunta a que un polinomio de orden 9 (que registra posibles efectos contemporáneos, a un día, ..., a nueve días) es suficientemente general, por lo que en ningún caso consideramos retardos mayores.

5) Dada la relación en forma de U, la interpretación de los resultados es más directa si se distinguen dos tipos de variables umbral, las de la zona de frío, definidas como:

$$F_t^{(j)} = \max\,(j - X_t,\, 0) \qquad j = 8, 9, \ldots, 21, 22$$

y las de la zona de calor:

$$C_t^{(j)} = \max\,(X_t - j,\, 0) \qquad j = 22, 23, \ldots, 31, 32$$

Además, en este caso es posible proceder a la búsqueda de especificación en cada zona por separado, lo que tiene la ventaja de acortar sensiblemente el tiempo necesario para estimar cada modelo.

4. RESULTADOS

Para evitar el agotamiento de datos hemos usado los seis primeros años de la muestra para especificación y estimación, y el séptimo para hacer contrastes de predicción, aunque en la presentación que sigue nos limitaremos al proceso de búsqueda de especificación.

Comenzando por la zona de frío, en la primera etapa construimos modelos del tipo:

$$Y_t = \beta^{(j)}(L)\, F_t^{(j)} + \frac{\theta(L)}{\Delta\, \Delta_7}\, a_t^{(j)}$$

con j = 8, 9, ..., 22; la perturbación sigue un proceso de medias móviles con la misma estructura que el obtenido en el análisis univariante [9], aunque sus coeficientes se estiman conjuntamente con los demás parámetros en cada ecuación; además, en todos los casos:

$$\beta^{(j)}(L) = \beta_0^{(j)} + \beta_1^{(j)} L + \ldots + \beta_9^{(j)} L^9$$

En el cuadro 1 se muestran las desviaciones típicas de los distintos modelos, y se comprueba que la mínima se da para $F_t^{(20)}$. La desviación típica residual para el modelo univariante calculada con la muestra 1983-1988 es igual a 0.015868; los correspondientes valores del AIC figuran en el cuadro 2, y al compararlos se escoge el modelo que incluye el umbral.

Cuadro 1
DESVIACION TIPICA RESIDUAL DE LOS MODELOS ESTIMADOS
PARA LA ZONA DE FRIO

Posible umbral	Primera etapa	Segunda etapa	Tercera etapa
8	0.015791	0.013768	—
9	0.015749	0.013776	0.013768
10	0.015695	0.013783	0.013766
11	0.015577	0.013809	0.013762
12	0.015408	0.013824	0.013765
13	0.015188	0.013840	0.013767
14	0.014931	0.013847	0.013766
15	0.014660	0.013850	0.013764
16	0.014393	0.013859	0.013761
17	0.014207	0.013864	0.013764
18	0.014058	0.013863	0.013760
19	0.013939	0.013866	0.013761
20	0.013878	—	—
21	0.013908	0.013872	0.013763
22	0.014012	0.013876	0.013766

Cuadro 2
VALORES DEL AIC PARA LOS DISTINTOS
MODELOS DE LA ZONA DE FRIO

Umbrales en	AIC
univariante	2.55325E-04
20	1.96190E-04
20, 8	1.93817E-04
20, 8, 18	1.93951E-04

En la siguiente etapa construimos modelos del tipo:

$$Y_t = \beta^{(20)}(L)\, F_t^{(20)} + \beta^{(j)}(L)\, F_t^{(j)} + \frac{\theta(L)}{\Delta\, \Delta_7}\, a_t^{(j)}$$

con $j = 8, 9, \ldots, 19, 21, 22$. Primero se probaron polinomios temporales de orden nueve, rechazándose la inclusión de nuevos umbrales. Sin embargo, al revisar las estimaciones se observó que esto podía deberse a una dinámica sobreparametrizada: repetimos el proceso probando funciones de respuesta de la forma:

$$\beta^{(j)}(L) = \beta_0^{(j)} + \beta_1^{(j)} L + \beta_2^{(j)} L^2 + \beta_3^{(j)} L^3$$

para todos los posibles umbrales excepto $F_t^{(20)}$, que mantuvo su polinomio de orden nueve. La desviación típica residual de los modelos resultantes figura en el cuadro 1, que apunta a un posible umbral en 8C. Para confirmarlo se calculó el AIC para este nuevo modelo (véase cuadro 2), con la decisión final de añadir el segundo umbral al modelo.

A continuación se estimaron expresiones de la forma:

$$Y_t = \beta^{(20)}(L)\, F_t^{(20)} + \beta^{(8)}(L)\, F_t^{(8)} + \beta^{(j)}(L)\, F_t^{(j)} + \frac{\theta(L)}{\Delta\Delta_7}\, a_t^{(j)}$$

donde $\beta^{(20)}(L)$ tiene orden 9, $\beta^{(8)}(L)$ orden 3 y un análisis exploratorio recomendó ensayar $\beta^{(j)}(L) = \beta_0^{(j)} + \beta_1^{(j)} L$ para $j = 9, 10, \ldots, 19, 21, 22$. De la última columna del cuadro 1 se comprueba que todos los candidatos proporcionan valores muy similares de la desviación típica residual y que, a diferencia de lo que ocurría hasta ahora, no hay un mínimo global, sino varios mínimos locales. La mínima desviación se da para el modelo con umbral en 18C, que, sin embargo, no mejora significativamente el modelo con dos umbrales: véase el cuadro 2.

Pasando ahora al proceso de búsqueda en la zona de calor, empezamos probando especificaciones del tipo:

$$Y_t = \beta^{(j)}(L)\, C_t^{(j)} + \frac{\theta(L)}{\Delta\Delta_7}\, a_t^{(j)}$$

donde $j = 22, 23, \ldots, 32$, y todos los polinomios temporales tienen orden 9. El cuadro 3 presenta las desviaciones típicas residuales de los modelos obtenidos, y apunta a un umbral en 24C. Los correspondientes valores del AIC se muestran en el cuadro 4, y de aquí se ratifica la existencia de una zona de calor.

A continuación planteamos:

$$Y_t = \beta^{(24)}(L)\, C_t^{(24)} + \beta^{(j)}(L)\, C_t^{(j)} + \frac{\theta(L)}{\Delta\Delta_7}\, a_t^{(j)}$$

para $j = 22, 23, 25, \ldots, 32$; se produce un problema similar al detectado en la zona de frío, ya que para este segundo umbral las respuestas dinámicas, si realmente existen, son mucho más cortas. Esto nos llevó a ensayar polinomios del tipo:

$$\beta^{(j)}(L) = \beta_0^{(j)} + \beta_1^{(j)} L + \beta_2^{(j)} L^2$$

para todos los umbrales de calor excepto $C_t^{(24)}$. Los resultados aconsejan la elección de $C_t^{(29)}$ como posible segundo umbral, que pasa a incluirse en el modelo una vez comparados los correspondientes valores del AIC.

Cuadro 3
DESVIACION TIPICA RESIDUAL DE LOS MODELOS ESTIMADOS PARA LA ZONA DE CALOR

Posible umbral	Primera etapa	Segunda etapa	Tercera etapa
22	0.015631	0.015582	0.015558
23	0.015602	0.015590	0.015567
24	0.015590	—	—
25	0.015603	0.015582	0.015565
26	0.015644	0.015578	0.015564
27	0.015691	0.015571	0.015566
28	0.015733	0.015570	0.015567
29	0.015781	0.015568	—
30	0.015802	0.015578	0.015555
31	0.015807	0.015582	0.015563
32	0.015806	0.015586	0.015567

Cuadro 4
VALORES DEL AIC PARA LOS DISTINTOS MODELOS DE LA ZONA DE CALOR

Umbrales en	AIC
univariante	2.55325E-04
24	2.47590E-04
24, 29	2.47579E-04
24, 29, 30	2.47624E-04

En la tercera etapa estimamos especificaciones de la forma:

$$Y_t = \beta^{(24)}(L)\, C_t^{(24)} + \beta^{(29)}(L)\, C_t^{(29)} + \beta^{(j)}(L)\, C_t^{(j)} + \frac{\theta(L)}{\Delta \Delta_7} a_t^{(j)}$$

con $j = 22, 23, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 32$, y $\beta^{(j)}(L) = \beta_0^{(j)} + \beta_1^{(j)} L$. La última columna del cuadro 3 registra las desviaciones típicas residuales, que muestran un mínimo para 30C. No obstante, en este caso el AIC rechaza la inclusión de un nuevo umbral.

Finalmente hemos procedido a la estimación conjunta, incluyendo en un mismo modelo las variables umbral de frío y de calor. Todos los umbrales resultaron significativos, si bien la duración de la respuesta dinámica se ve reducida respecto a la de los resultados parciales anteriores.

Cuadro 5
FUNCIONES DE RESPUESTA A UN IMPULSO ESTIMADAS

	Umbral			
Retardo	$F_t^{(8)}$	$F_t^{(20)}$	$C_t^{(24)}$	$C_t^{(29)}$
0	–0.594 (5.4)	0.538 (22.8)	0.174 (5.5)	
1	–0.184 (1.6)	0.304 (12.9)	0.390 (9.2)	–0.216 (3.0)
2	–0.244 (2.2)	0.273 (11.7)	0.104 (3.3)	
3		0.147 (7.1)	0.065 (2.1)	
4		0.129 (6.2)	0.013 (0.4)	
5		0.086 (4.2)	0.095 (3.0)	
6		0.059 (2.9)	0.087 (2.8)	
7		0.058 (2.8)	0.093 (3.0)	
Ganancia	–1.020	1.594	1.021	–0.216

NOTA: Los coeficientes son semielasticidades, y miden el aumento (en porcentaje) en el consumo de energía eléctrica asociado a un aumento de 1 grado en la correspondiente variable umbral. Entre paréntesis, t-ratios.

Las funciones de respuesta a un impulso estimadas se presentan en el cuadro 5, y las principales características de la especificación propuesta son:

1) La relación es no lineal, con nudos en 8C, 20C, 24C y 29C. Hay un intervalo de temperaturas, entre 20C y 24C, en el que la temperatura no afecta al consumo; temperaturas por debajo de 20C forman la zona de frío, y temperaturas por encima de 24C, la zona de calor.

2) En la zona de frío la relación se puede aproximar de forma satisfactoria por una función lineal entre 8C y 20C. Para temperaturas por debajo de 8C la pendiente de la función disminuye en valor absoluto, lo que indica una menor semielasticidad del consumo comparada con temperaturas por encima de 8C. Esto se puede explicar por el grado de utilización del *stock* de aparatos de calefacción: cuando éste se utiliza a plena capacidad, caídas adicionales de la temperatura no causan el mismo aumento en el consumo que cuando hay capacidad ociosa.

3) En la zona de calor la relación es similar. Hay una función de respuesta que es lineal de 24C a 29C; por encima de 29C la pendiente es menor, de forma que el efecto marginal de temperaturas por encima de 29C es menor que el de temperaturas entre 24C y 29C. Al igual que en la zona de frío, el grado de utilización de los aparatos de refrigeración puede explicar este cambio de pendiente.

4) La ganancia de la función de transferencia en la zona de frío es claramente mayor que la ganancia en la zona de calor.

5) La dinámica se concentra en los principales umbrales, 20C para la zona de frío y 24C para la zona de calor. Los retardos relevantes van de 0 a 7 en ambos casos, aun cuando los efectos a 0, 1 y 2 días concentran la mayor parte de la ganancia.

6) La desviación típica residual cae del 1.57% en el modelo univariante a 1.33% en el modelo con efectos de temperatura. Esta reducción se consigue eliminando la mayor parte de los errores grandes del modelo univariante: con el nuevo modelo quedan explicadas las variaciones bruscas del consumo debidas a cambios repentinos en la temperatura, que en el modelo univariante provocaban predicciones insatisfactorias para fechas muy concretas. Por esa razón, en el modelo final los errores extremos son mucho menos frecuentes y, puesto que en el sector eléctrico el coste asociado con un error de predicción crece más que proporcionalmente, esto representa una mejora importante.

REFERENCIAS

AMEMIYA, T. (1980): «Selection of regressors», *International Economic Review,* 21, 331-354.

AUESTAD, B., y TJOSTHEIM, D. (1990): «Identification of nonlinear time series: first order characterization and order determination», *Biometrika,* 77, 669-687.

CANCELO, J. R., y ESPASA, A. (1991*a*): «Forecasting daily demand for electricity with multiple-input nonlinear transfer functions models: a case study», *Working Paper 91-21,* Dpto. Economía, Univ. Carlos III de Madrid.

— (1991*b*): «Un nuevo indicador semanal y mensual de actividad basado en el consumo de energía», *Documento de Trabajo 91-06,* Dpto. Economía, Univ. Carlos III de Madrid.

CHEN, R., y TSAY, R. S. (1993): «Nonlinear additive ARX models», *Journal of the American Statistical Association,* 88, 955-967.

ENGLE, R. F.; HENDRY, D. F., y RICHARD, J. F. (1983): «Exogeneity», *Econometrica,* 51, 277-304.

ESPASA, A., y CANCELO, J. R. (1993): «Modelos univariantes para el análisis económico», en *Métodos Cuantitativos para el Análisis de la Coyuntura Económica,* A. Espasa y J. R. Cancelo (eds.), Alianza Editorial, Madrid, pp. 33-132.

FRIEDMAN, J. H., y SILVERMAN, B. W. (1989): «Flexible parsimonious smoothing and additive modelling» (con discusión), *Technometrics,* 31, 3-21.

HASTIE, T. J., y TIBSHIRANI, R. J. (1990): *Generalized Additive Models,* Chapman and Hall, Londres.

ROBINSON, P. M. (1983): «Nonparametric estimation for time series models», *Journal of Time Series Analysis*, 4, 185-208.

STONE, C. J. (1985): «Additive regression and other nonparametric models», *Annals of Statistics*, 13, 689-705.

MODELLING THE EFFECT OF TEMPERATURE ON ELECTRICITY CONSUMPTION: AN APPLICATION OF SPECIFICATION SEARCH IN DYNAMIC NONLINEAR RELATIONSHIPS

SUMMARY

In this paper we present a procedure for searching for specification in a special type of nonlinear dynamic relationships; despite its simplicity, it allows to exploit in a systematic way the information that the data provide about both sides of the problem, the dynamic one and the functional form one. Afterwards the procedure is used to model the relationship from temperature to electricity consumption with daily data.

Key words: nonlinear transfer functions, specification search, daily time series, electricity consumption.

AMS Classification: 90A20.