



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

TESIS DOCTORAL

DESARROLLO DE UNA NUEVA HERRAMIENTA BASADA
EN REDES NEURONALES PARA EL DISEÑO DE
PROTECCIONES LIGERAS CERÁMICA-METAL FRENTE A
IMPACTO DE ALTA VELOCIDAD

Autor: David Fernández Fernández

Director: Profesor D. Ramón Zaera Polo

DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS Y
TEORÍA DE ESTRUCTURAS

Leganés, marzo de 2007

TESIS DOCTORAL

DESARROLLO DE UNA NUEVA HERRAMIENTA BASADA EN
REDES NEURONALES PARA EL DISEÑO DE PROTECCIONES
LIGERAS CERÁMICA-METAL FRENTE A IMPACTO DE ALTA
VELOCIDAD

Autor: David Fernández Fernández

Director: Profesor D. Ramón Zaera Polo

Firma del Tribunal calificador

Presidente:

Vocal:

Vocal:

Vocal:

Secretario:

Calificación:

Leganés, de de 2007

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer al Profesor D. Ramón Zaera toda la comprensión y dedicación profesional y humana que ha mostrado conmigo desde que llegué al Departamento.

A todos mis compañeros de Departamento, de manera muy especial a José Fernández Saéz, por los buenos consejos y sugerencias y por su apoyo en momentos clave. A Jorge López Puente, por sus buenas ideas y su incondicional soporte informático. A José Antonio Loya y a Ángel Arias por sus prácticas sugerencias. A mis compañeros de despacho, Rolando, Guadalupe y Carlos, por lo bien que nos hemos entendido en estos años y por último, a los técnicos de laboratorio, Pepe Puerta y Sergio Puerta, por la ayuda dispuesta que siempre nos han prestado.

A los alumnos de Trabajo Dirigido de la Titulación de Ingeniería Industrial de la Universidad Carlos III de Madrid, Jose María García Serrano y David Bordas Martínez por su colaboración en algunas de las tareas de simulación numérica y postproceso de resultados.

Por último, se desea agradecer a la Comunidad Autónoma de Madrid la financiación de los proyectos 07N/0040/2002 titulado *Estudio de la influencia de la oblicuidad de la trayectoria del proyectil en la respuesta de protecciones contra impacto de alta velocidad. Predicción de la respuesta de la protección mediante redes neuronales* y GR/MAT/0507/2004 titulado *Predicción de la respuesta frente a impacto de elementos estructurales de absorción de energía utilizando técnicas basadas en redes neuronales*.

RESUMEN

Se ha desarrollado una nueva herramienta para el diseño de protecciones ligeras cerámica-metal frente a impacto de alta velocidad basada en Redes Neuronales Artificiales. La herramienta predice, en tiempo real, el comportamiento de la protección frente a un impacto de alta velocidad, determinando si se produce la parada del cuerpo impactador o la perforación de la protección, y en ese caso, la velocidad y la masa residuales del cuerpo.

Para el entrenamiento y verificación de la Red Neuronal se ha generado, mediante simulación numérica, un amplio conjunto de casos de impacto abarcando diferentes geometrías y materiales del cuerpo impactador y de la protección y diferentes velocidades de impacto, dentro del rango habitual de variación de estas variables en los problemas de impacto de alta velocidad.

Para la simulación del comportamiento frente a impacto de la cerámica se han modificado las ecuaciones constitutivas del modelo de Cortés et al. y se han implementado éstas, junto con un algoritmo de integración desarrollado a tal efecto, en un código comercial de simulación numérica. Posteriormente se han ajustado los parámetros del modelo para diferentes materiales cerámicos y por último se ha validado éste, junto con el algoritmo de integración y el modelo de elementos finitos, para un amplio rango de energías de impacto.

La Red Neuronal desarrollada ha mostrado una muy notable capacidad de predicción del comportamiento de protecciones ligeras frente a impacto, por lo que su uso puede constituir una alternativa para el diseño de estos sistemas.

ABSTRACT

A new tool based on Artificial Neural Networks (ANNs) has been developed for the design of lightweight ceramic-metal armors against high velocity impact of solids. The developed tool predicts, in real-time, the response of the armor: impact body arrest or target perforation are determined and, in the last case, the residual mass and velocity of the impacting body are obtained.

A large set of impact cases has been generated, by numerical simulation, in order to train and test the ANN. The impact cases consider different impacting body and target geometries, materials and impact velocities, all these parameters varying in a wide range that covers common impact situations.

In order to simulate the behavior of the ceramic material under impact, the constitutive model proposed by Cortés et al. has been modified and a new algorithm to integrate it has been developed and implemented in a finite element code.

The parameters of the material model have been determined by inverse analysis for different ceramic materials and finally, the modified constitutive model, its integration algorithm and the finite element model have been validated for a large range of impact energies.

The ANN developed has shown a remarkable prediction ability of the impact behavior of lightweight ceramic-metal armors and therefore it could be an alternative to the conventional design methodologies.

Índice general

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos y actividades	3
1.3. Contenidos	5
2. ANTECEDENTES	7
2.1. Protección frente a impacto de alta velocidad mediante protecciones ligeras cerámica-metal	7
2.1.1. Interés de las protecciones ligeras	7
2.1.2. Desarrollo histórico de las protecciones ligeras	8
2.2. Metodologías clásicas de diseño de protecciones ligeras frente a impacto de alta velocidad	12
2.2.1. Ensayos experimentales	13
2.2.1.1. Ensayos sobre protección completa	13
2.2.1.2. Ensayos para la determinación de la eficiencia frente a impacto de un material	14
2.2.1.3. Instrumentación mediante radiografía ultrarrápida	16
2.2.2. Modelización	17
2.2.2.1. Simulación numérica	17

2.2.2.2.	Modelización analítica	20
2.3.	Modelización de los materiales	21
2.3.1.	Ecuaciones constitutivas para materiales metálicos	22
2.3.2.	Ecuaciones constitutivas para materiales cerámicos	25
2.4.	Integración de las ecuaciones constitutivas	28
2.4.1.	Algoritmos de integración <i>closest point projection</i>	29
2.5.	Introducción a las Redes Neuronales Artificiales	30
2.5.1.	Métodos Biológicos en la Inteligencia Artificial	31
2.5.2.	Redes Neuronales Artificiales	33
2.5.2.1.	Fundamentos biológicos de las RNA	33
2.5.2.2.	Modelo computacional de la neurona artificial	34
2.5.2.3.	Características de las RNA	35
2.5.3.	El Perceptrón Multicapa	36
2.5.3.1.	Arquitectura del PMC	37
2.5.3.2.	Algoritmo de Retropropagación del PMC	39
2.5.3.3.	Proceso de entrenamiento del PMC	41
2.6.	Las Redes Neuronales Artificiales como herramienta de diseño de protecciones ligeras frente a impacto de alta velocidad	43
3.	DESARROLLO E INTEGRACIÓN DE LAS ECUACIONES CONSTITUTIVAS PARA EL MATERIAL CERÁMICO	45
3.1.	Modificación del modelo de Cortés et al.	45
3.2.	Ecuaciones del modelo propuesto para el material cerámico	50
3.2.1.	Elementos empleados del Análisis Tensorial	50

3.2.2.	Formulación del modelo	51
3.3.	Algoritmo de Integración	53
3.3.1.	Tratamiento del problema en grandes deformaciones	54
3.3.2.	Integración de las ecuaciones	55
3.3.2.1.	Algoritmo de retorno al vértice de la superficie de fluencia	59
3.3.3.	Esquema de implementación del Algoritmo para ABAQUS /Explicit	61
4.	DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO PARA ALÚMINA Y NITRURO DE ALUMINIO	63
4.1.	Determinación de los valores de 3α y μ	64
4.2.	Determinación de los valores de \dot{D}_0 , σ_0 y k	65
4.2.1.	Ensayos experimentales realizados por Hohler et al.	65
4.2.2.	Simulación numérica	68
4.2.2.1.	Mallado, condiciones de contorno y condiciones iniciales .	68
4.2.2.2.	Algoritmo de contacto	68
4.2.2.3.	Modelización de los materiales	69
4.2.2.4.	Descripción general de las simulaciones realizadas	71
4.2.3.	Análisis preliminar de la influencia de los parámetros \dot{D}_0 , σ_0 y k . .	72
4.2.4.	Ajuste de los valores	77
5.	VALIDACIÓN DEL MODELO	79
5.1.	Resultados experimentales para la validación del modelo numérico	80
5.1.1.	Energía cinética intermedia	80
5.1.1.1.	Protecciones y proyectiles empleados	81

5.1.2.	Energía cinética baja	82
5.1.2.1.	Protecciones y proyectiles empleados	82
5.1.2.2.	Dispositivos experimentales	84
5.2.	Simulación numérica y validación del modelo	87
5.2.1.	Energía cinética intermedia	87
5.2.2.	Energía cinética baja	94
6.	DISEÑO, ENTRENAMIENTO Y VERIFICACIÓN DE LAS REDES NEURONALES ARTIFICIALES	99
6.1.	Variables que definen el problema	99
6.1.1.	Obtención de los patrones para el aprendizaje del PMC	101
6.2.	Desarrollo de los PMC	102
6.2.1.	Descripción de la metodología general	102
6.2.2.	PMC para la predicción de la ocurrencia de perforación	105
6.2.2.1.	Determinación de las variables óptimas de entrada de la red	105
6.2.2.2.	Determinación de N y entrenamiento del PMC	106
6.2.2.3.	Verificación y análisis de los resultados	108
6.2.2.4.	Aplicaciones del PMC para la predicción de la ocurrencia de perforación	110
6.2.3.	PMC para la predicción de velocidad y masa residuales	111
6.2.3.1.	Determinación de las variables óptimas de entrada de la red	111
6.2.3.2.	Determinación de N y entrenamiento del PMC	112
6.2.3.3.	Verificación y análisis de los resultados	115

6.2.3.4. Aplicaciones del PMC para la predicción de velocidad y masa residuales	118
7. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	119
7.1. Conclusiones	119
7.2. Trabajos futuros	120
Bibliografía	133
Anexo 1: Casos de impacto empleados en el entrenamiento y verificación de los PMC	133

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1. Motivación

Desde que las protecciones ligeras cerámica-metal aparecieron en el campo de la protección balística a finales de los años 60, han sido objeto de múltiples estudios que han buscado la caracterización y modelización de su comportamiento frente a impacto. El interés por este tipo de protecciones se extiende a dispositivos presentes en diversos campos de la Ingeniería, tales como el recinto interior de una separadora centrífuga, el revestimiento de un vehículo aeroespacial o la carcasa interior de una turbina de aviación que, durante su vida en servicio, pueden sufrir el impacto de un sólido.

Estos sistemas (figura 1.1) están compuestos por una loseta de material cerámico, de elevada dureza y resistencia a compresión, destinada a erosionar el sólido, adherida mediante un adhesivo a una placa metálica posterior, de mayor ductilidad, capaz de absorber la energía cinética del sólido por deformación plástica.

El diseño de las protecciones ligeras cerámica-metal es una actividad compleja que se aborda tradicionalmente desde tres metodologías complementarias: el método empírico, la simulación numérica y la modelización analítica. La primera es la que más fiabilidad ofrece por lo que es imprescindible en las etapas finales del diseño, pero presenta la desventaja de ser válida exclusivamente para el sistema amenaza-protección ensayado; cualquier modificación en el sistema requiere la repetición del ensayo. Es, además, el método que conlleva un mayor coste material y, por tanto, económico ya que para la realización de los ensayos se requieren galerías de tiro, instalaciones costosas de construir y de mantener. Además, en el caso de que el objetivo de las pruebas experimentales sea más amplio que la

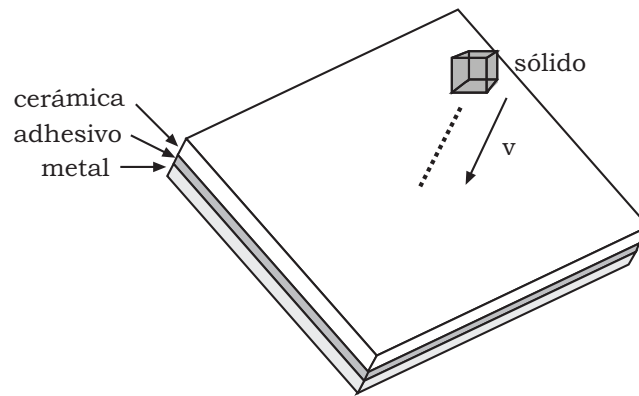


Figura 1.1: Esquema de una protección ligera cerámica-metal

simple determinación del límite balístico y se pretenda hallar datos tales como la velocidad residual del cuerpo impactador o la posición de éste en distintos instantes del proceso de impacto, también será necesario disponer de complejos equipos de instrumentación, tales como los sistemas de fotografía ultrarrápida (óptica o radiográfica) o sistemas de adquisición y sincronización de alta velocidad.

La simulación numérica permite obtener la solución del problema de impacto mediante la resolución de las ecuaciones de la termomecánica de medios continuos. La principal ventaja de su empleo es que las soluciones obtenidas son fiables con un coste menor que el de las técnicas experimentales. En contraposición a esto, los códigos de simulación comerciales no suelen contar con modelos avanzados que recojan adecuadamente el comportamiento frente a impacto de materiales avanzados tales como las cerámicas de altas prestaciones. Además, para los modelos existentes, resulta muy difícil encontrar en la literatura científica los valores de sus parámetros para los diferentes materiales empleados en las protecciones, lo que obliga a recurrir a costosas campañas de caracterización mecánica. Por otra parte, en aquellas ocasiones en las que se requiere rapidez en la obtención de resultados, el elevado tiempo de cálculo requerido para realizar una simulación supone un inconveniente.

Por último, la modelización analítica, bajo la aplicación de fuertes hipótesis simplificativas en los mecanismos físicos que intervienen en el problema, permite resolverlo en tiempos muy reducidos (pocos segundos), lo cual supone, junto con el bajo coste de esta metodología, una gran ventaja frente a los métodos anteriores. Como principal inconveniente, se tiene la menor fiabilidad de los resultados obtenidos frente a los métodos anteriores y cierta limitación en su capacidad predictiva, determinada por el rango de validez de las hipótesis simplificativas.

Durante los últimos años, numerosas ramas de la Ingeniería han comenzado a aplicar metodologías multidisciplinares al complejo y costoso proceso del diseño de sistemas. La Ingeniería Estructural también ha seguido esta tendencia incorporando en su praxis métodos y tecnologías de otras disciplinas como son los métodos biológicos, entre los que destacan las Redes Neuronales Artificiales. En este trabajo se pretende introducir estas técnicas en el diseño de protecciones ligeras frente a impacto, lo que constituye una novedad en la Mecánica del Impacto.

1.2. Objetivos y actividades

El objetivo principal de este trabajo es *el desarrollo de una nueva herramienta de diseño de protecciones ligeras cerámica-metal basada en Redes Neuronales Artificiales (RNA)*. Ésta debe predecir, en tiempo real y con suficiente precisión, el comportamiento de una protección ligera ante una amenaza, representada por un proyectil cilíndrico metálico, para diferentes velocidades de impacto, geometrías y materiales de la protección y de la amenaza. En función de los valores de las anteriores *variables de entrada* (que definen el problema), la herramienta debe procurar con un error suficientemente pequeño, las siguientes *variables de salida*:

- Ocurrencia de detención del cuerpo impactador o de perforación de la protección.
- En caso de perforación, dada la importancia de conocer la energía cinética residual del proyectil, los valores de masa y velocidad de éste tras el impacto.

Para la consecución de este objetivo es necesario disponer de un amplio conjunto de casos de impacto con diferentes velocidades, geometrías y materiales de la protección y del cuerpo impactador, para los que se conozcan las variables que la herramienta debe predecir. Estos casos servirán para el entrenamiento y posterior verificación de la RNA. La obtención de estos datos a partir de una metodología experimental presenta un gran inconveniente: el elevado coste material de los ensayos. Aunque el Laboratorio del Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Universidad Carlos III de Madrid cuenta con los dispositivos experimentales (cañones de gas, cámaras de fotografía ultrarrápida...), los materiales que se han considerado son, en algunos casos, costosos (nitruro de aluminio) cuando no difíciles de conseguir (wolframio). Además es necesario ensayar y fabricar una gran variedad de geometrías de cuerpo impactador

y protección para garantizar el correcto aprendizaje de la RNA, siendo algunos de los materiales elegidos muy complejos de mecanizar o cortar.

Así pues, se ha optado por generar el conjunto de casos mediante simulación por el método de los elementos finitos, utilizando el código comercial ABAQUS/Explicit, apto para este tipo de problemas de mecánica de sólidos con un marcado carácter no-lineal. Dado que este código no presenta modelos de comportamiento específicos para materiales cerámicos sometidos a impacto ha sido necesario formular uno a partir del propuesto por Cortés et al. [1], desarrollar un algoritmo de integración, implementarlo en el código, ajustar sus parámetros para los diferentes materiales cerámicos y validarlo con resultados experimentales. Este conjunto de tareas corresponden a un objetivo, secundario en el trabajo pero fundamental como núcleo conceptual del mismo, que es *la creación de una subrutina de usuario para la implementación del comportamiento frente a impacto de un material cerámico en un código comercial*.

En la figura 1.2 se presenta una secuencia de las actividades realizadas en este trabajo para la consecución de los objetivos.

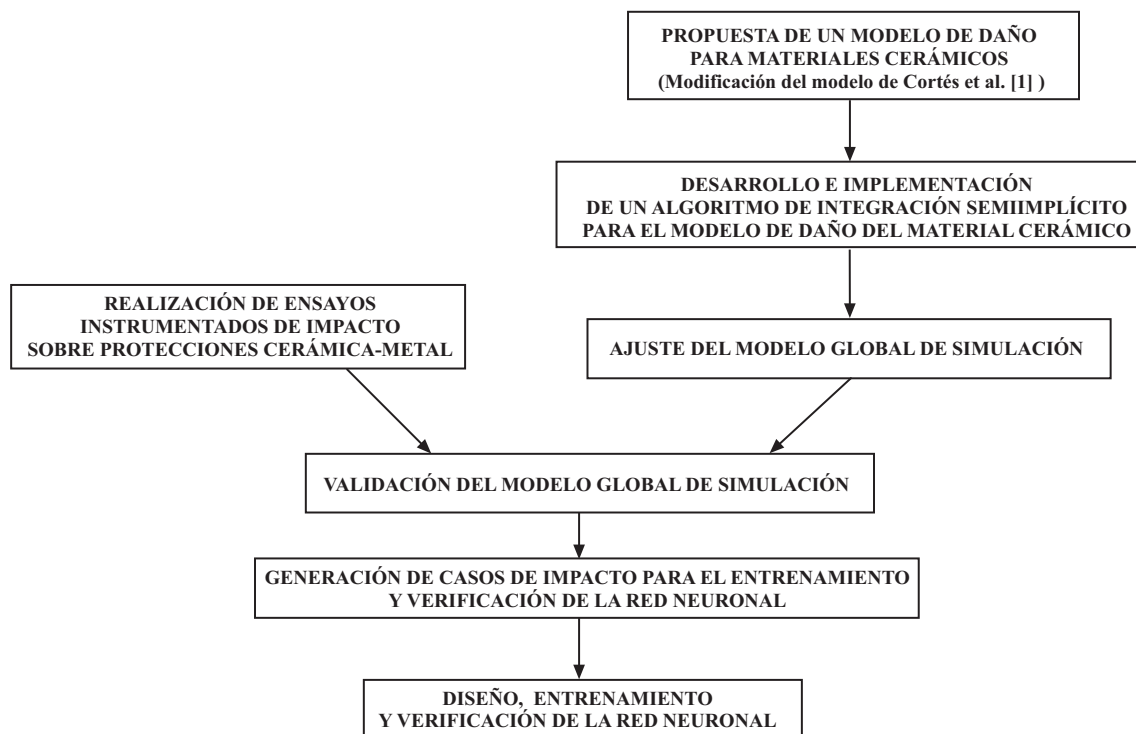


Figura 1.2: Esquema general de las actividades desarrolladas en la Tesis.

1.3. Contenidos

En el capítulo *segundo* se expone el interés de las protecciones ligeras cerámica-metal para la protección de personas o equipos en servicio, desarrollando posteriormente las principales metodologías empleadas en su diseño (experimentación, simulación numérica y modelización analítica). Paralelamente se hace una revisión bibliográfica de los estudios realizados con anterioridad y enmarcados en las diferentes metodologías. Se hace especial hincapié, por su importancia en este trabajo, en la modelización de los materiales cerámicos y en la integración de ecuaciones constitutivas. Por último, tras una introducción a las Redes Neuronales Artificiales, se exponen los principios del funcionamiento del Perceptrón Multicapa y sus aplicaciones, a través de los diferentes trabajos desarrollados hasta la fecha, en el campo de la Mecánica de Sólidos y Estructuras.

En el capítulo *tercero* se desarrollan las ecuaciones constitutivas para un material cerámico sometido a cargas impulsivas, basándose en el modelo de Cortés et al. [1], y se propone un algoritmo de integración para éstas. Posteriormente se implementa el algoritmo en el código comercial de simulación numérica ABAQUS/Explicit a través de una subrutina de usuario.

En el capítulo *cuarto* se indica el procedimiento empleado para la obtención de los valores de los parámetros del modelo desarrollado en el capítulo anterior para diferentes cerámicas de interés balístico. Para ello se emplea la simulación numérica y el ajuste con resultados experimentales obtenidos de la literatura científica.

Una vez se dispone de un modelo convenientemente ajustado, en el capítulo *quinto* se valida éste para todo su rango de funcionamiento. Para ello se emplean resultados experimentales de impacto obtenidos en el Laboratorio de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Universidad Carlos III de Madrid y otros provenientes de la literatura científica.

En el capítulo *sexto* se desarrollan dos Redes Neuronales Artificiales para el diseño de protecciones ligeras cerámica-metal: una para la predicción de la ocurrencia de perforación y otra para la predicción de masa y velocidad residuales. Para ello se crea, mediante simulación numérica, un amplio conjunto de casos de impacto sobre protecciones ligeras que sirve como base para el aprendizaje de las redes. Finalmente se verifican los resultados obtenidos por las redes y su capacidad predictiva como herramientas de diseño de protecciones.

Capítulo 2

ANTECEDENTES

2.1. Protección frente a impacto de alta velocidad mediante protecciones ligeras cerámica-metal

2.1.1. Interés de las protecciones ligeras

La industria del armamento y, en consecuencia, la comunidad científica ligada a ella han mostrado desde sus orígenes gran interés en la protección de sistemas (equipos y personas), frente a amenazas que pudieran ponerlas fuera de servicio. Una de las principales amenazas para la cual se diseñan protecciones es el impacto de proyectiles a media y alta velocidad. La utilidad de estos sistemas depende fundamentalmente de su capacidad para resistir cargas impulsivas. Aunque es en el ámbito militar donde más importancia ha tenido el problema de la protección frente a impacto, también en otros existen sistemas que presentan cierto riesgo de ser dañados por el impacto a alta velocidad de componentes propios del sistema u objetos exteriores a él. El recinto interior de una separadora centrífuga, la carcasa interior de una turbina o el revestimiento de un vehículo aeroespacial son ejemplos de componentes estructurales que deben proporcionar una eficiente protección ante eventuales cargas impulsivas para evitar que el daño causado por el impacto afecte al resto del sistema y lo deje fuera de servicio. Las características del sistema que se pretende proteger influyen decisivamente en el diseño de la protección. Así, para obras de fortificación o edificios, el peso no es un factor determinante en la elección de la protección. En estos casos se recurre con frecuencia al empleo de materiales de bajo coste que permiten compensar con mayores espesores sus limitadas propiedades resistentes. El uso de sacos de arena en trincheras o de muros, paneles y losas de hormigón de gran potencia en refugios

militares, garitas de vigilancia y cubiertas de reactores nucleares constituyen ejemplos de blindajes en los que su elevado peso no resta eficacia a los sistemas que pretenden proteger.

Aún así, ésta no es la situación más frecuente con la que se encuentra el técnico responsable de diseñar la protección. El peso es uno de los factores que más importancia tiene en el diseño de la estructura que deberá resistir los impactos, ya que la mayor parte de los sistemas en los que es necesaria la protección frente a cargas impulsivas -vehículos y aeronaves o equipamiento para personal de los cuerpos de defensa- se caracterizan por ser móviles. En el campo de la aeronáutica es imprescindible reducir al máximo el peso de cada uno de los elementos que componen el sistema y, por lo tanto, en el empleo de protecciones deben considerarse materiales de densidades reducidas [2]. En el caso de los vehículos terrestres la aplicación de protecciones ligeras permite utilizar motores de menor cilindrada sin reducir la velocidad y maniobrabilidad. Si estos vehículos son militares, las ventajas son aún mayores: debido al carácter altamente estratégico de los carburantes en tiempo de guerra, dado su elevado coste y la limitada cantidad de los mismos que puede almacenarse como reserva para tiempos de crisis, es evidente la conveniencia de disminuir el peso de las unidades motorizadas. La reducción del peso de estos vehículos aumenta considerablemente su capacidad de maniobra pudiendo circular fácilmente por carreteras, caminos o puentes en estado deficiente. Otra ventaja adicional es la de posibilitar su aerotransportabilidad [3].

En este contexto surge de manera lógica el desarrollo de las protecciones ligeras, cuya importancia ha ido creciendo en los últimos 40 años acompañada de un considerable incremento en la variedad de materiales utilizados para su fabricación (materiales compuestos de matriz polimérica con carga cerámica [4, 5, 6] o materiales de matriz cerámica con carga metálica [7] son algunos ejemplos) y de los diseños ideados para conseguir una mayor protección, tales como el empleo de confinamientos metálicos para cerámicas o sistemas *add-on* con capacidad para resistir más de un impacto *-multihit systems-* sin ser sustituidos.

2.1.2. Desarrollo histórico de las protecciones ligeras

El concepto de protección ligera comienza a emplearse a finales de la Primera Guerra Mundial cuando, en los años veinte, la utilización de los primeros carros de combate dio origen a la idea de movilidad asociada a la protección. La disminución de su vulnera-

bilidad y, por tanto, su éxito en combate dependía de su maniobrabilidad y su protección frente al fuego enemigo [8]. Inicialmente se utilizaba el denominado *Rolled Homogeneous Armour* (RHA), que consistía en una plancha de acero laminado de dureza comprendida entre 35 y 40 Rockwell C. Para detener el impacto de los proyectiles disparados por los fusiles, arma básica empleada en la Gran Guerra, debían tener espesores considerables y constituían una sobrecarga excesivamente alta para el vehículo. Las primeras mejoras se consiguieron gracias al empleo de aceros endurecidos -50 a 60 Rockwell C-. La relación entre la densidad areal de la protección RHA y la protección constituida por acero de alta dureza, que presentaban el mismo comportamiento frente a una amenaza dada, alcanzaba valores de 1.15. El ahorro en peso hizo muy popular este tipo de sistemas. El mayor problema que planteaban las planchas de este material era su fragilidad; la rotura de las mismas era frecuente incluso durante las operaciones logísticas previas al combate y su uso se fue reduciendo durante la década siguiente.

Un cambio cualitativo en la concepción de la protección dio lugar al siguiente avance. Hasta entonces ésta había consistido en una única plancha monolítica de cierto metal y de un espesor determinado, siendo la dureza y la resistencia las propiedades del material que determinaban su elección ya que eran las necesarias para deteriorar la punta de los proyectiles y conseguir su detención. Sin embargo, la fragilidad de estos aceros impedía que la energía cinética del proyectil se disipara convenientemente a través de mecanismos de deformación plástica ya que la fractura frágil y la fisuración del metal de la protección no permitían absorber suficiente energía. Así surgió la idea de unir dos materiales, uno de elevada dureza situado en la cara exterior de la protección, cuya misión era erosionar la punta del proyectil y otro de mayor ductilidad situado detrás del primero, capaz de disipar la energía cinética del proyectil por deformación plástica.

Los primeros resultados de esta idea se obtuvieron con la creación de las denominadas *protecciones de dureza dual*, consistentes en planchas formadas por dos placas de aceros diferentes laminados conjuntamente. A la placa del metal de mayor dureza se le aplicaba un tratamiento de carburización con el que se conseguía una cercana a 60 Rockwell C. Con este sistema se conseguían ahorros de hasta el 44 % en peso respecto a las protecciones RHA. Sin embargo, dadas las dificultades de su fabricación, estas protecciones no alcanzaron gran difusión.

La introducción del aluminio en el conjunto de los materiales de protección balística dio lugar a una mejora considerable en el diseño de blindajes compuestos por varios materiales. El aluminio se había mostrado como un material apropiado para absorber

los impactos de metralla dada su ductilidad y para la construcción de vehículos, dada su ligereza. El problema era su vulnerabilidad frente al impacto de proyectiles de núcleo duro -acero o wolframio- lo que condujo a proteger la parte exterior de la protección mediante láminas de acero de alta dureza. El ahorro en peso conseguido frente al RHA se situó en torno al 17%, superior al conseguido con planchas de acero 60 Rockwell C. La práctica de añadir planchas de acero de alta dureza a una protección principal de aluminio comenzó a mediados de los 60 en los Estados Unidos y se extendió al resto de los países, constituyendo en la actualidad uno de los sistemas de protección balística más efectivos [2].

Aún presentando evidentes ventajas la utilización de protecciones duales acero-aluminio en la reducción de peso, el auténtico salto cuantitativo -correspondiente al cambio de comportamiento que experimenta la curva de coste de la figura 2.2- se ha obtenido a partir de la introducción de los materiales cerámicos en la protección balística. Siguiendo la idea de las protecciones de dureza dual antes mencionadas, a finales de los años 60 comenzó a sustituirse la placa exterior de acero por una loseta de un material cerámico, de elevada resistencia a compresión, adherida mediante un adhesivo a la placa metálica posterior (figura 2.1). En esta línea, los primeros estudios se realizaron con paneles mixtos alúmina-aluminio que dieron lugar a reducciones del 60% en peso respecto del RHA [9]. Junto a la utilización del aluminio como material de respaldo de la loseta cerámica, se ha generalizado también el empleo de otros metales -acero, titanio- y de laminados de matriz polimérica y refuerzo de fibras orgánicas -aramida, polietileno- o de vidrio. La alta resistencia a tracción de las fibras estructurales y su baja densidad las hacen idóneas para estas aplicaciones.

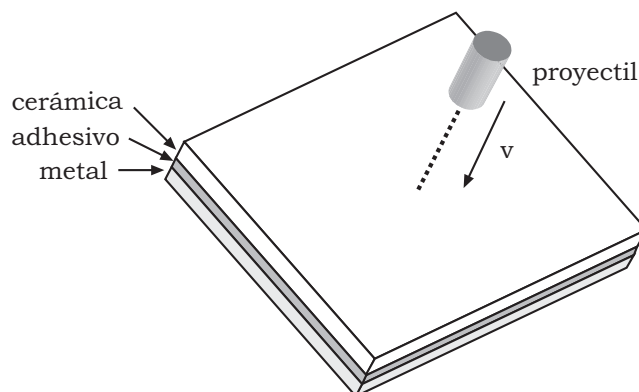


Figura 2.1: Esquema de una protección ligera cerámica-metal.

El reciente abaratamiento en los procesos de fabricación de la cerámicas ha amplia-

do el interés hacia otros materiales de esta familia distintos de la alúmina, tales como el nitruro de aluminio, el carburo de boro, el carburo de silicio o el diboruro de titanio. Con estas cerámicas se consiguen ahorros de hasta el 67% en peso respecto del RHA, sin embargo, su mayor precio sigue en muchos casos compensando el empleo de la alúmina como material de protección balística salvo en sistemas, como las protecciones personales, en los que los criterios de diseño son especialmente restrictivos en el peso [10]. Por el mismo motivo los laminados de fibras se utilizan como respaldo de la placa cerámica en aplicaciones en las que el peso es un factor crítico: chalecos antibala, helicópteros [11], cabinas de aviones militares [12] y más recientemente en vehículos como protecciones adicionales. El metal utilizado como placa posterior presenta las ventajas de ser más económico que los laminados de fibras y de realizar una doble función protectora-estructural [13], con lo que el incremento de peso debido a su mayor densidad se compensa muchas veces diseñando el sistema de forma que la chapa metálica de la protección sirva además como estructura [14]. En la figura 2.2 se presentan las densidades areales y los costes relativos al acero RHA de protecciones necesarias para detener un proyectil 7.62 AP utilizando distintos materiales.

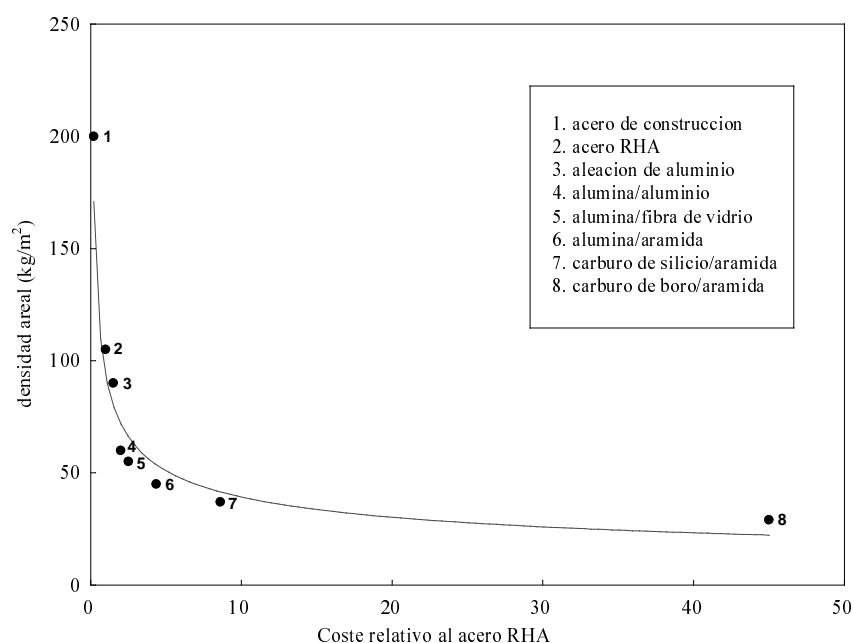


Figura 2.2: Densidad areal del panel necesario para detener un proyectil 7.62 AP a 850 m/s frente a coste relativo al acero RHA [12].

El uso de protecciones formadas por una loseta de material cerámico respaldada por una placa de metal está actualmente en auge en el campo de la protección balística. Los vehículos de combate ligeros y los carros de combate modernos cuentan con placas *add-on*

cerámica-metal para protegerse de los proyectiles. La protección de vehículos civiles es otro campo en el que las protecciones cerámica-metal comienzan a tener cada vez mayor presencia. La seguridad de vehículos o estaciones espaciales ante posibles impactos de micrometeoritos o chatarra espacial puede también ser resuelta en un futuro mediante protecciones cerámica-metal [15].

Las protecciones ligeras cerámica-metal tienen aplicación en todos aquellos casos en los que se cumplan las siguientes condiciones:

- Se requiere una protección eficaz contra impacto de proyectiles de núcleo duro a velocidades de entre 500 y 1500 m/s [16].
- El peso de la protección es un factor de diseño muy restrictivo.

En los últimos cinco años, dado el gran desarrollo que han experimentado los materiales compuestos, han surgido algunas soluciones alternativas a la utilización de las cerámicas monolíticas para la fabricación de protecciones ligeras. Así Jovicic et al. [6] y Arias et al. [4, 5] han desarrollado nuevos materiales compuestos de matriz polimérica con carga cerámica que representan una alternativa de bajo coste cuando los requerimientos de ligereza no son extremos. En otra línea, Louvigné et al. [7] han desarrollado y comercializado una protección de bajo coste basada en cerámicas porosas sinterizadas infiltradas con aluminio consiguiendo aunar tenacidad y dureza en un solo material compuesto. En cualquier caso, estos materiales se encuentran en fase de desarrollo y de momento sus propiedades mecánicas no alcanzan a las de las cerámicas monolíticas.

2.2. Metodologías clásicas de diseño de protecciones ligeras frente a impacto de alta velocidad

La protección forma parte de la estructura del sistema en cuanto que su función última es la de resistir las cargas a las que se verá sometida durante su vida en servicio. Sin embargo, las cargas de origen balístico presentan unas características especiales que obligan a plantear el diseño de la protección de forma radicalmente diferente a como suele ser habitual en las estructuras convencionales. En primer lugar, las cargas balísticas suelen provocar deformaciones no solamente en el blanco sino también en el proyectil. Así, mientras en estructuras diseñadas fundamentalmente para soportar cargas estáticas

se considera que su respuesta no altera el valor de la carga, el estudio del impacto sobre una protección obliga a contemplar conjuntamente proyectil y blanco ya que las tensiones generadas en su interfase son suficientemente elevadas para producir cambios en la geometría y velocidad del primero. Por otra parte la elevada energía que el proyectil aplica sobre el blanco se concentra sobre un área muy reducida y es inevitable admitir en la protección un daño irreversible tras la aplicación de la carga, mientras que los criterios de diseño considerados en las estructuras convencionales pretenden evitar la aparición de deformaciones permanentes o la rotura del material en cualquier punto del sistema.

En general la protección balística se diseña para detener el proyectil cuando recibe el impacto de éste. Puesto que se considera el problema desde el punto de vista de la protección, la tarea fundamental del diseño consiste en determinar el espesor mínimo de la misma necesario para detener el proyectil. En este sentido, se define la *penetración* como el proceso de entrada del proyectil en la protección, que puede devenir en *perforación* cuando el proyectil atraviesa la protección saliendo de ésta con cierta velocidad residual o *detención* en caso contrario.

Como se ha comentado anteriormente, el diseño de protecciones ligeras se aborda tradicionalmente mediante la experimentación o método empírico, la simulación numérica y la modelización analítica. En los siguientes capítulos se describen los aspectos esenciales de estas tres metodologías.

2.2.1. Ensayos experimentales

En el diseño de protecciones cerámica-metal frente a impacto, el método empírico sigue siendo una herramienta fundamental y rara vez se prescinde de ella para verificar que se ha alcanzado el nivel de protección deseado. Cabe distinguir entre dos tipos de ensayos. Por una parte están aquellos con los que se persigue analizar el comportamiento de la protección en su conjunto. Por otra parte están aquellos con los que se pretende analizar el comportamiento del material de protección con independencia de otros factores.

2.2.1.1. Ensayos sobre protección completa

Para una protección ligera cerámica-metal formada por unos materiales determinados y con una geometría determinada, se define el *límite balístico* v como la velocidad por debajo de la cual no se produce la perforación de la misma. Sin embargo, en los ensayos

de impacto sobre protecciones se encuentra una gran dispersión en los resultados obtenidos por lo que habitualmente se recurre a un método probabilístico para la obtención del límite balístico. Este método consiste en la realización, para cada sistema proyectil/protección, de una serie de ensayos que permitan la obtención de una curva de probabilidad de perforación frente a la velocidad de impacto (figura 2.3). De esta forma el límite balístico v_p se redefine como la velocidad para la cual se produce la perforación de la protección con una probabilidad p . Esto da una idea del coste económico de este método ya que se requiere realizar una batería de ensayos que permitan un barrido de velocidades, realizando varios disparos para cada velocidad de impacto. En la práctica se tiende a limitar el número de ensayos sin comprometer la fiabilidad en la obtención de la velocidad crítica.

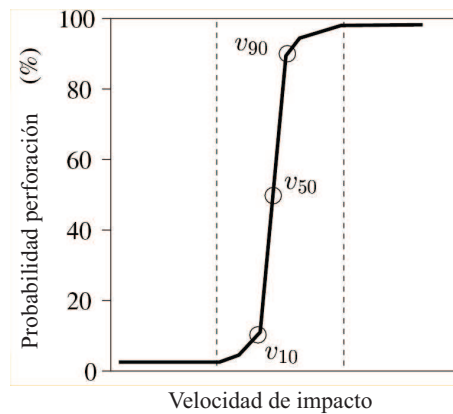


Figura 2.3: Curva de probabilidad de perforación frente a la velocidad de impacto para un sistema proyectil-protección determinado.

2.2.1.2. Ensayos para la determinación de la eficiencia frente a impacto de un material

El ensayo para la determinación de límite balístico no permite el análisis del comportamiento frente a impacto del material cerámico ya que su respuesta también viene determinada por la geometría de la loseta cerámica y por las características de la placa metálica posterior.

El experimento ideal para estudiar la respuesta del material cerámico con independencia de la geometría y de la placa posterior de la protección, sería realizar un impacto sobre un bloque cerámico suficientemente grueso como para poder considerarlo semi-infinito y medir la penetración en él, empleando éste valor como índice de la eficiencia del material. Por motivos económicos y técnicos esto resulta inviable por lo que se dispone

una loseta cerámica adherida sobre un bloque metálico suficientemente grueso (figura 2.4, izquierda) realizándose sobre ella un impacto. Para obtener la eficiencia balística de la cerámica se mide la penetración en el bloque metálico. La fuerte dependencia de la resistencia de un material cerámico con la presión hidrostática hace que el confinamiento de éste influya en el valor de la penetración [17] por lo que resulta de interés realizar el ensayo en condiciones de confinamiento (figura 2.4, derecha).

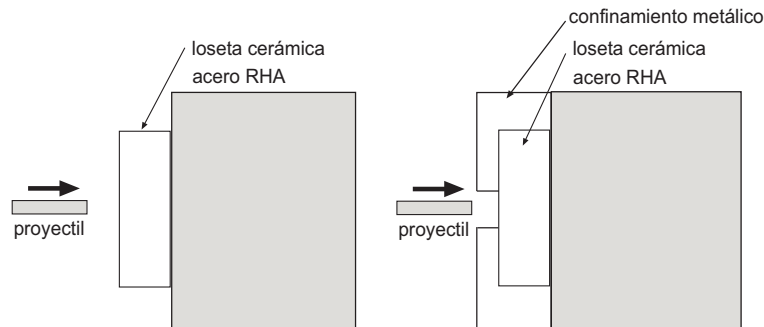


Figura 2.4: Test DOP sin confinamiento (izquierda) y con confinamiento radial y axial (derecha).

De este ensayo se obtienen dos factores que caracterizan al material cerámico (con confinamiento o sin él). Así, se define el Factor de Eficiencia de Masa (FEM) como

$$FEM = \frac{\rho_m p}{\rho_c h_c + \rho_m p} \quad (2.1)$$

y el factor de Eficiencia Diferencial (FED), propuesto por Yaziv et al. [18]

$$FED = \frac{\rho_m (p - p_r)}{\rho_c h_c} \quad (2.2)$$

Donde ρ_c y ρ_m son las densidades de la cerámica y el metal y p , p_r y h_c son la penetración en el bloque metálico sin loseta cerámica, la penetración residual en el bloque metálico tras perforar la loseta cerámica y el espesor de la loseta respectivamente (figura 2.5). Este ensayo, denominado de Profundidad de Penetración (Depth of Penetration, DOP) fue propuesto inicialmente por Bless en 1987 [19] y ha alcanzado una gran difusión ya que permite evaluar la eficiencia del material cerámico pudiéndose comparar unos materiales con otros.

Ambos factores deben ser independientes de la velocidad de impacto, el proyectil

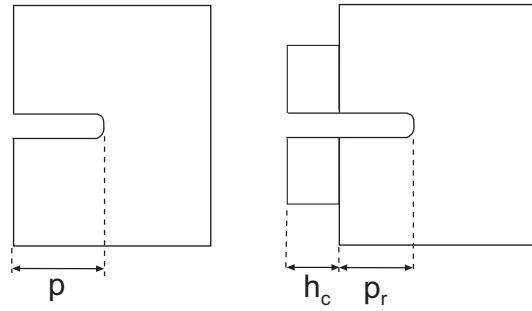


Figura 2.5: Test DOP: penetración en el bloque metálico "semiinfinito" (izquierda) y penetración con loseta cerámica (derecha).

empleado y el espesor de la loseta cerámica. En lo que respecta a este último, Hohler et al. [20] han observado una relación lineal inversa entre la penetración residual p_r y el espesor de la loseta cerámica h_c para las cerámicas más habituales empleadas en protecciones frente a impacto de alta velocidad (figura 2.6). Para la calibración del modelo numérico de material cerámico desarrollado en esta Tesis Doctoral se emplearán los datos experimentales provenientes de ensayos DOP con confinamiento radial y axial realizados por Hohler et al. [20].

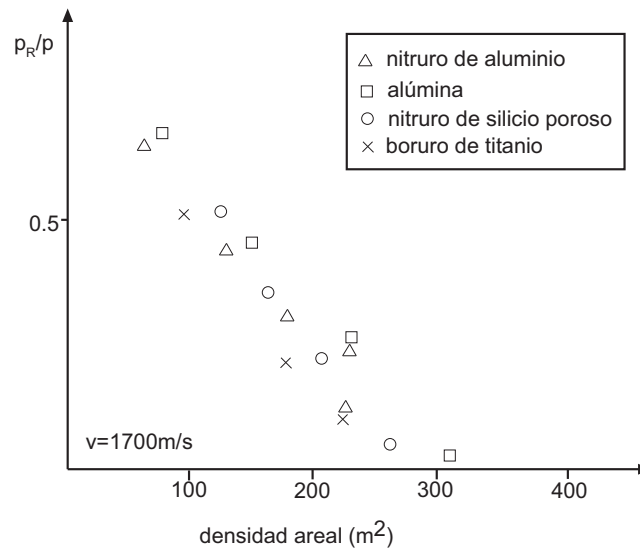


Figura 2.6: Ensayo *DOP* con confinamiento: Penetración residual normalizada vs. densidad areal de la cerámica [20].

2.2.1.3. Instrumentación mediante radiografía ultrarrápida

Los ensayos de límite balístico, así como los de profundidad de penetración, no aportan información sobre el proceso de penetración del proyectil en el material cerámico.

Para ello se recurre a la radiografía ultrarrápida (figura 2.7). El primero en emplear esta técnica fue Wilkins [21] a finales de los años setenta obteniendo información acerca de la fragmentación de la cerámica y la posición del proyectil en diferentes instantes de tiempo. El inconveniente que presentaba este método era que las dimensiones de la cerámica en el plano de la protección debían ser pequeñas para reducir la absorción de la radiación, evitando las zonas de penumbra en el negativo y permitiendo visualizar la cabeza del proyectil. Esto limitaba la capacidad del ensayo para obtener información del proceso de penetración del proyectil en la cerámica a configuraciones sin confinamiento radial.

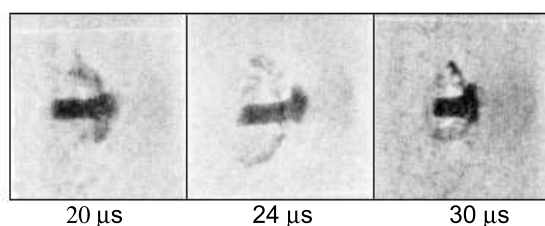


Figura 2.7: Secuencia de 3 radiografías a 26° para un impacto a una velocidad $v = 1091$ m/s de un proyectil cilíndrico de acero sobre una protección alúmina-aluminio [22].

El método fue mejorado por den Reijer [22] empleando una configuración con dos emisores de rayos X (figura 2.8) lo que permitía la obtención de la longitud del proyectil durante el proceso de penetración. Mediante este dispositivo, den Reijer estudió cuatro configuraciones de protección diferentes formadas por una loseta de alúmina del 95 % de pureza de 8.1 mm de espesor, respaldada por placas de aluminio 6061-T6 de diferentes espesores (2x3, 4, 6 y 8 mm). Empleó proyectiles cilíndricos y proyectiles 7.62 mm OTAN. Para cada protección realizó 2 series de impactos, una por encima del límite balístico y otra por debajo. De cada serie -7 disparos- se obtuvieron imágenes en distintos instantes de tiempo que le permitieron obtener información precisa sobre el proceso de penetración. Algunos de los resultados obtenidos por den Reijer serán empleados para validar el modelo numérico de material cerámico propuesto en esta Tesis Doctoral.

2.2.2. Modelización

2.2.2.1. Simulación numérica

El gran desarrollo experimentado por la Informática en los últimos años ha fomentado la aparición de gran cantidad de códigos de simulación en los que se implementan distintos

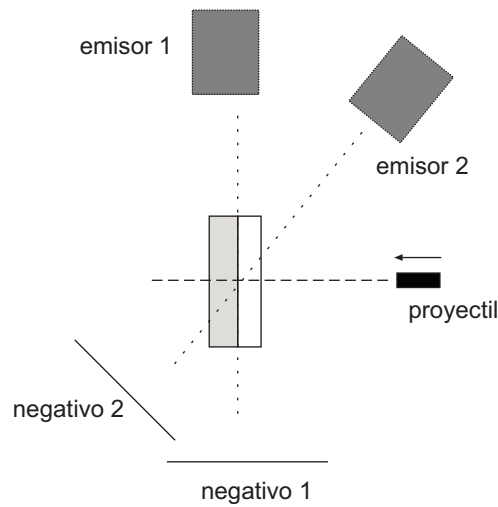


Figura 2.8: Dispositivo experimental con 2 emisores para radiografía ultrarrápida de impacto sobre protecciones ligeras [22].

métodos numéricos. En la simulación numérica de problemas de impacto de alta velocidad (figura 2.9), marcados por una elevada no linealidad tanto del material (inelasticidad) como geométrica (grandes deformaciones y contactos) y una breve duración (en torno a $100 \mu s$) se emplean habitualmente tres métodos numéricos: Los Elementos Finitos, ya sea a través de mallas eulerianas o lagrangianas, implementados en códigos como WARP-3D, ABAQUS Explicit [23] o LS-Dyna [24], las Diferencias Finitas, implementadas en códigos como AUTODYN [25] o el más reciente Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) implementado en códigos como el citado LS-Dyna o el código PAM-CRASH [26].

En el campo del impacto de alta velocidad e hipervelocidad, diversos autores han estudiado el comportamiento de cerámicas y de protecciones mixtas cerámica-metal mediante los métodos mencionados. Uno de los primeros trabajos que se encuentran en la literatura es el de Wilkins [27], en 1964, en el que se analiza la formación del tronco de cono de fragmentación en losetas de alúmina mediante simulaciones tridimensionales de impacto. Además cabe destacar las simulaciones bidimensionales de Rosenberg para estudiar el proceso de penetración del proyectil en losetas cerámicas [16] y el trabajo de Cortés et al. [1] para el estudio del comportamiento frente a impacto de protecciones alúmina-aluminio y el análisis de la fragmentación de la alúmina. También hay que citar las simulaciones de Lee [28, 29] mediante SPH. En su primer trabajo, se analiza el proceso de fisuración y fragmentación así como la formación del cono cerámico y los mecanismos de fallo del metal situado en la parte posterior de la protección. El segundo trabajo se centra en la influencia de la oblicuidad de la trayectoria del proyectil en el comportamiento de la

protección. También Lundberg et al. [30] emplean la simulación numérica para estudiar el efecto de escala en la penetración de proyectiles en protecciones cerámica-metal.

En esta Tesis Doctoral se ha empleado la simulación numérica, una vez validado y calibrado convenientemente el modelo de impacto y de material cerámico, para la obtención de una nueva herramienta de diseño de protecciones frente a impacto de alta velocidad basada en Redes Neuronales.

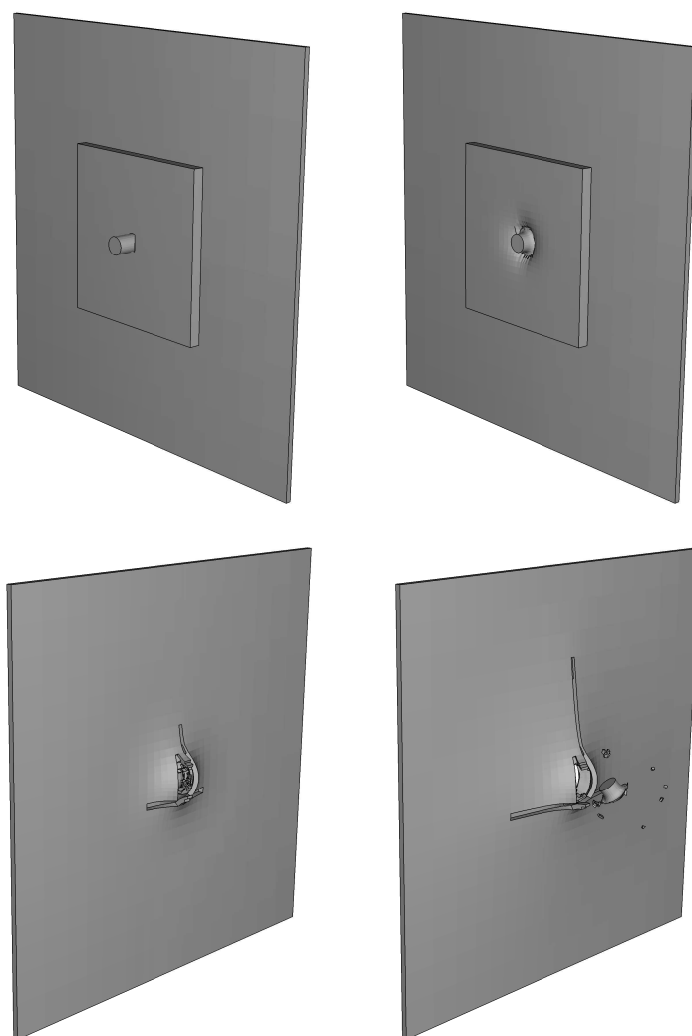


Figura 2.9: Simulación por elementos finitos en ABAQUS/Explicit. Secuencia de impacto de proyectil tipo fragmento sobre protección alúmina-aluminio, $v = 678$ m/s.

Para las simulaciones numéricas se ha empleado el código comercial ABAQUS/ Explicit v6.43 [23]. En el contexto de la simulación numérica de los problemas de impacto de alta velocidad cabe distinguir entre los aspectos relacionados con la discretización espacial y temporal, los contactos y la modelización de los materiales que intervienen en el problema. Dada la especial importancia que toma este último aspecto en la presente Tesis Doctoral, su estado del arte será tratado por separado en §2.3.

2.2.2.2. Modelización analítica

Asumiendo una serie de simplificaciones en las hipótesis formuladas al definir el problema, los modelos analíticos permiten resolver éste con un coste computacional y económico considerablemente inferior al correspondiente a los métodos descritos brevemente en §2.2.1 y §2.2.2.1 y con una fiabilidad adecuada para las primeras fases del diseño de protecciones. Aunque este tipo de modelos queda fuera del alcance de esta Tesis, se ha considerado pertinente incluir una breve referencia a ellos dado el interés que presentan los propuestos hasta la fecha.

Para desarrollar estas metodologías analíticas es necesario profundizar en la comprensión del fenómeno físico. A diferencia de las ecuaciones constitutivas desarrolladas para la simulación numérica que se verán en §2.3, la descripción del comportamiento de los materiales en estos modelos suele expresarse mediante ecuaciones sencillas que emplean parámetros de fácil determinación experimental tales como el módulo elástico, la resistencia a tracción-compresión o la deformación a rotura. Del análisis del comportamiento global del sistema deben provenir las hipótesis simplificativas adoptadas, por lo que en los modelos analíticos se aplican leyes de conservación (momento o energía) sobre dominios finitos.

La aproximación que se obtiene con este tipo de modelos depende en gran medida de su complejidad. La introducción de un mayor número de variables permite reproducir con mayor exactitud los fenómenos físicos que tienen lugar durante el impacto aunque se complica la resolución de las ecuaciones diferenciales y aumenta el tiempo de ejecución. Por esto, es necesario llegar a un compromiso entre capacidad de predicción y sencillez de ejecución. En este sentido, es frecuente considerar las siguientes hipótesis [31]:

- Influencia localizada: se asume que sólo una pequeña región de la protección de dimensiones del orden del diámetro del proyectil se ve afectada por el impacto. El

resto de ésta no sufre los efectos.

- Se desprecian rozamientos, incremento térmico por deformación plástica e influencia de la temperatura en el comportamiento del material.
- Los materiales se consideran rígidos hasta su plastificación o rotura.

En el trabajo de Zaera [2] se puede encontrar un detallado análisis de los modelos analíticos más extendidos como el de Florence [32], Woodward [33], den Reijer [22] o Zaera et al. [34].

2.3. Modelización de los materiales

La ecuación constitutiva es una formulación físico-matemática que describe el comportamiento termomecánico de un material bajo diferentes condiciones de carga. A tal efecto, permite obtener la tensión en función de la deformación ϵ , la velocidad de deformación $\dot{\epsilon}$, la temperatura θ , el daño D u otras variables internas:

$$\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon}, \theta, D, \dots) \quad (2.3)$$

El grado de complejidad necesario para formular la ecuación dependerá del tipo de material que se esté modelizando, las hipótesis simplificativas que se apliquen y las condiciones de carga a las que se someta el material. Así, para pequeñas cargas estáticas en materiales metálicos a temperatura ambiente bastará con una ecuación constitutiva elástica o elastoplástica con endurecimiento por deformación para describir correctamente el comportamiento del material. Sin embargo, bajo fuertes cargas termomecánicas y en régimen dinámico habrá que recurrir a modelos más complejos. Las ecuaciones constitutivas se pueden clasificar en dos grandes grupos según la manera en la que estas se hayan obtenido:

- **Ecuaciones constitutivas fenomenológicas:** surgen del ajuste de datos obtenidos experimentalmente mediante ecuaciones, como se puede observar en la figura 2.10. La ecuación constitutiva será adecuada si permite unificar todos los datos experimentales en una sola curva. Estos modelos son de amplia difusión ya que los parámetros de ajuste son relativamente fáciles de obtener y no requieren de un conocimiento exhaustivo del comportamiento microestructural del material al ser sometido a acciones mecánicas.

- **Ecuaciones constitutivas basadas en modelos físicos:** la microestructura de los materiales influye en su comportamiento. La nucleación y coalescencia de cavidades en materiales dúctiles o la evolución de fisuras en materiales frágiles a partir de defectos iniciales en el material son ejemplos de esta influencia. Por tanto, los parámetros que aparecen en estas ecuaciones tienen relación con el comportamiento físico del material a nivel de la microestructura. Estos modelos están actualmente en pleno desarrollo y obtienen resultados más precisos que los modelos empíricos [35] pero muchas veces resulta difícil encontrar los valores de sus parámetros o estos no existen en la literatura.

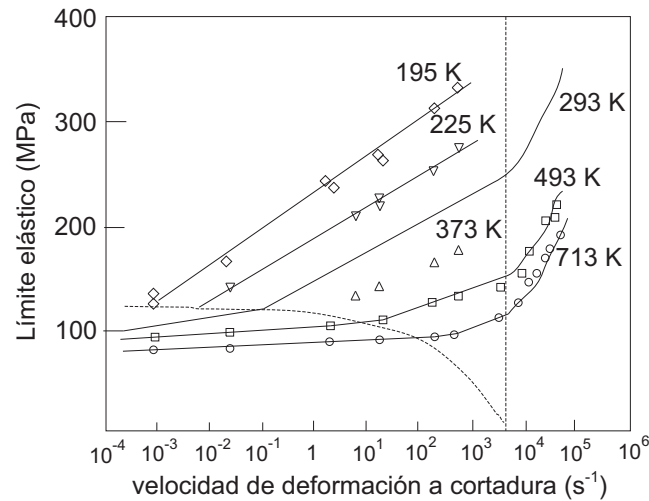


Figura 2.10: Límite elástico de un acero templado en función de la velocidad de deformación y de la temperatura. Valores experimentales y funciones de ajuste [35].

En esta sección se presentan algunas de las ecuaciones constitutivas más extendidas para la modelización de materiales cerámicos y metálicos (los empleados en el problema que se aborda en este trabajo) sometidos a grandes deformaciones, grandes velocidades de deformación y elevadas temperaturas.

2.3.1. Ecuaciones constitutivas para materiales metálicos

Los materiales metálicos han sido los que más atención han recibido en las décadas anteriores, por lo que existen numerosos modelos para ellos tanto fenomenológicos como de origen físico. Presentan generalmente una marcada sensibilidad a la velocidad de deformación y cuando ésta alcanza valores elevados, el material puede sufrir un calentamiento

adiabático por deformación plástica que, a efectos resistentes, se traduce en un ablandamiento. Es por tanto, necesario emplear una ley de endurecimiento dependiente de la deformación plástica equivalente $\bar{\varepsilon}^p$, de la velocidad de deformación plástica equivalente $\dot{\bar{\varepsilon}}^p$ y de la temperatura θ .

El modelo de **Johnson-Cook** [36] es probablemente el modelo termoviscoplastico más extendido en la actualidad entre los códigos de simulación numérica, bien por elementos finitos, diferencias finitas o SPH. Se emplea con éxito en problemas en los que el material está sometido a altas velocidades de deformación: impacto balístico, mecanizado, *crashworthiness*, conformado rápido...

Es una ecuación constitutiva fenomenológica con endurecimiento isótropo. La ley viene dada por la expresión

$$\sigma_Y = (A + B (\bar{\varepsilon}^p)^n) \left(1 + C \text{Log} \left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\dot{\bar{\varepsilon}}_0} \right) \right) (1 - \Theta^m) \quad (2.4)$$

donde Θ es la temperatura homóloga

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_m - \theta_0} \quad (2.5)$$

siendo θ_0 la temperatura de referencia y θ_m la de fusión. En cuanto al factor que introduce la influencia de la velocidad de deformación, hay que considerar que para $\dot{\bar{\varepsilon}}^p < \dot{\bar{\varepsilon}}_0$ el modelo obvia la sensibilidad a este parámetro. Así, la ecuación de Johnson-Cook debería definirse de forma más apropiada como

$$\sigma_Y = (A + B (\bar{\varepsilon}^p)^n) \left(1 + C \text{Log} \left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\dot{\bar{\varepsilon}}_0} \right) \right) (1 - \Theta^m) \quad (2.6)$$

para $\dot{\bar{\varepsilon}}^p \geq \dot{\bar{\varepsilon}}_0$ y

$$\sigma_Y = (A + B (\bar{\varepsilon}^p)^n) (1 - \Theta^m) \quad (2.7)$$

para $\dot{\bar{\varepsilon}}^p < \dot{\bar{\varepsilon}}_0$.

La ecuación se encuentra implementada en algunos de los códigos comerciales de simulación (ABAQUS/Explicit [23], AUTODYN [25] o LS-Dyna [24]). A ello ha contribuido que los valores de los parámetros del modelo están disponibles en la bibliografía científica para las aleaciones metálicas comunmente utilizadas.

En el contexto de los modelos físicos destaca el de **Zerilli-Armstrong** [37]. Desde una aproximación microestructural, la ley de endurecimiento se basa en el movimiento de dislocaciones por activación térmica. Dada la mayor sensibilidad a la velocidad de deformación y a la temperatura de los metales BCC respecto de los FCC observada por numerosos autores, el modelo distingue entre ambos sistemas cristalográficos

$$FCC : \sigma_Y = \sigma_G + C_2(\bar{\varepsilon}^p)^{1/2} \exp(-C_3\theta + C_4\theta \ln \dot{\varepsilon}^p) + kd^{-1/2} \quad (2.8)$$

$$BCC : \sigma_Y = \sigma_G + C_1 \exp(-C_3\theta + C_4\theta \ln \dot{\varepsilon}^p) + C_5(\bar{\varepsilon}^p)^n + kd^{-1/2} \quad (2.9)$$

Los parámetros del modelo $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, \sigma_G, k$ y d están directamente relacionados con propiedades de la microestructura tales como el tamaño de grano, la densidad de dislocaciones, el vector de Burgers o el área de activación. Este modelo ha tenido bastante difusión aunque los valores de los parámetros aún no han sido obtenidos para muchas aleaciones y pocos códigos de simulación numérica lo implementan.

El reciente modelo de **Rusinek-Klepaczko** [38], de carácter semifenomenológico, también ha alcanzado una importante difusión. Para describir con precisión el comportamiento de los metales a altas temperaturas y velocidades de deformación, la tensión se descompone en suma de dos términos: la tensión interna σ_μ , asociada al endurecimiento por deformación del material, y la tensión efectiva σ^* , asociada a procesos de activación térmica

$$\sigma_Y = \frac{E(\theta)}{E_0} (\sigma_\mu + \sigma^*) \quad (2.10)$$

donde $E(\theta)$ y E_0 son los módulos elásticos a una temperatura θ y a 0 K respectivamente y

$$\sigma_\mu = B(\dot{\varepsilon}^p, T) (\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^p)^{n(\dot{\varepsilon}^p, T)} \quad (2.11)$$

$$\sigma^* = \left\langle \sigma_0^* \left(1 - D_1 \left(\frac{\theta}{\theta_M} \right) \log \frac{\dot{\varepsilon}_{max}}{\dot{\varepsilon}^p} \right)^{1/m} \right\rangle \quad (2.12)$$

siendo los parámetros de endurecimiento, B, n dependientes de la temperatura y de la velocidad de deformación. σ_0^* es la tensión efectiva a 0 K, D_1 una constante del material, $\dot{\varepsilon}_{max}$ el límite superior de velocidad de deformación y $1/m$ un coeficiente que caracteriza la sensibilidad del material a la temperatura y a la velocidad de deformación, que a su vez es dependiente de ambas magnitudes.

Este modelo presenta las siguientes ventajas, respecto de los anteriormente citados: permite recoger la no linealidad (en sentido logarítmico) del endurecimiento del material con la velocidad de deformación; la consideración de la variación del exponente de endurecimiento con la temperatura y la velocidad de deformación plástica permite analizar con precisión los fenómenos de inestabilidad plástica en régimen dinámico [39, 40]; con sólo ocho constantes fundamentales se recoge el comportamiento del material para un amplio rango de velocidades de deformación y temperatura.

2.3.2. Ecuaciones constitutivas para materiales cerámicos

El comportamiento de los materiales cerámicos en condiciones dinámicas ha sido objeto de un menor número de estudios, por lo que existen escasos modelos en la literatura científica que lo recojan en condiciones de elevada presión y elevada velocidad de deformación. Desde el ámbito de la Geotecnia y la Mecánica de Suelos se han propuesto modelos que recogen la variación de la resistencia del material con la presión hidrostática. Así el modelo de **Drucker-Prager** [41] propone una relación lineal entre presión hidrostática y resistencia del material según la expresión:

$$\sigma_Y = \sigma_{0Y} + 3\alpha p \quad (2.13)$$

Donde σ_{0Y} es la cohesión del material, 3α el ángulo de fricción y p la presión hidrostática.

También cabe destacar dentro de este ámbito el modelo de **Krieg** [42] que propone una relación no lineal para recoger el efecto de disminución de la relación del endurecimiento con la presión según la expresión:

$$\sigma_Y = (a_0 + a_1 p + a_2 p^2)^{1/2} \quad (2.14)$$

Siendo a_0 , a_1 y a_2 parámetros del material.

Por otra parte la aparición de la *Mecánica del Daño* en los años 70 vino acompañada de la propuesta de modelos (para todo tipo de materiales, no sólo para cerámicas) que recogían el proceso de degradación sufrido por el material durante el proceso de carga, mediante una variable interna, escalar o tensorial, denominada *daño*. Así, en los materiales frágiles sometidos a cargas dinámicas, esta variable suele estar asociada al grado de fragmentación del material como consecuencia de su proceso de fisuración. Entre los modelos para materiales cerámicos merecen ser citados, dada la sólida fundamentación

física en que se apoyan y el estudio detallado del proceso de fisuración y fragmentación que han realizado sus autores, el modelo micromecánico de fragmentación y flujo granular de **Curran et al.** [43] y el modelo de fragmentación dinámica multi-escala de **Denoual-Hild** [44] ambos desarrollados para su aplicación en el campo de la protección frente a impacto.

En esta sección se presta especial interés a dos modelos fenomenológicos de marcada orientación para uso en códigos numéricos, desarrollados también en el campo de la protección frente a impacto; el modelo de **Cortés et al.** [1] y el modelo de **Johnson-Holmquist** [45] ya que el primero será empleado en esta Tesis como base para la propuesta de un modelo de daño para materiales cerámicos y el segundo para determinar los parámetros del modelo propuesto.

Modelo de Cortés et al. [1]. Este modelo fue desarrollado específicamente para la aplicación que aquí se estudia, impacto de alta velocidad sobre protecciones ligeras cerámica-metal. Al inicio se parte de un material monolítico que va fragmentándose, comportándose progresivamente como un material granular. El modelo recoge esta degradación de la cerámica mediante una variable de daño escalar D que varía en el rango $0 - 1$ (intacto-pulverizado). Cabe entender esta variable de daño como una medida del *grado de fragmentación* del material, así como para materiales metálicos dúctiles el daño está asociado comúnmente a la fracción volumétrica de vacíos en su interior.

Considera una relación lineal entre resistencia y presión con cohesión, tipo Drucker-Prager, para el material intacto y una relación lineal friccional, tipo Coulomb, para el material pulverizado, pasando por estados intermedios con diferente grado de fragmentación entre ambas situaciones (figura 2.11). La función de fluencia consta de dos términos que recogen ambos estados ponderados por el daño D mediante una regla directa de mezclas

$$f = \bar{\sigma} - (1 - D)(3\alpha p + \sigma_{0y}) - \mu p D \quad (2.15)$$

La evolución del daño depende linealmente de la tensión hidrostática σ_H ($\sigma_H = -p$) (figura 2.11)

$$\dot{D} = \dot{D}_o \langle \sigma_H - \sigma_{H0} \rangle \quad (2.16)$$

siendo σ_{H0} la tensión umbral, \dot{D}_o un parámetro de crecimiento del daño y $\langle \circ \rangle$ los

corchetes de MacCauley definidos como

$$\langle \circ \rangle = \frac{\circ + |\circ|}{2} \quad (2.17)$$

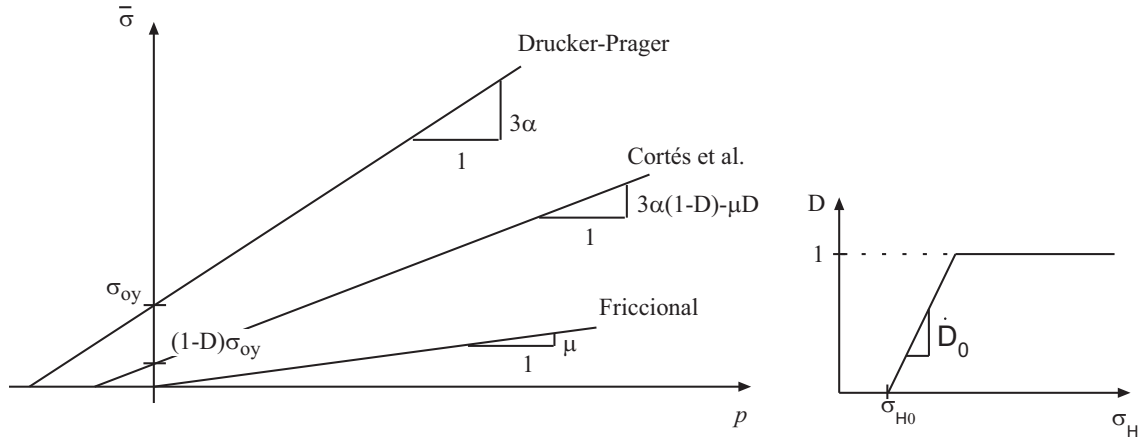


Figura 2.11: Modelo de Cortés et al.: variación de la tensión equivalente con la presión (izquierda) y evolución del daño con la tensión hidrostática (derecha).

Modelo de Johnson-Holmquist *JH2* [45]. Este modelo (figura 2.12), también desarrollado para aplicaciones de protecciones ligeras cerámicas frente a impacto, considera un proceso de fragmentación similar que se recoge a través de la variable de daño D . De forma análoga al modelo de Cortés et al. [1] emplea D como parámetro de mezcla para la obtención de la función de fluencia, que viene dada por

$$f = \sigma^* - (1 - D)\sigma_i^* + D\sigma_f^* \quad (2.18)$$

donde σ_i^* y σ_f^* son las tensiones equivalentes adimensionalizadas para el material intacto y completamente pulverizado, respectivamente, dadas por

$$\sigma_i^* = A(p^* + T^*)^N(1 + C \ln \dot{\varepsilon}) \quad (2.19)$$

$$\sigma_f^* = B(p^*)^M(1 + C \ln \dot{\varepsilon}) \quad (2.20)$$

En las relaciones anteriores, las variables $(\circ)^*$ han sido adimensionalizadas con los valores correspondientes al Límite Elástico Hugoniot (LEH) siendo $\sigma^* = \bar{\sigma}/\bar{\sigma}_{LEH}$ para σ , σ_i^* , σ_f^* , $T^* = T/p_{LEH}$ donde T representa la máxima tensión hidrostática que el material puede experimentar y $p^* = p/p_{LEH}$. A , B , N , M y C son parámetros del material.

Por otra parte, el modelo emplea una ley acumulativa de la evolución del daño dependiente de la deformación plástica equivalente dada por la expresión

$$D = \frac{\sum \Delta \bar{\epsilon}^p}{\bar{\epsilon}_f} \quad (2.21)$$

donde $\bar{\epsilon}_f$ es la deformación plástica umbral de fractura que se obtiene mediante la expresión

$$\bar{\epsilon}_f = D_1(p^* + T^*)^{D_2} \quad (2.22)$$

Siendo D_1 y D_2 parámetros del del modelo.

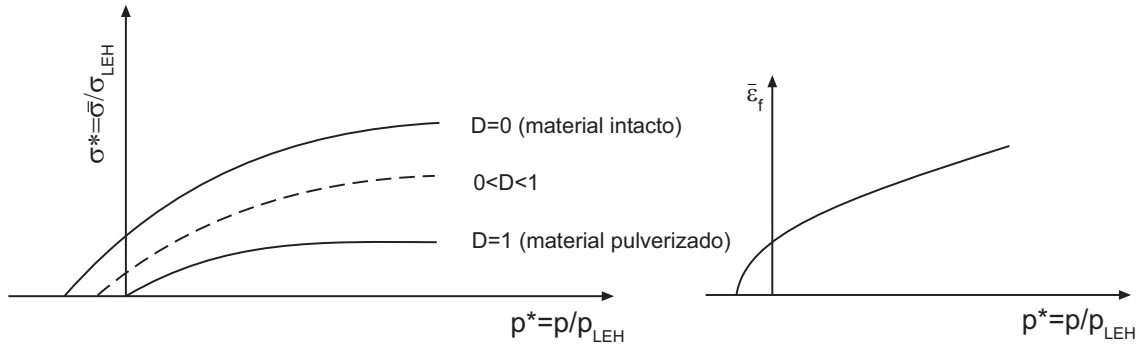


Figura 2.12: Modelo JH2: variación de la tensión equivalente normalizada con la presión normalizada (izquierda) y evolución de la deformación plástica umbral de fractura con la presión normalizada (derecha).

2.4. Integración de las ecuaciones constitutivas

Las ecuaciones constitutivas para materiales que presentan un comportamiento inelástico se expresan en forma diferencial. Para su integración se requieren los denominados *Algoritmos de Integración de las Ecuaciones Constitutivas* o *Algoritmos de Actualización de la Tensión*. El propósito de estos algoritmos es, dados el tensor de tensión σ_n , el tensor de deformación ϵ_n , el tensor de deformación plástica ϵ_n^p y el vector de variables internas \vec{q}_n en el instante n , obtener el valor de estas variables en el instante $n+1$ para un incremento de deformación $\Delta\epsilon$ entre ambos instantes, cumpliendo las condiciones de carga y descarga de Kuhn-Tucker y la condición de consistencia en el instante $n + 1$.

$$\{\sigma_n, \epsilon_n, \epsilon_n^p, \vec{q}_n\}, \Delta\epsilon = \dot{\epsilon}\Delta t \implies \{\sigma_{n+1}, \epsilon_{n+1}, \epsilon_{n+1}^p, \vec{q}_{n+1}\} \quad (2.23)$$

Siendo $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ y $\dot{\epsilon}$ el tensor velocidad de deformación.

Aunque existen otros algoritmos de integración como los de punto fijo [46], los más extendidos en la actualidad, dada su robustez y precisión, son los algoritmos de retorno *-return mapping algorithms-*. Dentro de este grupo destacan los algoritmos de proyección al punto más cercano *-closest point projection-*. Estos son una generalización del método clásico del *retorno radial* propuesto por Wilkins [47] para la integración de las ecuaciones de la plasticidad J_2 . También existen otros algoritmos dentro de este grupo como el *algoritmo de plano de corte* propuesto por Simó y Ortiz [48]. Este último presenta la ventaja de poseer un esquema de implementación computacional mucho más sencillo que los anteriores, sin embargo es un método explícito y por tanto no garantiza la condición de consistencia al final del incremento. Simó y Hughes presentan en su trabajo [49] una clasificación detallada de estos algoritmos.

Los *algoritmos de retorno de proyección al punto más cercano* han sido ampliamente estudiados y se han desarrollado diversos esquemas que se pueden encontrar en los trabajos de Hughes y Taylor [50], Golinval [51], Bruhns y Rott [52], Pan [53] o Zaera et al. [54] más recientemente. Por tanto se prestará especial atención a éstos.

2.4.1. Algoritmos de integración *closest point projection*

Desde el punto de vista numérico, cabe distinguir dos partes diferenciadas en el algoritmo [55]:

- *Esquema de integración*: transformación de las ecuaciones constitutivas diferenciales, mediante su discretización, en un conjunto de ecuaciones incrementales algebraicas no lineales. Para ello se pueden emplear métodos explícitos, implícitos o semi-implícitos como la regla del trapecio generalizada, Runge-Kutta, Forward Euler o Backward Euler.
- *Esquema de la solución*: método para la solución del sistema de ecuaciones no lineales obtenido mediante el esquema de integración. En la mayoría de los casos se emplea el método Newton linealizando las ecuaciones obtenidas, aunque también se aplican otros métodos como el de la tangente.

Desde el punto de vista físico, estos algoritmos se basan en el empleo de *operadores split* (figura 2.13) que descomponen el incremento de tensión $\Delta\sigma$ según la expresión

$$\Delta\sigma = \sigma_{n+1} - \sigma_n = \Delta\sigma^{trial} + \Delta\sigma^{retorno} \quad (2.24)$$

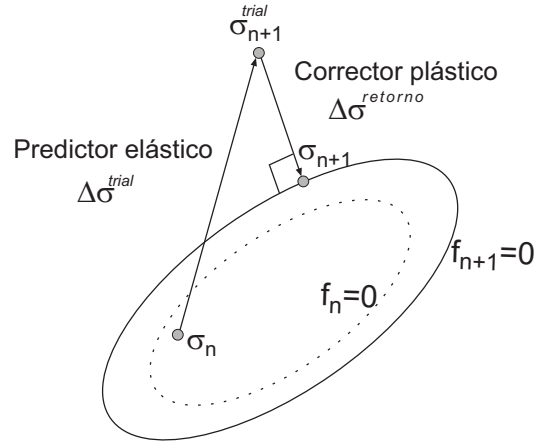


Figura 2.13: Algoritmos de retorno tipo closest point projection: operadores split.

De esta forma, en una primera fase *-predictor elástico-* se fija el flujo plástico y se supone elástico el incremento de deformación $\Delta\epsilon$. Si el valor obtenido σ_{n+1}^{trial} se encuentra dentro del dominio elástico, finaliza el algoritmo. En caso contrario, se inicia la segunda fase *-corrector plástico-* que devuelve el valor σ_{n+1}^{trial} a la superficie de fluencia f_{n+1} al final del incremento garantizando la condición de consistencia.

2.5. Introducción a las Redes Neuronales Artificiales

En los últimos años se ha observado un interés creciente en la aplicación de metodologías provenientes de unas disciplinas científicas a la resolución de problemas específicos de otras disciplinas. Esta aproximación multidisciplinar permite la obtención de soluciones que serían difíciles de obtener a partir de las metodologías que le son propias a un determinado campo del saber. Concretamente, la *Inteligencia Artificial* (IA), desarrollada en el ámbito de las Ciencias de la Computación a partir de la década de los 60, ha elaborado una serie de herramientas que se han aplicado con éxito a muy diversas disciplinas científico-tecnológicas. Este éxito se debe fundamentalmente a dos motivos; por una parte, al desarrollo general que han experimentado el hardware y software informáticos. Esto ha permitido el almacenamiento de gran cantidad de información y el procesamiento de ésta en tiempos de cálculo razonables. Por otra parte y como característica inherente a la IA, ésta se ha orientado desde sus orígenes a la resolución de problemas para los que las ecuaciones no tienen posible solución analítica o numérica. Por tanto, al no requerirse una

modelización del problema concreto que se pretende resolver, la IA se puede aplicar a la resolución de multitud de problemas de diferentes disciplinas.

2.5.1. Métodos Biológicos en la Inteligencia Artificial

En la IA existen diversas aproximaciones que, por la filosofía de su diseño, se suelen clasificar en dos grandes grupos [56]. El primer grupo abarca las aproximaciones basadas en el procesamiento de símbolos, también llamadas *Sistemas Basados en el Conocimiento* (SBC). En ellos, el conocimiento se representa en forma de sentencias declarativas. Para obtener nuevas sentencias y generar conclusiones, se procesan las anteriores mediante técnicas de inferencia lógica. Siguen una estructura *deductiva* o descendente, desde proposiciones universalmente aceptadas hasta proposiciones deducidas de más bajo nivel. Los componentes fundamentales de un SBC se describen a continuación [57]:

- **Base de conocimiento:** contiene todos los fragmentos de conocimiento disponibles en el sistema, representados a través de diferentes formalismos.
- **Motor de inferencia:** contiene las reglas de inferencia aplicables al conocimiento. Mediante un mecanismo de control *-agenda-* activa las reglas con una priorización determinada.
- **Base de hechos:** contiene el conjunto de afirmaciones, bien de partida, inducidas por el usuario, o bien inferidas por el motor sobre la Base de conocimiento.

Este grupo de aproximaciones también se conoce tradicionalmente como *Inteligencia Artificial clásica* ya que fue el primero en desarrollarse y el que tuvo mayor importancia en los comienzos de la IA. El segundo grupo abarca las aproximaciones conocidas como *Métodos Biológicos de Procesado de Información*. Son diferentes herramientas que tienen en común un intento por reproducir actitudes inteligentes presentes en la vida natural. A diferencia de los SBC, muchas de estas herramientas siguen un esquema *inductivo*: a partir de conocimientos y observaciones concretas extraen características generales del sistema. Las herramientas más destacadas son las siguientes:

- **Lógica Difusa:** Las herramientas basadas en la lógica difusa (*fuzzy-tools*) pretenden acercarse al razonamiento humano en contraste con las rígidas proposiciones de la lógica matemática clásica. Basándose en la teoría de conjuntos difusos y técnicas

de inferencia difusa, permiten el procesamiento de información vaga, variables que pueden presentar infinidad de estados, variables que son de difícil especificación -como las lingüísticas- o que presentan alto contenido de ruido. Las principales aplicaciones de estas herramientas son el control de procesos y máquinas aunque también se han implementado en los Sistemas Expertos para diagnóstico y toma de decisiones.

- **Algoritmos Genéticos:** Los Algoritmos Genéticos, también llamados estrategias evolutivas, se emplean en problemas de optimización no lineal. Para ello, sobre una población de individuos (entendiéndose por individuo a un conjunto de variables) que son solución a un problema determinado, aplican técnicas inspiradas en las distintas teorías de la Evolución Biológica. Así, mediante recombinación, eliminación y mutación, a lo largo de varias generaciones consiguen una solución óptima del problema. Estas técnicas se han aplicado con éxito en optimización estructural, optimización acústica, estrategia militar u optimización en el diseño molecular de nuevos materiales, por poner algunos ejemplos.
- **Redes Neuronales Artificiales:** Las Redes Neuronales Artificiales (RNA) son sistemas conexionistas formados por numerosas unidades de proceso (neuronas) altamente conectadas entre sí, que adaptan su estructura mediante técnicas de aprendizaje para resolver problemas de aproximación de funciones y clasificación de patrones. Procesan la información contenida en un conjunto de datos que les son suministrados, bien para obtener relaciones entre los mismos y la función objetivo que se pretende aproximar, o bien clasificando estos datos en diferentes categorías. En §2.5.2 se describen con mayor detalle aspectos relevantes de las RNA, dada su importancia en este trabajo.

Como se puede observar, los *métodos biológicos* se emplean en la resolución de problemas de diferentes disciplinas en los que las leyes que los rigen no son completamente conocidas o son de extrema complejidad. Numerosos trabajos demuestran que se obtienen resultados con igual o mayor rapidez y exactitud mediante el empleo de estos métodos que empleando herramientas tales como la simulación numérica y la simulación analítica, desarrolladas a partir de las ecuaciones matemáticas que rigen el problema.

2.5.2. Redes Neuronales Artificiales

En la búsqueda en la naturaleza de mecanismos inteligentes para intentar desarrollar máquinas que realicen tareas complejas, el cerebro humano constituye una fuente principal de inspiración por lo que es importante observar ciertas características de éste que han resultado cruciales para el desarrollo de las Redes Neuronales Artificiales (RNA).

2.5.2.1. Fundamentos biológicos de las RNA

El sistema de comunicación neuronal de los animales superiores se compone de tres partes fundamentales [58]:

- Los *receptores*, que se sitúan en las células sensoriales y recogen la información que entra en el sistema biológico en forma de estímulos.
- El *sistema nervioso* que recibe, almacena y envía la información ya elaborada a los órganos efectoros u otras zonas del sistema nervioso.
- Los *órganos diana* o *efectores* que reciben e interpretan la información procesada por el sistema nervioso.

El elemento estructural y funcional esencial en el proceso de comunicación neuronal es la *neurona*, que transmite la información al resto de las neuronas en forma de señales químicas. Ciertas neuronas se conectan con los receptores o con los efectoros y otras se conectan entre sí para transmitir y procesar la información. La zona de conexión se denomina sinápsis y enlaza el axón de una neurona con las dendritas de las adyacentes (figura 2.14). Las tareas individuales que cumplen las neuronas en el contexto del sistema nervioso son las siguientes:

- Recogen la información que les llega en forma de impulsos procedentes de otras neuronas o de los receptores a través de las dendritas.
- Integran esta información en un código de activación propio de la célula en su núcleo.
- Transmiten la información, ya codificada, en forma de frecuencia de impulsos a través de su axón.

- El axón, a través de sus múltiples ramificaciones efectúa una distribución espacial de los mensajes que son transmitidos al resto del sistema.

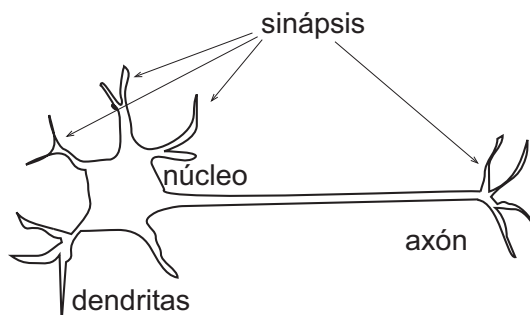


Figura 2.14: Esquema de una neurona biológica.

Sin embargo, la extraordinaria capacidad del cerebro radica en la elevadísima interconectividad neuronal (en el cerebro humano cada neurona se conecta con otras 10 células nerviosas) más que en las neuronas en sí mismas. Es por tanto en la sinápsis donde se ha buscado la clave para el desarrollo de las redes neuronales artificiales. Ésta es un espacio líquido con cierta concentración iónica de propiedades conductoras que activa o impide el paso de la señal eléctrica de una neurona a otra. Así, la sinápsis se convierte en un amplificador/inhibidor de la señal a conveniencia.

De esta forma, el funcionamiento global del cerebro es una enorme malla que propaga señales electro-químicas de unas células a otras modificando constantemente las sinápsis. Es importante observar la naturaleza no lineal de las neuronas ya que éstas funcionan a saturación, esto es, solamente emiten una señal si la información que reciben supera cierto valor umbral. Todos estos aspectos son relevantes a la hora de comprender el funcionamiento de una RNA ya que tanto el comportamiento de la neurona artificial como el de la red están basados en ellos.

2.5.2.2. Modelo computacional de la neurona artificial

De manera análoga al funcionamiento de una neurona biológica, la neurona artificial i -ésima (figura 2.15) recibe las señales x_j de las neuronas adyacentes de la capa anterior, ponderadas por los pesos φ_{ji} que las conectan. La activación de la neurona se dará si la suma de estas señales ponderadas es superior al valor umbral de activación b_i , en cuyo caso, la neurona emitirá la señal de salida v_i que será el resultado de aplicar la función de activación f_i a dicha suma ponderada (ecuación 2.25). Si no se produce la activación,

la neurona no generará señal de salida o generará una señal negativa, según el tipo de función de activación que se emplee en ésta.

$$v_i = f_i \left(\sum_{j=1}^N \varphi_{ji} x_j - b_i \right) \quad (2.25)$$

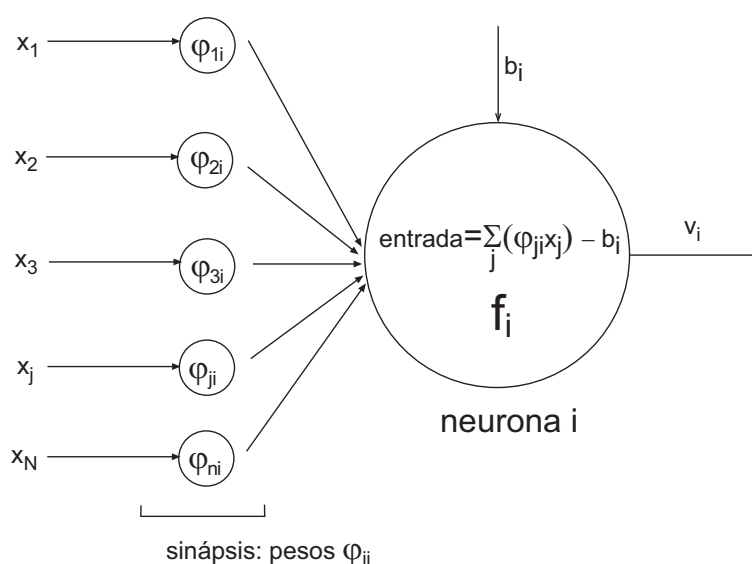


Figura 2.15: Unidad de proceso elemental: la neurona artificial.

La Red Neuronal se obtiene a partir de la conexión entre un número determinado de neuronas artificiales (también llamadas unidades elementales de proceso). Estas neuronas irán conectadas a los receptores, a las salidas de la Red o bien entre sí. El tipo de conexiones y la forma en que las neuronas artificiales se conectan entre sí determinarán la topología de la misma. Existen, por tanto, muchas topologías de Red con propiedades y características muy diferentes entre sí. Se estudiará una topología concreta: El Perceptrón Multicapa, que se analizará en detalle en §2.5.3, ya que será la RNA empleada en este trabajo.

2.5.2.3. Características de las RNA

La estructura y características de la unidad elemental de proceso y la manera en que ésta se conecta con las demás determinan una serie de características comunes a todas las RNA que se pueden resumir en:

- **Aprendizaje inductivo:** no se les indican las reglas para dar la solución, sino que extrae sus propias reglas a partir de ejemplos de aprendizaje y modifican su comportamiento en función de su experiencia.

- **Abstracción o tolerancia al ruido:** son capaces de extraer o abstraer las características esenciales de las entradas aprendidas, por lo que pueden procesar correctamente datos incompletos o distorsionados.
- **Procesamiento paralelo:** trabajan en paralelo, por lo que son especialmente adecuadas para el cálculo multiproceso.
- **Memoria distribuida:** el conocimiento acumulado por la red se halla distribuido en numerosas conexiones, por lo que el sistema es tolerante a fallos. Una RNA es capaz de seguir operando adecuadamente a pesar de sufrir lesiones con destrucción de neuronas o de sus conexiones.
- **Pueden ser aplicadas a tareas de optimización en diseño, clasificación y predicción.**

2.5.3. El Perceptrón Multicapa

En el marco de las RNA, el Perceptrón Multicapa (PMC) es en la actualidad una de las arquitecturas más empleadas, lo que se debe fundamentalmente a dos motivos. Por una parte a su capacidad como aproximador universal de funciones y clasificador de patrones. Por otra parte es importante tener en cuenta la facilidad de uso y aplicabilidad del mismo respecto de otras arquitecturas como las redes de base radial, las redes recurrentes o las redes de Kohonen. En el contexto multidisciplinar descrito en §2.5, esta última característica resulta especialmente interesante ya que en muchas ocasiones el diseñador de la red suele ser especialista en su disciplina pero no en computación artificial. Así, el PMC se ha aplicado con éxito a la resolución de problemas en campos tan diversos como el reconocimiento del habla [59], el control de procesos [60], la conducción de vehículos [61] o los diagnósticos médicos [62] por citar algunos.

En el ámbito de la Mecánica de Sólidos y Estructuras el PMC se ha aplicado en numerosos estudios desde la aparición del primer trabajo publicado en 1989 en el Área de la Ingeniería Civil [63]. Actualmente el PMC es la Red Neuronal más extendida en esta disciplina ya que se ha empleado en más del 90 % de los trabajos que utilizan RNA publicados hasta la fecha. Se han resuelto problemas tales como el pandeo de vigas elasto-plásticas, la estimación de vibraciones en edificios o la detección de daño en vigas de acero [64]. También merece destacar el trabajo de Ince [65] para la estimación de parámetros de fractura del cemento o el trabajo de Liu et al. [66] en el que aplicó el PMC a la realización

de ensayos no destructivos para la detección de fisuras en materiales frágiles. Waszczyszyn integró recientemente un PMC en un código de simulación numérica por elementos finitos que permitía actualizar la tensión, sin necesidad de un algoritmo de integración temporal, para la resolución de problemas planos elastoplásticos [67]. En la mayoría de estos trabajos, se abordan principalmente tres tipos de tareas [64]:

- *Simulación*: conocida la excitación y las características del sistema mecánico, obtener su respuesta.
- *Simulación inversa*: conocida la respuesta y las características del sistema mecánico, obtener su excitación.
- *Identificación*: conocida la excitación y la respuesta del sistema mecánico, obtener sus características.

2.5.3.1. Arquitectura del PMC

La arquitectura del PMC (figura 2.16) se caracteriza por agrupar las neuronas en diferentes niveles o capas, pudiendo distinguirse tres tipos de capas diferentes: *capa de entrada*, *capas intermedias* u *ocultas* y *capa de salida*. Las conexiones entre éstas se realizan desde la capa de entrada a la de salida, mapeando un vector de variables de entrada $\mathbf{x} \in R^N$ en un vector de variables de salida $\mathbf{y} \in R^M$. El sentido de propagación de los patrones hace que se denominen alternativamente *Redes alimentadas hacia adelante* o *feedforward*. Habitualmente el PMC presenta *conectividad total*, esto es, cada neurona está conectada con todas las de las capas anterior y posterior.

Propagación de los patrones de entrada

El funcionamiento de una neurona computacional se definió en §2.5.2.2. Para un PMC con P capas, incluyendo las de entrada y salida, cada neurona i de la capa p recibe información de las neuronas de la capa anterior $p - 1$, la procesa y envía la señal de salida v_i^p a todas las neuronas de la capa posterior $p + 1$. Así, la expresión 2.25 se reescribe como:

$$v_i^p = f_i^p \left(\sum_{j=1}^{n_{p-1}} \varphi_{ji}^{p-1} v_j^{p-1} - b_i^p \right) \quad (2.26)$$

siendo n_{p-1} el número de neuronas de la capa $p - 1$, φ_{ji}^{p-1} el *peso* de la conexión entre la neurona j de la capa $p - 1$ y la neurona i de la capa p , y b_i^p el *umbral* de la neurona i de la

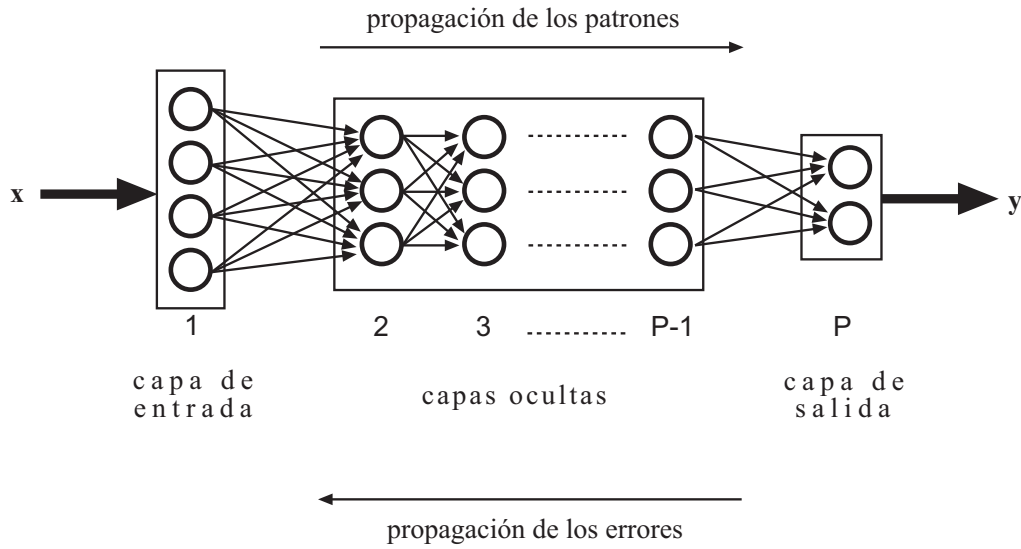


Figura 2.16: Arquitectura del Perceptrón Multicapa.

capa p . Las funciones de activación f_i^p empleadas habitualmente en el PMC (figura 2.17) son la función sigmoideal

$$f(a) = \frac{1}{1 + e^{-\theta a}} \quad \in (0, 1) \text{ para } \theta > 0 \quad (2.27)$$

y la función tangente hiperbólica

$$f(a) = \frac{1 - e^{-\theta a}}{1 + e^{-\theta a}} \quad \in (-1, 1) \text{ para } \theta > 0 \quad (2.28)$$

La función de activación suele ser común a todas las neuronas de las capas ocultas de la Red. Para las neuronas de la capa de entrada se utiliza la función identidad. En la capa de salida, las funciones de activación más extendidas son, además de las descritas, la función escalón y la función lineal.

En el caso de la capa de entrada $p = 1$, la activación de sus neuronas responde a la expresión

$$v_i^1 = x_i \quad (2.29)$$

siendo $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ el patrón de entrada. Si se trata de la capa de salida $p = P$, la

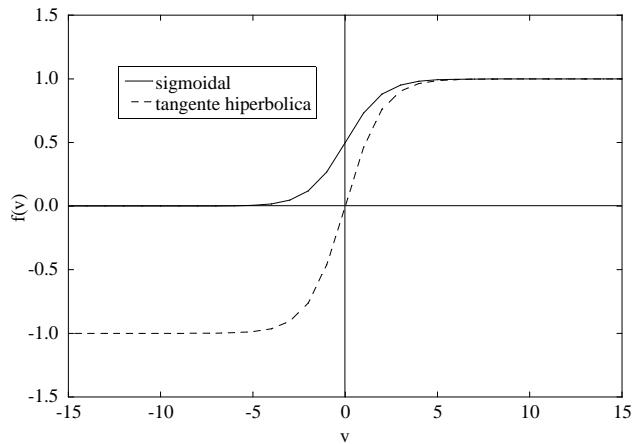


Figura 2.17: Funciones de transferencia sigmoide y tangente hiperbólica.

activación se expresa

$$y_i = v_i^P = f_i^p \left(\sum_{j=1}^{n_{P-1}} \varphi_{ij}^{P-1} v_j^{P-1} - b_i^P \right) \quad (2.30)$$

siendo $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_M)$ el patrón de salida.

El PMC define, pues, una función continua no lineal \mathcal{F} de R^N en R^M

$$\mathbf{y} = \mathcal{F}(\mathbf{x}, \Phi, \beta) \quad (2.31)$$

siendo Φ el conjunto de pesos y β el de umbrales.

2.5.3.2. Algoritmo de Retropropagación del PMC

El PMC se completa con un *Algoritmo de Entrenamiento* cuyo objetivo es que el primero sea finalmente capaz de predecir adecuadamente el patrón de salida \mathbf{y} correspondiente a un patrón de entrada \mathbf{x} . Las parejas (\mathbf{x}, \mathbf{y}) constituyen el *espacio de variabilidad* \mathcal{R} de la excitación y respuesta del sistema estudiado (figura 2.18). Durante el proceso de entrenamiento la red debe extraer las características del sistema a partir de un número reducido K de patrones de entrada \mathbf{x} y los correspondientes patrones de salida conocidos \mathbf{y} , que constituyen el conjunto de *patrones de entrenamiento* \mathcal{K}

$$\mathcal{K} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y})_s^{\mathcal{K}} \mid s = 1, \dots, K\} \subset \mathcal{R} \quad (2.32)$$

El conjunto \mathcal{K} se separa aleatoriamente en un subconjunto \mathcal{L} de *patrones de aprendizaje* y otro subconjunto \mathcal{T} de *patrones de validación cruzada* (figura 2.18); el objeto de esta

separación se aclarará posteriormente.

$$\mathcal{L} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y})_s^{\mathcal{L}} \mid s = 1, \dots, L\} \subset \mathcal{K} \quad (2.33)$$

$$\mathcal{T} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y})_s^{\mathcal{T}} \mid s = 1, \dots, T\} \subset \mathcal{K} \quad (2.34)$$

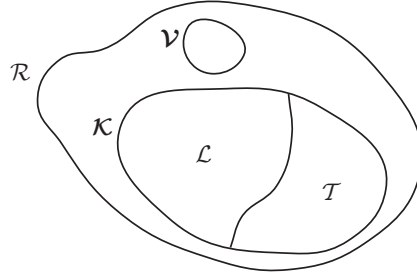


Figura 2.18: Espacios de comportamiento de la Red Neuronal.

El Algoritmo pretende minimizar el error de las salidas proporcionadas por el Perceptrón para el conjunto de patrones de aprendizaje. Se trata, pues, de un *Algoritmo de Entrenamiento Supervisado* -por los patrones de salida deseados- frente a algoritmos de entrenamiento no supervisado como los que incluyen las Redes de Hopfield o las Redes de Aprendizaje Competitivo.

Así, la formulación del Algoritmo de Entrenamiento debe partir de la condición de minimización del error global \mathbf{E} del Perceptrón para los conjuntos de pesos Φ y de umbrales β . Aunque pueden emplearse otras medidas del error global, habitualmente se elige el error cuadrático medio

$$\mathbf{E} = \frac{1}{K} \sum_{s=1}^K \mathbf{e}(s) \quad (2.35)$$

donde K el número total de patrones y $\mathbf{e}(s)$ el error cuadrático para el patrón s

$$\mathbf{e}(s) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M (y_i^{\mathcal{L}}(s) - y_i(s))^2 \quad (2.36)$$

siendo $y^{\mathcal{L}}(s) = (y_1^{\mathcal{L}}(s), y_2^{\mathcal{L}}(s), \dots, y_M^{\mathcal{L}}(s))$ el patrón de salida deseado s .

El problema de minimización para el Perceptrón Multicapa es no lineal, y se utiliza habitualmente el método del *descenso del gradiente estocástico* que consiste en modificar

los pesos y umbrales tras cada patrón s para minimizar sucesivamente cada error $\mathbf{e}(s)$, en lugar del error global \mathbf{E} . Así, los pesos o umbrales de la red se recalculan mediante un procedimiento de aprendizaje que *refuerza* sus valores en la dirección apropiada

$$\varphi_{ji}^{p-1}(s+1) = \varphi_{ji}^{p-1}(s) - \xi \frac{\partial \mathbf{e}(s)}{\partial \varphi_{ji}^{p-1}} \quad (2.37)$$

$$b_i^p(s+1) = b_i^p(s) - \xi \frac{\partial \mathbf{e}(s)}{\partial b_i} \quad (2.38)$$

siendo ξ la *tasa de aprendizaje*. El procedimiento para evaluar las derivadas del error respecto de cada peso y de cada umbral, partiendo de la capa de salida y propagando los errores hacia la capa de entrada pasando por las capas ocultas (figura 2.16), se debe a Rumelhart et al. [68]. Una descripción detallada de este procedimiento, conocido como Algoritmo de *Retropropagación de los Errores* o también *Regla Delta Generalizada* puede encontrarse en [58].

2.5.3.3. Proceso de entrenamiento del PMC

Los patrones de aprendizaje se emplean para determinar los valores de parámetros del Perceptrón -pesos y umbrales- de acuerdo con el siguiente esquema [58]:

- Se inicializan de forma aleatoria pesos y umbrales con valores próximos a cero.
- Se toma el primer patrón de aprendizaje $(\mathbf{x}, \mathbf{y})_1^L$, se propaga el patrón de entrada y se obtiene la respuesta del Perceptrón para dicho patrón.
- Se evalúa el error \mathbf{e} para el patrón.
- Se aplica el algoritmo de Retropropagación, que desplaza pesos y umbrales en la dirección negativa del gradiente del error.
- Con los nuevos valores de los parámetros del Perceptrón, se repiten los anteriores pasos para todos los patrones de aprendizaje, completándose un *ciclo de aprendizaje* o *epoch*.
- Se evalúa el error global del Perceptrón \mathbf{E}_L para el conjunto de patrones de aprendizaje. Este error se denomina *error de aprendizaje*.

- Partiendo de los últimos valores calculados de los parámetros del Perceptrón, se repite sucesivamente el ciclo de aprendizaje hasta alcanzar un valor estable del error $\mathbf{E}_{\mathcal{L}}$ (Figura 2.19).

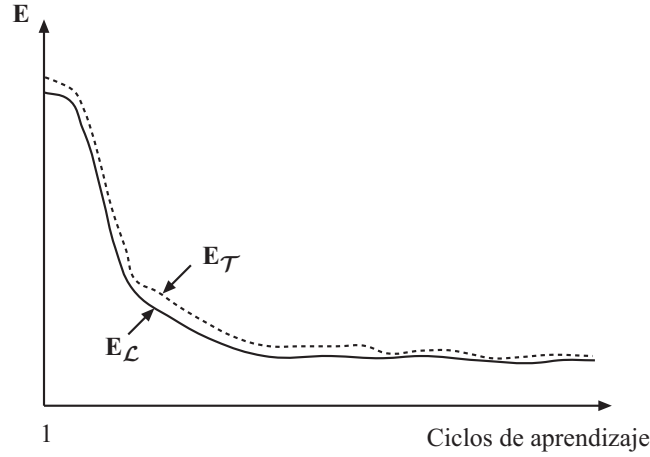


Figura 2.19: Evolución de errores de aprendizaje y validación cruzada en función del número de ciclos de aprendizaje.

El conjunto \mathcal{T} de patrones de validación cruzada se emplea para calcular el *error global de validación* $\mathbf{E}_{\mathcal{T}}$ tras cada ciclo de aprendizaje (figura 2.19). Esto permite comprobar que el Perceptrón Multicapa no sólo ha aprendido los patrones de entrenamiento, sino que además ha adquirido *capacidad de generalización*, esto es, ha extraído las características del sistema también para otros patrones pertenecientes al espacio de variabilidad (no existe sobreaprendizaje).

Finalmente, es habitual reservar un subconjunto \mathcal{V} de *patrones de verificación* (figura 2.18)

$$\mathcal{V} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y})_i^{\mathcal{V}} \mid i = 1, \dots, V\} \subset \mathcal{R} \quad (2.39)$$

distinto a los anteriores y del que se conocen también los patrones de salida, para hacer una comprobación de la capacidad del Perceptrón Multicapa, ya entrenado, ante datos independientes de los de entrenamiento.

2.6. Las Redes Neuronales Artificiales como herramienta de diseño de protecciones ligeras frente a impacto de alta velocidad

Las metodologías clásicas de diseño de protecciones ligeras son, sin duda, herramientas muy valiosas que se emplean en las diferentes fases del desarrollo de una protección. Así en las etapas iniciales del diseño se emplean modelos analíticos y simulación numérica dejando para las últimas fases los ensayos experimentales de los prototipos para una verificación final del correcto dimensionamiento de los mismos. Sin embargo, a la vista de lo expuesto en §2.2, estas metodologías presentan diferentes inconvenientes.

Los modelos analíticos se desarrollan bajo importantes hipótesis simplificadoras con lo que cuando se aplican a situaciones que no cumplen tales hipótesis como un cambio en los materiales o en la forma del proyectil, las predicciones obtenidas dejan de ser válidas. Además, para el empleo de estos modelos se requiere un conocimiento importante del fenómeno físico que sucede, lo cual no es fácil dada la complejidad que presentan los problemas de impacto.

En cuanto a la simulación numérica, pese al gran aumento de la potencia de cálculo conseguida en los equipos informáticos, los tiempos de simulación en este tipo de problemas suelen ser largos y el desarrollo de modelos numéricos eficaces, sobre todo en lo referente a las ecuaciones constitutivas, es una tarea muy compleja que requiere un profundo conocimiento del comportamiento de los materiales y del código de simulación empleado.

Por último, los ensayos experimentales requieren costosos dispositivos de ensayo e instrumentación y un número considerable de probetas dada la gran dispersión de los datos obtenidos. También requieren largos tiempos de preparación de las probetas y de puesta a punto de los dispositivos de medición. Estos dos factores hacen que tienda a minimizarse al máximo la campaña de ensayos experimentales realizando únicamente las validaciones experimentales de los diseños desarrollados.

Ante esta situación surge la idea de buscar nuevas herramientas que permitan abordar el diseño de protecciones ligeras frente a impacto del alta velocidad a través de soluciones rápidas, económicas y sencillas. En esta línea y teniendo en cuenta el éxito que han tenido las *Redes Neuronales Artificiales* aplicadas a problemas de la *Mecánica de Sólidos y*

Estructuras, se ha optado por el empleo de Redes Neuronales como herramienta de diseño. Concretamente, se empleará el *Perceptrón Multicapa* (§2.5.3) ya que ha demostrado ser una herramienta válida para la resolución de problemas como el que aquí se trata, caracterizados por una alta no linealidad y por depender de un elevado número de variables cuyo rango de variación es muy amplio.

Capítulo 3

DESARROLLO E INTEGRACIÓN DE LAS ECUACIONES CONSTITUTIVAS PARA EL MATERIAL CERÁMICO

3.1. Modificación del modelo de Cortés et al.

Los materiales cerámicos sometidos a impacto balístico se degradan debido a la aparición de fisuras. Tras el contacto inicial, aparece una zona del material, de forma tronco-cónica y habitualmente denominada *cono de fragmentación* (figura 3.1), en la que se da un grado de fisuración mucho mayor que en el resto del material. Si la velocidad a la que se aplica la carga es muy elevada, el material puede llegar a pulverizarse en la zona próxima a la punta del proyectil.

Como se indicó en §2.3.2, para la modelización numérica del comportamiento de los materiales cerámicos bajo impacto, se han desarrollado modelos que permiten reproducir el proceso de fragmentación. Aunque todos ellos coinciden en la utilización de una variable continua de daño, no existe consenso sobre el tipo de ley que marca su evolución. Mientras en el modelo de Johnson-Holmquist [45] la velocidad de crecimiento del daño depende de la velocidad de deformación plástica, en los modelos de Curran et al. [43], Denoual-Hild [44] o Cortés et al. [1] ésta depende de la magnitud de una variable tensional. Dentro de este último grupo, de mayor relevancia en el campo de la modelización del comportamiento frente a impacto de cerámicas, los dos primeros consideran la tensión principal máxima y el último la tensión hidrostática.

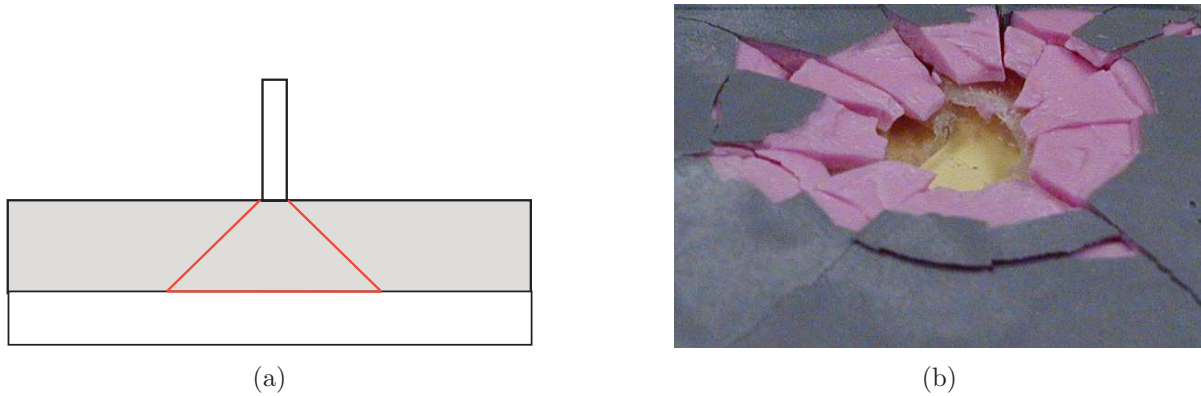


Figura 3.1: (a) Impacto sobre una protección cerámica-metal. Tronco de cono de fragmentación en rojo. (b) Vista posterior del tronco de cono de fragmentación en una loseta de alúmina (color rosa) impactada a $v = 525$ m/s.

Teniendo en cuenta la existencia del *cono de fragmentación* observado experimentalmente, la magnitud de la variable tensional de la que se hace depender la evolución de la variable de daño debe ser mayor en esta zona que en el resto del material, específicamente en su contorno, donde aparecen las fisuras cónicas (figura 3.1b) y en el volumen existente entre la punta del proyectil y la placa metálica de respaldo, donde se da la fisuración debida al campo radial de velocidades en la cerámica.

A tal efecto, se ha realizado una simulación preliminar en ABAQUS/Explicit v6.43 [23] del impacto normal de un proyectil cilíndrico de acero AISI 4340, de 6 mm de diámetro y 31.5 mm de longitud, a una velocidad $v = 815$ m/s sobre una loseta de alúmina de un 95% de pureza, de 8.1 mm de espesor, respaldada por una placa de aluminio 6061-T6, de 6 mm de espesor (figura 3.2). Las características de la simulación (tipo de mallado, elementos empleados, algoritmo de contactos y condiciones de contorno) y las propiedades de los materiales se detallan en §4.2.2. Para la modelización del material cerámico se ha empleado una sencilla ecuación constitutiva tipo Drucker-Prager, disponible en el código de simulación, que no recoge la degradación del material. Este proceso no se ha considerado ya que el fin de la simulación es analizar la localización de la tensión hidrostática o de la tensión principal máxima.

De acuerdo con den Reijer [22], el tiempo necesario para que se desarrolle el cono de fragmentación es aproximadamente de $t_c = 6h_c/V_c$, siendo h_c el espesor de la loseta cerámica y V_c la velocidad de propagación de las ondas elásticas en el material cerámico ($V_c \approx 9000$ m/s para la alúmina). En el caso que nos ocupa, transcurrido un tiempo $t_c \approx 6 \mu s$ debiera haberse completado el cono, con una mayor densidad de fisuras en su

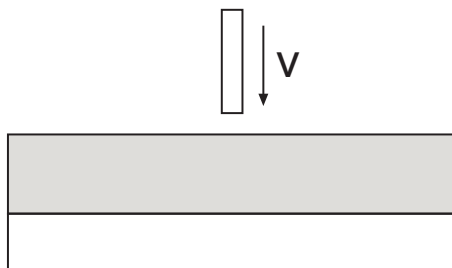


Figura 3.2: Simulación numérica: Impacto realizado a $v = 815$ m/s sobre loseta de alúmina monolítica de 8.1 mm de espesor respaldada por placa de aluminio de 6 mm de espesor.

contorno (fisuras cónicas hertzianas en medios semiinfinitos sometidas a carga puntual) y en el volumen existente entre la punta del proyectil y la placa metálica de respaldo (flexión biaxial de la loseta).

En las figuras 3.3 y 3.4 se representan los contornos de la tensión hidrostática y de la tensión principal máxima, en la loseta cerámica, para $t = 1, 2$ y $3 \mu s$. Como puede observarse, la tensión hidrostática positiva se localiza fundamentalmente en la zona adyacente a la de contacto con el proyectil. Así, un modelo de comportamiento que hiciera depender la evolución del daño de la tensión hidrostática únicamente degradaría el material en esta zona. Sin embargo, los mayores valores de la tensión principal máxima se localizan rápidamente en las zonas donde existe constatación experimental de degradación en el material cerámico (en rojo en la figura 3.4c).

Por lo tanto, sin modificar formalmente la ecuación 2.16 del modelo de Cortés et al. [1], se ha sustituido la tensión hidrostática σ_H -más apropiada para procesos de nucleación y crecimiento de vacíos en materiales con comportamiento dúctil- por la tensión principal máxima σ_1

$$\dot{D} = \dot{D}_o \langle \sigma_1 - \sigma_0 \rangle \quad (3.1)$$

donde σ_0 es el valor umbral de la tensión principal máxima a partir del cual comienza la fractura.

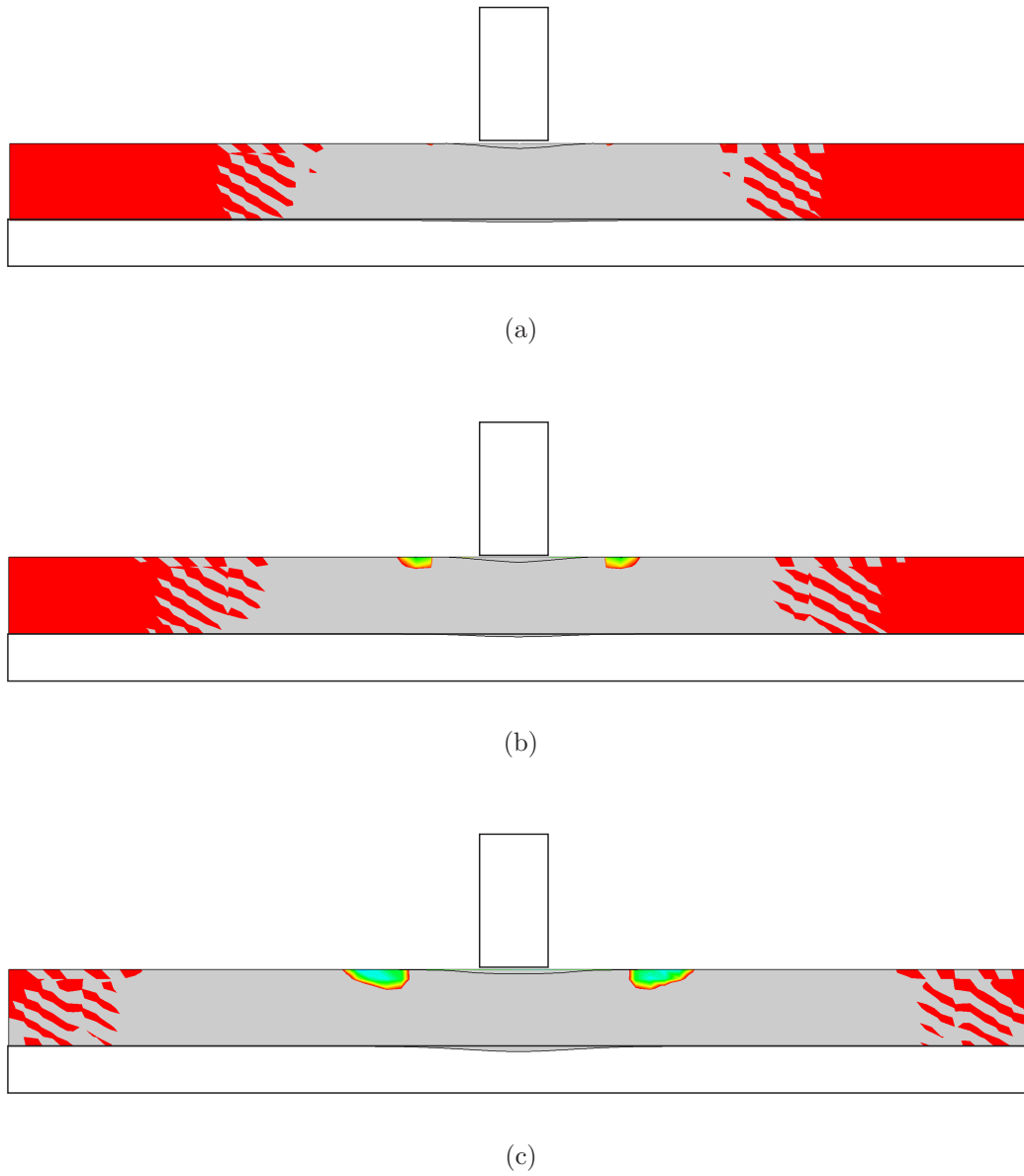
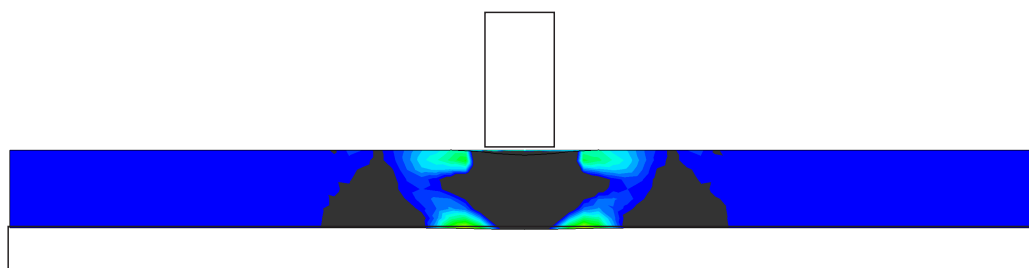
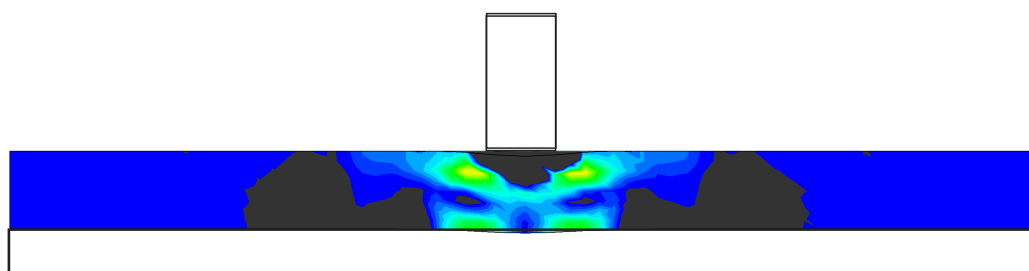


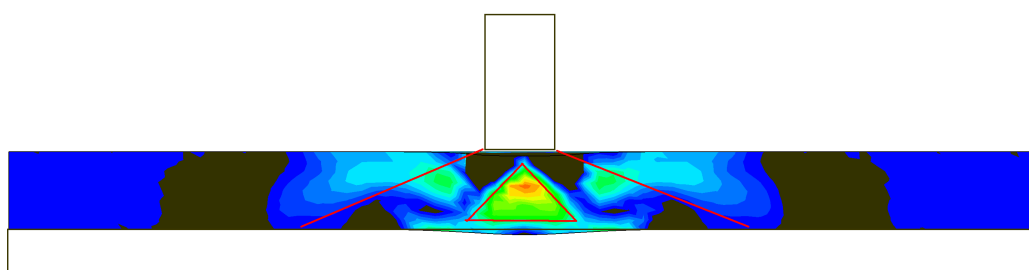
Figura 3.3: Distribución de la tensión hidrostática σ_H en la loseta cerámica para (a) $t = 1 \mu s$, (b) $t = 2 \mu s$ y (c) $t = 3 \mu s$. Las regiones en gris corresponden a estados de compresión triaxial ($\sigma_H < 0$).



(a)



(b)



(c)

Figura 3.4: Distribución de la tensión principal máxima σ_1 en la loseta cerámica para (a) $t = 1 \mu s$, (b) $t = 2 \mu s$ y (c) $t = 3 \mu s$. Las regiones en gris oscuro corresponden a valores negativos de σ_1 .

3.2. Ecuaciones del modelo propuesto para el material cerámico

3.2.1. Elementos empleados del Análisis Tensorial

A continuación se describen brevemente los elementos del cálculo tensorial empleados en la formulación e integración de las ecuaciones del modelo. Se empleará la notación usual en Análisis Tensorial. Los tensores de cuarto y segundo orden se representarán en mayúscula y minúscula respectivamente.

El símbolo " \cdot " se empleará para indicar el producto contraído de un sólo índice para dos tensores de segundo orden

$$(a \cdot b)_{ij} = a_{ik}b_{kj} \quad (3.2)$$

El símbolo " $:$ " se empleará para indicar el producto doble contraído para dos tensores de segundo orden

$$a : b = a_{ij}b_{ij} \quad (3.3)$$

o para un tensor de cuarto orden con otro de segundo orden

$$(C : a)_{ij} = C_{ijkl}a_{kl} \quad (3.4)$$

El producto tensorial diádico de dos tensores de segundo orden es un tensor de cuarto orden definido como

$$(a \otimes b)_{ijkl} = a_{ij}b_{kl} \quad (3.5)$$

Se define el tensor proyector desviador de cuarto orden como

$$I_{dev} = I - \frac{1}{3}1 \otimes 1 \quad (3.6)$$

donde I es el tensor identidad de cuarto orden

$$(I)_{ijkl} = \delta_{ik}\delta_{jl} \quad (3.7)$$

y 1 es el tensor identidad de segundo orden

$$(1)_{ij} = \delta_{ij} \quad (3.8)$$

Un tensor a de segundo orden se puede descomponer en suma directa de su parte hidrostática o esférica y su parte desviadora

$$a = a_{hyd} + a_{dev} \quad (3.9)$$

Ambas partes pertenecen a subespacios tensoriales ortogonales entre sí respecto del producto doble contraído de tal manera que

$$a_{hyd} : a_{dev} = 0 \quad (3.10)$$

La parte desviadora a_{dev} se obtiene mediante el producto doble contraído del tensor proyector desviador (expresión 3.6) por el tensor a

$$a_{dev} = I_{dev} : a \quad (3.11)$$

La parte hidrostática a_{hyd} , proporcional al tensor 1 , se obtiene

$$a_{hyd} = \frac{tr(a)}{3} 1 \quad (3.12)$$

Donde $tr(a)$ es la traza del tensor que se calcula mediante el producto doble contraído

$$tr(a) = a : 1 \quad (3.13)$$

Por último se define el gradiente de una función escalar $f(a)$ con argumento tensorial a como

$$(f_a)_{ij} = \frac{\partial f(a)}{\partial a_{ij}} \quad (3.14)$$

3.2.2. Formulación del modelo

Teniendo en cuenta el cambio propuesto en §3.1, el *Modelo de Cortés et al. Modificado* se define mediante las ecuaciones

$$f = \bar{\sigma} - (1 - D)(3\alpha p + \sigma_{0y}) - \mu p D \quad (3.15)$$

$$\dot{D} = \dot{D}_o \langle \sigma_1 - \sigma_0 \rangle \quad (3.16)$$

Donde p es la presión hidrostática

$$p = -\frac{1}{3} \sigma : 1 \quad (3.17)$$

y $\bar{\sigma}$ es la tensión equivalente

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} s : s} \quad (3.18)$$

Siendo s el tensor desviador de tensiones obtenido proyectando el tensor de tensiones σ mediante el tensor desviador de cuarto orden

$$I_{dev} : \sigma = s \quad (3.19)$$

La tensión principal máxima σ_1 se obtiene mediante la expresión

$$\sigma_1 = -p + \frac{2}{3} \bar{\sigma} \cdot \cos \alpha \quad (3.20)$$

donde el ángulo de Lode α se define mediante

$$\cos 3\alpha = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{\sqrt{J_2^3}} \quad (3.21)$$

siendo J_2 y J_3 los invariantes segundo y tercero del tensor desviador s .

Para los materiales cerámicos empleados en protecciones frente a impacto, las deformaciones y velocidades de deformación elásticas son frecuentemente mucho menores que las deformaciones y velocidades de deformación inelásticas. Teniendo en cuenta este hecho y la descomposición multiplicativa del tensor gradiente de deformación F en sus términos elástico e inelástico

$$F = F^e F^p \quad (3.22)$$

Se llega a la descomposición aditiva del tensor espacial velocidad de deformación d

$$d \approx d^e + d^p \quad (3.23)$$

Con lo que la relación entre tensiones y deformaciones elásticas, en forma diferencial, se puede escribir como

$$\sigma^\nabla = C : d^e = C : (d - d^p) \quad (3.24)$$

Siendo σ^∇ una derivada objetiva del tensor de tensiones de Cauchy y C el tensor elástico lineal isótropo definido como

$$C = 2GI_{dev} + K1 \otimes 1 \quad (3.25)$$

donde G y K son constantes elásticas

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.26)$$

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (3.27)$$

Para el cálculo de las deformaciones inelásticas se ha elegido una regla de flujo no asociativa

$$d^p = \dot{\lambda} \Psi_\sigma \quad (3.28)$$

donde el potencial de flujo es formalmente análogo a la función de fluencia (ecuación 3.15) pero con una menor pendiente respecto de la presión para evitar una sobreestimación del efecto dilatante del material cerámico fragmentado al sufrir deformaciones inelásticas por rotación de unos fragmentos sobre otros [43]

$$\Psi = \bar{\sigma} - (1 - D)(3\alpha_\Psi p + \Upsilon) - \mu_\Psi p D \quad (3.29)$$

siendo $\alpha_\Psi = k\alpha$ y $\mu_\Psi = k\mu$ con $k < 1$, y Υ una constante que carece de relevancia ya que desaparecerá en la expresión que marca la dirección de flujo inelástico

$$\Psi_\sigma = \frac{3}{2} \frac{s}{\bar{\sigma}} + \left[(1 - D) \alpha_\Psi + \frac{\mu_\Psi D}{3} \right] 1 \quad (3.30)$$

La pérdida de pendiente del cono de fluencia -en el espacio de Haigh-Westergaard- por aumento de daño recoge así mismo la consiguiente disminución del comportamiento dilatante a medida que la cerámica se convierte progresivamente en un material fragmentado.

La solución de las anteriores ecuaciones debe estar sujeta a las condiciones complementarias de carga y descarga de Kuhn-Tucker

$$\lambda \geq 0, \quad f \leq 0, \quad \lambda f = 0 \quad (3.31)$$

y a la condición de consistencia

$$\lambda \dot{f} = 0 \quad (3.32)$$

3.3. Algoritmo de Integración

Las ecuaciones 3.16, 3.24, 3.28 y 3.32 del modelo descrito en el apartado anterior constituyen un sistema diferencial no lineal que debe ser integrado mediante un algoritmo

de actualización de la tensión o algoritmo de retorno. En el marco de un código de elementos finitos, esta integración se realiza de manera local en el espacio, esto es, en cada punto de cuadratura de cada uno de los elementos finitos. La integración incremental es un proceso determinado por la deformación [49] en el que el incremento de deformación total

$$\Delta\epsilon = d\Delta t \quad (3.33)$$

se conoce en cada punto de cuadratura en cada instante de tiempo. Con este valor y las ecuaciones constitutivas, el algoritmo de actualización proporciona al código los valores actualizados de tensión, deformaciones y variables de estado.

El algoritmo descrito a continuación ha sido desarrollado e implementado en el código comercial de elementos finitos ABAQUS/Explicit [23] mediante la subrutina de usuario VUMAT.

3.3.1. Tratamiento del problema en grandes deformaciones

Para integrar las ecuaciones constitutivas en el marco de un código con formulación en grandes deformaciones, es posible obtener objetividad incremental rescribiéndolas en una configuración neutralizada o corrotacional [49, 69]. Esto se consigue a partir de la generación de un grupo de rotaciones \mathfrak{R} tales que

$$\dot{\mathfrak{R}} = \varpi \mathfrak{R}, \quad \mathfrak{R}_{(t=0)} = 1 \quad (3.34)$$

siendo ϖ un tensor espacial antimétrico

$$\varpi = -\varpi^T \quad (3.35)$$

y

$$\mathfrak{R}^{-1} = \mathfrak{R}^T \quad (3.36)$$

Elecciones típicas de ϖ incluyen al tensor spin w , definido como la parte antimétrica del tensor gradiente de velocidad, y al tensor Ω definido como

$$\Omega = \dot{R} R^T \quad (3.37)$$

siendo R el tensor de rotación resultante de la descomposición polar del gradiente de deformación. El tensor de tensiones de Cauchy y el tensor velocidad de deformación son rotados mediante \mathfrak{R}

$$\sigma_{\mathfrak{R}} = \mathfrak{R}^T \sigma \mathfrak{R}, \quad d_{\mathfrak{R}} = \mathfrak{R}^T d \mathfrak{R} \quad (3.38)$$

Puede observarse que la derivada temporal del tensor de Cauchy rotado da lugar a

$$\dot{\sigma}_{\mathfrak{R}} = \mathfrak{R}^T (\dot{\sigma} + \sigma \varpi - \varpi \sigma) \mathfrak{R} = \mathfrak{R}^T \sigma^\nabla \mathfrak{R} \quad (3.39)$$

σ^∇ coincide con la derivada objetiva de Green-Naghdi-McInnis si $\varpi = \Omega$ (y entonces $\mathfrak{R} = R$) o con la derivada objetiva de Jaumann si $\varpi = w$. Así, en la configuración neutralizada las derivadas objetivas puede ser calculadas como una simple derivada temporal. Así mismo, teniendo en cuenta la ortogonalidad de \mathfrak{R} , la simetría del tensor de Cauchy y del tensor velocidad de deformación, y la isotropía del tensor elástico ($C_{\mathfrak{R}} = C$), se sigue la identidad formal de las ecuaciones constitutivas de los materiales y la posibilidad de utilizar un algoritmo de pequeñas deformaciones en esta configuración corrotacional. Una vez que la tensión ha sido actualizada se rota de nuevo hacia la configuración espacial mediante \mathfrak{R}_{n+1} . Dado que el elemento sólido hexaédrico de integración reducida y acoplamiento térmico (C3D8RT en la notación de ABAQUS/Explicit) empleado en las simulaciones sigue la derivada de Green-Naghdi-McInnis, se utiliza como tensor de rotación el polar ($\mathfrak{R} = R$).

3.3.2. Integración de las ecuaciones

Para la integración de las ecuaciones del modelo constitutivo del material cerámico se ha propuesto un algoritmo *return mapping* semi-implícito (explícito en el tratamiento incremental de la ecuación de evolución del daño). Tras formular el correspondiente esquema implícito completo se constató el notable incremento de operaciones necesario para actualizar las variables, derivado de la introducción de la tensión principal σ_1 en la ecuación de evolución del daño. Esto obligaba a invertir en cada subiteración una matriz de siete filas y columnas para obtener los subincrementos de tensor de tensión (ya en notación de Voigt) y de daño. Así pues se optó por formular un esquema de integración en el que la evolución de la variable daño se obtiene con el valor de la tensión principal σ_1 en el instante n

$$D_{n+1} = D_n + \dot{D}_o \langle \sigma_{1n} - \sigma_o \rangle \Delta t \quad (3.40)$$

Con el fin de evitar desviaciones de la superficie de fluencia para la tensión actualizada se ha forzado la condición de consistencia con el valor actualizado del daño D_{n+1}

$$f_{n+1} = f(\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}}, D_{n+1}) = 0 \quad (3.41)$$

Otra ventaja de este tratamiento numérico de las ecuaciones constitutivas radica en la simplicidad del proceso de retorno, que se realiza sin subiteraciones, como corresponde a un criterio de plastificación tipo Drucker-Prager sin endurecimiento.

Siguiendo el esquema predictor elástico-retorno plástico, la tensión rotada actualizada se obtiene a partir de la expresión

$$\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}} = \sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}}^{trial} + \Delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{ret} \quad (3.42)$$

donde la tensión trial rotada viene dada por la expresión

$$\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}}^{trial} = \sigma_{\mathfrak{R}_n} + C : (\Delta\varepsilon_{\mathfrak{R}}) \quad (3.43)$$

en la que $\sigma_{\mathfrak{R}_n}$ corresponde a la tensión rotada en el instante n

$$\sigma_{\mathfrak{R}_n} = \mathfrak{R}_n^T \sigma_n \mathfrak{R}_n \quad (3.44)$$

y $\Delta\varepsilon_{\mathfrak{R}}$ al incremento de deformación total en la configuración neutralizada, que puede ser obtenida mediante una aproximación objetiva del tensor velocidad de deformación $d_{n+1/2}$ calculado mediante la regla del punto medio (ver [49])

$$\Delta\varepsilon_{\mathfrak{R}} = \Delta t d_{\mathfrak{R}_{n+1/2}} = \Delta t \mathfrak{R}_{n+1/2}^T d_{n+1/2} \mathfrak{R}_{n+1/2} \quad (3.45)$$

La tensión de retorno $\Delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{ret}$ que corrige el valor dado por el predictor elástico se determina mediante

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{ret} &= -C : (\Delta\lambda \Psi_{\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}}}) = \\ &= -3G\Delta\lambda \frac{s_{\mathfrak{R}_{n+1}}}{\bar{\sigma}_{n+1}} - 3K\Delta\lambda \left[(1 - D_{n+1}) \alpha_{\Psi} + \mu_{\Psi} \frac{D_{n+1}}{3} \right] \mathbf{1} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Dado que D_{n+1} es conocido inicialmente, los únicos residuos que cabe plantear son los relativos a la deformación inelástica

$$R_1 = C^{-1} : \Delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{ret} + \Delta\lambda\Psi\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}} = 0 \quad (3.47)$$

ya expresado en términos de la tensión, y a la función de fluencia

$$R_2 = f(\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}}, D_{n+1}) = 0 \quad (3.48)$$

Linealizando los residuos, y teniendo en cuenta que $\delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{ret} = \delta\sigma_{\mathfrak{R}}$ si partimos del estado tensional *trial* para las subiteraciones, se tiene

$$R_1^{(k+1)} \approx R_1^{(k)} + C^{-1} : \delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)} \left(\frac{\partial\Psi_{\sigma_{\mathfrak{R}}}}{\partial\sigma_{\mathfrak{R}}} \right)^{(k)} : \delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{(k)} + \delta\lambda^{(k)} \Psi_{\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}}}^{(k)} = 0 \quad (3.49)$$

$$R_2^{(k+1)} \approx R_2^{(k)} + \left(\frac{\partial f}{\partial\sigma_{\mathfrak{R}}} \right)^{(k)} : \delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{(k)} = 0 \quad (3.50)$$

siendo (k) el índice de subiteración. Estas dos ecuaciones, una de ellas tensorial y la otra escalar, nos permiten obtener las incógnitas $\delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{(k)}$ y $\delta\lambda^{(k)}$. Despejando $\delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{(k)}$ de 3.49 y sustituyendo en 3.50 tenemos

$$\delta\lambda^{(k)} = \frac{R_2^{(k)} - \left(\frac{\partial f}{\partial\sigma_{\mathfrak{R}}} \right)^{(k)} : \mathbb{T}^{(k)} : R_1^{(k)}}{\left(\frac{\partial f}{\partial\sigma_{\mathfrak{R}}} \right)^{(k)} : \mathbb{T}^{(k)} : \Psi_{\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}}}^{(k)}} \quad (3.51)$$

donde \mathbb{T}^{-1} es el tensor de cuarto orden

$$\mathbb{T}^{-1} = C^{-1} + \Delta\lambda \frac{\partial\Psi_{\sigma_{\mathfrak{R}}}}{\partial\sigma_{\mathfrak{R}}} \quad (3.52)$$

De la ecuación 3.30 se sigue que la dirección de retorno plástico es constante en todo momento, con lo que la ecuación 3.47 es lineal y su residuo es nulo $R_1^{(k)} = 0$. Así la expresión 3.51 puede escribirse

$$\delta\lambda^{(k)} = \frac{f_{n+1}^{(k)}}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{\mathfrak{R}}}\right)^{(k)} : \mathbb{T}^{(k)} : \Psi_{\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}}}^{(k)}} \quad (3.53)$$

y $\delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{(k)}$ queda

$$\delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{(k)} = -\delta\lambda^{(k)} \mathbb{T}^{(k)} : \Psi_{\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}}}^{(k)} \quad (3.54)$$

El tensor \mathbb{T} puede calcularse fácilmente teniendo en cuenta que el gradiente de la dirección de flujo (ecuación 3.30) respecto de la tensión coincide con el Hessiano de la función de plastificación para plasticidad J_2

$$\frac{\partial \Psi_{\sigma_{\mathfrak{R}}}}{\partial \sigma_{\mathfrak{R}}} = \frac{1}{\bar{\sigma}} \left(\frac{3}{2} I_{dev} - r_{\mathfrak{R}} \otimes r_{\mathfrak{R}} \right) \quad (3.55)$$

donde $r_{\mathfrak{R}}$ es la dirección de flujo inelástico para plasticidad J_2 dada por el tensor desviador

$$r_{\mathfrak{R}} = \frac{3}{2} \frac{s}{\bar{\sigma}} \quad (3.56)$$

Así, a partir de la fórmula de Sherman-Morrison se tiene

$$\mathbb{T} = C - \frac{6G^2 \Delta\lambda}{3G\Delta\lambda + \bar{\sigma}} \left(I_{dev} - \frac{2}{3} r_{\mathfrak{R}} \otimes r_{\mathfrak{R}} \right) \quad (3.57)$$

Teniendo en cuenta que el gradiente de f respecto de la tensión se expresa

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{\mathfrak{R}}} = \frac{3}{2} \frac{s}{\bar{\sigma}} + \left[(1 - D) \alpha + \frac{\mu D}{3} \right] \mathbf{1} \quad (3.58)$$

la ecuación 3.53 queda

$$\delta\lambda^{(k)} = \frac{f_{n+1}^{(k)}}{3G + 3K \left((1 - D_{n+1}) \alpha + \mu \frac{D_{n+1}}{3} \right) (3(1 - D_{n+1}) \alpha_\Psi + D_{n+1} \mu_\Psi)} \quad (3.59)$$

que deviene, sin la consideración de daño en el material, en la expresión de retorno para función de plastificación tipo Drucker-Prager y flujo no asociado

$$\delta\lambda^{(k)} = \frac{f_{n+1}^{(k)}}{3G + 9K\alpha\alpha_\Psi} \quad (3.60)$$

Puesto que la superficie de fluencia no cambia durante el retorno, la primera subiteración permite ya obtener $\Delta\lambda$ y la tensión se actualiza mediante 3.46 sabiendo que se da la proporcionalidad entre $s_{\mathfrak{R}_{n+1}}$ y $s_{\mathfrak{R}_{n+1}}^{trial}$

$$\frac{s_{\mathfrak{R}_{n+1}}}{\bar{\sigma}_{n+1}} = \frac{s_{\mathfrak{R}_{n+1}}^{trial}}{\bar{\sigma}_{n+1}^{trial}} \quad (3.61)$$

y es rotada a la configuración espacial

$$\begin{aligned} \sigma_{n+1} = & \Delta\mathfrak{R}_n^{n+1} \sigma_n \Delta\mathfrak{R}_n^{n+1T} + C : \left(\Delta\mathfrak{R}_{n+1/2}^{n+1} \Delta t d_{n+1/2} \Delta\mathfrak{R}_{n+1/2}^{n+1T} \right) - \\ & - \frac{3G\Delta\lambda}{\bar{\sigma}_{n+1}^{trial}} \mathfrak{R}_{n+1} s_{\mathfrak{R}_{n+1}}^{trial} \mathfrak{R}_{n+1}^T - 3K\Delta\lambda \left[(1 - D_{n+1}) \alpha_\Psi + \mu_\Psi \frac{D_{n+1}}{3} \right] 1 \end{aligned} \quad (3.62)$$

Por último, la deformación inelástica equivalente $\bar{\varepsilon}^p$, necesaria para el criterio de fallo de los elementos finitos que se implementa en la subrutina junto con el algoritmo de integración, se obtiene a partir de las expresiones 3.28 y 3.30

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^p = \bar{\varepsilon}_n^p + \Delta\lambda \sqrt{1 + 2 \left[(1 - D_{n+1}) \alpha_\Psi + \mu_\Psi \frac{D_{n+1}}{3} \right]^2} \quad (3.63)$$

3.3.2.1. Algoritmo de retorno al vértice de la superficie de fluencia

El tratamiento de la singularidad de la superficie de fluencia en su vértice se trata mediante un algoritmo diferente al desarrollado en §3.3.2 ya que en este punto la superficie

no tiene definida una normal y aparece una indeterminación en la expresión 3.53 cuando el estado tensional *trial* queda dentro de un cono coaxial con el de fluencia, coincidente con él en el vértice y cuyas generatrices siguen la dirección de retorno. La pendiente de estas generatrices puede obtenerse para el espacio bidimensional $\{p, \bar{\sigma}\}$, no isomorfo al de las tensiones, permitiendo diferenciar fácilmente los estados *trial* en los que es aplicable el algoritmo *return mapping* de aquellos en los que el retorno es directo hacia el vértice, correspondiente a un valor de la presión

$$p_{apex} = \frac{\sigma_{oy}(1 - D_{n+1})}{3\alpha(D_{n+1} - 1) - \mu D_{n+1}} \quad (3.64)$$

Partiendo de la expresión del retorno plástico $\Delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{ret}$ dada por la ecuación 3.46, pueden obtenerse sus componentes esférica y desviadora proyectando sobre los ejes $\{p, \bar{\sigma}\}$

$$\Delta p^{ret} = -\frac{\Delta\sigma_{\mathfrak{R}}^{ret} : \mathbf{1}}{3} = 3K\Delta\lambda \left[(1 - D_{n+1})\alpha_{\Psi} + \mu_{\Psi}\frac{D_{n+1}}{3} \right] \quad (3.65)$$

$$\Delta\bar{\sigma}^{ret} = -\left(\frac{39G^2\Delta\lambda^2}{2(\bar{\sigma}_{n+1}^{trial})^2} s_{\mathfrak{R}_{n+1}}^{trial} : s_{\mathfrak{R}_{n+1}}^{trial} \right)^{1/2} = -3G\Delta\lambda \quad (3.66)$$

Así pues, la pendiente de la dirección de retorno es

$$\kappa^{ret} = \frac{\Delta\bar{\sigma}^{ret}}{\Delta p^{ret}} = \frac{-G}{K \left[(1 - D_{n+1})\alpha_{\Psi} + \mu_{\Psi}\frac{D_{n+1}}{3} \right]} \quad (3.67)$$

y los estados *trial* que quedan en la región

$$\bar{\sigma}_{n+1}^{trial} \leq \kappa^{ret} (p_{n+1}^{trial} - p_{apex}) \quad (3.68)$$

deben retornar directamente al vértice (figura 3.5), correspondiente al estado hidrostático

$$\sigma_{n+1} = -p_{apex} \mathbf{1} \quad (3.69)$$

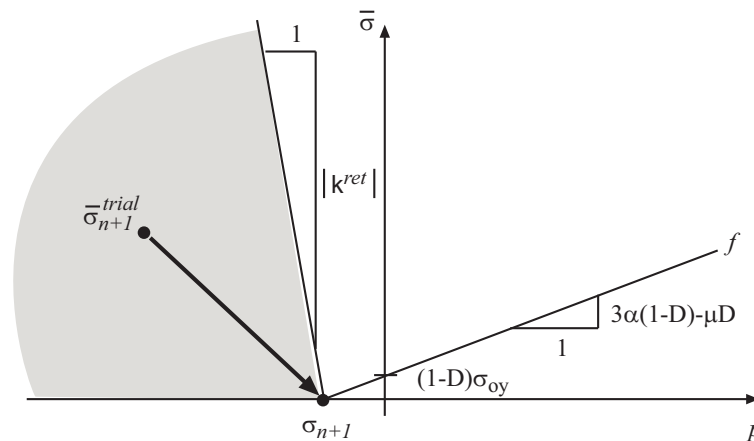


Figura 3.5: Retorno al vértice para los estados *trial* sujetos a la condición 3.68.

Al haberse implementado el modelo constitutivo en un código explícito, no se requiere la formulación de la matriz tangente consistente y se evitan los problemas derivados de la existencia de esta singularidad.

3.3.3. Esquema de implementación del Algoritmo para ABAQUS /Explicit

La subrutina de usuario VUMAT, que implementa el algoritmo de integración de la ecuación constitutiva, recibe del código de simulación los valores del tensor de tensiones $\sigma_{\mathfrak{R}_n}$, el tensor incremento de deformaciones totales $\Delta\epsilon_{\mathfrak{R}}$, el tensor de deformaciones plásticas ϵ_n^p y la variable interna de daño D_n . Las rotaciones de las variables tensoriales entre la configuración espacial y la corrotacional las efectúa el propio código por lo que no es necesaria su implementación en la subrutina. En el siguiente esquema se detallan los pasos que realiza el algoritmo.

1. Predictor elástico

$$\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}}^{trial} = \sigma_{\mathfrak{R}_n} + C : (\Delta \varepsilon_{\mathfrak{R}})$$

$$\text{Si } f(\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}}^{trial}, D_{n+1}) < 0 \quad \Rightarrow$$

$$\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}} = \sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}}^{trial}$$

$$D_{n+1} = D_n$$

$$\epsilon_{\mathfrak{R}_{n+1}}^p = \epsilon_{\mathfrak{R}_n}^p$$

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^p = \bar{\varepsilon}_n^p$$

FIN

Si no \Rightarrow *ir a 2*

2. Elección del retorno plástico

$$\text{Si } \bar{\sigma}_{n+1}^{trial} \leq \kappa^{ret} \cdot (p_{n+1}^{trial} - p_{apex}) \quad \Rightarrow \text{ir a 3}$$

Si no \Rightarrow *ir a 4*

3. Retorno directo al vértice

$$\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}} = -p_{apex} \mathbf{1}$$

$$D_{n+1} = D_n + \dot{D}_o \langle \sigma_{1n} - \sigma_o \rangle \Delta t$$

$$\epsilon_{\mathfrak{R}_{n+1}}^p = \epsilon_{\mathfrak{R}_n}^p + \Delta \epsilon_{\mathfrak{R}}^p = \epsilon_{\mathfrak{R}_n}^p - C^{-1} : (\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}} - \sigma_{\mathfrak{R}_n})$$

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^p = \bar{\varepsilon}_n^p + \sqrt{\frac{2}{3} \Delta \epsilon_{\mathfrak{R}}^p : \Delta \epsilon_{\mathfrak{R}}^p}$$

FIN

4. Algoritmo return mapping

$$\Delta \lambda = \frac{f_{n+1}}{3G + 3K \left((1 - D_{n+1}) \alpha + \mu \frac{D_{n+1}}{3} \right) (3(1 - D_{n+1}) \alpha_{\Psi} + D_{n+1} \mu_{\Psi})}$$

$$\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}} = \sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}}^{trial} - \Delta \lambda \left(3G \frac{s_{\mathfrak{R}_{n+1}}}{\bar{\sigma}_{n+1}} + 3K \left[(1 - D_{n+1}) \alpha_{\Psi} + \mu_{\Psi} \frac{D_{n+1}}{3} \right] \mathbf{1} \right)$$

$$D_{n+1} = D_n + \dot{D}_o \langle \sigma_{1n} - \sigma_o \rangle \Delta t$$

$$\epsilon_{\mathfrak{R}_{n+1}}^p = \epsilon_{\mathfrak{R}_n}^p - C^{-1} : (\sigma_{\mathfrak{R}_{n+1}} - \sigma_{\mathfrak{R}_n})$$

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^p = \bar{\varepsilon}_n^p + \Delta \lambda \sqrt{1 + 2 \left[(1 - D_{n+1}) \alpha_{\Psi} + \mu_{\Psi} \frac{D_{n+1}}{3} \right]^2}$$

FIN

Capítulo 4

DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO PARA ALÚMINA Y NITRURO DE ALUMINIO

Se han determinado los parámetros del modelo desarrollado en el capítulo 3 para dos cerámicas diferentes, alúmina de alta pureza y nitruro de aluminio, por ser éstos dos de los materiales cerámicos más empleados en protección balística.

La Red Neuronal Artificial, entrenada con los casos provenientes de simulaciones numéricas que emplean el modelo de material cerámico, ha sido desarrollada para el rango de velocidades $500 < v < 1200$ m/s, en el que también ha sido validado el modelo. Por tanto, el ajuste de los parámetros se ha realizado fuera de este rango ($v = 1700$ m/s).

El modelo consta de 8 parámetros (E , ν , σ_y , 3α , μ , \dot{D}_0 , σ_0 y k). Los valores de algunos de ellos se han obtenido de la literatura científica pero, dada la novedad del modelo de daño, para la obtención de ciertos valores ha sido necesaria la simulación numérica y el ajuste de resultados experimentales. Las constantes elásticas E y ν y el límite elástico σ_y se han obtenido directamente del trabajo de Hohler et al. [20], que cuenta con datos de numerosos materiales cerámicos empleados en protección balística.

Para la obtención de los valores del ángulo de fricción 3α , de la cohesión σ_{0y} y de la fricción μ , que caracterizan la resistencia del material intacto y fragmentado en función de la presión, se han empleado datos disponibles del modelo propuesto por Johnson y Holmquist en la literatura científica [70]. Este modelo, descrito en §2.3.2, está muy exten-

dido en los códigos numéricos comerciales para la modelización de materiales cerámicos sometidos a impacto, lo que facilita la obtención de datos sobre la resistencia de materiales cerámicos de interés balístico.

Por último, los valores de los parámetros \dot{D}_0 y σ_0 , que controlan la evolución del daño, y el factor de dilatación k , se han determinado por comparación de los resultados numéricos obtenidos mediante simulación con los resultados experimentales de profundidad de penetración obtenidos por Hohler et al. [20].

4.1. Determinación de los valores de 3α y μ

Las curvas de resistencia del modelo *JH2* [45] obtenidas por Cronin et al. [70] vienen dadas, para la alúmina, por las expresiones

$$\begin{aligned}\sigma_i &= 1,482(p + 0,2)^{0,6} \\ \sigma_f &= 0,38p^{0,6}\end{aligned}\tag{4.1}$$

y para el nitruro de aluminio por

$$\begin{aligned}\sigma_i &= 3,2(p + 0,32)^{0,29} \\ \sigma_f &= 0,43p^{0,21}\end{aligned}\tag{4.2}$$

en las que σ_i , σ_f y p se expresan en GPa.

Para obtener los valores de 3α y μ para ambos materiales se han ajustado por mínimos cuadrados, en el rango aproximado de presiones que se dan en el material durante el impacto ($[0 - 10]$ GPa), las rectas del modelo de Cortés et al. [1] dadas por

$$\sigma_i = 3\alpha p + \sigma_{0y}\tag{4.3}$$

$$\sigma_f = \mu p\tag{4.4}$$

a las curvas potenciales del modelo *JH2* [45] (ecuaciones 4.1 y 4.2). El ajuste de la curva que define el material intacto (ecuación 4.3) se reduce a un único parámetro teniendo en cuenta que la cohesión σ_{0y} se puede definir a partir del límite elástico de tracción σ_y como

$$\sigma_{0y} = \sigma_y(1 + \alpha)\tag{4.5}$$

con lo que se tiene

$$\sigma_i = 3\alpha p + (1 + \alpha)\sigma_y \quad (4.6)$$

siendo 3α el parámetro de ajuste.

El ajuste de la curva que define el material completamente fragmentado también depende de un único parámetro μ , ya que el material dañado no posee cohesión y la resistencia que éste ofrece viene determinada por su comportamiento friccional. En la tabla siguiente se recogen los valores de E , ν , σ_y , 3α , σ_{0y} , μ .

Parámetro	Alúmina	Nitruro de Aluminio
E (GPa)	378 [20]	310 [20]
ν	0.22 [20]	0.21 [20]
σ_y (MPa)	240 [20]	230 [20]
3α	0.65 (ajuste JH2 [45])	0.785 (ajuste JH2 [45])
σ_{0y} (MPa)	292 (ajuste JH2 [45])	290 (ajuste JH2 [45])
μ	0.21 (ajuste JH2 [45])	0.1 (ajuste JH2 [45])

Tabla 4.1: Valores de los parámetros del *Modelo de Cortés et al. Modificado* para alúmina y nitruro de aluminio obtenidos de la literatura científica y mediante ajuste por mínimos cuadrados.

4.2. Determinación de los valores de \dot{D}_0 , σ_0 y k

Una vez determinados los valores de los parámetros que caracterizan la resistencia de la alúmina y el nitruro de aluminio, se han empleado \dot{D}_0 , σ_0 y k como parámetros de ajuste del modelo utilizando para ello los datos experimentales obtenidos por Hohler et al. [20] en tests de *DOP* sobre ambos materiales.

4.2.1. Ensayos experimentales realizados por Hohler et al.

Hohler et al. analizan en uno de sus trabajos [20] la eficiencia balística de diferentes materiales cerámicos mediante el test de *DOP* (descrito en §2.2.1.2) y técnicas de radiografía ultrarrápida para diferentes configuraciones, proyectiles y velocidades de impacto. Para la determinación de los valores de los parámetros de los materiales citados anteriormente se emplearán los resultados obtenidos en los tests de *DOP*.

En la figura 4.1 se presenta una de las configuraciones empleadas por los autores en los ensayos. Estos consistieron en la realización de impactos sobre diferente número de losetas de material cerámico de 20 mm de espesor y sección cuadrada de 100 mm de lado, confinadas por acero templado de 20 mm de espesor en la dirección radial y 10 mm en la dirección longitudinal. En la parte posterior del dispositivo empleado para el ensayo se situó un bloque de acero *RHA* soldado al confinamiento, suficientemente grueso para detener completamente el proyectil.

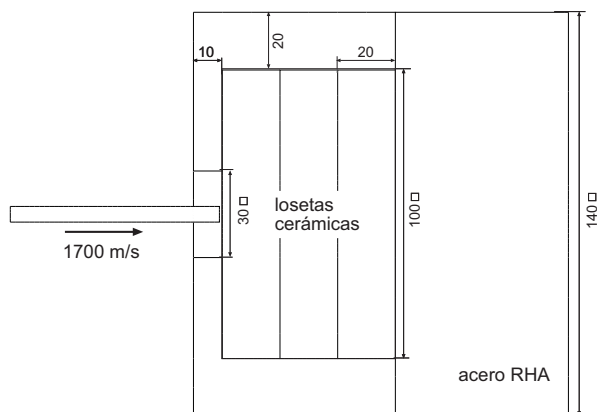


Figura 4.1: Test *DOP* empleado por Hohler et al. [20]: disposición y geometría de las losetas cerámicas, el confinamiento y el material sobre el que se mide la penetración residual. Dimensiones en mm.

Los autores emplearon proyectiles cilíndricos de aleación de wolframio de 72.5 mm de longitud y de esbeltez $L/D = 12,5$ impactando a una velocidad $v = 1700$ m/s. En la tabla 4.2 se presentan las propiedades básicas de la aleación, disponibles en el artículo [20].

Propiedad	Valor
Densidad	17600 kg/m ³
H_V	4.2 GPa
Resistencia a tracción	1200 MPa

Tabla 4.2: Propiedades básicas de la aleación de wolframio empleada en el proyectil, Hohler et al. [20].

En la figura 4.2 se presentan los resultados obtenidos en el test para los dos materiales estudiados en este trabajo. Cada punto representa un ensayo con 1, 2, 3 ó 4 losetas de alúmina o nitruro de aluminio (lo que determina los diferentes valores de las densidades areales para un mismo material que se pueden observar). Se han elegido los datos corres-

pendientes a la configuración de la figura 4.1, en la que se emplean 3 losetas, obteniéndose para la alúmina una penetración residual de $p_r = 16,3$ mm y para el nitruro de aluminio $p_r = 13,4$ mm. A partir de la intersección de la recta correspondiente al acero *RHA* con el eje de abscisas, se determina el valor de la penetración del proyectil en el acero *RHA* ($p = 60$ mm), utilizado para adimensionalizar p_r , y que corresponde al caso en que se realiza el impacto directamente sobre el bloque posterior, sin interposición de ninguna loseta cerámica.

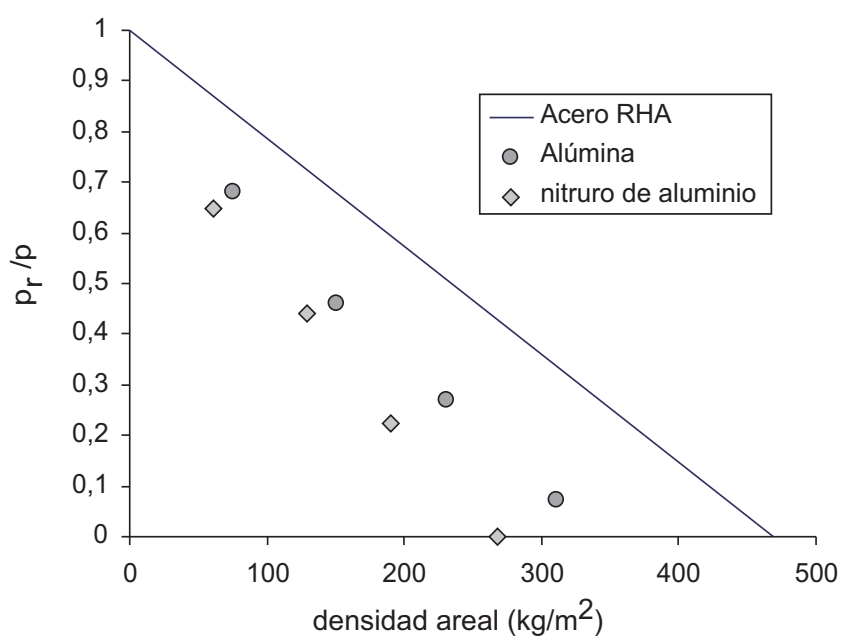


Figura 4.2: Resultados obtenidos en el test *DOP* por Hohler et al.[20] para alúmina y nitruro de aluminio: penetración residual adimensionalizada vs. densidad areal del material cerámico. p_r : penetración residual, p : penetración de referencia en acero.

4.2.2. Simulación numérica

Con el fin de estudiar la influencia de los parámetros \dot{D}_0 , σ_0 y k en el comportamiento del material cerámico y ajustar posteriormente sus valores para la alúmina y el nitruro de aluminio, se ha desarrollado un modelo numérico de impacto que reproduce los ensayos *DOP* anteriormente descritos. Para el pre/postproceso se ha empleado el código comercial ABAQUS/CAE v6.43 [23] y para el proceso se ha empleado ABAQUS/Explicit v6.43 [23].

4.2.2.1. Mallado, condiciones de contorno y condiciones iniciales

La geometría de la figura 4.1 (la geometría del proyectil se indica en §4.2.1) se ha discretizado mediante elementos hexaédricos de 8 nodos, acoplamiento termomecánico e integración reducida a un único punto de Gauss (C3D8RT en notación de ABAQUS). El mallado es regular (figura 4.3) y la longitud característica de los elementos del proyectil, del material cerámico y del bloque posterior, en la zona del impacto, es $L_c \simeq 1,5$ mm. Los elementos del confinamiento son de mayor tamaño (10 mm) dada la homogeneidad del estado tensional y el reducido nivel de deformación que experimenta esta parte del modelo. Como condición de contorno se ha impedido el desplazamiento, en la dirección del impacto, de los nodos de la superficie libre trasera del bloque posterior. Además, se ha empleado una condición inicial de velocidad ($v = 1700$ m/s) en la dirección del impacto para los nodos que forman el proyectil.

4.2.2.2. Algoritmo de contacto

Para todas las simulaciones realizadas se ha empleado el algoritmo de contacto *General Contact-kinematic contact algorithm* (en notación de ABAQUS). Éste predice, en cada incremento de tiempo, una configuración cinemática sin considerar las condiciones de contacto. Posteriormente determina los nodos de una superficie de contacto que penetran en la otra. Por último, calcula las fuerzas de contacto que se oponen a ésta penetración en función de la profundidad de ésta, la masa nodal y el incremento de tiempo. El algoritmo aplica una ponderación a ambas superficies para calcular la penetración de los nodos. La ponderación puede ser *balanceada*, asignando un peso similar a cada superficie de contacto, o *maestra-esclava* (figura 4.4), en la que los nodos de la superficie esclava no pueden penetrar en la superficie maestra.

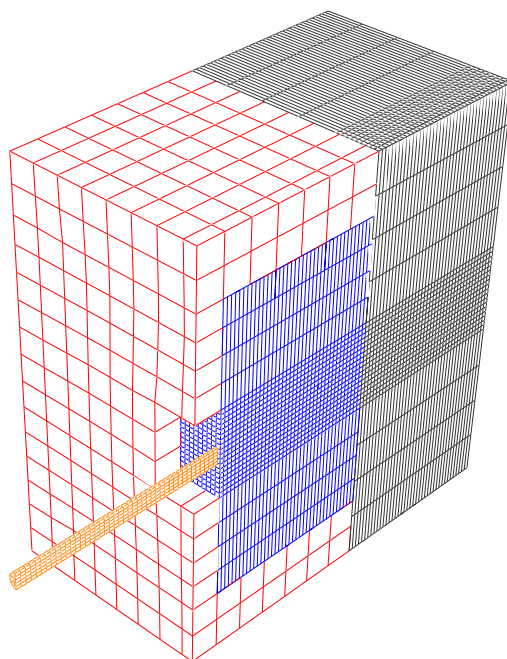


Figura 4.3: Mallado empleado en el modelo de impacto: confinamiento en rojo, losetas cerámicas en azul, bloque posterior en negro y proyectil en naranja.

Para definir la interacción de las losetas cerámicas entre sí, con el confinamiento y con el bloque posterior se ha empleado el algoritmo, con una ponderación balanceada, definido entre las superficies exteriores de todas las partes del modelo. Para definir la interacción entre proyectil y losetas cerámicas y entre proyectil y bloque posterior se ha empleado el algoritmo, con una ponderación *maestra-esclava*, definido entre las siguientes superficies:

- superficie maestra: formada por las caras superiores de todos los elementos de la parte central de las losetas cerámicas y el bloque posterior.
- superficie esclava: formada por todos los nodos del proyectil.

De esta forma se consigue mantener el contacto entre ambos sólidos cuando estos comienzan a perder elementos debido a la erosión.

4.2.2.3. Modelización de los materiales

Para modelizar el comportamiento de los *materiales metálicos* (proyectil, confinamiento metálico y bloque posterior de acero *RHA*) se ha considerado un modelo de com-

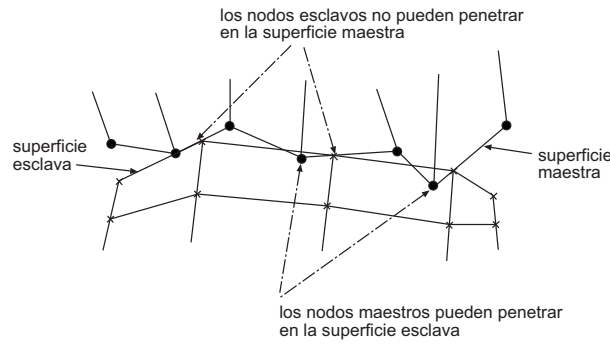


Figura 4.4: Algoritmo de contacto, ponderación de las superficies *maestra-esclava*.

portamiento basado en plasticidad J_2 , hipoelástico-plástico con endurecimiento isótropo. Dada la sensibilidad de los metales a la velocidad de deformación, muy elevada en los problemas de impacto, y el ablandamiento térmico que sufren éstos por calentamiento adiabático, se ha creído pertinente considerar ambos efectos. Para ello se ha empleado la ley de endurecimiento/ablandamiento termoviscoplastico de Johnson-Cook [36], descrita en §2.3.1. Los valores de los parámetros de este modelo para los materiales metálicos empleados en la simulación, así como las referencias bibliográficas en las que estos se han obtenido, se recogen en la tabla 4.3.

Parámetro	aleación de W [71]	Acero RHA [72]	Acero templado [73]
E (GPa)	345	207	200
ν	0.33	0.3	0.3
densidad (kg/m ³)	17600	7800	7870
A (MPa)	1093	1240	532
B (MPa)	1270	509	229
n	0.42	0.26	0.3
C	0.0188	0.014	0.027
$\dot{\epsilon}_0$ (s ⁻¹)	1	1	1
m	0.78	1.03	1
θ_0 (°C)	25	25	25
θ_m (°C)	1580	1430	1520
calor específico (Jkg ⁻¹ K ⁻¹)	134	500	481
conductividad (Wm ⁻¹ K ⁻¹)	45	44.5	44.5
coef. exp. térmica (°C ⁻¹)·10 ⁻⁵	4.3	1.3	1.3
coef. Quinney-Taylor	0.7	0.9	0.85

Tabla 4.3: Valores de los parámetros del modelo de Johnson-Cook [36] para los metales empleados en la simulación, obtenidos en la literatura científica.

El bloque posterior de acero y el proyectil sufren un proceso de erosión consecuencia del proceso de impacto. Para modelizarla se ha considerado un modelo de fallo del material basado en la deformación plástica equivalente (*shear failure*, en la notación de ABAQUS), así, al alcanzar un valor umbral de ésta $\bar{\epsilon}_{fallo}$ en el punto de integración de Gauss, el elemento se elimina de la simulación, evitando así el problema de la excesiva distorsión que aparece en los mallados lagrangianos cuando las deformaciones son muy elevadas. Se ha empleado el mismo valor de este parámetro para ambos metales. Para obtenerlo, se ha realizado una serie de simulaciones de impacto del proyectil directamente sobre el bloque de acero *RHA*, sin interposición del material cerámico, hasta conseguir la penetración obtenida en los ensayos realizados por Hohler et al. [20] ($p = 60$ mm) obteniéndose $\bar{\epsilon}_{fallo} = 1,5$.

Para modelizar el comportamiento de los *materiales cerámicos* se ha empleado el modelo desarrollado en §3. Los valores de los parámetros E , ν , σ_y , 3α y μ son los definidos en la tabla 4.1. También se ha empleado un modelo de fallo del material basado en la deformación plástica equivalente. Tras varias simulaciones se ha elegido, para ambas cerámicas, $\bar{\epsilon}_{fallo} = 0,7$, valor que garantiza una deformación razonable del material, dada su elevada fragilidad, sin eliminar el elemento del cálculo prematuramente.

4.2.2.4. Descripción general de las simulaciones realizadas

Debido a la corta duración del proceso (del orden de $100 \mu s$), que dificulta que el calor generado por deformación plástica se difunda a través del material, se ha realizado un análisis adiabático. Se ha empleado un esquema de integración temporal explícito con un paso de integración Δt elegido por el código a partir de la condición de Courant para garantizar la estabilidad. El tiempo total de simulación ha sido de $150 \mu s$. La duración de cada simulación ha sido de 90 minutos aproximadamente, en una máquina con dos procesadores Intel(R) Xeon(TM) a 3.2 GHz y 4 GB de RAM procesando 4 casos en paralelo.

El proceso de determinación de los valores de los parámetros \dot{D}_0 , σ_0 y k para las cerámicas consideradas, se ha desarrollado en dos fases. En la primera se ha realizado una serie de simulaciones sobre losetas cerámicas de 20 mm de espesor, confinadas y sin confinar, con objeto de analizar la influencia de estos parámetros en el comportamiento del material cerámico. A partir de estas simulaciones (71 en total) puede obtenerse un completo estudio de tendencias y pueden establecerse los rangos de variación de los

parámetros que conducen a resultados razonables. Así se facilita el posterior ajuste de sus valores finales para cada material. En la figura 4.5 se puede ver la secuencia de una de ellas para una configuración de 3 losetas de alúmina confinadas.

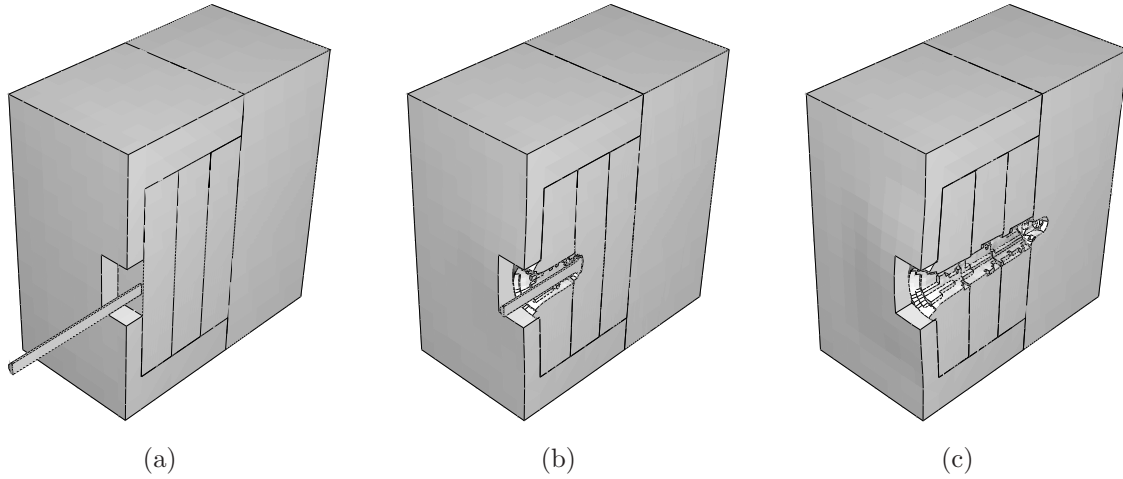


Figura 4.5: Secuencia de una de las simulaciones de los tests *DOP* realizados por Hohler et al. [20] con losetas de alúmina. Valores de los parámetros de ajuste: $\dot{D}_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ (Pa}\cdot\text{s)}^{-1}$, $\sigma_0 = 230 \text{ MPa}$ y $k = 0,7$. $v = 1700 \text{ m/s}$

4.2.3. Análisis preliminar de la influencia de los parámetros \dot{D}_0 , σ_0 y k

Se han fijado el resto de los parámetros, tomando valores arbitrarios de éstos para darle mayor generalidad a los resultados obtenidos (tabla 4.4), variando los valores de \dot{D}_0 , σ_0 y k . Se ha tomado la penetración en el bloque cerámico como medida de la resistencia del material.

Parámetro	Valor
E (GPa)	430
ν	0.16
σ_y (MPa)	290
3α	1.88
μ	0.6

Tabla 4.4: Análisis preliminar de la influencia de \dot{D}_0 , σ_0 y k : valores de los parámetros fijos del modelo.

Las condiciones de las simulaciones realizadas son idénticas a las descritas en §4.2.2 salvo que en este caso se ha empleado un espesor cerámico suficientemente grueso para

garantizar la detención del proyectil sin perforar el bloque posterior de acero. Dada la importancia que tiene la presión en el comportamiento resistente de los materiales cerámicos, se ha estudiado la influencia de los parámetros para una configuración con confinamiento, lo que hace aumentar considerablemente la presión en el seno del material, y para una configuración sin confinamiento.

En la figura 4.6 se muestra la influencia de \dot{D}_0 , parámetro con el que la velocidad de crecimiento del daño \dot{D} guarda una relación lineal, en las zonas donde se supera el umbral de fractura σ_0 (ecuación 3.16). Un aumento del valor de \dot{D}_0 implica una mayor velocidad de fragmentación del material con la consiguiente disminución de resistencia y por tanto, una mayor penetración. Como puede observarse la relación entre \dot{D}_0 y la penetración en el material cerámico es logarítmica. Así mismo, se observa que la penetración es mucho mayor en los casos sin confinamiento ya que la presión en el material cerámico fragmentado es menor al poder moverse éste más fácilmente en dirección radial.

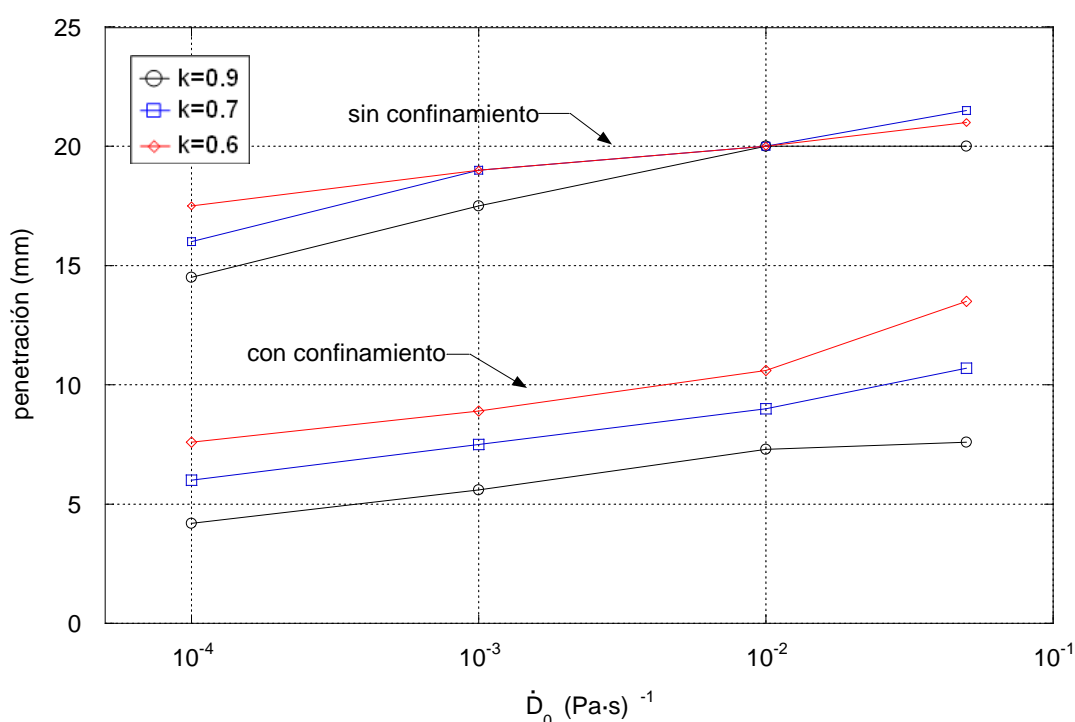


Figura 4.6: Influencia de los parámetros de ajuste \dot{D}_0 y k en la penetración del proyectil en la loseta cerámica, con y sin confinamiento.

La misma figura muestra el efecto del factor de dilatación k . Éste influye en el aumento de volumen del material cerámico fragmentado al sufrir deformaciones inelásticas por rotación de unos fragmentos sobre otros [43]. Al aumentar el valor de k se aumenta

el efecto dilatante del material. Se puede observar cómo el efecto de la variación de k en la resistencia del material es considerablemente mayor en condiciones de confinamiento que sin él. Si éste se encuentra confinado, no pudiendo dilatar libremente, la deformación plástica se traduce en un aumento de la presión en el interior del material y por tanto de su resistencia. Si por el contrario el material no está confinado, puede dilatar con mayor facilidad y su resistencia se ve menos afectada ante variaciones de k .

En la figura 4.7 se observa la influencia de σ_0 en la penetración en el bloque cerámico para $k = 0,6$, $\dot{D}_0 = 0,01$ y $\dot{D}_0 = 0,05$. La distribución espacial del daño, que evoluciona en las regiones del material en las que la tensión principal máxima supera el valor del umbral, va asociada a este parámetro. Al aumentar su valor se aprecia una disminución exponencial de la penetración del proyectil. Es éste el parámetro cuyo valor tiene una mayor influencia en la resistencia del material. Esto se debe a dos motivos: por una parte, valores reducidos de σ_0 (respecto de σ_y) son responsables de una rápida degradación del material en la zona contigua al impacto, facilitando la penetración. Por otra parte, las regiones próximas al confinamiento, en las que aparecen tracciones por reflexión de ondas (menor impedancia del acero respecto de la de la cerámica), sufren una mayor fragmentación facilitando la movilidad del material y reduciendo la resistencia estructural del bloque cerámico.

En la figura 4.8, se observa claramente una mayor degradación del material, una mayor deformación global y una mayor penetración para valores bajos de σ_0/σ_y . Valores pequeños de σ_0 dan lugar a distribuciones de daño que no se corresponden con las observaciones de Hohler et al. [20]. Por contra, si se utilizan valores de σ_0 próximos a σ_y , se obtiene una mayor fidelidad a los resultados experimentales. Así mismo, parece razonable establecer como umbral de fractura para la tensión principal máxima el valor del límite elástico ya que, en los materiales cerámicos, éste se encuentra muy próximo al valor de la resistencia.

Por lo tanto, se ha decidido establecer $\sigma_0 = \sigma_y$ en el modelo, con lo que se obtiene una distribución del daño más adecuada y se elimina un parámetro de ajuste.

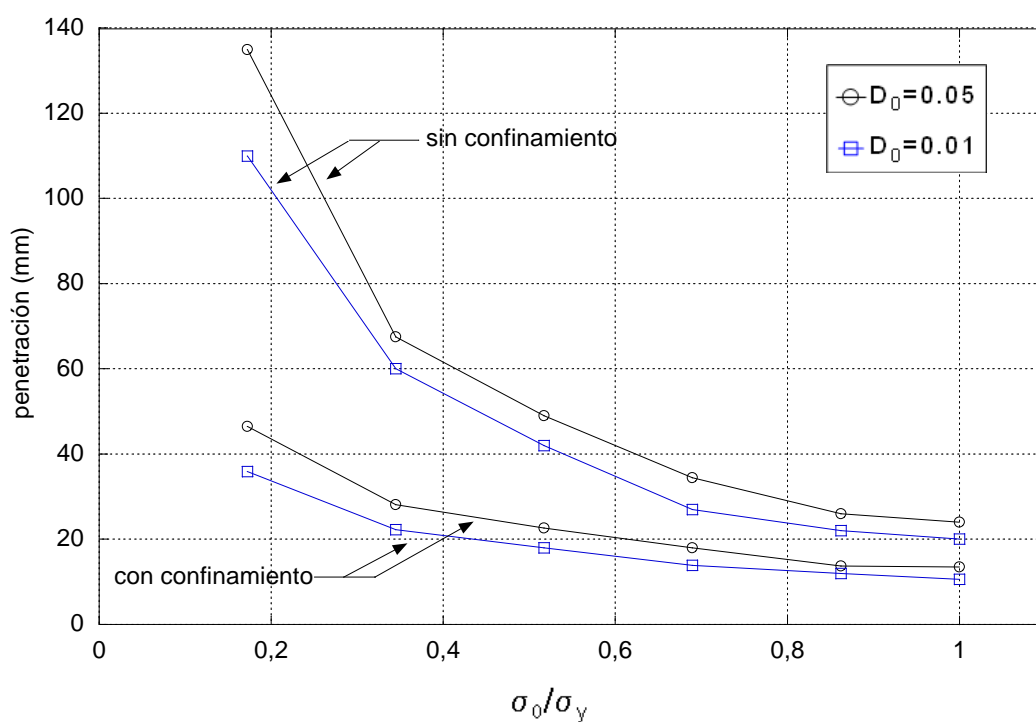


Figura 4.7: Influencia del parámetro σ_0 en la penetración del proyectil en la loseta cerámica, con y sin confinamiento. σ_0/σ_y vs. penetración. ($k = 0,6$)

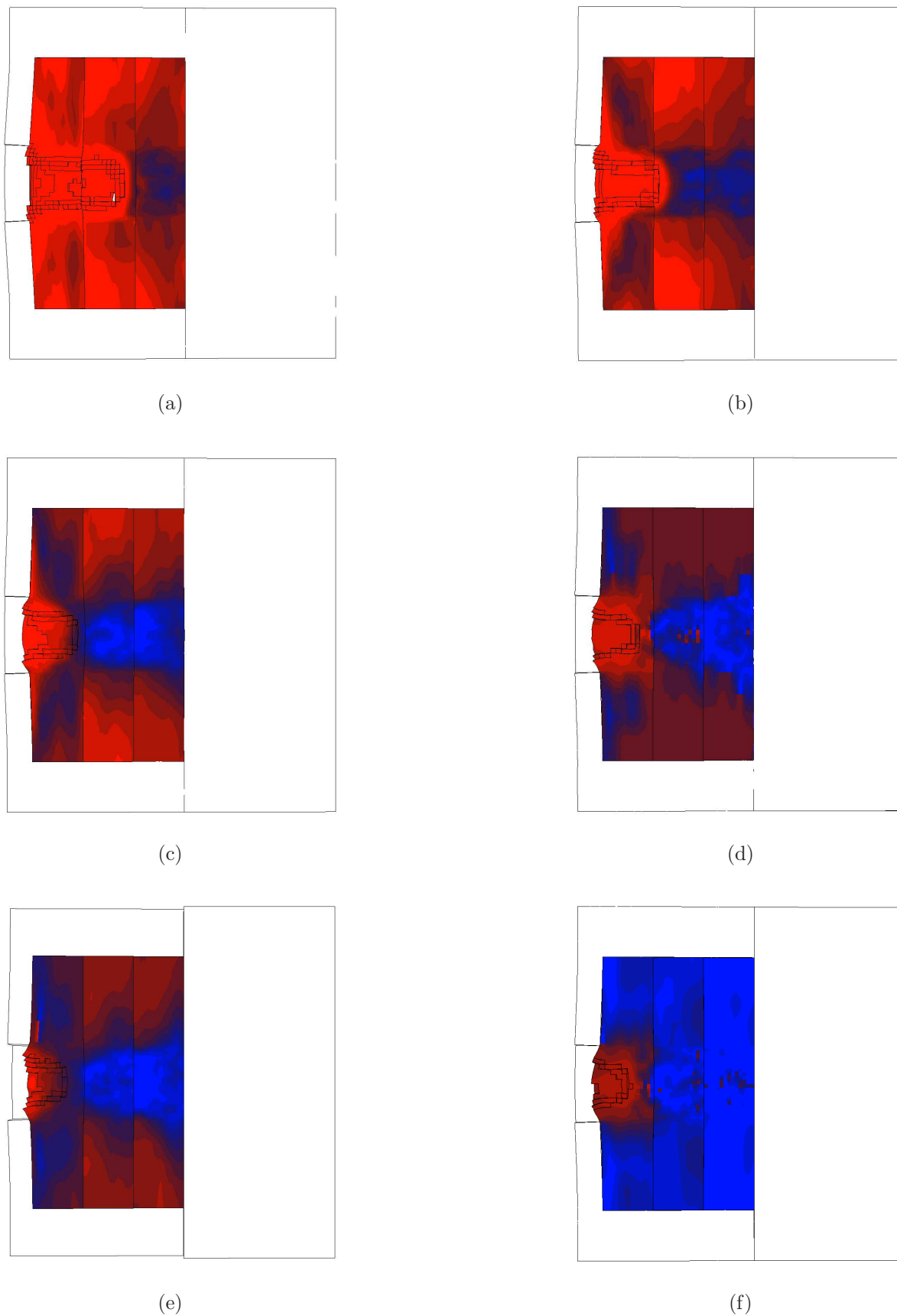
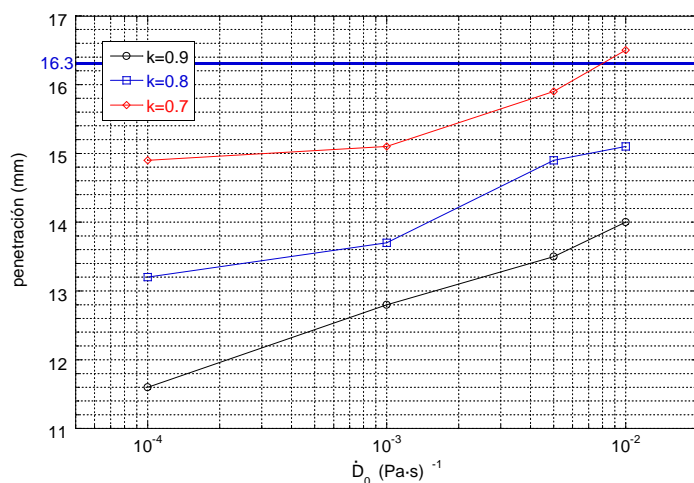


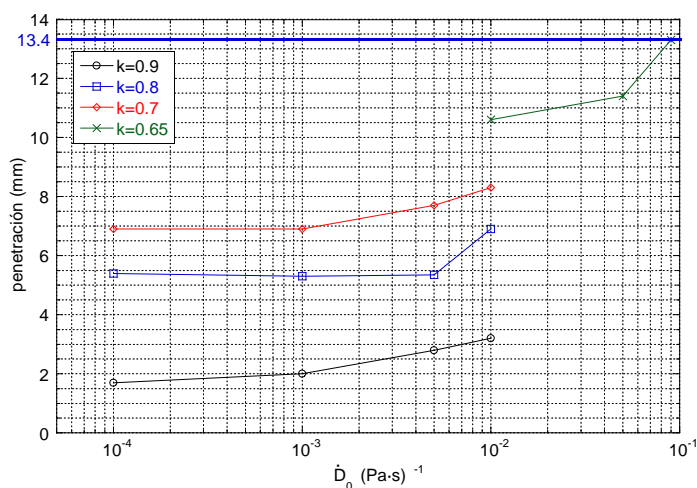
Figura 4.8: Contornos de daño (en rojo $D = 1$, en azul $D = 0$) tras el impacto del proyectil para diferentes valores de σ_0 : (a) $\sigma_0 = 0,2\sigma_y$ (b) $\sigma_0 = 0,35\sigma_y$ (c) $\sigma_0 = 0,5\sigma_y$ (d) $\sigma_0 = 0,7\sigma_y$ (e) $\sigma_0 = 0,85\sigma_y$ (f) $\sigma_0 = \sigma_y$

4.2.4. Ajuste de los valores

Conocida la influencia de \dot{D}_0 y k en la penetración del proyectil en un material cerámico, se ajustan los valores de éstos para la alúmina y el nitruro de aluminio hasta conseguir los valores de penetración residual p_r deseados (figura 4.9).



(a)



(b)

Figura 4.9: Gráficas empleadas para el ajuste de \dot{D}_0 y k para (a) Alúmina, (b) Nitruro de Aluminio.

Finalmente se presentan todos los valores obtenidos de los parámetros del modelo para ambos materiales en este capítulo (tabla 4.5).

Parámetro	Alúmina	Nitruro de Aluminio
E (GPa)	378	310
ν	0.22	0.21
σ_y (MPa)	240	230
densidad (kg/m ³)	3810	3230
3α	0.65	0.785
σ_{0y} (MPa)	292	290
μ	0.21	0.1
\dot{D}_0 (Pa·s) ⁻¹	$8 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-2}$
σ_0 (MPa)	240	230
k	0.7	0.65

Tabla 4.5: Valores de los parámetros del *Modelo de Cortés et al. Modificado* para alúmina y nitruro de aluminio.

Capítulo 5

VALIDACIÓN DEL MODELO

El *modelo numérico completo*, entendido como el conjunto de las ecuaciones constitutivas para el material cerámico y el algoritmo de integración desarrollado para éste en el capítulo 3, el tipo de elemento utilizado y el algoritmo de contacto seleccionado, descritos en el capítulo 4, así como la formulación empleada por el código ABAQUS/Explicit [23] para resolver la integración temporal de las ecuaciones de equilibrio, ha sido validado dentro del rango de energías de impacto considerado para el entrenamiento y posterior utilización de la Red Neuronal Artificial (RNA). Debe entenderse esta validación como análisis de su capacidad, como herramienta de simulación, para predecir con suficiente precisión (la habitualmente exigida en este tipo de aplicaciones) los resultados experimentales de los que se dispone.

Como se comentó en el capítulo anterior, la aplicabilidad de la RNA se ha establecido para velocidades comprendidas entre 500 y 1200 m/s. En función de la velocidad y de la masa del proyectil, que en los casos habituales varía entre 1 y 100 g, se pueden definir 2 rangos de energía de impacto: rango de energía cinética intermedia (de 10 a 60 kJ) y rango de energía cinética baja (de 0.1 a 10 kJ). Para la validación en el primero de estos rangos de energía, se han empleado los resultados experimentales obtenidos por den Reijer [22], que proporcionan una gran cantidad de información del proceso de penetración del proyectil para diferentes velocidades de impacto y protecciones. Los casos considerados por den Reijer comprenden velocidades entre 700 y 1100 m/s para proyectiles de 7 g de masa, lo que los sitúa dentro del rango de energía indicado. Para disponer de resultados experimentales en el rango menor de energías, se ha desarrollado un programa experimental en el Laboratorio del *Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras* de la Universidad Carlos III de Madrid, que ha consistido en la

realización de impactos con un proyectil de 1 g a velocidades comprendidas entre 500 y 700 m/s con diferentes ángulos de incidencia sobre 2 configuraciones de protección ligera alúmina-aluminio.

La validación del modelo se ha realizado atendiendo tanto a aspectos cuantitativos (velocidad residual del proyectil, posiciones del proyectil y placa metálica de respaldo durante el proceso de penetración) como cualitativos (morfología del proyectil y protección tras el impacto y formación del cono cerámico).

5.1. Resultados experimentales para la validación del modelo numérico

5.1.1. Energía cinética intermedia

En §2.2.1.3 se describió brevemente el trabajo experimental realizado por den Reijer [22]. Para validar el modelo numérico completo en el rango de energía intermedia se han empleado sus resultados, que corresponden a tres configuraciones alúmina-aluminio impactadas cada una de ellas a dos velocidades V_1 y V_2 que se encuentran inmediatamente por debajo y por encima de su límite balístico para un proyectil cilíndrico de acero. Se tienen, por tanto, tres casos de perforación completa de la protección y tres casos de detención del proyectil. Los resultados de estos ensayos han permitido validar el modelo en términos de ocurrencia de la perforación y de posiciones de la cola del proyectil y de la parte posterior de la placa de aluminio (figura 5.1) a lo largo del proceso de penetración.

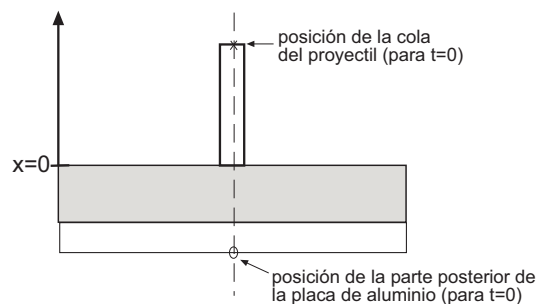


Figura 5.1: Posición de la cola del proyectil y la parte posterior de la placa de aluminio en impactos realizados sobre protecciones ligeras alúmina-aluminio. Instante inicial.

El sistema de radiografía ultrarrápida utilizado por den Reijer [22], descrito en §2.2.1.3, permite determinar estas dos posiciones mediante el empleo de dos placas ra-

radiográficas con las que se obtienen, en cada ensayo, dos imágenes en instantes prefijados. Por lo tanto, para obtener una secuencia como la que se muestra en la figura 5.2, es necesario realizar una serie de 7 impactos a la misma velocidad. Las posiciones empleadas para validar el modelo numérico se han determinado a partir de las radiografías en los instantes $t = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 20, 25, 30, 35, 40$ y $60 \mu s$ para cada una de las velocidades y configuraciones de impacto.

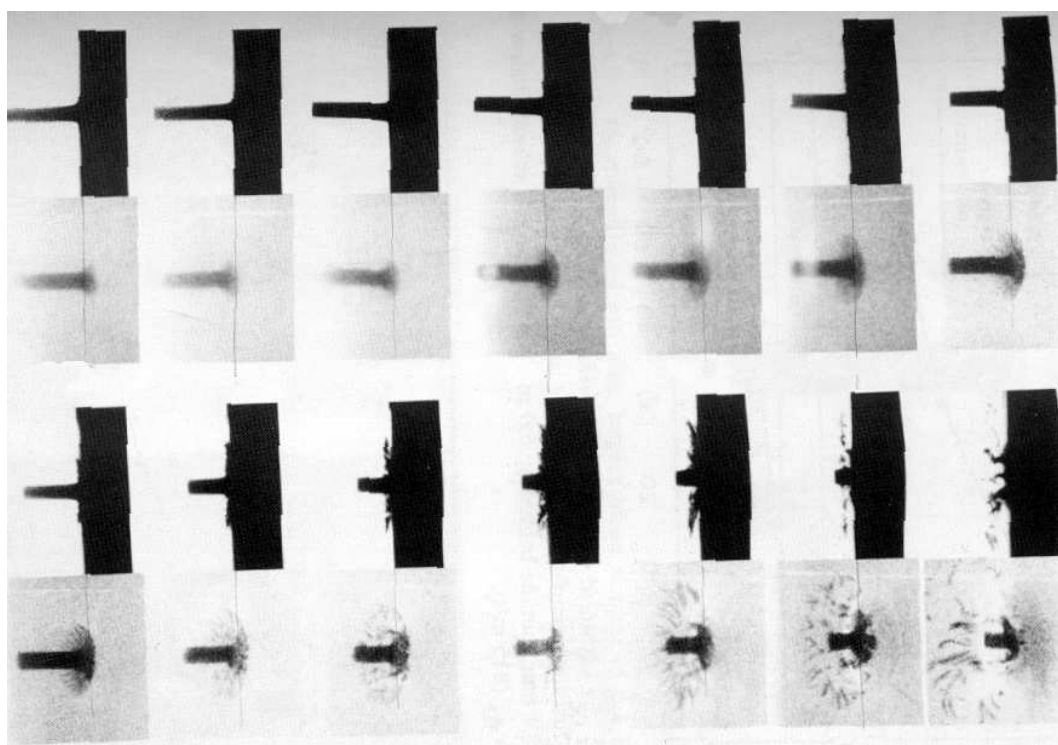


Figura 5.2: Secuencia de radiografías normal y oblicua (26°) de un impacto de un proyectil cilíndrico de acero sobre una protección ligera de 8.1 mm de espesor de alúmina y 6 mm de aluminio. $v = 815$ m/s (den Reijer [22]).

5.1.1.1. Protecciones y proyectiles empleados

Las protecciones empleadas son cuadradas, de 150 mm de lado, y tienen los espesores indicados en la tabla 5.1. La alúmina tipo *Morgan Matroc Hilox 973* de un 95 % de pureza, se suministra en losetas de 8.1 mm de espesor y 50 mm de lado, por lo que se emplean 9 losetas para cubrir la superficie de la protección. Para la placa posterior se utiliza aluminio 6061-T6. Se emplearon proyectiles cilíndricos de acero de 31.5 mm de longitud y 6 mm de diámetro. Las propiedades fundamentales de estos materiales se presentan en la tabla 5.2.

espesor de alúmina (mm)	espesor de aluminio (mm)	V_1 (m/s)	V_2 (m/s)
8.1	4	786	829
8.1	6	815	916
8.1	8	995	1091

Tabla 5.1: Espesores de las protecciones ligeras alúmina-aluminio y velocidades de impacto para cada protección.

	Alúmina	Aluminio	Acero
Densidad (kg/m^3)	3810	2705	7800
Módulo de Young (GPa)	378	73	208
Coef. poisson	0.24	0.33	0.3
Límite elástico (MPa)	-	335	1030
Resistencia a flexión (MPa)	230	-	-
Resistencia a compresión (MPa)	1700	-	-

Tabla 5.2: Propiedades elementales de los materiales empleados en las protecciones (alúmina y aluminio) y el proyectil (acero), den Reijer[22].

5.1.2. Energía cinética baja

Se han realizado, en el Laboratorio del *Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras*, seis impactos sobre protecciones alúmina-aluminio con proyectiles de acero, tipo fragmento FSP, de 6.4 mm de longitud, 5.2 mm de diámetro y 1 g de peso. Tres de ellos con velocidades de impacto y espesores de protección que garanticen la detención del proyectil y los otros tres que garanticen la perforación completa. Se han empleado tres ángulos de incidencia (0° , 30° y 60°) en ambos casos. Para la validación del modelo numérico se ha empleado, en los casos de perforación, la velocidad residual y en los casos de parada, la deformación máxima de la placa de aluminio.

5.1.2.1. Protecciones y proyectiles empleados

En cada protección se ha empleado una loseta de alúmina, tipo *Morgan Matroc HiloX* de un 95% de pureza, de sección cuadrada de 50 mm de lado y 3.2 mm de espesor y una placa de aluminio 2017-T6 de sección cuadrada de 150 mm de lado y 1.5 mm de espesor (en los casos de perforación) ó 2.0 mm (en los casos de parada). Los proyectiles están fabricados en acero 4340 AISI. En la tabla 5.3 se presentan las configuraciones y velocidades de impacto empleadas en los ensayos.

caso	espesor alúmina (mm)	espesor aluminio (mm)	ángulo de incidencia (grados)	velocidad (m/s)
1	3.2	1.5	0	678
2	3.2	2.0	0	510
3	3.2	1.5	30	733
4	3.2	2.0	30	525
5	3.2	1.5	60	827
6	3.2	2.0	60	504

Tabla 5.3: Espesores de las protecciones alúmina-aluminio, ángulo de incidencia y velocidad de impacto para cada ensayo.

Caracterización del aluminio 2017-T6 en régimen cuasi-estático

Para determinar el endurecimiento por deformación plástica del aluminio 2017-T6, se han extraído probetas planas rectangulares, de $150 \times 20 \text{ mm}^2$ y 2 mm de espesor, de las placas de aluminio empleadas en las protecciones para realizar ensayos de tracción en una máquina universal de ensayos INSTRON Mod. 8802. Una vez determinado el límite elástico (400 MPa), se han obtenido los parámetros de endurecimiento B y n de la ecuación de Johnson-Cook [36] mediante el ajuste de los datos experimentales de endurecimiento a una curva tipo potencial (figura 5.3).

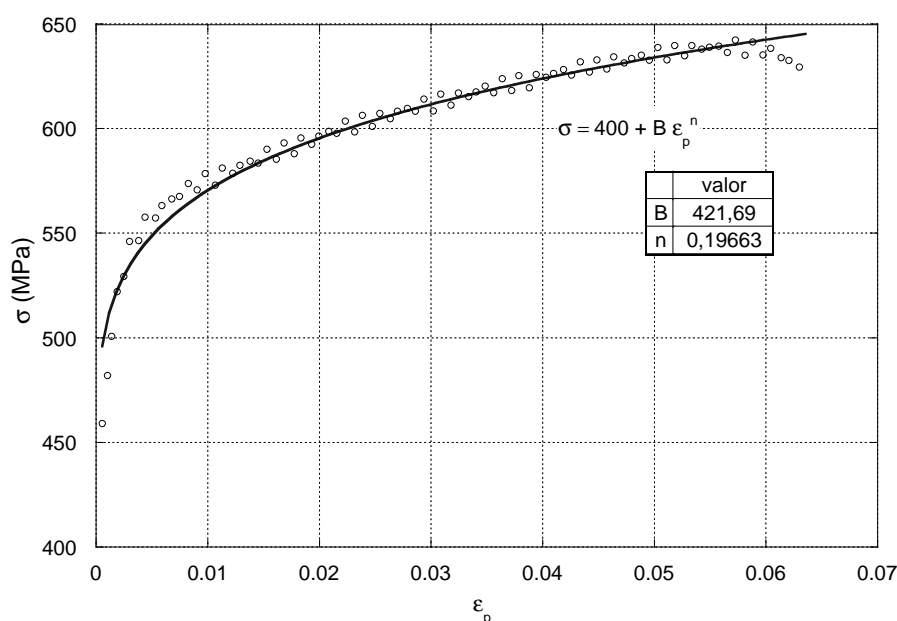


Figura 5.3: Endurecimiento del aluminio 2017-T6: valores experimentales y curva de ajuste. Obtención de los parámetros B y n.

5.1.2.2. Dispositivos experimentales

Cañón de Gas

El cañón de gas, empleado para la realización de los ensayos, (figura 5.4), fabricado por la empresa *Sabre Ballistics*, emplea helio para impulsar el proyectil. El gas, suministrado en botellas a 200 bar de presión, se comprime hasta 300 bar mediante un booster *Haskel* antes de alcanzar la cámara del cañón, permitiendo así lanzar una masa de 1 g a una velocidad de hasta 850 m/s. El calibre -diámetro interior del cañón- es de 7.62 mm y, al salir por su boca, el proyectil recorre una galería de $50 \times 70 \text{ cm}^2$ de sección y 2 metros de longitud. En los extremos de la galería se disponen dos sensores fotoeléctricos que captan el paso del proyectil en instantes sucesivos, lo que permite determinar su velocidad. Al final de la galería se encuentra la cámara de impacto, un cubo de 1 m de lado donde se realiza el ensayo.



Figura 5.4: Cañón de gas, empleado para la impulsión de proyectiles, y cámara de impacto.

Sistema de fotografía ultrarrápida. Medición de la velocidad residual

Inicialmente se han empleado dos cámaras de alta velocidad *Flash Cam PCO* (figura 5.5) accionadas mediante un sistema electrónico de retardo y sincronización a partir de una señal de trigger generada cuando el proyectil cortocircuita dos láminas de papel de plata separadas por una hoja de papel y adheridas a la cara frontal de la protección. Los sucesivos retardos de las cámaras se establecen para captar el proyectil tras la perforación del laminado dos veces en el campo visible por la cámara. Con esta premisa los tiempos

de retardo se determinan en función de estimaciones de la velocidad residual del proyectil.



Figura 5.5: Sistema inicial de adquisición mediante fotografía ultrarrápida (cámaras Flash Cam PCO) empleado para la medición de la velocidad residual V_{res} .

Una vez comprobado que el proyectil no sufría cabeceo antes, ni desviaciones de la trayectoria después del impacto, se sustituyeron las dos cámaras por otra (*Photron Ultima APX*) que permite la adquisición de un mayor número de imágenes (adquisición máxima: 250000 frames por segundo (fps), con una resolución asociada de 128 x 16 pixels) y evita los problemas de trigger al disponer de una memoria circular y de un tiempo de grabación suficientemente alto. Para la iluminación, aspecto esencial en ensayos de estas características, se optó por utilizar un foco fijo HMI fabricado por la empresa *ARRI*. El sistema completo se muestra en la figura 5.6.

La configuración empleada para la adquisición de imágenes ha sido de 24000 fps con una resolución asociada de 512 x 128 pixels, un compromiso entre calidad de la imagen y número de imágenes disponibles para el cálculo de la velocidad residual. Ésta se calcula a partir de la secuencia de imágenes tomadas por la cámara tras el impacto (figura 5.7), conocidos el tiempo y la distancia, medida en pixels, recorrida por el proyectil entre imágenes consecutivas.

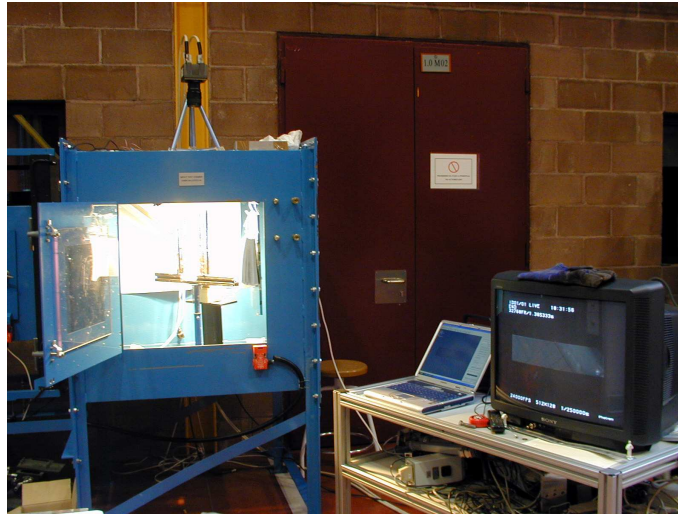


Figura 5.6: Sistema de adquisición mediante fotografía ultrarrápida (cámara Photron Ultima APX) empleado para la medición de la velocidad residual V_{res} .

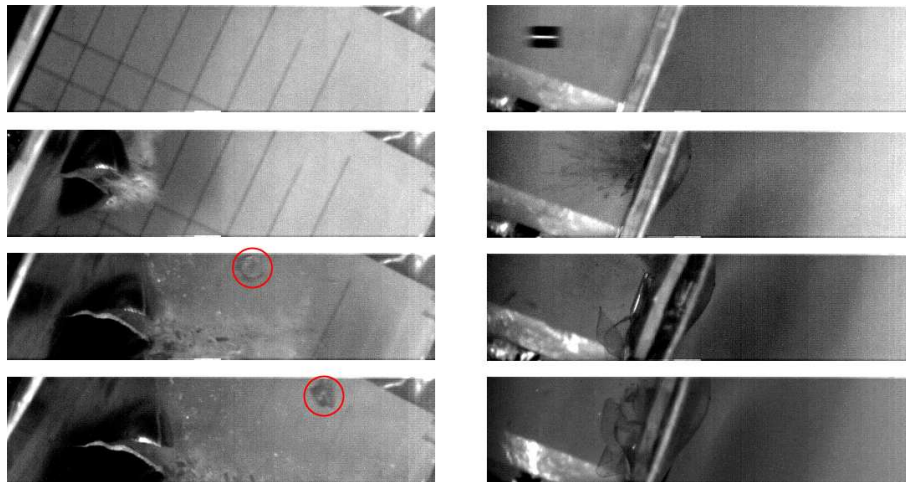


Figura 5.7: Secuencia de imágenes tomadas por el sistema de fotografía. Impacto oblicuo (30°) de un proyectil de acero AISI 4340, tipo fragmento, sobre una protección alúmina-aluminio. Izquierda: caso de perforación, $V = 733$ m/s, 3.2 mm de espesor de alúmina y 1.5 mm de aluminio. Derecha: caso de parada, $V = 525$ m/s, 3.2 mm de espesor de alúmina y 2 mm de aluminio.

5.2. Simulación numérica y validación del modelo

5.2.1. Energía cinética intermedia

Se ha supuesto que las losetas cerámicas están simplemente apoyadas sobre la placa metálica. La otra aproximación posible, ligando los desplazamientos de los nodos de la superficie posterior de las losetas de alúmina a los de la cara anterior de la placa de aluminio, es poco realista ya que implicaría una cohesión perfecta entre la interfase de ambos materiales. Simulaciones previas han permitido comprobar que de esta forma se introducía una rigidez excesiva en el comportamiento de la protección, sobreestimando su resistencia.

Es conocida, por otra parte, la influencia que la lámina de adhesivo, con la que se adhieren las losetas a la placa en las protecciones reales, tiene en el proceso de fragmentación de la cerámica y, por tanto, en su resistencia frente a impacto [74, 75]. No obstante se ha optado por obviar su existencia para limitar el estudio de la capacidad predictiva de la Red Neuronal Artificial a los parámetros más influyentes.

En estas simulaciones, al igual que en las realizadas en el capítulo siguiente, se ha empleado una malla tridimensional parametrizada (figura 5.8) para la generación eficiente de múltiples mallados con diferentes geometrías de protección y proyectil. Se ha optado por una malla tridimensional para poder introducir la oblicuidad del impacto en el modelo en trabajos futuros, ya que el coste computacional de las simulaciones 3D no es excesivo. Los elementos empleados son los descritos en §4.2.2 con los tamaños característicos indicados en la tabla 5.4.

	dirección del impacto	dirección transversal
proyectil	1	1
protección	0.5	2

Tabla 5.4: Tamaño característico, expresado en mm, de los elementos empleados en el mallado.

No se han impuesto condiciones de contorno a la protección ni al proyectil dada la corta duración del proceso. La condición cinemática inicial para el proyectil es la velocidad del impacto. El algoritmo de contacto empleado entre las partes que forman el modelo de impacto (loseta cerámica, proyectil y placa de aluminio) es análogo al descrito en §4.2.2.

Para la modelización de los materiales metálicos se ha empleado el modelo de com-

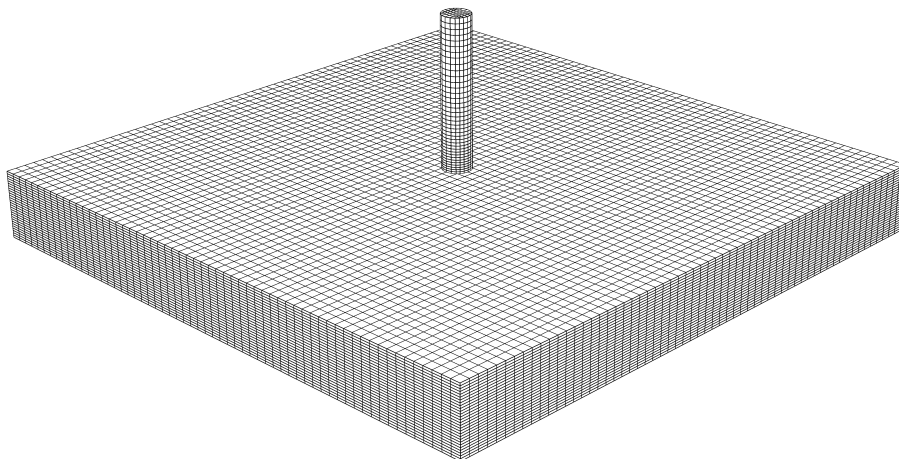


Figura 5.8: Malla de elementos finitos parametrizada empleada en el modelo.

portamiento descrito en §4.2.2. En la tabla 5.5 se muestran los valores de los parámetros del modelo, junto con los de las propiedades térmicas, elásticas y la densidad para el aluminio 6061-T6 y el acero AISI 4340.

En las figuras 5.9 a 5.14 se presentan los resultados experimentales obtenidos mediante radiografía ultrarrápida por den Reijer [22] frente a los obtenidos mediante simulación con el empleo del modelo numérico completo. En ellas se recogen las posiciones de la cola del proyectil y la parte posterior de la placa de aluminio para los casos descritos en la tabla 5.1.

Como puede observarse, el modelo numérico es capaz de predecir con precisión la evolución temporal de estas variables. Así mismo, estima correctamente la perforación de la protección o la detención del proyectil, en situaciones muy cercanas al límite balístico, de difícil predicción por su proximidad a la situación de bifurcación en el comportamiento del sistema.

Parámetro	Aluminio 6061-T6 [76]	Acero AISI 4340 [77]
E (GPa)	73	208
ν	0.33	0.3
densidad (kg/m ³)	2705	7850
A (MPa)	335	1150
B (MPa)	85	739
n	0.11	0.26
C	0.012	0.014
$\dot{\epsilon}_0$ (s ⁻¹)	1	1
m	1	1.03
θ_0 (°C)	25	25
θ_m (°C)	600	1520
calor específico (Jkg ⁻¹ K ⁻¹)	963	500
conductividad (Wm ⁻¹ K ⁻¹)	170	44.5
coef. exp. térmica (°C ⁻¹)·10 ⁻⁵	2.2	1.3
coef. Quinney-Taylor	0.7	0.8

Tabla 5.5: Valores de los parámetros de la ecuación constitutiva para los metales empleados en la simulación.

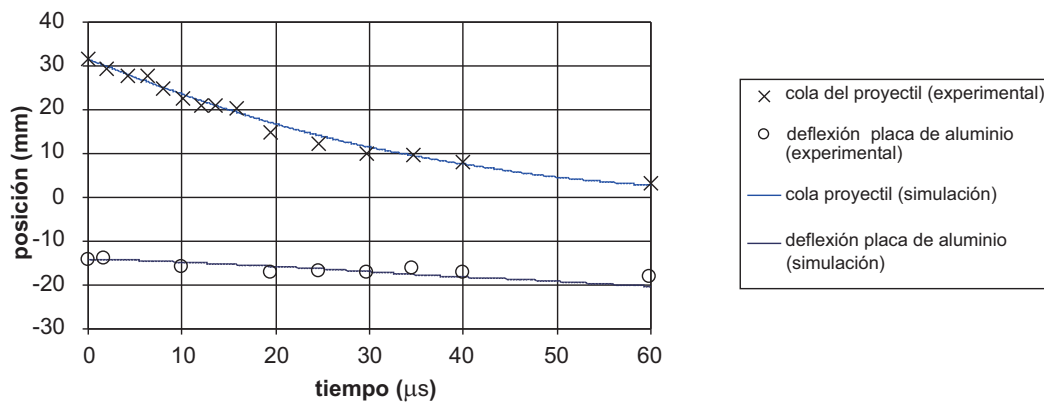


Figura 5.9: Posición de cola del proyectil y parte posterior de la protección vs. tiempo. Comparación entre resultados numéricos y experimentales. Impacto normal de un proyectil cilíndrico de acero sobre protección ligera alúmina/aluminio de 8.1/6 mm de espesor. $v = 815$ m/s. Detención del proyectil.

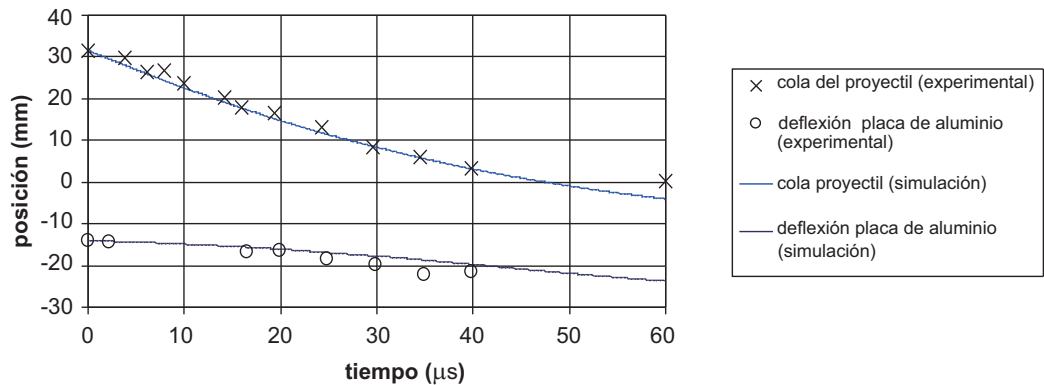


Figura 5.10: Posición de cola del proyectil y parte posterior de la protección vs. tiempo. Comparación entre resultados numéricos y experimentales. Impacto normal de un proyectil cilíndrico de acero sobre protección ligera alúmina/aluminio de 8.1/6 mm de espesor. $v = 916$ m/s. Perforación de la protección.

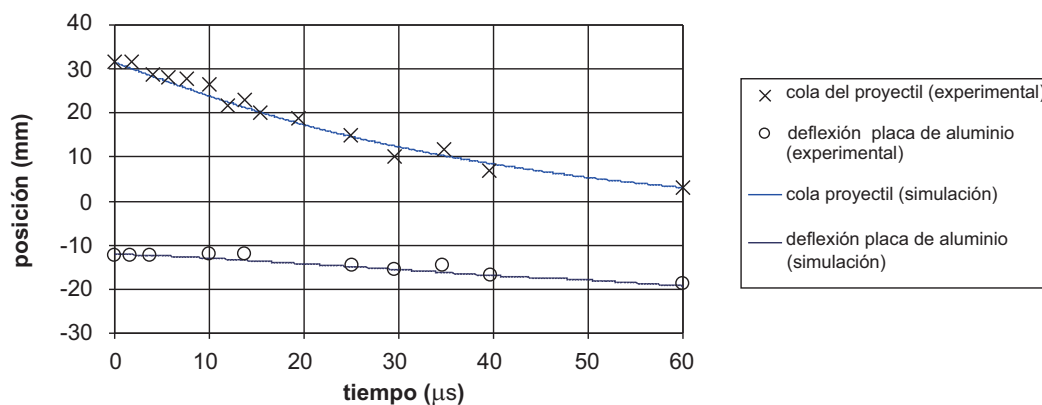


Figura 5.11: Posición de cola del proyectil y parte posterior de la protección vs. tiempo. Comparación entre resultados numéricos y experimentales. Impacto normal de un proyectil cilíndrico de acero sobre protección ligera alúmina/aluminio de 8.1/4 mm de espesor. $v = 786 \text{ m/s}$. Detención del proyectil.

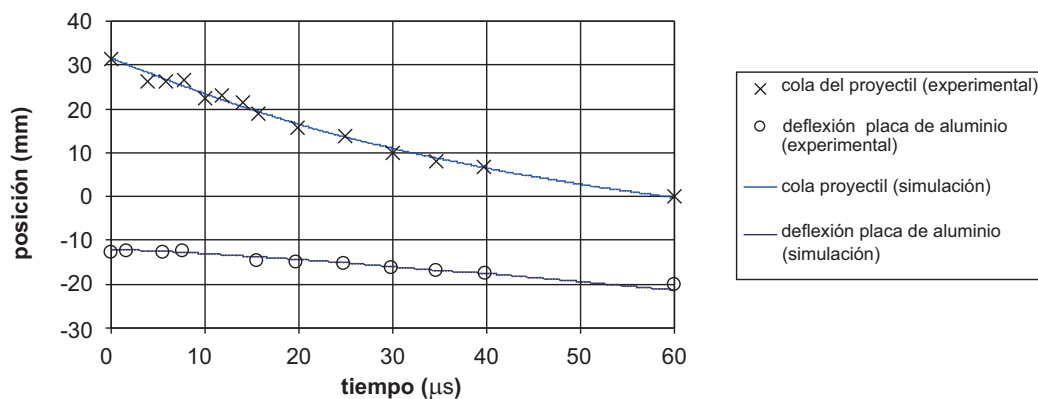


Figura 5.12: Posición de cola del proyectil y parte posterior de la protección vs. tiempo. Comparación entre resultados numéricos y experimentales. Impacto normal de un proyectil cilíndrico de acero sobre protección ligera alúmina/aluminio de 8.1/4 mm de espesor. $v = 829 \text{ m/s}$. Perforación de la protección.

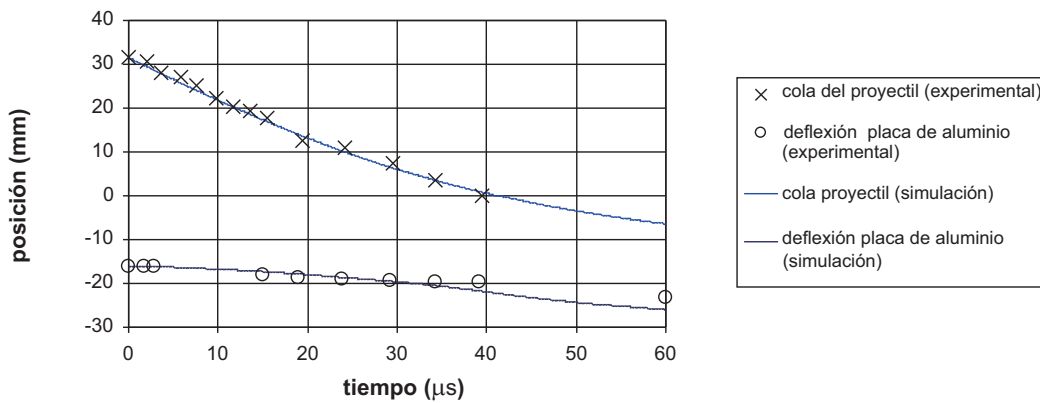


Figura 5.13: Posición de cola del proyectil y parte posterior de la protección vs. tiempo. Comparación entre resultados numéricos y experimentales. Impacto normal de un proyectil cilíndrico de acero sobre protección ligera alúmina/aluminio de 8.1/8 mm de espesor. $v = 995$ m/s. Detención del proyectil.

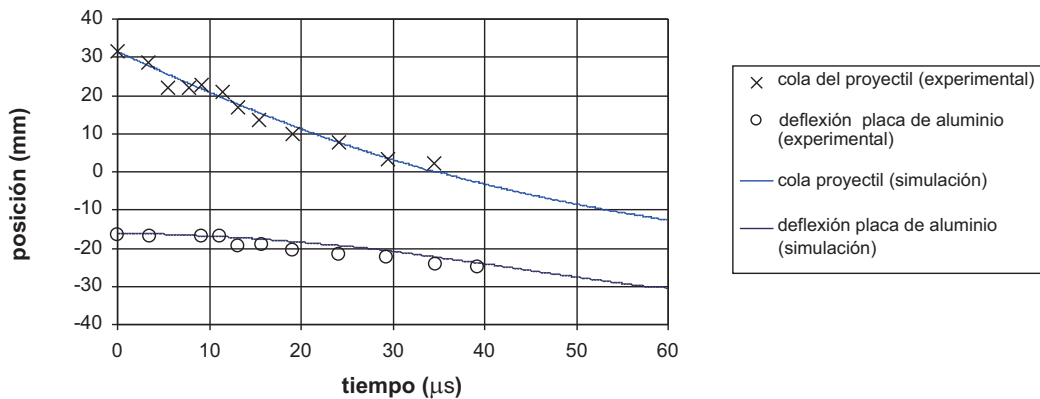


Figura 5.14: Posición de cola del proyectil y parte posterior de la protección vs. tiempo. Comparación entre resultados numéricos y experimentales. Impacto normal de un proyectil cilíndrico de acero sobre protección ligera alúmina/aluminio de 8.1/8 mm de espesor. $v = 1091$ m/s. Perforación de la protección.

También es interesante analizar, desde un punto de vista cualitativo, algunos de los resultados obtenidos por el modelo, que ponen de manifiesto un correcto funcionamiento de éste a nivel global. Así, el modelo predice la formación del cono de fragmentación (figura 5.15) aunque tiende a subestimar ligeramente el área dañada de la parte posterior de la loseta cerámica (figura 5.15d). También predice correctamente la transferencia de carga de la loseta cerámica fragmentada a la placa posterior de aluminio y la absorción de energía cinética del proyectil por deformación plástica de ésta (figura 5.16). Ambos son mecanismos fundamentales en el comportamiento de protecciones ligeras frente a impacto.

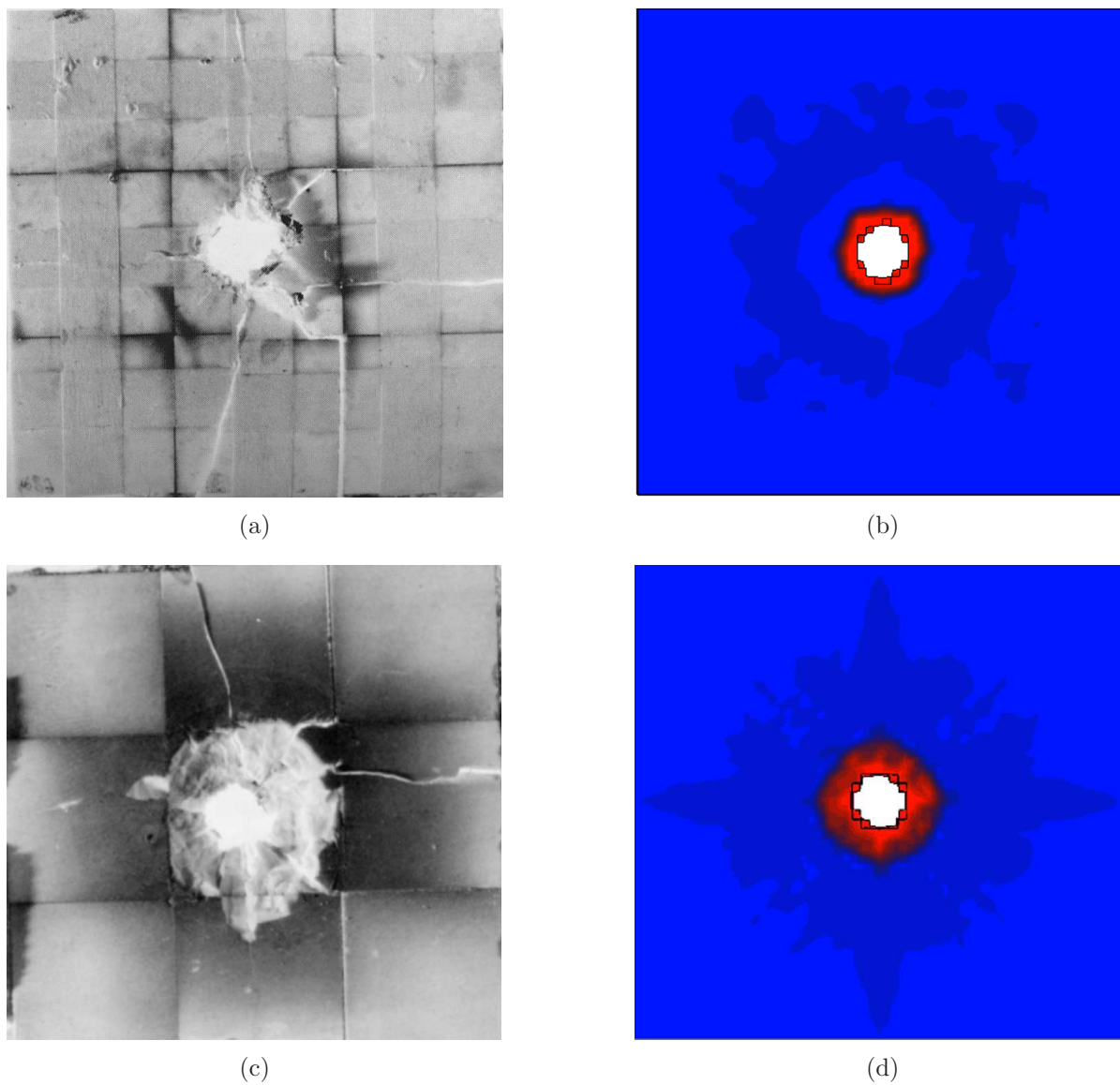


Figura 5.15: Loseta de alúmina de 8.1 mm de espesor, de una protección ligera alúmina-aluminio, después de un impacto con un proyectil de acero a una velocidad de 815 m/s.(a) y (b) cara anterior, (c) y (d) cara posterior. (a) y (c): resultado experimental (den Reijer [22]). (b) y (d): simulación numérica.

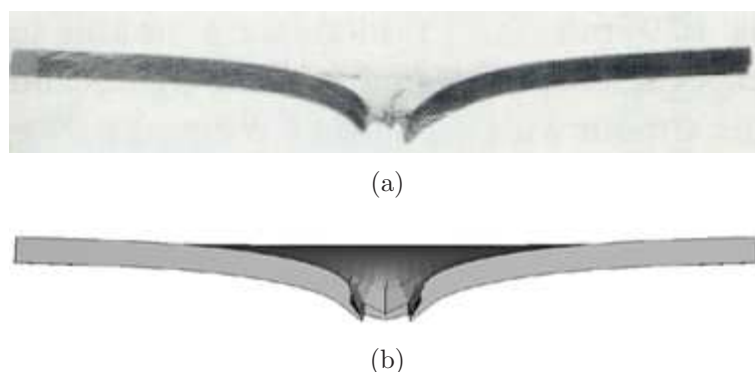


Figura 5.16: Placa posterior de aluminio, de 6 mm de espesor, de una protección ligera alúmina-aluminio, después de un impacto con un proyectil de acero a una velocidad de 916 m/s. (a): resultado experimental (den Reijer [22]). (b): simulación numérica.

5.2.2. Energía cinética baja

Las condiciones de contacto entre los materiales que forman la protección son las definidas en §5.2.1. En la protección y en las regiones del proyectil que, dada su geometría, lo permiten se ha empleado una malla tridimensional estructurada (figura 5.17) con elementos hexaédricos de 8 nodos, acoplamiento termomecánico e integración reducida a un único punto de Gauss (C3D8RT en notación de ABAQUS). En las zonas del proyectil que no permiten este tipo de mallas se ha empleado un mallado libre con elementos tetraédricos de 4 nodos y características similares (C3D4T en notación de ABAQUS). En la zona del impacto, el tamaño característico de los elementos es de 1 mm.

La condición cinemática inicial, las condiciones de contorno y el algoritmo de contacto son análogos a los descritos en §4.2.2. Para la modelización de los materiales metálicos se ha empleado el modelo de comportamiento de Johnson-Cook [36], descrito en el mismo apartado. Los valores de A , B y n (endurecimiento por deformación plástica) son los determinados a partir del ensayo de tracción descrito en §5.1.2.1. Para los valores de C , $\dot{\epsilon}_0$ y m (sensibilidad a la velocidad de deformación plástica y a la temperatura) se han tomado los valores correspondientes a un aluminio de la serie 2000 [78], indicados en la tabla 5.6, en la que también se muestran el resto de los parámetros para este aluminio. Para el acero AISI 4340, se pueden encontrar los valores de los parámetros del modelo en la tabla 5.5.

Para el cálculo de la velocidad residual del proyectil en la etapa del postproceso se ha empleado una aplicación, desarrollada específicamente, que calcula ésta a partir de

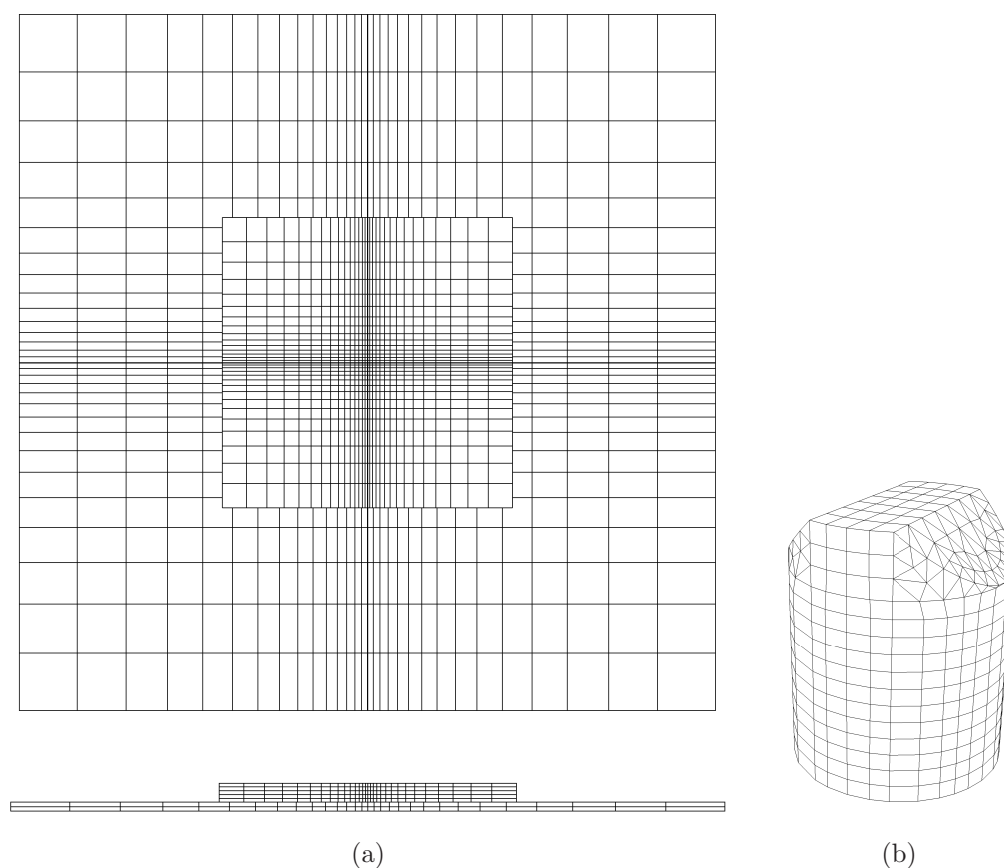


Figura 5.17: Malla empleada en el modelo para: (a) protección (b) proyectil tipo fragmento FSP.

las velocidades nodales y los volúmenes de los elementos no erosionados tras el impacto, obtenidos del archivo de salida de resultados generado por el código de simulación. En la tabla 5.7 se presentan los valores de velocidad residual, para los casos de perforación, y deformación máxima de la placa de aluminio, para los casos de parada; obtenidos experimentalmente y mediante simulación numérica, empleando el modelo de material cerámico desarrollado en §3. Debido a la limitación del sistema experimental de medición de la velocidad residual, no se han podido acotar con mayor precisión los valores de ésta, pero en los tres casos de perforación, el valor obtenido numéricamente es suficientemente próximo al valor promedio obtenido en los ensayos y entra dentro del rango de variación de éste, salvo para el caso 5. En cuanto a la deformación máxima de la placa de aluminio, la simulación tiende a infraestimar su valor.

El modelo numérico completo permite obtener resultados con suficiente precisión para diferentes velocidades de impacto y configuraciones de la protección (ángulo de incidencia y espesores de la placa de aluminio). Hay que tener en cuenta que los valores

Parámetro	Valor
E (GPa)	75
ν	0.33
densidad (kg/m ³)	2700
A (MPa)	400
B (MPa)	422
n	0.2
C	0.002
$\dot{\epsilon}_0$ (s ⁻¹)	1
m	1
θ_0 (°C)	25
θ_m (°C)	600
calor específico (Jkg ⁻¹ K ⁻¹)	963
conductividad (Wm ⁻¹ K ⁻¹)	170
coef. exp. térmica (°C ⁻¹)·10 ⁻⁵	2.2
coef. Quinney-Taylor	0.7

Tabla 5.6: Valores de los parámetros empleados en la ecuación constitutiva para el aluminio 2017-T6.

de los parámetros del modelo se han ajustado para un rango de energía y velocidad considerablemente mayor.

Desde un punto de vista cualitativo, de la misma forma que en el apartado anterior, es interesante analizar algunos de los resultados que predice el modelo. En la figura 5.18 se puede observar, a través de la deformada de la placa de aluminio, la transferencia de carga de la loseta cerámica fragmentada a ésta y la absorción de energía cinética del proyectil por deformación plástica de la placa. En este caso, el modelo tiende a predecir una deformación plástica más localizada en la zona del impacto pero con un valor máximo de deformación suficientemente preciso (tabla 5.7). En la figura 5.19 se observa la geometría del proyectil tras un impacto oblicuo (caso n°2). Se puede comprobar que el modelo predice adecuadamente la deformación plástica y el grado de erosión de éste.

	caso	valor experimental	valor numérico
Perforación	1	217 ± 8 m/s	209 m/s
	3	165 ± 20 m/s	153 m/s
	5	248 ± 26 m/s	219 m/s
Parada	2	9.0 mm	7.2 mm
	4	7.0 mm	5.9 mm
	6	4.5 mm	4.0 mm

Tabla 5.7: Velocidad residual, para los casos de perforación, y deformación máxima de la placa de aluminio, para los casos de parada. Valores experimentales y obtenidos mediante simulación.

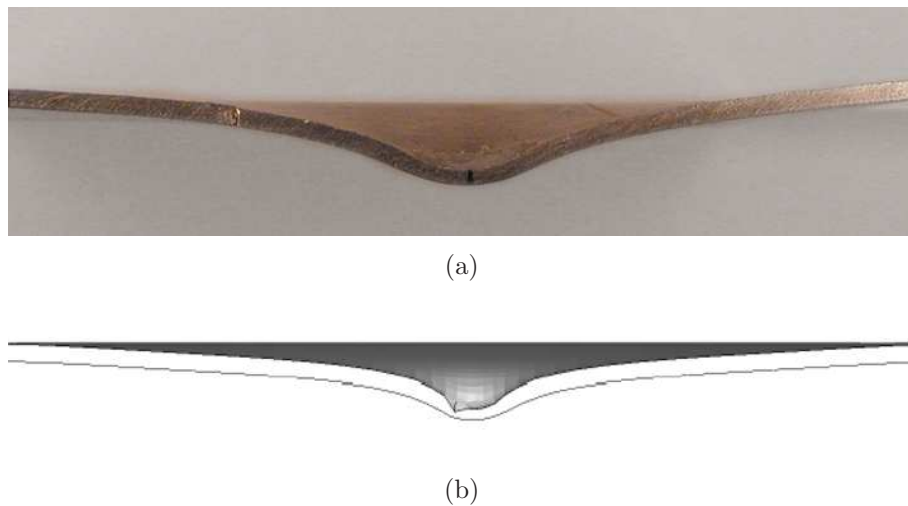


Figura 5.18: Deformación máxima en la placa de aluminio tras el impacto. Caso n°2, (tabla 5.3). (a) resultado experimental, (b) simulación numérica.



Figura 5.19: Geometría del proyectil tras el impacto. Caso n°4, (tabla 5.3). (a) resultado experimental, (b) simulación numérica.

Capítulo 6

DISEÑO, ENTRENAMIENTO Y VERIFICACIÓN DE LAS REDES NEURONALES ARTIFICIALES

Se han desarrollado dos Redes Neuronales Artificiales (tipo Perceptrón Multicapa) empleando para ello el código comercial NeuroSolutions for Excel 4.21v [79]. La primera para predecir la ocurrencia de perforación de la protección y la segunda para predecir, en caso de que exista perforación, la velocidad y masa residuales del proyectil. Atendiendo a la información que proporciona la Red Neuronal Artificial (RNA), el primero corresponde a un problema de *clasificación* ya que la RNA debe clasificar un patrón de variables de entrada \mathbf{x} como un caso de perforación o de parada. La determinación de velocidad y masa residuales corresponde a un problema de *regresión*, en el que la RNA debe aproximar el valor del patrón de salida \mathbf{y} , ante un patrón de entrada \mathbf{x} relacionados a través de una función continua no lineal \mathcal{F} (ecuación 2.31).

6.1. Variables que definen el problema

En el problema de impacto considerado, cada patrón de entrada \mathbf{x} , común a ambas RNA, lo constituyen las siguientes 8 variables:

1. Longitud del proyectil L_p .
2. Diámetro del proyectil (considerado éste cilíndrico) D_p .
3. Velocidad del proyectil v_i .

4. Espesor de la loseta cerámica de la protección H_c .
5. Espesor de la placa metálica posterior de la protección H_m .
6. Identificador del material del proyectil (acero de alta dureza o wolframio).
7. Identificador del material de la loseta cerámica (alúmina o nitruro de aluminio).
8. Identificador del material de la placa metálica posterior (acero templado o aluminio).

Se ha preferido identificar los materiales a través de un código antes que a través de los parámetros de sus correspondientes ecuaciones constitutivas. La segunda alternativa hubiera obligado a aumentar considerablemente el número de variables de entrada. Por otra parte, las diferencias de propiedades entre materiales no son continuas. Haberlo considerado así hubiera presentado interés para análisis paramétricos sobre la influencia de cada propiedad de cada material en la respuesta del sistema, objetivo que se ha descartado intencionadamente. Sólo se ha considerado un tipo de cada metal o cerámica, admitiendo la marcada diferencia de propiedades que pueden presentar entre sí los distintos aceros, alúminas, aluminios, etc...

Los rangos de valores definidos para la primera y segunda variables se han establecido a partir de las dimensiones típicas de proyectiles de pequeño y medio calibre

$$4 \text{ mm} \leq D_p \leq 12 \text{ mm} \quad (6.1)$$

$$3D_p \leq L_p \leq 6D_p \quad (6.2)$$

El espesor total de la protección ($H_t = H_c + H_m$) se define a partir de proporciones razonables relativas a la longitud del proyectil y los espesores de cerámica H_c y placa metálica H_m , guardando las relaciones habitualmente consideradas en este tipo de protecciones

$$0,3L_p \leq H_t \leq 0,6L_p \quad (6.3)$$

$$H_m \leq H_c \leq 3H_m \quad (6.4)$$

Los valores de velocidad considerados se han fijado dentro del rango característico de proyectiles de pequeño y mediano calibre

$$500 \text{ m/s} \leq v_i \leq 1200 \text{ m/s} \quad (6.5)$$

En cuanto al patrón de salida \mathbf{y} , para la RNA que determina la ocurrencia de perforación, la variable es un Identificador de ocurrencia de perforación (proyectil perfora o proyectil no perfora), mientras que para la RNA que determina los valores residuales, las variables de salida son

1. Masa residual del proyectil tras el impacto m_{res} .
2. Masa residual relativa a la inicial m_{res}/m_i .
3. Velocidad residual del proyectil tras el impacto v_{res} .
4. Velocidad residual relativa a la inicial v_{res}/v_i .

Se ha optado por incluir las variables residuales relativas a las iniciales porque, para algunas variables de entrada, se obtienen mejores correlaciones con éstas que con las variables residuales absolutas (ver §6.2.3.1). Por otra parte, el empleo de variables de salida redundantes mejora el aprendizaje de la red.

6.1.1. Obtención de los patrones para el aprendizaje del PMC

Una vez generados aleatoriamente 200 patrones de entrada, siguiendo las restricciones definidas en §6.1, y los correspondientes modelos de elementos finitos para ABAQUS/Explicit [23], se ha procedido a su simulación, cuyas características ya se han detallado en §5.2.1. Los materiales utilizados en las simulaciones se han empleado con anterioridad para las tareas de calibración de los parámetros del modelo y para su validación. En la tabla 6.1 se detalla dónde se pueden encontrar sus propiedades en el documento. Posteriormente se ha realizado el post-proceso de los resultados mediante una aplicación propia, obteniéndose la masa residual y de la velocidad residual del proyectil a partir de las velocidades nodales y los volúmenes elementales de los elementos no erosionados. Finalizada esta operación para cada uno de los 200 casos de impacto, se dispone del conjunto de patrones de entrada y salida (\mathbf{x}, \mathbf{y}) necesario para entrenar y verificar la RNA. En el Anexo 1 se presentan estos patrones.

Material	Localización en el texto
Acero de alta dureza (AISI 4340)	tabla 5.5
Wolframio	tabla 4.3
Alúmina (pureza 95 %)	tabla 4.5
Nitruro de aluminio	tabla 4.5
Acero templado	tabla 4.3
Aluminio (6061-T6)	tabla 5.5

Tabla 6.1: Materiales empleados en las simulaciones para la generación de los patrones de aprendizaje. Tablas en las que aparecen los valores de los parámetros de la ecuación constitutiva de cada material.

6.2. Desarrollo de los PMC

6.2.1. Descripción de la metodología general

La arquitectura óptima de un PMC se obtiene mediante un proceso de ensayo-error que consiste en el entrenamiento y verificación de diversas arquitecturas de red hasta conseguir la que proporciona el menor error para los datos de validación cruzada o de verificación. Aunque se conoce la influencia de ciertos parámetros de la RNA en sus resultados y existen ciertas recomendaciones prácticas para el diseño de una red [80], no existen formulaciones analíticas que permitan determinar los valores óptimos de dichos parámetros ya que estos dependen de la naturaleza de los datos suministrados a la red, que son propios de cada problema. El proceso que se ha seguido para la obtención de la arquitectura de ambos PMC se describe a continuación:

Determinación de las variables óptimas de entrada de la red

A priori no se conocen las variables que tienen una mayor influencia en el problema que se estudia. Por ello, se analiza previamente la correlación entre las variables que definen el problema (§6.1), o combinaciones de las mismas, y las variables que se quiere obtener a la salida del PMC. Este análisis permite seleccionar aquellas que son óptimas y descartar las demás.

Determinación de los parámetros óptimos del PMC

Los parámetros más importantes que definen la *arquitectura* de un PMC son el número de capas ocultas P y el número de neuronas en cada capa N_P . Se ha comprobado que, para ambas redes, los resultados no mejoran al pasar de una capa oculta a dos. Por otra parte, se sabe que un PMC con más de dos capas ocultas no produce resultados significativamente mejores que un PMC con dos capas y aumenta considerablemente el número de parámetros de ajuste de la red durante el aprendizaje [80]. Por tanto, se ha elegido un PMC con una única capa oculta, opción considerada en la mayoría de los PMC aplicados a problemas de Ingeniería Estructural y de Mecánica de Sólidos [64].

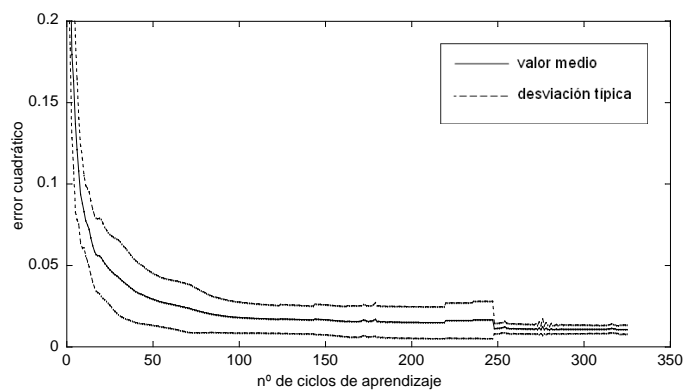
En cuanto a la tasa de aprendizaje ξ , ésta influye en el número de ciclos de aprendizaje necesarios para conseguir el error cuadrático mínimo pero no en el valor de éste, por lo que se han empleado los valores de ξ que propone el código de RNA por defecto (tabla 6.2). En conclusión, sólo se considerará el número de neuronas de la capa oculta ($N_P = N$) como parámetro variable en la determinación de la arquitectura óptima del PMC.

Neuronas	Valor de ξ
capa oculta	1
capa de salida	0.1

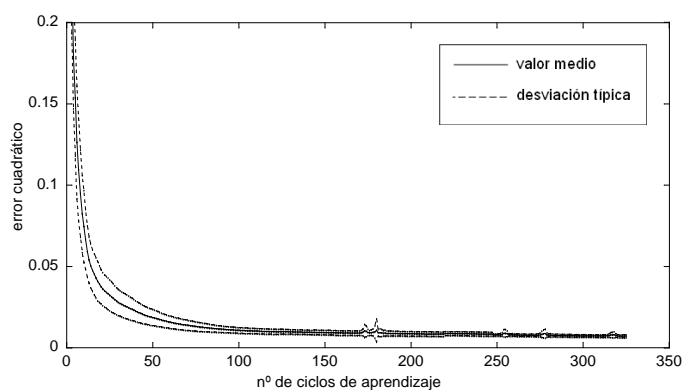
Tabla 6.2: Valores de ξ empleados en el aprendizaje de los PMC.

Se analiza, para cada problema (determinación de la ocurrencia de perforación y determinación de los valores de masa y velocidad residual), la influencia de N en los resultados obtenidos por la red. Para ello se generan diversas redes con distintos valores de N , se entrenan y, bien mediante los datos de entrenamiento o mediante los de verificación, se determina cuál es su valor óptimo. En este proceso es fundamental tener en cuenta la fuente de variabilidad que, para una arquitectura dada de PMC entrenado y verificado con un mismo conjunto de patrones, introduce la aleatorización inicial de los pesos φ_{ij} en los resultados obtenidos por la red. Este procedimiento de aleatorización es habitual en cualquier entrenamiento supervisado y garantiza, por una parte, que el error, minimizado durante el entrenamiento, no caiga en un mínimo local y, por otra parte, que la convergencia al valor final de éste sea suficientemente rápida [80]. Desde una aproximación estadística, esta variabilidad se trata creando una familia de redes suficientemente grande (50 en este caso), con distintos valores iniciales de los pesos, para cada arquitectura definida por N . Se entrena cada una de ellas y se elige, en el caso del PMC de regresión, aquella que obtiene un error cuadrático menor, en promedio, (figura 6.1) para los datos de

validación cruzada. Para el PMC de clasificación, se selecciona la arquitectura que obtiene un menor error de clasificación en los datos de verificación.



(a)



(b)

Figura 6.1: Evolución de: (a) Error cuadrático de entrenamiento y (b) Error cuadrático de validación cruzada. Valor medio y desviación típica para una población de 50 redes, cada una de ellas con una aleatorización inicial de los pesos.

También existe cierta dependencia del conjunto de datos elegido aleatoriamente para el entrenamiento y verificación en los resultados obtenidos por la red. Así, un patrón de entrada atípico (alguna de las variables de entrada que lo definen alcanza valores extremos) en un conjunto de datos de verificación puede dar lugar a salidas de la red alejadas del resultado esperado. Para reducir esta variabilidad y mejorar la fiabilidad de la fase de verificación, los 200 patrones disponibles se han agrupado aleatoriamente por tres veces en conjuntos de 170 patrones de aprendizaje, 15 patrones de validación cruzada y 15 patrones para la posterior verificación.

6.2.2. PMC para la predicción de la ocurrencia de perforación

6.2.2.1. Determinación de las variables óptimas de entrada de la red

Se han elegido aquellas variables o combinaciones de las mismas que permiten una mejor clasificación de los patrones de entrada como caso de perforación o de parada. Al ser un problema de clasificación, no se puede analizar directamente la correlación entre las variables de entrada y salida mediante el coeficiente de correlación R^2 porque los valores de salida en los patrones de entrenamiento son discretos: 0 para representar parada y 1 para representar perforación. Por tanto, se definió un número adimensional que permite estimar qué variables tienen mayor influencia en la clasificación.

Sea x_i la variable de entrada que se analiza, \bar{x}_i^{perf} y \hat{x}_i^{perf} el promedio y la desviación típica de la variable x_i en el grupo de patrones correspondientes a casos de perforación; \bar{x}_i^{par} y \hat{x}_i^{par} , el promedio y la desviación típica de la variable en el grupo de patrones correspondientes a casos de parada del proyectil. Se define la distancia relativa entre ambas medias, asociada a cada variable x_i , como

$$d_{x_i} = 2 \frac{|\bar{x}_i^{perf} - \bar{x}_i^{par}|}{\bar{x}_i^{perf} + \bar{x}_i^{par}} \quad (6.6)$$

Por otra parte se define la desviación típica normalizada, asociada a la variable x_i , como

$$\hat{x}_i = \frac{\hat{x}_i^{perf} + \hat{x}_i^{par}}{\bar{x}_i^{perf} + \bar{x}_i^{par}} \quad (6.7)$$

dividiendo ambas se tiene

$$X_i = \frac{\hat{x}_i}{d_{x_i}} \quad (6.8)$$

El parámetro X_i estima el tamaño de la *zona de confusión*, en la que aumenta la probabilidad de error en la clasificación en el espacio de variabilidad de x_i . Así, cuanto menor sea su valor, mayor será la utilidad de la información de la variable x_i para el entrenamiento del PMC de clasificación. En la tabla 6.3 se muestran los valores de X_i para diferentes variables de entrada o combinaciones de las mismas.

Con objeto de facilitar la clasificación de los patrones, se han elegido como variables de entrada para el PMC las siguientes: la velocidad v_i y la masa m_i iniciales, el diámetro del proyectil D_p , su esbeltez L_p/D_p , y los cocientes L_p/H_t y L_p/H_c , además de los identificadores de cada material.

x_i	\bar{x}_i^{perf}	\bar{x}_i^{par}	\hat{x}_i^{perf}	\hat{x}_i^{par}	d_{xi}	\hat{x}_i	X_i
L_p (m)	0.0370	0.0354	0.0115	0.0123	0.044	0.329	7.48
D_p (m)	0.0085	0.0073	0.0023	0.0024	0.152	0.294	1.93
v_i (m/s)	948	654	176	128	0.367	0.190	0.52
H_c (m)	0.0102	0.0110	0.0040	0.0045	0.095	0.407	4.28
H_m (m)	0.0061	0.0063	0.0027	0.0027	0.032	0.436	13.62
H_t (m)	0.0163	0.0172	0.0064	0.0057	0.054	0.360	6.67
m_i (g)	35.4	16.7	28.2	15.4	0.718	0.837	1.16
L_p/D_p (esbeltez)	4.39	4.82	0.88	0.75	0.093	0.177	1.90
L_p/H_t	2.37	2.12	0.47	0.47	0.111	0.209	1.88
L_p/H_c	3.82	3.42	0.86	0.82	0.110	0.232	2.11
L_p/H_m	6.50	5.90	1.71	1.65	0.097	0.272	2.80

Tabla 6.3: Valores de \bar{x}_i^{perf} , \bar{x}_i^{par} , \hat{x}_i^{perf} , \hat{x}_i^{par} , d_{xi} , \hat{x}_i y del parámetro X_i , asociado al error de clasificación, para cada variable x_i .

6.2.2.2. Determinación de N y entrenamiento del PMC

Cada una de las variables simbólicas (identificadores de material e identificador de ocurrencia de perforación) se desdobra en tantas variables como valores puede tomar ésta, en este caso, dos. En consecuencia, los tres identificadores de material darán lugar a 6 neuronas de entrada y el identificador de ocurrencia de perforación a dos (figura 6.2). Una estimación inicial aproximada de N viene dada por Tarassenko [81] como $N = \sqrt{LM}$ siendo L y M el número de neuronas en las capas de entrada y salida respectivamente. En este caso, $L = 12$ y $M = 2$ con lo que se obtiene $N \approx 5$.

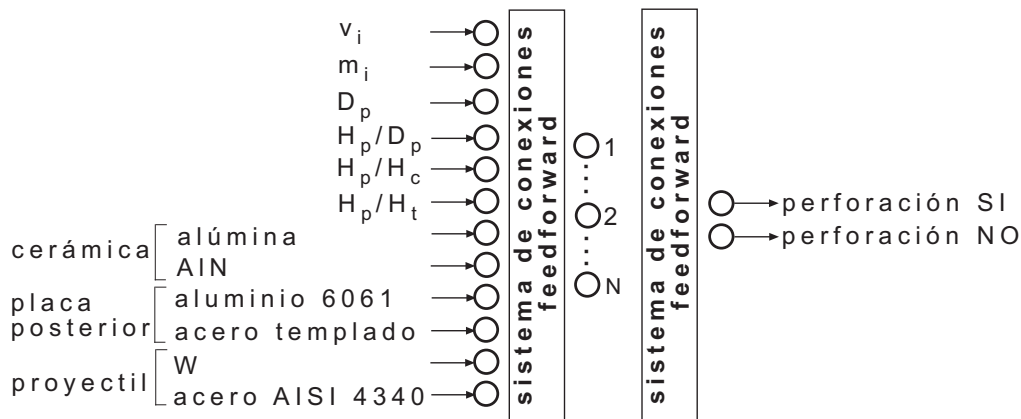


Figura 6.2: PMC empleado para la predicción de la ocurrencia de perforación con N neuronas en la capa oculta.

Para cada conjunto de patrones (Conjuntos 1, 2 y 3) se entrenan tres familias de

PMC, cada una de ellas con 4, 5 y 6 neuronas en la capa oculta. En un problema de regresión, se puede determinar el valor óptimo de N a partir del error cuadrático (ecuación 2.35) de los datos de validación cruzada, obtenido en el entrenamiento; pero en un problema de clasificación, éste no es una medida suficientemente precisa de la calidad de la red ya que no aporta información sobre qué patrones han sido clasificados correcta e incorrectamente. Es necesario, por tanto, hacer una verificación del PMC y analizar el error de clasificación cometido por cada arquitectura, ya que el código no facilita éste durante el entrenamiento.

Se define el *error de clasificación* como el número de patrones mal clasificados dividido entre el número total de patrones de verificación. En la tabla 6.4 se presentan los valores de los errores de clasificación para cada conjunto de datos en función de N .

Error de clasificación (%)	$N = 4$	$N = 5$	$N = 6$
Conjunto 1	6.7	6.7	6.7
Conjunto 2	0	0	0
Conjunto 3	0	13.4	6.7
TOTAL	2.2	6.7	4.4

Tabla 6.4: Error de clasificación cometido por el PMC para cada conjunto de verificación y para el promedio de los tres conjuntos, en función del número de neuronas N empleadas en la capa oculta.

También resulta interesante observar el error absoluto cometido, definido como la diferencia entre la salida deseada y la obtenida por la red, siendo esta última una variable continua entre 0 y 1 (tabla 6.5). Se puede comprobar que se obtienen mejores resultados, tanto en el error de clasificación como en el error absoluto, para $N = 4$, por lo que se empleará este valor. En el apartado siguiente se analizan en detalle los resultados obtenidos en la verificación.

Error absoluto promedio	$N = 4$	$N = 5$	$N = 6$
Conjunto 1	0.1	0.12	0.12
Conjunto 2	0.06	0.09	0.07
Conjunto 3	0.08	0.12	0.11
TOTAL	0.08	0.11	0.10

Tabla 6.5: Error absoluto promedio cometido por el PMC par cada conjunto de verificación y para el promedio de los tres conjuntos, en función del número de neuronas N empleadas en la capa oculta.

6.2.2.3. Verificación y análisis de los resultados

Las variables desdobladas *perforación SI* y *perforación NO* son complementarias por lo que sólo es necesaria una de ellas (se ha elegido *perforación SI*) para analizar los resultados. La continuidad de la variable entre 0 y 1 es consecuencia de la continuidad de la función tangente hiperbólica, empleada como función de transferencia en las neuronas de salida de la red. En los problemas de clasificación, esta variable se interpreta como la probabilidad de pertenencia a un determinado grupo. Así, una salida de la red *perforación SI* = 0,8 para un patrón de entrada dado, se puede interpretar como una probabilidad del 80% de que éste sea un caso de perforación. Si, para este patrón, se espera obtener una salida *perforación SI* = 1, se comete un error absoluto de 0.2.

Es fundamental analizar aquellos casos con errores absolutos superiores a 0.5, correspondientes a errores en la clasificación, porque cuestionan la fiabilidad de la red. En la figura 6.3 se presenta el error absoluto cometido por el PMC para cada caso de tres conjuntos de verificación. Si se analizan los casos para los que la red comete un error superior a 0.5 (casos 30, 38, 90, Anexo 1) se comprueba que los casos 38 y 90 corresponden a los proyectiles de titanio con menor velocidad v_i (525 y 509 m/s respectivamente) mientras que el caso 30 corresponde a la protección de mayor espesor H_t del grupo de patrones de "parada" (0.036 m). Los tres son casos atípicos, pues alguna de las variables que definen el patrón de entrada alcanza valores extremos. Si no se tienen en cuenta estos casos, la arquitectura de red para $N = 4$ clasifica correctamente el 100% de los patrones para un total de 42 casos de impacto. Por otra parte, el error absoluto promedio cometido para todos los casos de de 0.05. Se puede concluir que esta herramienta es adecuada para determinar la ocurrencia de perforación de una protección bajo las condiciones especificadas en §6.1.

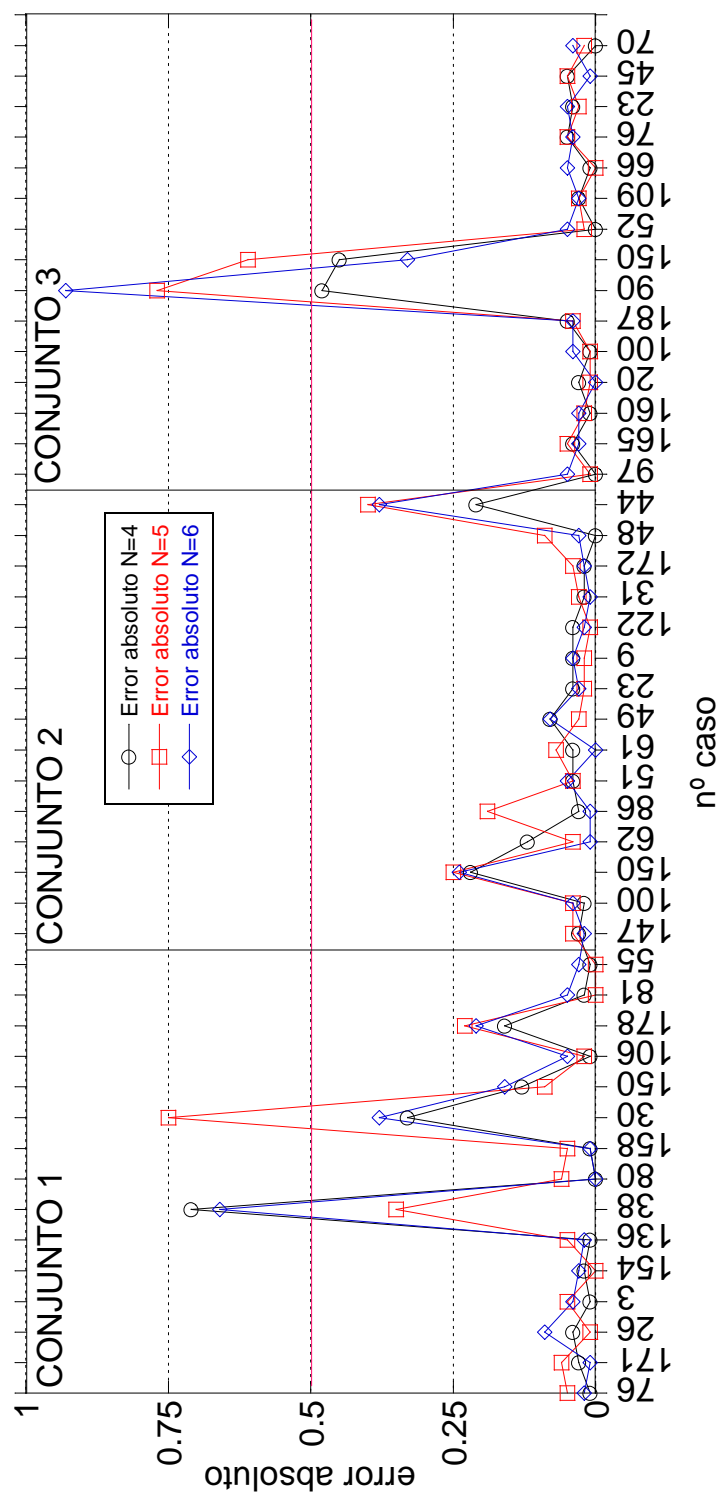


Figura 6.3: Error absoluto cometido por el PMC en la predicción de ocurrencia de perforación. Casos correspondientes a los patrones de los conjuntos de verificación 1, 2 y 3.

6.2.2.4. Aplicaciones del PMC para la predicción de la ocurrencia de perforación

El empleo del PMC para la determinación de ocurrencia de perforación de la protección o parada del proyectil supone, frente a las técnicas experimentales o a la simulación numérica, la obtención de resultados en tiempo real sin requerir, por parte del usuario de la herramienta, conocimientos específicos en Redes Neuronales Artificiales o en Mecánica del Impacto. Una vez entrenado y verificado, este PMC se puede emplear en la determinación del límite balístico V_{50} mediante las curvas de probabilidad de perforación, una aplicación clásica del diseño de protecciones.

En la figura 6.4 se presenta la curva de probabilidad de perforación, obtenida por el PMC, para una protección de alúmina-aluminio de 8.1 mm de espesor cerámico y 4 mm de espesor metálico, impactada con un proyectil cilíndrico de acero de alta dureza, de 31.5 mm de longitud y 6 mm de diámetro. La herramienta predice una velocidad $V_{50} = 778$ m/s frente al valor $V_{50} = 807$ m/s obtenido por den Reijer [22]. Se comete un error de 3.6%. También se puede observar que la red predice un ancho de la zona de transición de parada a perforación (178 m/s) mayor que el obtenido experimentalmente (43 m/s) por lo que el cálculo de V_{50} con esta herramienta aportaría cierto margen de seguridad respecto de su determinación experimental. Desde un punto de vista cualitativo, es interesante destacar que la forma sigmoideal obtenida por el PMC coincide con la de las curvas de probabilidad de perforación obtenidas experimentalmente (figura 2.3).

La obtención de este tipo de curvas requeriría la realización de cierto número de ensayos experimentales o simulaciones numéricas. El coste computacional de cada simulación, para este problema, es de 60 minutos aproximadamente, con lo que se requeriría un tiempo de cálculo considerable en un equipo con un único procesador. En cuanto a los ensayos experimentales, el tiempo de preparación de las probetas y equipos de medida es considerable, además del elevado coste material que supone la realización de los ensayos. El tiempo requerido para la obtención de esta curva empleando el PMC es, incluyendo el tiempo de interacción del usuario con la herramienta, un par de minutos aproximadamente.

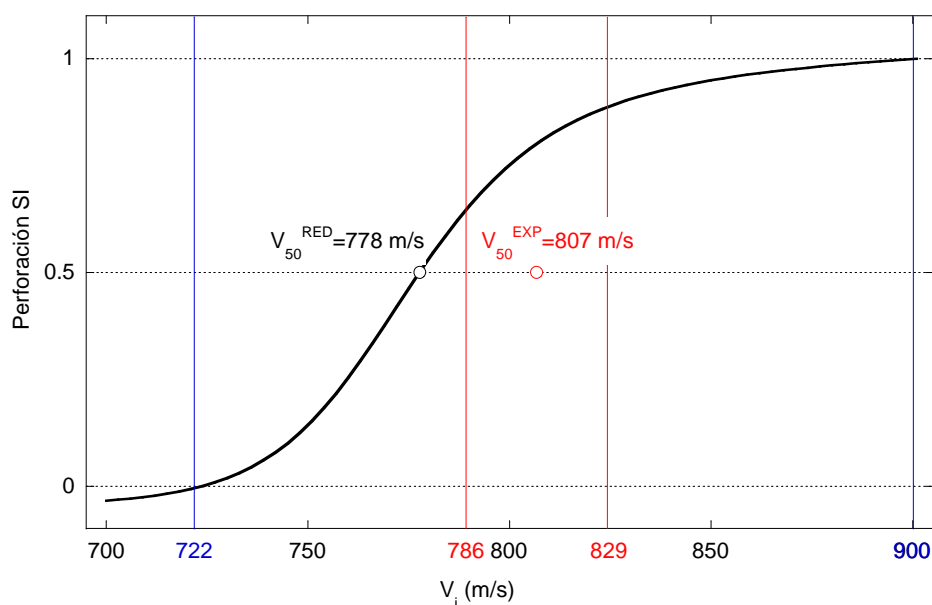


Figura 6.4: Límite balístico V_{50} y zona de transición de parada a perforación en función de la velocidad de impacto. Resultados obtenidos por el PMC para la predicción de ocurrencia de perforación (en negro) y resultados experimentales (en rojo, den Reijer [22]).

6.2.3. PMC para la predicción de velocidad y masa residuales

6.2.3.1. Determinación de las variables óptimas de entrada de la red

El coeficiente de correlación R^2 entre las variables de entrada y las de salida se emplea como parámetro para seleccionar las variables de entrada más adecuadas. Se ha creído conveniente separar los patrones en dos grupos correspondientes a los materiales del proyectil porque, como se puede observar en la figura 6.5, esto condiciona enormemente la correlación entre las variables debido a la diferencia de densidad y resistencia que existe entre el wolframio y el acero de alta dureza.

En la tabla 6.6 se muestran los valores de los coeficientes de correlación R_{ij}^2 entre la variable de entrada i y la de salida j . El número de la izquierda corresponde al valor de R_{ij}^2 para el conjunto de patrones con proyectiles de W y el de la derecha, para los patrones con proyectiles de acero. Se ha empleado 10^{-2} como valor umbral por debajo del cual se considera que la variable de entrada i no influye significativamente en la variable de salida j . Se puede observar que las mejores correlaciones se dan para v_i con v_{res} y para m_i con m_{res} . Por otra parte, los cocientes L_p/H_t y L_p/H_c muestran una buena correlación con

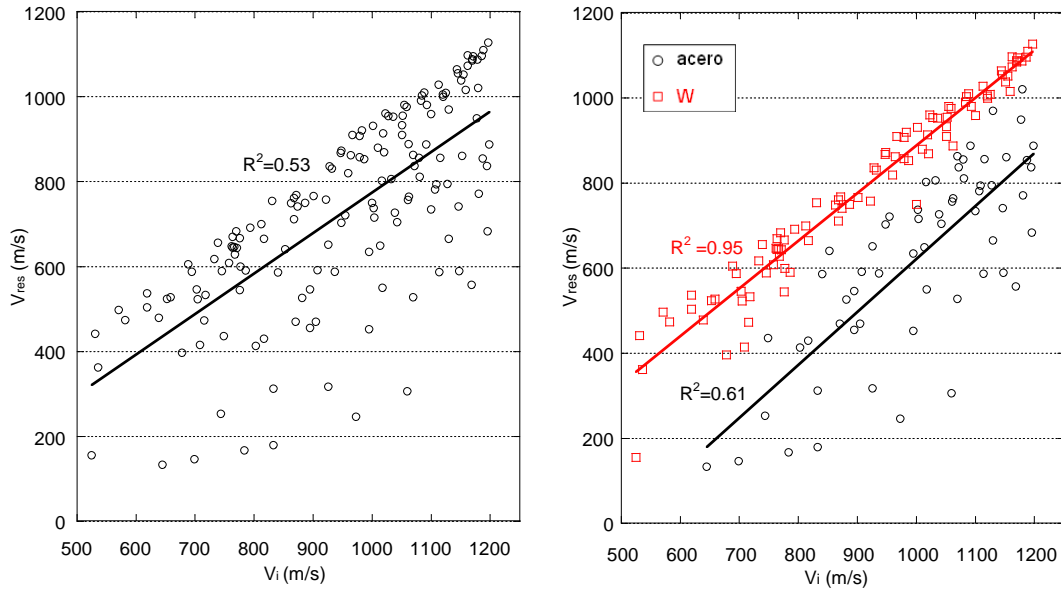


Figura 6.5: Coeficiente de Correlación R^2 entre la velocidad inicial v_i y la velocidad residual v_{res} para (izquierda) todos los patrones, (derecha) patrones separados según material del proyectil.

las variables residuales adimensionalizadas, mientras que H_t y H_c sólo la muestran con la masa residual, absoluta o adimensionalizada. La esbeltez y L_p/H_m influyen muy poco en todas las variables residuales.

A la vista de los resultados, se ha optado por mantener las variables de entrada empleadas en el PMC para la predicción de ocurrencia de perforación, ya que los datos que se muestran en la tabla 6.6 son consistentes con los de la tabla 6.3, correspondientes al PMC para la predicción de ocurrencia de perforación, a excepción de la esbeltez L_p/D_p , que se ha eliminado dada su poca influencia en las variables residuales.

6.2.3.2. Determinación de N y entrenamiento del PMC

En la figura 6.6 se observa un esquema de la arquitectura de la red. Empleando la estimación inicial dada por Tarassenko [81] se tiene $N \approx 7$. Para cada conjunto de patrones generado aleatoriamente (conjuntos 4, 5 y 6) se entrenan las familias de PMC, cada una de ellas con 6, 7, 8 y 9 neuronas en la capa oculta. El procedimiento es ligeramente distinto al empleado para determinar N en el caso anterior ya que en este caso, el error cuadrático

	V_{res}	V_{res}/V_i	m_{res}	m_{res}/m_i
L_p	NS	$4,5 \cdot 10^{-2}/NS$	0.75/0.8	$2 \cdot 10^{-2}/NS$
D_p	NS	$3 \cdot 10^{-2}/1,1 \cdot 10^{-2}$	0.92/0.94	$0,12/4 \cdot 10^{-2}$
v_i	0.95/0.61	0.42/0.44	NS/ $1,7 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}/0,25$
H_c	NS	$1,4 \cdot 10^{-2}/10^{-2}$	0.48/0.45	$2 \cdot 10^{-2}/8 \cdot 10^{-2}$
H_m	NS	NS	0.41/0.51	$7 \cdot 10^{-2}/6 \cdot 10^{-2}$
H_t	NS	NS	0.51/0.52	$4 \cdot 10^{-2}/8 \cdot 10^{-2}$
m_i	NS	NS	0.98/0.98	$5 \cdot 10^{-2}/1,8 \cdot 10^{-2}$
L_p/D_p	NS	NS	NS	$8 \cdot 10^{-2}/5 \cdot 10^{-2}$
L_p/H_t	NS	$5 \cdot 10^{-2}/4 \cdot 10^{-2}$	NS	0.47/0.31
L_p/H_c	NS	$10^{-2}/4 \cdot 10^{-2}$	NS	0.17/0.36
L_p/H_m	NS	NS	NS	0.28/0.33

Tabla 6.6: Matriz de coeficientes de correlación R_{ij}^2 entre la variable de entrada i y la de salida j . Cada elemento R_{ij}^2 está formado por el coeficiente de correlación para los patrones con proyectiles de W y de acero respectivamente ($(R_{ij}^2)^W/(R_{ij}^2)^{acero}$). NS: No influye significativamente.

obtenido en el entrenamiento sirve como criterio de selección de N . Tras calcular, para cada familia de redes, la media y la desviación típica del error cuadrático para los datos de validación cruzada (figura 6.7), se puede observar una fuerte dependencia en el error del conjunto de patrones empleado para la validación cruzada, que se duplica al pasar de los conjuntos 4 ó 6 al conjunto 5. No obstante, existe coincidencia en el óptimo de neuronas de la capa oculta, que se ha fijado en $N = 8$.

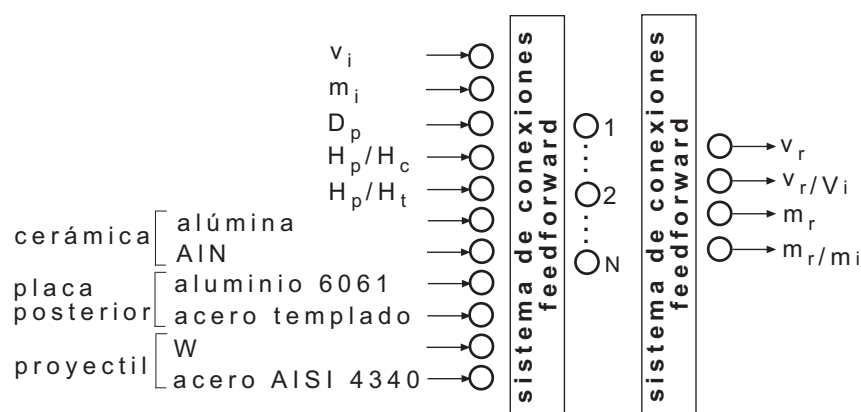
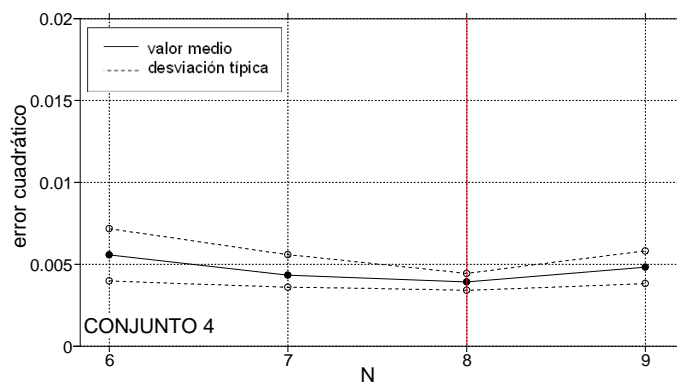
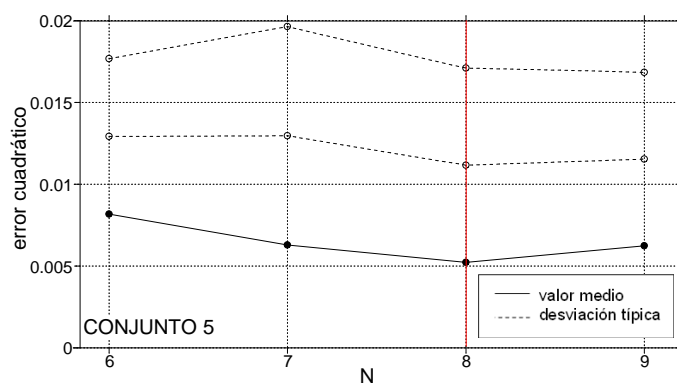


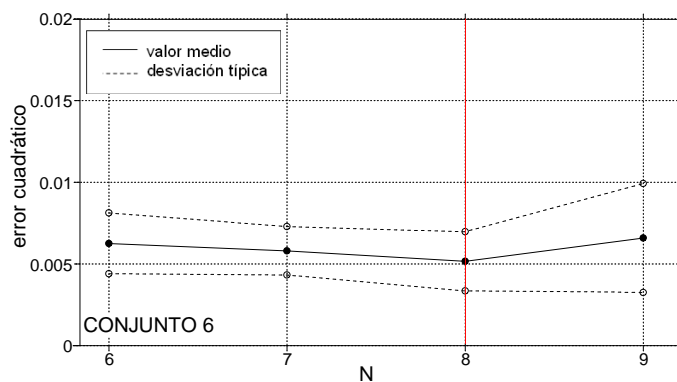
Figura 6.6: PMC empleado para la predicción de la velocidad y masa residuales con N neuronas en la capa oculta.



(a)



(b)



(c)

Figura 6.7: Error cuadrático para los patrones de validación cruzada al finalizar el entrenamiento vs. número de neuronas N de la capa oculta. Valor medio y desviación típica para una población de 50 redes. Patrones de entrenamiento de: (a) conjunto 4, (b) conjunto 5 y (c) conjunto 6.

6.2.3.3. Verificación y análisis de los resultados

Una vez determinado N se verifica el PMC con los correspondientes patrones de los 3 conjuntos generados. Se ha comprobado que se obtienen mejores resultados de verificación para V_{res}/V_i y m_{res}/m_i que para V_{res} y m_{res} , lo cual parece razonable ya que las primeras están mejor correlacionadas con un mayor número de variables de entrada (tabla 6.6). Por tanto, se han elegido para comparar con los valores deseados de velocidad y masa residuales aquellos obtenidos a partir de las magnitudes normalizadas.

En la figura 6.8 se observan los valores de velocidad residual obtenidos por el PMC frente a los deseados (obtenidos mediante simulación numérica). No aparecen los casos de verificación correspondientes a parada aunque también se hayan empleado éstos para el entrenamiento de esta red.

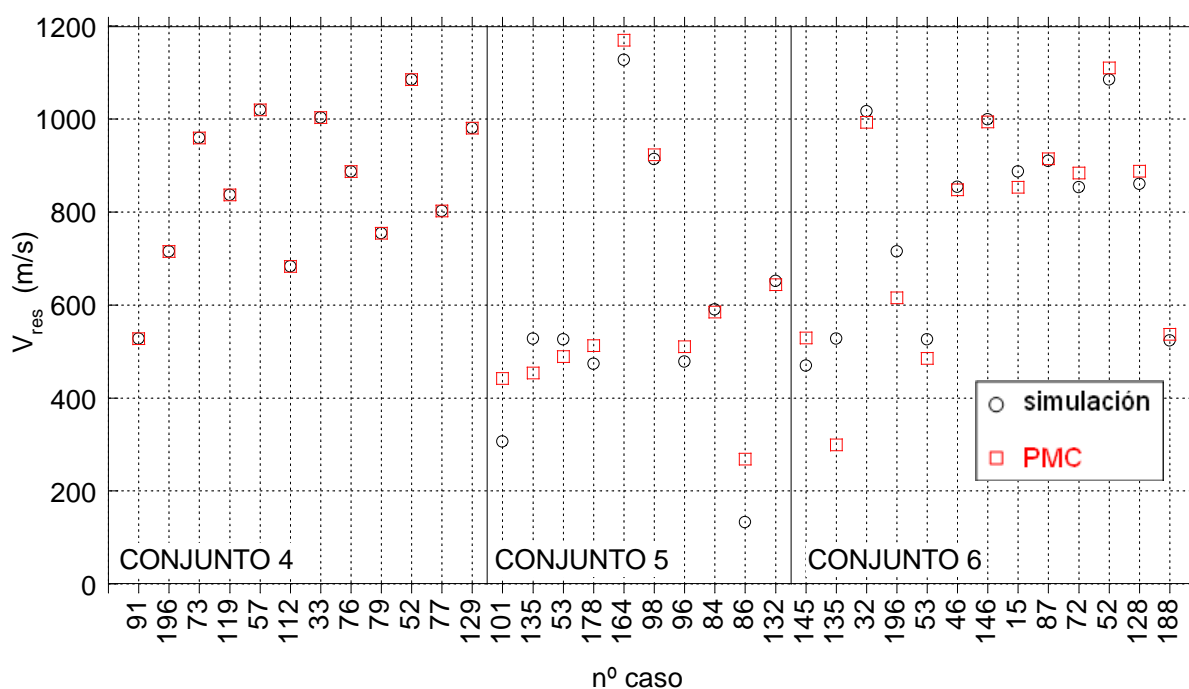


Figura 6.8: Velocidad residual deseada (simulación) y obtenida por la red (PMC). Casos correspondientes a los patrones de los conjuntos de verificación 4, 5 y 6.

En ningún caso se supera un 15% de error relativo, a excepción de los tres casos indicados en la tabla 6.7, obteniéndose un error promedio de 9.7%. Si se analizan los

tres casos anómalos se comprueba que el cociente V_{res}/V_i alcanza valores pequeños (figura 6.9). Concretamente, para el caso 86, con un error relativo del 101 %, el cociente V_{res}/V_i alcanza el valor mínimo de los 200 casos (0.26). El caso 101, también atípico, posee una velocidad residual muy baja para su velocidad de impacto (1070 m/s). A excepción de estos casos, la red predice la velocidad residual con precisión.

nº caso	error relativo (%)
86	101
101	44
135	43

Tabla 6.7: Casos de verificación con un error relativo superior al 15 % para la velocidad residual.

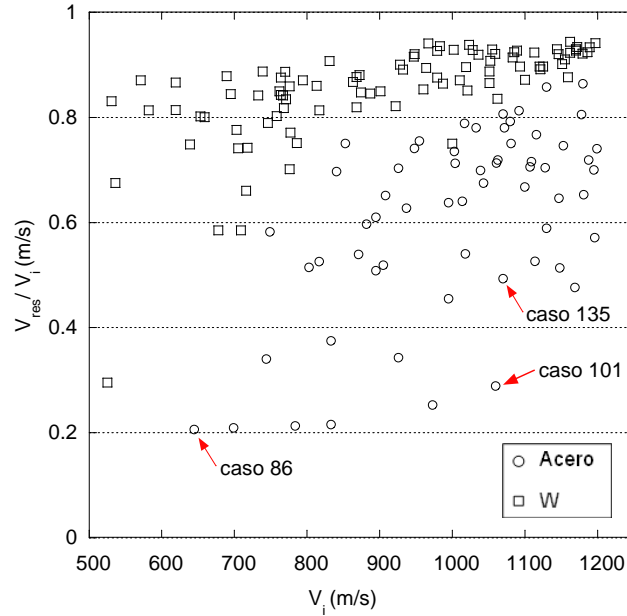


Figura 6.9: V_{res}/V_i vs. V_i . Casos con un error relativo superior al 15 % para la velocidad residual.

En la figura 6.10 se observan los valores de masa residual obtenidos por el PMC frente a los obtenidos mediante simulación numérica. Tampoco aparecen los casos correspondientes a parada. Para esta variable de salida, el error relativo máximo cometido por la red es de 16.94 % (correspondiente al caso nº 86, comentado anteriormente) con un promedio del 3 %. Así pues, los resultados para la predicción de masa residual son suficientemente precisos.

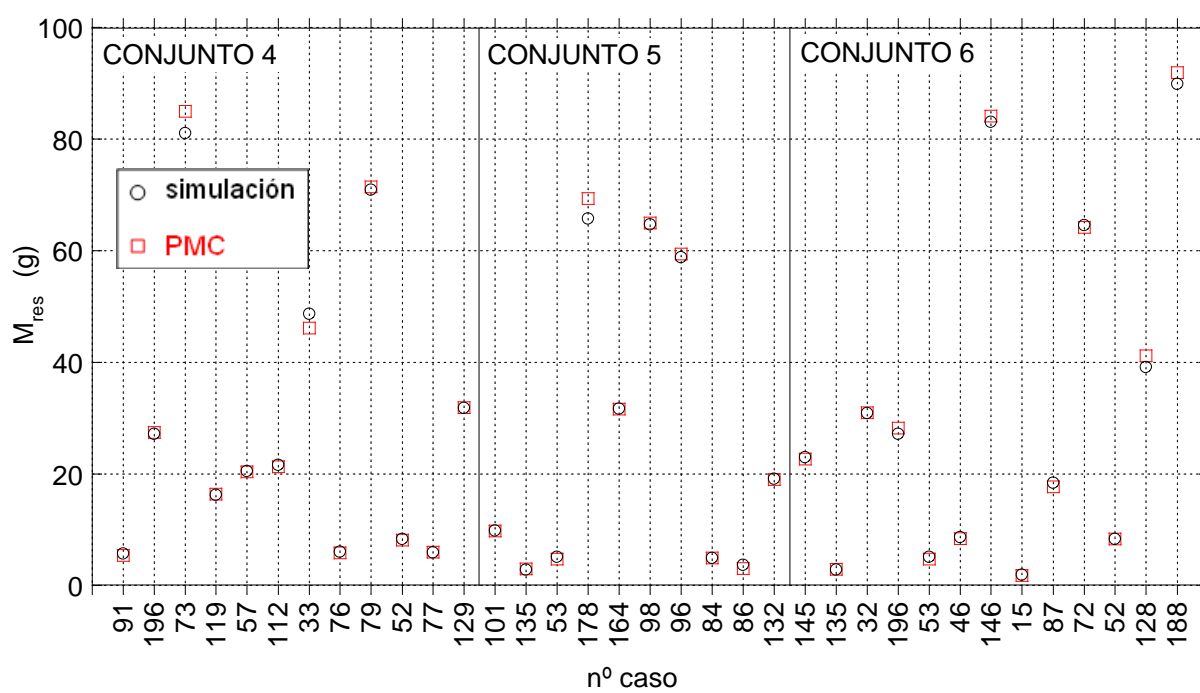


Figura 6.10: masa residual deseada (simulación) y obtenida por la red (PMC). Casos correspondientes a los patrones de los conjuntos de verificación 4, 5 y 6.

6.2.3.4. Aplicaciones del PMC para la predicción de velocidad y masa residuales

El PMC para la predicción de masa y velocidad residuales permite la obtención de curvas V_{res} vs. V_i , herramientas también clásicas en el diseño de protecciones cuando, en caso de perforación, se pretende evaluar la energía cinética residual del proyectil tras el impacto. En la figura 6.11 se observan estas curvas para protecciones formadas por dos combinaciones diferentes de materiales, ambas de densidad areal $\rho_A = 50 \text{ kg/m}^2$. La obtención de estas curvas requeriría la realización de un número considerable de ensayos experimentales o simulaciones numéricas por cada protección. Al igual que para las curvas obtenidas en §6.2.2.4, mediante el empleo del PMC para la predicción de masa y velocidad residuales, estas curvas se pueden obtener en varios minutos, incluyendo el tiempo de interacción del usuario con la herramienta.

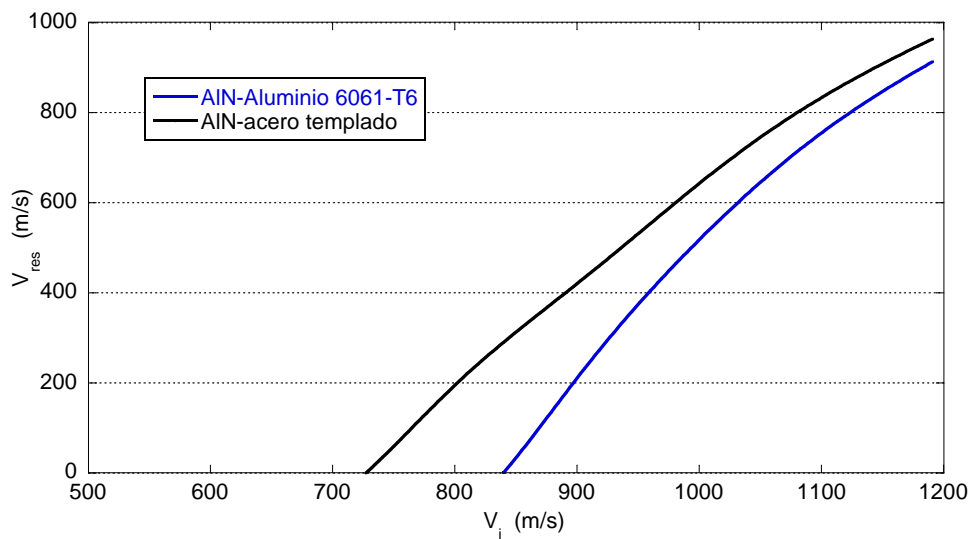


Figura 6.11: Curvas V_{res} vs. V_i obtenidas por el PMC para la predicción de masa y velocidad residuales para 2 protecciones, una compuesta por AIN-aluminio 6061-T6 y otra por AIN-acero templado, ambas con una densidad areal $\rho_A = 50 \text{ kg/m}^2$.

Capítulo 7

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

7.1. Conclusiones

En relación al objetivo principal del trabajo, puede concluirse que:

- El Perceptrón Multicapa (PMC) predice la parada de la amenaza o la perforación de la protección en un conjunto de casos suficientemente amplio, que contempla diversas geometrías y materiales para la amenaza y la protección, y diferentes velocidades de impacto.
- El PMC predice, para los casos de perforación, los valores de velocidad residual con un error promedio del 10 % y un error máximo del 15 % y los valores de masa residual con un error promedio del 3 % y un error máximo del 5.5 %.
- Los resultados se obtienen en tiempo real. El coste computacional de 1000 casos de impacto es, aproximadamente, un segundo.
- El sistema propuesto para la selección de variables de entrada del PMC permite determinar qué variables facilitan las tareas de clasificación y regresión realizadas por la red.

A la vista de estas conclusiones se puede afirmar que el PMC desarrollado ha mostrado una muy notable capacidad de predicción del comportamiento de protecciones ligeras

frente a impacto, por lo que su uso puede constituir una alternativa para el diseño de estos sistemas.

En cuanto al objetivo secundario, puede concluirse lo siguiente:

- La sustitución de la tensión hidrostática por la primera tensión principal en la ecuación de evolución del daño propuesta por Cortés et al. [1] permite una definición más precisa de las zonas en las que se origina y evoluciona el daño en el material cerámico.
- El algoritmo de integración desarrollado para el modelo de comportamiento del material cerámico ha demostrado ser robusto.
- El sistema experimental desarrollado para la medición de la velocidad residual del cuerpo impactador permite obtener medidas suficientemente precisas pese a las dificultades intrínsecas al problema (rotación del cuerpo tras el impacto, presencia de polvo cerámico y alta velocidad del evento).

7.2. Trabajos futuros

La situación de impacto normal (ángulo de incidencia de 0°) considerada en este trabajo es un caso poco frecuente. La situación más probable en un caso de impacto es que éste se produzca con un ángulo de incidencia distinto de cero. Por tanto, se propone la introducción de la oblicuidad como variable de entrada en el problema estudiado, lo que supone un paso natural en esta línea de trabajo pues se dispone de un modelo tridimensional de simulación numérica y un sistema experimental para la medición de la velocidad residual en condiciones de oblicuidad.

También es interesante, dado el marcado carácter anisótropo que presenta el proceso de fisuración en materiales cerámicos, obtener un modelo tensorial de daño que recoja dicha anisotropía a partir del modelo modificado de Cortés et al. [1] desarrollado en este trabajo.

Por otra parte, ya que las Redes Neuronales Artificiales han demostrado ser una herramienta válida para el análisis del comportamiento frente a impacto de protecciones cerámica-metal, se pretende extender su empleo al estudio del comportamiento frente a

impacto de materiales compuestos de fibra de carbono/matriz epoxi para la predicción de la extensión del daño y la energía cinética residual.

CONCLUSIONS

In relation to the main objective of the Thesis the conclusions are:

- The Multilayer Perceptron (MLP) predicts either the impact body arrest or the target perforation for a wide range of impact cases including different geometries and materials for the impacting body and the target and different impact velocities.
- In case of target perforation, the MLP predicts the residual velocity of the impacting body with a mean error of 10 % and a maximum error of 15 % and the residual mass with a mean error of 3 % and a maximum error of 5.5 %
- Real-time results are obtained with the MLP. Solving 1000 impact cases has an approximate computational cost of 1 second.
- In order to select the most suitable input variables for the MLP, the proposed methodology permits to determine which variables facilitate the classification and regression tasks done by the network.

In view of the above, one can conclude that the MLP developed has shown a remarkable prediction ability of the impact behavior of lightweight ceramic-metal armors and therefore it could be an alternative to the conventional design methodologies.

Concerning the secondary objective, one can conclude:

- A more precise definition of nucleation and propagation of damage is obtained when replacing the hydrostatic stress by the maximum principal stress in the equation of damage evolution proposed by Cortés et al. [1].
- The developed time integration algorithm for the ceramic material model has shown to be robust.

- The experimental set-up developed to measure the residual velocity of the impacting body permits to obtain precise measures in spite of the difficulties associated to this problem (body rotations after impact, presence of ceramic powder and a short duration of the event).

Bibliografía

- [1] R. Cortés, C. Navarro, M. A. Martínez, J. Rodríguez, V. Sánchez-Gálvez, Numerical modelling of normal impact on ceramic composite armours, *Int J Impact Engng* 12 (1992) 639–651.
- [2] R. Zaera, Modelo analítico para el diseño de sistemas de protección frente a impacto formados por paneles de cerámica/metal, Tesis Doctoral, ETSICCP, UPM (1997).
- [3] F. Melero, Los Nuevos Materiales y sus aplicaciones, Vol. 2, Colegio Oficial de Ingenieros de Armamento, Madrid, 1990, p. 120.
- [4] A. Arias, R. Zaera, J. López-Puente, C. Navarro, Numerical modeling of the impact behavior of new particulate-loaded composite materials, *Composite Struct* 61 (2003) 151–159.
- [5] A. Arias, R. Zaera, J. López-Puente, C. Navarro, Fabricación y caracterización mecánica de un material compuesto de matriz polimérica y carga cerámica, *Boletín de la Sociedad Española de Cerámica y Vidrio* 43 (2) (2004) 401–405.
- [6] J. Jovicic, A. Zavaliangos, F. Ko, Modeling of the ballistic behavior of gradient design composite armors, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 31 (2000) 773–784.
- [7] P. Louvigné, P. Schulz, MMC for armor application: new concept, en: *Proceedings of ICC8 Conference*, Tenerife, Islas Canarias, 2001.
- [8] C. Jenkins, Pasado, presente y futuro de los carros de combate, Ed. Howard C.E., Interavia SA, Ginebra, Suiza, 1985.
- [9] R. Ogorkiewicz, J. Willis, Aluminium armour for fighting vehicles, *Military Technology* 9 (1983) 212–218.

- [10] A. Mardsen, Lightweight ceramic faced armours, en: Proceedings on the 11th International Symposium on Ballistics, Jerusalem, Israel, 1989.
- [11] J. Mackiewicz, Advanced ceramic/composite armour for the defeat of small arms, en: Proceedings Lightweight Armour System Symposium, Cranfield, England, 1995.
- [12] C. Roberson, Ceramic materials and their use in lightweight armour systems, en: Proceedings Lightweight Armour System Symposium, Cranfield, England, 1995.
- [13] R. Zaera, V. Sánchez-Gálvez, Modelling the fracture processes in the ballistic impact on ceramic armours, *J Phys IV* 7 (3) (1997) 687–692.
- [14] R. Ogorkiewicz, J. Willis, Aluminium armour for fighting vehicles, *Military Technology* 9 (1983) 212–218.
- [15] S. Levine, H. P., Engineered Materials Handbook, Vol. 4, ASM International, USA, 1991.
- [16] Z. Rosenberg, E. Dekel, Y. Yeshurun, E. Bar-On, Experiments and 2-d simulations of high velocity penetrations into ceramic tiles, *Int J Impact Engng* 17 (1995) 697–706.
- [17] G.E. Hauver, P.H. Netherwood, R.F. Benck, W.A. Gooch, W.J. Perciballi, M.S. Burkins, Variation of target resistance during long rod penetration into ceramics, en: Proceedings on the 13th International Symposium on Ballistics, Stockholm, Sweden, 1992.
- [18] Z. P. Y. Yaziv, D. Rosenberg, Differential ballistic efficiency on applied armors., en: Proceedings on the 9th International Symposium on Ballistics, Shrivenham, UK, 1986.
- [19] S. Bless, Z. Rosenberg, B. Yoon, Hypervelocity penetration of ceramics, *Int J Impact Engng* 12 (1987) 165–171.
- [20] V. Hohler, A. Stilp, K. Weber, Ranking methods of ceramics and experimental optimisation of a laminated target with ceramics, en: Proc. Lightweight Armour System Symposium, Royal Military College of Science, Cranfield, 1995.
- [21] M. Wilkins, Mechanics of penetration and perforation, *Int J Impact Engng* 16 (1978) 793–807.
- [22] P. Den Reijer, Impact on ceramic faced armour, Tesis Doctoral, Delf University of Technology (1991).

- [23] HKS, Abaqus Explicit v6.4 User's Manual, version 6.4 Edition, ABAQUS Inc., Richmond, USA, 2003.
- [24] J. Hallquist, LS-DYNA theoretical manual, Livermore Software Technology Corporation, 1998.
- [25] CD, Autodyn-2d v4.1 users manual, Century Dynamics Inc., San Ramon CA, USA, 1997.
- [26] P. S. International, PAM-CRASH Manuals., ESI Group Software Product Company,, USA, 1996.
- [27] M. L. Wilkins, Third progress report on light armor program, Estudio técnico, Lawrence Radiation Laboratory, University of California, Livermore, USA (1964).
- [28] M. Lee, Y. Yoob, Analysis of ceramic/metal armour systems, *Int J Impact Engng* 25 (9) (2001) 819–829.
- [29] M. Lee, Hypervelocity impact into oblique ceramic/metal composite systems, *Int J Impact Engng* 29 (2003) 417–424.
- [30] P. Lundberg, L. Westerling, B. Lundberg, Influence of scale on the penetration of tungsten rods into steel-backed alumina targets, *Int J Impact Engng* 18 (4) (1996) 403–416.
- [31] J.A. Zukas, T. Nicholas, H.F. Swift, L.B. Greszczuk, D. Curran, *Impact Dynamics*, John Wiley & Sons, New York, USA, 1982.
- [32] A. Florence, *Interaction of projectiles and composite armour. Part II*, Stanford Research Institute, Menlo Park, California. USA, 1969.
- [33] R. Woodward, A simple one-dimensional approach to modelling ceramic composite armour defeat, *Int J Impact Engng* 9 (4) (1990) 455–474.
- [34] R. Zaera, V. Sánchez-Gálvez, Analytical modelling of normal and oblique ballistic impact on ceramic/metal lightweight armours, *Int J Impact Engng* 21 (3) (1998) 133–148.
- [35] M. Meyers, *Dynamic behavior of materials*, John Wiley & Sons, Inc, N.Y., 1994.

- [36] G. R. Johnson, W. H. Cook, A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates, and temperatures, en: Proc. 7th Int. Symp. Ballistics, The Hague, The Netherlands, 1983, pp. 1–7.
- [37] F. Zerilli, R. Armstrong, Dislocation mechanics-based constitutive relations for material dynamic calculation, J Appl Phys 61 (5) (1987) 1816–1825.
- [38] A. Rusinek, R. Zaera, J. Klepaczko, Constitutive relations in 3-d for a wide range of strain rates and temperatures - application to mild steels, Int J Solids Struct (2007) *Aceptado para su publicación*.
- [39] A. Rusinek, R. Zaera, J. Klepaczko, R. Cheriguene, Analysis of inertia and scale effects on dynamic neck formation during tension of sheet steel, Acta Materialia 53 (2005) 5387–5400.
- [40] A. Rusinek, R. Zaera, Finite element simulation of steel ring fragmentation under radial expansion, Int J Impact Engng 34 (2007) 799–822.
- [41] D. Drucker, W. Prager, Soil mechanics and plasticity analysis of limit design, Q J Appl Mathematics 10 (1952) 157–162.
- [42] R. Krieg, A simple constitutive description for soils and crushable foams, Estudio Técnico T 94-38SC-DR-7260883, Sandia National Laboratory (1978).
- [43] D. Curran, L. Seaman, T. Cooper, D. Shockey, Micromechanical model for comminution and granular flow of brittle material under high strain rate application to penetration of ceramic targets, Int J Impact Engng 13 (1) (1993) 53–83.
- [44] C. Denoual, F. Hild, Dynamic fragmentation of brittle solids: a multi-scale model, European J Mech A/Solids 21 (2002) 105–120.
- [45] G. Johnson, T. Holmquist, An improved computational constitutive brittle material, Estudio técnico, American Institute of Physics (1994).
- [46] G. Asensio, Métodos numéricos en elastoplasticidad, Tesis Doctoral, ETSICCP, Universidad Politécnica de Madrid (2003).
- [47] M. L. Wilkins, Calculation of elastic-plastic flow, Met Comp Phys 3 (1964) 211–262.
- [48] J. Simó, M. Ortiz, A unified approach to finite deformation elastoplasticity based on the use of hyperelastic constitutive equations, Comp Meth Appl Mech Engng 49 (1985) 221–245.

- [49] J. Simó, T. Hughes, Computational Inelasticity, Springer-Verlag, N.Y., 1998.
- [50] T. J. R. Hughes, R. L. Taylor, Unconditionally stable algorithms for quasi-static elasto/visco-plastic finite element analysis, *Comp Struct* 8 (1978) 169–173.
- [51] J. Golinval, Calculs par Éléments finis de structures élastoviscoplastiques soumises à des chargements cycliques á haute température, Tesis Doctoral, University of Liège, Bélgica (1988).
- [52] O. Bruhns, U. Rott, A viscoplastic model with a smooth transition to describe rate-independent plasticity, *Int J Plasticity* 10 (4) (1994) 347–362.
- [53] W. Pan, Endochronic simulation for finite viscoplastic deformation, *Int J Plasticity* 13 (6-7) (1997) 347–362.
- [54] R. Zaera, J. Fernández-Sáez, An implicit consistent algorithm for the integration of thermoviscoplastic constitutive equations in adiabatic conditions and finite deformations, *Int J Solids Struct* 43 (6) (2006) 1594–1612.
- [55] T. Belytschko, W. Liu, B. Moran, *Nonlinear Finite Element Analysis for Continua and Structures*, John Wiley & Sons, Chinchester, 2000.
- [56] J. Nilsson, *Inteligencia Artificial. Una nueva síntesis*, Mc Graw Hill, Madrid, 2001.
- [57] J. Carbó, J. Molina, R. Martínez, *Desarrollo de Sistemas Basados en el Conocimiento. CLIPS y FuzzyCLIPS*, Sanz y Torres, Madrid, 2005.
- [58] P. Isasi, I. Galván, *Redes Neuronales Artificiales: Un enfoque práctico*, Pearson. Prentice Hall, 2004.
- [59] M. Cohen, H. Franco, R. Morgan, D. Rumelhart, V. Abrash, *Advances in Neural Information Processing Systems*, Morgan Kaufmann, 1993.
- [60] P. Werbos, Backpropagation and neurocontrol: a review and prospectus, en: *Int Joint Conference on Neural Networks*, Vol. 1, 1989, pp. 209–216.
- [61] D. Pomerleau, *Neural network perception for mobile robot guidance*, Tesis Doctoral, Carnegie Mellon University (1992).
- [62] W. Baxt, The applications of the artificial neural network to clinical decision making, en: *Natural, synthetic* (Eds.), *Conference in Neural Information Processing Systems*, 1992.

- [63] H. Adeli, C. Yeh, Perceptron learning in engineering design, *Microcomp Civil Engng* 4 (1989) 247–256.
- [64] Z. Waszczyszyn, L. Ziemianski, Neural networks in mechanics of structures and materials - new results and prospects of applications, *Comp Struct* 79 (22-25) (2001) 2261–2276.
- [65] R. Ince, Prediction of fracture parameters of concrete by artificial neural networks, *Engng Fract Mech* 71 (15) (2004) 2143–2159.
- [66] S. Liu, J. Huang, J. Sung, C. Lee, Detection of cracks using neural networks and computational mechanics, *Comp Meth Appl Mech Engng* 191 (25-26) (2002) 2831–2845.
- [67] Z. Waszczyszyn, E. Pabisek, Hybrid nn/fem analysis of the elastoplastic plane stress problem, *Comput Assisted Mech Engng Sci* 6 (1999) 177–188.
- [68] D. Rumelhart, J. McClelland, *Parallel Distributed Processing VI: Foundations*, 1988.
- [69] B. Hagege, *Simulation du comportement mécanique des renforts fibreux en grandes transformations: application aux renforts tricotés*, Tesis Doctoral, ENSAM, Paris (2004).
- [70] D. Cronin, K. Bui, C. Kaufmann, G. McIntosh, T. Berstad, Implementation and validation of the Johnson-Holmquist ceramic material model in LS-Dyna, en: D. GmbH (Ed.), 4th European LS-Dyna Users Conference, Vol. D, Ulm, Alemania, 2003, pp. 47–60.
- [71] W. Zhigang, Y. Jilin, L. Jianrong, L. Yongchi, H. Shisheng, Influence of stress condition on adiabatic shear localization of tungsten heavy alloys, *Int J Impact Engng* 26 (2001) 843–852.
- [72] D. Gee, R. W.G., S. Levinsona, Blast phenomena associated with high-speed impact, *Int J Impact Engng*. *aceptado para su publicación*.
- [73] P. Myungsoo, Y. Jeonghoon, C. Dong-Teak, An optimization of a multi-layered plate under ballistic impact, *Int J Solids Struct* 42 (2005) 123–137.
- [74] J. López-Puente, A. Arias, R. Zaera, C. Navarro, The effect of the thickness of the adhesive layer on the ballistic limit of ceramic/metal armours. An experimental and numerical study, *Int J Impact Engng* 32 (1-4) (2005) 321–336.

- [75] R. Zaera, S. Sánchez-Sáez, J.L. Pérez-Castellanos, C. Navarro, Modelling of the adhesive layer in mixed ceramic/metal armours subjected to impact, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 31 (3) (2000) 823–833.
- [76] W. Dabboussi, J. A. Nemes, Modeling of ductile fracture using the dynamic punch test, *Int J Mech Sci* 47 (8) (2005) 1282–1299.
- [77] B. Banerjee, The mechanical threshold stress model for various tempers of AISI 4340 steel, *Int J Solids Struct.* *Acceptado para su publicación.*
- [78] Conversaciones privadas con A. Rusinek (2006).
- [79] NDS, NeuroSolutions for Excel v4.21 User's Manual, version 4.21 Edition, NeuroDimension Inc., Gainesville, USA, 2003.
- [80] J.C. Príncipe, R.E. Neil, C. Lefebvre, *Neural and adaptive Systems: fundamentals through simulations*, John Wiley & Sons, NY, 1999.
- [81] L. Tarassenko, *A Guide to Neural Computing Applications*, Arnold/NCAF, London, 1998.

ANEXO 1: Casos de impacto empleados en el entrenamiento y verificación de los PMC

CASO	Lp (m)	Dp (m)	Vi (m/s)	Hc (m)	Hm (m)	CERÁMICA	METAL	PROYECTIL	Perfora	mr (g)	Vr (m/s)
1	0.0275	0.0082	1002	0.006	0.003	AIN	aluminio	W	SI	25.2	931
2	0.0313	0.0086	1146	0.008	0.004	AIN	acero tmp	W	SI	27.4	1055
3	0.0363	0.0086	617	0.008	0.006	AIN	acero tmp	acero AD	NO	16.6	18
4	0.035	0.0108	1039	0.008	0.005	AIN	acero tmp	acero AD	SI	20.1	726
5	0.0484	0.0096	849	0.018	0.008	AIN	acero tmp	acero AD	NO	27.5	36
6	0.0178	0.0056	764	0.004	0.003	alumina	aluminio	W	SI	7.1	644
7	0.0409	0.007	758	0.009	0.006	AIN	acero tmp	W	SI	23.3	608
8	0.0454	0.0078	794	0.011	0.008	AIN	aluminio	W	SI	34.3	692
9	0.0354	0.0118	1130	0.011	0.008	alumina	acero tmp	acero AD	SI	20.9	665
10	0.0335	0.0068	619	0.007	0.005	AIN	aluminio	W	SI	19.9	504
11	0.0272	0.006	895	0.008	0.004	AIN	aluminio	acero AD	SI	4.6	546
12	0.0256	0.0068	703	0.007	0.006	alumina	aluminio	W	SI	14.3	546
13	0.0204	0.005	585	0.009	0.003	alumina	aluminio	acero AD	NO	3.1	6
14	0.0238	0.005	895	0.007	0.003	alumina	aluminio	acero AD	SI	2.7	455
15	0.0168	0.005	1199	0.005	0.003	alumina	aluminio	acero AD	SI	1.9	888
16	0.0176	0.0042	502	0.005	0.002	AIN	acero tmp	acero AD	NO	1.9	-4
17	0.0388	0.01	955	0.011	0.005	alumina	aluminio	acero AD	SI	20.4	721
18	0.0303	0.007	1170	0.007	0.005	alumina	aluminio	W	SI	18.5	1088
19	0.0479	0.0106	1189	0.009	0.007	alumina	acero tmp	W	SI	67.3	1110
20	0.0367	0.01	901	0.011	0.006	alumina	acero tmp	W	SI	43.0	766
21	0.0316	0.008	1080	0.008	0.005	alumina	aluminio	acero AD	SI	10.1	856
22	0.0488	0.0084	1089	0.015	0.006	alumina	aluminio	W	SI	43.1	1010
23	0.0371	0.0098	1181	0.011	0.007	alumina	acero tmp	acero AD	SI	15.5	771
24	0.0479	0.0098	647	0.015	0.010	alumina	aluminio	acero AD	NO	28.4	43
25	0.059	0.0118	1070	0.016	0.008	alumina	aluminio	acero AD	SI	42.9	863
26	0.0218	0.0046	1018	0.007	0.004	AIN	aluminio	acero AD	SI	2.0	550
27	0.0286	0.0052	973	0.008	0.004	alumina	acero tmp	acero AD	SI	2.9	246
28	0.036	0.0088	1107	0.015	0.006	alumina	aluminio	acero AD	SI	12.8	781
29	0.0308	0.0092	738	0.008	0.005	AIN	aluminio	acero AD	NO	16.1	36
30	0.0658	0.0118	844	0.022	0.014	AIN	aluminio	acero AD	NO	14.6	21
31	0.0355	0.0094	705	0.010	0.006	AIN	acero tmp	W	SI	36.8	523
32	0.0428	0.0084	1159	0.013	0.011	AIN	acero tmp	W	SI	30.9	1016
33	0.0332	0.0104	1085	0.007	0.006	alumina	aluminio	W	SI	48.7	1003
34	0.0408	0.0116	995	0.014	0.008	AIN	acero tmp	acero AD	SI	22.9	453
35	0.0332	0.011	1083	0.009	0.006	alumina	aluminio	W	SI	52.9	990
36	0.0261	0.0046	630	0.009	0.003	AIN	aluminio	acero AD	NO	3.4	57
37	0.0363	0.0062	1125	0.006	0.006	AIN	acero tmp	W	SI	15.7	1009
38	0.0278	0.0066	525	0.006	0.005	AIN	acero tmp	W	SI	13.3	155
39	0.0494	0.0106	817	0.009	0.007	alumina	acero tmp	acero AD	SI	28.5	430
40	0.0514	0.0116	1003	0.016	0.009	alumina	aluminio	acero AD	SI	35.0	737
41	0.046	0.0082	922	0.016	0.009	AIN	acero tmp	W	SI	32.5	757
42	0.0294	0.0064	564	0.010	0.004	alumina	aluminio	acero AD	NO	7.4	-13
43	0.0188	0.0056	1151	0.004	0.002	alumina	acero tmp	W	SI	6.7	1038
44	0.0375	0.0064	835	0.015	0.007	alumina	aluminio	acero AD	NO	9.5	-4
45	0.0345	0.0062	769	0.011	0.007	AIN	acero tmp	acero AD	NO	8.2	-15
46	0.036	0.0074	1188	0.014	0.007	alumina	aluminio	acero AD	NO	8.6	854
47	0.0383	0.009	863	0.010	0.005	AIN	acero tmp	W	SI	37.9	749
48	0.0205	0.0054	593	0.005	0.005	AIN	aluminio	acero AD	NO	3.7	0
49	0.0334	0.0056	777	0.008	0.008	AIN	aluminio	W	SI	12.0	599
50	0.0521	0.009	937	0.017	0.008	AIN	aluminio	acero AD	SI	19.9	587

CASO	Lp (m)	Dp (m)	Vi (m/s)	Hc (m)	Hm (m)	CERÁMICA	METAL	PROYECTIL	Perfora	mt (g)	Vr (m/s)
51	0.0405	0.0086	1162	0.011	0.005	alumina	aluminio	W	SI	38.0	1097
52	0.0181	0.006	1170	0.004	0.002	alumina	aluminio	W	SI	8.4	1085
53	0.027	0.0062	882	0.006	0.005	alumina	aluminio	acero AD	SI	5.1	526
54	0.0237	0.0046	960	0.009	0.004	alumina	aluminio	W	SI	5.6	820
55	0.0378	0.0064	872	0.011	0.006	alumina	aluminio	W	SI	19.1	768
56	0.0616	0.0106	509	0.024	0.011	alumina	acero tmp	acero AD	NO	42.7	-11
57	0.0391	0.0098	1180	0.008	0.004	AIN	aluminio	acero AD	SI	20.5	1020
58	0.0338	0.0084	709	0.012	0.008	AIN	acero tmp	W	SI	23.9	415
59	0.0351	0.0108	689	0.009	0.005	alumina	aluminio	W	SI	56.5	606
60	0.033	0.0056	1113	0.006	0.004	alumina	acero tmp	W	SI	12.7	1028
61	0.0374	0.0084	788	0.015	0.006	AIN	acero tmp	acero AD	NO	16.3	-8
62	0.0454	0.0112	582	0.013	0.006	alumina	aluminio	W	SI	77.3	474
63	0.0208	0.0062	733	0.004	0.004	AIN	aluminio	W	SI	10.6	617
64	0.0622	0.0116	868	0.017	0.014	AIN	acero tmp	W	SI	91.7	711
65	0.042	0.0086	1100	0.010	0.007	AIN	acero tmp	acero AD	SI	14.0	734
66	0.0328	0.007	1186	0.012	0.005	AIN	aluminio	W	SI	18.9	1096
67	0.0305	0.0086	536	0.007	0.004	alumina	acero tmp	W	SI	29.0	362
68	0.0364	0.01	559	0.008	0.007	alumina	acero tmp	acero AD	NO	22.4	9
69	0.0526	0.0096	1010	0.017	0.010	alumina	acero tmp	W	SI	55.0	880
70	0.0277	0.0052	1021	0.008	0.004	alumina	acero tmp	W	SI	8.3	869
71	0.0177	0.0058	817	0.006	0.004	AIN	aluminio	W	SI	7.0	665
72	0.0433	0.0114	987	0.014	0.009	alumina	acero tmp	W	SI	64.6	853
73	0.0548	0.0118	1100	0.020	0.013	AIN	acero tmp	W	SI	81.0	959
74	0.0296	0.008	1169	0.009	0.007	AIN	acero tmp	acero AD	NO	13.7	18
75	0.043	0.0072	859	0.014	0.006	alumina	acero tmp	acero AD	SI	6.0	887
76	0.0218	0.0072	1092	0.006	0.002	AIN	aluminio	acero AD	SI	6.0	802
77	0.03	0.0062	1017	0.006	0.004	AIN	acero tmp	acero AD	NO	16.3	14
78	0.0375	0.0084	671	0.010	0.005	alumina	aluminio	W	SI	70.9	754
79	0.0457	0.0108	831	0.011	0.006	alumina	aluminio	W	SI	52.9	441
80	0.0431	0.0094	531	0.008	0.005	alumina	aluminio	W	SI	25.8	1087
81	0.0281	0.0086	1179	0.010	0.004	alumina	aluminio	W	SI	43.1	589
82	0.044	0.0092	746	0.012	0.007	AIN	acero tmp	W	SI	13.4	908
83	0.0289	0.006	979	0.007	0.003	AIN	aluminio	W	SI	4.9	591
84	0.0241	0.0044	786	0.009	0.004	AIN	aluminio	W	SI	2.2	-23
85	0.0172	0.0046	682	0.006	0.003	AIN	acero tmp	acero AD	NO	3.7	133
86	0.0193	0.0056	645	0.004	0.002	alumina	aluminio	acero AD	SI	18.4	910
87	0.0327	0.0072	1051	0.011	0.006	AIN	acero tmp	W	SI	44.9	954
88	0.0392	0.0094	1028	0.011	0.005	AIN	aluminio	W	SI	47.9	836
89	0.0427	0.0094	928	0.007	0.006	alumina	acero tmp	W	NO	39.6	27
90	0.0424	0.008	509	0.012	0.007	alumina	aluminio	W	SI	5.7	528
91	0.0169	0.005	659	0.003	0.003	AIN	acero tmp	acero AD	NO	49.5	0
92	0.0577	0.0118	549	0.016	0.011	AIN	acero tmp	acero AD	NO	12.7	-18
93	0.0398	0.0072	567	0.015	0.008	alumina	aluminio	acero AD	NO	2.3	-9
94	0.0191	0.0044	604	0.007	0.003	AIN	aluminio	acero AD	NO	69.3	976
95	0.0451	0.011	1059	0.011	0.010	AIN	aluminio	W	SI	58.8	479
96	0.0387	0.011	639	0.010	0.006	alumina	acero tmp	W	SI	8.4	1073
97	0.0189	0.006	1162	0.006	0.002	alumina	aluminio	W	SI	64.7	913
98	0.0385	0.0116	1019	0.011	0.011	AIN	aluminio	W	SI	72.7	536
99	0.0398	0.0114	619	0.008	0.006	alumina	aluminio	W	SI	38.5	873
100	0.0394	0.0086	948	0.008	0.006	AIN	aluminio	W	SI		

CASO	Lp (m)	Dp (m)	Vi (m/s)	Hc (m)	Hm (m)	CERÁMICA	METAL	PROYECTIL	Perfora	mt (g)	Vr (m/s)
101	0.0452	0.0078	1060	0.017	0.008	alúmina	acero tmp	acero AD	SI	9.9	306
102	0.0316	0.0092	979	0.011	0.007	alúmina	aluminio	W	SI	31.4	858
103	0.0256	0.0078	767	0.009	0.004	alúmina	aluminio	W	SI	20.0	646
104	0.0318	0.0078	932	0.011	0.005	AIN	aluminio	W	SI	24.1	831
105	0.0532	0.0114	833	0.017	0.013	AIN	aluminio	acero AD	SI	31.0	312
106	0.0404	0.0102	502	0.010	0.005	alúmina	acero tmp	acero AD	NO	25.9	7
107	0.0361	0.0066	562	0.007	0.007	AIN	aluminio	acero AD	NO	9.7	-14
108	0.0521	0.0106	1120	0.018	0.009	AIN	acero tmp	W	SI	65.5	1005
109	0.0471	0.0116	749	0.010	0.005	alúmina	acero tmp	acero AD	SI	35.1	436
110	0.043	0.0114	1172	0.009	0.008	AIN	aluminio	W	SI	73.9	1095
111	0.02	0.004	756	0.007	0.004	AIN	acero tmp	acero AD	NO	2.0	-26
112	0.0294	0.0074	770	0.008	0.003	alúmina	aluminio	W	SI	21.6	683
113	0.0519	0.0106	695	0.017	0.007	alúmina	aluminio	W	SI	74.3	587
114	0.0379	0.0104	803	0.010	0.008	AIN	aluminio	acero AD	SI	21.3	413
116	0.0472	0.0082	967	0.009	0.005	AIN	aluminio	W	SI	42.7	910
117	0.0591	0.0118	908	0.017	0.013	alúmina	aluminio	acero AD	SI	42.1	591
118	0.0432	0.008	507	0.014	0.007	alúmina	aluminio	acero AD	NO	17.0	-6
119	0.0483	0.0082	1072	0.010	0.009	AIN	aluminio	acero AD	SI	16.2	837
120	0.0402	0.0092	853	0.009	0.005	AIN	aluminio	acero AD	SI	18.7	640
121	0.0271	0.0046	556	0.007	0.007	AIN	aluminio	W	NO	8.4	18
122	0.0334	0.0084	1148	0.014	0.006	alúmina	acero tmp	acero AD	SI	9.3	589
123	0.0291	0.0066	905	0.008	0.006	AIN	aluminio	acero AD	SI	6.0	470
124	0.0367	0.0088	995	0.011	0.009	AIN	aluminio	acero AD	SI	13.2	634
125	0.04	0.011	1196	0.015	0.009	AIN	acero tmp	acero AD	SI	19.0	683
126	0.0336	0.0092	1130	0.008	0.003	alúmina	aluminio	acero AD	SI	15.2	969
127	0.0275	0.0072	543	0.008	0.008	alúmina	acero tmp	acero AD	NO	8.8	-8
128	0.0654	0.0116	1153	0.026	0.013	alúmina	aluminio	acero AD	SI	39.1	861
129	0.0373	0.0086	1093	0.011	0.006	AIN	acero tmp	W	SI	31.8	981
130	0.0358	0.0078	887	0.011	0.010	AIN	aluminio	W	SI	25.5	750
131	0.0247	0.0046	690	0.006	0.005	AIN	aluminio	acero AD	NO	3.2	-5
132	0.0359	0.01	926	0.007	0.004	AIN	acero tmp	acero AD	SI	19.1	651
133	0.0175	0.0048	678	0.005	0.003	AIN	acero tmp	W	SI	4.1	397
134	0.0379	0.007	690	0.012	0.007	AIN	acero tmp	acero AD	NO	11.4	-13
135	0.0219	0.0058	1070	0.006	0.004	AIN	acero tmp	acero AD	SI	2.9	528
136	0.0536	0.0114	948	0.013	0.010	alúmina	aluminio	acero AD	SI	36.6	703
137	0.0563	0.0104	983	0.014	0.006	AIN	aluminio	W	SI	80.7	920
138	0.0422	0.0116	1033	0.011	0.007	AIN	aluminio	acero AD	SI	29.6	806
139	0.042	0.007	1144	0.009	0.005	alúmina	acero tmp	W	SI	25.2	1064
140	0.0546	0.0106	833	0.015	0.009	alúmina	acero tmp	acero AD	SI	27.6	179
141	0.017	0.0042	1072	0.005	0.003	AIN	acero tmp	acero AD	NO	1.8	39
142	0.0528	0.0096	1014	0.019	0.012	alúmina	aluminio	acero AD	SI	21.7	649
143	0.0415	0.0088	756	0.011	0.006	AIN	acero tmp	acero AD	NO	19.8	6
144	0.0379	0.0072	939	0.007	0.005	AIN	acero tmp	acero AD	NO	12.1	6
145	0.0375	0.0112	871	0.014	0.007	AIN	aluminio	acero AD	SI	23.0	469
146	0.0523	0.012	1121	0.017	0.011	AIN	acero tmp	W	SI	83.1	1000
147	0.0235	0.0042	1051	0.007	0.004	alúmina	aluminio	W	SI	4.8	933
148	0.0186	0.0048	813	0.004	0.003	alúmina	aluminio	W	SI	5.3	700
149	0.0392	0.0114	1178	0.012	0.007	AIN	aluminio	acero AD	SI	24.7	949
150	0.0426	0.0104	723	0.015	0.007	alúmina	acero tmp	acero AD	NO	28.4	8

CASO	Lp (m)	Dp (m)	Vi (m/s)	Hc (m)	Hm (m)	CERÁMICA	METAL	PROYECTIL	Perfora	mt (g)	Vr (m/s)
151	0.0239	0.0072	874	0.007	0.003	AlN	acero tmp	W	SI	14.9	741
152	0.0307	0.009	1061	0.005	0.005	alúmina	acero tmp	acero AD	SI	12.3	756
153	0.0219	0.0042	616	0.005	0.004	alúmina	aluminio	acero AD	NO	2.4	-2
154	0.043	0.0098	571	0.010	0.004	AlN	aluminio	W	SI	57.5	497
155	0.0585	0.011	513	0.019	0.011	AlN	aluminio	acero AD	NO	43.6	-11
156	0.0678	0.0118	1116	0.015	0.009	alúmina	acero tmp	acero AD	SI	45.6	856
157	0.0256	0.0044	1195	0.009	0.004	AlN	aluminio	acero AD	SI	2.1	837
158	0.0292	0.0096	1043	0.006	0.005	alúmina	acero tmp	acero AD	SI	13.1	704
159	0.0315	0.0058	1063	0.007	0.003	AlN	acero tmp	acero AD	SI	4.9	764
160	0.0272	0.0082	768	0.007	0.004	alúmina	acero tmp	W	SI	22.4	628
161	0.0267	0.0088	1109	0.010	0.005	AlN	aluminio	acero AD	SI	9.6	794
162	0.0301	0.006	841	0.007	0.003	AlN	aluminio	acero AD	SI	5.6	586
163	0.0486	0.0114	776	0.010	0.007	alúmina	acero tmp	W	SI	80.0	667
164	0.0453	0.0076	1197	0.008	0.006	AlN	acero tmp	W	SI	31.7	1127
165	0.025	0.0056	1128	0.008	0.005	AlN	aluminio	acero AD	SI	3.4	794
166	0.0551	0.0116	784	0.023	0.010	alúmina	aluminio	acero AD	SI	34.0	167
167	0.0246	0.0048	1000	0.007	0.007	AlN	acero tmp	W	SI	4.7	750
168	0.023	0.0074	926	0.008	0.004	AlN	acero tmp	acero AD	SI	5.6	317
169	0.0321	0.0072	574	0.007	0.004	alúmina	acero tmp	acero AD	NO	10.3	4
170	0.0462	0.0096	947	0.013	0.007	AlN	aluminio	W	SI	54.4	868
171	0.0242	0.0048	556	0.007	0.003	AlN	acero tmp	W	NO	3.4	-15
172	0.0396	0.0116	764	0.013	0.006	AlN	aluminio	W	SI	71.6	669
173	0.026	0.0044	776	0.006	0.004	AlN	acero tmp	W	SI	5.1	545
174	0.0554	0.0114	1023	0.014	0.007	AlN	aluminio	W	SI	94.7	960
175	0.0435	0.0112	762	0.009	0.006	alúmina	acero tmp	W	SI	70.5	648
176	0.0229	0.0054	1062	0.007	0.005	AlN	acero tmp	W	SI	6.8	888
177	0.0309	0.0056	699	0.007	0.003	alúmina	aluminio	acero AD	SI	5.1	146
178	0.0448	0.0118	716	0.014	0.012	AlN	acero tmp	W	SI	65.8	473
179	0.0439	0.0102	622	0.015	0.009	AlN	aluminio	acero AD	NO	28.2	-2
180	0.0482	0.0104	680	0.021	0.008	AlN	aluminio	acero AD	NO	32.1	-2
181	0.0606	0.0112	739	0.013	0.009	alúmina	aluminio	W	SI	101.1	656
182	0.0413	0.0084	718	0.010	0.008	alúmina	acero tmp	W	SI	33.5	533
183	0.0272	0.008	1155	0.007	0.003	AlN	acero tmp	W	SI	21.0	1052
184	0.0373	0.0066	634	0.013	0.009	alúmina	aluminio	acero AD	NO	10.0	-18
185	0.0321	0.0104	744	0.007	0.005	AlN	acero tmp	acero AD	SI	18.8	253
186	0.0593	0.0106	1036	0.017	0.013	alúmina	aluminio	W	SI	83.3	953
187	0.0284	0.005	647	0.012	0.005	AlN	aluminio	acero AD	NO	4.4	-26
188	0.051	0.0118	653	0.014	0.006	alúmina	acero tmp	W	SI	89.9	524
189	0.031	0.0052	1081	0.008	0.004	alúmina	aluminio	acero AD	SI	4.0	811
190	0.028	0.008	546	0.007	0.004	alúmina	acero tmp	acero AD	NO	11.0	3
191	0.036	0.0066	723	0.007	0.006	AlN	acero tmp	acero AD	NO	9.7	12
192	0.036	0.0078	771	0.014	0.006	alúmina	aluminio	W	SI	26.5	643
193	0.06	0.0104	1114	0.016	0.014	AlN	acero tmp	acero AD	SI	24.3	586
194	0.033	0.007	1052	0.008	0.004	alúmina	acero tmp	W	SI	19.4	955
195	0.027	0.006	1055	0.007	0.003	AlN	aluminio	W	SI	12.2	981
196	0.045	0.011	1004	0.008	0.007	alúmina	acero tmp	acero AD	SI	27.2	715
197	0.019	0.004	1147	0.006	0.003	alúmina	aluminio	acero AD	SI	1.3	741
198	0.026	0.007	964	0.009	0.004	AlN	aluminio	W	SI	15.7	862
199	0.044	0.0086	868	0.015	0.008	alúmina	aluminio	W	SI	39.9	761
200	0.017	0.0046	643	0.004	0.004	alúmina	acero tmp	acero AD	NO	2.2	-6