

Documento de Trabajo 93-02  
Serie de Estadística y Econometría 01  
Febrero de 1993

Departamento de Estadística y Econometría  
Universidad Carlos III de Madrid  
Calle Madrid, 126  
28903 Getafe (Spain)  
Fax (341) 624-9849

## CONSIDERACIONES SOBRE LA FUNCIÓN DE INVERSIÓN EN ESPAÑA

Antoni Espasa y Eva Senra\*

### Resumen

---

En este artículo se realiza un estudio detenido del modelo para la inversión estimado por Andrés et al. (1990). Dicha estimación contiene filtros racionales con raíces complejas que producen respuestas oscilantes ante variaciones de tipo impulso sobre las variables explicativas. Se detecta que tal característica de los filtros se debe a que las oscilaciones en la inversión ocurridas en los años de las crisis energéticas, 1974-80, sólo pueden captarse en el modelo mencionado mediante filtros, ya que las variables explicativas no contienen oscilaciones de tal magnitud. En este trabajo se permite que la respuesta de la inversión ante variaciones en la producción sea función de los precios relativos de la energía, con lo que las grandes oscilaciones de éstas se transmiten a la inversión. Con ello desaparece la necesidad de incorporar una estructura oscilante en la respuesta de la inversión respecto al producto en ausencia de perturbaciones importantes en los precios relativos de la energía. El modelo obtenido en este trabajo supone una reducción de la varianza residual del 32.4 por ciento respecto al modelo de Andrés et al. (1990).

---

### Palabras Clave

Función de Transferencia; Precios Relativos de la Energía; Funciones de Respuesta Dinámica; Modelos con Parámetros Variables.

\*Espasa, Departamento de Estadística y Econometría, Universidad Carlos III de Madrid y Senra, Departamento de Estadística y Econometría, Universidad Carlos III de Madrid. Este trabajo se ha realizado dentro del proyecto de investigación sobre Análisis de la Coyuntura Económica de la Cátedra Argentaria de la Universidad Carlos III de Madrid.



# 1 Exposición del problema

En Andrés et al. (1990) se presenta un modelo econométrico uniecuacional para la inversión española. Este modelo es el siguiente:

$$(1 - 0.56L + 0.27L^2)I_t = -2.3891 + (2.4375 - 1.6578L^2)Y_{t-1} + \\ + 2.2367\Delta CU_t + (-1.5198 + 0.5746L)(C/P)_{t-1} + \\ - 0.8522\Delta^2\pi_t + a_t, \quad (1)$$

donde  $I_t$  es la inversión,  $Y_t$  el producto interior bruto,  $CU$  el grado de utilización de la capacidad productiva,  $CP$  el coste de uso del capital,  $\pi$  la tasa de inflación y  $a_t$  un residuo que se supone que viene generado por un proceso ruido blanco<sup>1</sup>  $L$  es el operador de retardos y  $\Delta$  el operador de primeras diferencias y las variables entran en logaritmos. El modelo ha sido estimado con datos anuales para el período 1964-1987 y la desviación típica residual obtenida es  $\hat{\sigma} = 0.02109$ .

Los valores de los estadísticos  $t$  de cada coeficiente estimado se encuentran en el cuadro 1.

Una herramienta útil a la hora de validar los resultados de la estimación es (véase Espasa y Cancelo (1993)) el estudio detenido de la estructura de la función de respuesta implícita en la función de transferencia de cada variable explicativa.

La función de respuesta a un impulso caracteriza plenamente la relación dinámica existente entre una variable explicativa y la variable dependiente. En una formulación racional de dicha función de respuesta se tiene:

$$\frac{\omega_s(L)}{\delta_r(L)}L^b = v_\infty(L),$$

donde el numerador,  $\omega_s(L) = \omega_0 + w_1L + \dots + w_sL^s$  alarga durante  $s$  períodos el efecto de una variación impulso en la variable explicativa sin ningún tipo de estructura

---

<sup>1</sup>Una descripción más detallada de las variables y el listado de todas las series se encuentra en el apéndice.

### PARAMETROS DE AMBOS MODELOS

Variables	cte.	I(-1)	I(-2)	Y(-1)	Y(-3)	$\Delta$ CU	(C/P)(-1)	(C/P)(-2)	$\Delta^2\pi$	YPRME(-1) YPRME(-2) YPRME(-3)	RESIDUO	DESVIACION TIPICA RESIDUAL
Modelo de Andrés et al.	-2.39 (-4.2)	0.56 (5.7)	-0.27 (-3.5)	2.44 (11.1)	-1.65 (-10.2)	2.24 (9.7)	-1.52 (-9.8)	0.57 (3.1)	-0.85 (-5.2)	— —	Ruido blanco	0.02109
Modelo alternativo	-5.81 (-9.0)	— —	— —	2.32 (23.0)	-1.05 (-10.0)	1.02 (3.8)	-0.83 (-8.4)	— —	-0.27 (-2.0)	-0.0040 (-10.3)	$\frac{1}{1+0.7884L^2}\hat{e}_t$ (-4.8)	0.01737

### GANANCIAS DE LOS FILTROS SOBRE LAS VARIABLES EXPLICATIVAS

Variables	Y(-1)	$\Delta$ CU	(C/P)(-1)	$\Delta^2\pi$	YPRME(-1)
Modelo de Andrés	1.098	3.15023	-1.3312	1.20	—

(restricción). El denominador,  $\delta_r(L) = 1 - \delta_1 L - \dots - \delta_r L^r$ , en el que todas sus raíces están fuera del círculo unitario, extiende los efectos anteriores hacia el infinito, de forma que convergen a cero con una estructura matemática (restricción) suave u oscilante según las raíces de  $\delta_r(L)$ .

El estudio de la función de respuesta lleva a dos consideraciones casi inmediatas: la primera es que en la realidad un cambio de tipo impulso en una variable explicativa no provoca una evolución explosiva en la variable dependiente, de lo que se deduce que el filtro racional tiene que ser estacionario, es decir, las raíces de  $\delta_r(L)$  deben estar fuera del círculo unitario; la segunda consideración está relacionada con la estructura o restricciones en la respuesta, dado que si las raíces de  $\delta_r(L)$  son negativas o complejas inducen una respuesta oscilante, lo que puede resultar extraño entre variables económicas. En este último caso es probable que se esté omitiendo alguna variable de interés que recoja la evolución oscilatoria.

En el ejemplo de Andrés et al. anteriormente mencionado, el denominador común a la funciones de transferencia de todas las variables explicativas es un proceso autorregresivo de segundo orden

$$\delta_2(L) = 1 - 0.56L + 0.27L^2.$$

Este polinomio tiene un par de raíces complejas conjugadas

$$0.25835 \pm 0.58197i$$

de módulo 0.5216, que producen oscilaciones de periodicidad 6.26 años.

Según lo expuesto anteriormente este comportamiento necesita un estudio más detallado del modelo. La sección 2 analiza detenidamente diversos aspectos del modelo y detecta que la principal causa de las oscilaciones está en las crisis energéticas sufridas entre los años 1974-1980. En la sección 3 se introduce una nueva variable que recoge estas oscilaciones y se propone un modelo alternativo. Por último en la sección 4 se comparan ambos modelos.

## 2 Consideraciones iniciales

Inicialmente conviene estudiar con detenimiento los siguientes aspectos del modelo:

1. los residuos del modelo
2. los efectos del filtro autorregresivo sobre cada variable y,
3. las contribuciones de cada variable.

### 2.1 Estudio del los residuos

Los residuos del modelo de Andrés et al. presentan una media que no es significativamente distinta de cero. Sus autocorrelaciones tampoco son significativamente distintas de cero y no existen residuos superiores a  $1.96\hat{\sigma} = 0.04133$  en valor absoluto. Sin embargo, si se observa con detenimiento el gráfico de residuos del modelo de Andrés et al. en el gráfico 1, se detectan dos residuos un poco sobresalientes con respecto a los demás: el residuo correspondiente al año 1975 y el correspondiente al año 1978 (observaciones relacionadas con las crisis energéticas).

Se ha aplicado análisis de intervención para comprobar si se podía mejorar el ajuste, interviniendo en las fechas anteriormente señaladas, pero los resultados de las estimaciones de los coeficientes relativos a las variables de tipo escalón introducidas no resultan significativos.

### 2.2 Efectos del filtro autorregresivo sobre cada variable

El modelo de Andrés et al., impone filtros racionales con el mismo componente autorregresivo en todas las variables explicativas y en el componente residual. Es necesario averiguar si este hecho es cierto o si el filtro autorregresivo afecta de

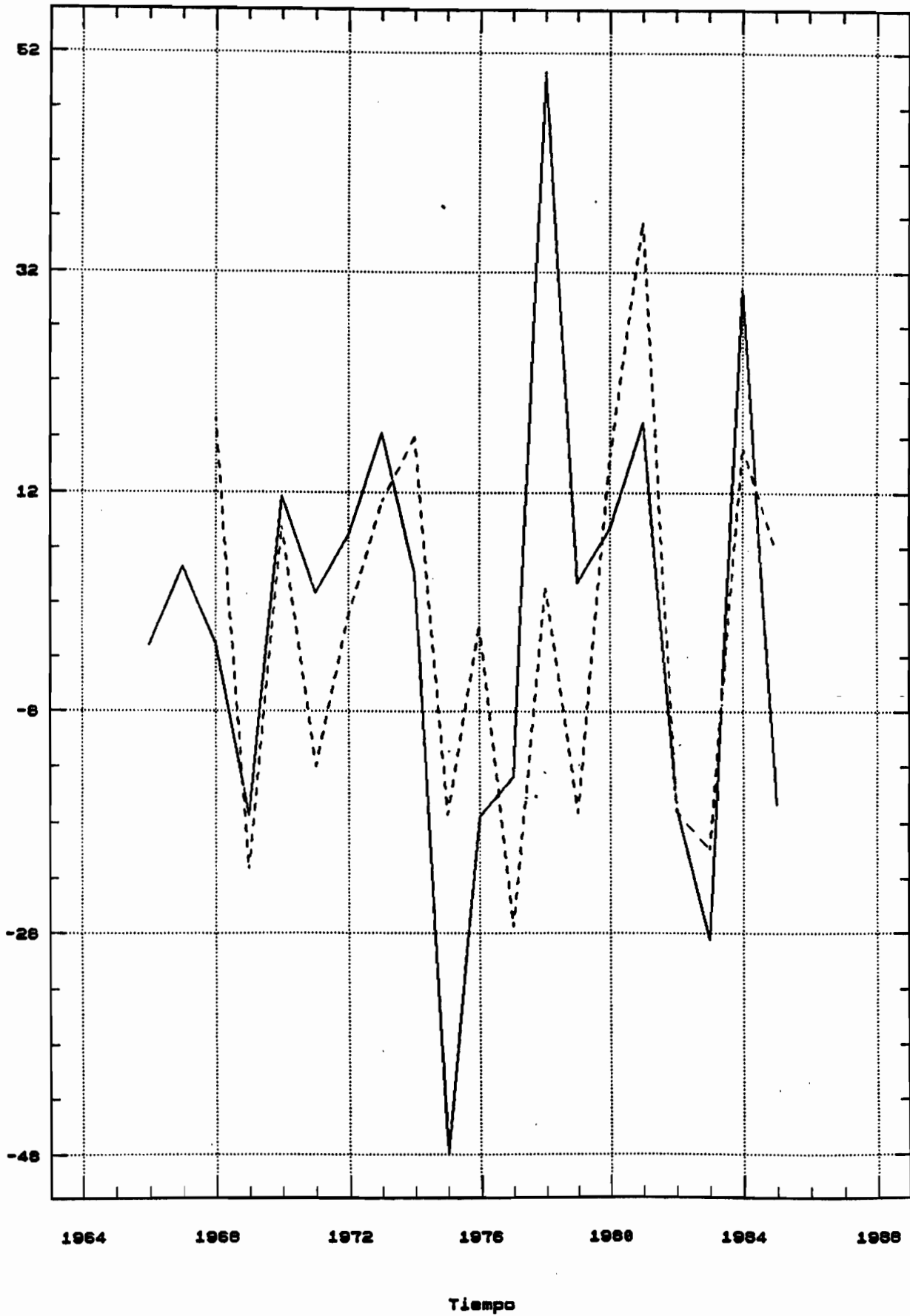
# Gráfico 1

(X 1E-3)

RESIDUOS DE LOS MODELOS DE ANDRES ET AL.  
(1990) Y DEL MODELO ALTERNATIVO

— ANDRES ET AL

- - - ALTERNATIVO



forma significativa únicamente a la parte residual o a algunas variables explicativas concretas, pero no a todas.

El primer paso ha sido aplicar el componente autorregresivo únicamente a la parte residual y eliminarlo del resto de las variables explicativas. El resultado ha sido un empeoramiento del ajuste, la desviación típica residual pasaba a ser  $\hat{\sigma} = 0.0255$ .

También se han realizado pruebas relativas al polinomio de medias móviles  $\omega(L)$  que afecta a la variable Y retardada un período, manteniendo en todos los casos la estructura autorregresiva aplicada sobre el residuo únicamente.

Este polinomio originalmente es

$$\omega(L) = \omega_0 + \omega_2 L^2$$

y se han considerado además los siguientes casos:

$$\begin{aligned} & \omega_0 Y_{t-1} + (\omega_1 + \omega_2 L) \Delta Y_{t-1} \\ & (\omega_0 + \omega_1) Y_{t-1} + (\omega_2 + \omega_3 L) \Delta Y_{t-1} \\ & \omega_0 Y_{t-1} + \omega_1 \Delta Y_{t-1} + \omega_2 \Delta^2 Y_{t-1} \\ & \omega_0 Y_{t-1} + \omega_1 \Delta^2 Y_{t-1} \\ & \omega_0 Y_{t-1} + (\omega_1 + \omega_2 L) \Delta^2 Y_{t-1}. \end{aligned}$$

El mejor de los ajustes es en la mayoría de los casos del orden de  $\hat{\sigma} = 0.031$  y en todos superior a  $\hat{\sigma} = 0.026$ , con lo que el ajuste es claramente peor que en el modelo original.

Manteniendo la formulación de medias móviles original en todas las variables, el siguiente paso fue el incorporar la parte autorregresiva a alguna variable explicativa además de añadirse a la parte residual. El objetivo es comprobar si las oscilaciones cíclicas son debidas a una única variable explicativa en lugar de a todas como propone el modelo original. El resultado es en todos los casos una desviación típica residual mayor, siendo siempre superior a  $\hat{\sigma} = 0.0239$ .



## **2.3 Contribuciones de las variables**

Al estudiar las contribuciones de cada variable, cabe destacar la contribución de la variable  $Y$  retardada un período. Los gráficos 2a y 2b representan la variable  $Y_{t-1}$  y la contribución en la replicación de la inversión. En el gráfico 2a las dos curvas se representan en diferentes escalas y en el 2b se utiliza una misma escala para ambas.

En dichos gráficos se observa que el filtro asociado a la variable  $Y$  retardada un período está provocando fluctuaciones en torno a los años de las crisis energéticas. Este comportamiento hace pensar que si se introduce en el modelo alguna variable que recoja por sí misma estas fluctuaciones, será innecesario que el filtro tenga que provocarlas y probablemente se podría eliminar el proceso autorregresivo con raíces complejas del modelo. La introducción de una nueva variable con estas características es el objetivo del siguiente apartado.

## **3 Los precios relativos de la energía como variable que induce oscilaciones en la inversión**

Como se ha visto en la sección anterior, es necesaria la búsqueda de una variable que caracterice el efecto de las crisis de la energía sufridas a finales de 1974 y 1979-80. Una variable adecuada para ello es el precio relativo de la energía. En este trabajo esta variable se ha construido como el cociente entre los precios de las importaciones energéticas y el deflactor del producto y se denomina PRME. Estos precios relativos muestran bruscos saltos en las fechas señaladas anteriormente.

El primer paso ha consistido en introducir esta variable en el modelo (con valores originales y en logaritmos), probando además varios filtros de medias móviles asociados para buscar el mejor ajuste. El resultado es que esta variable no es lo

# Gráfico 2a

CONTRIBUCION DE LA VARIABLE  $Y(-1)$  EN  
EL MODELO DE ANDRES ET AL. (1990)

— ORIGINAL

- - - CONTRIBUCION

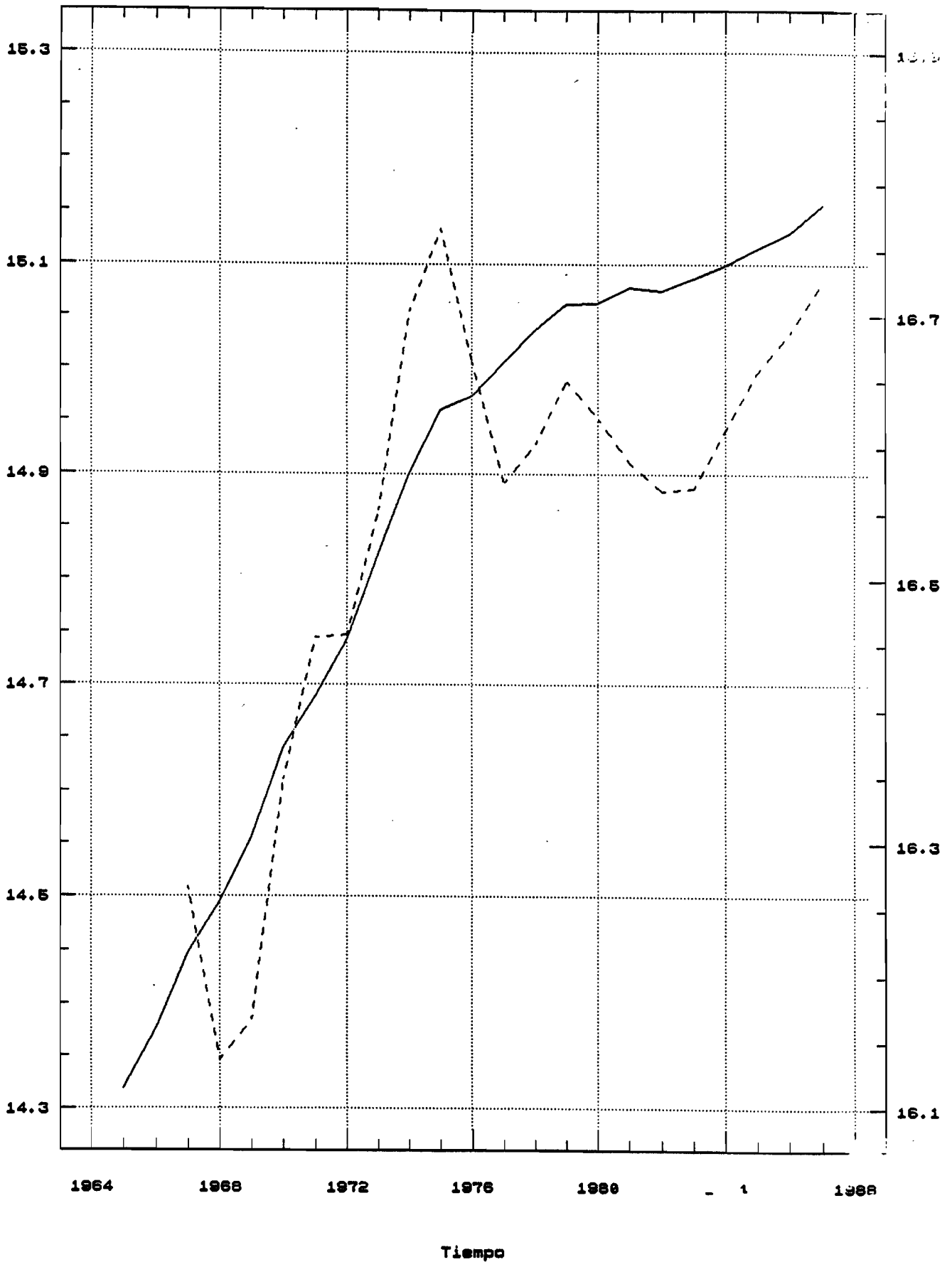
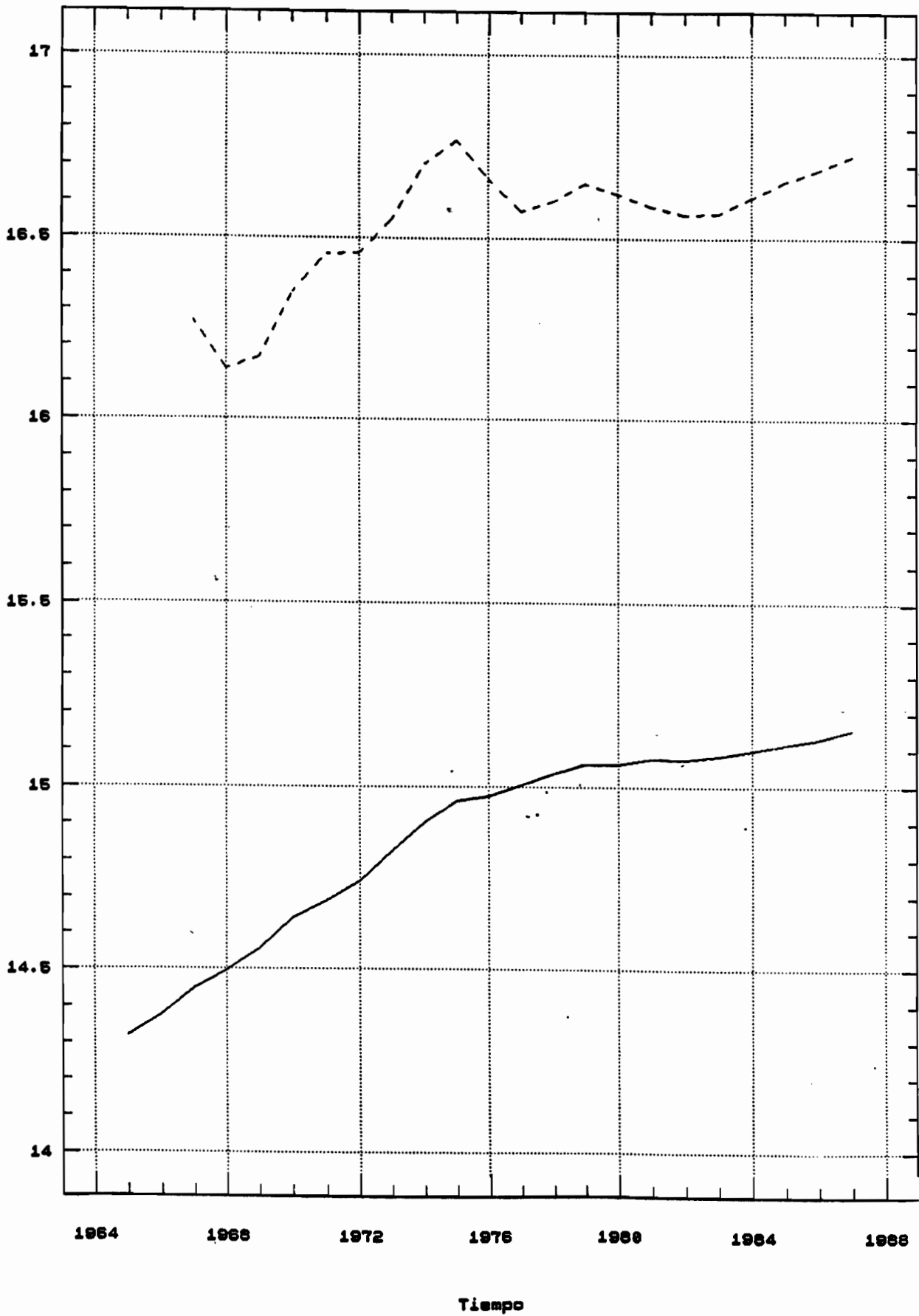


Gráfico 2b

CONTRIBUCION DE LA VARIABLE  $Y(-1)$  EN  
EL MODELO DE ANDRES ET AL. (1990)

— ORIGINAL  
- - - CONTRIBUCION



bastante significativa como para conseguir mejorar el ajuste obtenido mediante la formulación original.

Que la variable PRME no resulte significativa implica que la ordenada en el origen en el modelo de inversión de Andrés et al. no depende de los precios relativos de la energía. No obstante, el efecto de tal variable puede ser mayor, por ejemplo, puede alterar la dependencia de la inversión con alguna de las variables explicativas consideradas. Para contrastar esta hipótesis se construyeron las siguientes variables:  $Y \times PRME$ ,  $Y(-1) \times PRME(-1)$ ,  $Y \times PRME(-1)$ ,  $\Delta CU \times PRME$ ,  $\Delta CU(-1) \times PRME(-1)$ ,  $\Delta CU \times PRME(-1)$ ,  $(C/P) \times PRME$ ,  $(C/P)(-1) \times PRME(-1)$ ,  $(C/P) \times PRME(-1)$ ,  $\Delta^2 \pi \times PRME$ ,  $\Delta^2 \pi(-1) \times PRME(-1)$ ,  $\Delta^2 \pi \times PRME(-1)$ , en donde tanto PRME, como las demás, están en logaritmos<sup>2</sup>.

Aunque la mayoría de las variables mencionadas anteriormente no mejoran significativamente el ajuste, la inclusión en el modelo de la variable  $YPRME = Y \times PRME$  retardada un período, es decir  $YPRME(-1)$  produce mejoras bastante significativas. El modelo alternativo con mejores resultados es:

$$\begin{aligned}
 I_t = & -5.8149 + (2.3213 - 1.0488L^2)Y_{t-1} + \\
 & +1.0289\Delta CU_t + -0.8299(C/P)_{t-1} + \\
 & -0.2697\Delta^2 \pi_t - 0.0040(1 + L + L^2)YPRME_{t-1} + \\
 & \frac{1}{1 + 0.7884L^2} \hat{\epsilon}_t.
 \end{aligned} \tag{2}$$

El ajuste obtenido con este modelo es  $\hat{\sigma} = 0.01737$ . El proceso autorregresivo residual tiene dos raíces complejas

$$\pm 0.8879i$$

de módulo 0.7884 que producen un período de 4 años. Los valores del estadístico  $t$  para cada coeficiente se encuentran en el cuadro 1.

<sup>2</sup>Los resultados en cuanto al ajuste obtenido son prácticamente los mismos tomando la variable PRME en logaritmos o no.

En este modelo la contribución ( $Y_t^*$ ) del producto interior bruto sobre la inversión es:

$$Y_t^* = [1.2725 - 0.0040(1 + L + L^2)YPRME_{t-1}] Y_{t-1} + 1.0488(1 + L)\Delta Y_{t-1}. \quad (3)$$

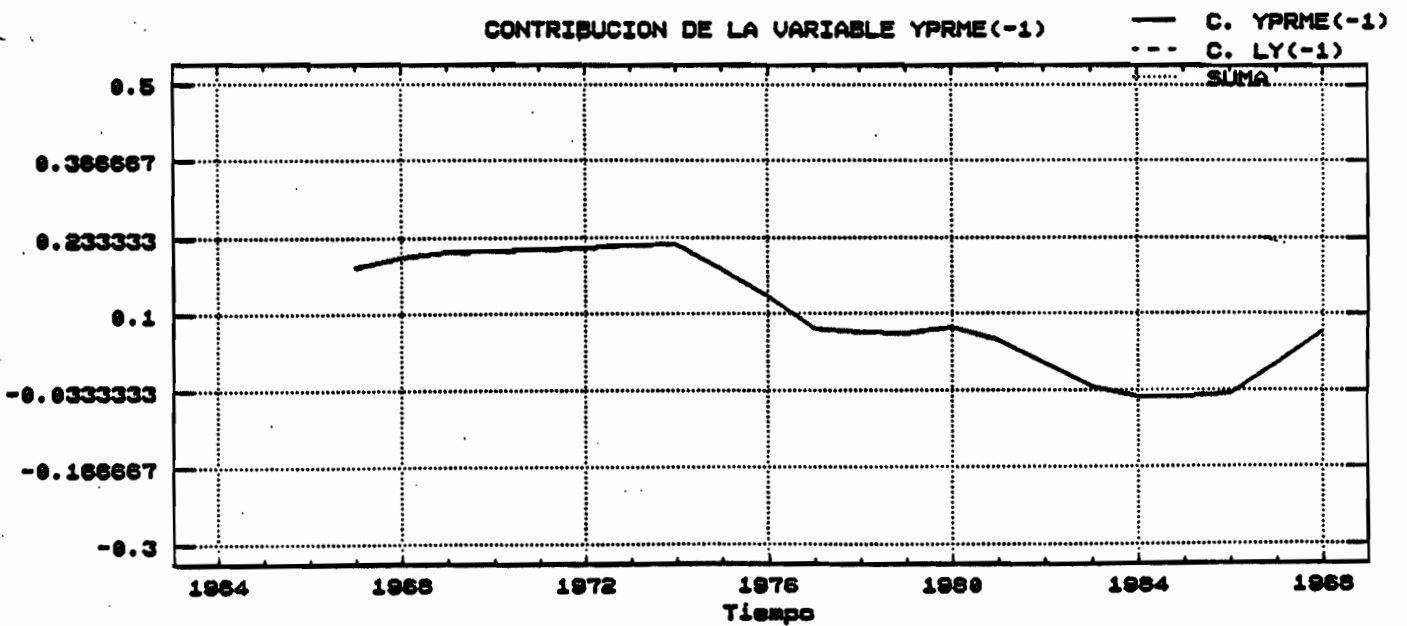
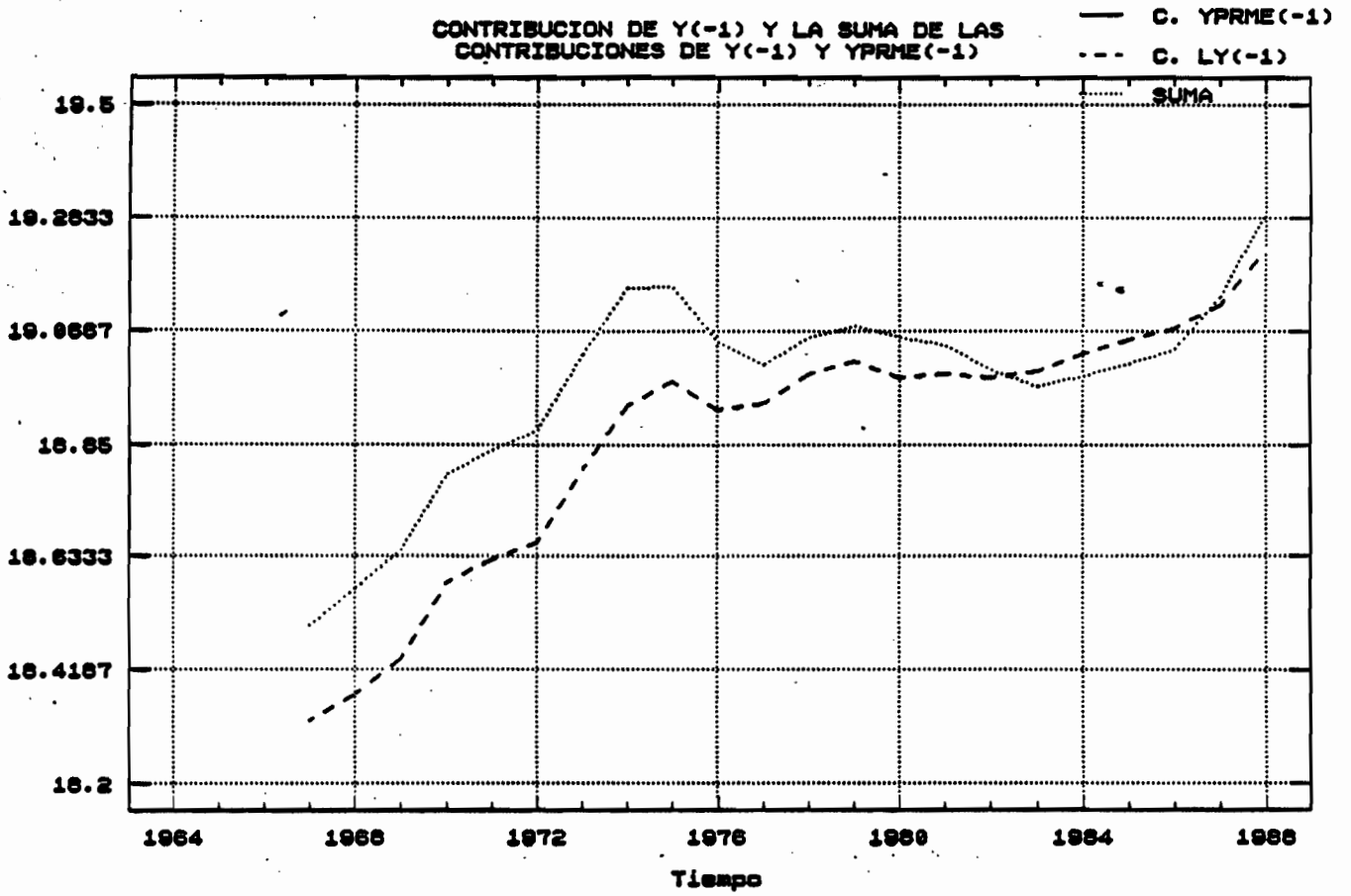
## 4 Comparación de ambos modelos

Comparemos en primer lugar los residuos de ambos modelos. En los dos casos, los residuos no presentan autocorrelaciones muestrales significativamente distintas de cero. Pero es el modelo alternativo el que presenta mejores resultados: su desviación típica residual es  $\hat{\sigma} = 0.01737$  frente a  $\hat{\sigma} = 0.02109$  del modelo original. Además, en el gráfico de los residuos de los modelos (gráfico 1) se puede comprobar que los residuos del modelo alternativo (línea punteada) no sólo son menores en valor absoluto que los del modelo original, sino que además eliminan las oscilaciones de los años 1975 al 1980 que se detectan en el modelo original y que se comentaron en la sección 1. El modelo alternativo mejora el ajuste del modelo original.

En segundo lugar, fijándose en las funciones de transferencia, se tiene que el filtro autorregresivo común en el denominador de todas ellas en el modelo original afecta solamente a la parte residual del modelo del modelo alternativo. Este modelo pretende solucionar el problema de respuestas oscilantes que presentaba el modelo original. Además, en el gráfico 3 se puede observar que la suma de las contribuciones de la variable  $Y$  retardada un período y de la nueva variable  $YPRME(-1)$  consiguen un efecto similar al obtenido por la contribución de la variable  $Y(-1)$  (gráficos 2a y 2b) en el modelo original con su filtro autorregresivo con raíces complejas.

Por último comentar que el número de parámetros no se incrementa con la inclusión de la nueva variable en el modelo alternativo, sino que como se puede observar en el cuadro 1, el modelo alternativo estima un parámetro menos que el original.

Gráfico 3



Como conclusión se tiene que los datos considerados inducen a pensar que la relación dinámica en la ecuación de la inversión entre la inversión, el producto y su tasa de crecimiento en situaciones de estabilidad de los precios relativos de la energía es del tipo:

$$I_t = 1.2725Y_{t-1} + 1.0488(1 + L)\Delta Y_{t-1}. \quad (4)$$

Ante cambios en dichos precios relativos, la relación dinámica anterior se altera en función de los mismos. Modelizar la inversión considerando una estructura dinámica fija en situación de precios relativos constantes y una oscilante con tales precios conduce a una mejora significativa del ajuste, cambia las ganancias respecto a las variables explicativas y mantiene un elemento residual, o efecto de las variables omitidas de naturaleza oscilante. Su periodicidad en el nuevo modelo resulta ser igual a cuatro años.

# Apéndice

Las variables utilizadas en este trabajo son<sup>1</sup>:

- **I: Inversión productiva privada** expresada en precios constantes de 1970.
- **Y: Producto interior bruto a coste de los factores** expresada también en precios constantes de 1970.
- **CU: Grado de utilización de la capacidad productiva** se refiere a la encuesta de infrautilización de la capacidad productiva del Ministerio de Industria y Energía. Esta serie es trimestral, tomando como valor anual el valor medio de los cuatro trimestres.
- **(C/P): Coste de uso del capital.** Se define como

$$\left(\frac{C}{P}\right)_t = \frac{p_{I,t}}{p_t} [r + \delta - E_t(\pi_{I,t+1})]$$

donde  $p_I$  es el deflactor de la inversión productiva privada,  $p$  es el deflactor del PIB<sub>cf</sub>,  $r$  es el tipo de interés a largo plazo,  $\delta$  es la tasa de depreciación (constante e igual a 0.1) y  $E_t(\pi_{I,t+1})$  es el valor esperado en  $t$  de la tasa de variación de  $p_I$  en  $t + 1$ .

- **$\pi$ : Tasa de inflación.** Es la tasa de variación del PIB a coste de los factores.
- **PRME: Precios relativos de las importaciones energéticas.** Esta variable es el ratio entre el precio de las importaciones energéticas y el deflactor del PIB<sup>2</sup>.

En el cuadro adjunto se presentan las series históricas de cada una de las variables anteriores durante el período muestral 1964-1987. I, Y, CU y PRME están en logaritmos.

---

<sup>1</sup>Para un informe más detallado consúltese Andrés et al. (1990)

<sup>2</sup>Fuente: Baiges et al. (1987). La muestra disponible en base 70 sólo tiene observaciones hasta 1985. Dado que la diferencia entre los valores de la variable en base 70 y en base 80 es casi constante, las últimas observaciones han sido tomadas a partir de la variable en base 80 más la media de las diferencias entre ambas variables a partir del año 1980.



## DATOS

Años	I	Y	CU	(C/P)	$\pi$	PRME
1964	12.24025	14.31943	-0.18633	0.15810	0.04766	0.307999
1965	12.42904	14.37554	-0.18633	0.15932	0.09772	0.210504
1966	12.56753	14.44737	-0.18633	0.11176	0.07256	0.088102
1967	12.57224	14.49527	-0.22314	0.13784	0.07151	0.014001
1968	12.64211	14.55615	-0.21072	0.12949	0.05981	0.065787
1969	12.79712	14.64098	-0.17435	0.12212	0.03834	0.040853
1970	12.86428	14.68870	-0.17435	0.15579	0.06117	0.000000
1971	12.79180	14.74261	-0.19845	0.14422	0.07980	0.065413
1972	12.98720	14.82498	-0.13926	0.11240	0.08090	-0.00944
1973	13.14954	14.90248	-0.11653	0.01599	0.11160	-0.03087
1974	13.23615	14.96009	-0.17435	0.09740	0.17697	0.836034
1975	13.18632	14.97314	-0.22314	0.09352	0.16945	0.813061
1976	13.17615	15.00533	-0.19845	0.01485	0.16692	0.953046
1977	13.15064	15.03584	-0.18633	0.03833	0.23151	0.948215
1978	13.16566	15.06050	-0.22314	0.08895	0.20627	0.851133
1979	13.14857	15.06206	-0.22314	0.05996	0.16358	0.809996
1980	13.16684	15.07675	-0.23572	0.03337	0.13920	1.301471
1981	13.17979	15.07354	-0.23572	0.11056	0.13580	1.523051
1982	13.08625	15.08590	-0.22314	0.09659	0.13695	1.519535
1983	13.07877	15.09863	-0.23572	0.16186	0.11436	1.561381
1984	12.98890	15.11519	-0.23572	0.16156	0.10761	1.515698
1985	12.98336	15.13050	-0.24846	0.15311	0.08654	1.435489
1986	13.11083	15.15648	-0.23572	0.14754	0.09669	0.658957
1987	13.24525	15.20805	-0.22314	0.17517	0.05711	0.567907

## Referencias

- [1] Andrés, J., Escribano, A., Molinas, C. y Taguas, D. (1990). *“La Inversión en España: Econometría con restricciones de desequilibrio”* Antoni Bosch, editor. Instituto de Estudios Fiscales
- [2] Baiges, J., Molinas, C. y Sebastián, M.. (1987). *“La economía española 1964 - 1985: Datos, fuentes y análisis.* Instituto de Estudios Fiscales.
- [3] Espasa, A., y Cancelo, J. R. (1993) *Métodos Cuantitativos para el Análisis de la Coyuntura Económica*, Alianza Editorial