



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA DE LA EMPRESA

TESIS DOCTORAL  
ENSAYOS SOBRE LA SONRISA DE VOLATILIDAD  
EN MERCADOS DE OPCIONES

GREGORIO SERNA CALVO

DIRECTORES:

GONZALO RUBIO IRIGOYEN

JUAN IGNACIO PEÑA SANCHEZ DE RIVERA

MARZO 2000

Flower.

Utopia.

W

J.L.V

Zeng



D. GREGORIO SERNA CALVO  
D.N.I.: 12.763.076

AUTORIZA:

Que su tesis doctoral con el título:  
**“ENSAYOS SOBRE LA SONRISA DE  
VOLATILIDAD EN MERCADOS DE  
OPCIONES”** pueda ser utilizada para fines de  
investigación por parte de la Universidad Carlos III de  
Madrid.

Getafe, 14 de julio de 2000.

A handwritten signature in black ink that reads "Gregorio".

Fdo.: Gregorio Serna Calvo



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA DE LA EMPRESA

TESIS DOCTORAL

ENSAYOS SOBRE LA SONRISA DE VOLATILIDAD  
EN MERCADOS DE OPCIONES

GREGORIO SERNA CALVO

DIRECTORES:

GONZALO RUBIO IRIGOYEN

JUAN IGNACIO PEÑA SANCHEZ DE RIVERA

MARZO 2000



A mis padres, José Luis y Pilar

## **PREFACIO**

La presente tesis doctoral es el resultado de varios años de investigación en el marco del programa de Doctorado en Economía de la Universidad Carlos III de Madrid. Mediante estas líneas deseo dejar constancia de mi gratitud hacia una serie de personas e instituciones, que han contribuido decisivamente a que este proyecto llegase a buen fin.

En primer lugar, quisiera recordar a mi familia. A mis padres, José Luis y Pilar, porque a ellos les debo prácticamente todo, por soportar mi mal humor durante todo este tiempo y por tantas cosas, que sería difícil enumerar. A mis hermanos, José Luis y Anabel, por su apoyo incondicional, especialmente al primero, que dedicó parte de su (escaso) tiempo libre a realizar los programas que limpiaron los ficheros originales y construyeron la base de datos empleada en este trabajo.

A mis directores de tesis, que me han dado la oportunidad de entrar en contacto con las líneas de investigación punteras en el campo de las finanzas. Especialmente quisiera agradecer a Ignacio Peña su total disponibilidad y su diligencia para resolver cualquier problema que yo pudiera tener. Y a Gonzalo Rubio, mi maestro, de quien he aprendido cuanto sé, con quien siempre estaré en deuda, tanto a nivel profesional como personal, por su absoluta implicación en esta tesis.

Mi gratitud también al departamento de Economía de la Empresa de la Universidad Carlos III y a sus responsables, especialmente a los profesores Mikel Tapia y Alejandro Balbás, por la disponibilidad de medios que siempre ha tratado de ofrecer a los estudiantes de doctorado y por luchar contra corriente por mantener una línea que consideramos debe ser la adecuada.

A mis alumnos de la Licenciatura en Administración y Dirección de Empresas de la Universidad Carlos III. Especialmente quisiera mencionar a María José Casasola, a José Luis Ezcurra y a Alberto Caballero, que construyó los histogramas del segundo capítulo de esta tesis cuando era becario de investigación en su último año de carrera.

Gracias también a mis compañeros de doctorado, Manuel Moreno, Rosa Rodríguez y Roberto Pascual. Y especialmente a María Jesús Nieto, que ha compartido conmigo innumerables cosas buenas, y también otras menos buenas, durante todo este tiempo. Ella sabe casi tanto de esta tesis como yo.

También deseo dejar constancia de mi gratitud a la Fundación Caja de Madrid, por su generosa financiación.

Por último, un deseo. Que después de tanta elucubración no se nos olvide el que considero debe ser el objetivo último de nuestra ciencia: 'mejorar' la vida, en todos sus aspectos, del ser humano.

Madrid, marzo de 2000

# INDICE

<b>Capítulo 1. La sonrisa de volatilidad</b>	<b>1</b>
1.1 El modelo de Black-Scholes y su comportamiento empírico.....	1
1.2 Alternativas a Black-Scholes.....	6
Referencias.....	13
<b>Capítulo 2. Los determinantes de la función de volatilidad implícita</b>	<b>17</b>
2.1 Introducción.....	17
2.2 Las opciones sobre el índice IBEX-35.....	23
2.3 Los datos.....	25
2.4 La función de volatilidad implícita.....	29
2.4.1 La función de volatilidad implícita: especificaciones alternativas.....	29
2.4.2 La estacionalidad de la función de volatilidad implícita.....	32
2.5 Los determinantes de la función de volatilidad implícita.....	37
2.5.1 Resultados preliminares.....	38
2.5.2 Tests de causalidad lineal de Granger.....	47
2.5.3 Tests de causalidad no lineal de Granger.....	52
2.6 Conclusiones.....	58
Referencias.....	61
Figuras.....	65
Tablas.....	67

**Capítulo 3. Valoración de opciones con sonrisas de volatilidad y costes de liquidez** 80

3.1 Introducción.....80

3.2 El mercado español de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35.....86

3.3 Los datos.....88

3.4 Modelo de valoración con volatilidad determinista ajustada por costes de liquidez.....90

3.5 El comportamiento empírico del modelo de volatilidad determinista ajustado por costes de liquidez.....96

    3.5.1 La estimación del modelo.....96

    3.5.2 Errores de valoración en términos absolutos y porcentuales.....98

    3.5.3 Proporción de valores teóricos fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask'.....103

3.6 Conclusiones.....107

Referencias.....109

Figuras.....113

Tablas.....114

**Capítulo 4. El contenido informativo de los coeficientes de volatilidad, asimetría y curtosis implícitos en el precio de las opciones** 123

4.1 Introducción.....123

4.2 El mercado de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35.....128

4.3 Los datos.....129



4.4 El modelo de Corrado y Su y su comportamiento empírico.....	132
4.4.1 El modelo teórico.....	132
4.4.2 El comportamiento fuera de muestra del modelo de Corrado y Su.....	136
4.5 Resultados empíricos sobre el contenido informativo de los coeficientes implicitos.....	139
4.5.1 El procedimiento de regresión simple.....	140
4.5.2 El procedimiento GARCH.....	148
4.6 Conclusiones.....	157
Apéndice.....	160
Referencias.....	163
Tablas.....	167



# Capítulo 1

## La sonrisa de volatilidad

### 1.1 El modelo de Black-Scholes y su comportamiento empírico

Black y Scholes (1973) (en adelante BS) derivan su conocida fórmula asumiendo las siguientes ‘condiciones ideales’:

1. El precio del activo subyacente,  $S$ , sigue el siguiente proceso de Itô:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (1.1)$$

donde  $\mu$  y  $\sigma$  son constantes,  $dz = \varepsilon \sqrt{dt}$  (con  $\varepsilon \sim N(0,1)$ ) es un proceso de Wiener y  $t$  es el tiempo.

2. No hay restricciones para la venta en corto de activos.
3. No hay costes de transacción ni impuestos y los activos son perfectamente divisibles.
4. No hay dividendos.
5. No hay oportunidades de arbitraje.
6. La negociación es continua.
7. El tipo de interés sin riesgo,  $r$ , es constante e igual para todos los vencimientos.

Sea  $f$  el precio de un activo derivado sobre  $S$ . Entonces,  $f$  debe ser una función de  $S$  y de  $t$ .

Usando el Lema de Itô es fácil comprobar que  $f$  sigue el siguiente proceso (de Itô):

$$df = \left( \frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dz \quad (1.2)$$

Nótese que los procesos que siguen los activos subyacente y derivado están afectados por la misma fuente de riesgo: el proceso de Wiener ( $dz$ ). Este hecho permite construir una cartera libre de riesgo durante un periodo infinitesimal de tiempo, vendiendo una unidad del activo derivado y comprando  $\frac{\partial f}{\partial S}$  unidades del activo subyacente. Dado que esta cartera permanece libre de riesgo durante un periodo infinitesimal, su rentabilidad durante dicho periodo debe ser el tipo de interés sin riesgo:  $r$ . Utilizando este hecho y operando con las ecuaciones anteriores, se obtiene la conocida ecuación diferencial de BS:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf \quad (1.3)$$

Para opciones europeas con precio de ejercicio  $X$  y fecha de vencimiento  $T$ , las condiciones terminales que permiten resolver la ecuación anterior son:

$$f = \max(S - X, 0) \text{ cuando } t = T, \text{ para opciones de compra y}$$

$$f = \max(X - S, 0) \text{ cuando } t = T, \text{ para opciones de venta.}$$

La característica más importante de la ecuación (1.3) es que es independiente de las preferencias frente al riesgo de los inversores, ya que el parámetro  $\mu$  de la ecuación (1.1) no aparece en (1.3). Este hecho permite obtener soluciones para la ecuación (1.3) asumiendo neutralidad al riesgo. En un mundo neutral al riesgo la rentabilidad esperada de cualquier activo es el tipo de interés sin riesgo. Así, por ejemplo el valor de una opción de compra europea,  $c$ , puede obtenerse como:

$$c = e^{-r(T-t)} \int_X^{\infty} (S_T - X)g(S_T)dS_T$$

donde  $S_T$  es el valor del activo subyacente al vencimiento y  $g(S_T)$  es su función de densidad<sup>1</sup>. Resolviendo la integral anterior se obtiene la conocida fórmula de BS:

$$c = SN(d) - Xe^{-r(T-t)}N(d - \sigma\sqrt{T-t}) \quad (1.4)$$

donde:  $d = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$  y  $N(d)$  es la función de distribución de una variable

normal estándar en el punto  $d$ .

El valor de una opción de venta europea,  $p$ , de precio de ejercicio  $X$  y vencimiento  $T$  puede obtenerse a partir de (1.4) por medio de la paridad 'put-call' como:

<sup>1</sup> Es fácil comprobar que asumiendo que  $S$  sigue el proceso dado por (1.1),  $S_T$  sigue una distribución lognormal.

$$p = Xe^{-r(T-t)}N(\sigma\sqrt{T-t} - d) - SN(-d) \quad (1.5)$$

Las fórmulas (1.4) y (1.5) pueden ser generalizadas al caso de que el activo subyacente pague una tasa continua de dividendos,  $q$ , conocida de antemano, mediante la sustitución:

$S^* = Se^{-q(T-t)}$ . Análogamente, la adaptación al caso de que el subyacente sea un futuro sobre

$S$ , que vence en el mismo momento que la opción se obtiene mediante la sustitución:

$$F = Se^{r(T-t)}.$$

La fórmula de BS ha sido y es una de las más ampliamente utilizadas en la práctica en el campo de la Economía Financiera. Sin embargo, en los últimos años ha aparecido un gran número de artículos poniendo de manifiesto importantes sesgos en la fórmula de BS. Así, cuando se invierte la fórmula de BS para obtener la volatilidad implícita en el precio de mercado de las opciones, se encuentra sistemáticamente que las volatilidades implícitas tienden a estar relacionadas con el precio de ejercicio. Así, efectos de volatilidad no constante han sido encontrados, entre otros, por Rubinstein (1994) y Dumas, Fleming y Whaley (1998) en el mercado de opciones sobre el índice S&P 500, Taylor y Xu (1993) en el mercado de opciones sobre divisas de Filadelfia, Duque y Paxson (1993) y Heynen (1993) en el mercado de opciones sobre acciones del LIFFE y del “European Options Exchange” respectivamente y Peña, Rubio y Serna (1999a) y Fiorentini, León y Rubio (1998) en el mercado de opciones sobre el índice IBEX-35.

La relación empírica que se observa entre la volatilidad implícita y el precio de ejercicio adopta usualmente dos tipos de patrones: una función cuadrática (la llamada sonrisa de

volatilidad o ‘volatility smile’ en la literatura anglosajona) o una función monótona decreciente (la llamada ‘sneer’ o mueca). Jarrow y Rudd (1982) y Hull (1997) analizan la relación existente entre la forma de la función de volatilidad implícita y la distribución que se asume para el valor del activo subyacente al vencimiento. Consideremos el caso de que la verdadera distribución del valor del activo subyacente al vencimiento tenga ambas colas más ‘pesadas’ que la distribución lognormal. Una opción de compra que esté significativamente fuera de dinero sólo tendrá valor en la medida en que pueda producirse un gran aumento en el precio del subyacente. Por tanto, su valor sólo dependerá de la cola derecha de la distribución. Es decir, la fórmula de BS tenderá a infravalorar opciones de compra fuera de dinero. Supóngase ahora una opción de venta que esté significativamente fuera de dinero. Esta opción sólo tendrá valor en la medida en que pueda producirse una gran caída en el precio del activo subyacente. Por tanto, su valor sólo dependerá de la cola izquierda de la distribución, de donde la fórmula de BS tenderá a infravalorar opciones de venta fuera de dinero. Los sesgos para opciones en dinero pueden obtenerse por medio de la paridad ‘put-call’. Consecuentemente, una distribución con ambas colas más ‘pesadas’ que la lognormal se correspondería con una sonrisa de volatilidad (función de volatilidad implícita cuadrática), ya que en ese caso la fórmula de BS tendería a infravalorar opciones en dinero y fuera de dinero.

Consideremos ahora el caso de que la verdadera distribución del valor del activo subyacente al vencimiento tenga la cola izquierda más ‘pesada’ y la cola derecha más ‘ligera’ que la distribución lognormal. En ese caso, utilizando los argumentos anteriores, la fórmula de BS tenderá a sobrevalorar opciones de compra fuera de dinero y opciones de

venta en dinero y a infravalorar opciones de compra en dinero y opciones de venta fuera de dinero, lo cual es consistente con una ‘sneer’ o mueca (función de volatilidad implícita monótona decreciente).

## 1.2 Alternativas a Black-Scholes

Dada la contundente evidencia empírica en contra del supuesto de volatilidad constante de BS, han aparecido en los últimos años distintos modelos de valoración alternativos. A continuación se presenta una breve descripción de las aportaciones más destacadas.

Cox y Ross (1976) en su modelo de elasticidad constante de la varianza proponen el siguiente proceso de difusión:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma S^{-\alpha} dz \quad (1.6)$$

donde  $\alpha \in [0,1]$ . Si  $\alpha = 0$ , el proceso resultante es el de BS. Dado que la volatilidad está negativamente relacionada con el precio de subyacente, este modelo es consistente con una ‘sneer’ o mueca. Asumiendo que el proceso que sigue el activo subyacente es el dado por (1.6), Cox y Ross (1976) encuentran fórmulas de valoración de opciones en forma explícita.

Merton (1976) presenta un modelo llamado de difusión con saltos, donde las rentabilidades del activo subyacente están generadas por la combinación de un proceso continuo y un proceso de saltos:

$$\frac{dS}{S} = (\mu - \lambda k)dt + \sigma dz + dq \quad (1.7)$$

donde  $dz$  es un proceso de Wiener estándar,  $dq$  es un proceso de Poisson que genera los saltos,  $\lambda$  es el número medio de saltos por unidad de tiempo y  $k = E(Y-1)$ , donde  $(Y-1)$  es una variable aleatoria que representa el evento de Poisson y  $E$  es el operador esperanza. Además se asume que  $dz$  y  $dq$  son independientes. El proceso (1.7) puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{S} &= (\mu - \lambda k)dt + \sigma dz, & \text{si no se produce el evento de Poisson} \\ \frac{dS}{S} &= (\mu - \lambda k)dt + \sigma dz + (Y-1), & \text{si se produce el evento de Poisson} \end{aligned}$$

El proceso es continuo la mayor parte del tiempo, pero con saltos finitos de distinto signo y amplitud, producidos de forma discreta en el tiempo. Merton (1976) asume que el componente de salto representa riesgo no sistemático, lo que le permite construir una cartera libre de riesgo, en la línea de la empleada por BS, cuya rentabilidad debe ser el tipo de interés sin riesgo, lo cual significa que la fórmula obtenida por Merton (1976) es independiente de las preferencias frente al riesgo de los inversores. En este modelo los

saltos, que pueden ser tanto en sentido positivo como negativo, aumentan la probabilidad de valores extremos en ambas colas de la distribución, lo que hace que sea consistente con una función de volatilidad implícita de tipo cuadrático.

Especial mención merecen los modelos de volatilidad estocástica, dentro de los que destacan las aportaciones de Hull y White (1987) y Heston (1993). En concreto, Hull y White (1987) plantean los siguientes procesos para el precio del activo subyacente,  $S$ , y su volatilidad instantánea,  $V = \sigma^2$ :

$$dS = \varphi S dt + \sigma S dz$$

$$dV = \mu V dt + \xi V dw$$

donde  $\varphi$ ,  $\mu$  y  $\xi$  pueden depender de  $S$ ,  $\sigma$  y  $t$ . Los procesos de Wiener  $dz$  y  $dw$  tienen correlación  $\rho$ . Suponiendo que  $\rho = 0$  (la volatilidad está incorrelacionada con el precio del activo) y que  $\mu$  y  $\xi$  son independientes de  $S$ , el precio de una opción de compra europea es el precio de BS integrado sobre la distribución de la varianza media durante la vida de la opción:

$$\int c(\bar{V}) g(\bar{V}) d\bar{V}$$

donde  $\bar{V}$  es la varianza media,  $c$  es el precio de BS y  $g$  es la función de densidad de  $\bar{V}$ . Hull y White (1987) muestran cómo este caso ( $\rho = 0$ ) se corresponde con una función de volatilidad implícita cuadrática, ya que la fórmula de BS tendería a infravalorar opciones en

o fuera de dinero. Cuando  $\rho \neq 0$ , Hull y White (1987) muestran cómo obtener el precio de una opción usando simulaciones de Monte Carlo o expansiones en serie. Especial relevancia tiene el caso  $\rho < 0$  (volatilidad negativamente correlacionada con el precio del activo), ya que aumentos en el precio del activo irían acompañados de disminuciones en la volatilidad y viceversa. Esto significa que la distribución del precio del subyacente al vencimiento tendría la cola derecha más ‘ligera’ y la cola izquierda más ‘pesada’ que la distribución lognormal, lo cual como ya se ha puesto de manifiesto anteriormente, es consecuente con una función de volatilidad implícita del tipo ‘sneer’ o mueca.

Por su parte, Heston (1993) asume que el precio del activo subyacente,  $S$ , y su volatilidad,  $V$ , siguen los siguientes procesos:

$$dS = \mu S dt + \lambda \sqrt{V} S dz$$

$$dV = \kappa(\theta - V)dt + \sigma \sqrt{V} dw$$

donde  $\mu$  es la rentabilidad instantánea esperada del activo subyacente,  $\theta$  es la media a largo plazo de la varianza,  $\kappa$  representa la tasa a la que la varianza converge a dicha media y  $\sigma$  es la volatilidad del proceso de la varianza. La correlación entre  $dz$  y  $dw$  es  $\rho$ , pudiendo ser  $\rho \neq 0$ . El precio de mercado del riesgo asociado a la volatilidad,  $\lambda(S,V,t)$ , se asume proporcional a la varianza:  $\lambda(S,V,t) = \lambda V$ . Heston (1993) obtiene una solución en forma cerrada para el precio de una opción de compra europea, utilizando transformaciones de Fourier de las probabilidades condicionales de que la opción expire en dinero. Este método



puede aplicarse también al caso en que la correlación entre la volatilidad y el precio del activo subyacente no sea nula. Por tanto, mientras que Hull y White (1987) es una aproximación, los métodos de inversión de Fourier son potencialmente más precisos.

Los árboles binomiales implícitos fueron introducidos por Rubinstein (1994), Jackwerth y Rubinstein (1996) y Jackwerth (1996) y una serie de trabajos relacionados debidos a Derman y Kani (1994), Dupire (1994), Chriss (1995) y Derman, Kani y Chriss (1996). Estos autores eliminan la restricción de lognormalidad, permitiendo distribuciones neutrales al riesgo arbitrarias. En concreto, desarrollan un procedimiento numérico para inferir distribuciones de probabilidad neutrales al riesgo, a partir de los precios observados de opciones europeas. Básicamente, se trata de una generalización de los árboles binomiales introducidos por Cox, Ross y Rubinstein (1979), donde tanto el tamaño del salto como las probabilidades de movimiento no son constantes, sino que dependen del nudo del árbol donde nos encontremos. Todos estos trabajos utilizan procedimientos numéricos binomiales (o trinomiales) recombinados que se ajustan perfectamente a los precios observados de las opciones empleadas en su construcción y, por tanto, reproducen correctamente la sonrisa de volatilidad implícita en los precios de mercado de dichas opciones. Una vez construido el árbol, es posible valorar cualquier activo derivado sobre el subyacente en cuestión que madure en el mismo momento, o en cualquier momento anterior, que las opciones europeas empleadas en su construcción.

Por último, Corrado y Su (1996, 1997) y Backus, Foresi, Li y Wu (1997) proponen una forma alternativa de incorporar el efecto sonrisa de volatilidad. Como ya se señaló en la



sección 1.1, existe una estrecha relación entre el efecto sonrisa de volatilidad y la distribución del precio del activo del subyacente en el momento del vencimiento. Estos autores proponen una extensión del modelo de BS, permitiendo distribuciones de probabilidad con coeficientes de asimetría y curtosis no normales, mediante expansiones en serie de Gram-Charlier de la función de densidad normal estándar<sup>2</sup>.

Ha habido en los últimos años un buen número de trabajos que estudian el comportamiento empírico de estos nuevos modelos. Así, por ejemplo, Bates (1996) y Bakshi, Cao y Chen (1997) rechazan el modelo de difusión con saltos para opciones sobre divisas y sobre acciones respectivamente. El modelo de volatilidad estocástica de Heston (1993) es rechazado por Bakshi, Cao y Chen (1997) y por Chernov y Ghysels (1998), para acciones sobre el índice S&P 500. Asimismo, el modelo de Heston es rechazado por Fiorentini, León y Rubio (1998), utilizando acciones sobre el índice IBEX-35.

Dumas, Fleming y Whaley (1998) y Jackwerth (1996) han contrastado el comportamiento empírico de los árboles binomiales implícitos. En concreto, Dumas, Fleming y Whaley (1998) estudian el comportamiento fuera de muestra de la función de volatilidad determinista obtenida dentro de muestra por los árboles binomiales implícitos, utilizando opciones sobre el índice S&P 500. Estos autores encuentran que el comportamiento fuera de muestra, en cuanto a resultados de valoración y cobertura, de los árboles binomiales implícitos es peor que el de un modelo de BS *ad hoc* con volatilidad implícita variable<sup>3</sup>. Por

---

<sup>2</sup> El modelo de Corrado y Su (1996, 1997) será discutido en detalle en el capítulo 4.

<sup>3</sup> Peña, Rubio y Serna (1999b) modifican la función de volatilidad determinista de Dumas, Fleming y Whaley (1998) para incorporar el efecto de los costes de liquidez, encontrándose que sus resultados de valoración



su parte, Jackwerth (1996) contrasta el comportamiento, en cuanto a valoración, de los árboles binomiales implícitos, el modelo de BS y el modelo de elasticidad constante de la varianza. Específicamente, se valoran opciones de corto plazo utilizando los parámetros de estos modelos que mejor se ajusten a los precios observados de opciones de largo plazo. En el periodo posterior al “crash” de 1987 Jackwerth encuentra evidencia a favor de los árboles binomiales implícitos.

Finalmente, Corrado y Su (1996, 1997) obtienen que su modelo de ajuste por asimetría y curtosis no normales proporciona valores teóricos más ajustados a los precios de mercado para opciones muy fuera y muy dentro de dinero, en relación al modelo de BS. Asimismo, Serna (2000) encuentra que el modelo de Corrado y Su (1996, 1997) se comporta, fuera de muestra, significativamente mejor que el modelo BS, utilizando opciones sobre el futuro del índice IBEX-35.

---

fuera de muestra no son mejores que los del modelo de BS. Similares resultados han sido encontrados por Ferrerira, Gago y Rubio (1999) utilizando una metodología (no paramétrica) diferente.

---

## REFERENCIAS

- Backus, D., S. Foresi, K. Li y L. Wu (1997). 'Accounting for Biases in Black-Scholes', Documento de Trabajo, Stern School of Business, New York University.
- Bakshi, G., C. Cao y Z. Chen (1997). 'Empirical performance of alternative option pricing models', *Journal of Finance* 52, pp. 2003-2049.
- Bates, D. (1996). 'Jumps and stochastic volatility: exchange rate processes implicit in Deutsche mark options', *Review of Financial Studies* 9, pp. 69-107.
- Black, F. y M. Scholes (1973). 'The pricing of options and corporate liabilities', *Journal of Political Economy* 81, pp. 637-659.
- Chernov, M. y E. Ghysels (1998). 'What data should be used to price options?', Manuscrito no publicado, Pennsylvania State University.
- Chriss, N. (1995). 'How to grow a smiling tree', Documento de Trabajo, Department of Mathematics, Harvard University.
- Corrado, C. y T. Su (1996). 'Skewness and Kurtosis in S&P 500 index returns implied by option prices', *Journal of Financial Research* 19, pp.175-192.

Corrado, C. y T. Su (1997). 'Implied volatility skews and stock return skewness and kurtosis implied by S&P 500 index option prices', *Journal of Derivatives* 4, pp. 8-19.

Cox, J. y S. Ross (1976). 'The valuation of options for alternative stochastic processes', *Journal of Financial Economics* 3, pp. 145-160.

Cox, J., S. Ross y M. Rubinstein (1979). 'Option Pricing: A Simplified Approach', *Journal of Financial Economics* 7, pp. 229-263.

Derman, E. e I. Kani (1994). 'Riding on a smile', *Risk* 7, pp. 32-39.

Derman, E., I. Kani y N. Chriss (1996). 'Implied trinomial trees of the volatility smile', *Journal of Derivatives* 3, pp. 7-22.

Dumas, B., J. Fleming y R. Whaley (1998). 'Implied volatility functions: empirical tests', *Journal of Finance*, 53, pp. 2059-2106.

Dupire, B. (1994). 'Pricing with a smile', *Risk* 7, pp. 18-20.

Duque, J. y D. Paxson (1993). 'Implied volatility and dynamic hedging', *Review of Futures Markets* 13, pp. 381-421.

Ferreira, E., M. Gago y G. Rubio (1999). 'A semiparametric estimation of liquidity effects on option pricing', Documento de Trabajo, Universidad del País Vasco.

Fiorentini, G., A. León y G. Rubio (1998). 'Short-term options with stochastic volatility: estimation and empirical performance', Documento de Trabajo, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas.

Heynen, R. (1993). 'An empirical investigation of observed smile patterns', *Review of Futures Markets* 13, pp. 317-353.

Heston, S. (1993). 'A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options', *Review of Financial Studies* 6, pp. 327-344.

Hull, J. (1997). 'Options, futures and other derivative securities', Prentice Hall, tercera edición, New Jersey.

Hull, J. y A. White (1987). 'The pricing of options on assets with stochastic volatilities', *Journal of Finance* 42, pp. 281-300.

Jackwerth, J.C. (1996). 'Implied binomial trees: generalizations and empirical tests', Documento de Trabajo RPF-262, University of California at Berkeley.



Jackwerth, J.C. y M. Rubinstein (1996). 'Recovering probability distributions from option prices', *Journal of Finance* 51, pp. 1611-1631.

Jarrow, R. y A. Rudd (1982). 'Approximate Option Valuation for Arbitrary Stochastic Processes', *Journal of Financial Economics* 10, pp. 347-369.

Merton, R. (1976). 'Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous', *Journal of Financial Economics* 3, pp. 125-144.

Peña, I., G. Rubio y G. Serna (1999a). 'Why do we smile? On the determinants of the implied volatility function', *Journal of Banking and Finance* 23, pp. 1151-1179.

Peña, I., G. Rubio y G. Serna (1999b). 'Smiles, bid-ask spreads and option pricing'. Documento de Trabajo, Universidad Carlos III de Madrid.

Rubinstein, M. (1994). 'Implied binomial trees', *Journal of Finance* 49, pp. 771-818.

Serna, G. (2000). 'On the information content of volatility, skewness and kurtosis implied in option prices', Documento de Trabajo, Universidad Carlos III de Madrid.

Taylor, S. J. y X. Xu (1993). 'The magnitude of implied volatility smiles: theory and empirical evidence for exchange rates', *The Review of Futures Markets* 13, pp. 355-380.

## Capítulo 2

### Los determinantes de la función de volatilidad implícita

#### 2.1 Introducción

Ha aparecido en los últimos años un gran número de investigaciones que tratan sobre una importante característica de los valores de mercado de las opciones. Después del ‘crash’ de octubre de 1987 las volatilidades implícitas en el precio de las opciones sobre índices, en el mercado norteamericano, calculadas con la fórmula de Black-Scholes (1973) (en adelante BS), varían en función del precio de ejercicio. Este es el llamado efecto sonrisa de volatilidad<sup>1</sup>. De hecho, como ponen de manifiesto Dumas, Fleming y Whaley (1996) (en adelante DFW), las volatilidades implícitas en los precios de mercado de las opciones sobre el índice S&P 500 decrecen monótonamente a medida que aumenta el precio de ejercicio en relación al valor del índice.

---

<sup>1</sup> Véase Rubinstein (1994), Jackwerth y Rubinstein (1996) y Das y Sundaram (1997) para una detallada discusión de este fenómeno empírico.

Por supuesto, dadas las hipótesis de BS, todas las opciones sobre el mismo activo subyacente, con el mismo tiempo para el vencimiento pero con distintos precios de ejercicio deberían tener la misma volatilidad implícita. Sin embargo, el efecto sonrisa de volatilidad sugiere que la fórmula de BS tiende a valorar erróneamente opciones muy dentro o muy fuera de dinero. Ha habido varios intentos de aproximación a este aparente fallo del modelo de BS. El modelo de volatilidad estocástica de Hull y White (1987) fue la primera aportación en la literatura de valoración de opciones que incorporó volatilidad no constante<sup>2</sup>. Cuando la volatilidad es estocástica pero está incorrelacionada con el precio del activo subyacente, muestran que el precio de una opción europea es el precio de BS integrado sobre la distribución de probabilidad de la varianza media durante la vida de la opción<sup>3</sup>. Desafortunadamente, estos modelos generalmente requieren una estimación del precio de mercado del riesgo de la volatilidad. En otras palabras, con volatilidad estocástica, se introduce un segundo factor, ya que se requiere que la opción satisfaga una ecuación diferencial estocástica bivalente. Dado que el riesgo asociado a la volatilidad, el segundo factor, no se puede cubrir con activos existentes, las técnicas de valoración por arbitraje no son válidas. Por tanto, es necesario introducir explícitamente de forma exógena el precio de mercado del riesgo asociado a la volatilidad. Se encuentran problemas similares cuando se introduce alguna otra fuente de riesgo no negociado, como saltos sistemáticos o, más generalmente, saltos aleatorios<sup>4</sup>.

---

<sup>2</sup> Ball y Roma (1994) muestran que la varianza implícita en el precio de BS cuando el verdadero proceso que sigue el subyacente está sujeto a volatilidad estocástica, es cuadrática en el grado en que la opción está fuera de dinero. Asimismo, el máximo sesgo se produce para las opciones a dinero. Esto sugiere que el modelo de valoración con volatilidad estocástica es consistente con la sonrisa de volatilidad.

<sup>3</sup> Otra aproximación relacionada, aunque no estocástica, permite que la volatilidad dependa funcionalmente del precio del activo subyacente. Se han sugerido varias alternativas para el proceso de la volatilidad. El modelo de elasticidad constante de la varianza de Cox y Ross (1976) es el más importante.

<sup>4</sup> Véase Merton (1976), Bates (1996) y Bakshi, Cao y Chen (1997).

Los avances más recientes en la literatura de valoración de opciones con volatilidad estocástica se deben a Stein y Stein (1991), Heston (1993), Bates (1996), Bakshi, Cao y Chen (1997) y Das y Sundaram (1997). En concreto, Heston (1993) obtiene una expresión en forma explícita para el valor de una opción de compra, por medio de una integral de la función de densidad del precio del activo subyacente al vencimiento, calculada mediante transformaciones de Fourier. Este método puede aplicarse también al caso en que la correlación entre los movimientos brownianos asociados al activo subyacente y a la volatilidad no sea cero. Por tanto, mientras que el método de Hull y White (1987) es una aproximación, los métodos de inversión de Fourier son potencialmente más precisos.

Por su parte, Bakshi, Cao y Chen (1997) y Das y Sundaram (1997) analizan hasta qué punto los modelos de volatilidad estocástica o de saltos aleatorios son capaces de resolver las conocidas anomalías que presenta el modelo de BS. Estos autores encuentran que ninguna de las dos familias de modelos es capaz de proporcionar una explicación a los sesgos del modelo de BS encontrados en la literatura empírica. Sin embargo, en ambos trabajos los modelos de volatilidad estocástica parecen comportarse ligeramente mejor que los modelos de saltos.

Los árboles binomiales implícitos constituyen una forma alternativa de introducir volatilidad no constante en un modelo de valoración de opciones. Esta línea de investigación fue introducida por Rubinstein (1994), Jackwerth y Rubinstein (1996) y Jackwerth (1996), así como por una serie de trabajos relacionados debidos a Derman y Kani (1994), Dupire (1994), Chriss (1995) y Derman, Kani y Chriss (1996). En lugar de

imponer una forma paramétrica concreta para la función de volatilidad, estos autores construyen un procedimiento numérico binomial o trinomial, que proporciona un ajuste perfecto a los precios observados de las opciones. Este procedimiento captura (por construcción) las características más importantes de los datos. En particular, el árbol implícito empleado en la estimación numérica debe reproducir correctamente la sonrisa de volatilidad. Los modelos más populares dentro de esta familia emplean árboles binomiales recombinados, implícitos en la sonrisa de volatilidad obtenida a partir de los precios de un conjunto dado de opciones europeas. Una vez que se han calculado los precios y las probabilidades de transición correspondientes a cada nudo del árbol, es posible valorar consistentemente con el mercado cualquier opción que venza antes que las opciones europeas utilizadas para construir dicho árbol. Además, con el objetivo de eliminar oportunidades de arbitraje, no se permiten probabilidades de transición negativas, de forma que el árbol permanece neutral al riesgo en cada paso.

DFW y Jackwerth (1996) han propuesto tests para los árboles binomiales implícitos. En concreto, DFW ponen de manifiesto que ninguno de los trabajos previos había analizado el comportamiento fuera de muestra de la función de volatilidad obtenida dentro de muestra mediante los árboles binomiales implícitos. El objetivo es contrastar la estabilidad de la función de volatilidad. Sorprendentemente, DFW encuentran que los resultados de valoración (y cobertura) de los árboles binomiales implícitos son peores que los de un modelo de BS *ad hoc* con volatilidad variable.

Por su parte, Jackwerth (1996) analiza los resultados de valoración de los árboles binomiales implícitos, el modelo de BS y el modelo de elasticidad constante de la varianza. El procedimiento seguido es valorar opciones de vencimiento corto utilizando los parámetros de estos modelos que mejor se ajustan a los precios observados de opciones de vencimiento más largo. En el periodo posterior al 'crash' de 1987 Jackwerth encuentra evidencia favorable a los árboles binomiales implícitos.

Por último, los trabajos de Corrado y Su (1996, 1997) proponen una forma relacionada de incorporar el efecto sonrisa de volatilidad. Es conocido que las sonrisas de volatilidad son una consecuencia de las violaciones empíricas del supuesto de normalidad del modelo de BS. En otras palabras, son la asimetría y la curtosis no normales presentes en las distribuciones de los rendimientos de los activos la causa de las sonrisas de volatilidad. Este enfoque está claramente relacionado con los modelos de volatilidad estocástica, que tratan de explicar los precios de las opciones en términos de la distribución de rentabilidad del activo subyacente. En particular, la correlación entre los movimientos brownianos asociados al activo subyacente y a la volatilidad está relacionada con la asimetría de los rendimientos, mientras que la volatilidad de la volatilidad está directamente relacionada con la curtosis<sup>5</sup>. Siguiendo este razonamiento, Corrado y Su proponen una versión extendida del modelo de BS que tiene en cuenta los sesgos introducidos por la asimetría y curtosis no normales en las distribuciones de la rentabilidad de los activos. Su fórmula de valoración viene dada por la suma del precio de BS más dos términos de ajuste por asimetría y curtosis no normales. Estos autores encuentran que su fórmula mejora significativamente el

---

<sup>5</sup> Véase la excelente e intuitiva discusión proporcionada por Heston (1993), así como el análisis formal de Das y Sundaram (1997).

comportamiento fuera de muestra de la fórmula de BS, para opciones muy dentro y muy fuera de dinero.

A pesar de que existen modelos teóricos consistentes con la sonrisa de volatilidad, es cierto que las sonrisas observadas empíricamente son mucho más pronunciadas que lo que cabría esperar en función de dichos modelos<sup>6</sup>. Parece claro, por tanto, que algo más está ocurriendo. En este sentido, dada la evidencia proporcionada por Longstaff (1995), un serio candidato a explicar el pronunciado patrón que muestran las volatilidades implícitas en función del precio de ejercicio podría estar relacionado con los costes de liquidez.

Los argumentos anteriores están en el origen de este trabajo. No hay en la literatura existente ningún trabajo que estudie los determinantes de la función de volatilidad implícita. Sorprendentemente, ninguno de los trabajos mencionados anteriormente ha estudiado directamente los determinantes de la sonrisa de volatilidad, a pesar de ser un aspecto relevante. De otra forma, estaríamos dejando de lado un aspecto importante, como es el estudio de las razones que se esconden detrás de este ‘aparente’ fallo del modelo de BS. Por tanto, el principal objetivo de este trabajo es estudiar directamente los determinantes de la sonrisa de volatilidad. Para ello se empleará una extensiva base de datos de precios de transacción intradía de opciones sobre el índice IBEX-35. Dado que los costes de liquidez constituyen un aspecto relevante en este proyecto, puede ser interesante explorar mercados de opciones alternativos, probablemente más estrechos que el (muy

---

<sup>6</sup> Véase Ghysels, Harvey y Renault (1996).

investigado) mercado de opciones sobre el índice S&P 500, negociado en el ‘Chicago Board Options Exchange’ (CBOE).

Los resultados empíricos que se obtienen muestran que los costes de liquidez, representados por medio del diferencial ‘bid-ask’ relativo, así como variables relacionadas con la incertidumbre sobre la rentabilidad del activo subyacente y con el ‘momento de mercado relativo’ parecen ser aspectos clave a la hora de determinar la forma de la función de volatilidad implícita. Asimismo, se encuentran efectos más complejos de causalidad no lineal entre estas variables y la forma de la sonrisa de volatilidad.

El trabajo está organizado de la forma siguiente: en la sección 2.2 se presenta un breve resumen sobre el mercado español de opciones. Los datos se describen en la sección 2.3. En la sección 2.4 se presentan algunos resultados generales de carácter previo, como efectos de estacionalidad diaria de la sonrisa de volatilidad. En la sección 2.5 se presentan los resultados empíricos sobre los determinantes de la función de volatilidad implícita. Por último, la sección 2.6 finaliza con un resumen y las principales conclusiones del trabajo.

## **2.2 Las opciones sobre el índice IBEX-35**

El IBEX-35 es un índice ponderado por valor de mercado, que comprende los 35 activos más líquidos negociados en el mercado continuo español. En el mercado oficial para activos derivados, conocido como MEFF, se negocia un contrato de futuros sobre el IBEX-35, el correspondiente contrato de opción (de compra y de venta) y contratos de opciones individuales sobre las acciones más líquidas. La negociación en el mercado de derivados,

que empezó en 1992, ha experimentado un gran crecimiento desde sus comienzos. El volumen negociado en MEFF representó el 40% del volumen negociado en el mercado continuo regular en 1992, porcentaje que alcanzó el 138% en 1996. El número total de contratos negociados en MEFF alcanzó el 21% del número total de contratos negociados en el CBOE en 1996.

El contrato de opción sobre el índice IBEX-35 es un contrato de opción europea, que se paga en efectivo, con negociación durante los tres meses consecutivos más próximos y los otros tres meses del ciclo marzo-junio-septiembre-diciembre. Estas opciones expiran el tercer viernes del mes de vencimiento. La negociación diaria comienza a las 10:30 y finaliza a las 17:15. El multiplicador ha cambiado de 100 a 1000 pesetas durante 1998 y los precios se cotizan en puntos enteros, con un cambio mínimo en el precio de un punto del índice<sup>7</sup>. Los precios de ejercicio vienen dados por intervalos de 50 en 50 puntos del índice. Finalmente, debe ponerse de manifiesto que la liquidez está concentrada en el contrato de vencimiento más próximo. De hecho, durante el periodo muestral comprendido en este trabajo casi el 90% de las transacciones se produjeron en este tipo de contratos. Por último, es importante señalar que los contratos de opción y de futuros sobre el índice IBEX-35 están claramente asociados. El contrato de futuros tiene exactamente las mismas especificaciones que las opciones sobre el índice IBEX-35. Esto permite emplear el precio del futuro en lugar del precio del índice en el análisis empírico de este trabajo. De hecho, ésta es una práctica habitual en el mercado<sup>8</sup>.

---

<sup>7</sup> En enero de 1999 el multiplicador cambió a 10 euros.

<sup>8</sup> Durante el periodo comprendido por este trabajo el subyacente del contrato de opción es el propio índice IBEX-35, sin embargo con fecha posterior (en 1998) el subyacente del contrato de opción pasó a ser el futuro del índice IBEX-35.

### 2.3 Los datos

La base de datos empleada en este trabajo incluye todos los precios de opciones (de compra y de venta) sobre el futuro del índice IBEX-35, negociadas diariamente en MEFF durante el periodo que va desde enero de 1994 a abril de 1996. Dado que la liquidez está concentrada en el contrato con la fecha de vencimiento más próxima, la muestra diaria comprende sólo las opciones con el vencimiento más próximo, pero eliminando todas las transacciones ocurridas durante la última semana antes del vencimiento. Es decir, sólo se toman en consideración las tres primeras semanas de cada ciclo de vencimiento mensual.

Un aspecto de especial importancia en la literatura sobre valoración de opciones es el uso de precios simultáneos del activo subyacente y de las opciones. Dadas las características de nuestra base de datos, no es posible observar simultáneamente suficientes opciones sobre exactamente el mismo precio del activo subyacente, con el mismo tiempo para el vencimiento, pero con diferentes precios de ejercicio. Con el objetivo de evitar grandes variaciones en el precio del activo subyacente, sólo se toma en cuenta el intervalo que va desde las 16:00 a las 16:45 horas. El número de transacciones cruzadas durante este intervalo representa aproximadamente el 25% del total de transacciones. En la figura 1 se presenta el porcentaje de operaciones cruzadas dentro de cada intervalo horario, para todo el periodo muestral. Además, se han eliminado potenciales problemas con transacciones artificiales, cuya probabilidad de ocurrencia es más elevada al final del día. Por tanto, se han eliminado de la muestra todas las transacciones producidas a partir de las 16:45 horas, de forma que desaparecen observaciones que puedan reflejar la influencia de requerimientos de garantías por parte de los creadores de mercado. Por otra parte, el uso de

datos correspondientes al mismo periodo dentro de cada día evita la posibilidad de efectos intradía en el mercado de opciones sobre el índice IBEX-35. Por último, se han eliminado de la muestra todas las transacciones que violan las conocidas bandas de arbitraje.

Después de aplicar estos filtros se obtiene una muestra final de 7947 observaciones. Para estimar la volatilidad implícita en cada una de los 7947 precios de opciones, se ha tomado como activo subyacente la media de las cotizaciones ‘bid’ y ‘ask’ de cada contrato de futuro simultáneamente observado con cada opción negociada durante los 45 minutos considerados<sup>9</sup>. Nótese que es posible utilizar el precio del futuro como subyacente dado que los contratos de opción y de futuros sobre el índice IBEX-35 tienen exactamente las mismas especificaciones, lo cual significa que la fecha de vencimiento del futuro y de las opciones coincide sistemáticamente. Por otra parte, los dividendos del índice han sido ya tenidos en cuenta por medio del precio del futuro. Como aproximación al tipo de interés sin riesgo se han empleado las series diarias de tipos de interés anualizados de las Letras del Tesoro, con una, dos o tres semanas para el vencimiento, dependiendo de cuál sea el plazo para el vencimiento de la opción considerada.

Siguiendo a French (1984), la volatilidad es un fenómeno ligado a días de negociación, mientras que los tipos de interés se pagan por días naturales. Por tanto, se ha ajustado la fórmula de Black (1976) para reflejar dos medidas de tiempo: días naturales y de negociación para el vencimiento.

---

<sup>9</sup> Pudiera ocurrir que la falta de liquidez en el mercado de futuros provoque una escasa variación en el precio del activo subyacente durante los 45 minutos considerados. Sin embargo, éste no es el caso, ya que el mercado de futuros es al menos tan líquido como el mercado de contado, en términos de medidas comparables de volumen de negociación.

A continuación se observan todas las opciones, de compra y de venta, con el mismo precio de ejercicio para cada intervalo diario seleccionado (los 45 minutos que van de las 16:00 a las 16:45 horas). Se calcula la media de las volatilidades implícitas, previamente estimadas, para cada nivel del precio de ejercicio disponible durante cada intervalo diario. Esta es la variable correspondiente al eje de ordenadas en la gráfica de la sonrisa de volatilidad. El nivel del activo subyacente correspondiente a cada volatilidad implícita media se calcula como la media de los precios medios del futuro asociados a cada nivel del precio de ejercicio. Se define la variable 'moneyness' como el cociente entre el precio de ejercicio y la media de los precios del futuro obtenida previamente. 'Moneyness' será la variable correspondiente al eje de abscisas en la gráfica de la sonrisa de volatilidad. Ahora es posible obtener la gráfica de la sonrisa de volatilidad para cada día de la muestra. Nótese que el número de observaciones correspondiente a cada día de la muestra varía dependiendo del número de precios de ejercicio distintos que se pueden obtener con las operaciones cruzadas dentro de cada intervalo diario. Este procedimiento reduce la muestra inicial a 3016 observaciones desde enero de 1994 hasta abril de 1996. Esto significa que, en media, se dispone de entre 5 y 6 observaciones diarias.

En la figura 2.1 se presentan las sonrisas de volatilidad representativas de todo el periodo muestral y para dos subperiodos consecutivos. Se han empleado cinco intervalos fijos para el grado de 'moneyness': 0.8598-0.9682; 0.9682-0.9913; 0.9913-1.0101; 1.0101-1.0321; 1.0321-1.1875. Todos los intervalos tienen amplitud aproximada del 2% salvo el primero y el último. 0.8598 y 1.1875 son el mínimo y el máximo respectivamente del grado de 'moneyness' en la muestra empleada en este trabajo. La justificación última para la



elección de estos intervalos es obtener un número homogéneo de observaciones en cada intervalo cuando se agrupan todas las opciones de compra y de venta en la misma muestra. Es interesante observar que el mercado español parece ‘sonreír’ con independencia del subperiodo empleado en la estimación. Por otra parte, durante el segundo subperiodo la volatilidad implícita es más baja que en el primer subperiodo, independientemente del grado de ‘moneyness’.

Por último, en la figura 2.2 se presentan las sonrisas de volatilidad calculadas para opciones de compra y de venta por separado. Al igual que en el caso anterior, se obtiene una sonrisa de volatilidad bien definida, que parece ser una característica del mercado español de opciones, al menos durante el periodo muestral considerado. Sin embargo, debe ponerse de manifiesto que se obtiene una figura mucho más clara para el caso de las opciones de venta.

Esta sonrisa de volatilidad, por lo general bien definida, contrasta con la evidencia obtenida para el mercado norteamericano, donde la típica forma de la función de volatilidad después del ‘crash’ de 1987 parece ser más parecida a una ‘sneer’ o ‘mueca’ (función de volatilidad monótona decreciente). En la siguiente sección se presentan tests estadísticos formales para aceptar/rechazar una de las dos alternativas.



## 2.4 La función de volatilidad implícita

### 2.4.1 La función de volatilidad implícita: especificaciones alternativas

A continuación se estima la función de volatilidad ajustando la volatilidad implícita a seis especificaciones alternativas:

$$\text{Modelo 1: } \sigma = b_0 + \varepsilon$$

$$\text{Modelo 2: } \sigma = b_0 + b_1X + \varepsilon$$

$$\text{Modelo 3: } \sigma = b_0 + b_1X + b_2X^2 + \varepsilon$$

$$\text{Modelo 4: } \sigma = b_0 + b_1U + b_2D^2 + \varepsilon \quad (2.1)$$

$$\text{Modelo 5: } \sigma = b_0 + b_1U + b_2X^2 + \varepsilon$$

$$\text{Modelo 6: } \sigma = b_0 + b_1U + b_2X^2 + b_3D + \varepsilon$$

donde  $X$  es el grado de ‘moneyness’, definido como el cociente entre el precio de ejercicio y el precio del futuro. Sea  $K$  el precio de ejercicio y sea  $F$  la media de los precios del futuro asociados a todas las opciones con un determinado precio de ejercicio, entonces  $X$  es igual a  $K/F$ . Por tanto, el modelo 1 es la función de volatilidad constante de BS. El modelo 2 propone una relación lineal entre la volatilidad y el grado de ‘moneyness’. El modelo 3 incorpora un término cuadrático que intenta capturar la típica forma parabólica de la sonrisa de volatilidad. Por último, los modelos 4 a 6 proponen tres formas diferentes de incorporar posibles asimetrías en la forma de la función de volatilidad. En particular, el modelo 4 asume que el lado izquierdo de la función de volatilidad es lineal en el grado de ‘moneyness’, pero es necesario un término cuadrático para capturar un cierto grado de

curvatura en el lado derecho de la función. Es decir, si se definen  $U=(U_1,\dots,U_n)$  y  $D=(D_1,\dots,D_n)$ , entonces:

$$U_i = \begin{cases} X_i & \text{si } X_i < 1 \\ 0 & \text{si } X_i \geq 1 \end{cases} \quad D_i = \begin{cases} 0 & \text{si } X_i < 1 \\ X_i & \text{si } X_i \geq 1 \end{cases}$$

donde  $n$  es el número total de niveles de precios de ejercicio durante los 45 minutos seleccionados dentro de un día determinado.

Para cada día de la muestra se estiman las regresiones dadas por las ecuaciones (2.1). Es importante señalar que dado el número de observaciones disponibles en cada día, no todos los modelos pueden ser estimados todos los días. En la tabla 1 se presentan los coeficientes  $R^2$  ajustados ponderados por el número de observaciones disponibles en cada día, para cada uno de los modelos especificados. Los resultados se presentan para todo el periodo muestral, dos subperiodos consecutivos y para todos los trimestres disponibles. Estos resultados sugieren que el modelo 3 es el modelo que mejor captura la variación de la volatilidad implícita atribuible al grado de 'moneyness'. Este modelo cuadrático explica en torno al 63% de la variabilidad de la volatilidad implícita. Debe señalarse que el modelo 6 se comporta, en general, de forma análoga al modelo cuadrático.

Dado que la función de volatilidad implícita en los mercados español y norteamericano parece ser distinta, se ha realizado un test para comparar estadísticamente el

comportamiento de la ‘sneer’ o mueca (modelo 2) y la ‘smile’ o sonrisa (modelo 3)<sup>10</sup>. Para implementar el test se ha estimado, agrupando todas las observaciones en la misma muestra y utilizando el método de mínimos cuadrados ordinarios, la siguiente regresión:

$$\sigma_{jt} = a_0 + a_1 X_{jt} + a_2 X_{jt}^2 + e_{jt}; j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T \quad (2.2)$$

donde  $\sigma_{jt}$  y  $X_{jt}$  son la volatilidad implícita y el grado de ‘moneyness’, respectivamente, para cada opción  $j$  disponible durante los 45 minutos diarios seleccionados y para cada día  $t$  de la muestra.

La idea es contrastar si el coeficiente asociado al término cuadrático,  $a_2$ , es estadísticamente distinto de cero. Dado que los dos modelos están anidados, es posible emplear un test de los multiplicadores de Lagrange, cuyo estadístico se distribuye asintóticamente como una variable  $\chi^2$  con un grado de libertad. El valor del estadístico es 353.29 (p-valor = 0.0000). Es decir, el estimador de  $a_2$  es estadísticamente distinto de cero, lo cual significa que se encuentra evidencia a favor del modelo 3<sup>11</sup>.

Por último, se ha comprobado si estos resultados se mantienen cuando se consideran opciones de compra y de venta por separado. La paridad ‘put-call’ implica que todas las

---

<sup>10</sup> La función de volatilidad implícita en el mercado norteamericano parece ajustarse mejor a una ‘sneer’ recta (función monótona decreciente) que a una función cuadrática. Los hallazgos de Rubinstein (1994) son un buen ejemplo. En este sentido, el modelo 2 es el marco de referencia relevante para representar la llamada ‘sneer’ o mueca.

<sup>11</sup> Sean LM, LR y W los valores de los estadísticos de los contrastes de los multiplicadores de Lagrange, de razón de verosimilitud y de Wald, respectivamente. Entonces, se cumple que  $LM \leq LR \leq W$ . Por tanto, se hubiera rechazado la hipótesis nula con cualquiera de los tres contrastes.

opciones europeas con igual grado de ‘moneyness’ e idéntica fecha de vencimiento deben tener la misma volatilidad implícita. Por tanto no hay razones de tipo teórico para esperar resultados significativamente distintos para opciones de compra y de venta. De hecho, los resultados corroboran esta hipótesis<sup>12</sup>. El modelo 3 proporciona el valor más alto para el coeficiente  $R^2$  ajustado ponderado por el número de observaciones disponibles en cada día de la muestra, tanto para opciones de compra como para opciones de venta. Además, cuando se estima la regresión (2.2), agrupando todas las observaciones en la misma muestra, el valor del estadístico del test de los multiplicadores de Lagrange resulta ser 87.46 (p-valor = 0.0000) y 148.16 (p-valor = 0.0000) para opciones de compra y de venta respectivamente.

Dados estos resultados, el análisis posterior se centrará en los coeficientes estimados con el modelo 3. Es importante señalar que el modelo 3 se estima cada día durante el periodo muestral en que existan suficientes precios de ejercicio distintos. En particular, para el modelo 3, usando opciones de compra y de venta al mismo tiempo, se dispone de 446 días con suficientes observaciones. Por tanto, se obtienen 446 estimaciones de sección cruzada para los coeficientes  $b_0$ ,  $b_1$  y  $b_2$ .

#### **2.4.2 La estacionalidad diaria de la función de volatilidad implícita**

La estacionalidad diaria de los rendimientos ha sido un aspecto ampliamente estudiado en los últimos años. Por otra parte, estacionalidades diarias en el campo de la microestructura han sido estudiadas, entre otros, por Foster y Viswanathan (1993) en el mercado

---

<sup>12</sup> Esta evidencia es consistente con los hallazgos empíricos de Bates (1991).

norteamericano y por Lehmann y Modest (1994) en el mercado japonés. Estos autores concluyen que el volumen es menor los lunes, reflejando tanto una demanda más baja por parte de los agentes que tienden a enfrentarse con costes de selección adversa más altos, como costes de transacción más altos durante los lunes, dado que éste es el día en que los diferenciales 'bid-ask' son más altos. En el mercado continuo español, Rubio y Tapia (1996) encuentran que los lunes tienen diferenciales 'bid-ask' más altos y menor profundidad, concluyendo que la liquidez es claramente menor los lunes.

Estos hallazgos pueden sugerir que la función de volatilidad implícita no se mantiene estable durante todos los días de la semana. Puede haber estacionalidades en la forma de la sonrisa de volatilidad que reflejen diferentes grados de liquidez, acuerdos institucionales o procesos de aprendizaje continuos de los creadores de mercado a lo largo de la semana, lo cual sugeriría un comportamiento diferente de la sonrisa de volatilidad al comienzo de la semana.

Estos aspectos se investigan estimando la siguiente regresión:

$$b_{it} = \beta_{MO} MON_t + \beta_{TU} TUE_t + \beta_{WE} WED_t + \beta_{TH} THU_t + \beta_{FR} FRI_t + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

donde  $b_{it}$  es uno de los coeficientes  $b_{0t}$ ,  $b_{1t}$  o  $b_{2t}$  y MON, TUE, WED, THU y FRI son variables ficticias para lunes, martes, miércoles, jueves y viernes respectivamente. Los estimadores de  $\beta_{MO}$ ,  $\beta_{TU}$ , ...,  $\beta_{FR}$  son las medias muestrales de los coeficientes del modelo 3 correspondientes a cada día de la semana. En todas las estimaciones se han empleado

errores estándar consistentes de Newey-West con cinco retardos. Por otra parte, el estadístico para el contraste de estacionalidades a lo largo de los días de la semana sigue asintóticamente, bajo la hipótesis nula, una distribución  $\chi^2$ .

Los resultados se presentan en la tabla 2. Las medias de los coeficientes  $b_0$ ,  $b_1$  y  $b_2$  son significativamente distintas de cero. Este hecho confirma las características de la sonrisa de volatilidad sugeridas por la figura 2. Parece ser el caso de que, en media, la sonrisa de volatilidad en el mercado español está caracterizada por un importante grado de curvatura. Al mismo tiempo y con independencia del día de la semana considerado, los tres coeficientes son, en media, significativamente distintos de cero. Sin embargo, su magnitud parece variar a lo largo de los días de la semana. En particular, los resultados obtenidos sugieren que los lunes presentan menor pendiente y menor curvatura que el resto de los días de la semana. De hecho, el estadístico  $\chi^2$  presentado al final de la tabla nos lleva a rechazar la hipótesis nula de igualdad de coeficientes a lo largo de los días de la semana.

Para contrastar formalmente la existencia de estacionalidad diaria se han estimado las siguientes regresiones:

$$b_{it} = \beta_1 + \beta_2 \text{TUE}_t + \beta_3 \text{WED}_t + \beta_4 \text{THU}_t + \beta_5 \text{FRI}_t + \varepsilon_t \quad (2.4)$$

donde TUE, WED, THU y FRI son variables ficticias para martes, miércoles, jueves y viernes respectivamente. El estimador de  $\beta_1$  es la media muestral del correspondiente coeficiente  $b_{it}$  para los lunes, mientras que los estimadores de  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ,  $\beta_4$  y  $\beta_5$  son la

diferencia entre la media muestral del correspondiente coeficiente  $b_{it}$  para cada uno de los días restantes y la media muestral de los lunes. Los resultados se presentan en la tabla 3. Los valores que figuran en la última línea de la tabla se han obtenido estimando la siguiente regresión:

$$b_{it} = \beta^*_1 + \beta^*_2 \text{MON}_t + \varepsilon_t \quad (2.5)$$

donde  $\beta^*_1$  es la media muestral de  $b_{it}$  para todos los días salvo los lunes y  $\beta^*_2$  es la diferencia entre la media muestral de los lunes y la del resto de la semana.

Los resultados sugieren claramente que la pendiente de la sonrisa de volatilidad es estadísticamente más baja los lunes que el resto de los días de la semana, además las diferencias van aumentando a medida que nos acercamos al final de la semana. Similares resultados se obtienen para el grado de curvatura. Los lunes presentan un grado de curvatura significativamente menor que el resto de los días de la semana. Como en el caso de la pendiente, esta diferencia aumenta a medida que se acerca el final de la semana. Por tanto, los viernes presentan la pendiente y la curvatura más altas en relación al resto de los días de la semana. Es importante señalar que existe una correlación negativa casi perfecta entre los coeficientes  $b_1$  y  $b_2$ . Si se calcula la derivada en la ecuación del modelo 3 con respecto al grado de 'moneyness',  $X$ , e igualando a cero para calcular valor de  $X$  que hace mínima la volatilidad, se obtiene:  $X_{\min} = -b_1/b_2$ .  $X_{\min}$  está muy cerca de la unidad la mayor parte de los días de la muestra. Es decir, la volatilidad implícita mínima se sitúa diariamente muy cerca de la volatilidad correspondiente a las opciones a dinero. Por tanto,

el estimador de  $b_1$  es aproximadamente igual a menos dos veces el estimador de  $b_2$ . Estas características se ponen de manifiesto en los resultados de la tabla 3.

En resumen, se puede concluir que la función de volatilidad es estadísticamente diferente los lunes en relación al resto de los días de la semana. Tanto la pendiente como la curvatura son diferentes. Esto implica que la forma de la sonrisa de volatilidad está caracterizada por un importante y significativo grado de estacionalidad diaria. Por otra parte, podría ser interesante disponer de una sola serie temporal que resumiese de alguna forma las tres series de coeficientes dados por el modelo 3. Para ello se ha obtenido el primer componente principal de la matriz  $446 \times 3$  de coeficientes estimados. Dado que, como ya se puso de manifiesto anteriormente, la correlación entre los parámetros estimados es muy alta, el primer componente principal explica casi el 100% de la variabilidad de estas series<sup>13</sup>.

El análisis de la estacionalidad del primer componente principal de las tres series de coeficientes, que caracterizan la sonrisa de volatilidad, se ha llevado a cabo mediante las regresiones dadas por las expresiones (2.3), (2.4) y (2.5). Los resultados se presentan en las tablas 4 y 5. Como era de esperar, en relación al resto de la semana, los resultados indican un comportamiento significativamente distinto del primer componente principal durante los lunes. Es interesante observar cómo el primer componente principal presenta un valor negativo para los lunes y se hace progresivamente positivo a medida que avanza la semana. Es decir, el mercado español de opciones sonrío de forma diferente los lunes que durante el resto de los días de la semana. Más específicamente, la sonrisa de volatilidad en el mercado

---

<sup>13</sup> El primer componente principal está correlacionado de forma positiva con  $b_0$  y con  $b_2$  y de forma negativa con  $b_1$ .

español es estadísticamente diferente al comienzo de la semana en relación al final de la misma. Es posible concluir que, si este comportamiento se asocia directamente con los sesgos observados en el modelo de valoración de opciones de BS, dicho modelo estaría proporcionando valores más ajustados a los reales al comienzo de la semana, mientras que su comportamiento iría empeorando a medida que se acerca el final de la misma. En la siguiente sección se investigan las razones detrás de esta sorprendente estacionalidad y otros determinantes de la función de volatilidad implícita.

## **2.5 Los determinantes de la función de volatilidad implícita**

Como ya se señaló en la introducción, el aspecto clave de este trabajo es el estudio directo de los determinantes de la sonrisa de volatilidad. Es importante tener en cuenta que, dado que el contrato de opción sobre el índice IBEX-35 es europeo, el patrón que muestran las volatilidades implícitas en función del precio de ejercicio proporciona una evidencia directa sobre la forma de la distribución de probabilidad neutral al riesgo, en relación al caso lognormal. Por supuesto, esto es debido a que la segunda derivada del precio de una opción de compra (o de venta) europea con respecto al precio de ejercicio es proporcional a la densidad de probabilidad neutral al riesgo. Este argumento implica que, de hecho, el objetivo es explicar la verdadera distribución implícita en los precios de mercado de las opciones.

Siguiendo esta línea de razonamiento, los resultados de las secciones previas sugieren que la distribución de probabilidad implícita en el mercado español tiene ambas colas más pesadas que la lognormal (leptocurtosis). Esto significa que las opciones de compra y de

venta fuera de dinero (y las opciones de compra y de venta en dinero) tienen un valor más alto que el que les correspondería por la fórmula de BS con su supuesto de lognormalidad. Por tanto, un aspecto importante es investigar las características de las opciones muy en dinero o muy fuera de dinero.

### **2.5.1 Resultados preliminares**

El análisis de los determinantes de la sonrisa de volatilidad se basará en tres categorías de variables económicas. Los determinantes económicos deben incluir características relevantes del activo subyacente, variables económicas que ayuden a predecir el mercado, así como características del mercado de opciones. En particular, las violaciones del supuesto de volatilidad constante pueden ser debidas al efecto de los costes de transacción o al grado de liquidez del mercado de opciones. Por tanto, variables representativas de estos aspectos deben ser incluidas en la lista de variables relevantes.

Como características del mercado del activo subyacente se incluirán la desviación típica anualizada del IBEX-35 para cada día de la muestra, estimada con observaciones minuto a minuto, así como el logaritmo neperiano del número de unidades negociadas (volumen) por los componentes del IBEX-35 durante los 45 minutos diarios considerados. La idea es incorporar medidas de la incertidumbre y del nivel de actividad en el mercado del activo subyacente.

Como variables que pueden ayudar a predecir el mercado se han incorporado dos variables que reflejan el 'momento de mercado' relativo que caracteriza la situación económica del

país. La idea es construir variables que reflejen niveles de precios de activos, lo cual es obviamente arbitrario. Sin embargo, hay en la literatura evidencia sobre la utilidad de ciertas variables a la hora de predecir las condiciones generales del mercado y la rentabilidad esperada de los activos<sup>14</sup>.

La primera variable de este tipo es el logaritmo del nivel relativo de tipos de interés (RTB), dado por la siguiente expresión:

$$RTB_t = \log \frac{r_t}{\frac{1}{60} \sum_{\tau=t-1}^{t-60} r_\tau} \quad (2.6)$$

donde  $r_t$  es el tipo de interés de las Letras del Tesoro a una semana en el día  $t$ . Esta variable proporciona una medida del nivel de los tipos de interés en relación a su media móvil de los últimos 3 meses.

La segunda variable (MKT) es el logaritmo del cociente entre la media móvil de los últimos tres meses del IBEX-35 y el valor actual del índice:

$$MKT = \log \frac{\frac{1}{60} \sum_{\tau=t-1}^{t-60} IBEX_\tau}{IBEX_t} \quad (2.7)$$

<sup>14</sup> Véase, por ejemplo, Keim y Stambaugh (1986) y Campbell (1996).



donde  $IBEX_t$  es el nivel del índice IBEX-35 al final del día  $t$ .

La justificación última de incluir los dos tipos de variables mencionados (dos características relevantes del activo subyacente y dos variables económicas que pueden ayudar a predecir el mercado) está relacionada con la posibilidad de que existan efectos ‘path-dependent’, es decir que el precio de las opciones no dependa sólo del nivel actual del activo subyacente sino también del camino seguido por el mismo en el pasado. Si tales efectos existen, pueden influir sobre el valor de las opciones en dinero o fuera de dinero.

El último grupo de variables que pueden ser relevantes para explicar el patrón que muestra la volatilidad implícita en función del precio de ejercicio está asociado con las características del mercado de opciones. Como medida de los costes de transacción, se empleará la media diaria del diferencial ‘bid-ask’ de todas las opciones negociadas durante los 45 minutos seleccionados. Esta variable refleja los costes de creación de mercado y los riesgos de selección adversa que afrontan los agentes que participan en el mercado. Por último, como medida del nivel de actividad en el mercado de opciones, se incluye el logaritmo del número de contratos de opciones negociados diariamente durante los 45 minutos seleccionados. Esta variable proporciona una medida razonable del nivel de actividad en el mercado de opciones.

Antes de realizar un análisis de regresión de series de tiempo relacionando las principales características de la sonrisa de volatilidad con las variables descritas anteriormente, es necesario analizar las potenciales no estacionariedades que presenten las variables. Para

ello, en la tabla 6 se presentan tests de Dickey-Fuller (DF) aumentados de raíces unitarias. Los tests se han realizado también para el primer componente principal de la matriz  $446 \times 3$  de coeficientes  $b_0$ ,  $b_1$  y  $b_2$ , que caracterizan la sonrisa de volatilidad a lo largo del tiempo. Con independencia de la especificación empleada en el análisis, los resultados sugieren que la variable logaritmo del ratio de tipos de interés (RTB) es no estacionaria, mientras que para el resto de las variables se rechaza la existencia de una raíz unitaria. Por tanto, en todos los tests que se realicen a continuación se usará la variable de primeras diferencias del logaritmo del ratio de tipos de interés.

El primer test consiste en regresiones simples, con errores estándar consistentes de Newey-West, relacionando las variables descritas anteriormente con los coeficientes que caracterizan la evolución temporal de la sonrisa de volatilidad o con el componente principal de la matriz formada por dichos coeficientes. En esta sección se analizan varios factores potencialmente relacionados con la sonrisa de volatilidad, pero no se analizan las *causas* de la sonrisa. Simplemente se trata de analizar las correlaciones entre la sonrisa de volatilidad y otras variables.

En las regresiones que se presentan a continuación se ha incluido una variable ficticia para los lunes y otras dos variables de control para el grado de 'moneyness', así como para el tiempo que falta para el vencimiento de las opciones. En concreto, se ha incluido el grado de 'moneyness' medio diario de todas las opciones negociadas durante los 45 minutos seleccionados. Nótese que, fijado un día concreto, todas las opciones disponibles durante los 45 minutos que van desde las 16:00 hasta las 16:45 tienen el mismo tiempo para el

vencimiento. Sin embargo, la sonrisa de volatilidad puede cambiar a lo largo de la vida de las opciones<sup>15</sup>.

Con el objetivo de explicar la variabilidad del primer componente principal así como de los coeficientes que caracterizan la sonrisa de volatilidad a lo largo del tiempo, se han estimado las siguientes regresiones:

$$pc_{0t}(b_{it}) = \beta_0 + \beta_1 MON_t + \beta_2 MKT_t + \beta_3 SIGMA_{t-1} + \beta_4 VMKT_{t-1} + \beta_5 DRTB_t + \beta_6 BA_t + \beta_7 VOPT_{t-1} + \beta_8 TIME_t + \varepsilon_t \quad (2.8)$$

donde:

- pc es el primer componente principal de la matriz 446x3 de coeficientes ( $b_0$ ,  $b_1$  y  $b_2$ ), que caracterizan la evolución de la sonrisa de volatilidad a lo largo del tiempo;
- MON es una variable ficticia para los lunes;
- MKT es el logaritmo del ‘momento de mercado’ relativo, dado por la expresión (2.7);
- SIGMA es la desviación típica anualizada del IBEX durante cada día de la muestra, calculada con observaciones minuto a minuto;
- VMKT es el logaritmo del número de títulos negociados en los activos individuales que componen el índice IBEX-35 durante los 45 minutos seleccionados diariamente;
- DRTB es las primeras diferencias del logaritmo del ratio de tipos de interés, dado por la expresión (2.6);

<sup>15</sup> Dado que el grado de ‘moneyness’ no tiene un efecto significativo sobre los resultados, no se ha incluido en las regresiones que se presentan en este trabajo.

- BA es la media diaria del diferencial 'bid-ask' relativo de todas las opciones negociadas durante los 45 minutos seleccionados diariamente;
- VOPT es el logaritmo del número de contratos de opciones negociados durante los 45 minutos;
- TIME es el número anualizado de días que faltan para el vencimiento de las opciones negociadas durante el intervalo diario considerado.

Las regresiones se han estimado con un periodo de retardo para la variable volatilidad y para las variables de volumen, tanto en el mercado de contado como en el mercado de opciones. En principio sería deseable usar únicamente información disponible en el día  $t$ , con el objetivo de poder obtener resultados más relevantes. Sin embargo, los resultados que se presentan en este trabajo están basados en el diferencial 'bid-ask' relativo y el 'momento de mercado' relativo contemporáneos. Resultados muy similares se obtienen cuando se incluye el primer retardo de estas variables. Sin embargo, el ajuste es ligeramente mejor cuando se estima la regresión dada por la expresión (2.8)<sup>16</sup>.

Los resultados se presentan en la tabla 7. El primer componente principal (y por tanto el grado de curvatura) de la sonrisa de volatilidad está positiva y significativamente relacionado con los costes de transacción, representados por el diferencial 'bid-ask' relativo. En media, cuando el diferencial 'bid-ask' aumenta, el grado de curvatura de la sonrisa de volatilidad tiende a aumentar (y la pendiente aumenta). Alternativamente,

---

<sup>16</sup> Se han empleado regresiones 'stepwise' para determinar las variables y el número de retardos a incluir en las regresiones que se presentan en el trabajo.

cuando los creadores de mercado tienden a afrontar riesgos de selección adversa más altos, las opciones en y fuera de dinero tienden a estar sobrevaloradas por el mercado en relación al valor teórico de BS.

Por otra parte, el primer componente principal (y el grado de curvatura) está negativa y significativamente relacionado con la volatilidad histórica del activo subyacente y con el tiempo que falta para el vencimiento de las opciones. Es interesante observar que cuanto menor es el plazo para el vencimiento de las opciones que componen la muestra diaria, la sonrisa de volatilidad tiende a tener mayor grado de curvatura (y mayor pendiente). Asimismo, es interesante observar que periodos de alta volatilidad tienden a estar asociados a sonrisas de volatilidad con una menor curvatura (y menor pendiente).

Por último, el ‘momento de mercado’ relativo parece estar débilmente relacionado con el grado de curvatura y con el primer componente principal de la sonrisa de volatilidad. Es decir, a medida que el nivel actual del mercado aumenta en relación a su pasado, en media el grado de curvatura tiende a aumentar (y la pendiente aumenta).

Observando las correlaciones entre el ‘momento de mercado’ relativo, la volatilidad histórica y la forma de la sonrisa de volatilidad, podemos concluir que periodos de relativa calma pero con niveles crecientes del índice tienden a estar asociados con un mayor grado de curvatura (y con una mayor pendiente). Esto sugiere que en estos momentos las opciones de venta fuera de dinero (y las opciones de compra en dinero) están asimétricamente valoradas por el mercado en relación a las opciones de venta en dinero (y a

las opciones de compra fuera de dinero). Alternativamente, el patrón que muestra la volatilidad implícita en función del precio de ejercicio se hace más ‘plano’ (y con menor curvatura) cuando la volatilidad del activo subyacente aumenta y el ‘momento de mercado’ relativo disminuye. En estos momentos de tiempo las opciones de venta fuera de dinero (y las opciones de compra en dinero) están más simétricamente valoradas por el mercado en relación a las opciones de venta en dinero (y a las opciones de compra fuera de dinero).

Para finalizar esta discusión preliminar, es importante señalar que la variable ficticia para los lunes no parece ser significativa una vez que otras variables han sido tenidas en cuenta en el análisis.

A modo de resumen es posible concluir que los costes de transacción influyen sobre el valor de las opciones en o fuera de dinero. Costes de transacción más altos están asociados con altos valores de mercado de opciones extremas (en términos de grado de ‘moneyness’), pero de una forma asimétrica. Estos costes parecen afectar más a las opciones de venta fuera de dinero (y a las opciones de compra en dinero) que a las opciones de venta en dinero (y a las opciones de compra fuera de dinero). Sin embargo, mayor incertidumbre parece estar asociada con una valoración más simétrica (y menor pendiente) de opciones extremas. Por tanto, las opciones de venta fuera de dinero (y las opciones de compra en dinero) están relativamente más valoradas que las opciones de venta en dinero (y que las opciones de compra fuera de dinero) en periodos de tiempo con incertidumbre decreciente y ‘momento de mercado’ relativo en aumento.

Por todo ello, parece claro que dos fuerzas distintas están afectando a la forma de la sonrisa de volatilidad. Por un lado, los costes de transacción están asociados a mayores valores de mercado de opciones extremas (en términos de ‘moneyness’) en relación al modelo de BS; estos costes están particularmente asociados con la curvatura, pero dada la asimetría observada en la valoración de opciones extremas, están también asociados con una mayor pendiente. Por otro lado, el ‘momento de mercado’ relativo y la incertidumbre del mercado, representada por medio de la volatilidad del activo subyacente, también afectan a la forma de la sonrisa de volatilidad. Con relativamente altos niveles del índice y baja volatilidad, el mercado estaría dando más valor a las opciones de venta fuera de dinero (y a las opciones de compra en dinero), en relación a los valores de las opciones de venta en dinero (y a las opciones de compra fuera de dinero). Esta valoración asimétrica y los efectos de las condiciones del mercado podrían estar relacionados con efectos de asimetría (‘skewness’) en los precios de mercado de las opciones. Siguiendo a Heston (1993), la correlación entre la volatilidad y el precio del activo subyacente es el aspecto clave a la hora de explicar la asimetría. En particular, la asimetría negativa, que es consistente con los efectos GARCH asimétricos encontrados en el índice IBEX-35 por León y Mora (1996), podría ser la explicación de esta evidencia preliminar<sup>17</sup>.

---

<sup>17</sup> La asimetría negativa (o situaciones en que la volatilidad aumenta más después de una caída que de una subida de los precios) puede ser explicada por el conocido efecto ‘leverage’ o por efectos de riqueza. Estos efectos de riqueza consisten en agentes que se hacen más aversos al riesgo a medida que los precios (la riqueza) disminuyen. Por tanto, la llegada de nueva información causa una mayor reacción entre los agentes, de forma que el volumen de negociación y la volatilidad aumentan.

### 2.5.2 Tests de causalidad lineal de Granger

La idea general de los tests de causalidad es que pueden proporcionar información útil sobre si el conocimiento de valores pasados de las variables empleadas en la sección previa, puede mejorar las predicciones a corto plazo de la variabilidad actual y futura de la forma de la sonrisa de volatilidad. En esta sección se emplean tests tradicionales de Granger para investigar la presencia de poder predictivo lineal entre las variables descritas en la sección anterior y la forma de la sonrisa de volatilidad.

Supóngase que se observan dos series de tiempo estacionarias y ergódicas,  $X_t$  e  $Y_t$ . Sea  $F(X_t|Z_{t-1})$  la distribución de probabilidad condicional de  $X_t$  dado un conjunto de información bivalente  $Z_{t-1}$ . Este conjunto de información está formado por el vector de  $L_x$  valores pasados de  $X_t$ ,  $X_{t-L_x}$  y por un vector de  $L_y$  valores pasados de  $Y_t$ ,  $Y_{t-L_y}$ . Dados estos retardos, se dice que la serie  $Y_t$  no causa estrictamente en el sentido de Granger a la serie  $X_t$  si:

$$F(X_t | Z_{t-1}) = F(X_t | (Z_{t-1} - Y_{t-L_y})); \quad t = 1, 2, \dots \quad (2.9)$$

En otro caso, por supuesto, si la igualdad (2.9) no se cumple, entonces el conocimiento de valores pasados de  $Y_t$  es útil para predecir los valores actuales y futuros de  $X_t$ . En este caso se dice que  $Y_t$  causa estrictamente en el sentido de Granger a  $X_t$ <sup>18</sup>.

---

<sup>18</sup> Cuando el conjunto de información bivalente incluye el valor actual de  $Y_t$ , entonces se tiene el concepto de causalidad instantánea en el sentido de Granger.

Para implementar el test se estimará el siguiente modelo autorregresivo vectorial (VAR):

$$\begin{aligned} pc_{0t} &= \alpha + A_{11}(L)pc_{0t} + A_{12}(L)DET_t + U_t \\ DET_t &= \beta + A_{21}(L)pc_{0t} + A_{22}(L)DET_t + W_t \end{aligned} \quad (2.10)$$

Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes,  $pc_{0t}$  es el primer componente principal de la sonrisa de volatilidad<sup>19</sup> y  $DET$  representa una de las variables candidatas a determinantes de la sonrisa, definidas en la sección previa. En concreto,  $DET$  puede ser una de las variables siguientes: el logaritmo del ‘momento de mercado’ relativo (MKT), la volatilidad histórica anualizada del activo subyacente (SIGMA), el logaritmo del número de títulos negociados en los activos que componen el índice subyacente (VMKT), las primeras diferencias del logaritmo del ratio de tipos de interés (DRTB), el logaritmo del número de contratos negociados en el mercado de opciones (VOPT) y la media del diferencial ‘bid-ask’ relativo de las opciones negociadas durante los 45 minutos diarios seleccionados (BA).  $A_{11}(L)$ ,  $A_{12}(L)$ ,  $A_{21}(L)$  y  $A_{22}(L)$  son polinomios del mismo orden en el operador de retardos  $L$ . Por último, se asume que los residuos  $U_t$  y  $W_t$  son variables mutuamente independientes e individualmente independientes e igualmente distribuidas con media cero y varianza constante.

Para contrastar la existencia de causalidad lineal de  $DET$  (MKT, SIGMA, ..., BA) al primer componente principal (o a los coeficientes que caracterizan la sonrisa de

<sup>19</sup> Se han estimado regresiones similares para los tres coeficientes que caracterizan la sonrisa de volatilidad:  $b_0$ ,  $b_1$  y  $b_2$ .



volatilidad), se realizará un contraste F estándar de significatividad conjunta de los retardos de DET en la ecuación del primer componente principal (o de los coeficientes de la sonrisa). El número apropiado de retardos se ha determinado en cada caso sobre la base de cuatro criterios alternativos: el criterio de información de Akaike, el test de especificación de Schwarz, el criterio del error final de predicción y el test de Hannan-Quinn. En caso de conflicto entre los distintos criterios, se utiliza el criterio de Akaike<sup>20</sup>. La hipótesis nula de que DET no causa en el sentido de Granger al primer componente principal (o a los coeficientes de la sonrisa) se rechaza si los coeficientes de  $A_{12}(L)$  son conjuntamente significativamente distintos de cero. Si los coeficientes de  $A_{12}(L)$  y de  $A_{21}(L)$  son en ambos casos conjuntamente distintos de cero, entonces existe causalidad en ambas direcciones.

En la tabla 8 se presentan los resultados del contraste de causalidad lineal en el sentido de Granger entre el primer componente principal (y los coeficientes de la sonrisa) y el diferencial 'bid-ask' relativo medio (BA)<sup>21</sup>. Si se analiza el rechazo de la hipótesis nula de no causalidad lineal en el sentido de Granger al 5%, los tests indican que existe una clara causalidad unidireccional de los costes de transacción, representados por medio del diferencial 'bid-ask' relativo, al primer componente principal de la sonrisa de volatilidad. La misma evidencia de causalidad unidireccional se encuentra también para cada uno de los coeficientes que caracterizan la sonrisa de volatilidad: el término independiente, la pendiente y la curvatura. La conclusión es, por tanto, bastante clara: el diferencial 'bid-ask'

---

<sup>20</sup> Se han obtenido resultados similares con todos los criterios para todas las variables empleadas en el análisis. En todos los casos el número de retardos es siempre el mismo para el primer componente principal y para DET (MKT, SIGMA, ..., BA).

<sup>21</sup> Se han obtenido los mismos resultados usando errores estándar de White y un test  $\chi^2$  de significatividad de un conjunto de restricciones.

causa en el sentido de Granger a la forma de la sonrisa de volatilidad. Por último, es importante señalar que la forma de la sonrisa de volatilidad también causa en el sentido de Granger a los costes de transacción. Es decir, existe causalidad bidireccional entre los costes de transacción y la sonrisa de volatilidad.

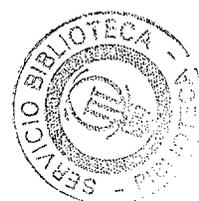
En la tabla 9 se presentan los mismos tests de causalidad lineal de Granger para el resto de las variables empleadas en el análisis. En este caso, la hipótesis nula de no causalidad lineal, en el sentido de Granger, de cualquiera de las variables restantes al primer componente principal no puede ser rechazada al nivel de significatividad del 5%.

Estos resultados sugieren que los costes de transacción, representados por medio del diferencial 'bid-ask', son un determinante clave de la forma de la función de volatilidad implícita. En la tabla 10 se presenta una forma rápida de comprobar la consistencia de estos resultados. No se trata de un test formal, pero en cualquier caso proporciona una explicación intuitiva de los resultados que se presentan en el trabajo. En la tabla se emplean los cinco intervalos para el grado de 'moneyness' que se han usado a lo largo del trabajo. Se ha calculado el diferencial 'bid-ask' relativo medio en cada uno de los citados intervalos. Como era de esperar, dada la evidencia empírica que se proporciona en este trabajo, las opciones extremas (en términos del grado de 'moneyness') tienen los diferenciales 'bid-ask' más altos. En otras palabras, las opciones muy en o muy fuera de dinero tienen los costes de transacción más altos, mientras que las opciones a dinero presentan los costes de transacción más bajos. Este patrón que muestran los costes de transacción parece reflejarse en el valor de las opciones, ya que son precisamente las

opciones extremas las que están sobrevaloradas por el mercado, en relación al modelo de BS. Podría ser el caso de que estos costes de transacción más altos reflejen mayores costes de selección adversa, a los que se enfrentan los creadores de mercado cuando negocian este tipo de opciones.

Como ya se puso de manifiesto anteriormente, las sonrisas de volatilidad son consistentes con distribuciones leptocúrticas. Sin embargo, es difícil de aceptar que los costes de transacción, representados por medio del diferencial 'bid-ask', causen leptocurtosis en las distribuciones, en relación al modelo lognormal de BS. De hecho, como señala Bates (1996), son necesarios valores extremadamente altos de la volatilidad de la volatilidad para obtener coeficientes de curtosis implícitos de una magnitud consistente con las sonrisas de volatilidad observadas. Los resultados que se presentan en este trabajo sugieren que la variable omitida, para explicar el patrón que muestra la volatilidad implícita en función del precio de ejercicio, está relacionada con el diferencial 'bid-ask'. Por tanto, por un lado se dispone de una justificación teórica para la sonrisa de volatilidad (la volatilidad de la volatilidad o leptocurtosis) y por otro lado, los costes de transacción parecen ser la razón última detrás de la magnitud observada de las sonrisas de volatilidad.

Por último, debe señalarse que la causalidad lineal que se encuentra de los costes de transacción a la forma de la sonrisa de volatilidad también opera en la otra dirección. Es decir, el hecho de que las opciones extremas estén más valoradas parece causar en el sentido de Granger mayores costes de transacción.



### 2.5.3 Tests de causalidad no lineal de Granger

Ha existido últimamente un gran interés por el estudio de potenciales relaciones no lineales entre las series financieras. La clave está en que una vez que se ha eliminado todo el poder predictivo de carácter lineal mediante un modelo VAR, como el de la ecuación (2.10), puede existir un cierto poder predictivo incremental de una serie de residuos a la otra. Este poder predictivo incremental se considera de carácter no lineal.

En este trabajo se empleará la versión modificada del test de causalidad no lineal en el sentido de Granger de Baek y Brock (1992), propuesto por Hiemstra y Jones (1994). Sean dos series de tiempo estrictamente estacionarias y débilmente dependientes  $U_t$  y  $W_t$ <sup>22</sup>. Se denotará por  $U_{t+m}$  el vector de  $m$  valores futuros de  $U_t$  y por  $U_{t-Lu}$  el vector de  $Lu$  valores pasados de  $U_t$ . Análogamente,  $W_{t-Lw}$  denota el vector de  $Lw$  valores pasados de  $W_t$ . Para un valor dado de  $m$ ,  $Lu$  y  $Lw \geq 1$  y para  $\delta > 0$ , se dice que  $W$  no causa estrictamente en el sentido de Granger a  $U$  si:

$$\begin{aligned} \Pr\left( \|U_{t+m} - U_{s+m}\| < \delta \mid \|U_{t-Lu} - U_{s-Lu}\| < \delta, \|W_{t-Lw} - W_{s-Lw}\| < \delta \right) \\ = \Pr\left( \|U_{t+m} - U_{s+m}\| < \delta \mid \|U_{t-Lu} - U_{s-Lu}\| < \delta \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde  $\Pr(\cdot)$  representa probabilidad y  $\|\cdot\|$  es la norma máxima. Esta definición indica que la probabilidad condicional de que dos vectores de  $m$  valores futuros de  $U_t$  disten menos que  $\delta$ , dado que dos vectores de  $Lu$  retardos de  $U_t$  y dos vectores de  $Lw$  retardos de  $W_t$  distan

<sup>22</sup> En esta aplicación estas series corresponden a los residuos del modelo VAR, dado por la ecuación (2.10).

entre sí menos de  $\delta$ , es la misma que la probabilidad condicional de que dos vectores de  $m$  valores futuros de  $U_t$  disten menos que  $\delta$ , dado que dos vectores de  $L_u$  retardos de  $U_t$  distan menos que  $\delta$ .

Hiemstra y Jones expresan las probabilidades condicionales de la ecuación (2.11) en términos de ratios de probabilidades conjuntas. Sean  $C1(m + L_u, L_w, \delta)/C2(L_u, L_w, \delta)$  y  $C3(m + L_u, \delta)/C4(L_u, \delta)$  los ratios de probabilidades conjuntas correspondientes a los miembros izquierdo y derecho respectivamente de la ecuación (2.11). Recuérdese que la probabilidad condicional  $\Pr(X | Y)$  puede expresarse como  $\Pr(X \cap Y)/\Pr(Y)$  y que, por definición de norma máxima:

$$\Pr(\|U_{t+m} - U_{s+m}\| < \delta, \|U_{t-L_u} - U_{s-L_u}\| < \delta) = \Pr(\|U_{t+m-L_u} - U_{s+m-L_u}\| < \delta)$$

Entonces, estas probabilidades conjuntas pueden expresarse como:

$$\begin{aligned} C1(m + L_u, L_w, \delta) &\equiv \Pr(U_{t+m-L_u} - U_{s+m-L_u} < \delta, \|W_{t-L_w} - W_{s-L_w}\| < \delta) \\ C2(L_u, L_w, \delta) &\equiv \Pr(U_{t-L_u} - U_{s-L_u} < \delta, \|W_{t-L_w} - W_{s-L_w}\| < \delta) \\ C3(m + L_u, \delta) &\equiv \Pr(U_{t+m-L_u} - U_{s+m-L_u} < \delta) \\ C4(L_u, \delta) &\equiv \Pr(U_{t-L_u} - U_{s-L_u} < \delta) \end{aligned} \tag{2.12}$$

Reescribiendo la condición de no causalidad no lineal dada por (2.11), es posible decir que, para unos valores dados de  $m$ ,  $L_u$  y  $L_w \geq 1$  y para  $\delta > 0$ ,  $W$  no causa estrictamente en el sentido de Granger a  $U$  si:

$$\frac{C1(m + Lu, Lw, \delta)}{C2(Lu, Lw, \delta)} = \frac{C3(m + Lu, \delta)}{C4(Lu, \delta)} \quad (2.13)$$

Para implementar el test basado en la ecuación (2.13), Hiemstra y Jones sugieren usar los estimadores de correlación integral de las probabilidades conjuntas de (2.12). Sean  $u_t$  y  $w_t$  las series de realizaciones de  $U_t$  y  $W_t$ . Sea  $I(X_1, X_2, \delta)$  la función indicatriz, que vale la unidad cuando los dos vectores  $X_1$  y  $X_2$  están dentro de la distancia de norma máxima  $\delta$  y cero en caso contrario. Los estimadores de correlación integral pueden expresarse como:

$$\begin{aligned} \hat{C}1(m + Lu, Lw, \delta, n) &= \frac{2}{n(n-1)} \sum_{t < s} \sum I(u_{t+m-Lu}, u_{s+m-Lu}, \delta) \cdot I(w_{t-Lw}, w_{s-Lw}, \delta) \\ \hat{C}2(Lu, Lw, \delta, n) &= \frac{2}{n(n-1)} \sum_{t < s} \sum I(u_{t-Lu}, u_{s-Lu}, \delta) \cdot I(w_{t-Lw}, w_{s-Lw}, \delta) \\ \hat{C}3(m + Lu, \delta, n) &= \frac{2}{n(n-1)} \sum_{t < s} \sum I(u_{t+m-Lu}, u_{s+m-Lu}, \delta) \\ \hat{C}4(Lu, \delta, n) &= \frac{2}{n(n-1)} \sum_{t < s} \sum I(u_{t-Lu}, u_{s-Lu}, \delta) \end{aligned} \quad (2.14)$$

donde  $t, s = \max(Lu, Lw) + 1, \dots, T - m + 1$ ;  $n = T + 1 - m - \max(Lu, Lw)$

Dados estos estimadores de las probabilidades conjuntas, es posible contrastar la condición de no causalidad no lineal en el sentido de Granger dada por la ecuación (2.11). Para unos valores dados de  $m$ ,  $Lu$  y  $Lw \geq 1$  y para  $\delta > 0$ , si  $W_t$  no causa estrictamente en el sentido de Granger a  $U_t$ , entonces:

$$\sqrt{n} \left( \frac{\hat{C}1(m+Lu, Lw, \delta, n)}{\hat{C}2(Lu, Lw, \delta, n)} - \frac{\hat{C}3(m+Lu, \delta, n)}{\hat{C}4(Lu, \delta, n)} \right) \rightarrow N\left(0, \sigma^2(m, Lu, Lw, \delta)\right) \quad (2.15)$$

donde tanto la expresión  $\sigma^2(m, Lu, Lw, \delta)$  como un estimador consistente de la misma se pueden consultar en el apéndice del trabajo de Hiemstra y Jones. Un valor significativamente positivo del estadístico dado por la expresión (2.15) implica la existencia de causalidad no lineal de W a U. En la aplicación de este trabajo, esto significaría la existencia de causalidad no lineal de alguna de las variables representadas por DET en la ecuación (2.10) a la forma de la sonrisa de volatilidad<sup>23</sup>.

Para implementar el test basado en la ecuación (2.15), se fija un valor de  $m = 1$  y  $Lu = Lw$  en todos los casos y un vector común de entre 1 y 4 valores futuros. Nótese que estos tests están basados en los residuos del modelo VAR dado por la ecuación (2.10), de forma que el número apropiado de retardos en el VAR ha sido ya elegido de acuerdo con los criterios establecidos. Por otro lado, las series de residuos han sido estandarizadas de forma que ambas tienen desviación típica unitaria.

El parámetro de escala se fija en  $\delta = 1.5\sigma$  ó bien en  $\delta = 0.5\sigma$ , donde  $\sigma = 1$  es la desviación típica de las series estandarizadas de residuos. Nótese que, dado que las series de residuos han sido estandarizadas, todas ellas comparten el mismo parámetro de escala. Es importante señalar que las probabilidades conjuntas dadas por la expresión (2.12) deben ser menores

<sup>23</sup> Hiemstra y Jones (1994) afirman que el test modificado de Baek y Brock tiene buenas propiedades en muestras finitas y de potencia en relación a una variedad de relaciones causales y no causales lineales y no lineales. Nótese que permitiendo que los errores sean débilmente dependientes, la diferencia clave entre el test original de Baek y Brock y el test empleado en este trabajo radica en el estimador de  $\sigma^2(m, Lu, Lw, \delta)$ .

cuanto menor sea el parámetro de escala. La probabilidad conjunta de que dos vectores disten menos de un cierto valor es menor cuanto menor sea dicho valor. Por tanto, como era de esperar, éste resulta ser el caso en la aplicación empírica. Sin embargo, esto no implica un efecto sistemático en el estadístico dado por la ecuación (2.13) ni en el nivel de significatividad del test dado por (2.15). En otras palabras, no hay a priori una relación monótona entre la distancia impuesta y la aceptación de la hipótesis nula.

Los resultados se presentan en las tablas 11, 12 y 13 para los tres conjuntos de variables empleadas en este trabajo para explicar la forma de la sonrisa de volatilidad, es decir, las características del mercado de opciones (diferencial 'bid-ask' y volumen negociado en el mercado de opciones), las variables económicas que ayudan a predecir el mercado ('momento de mercado' relativo y ratio de tipo de interés) y las características del mercado del activo subyacente (la volatilidad y el volumen). En el panel A de las tablas se presentan los resultados para un valor dado de  $\delta = 1.5$ , mientras que en el panel B se asume  $\delta = 0.5$ .

Interesantemente, los resultados obtenidos no son robustos a cambios en el parámetro de escala. Para un valor de  $\delta$  de 1.5 no parece haber claros signos de causalidad no lineal. La hipótesis nula de no causalidad no puede ser rechazada, cuando se utilizan como criterios de evaluación los valores críticos de la cola derecha de la distribución asintótica  $N(0,1)$ . En todo caso, parece haber débiles signos de causalidad no lineal unidireccional entre el momento de mercado relativo y el primer componente principal de la sonrisa de volatilidad.

Por otro lado, para  $\delta = 0.5$ , independientemente del número de retardos asumido en la estimación para  $L_u = L_w$ , se encuentra fuerte evidencia de causalidad no lineal de Granger del diferencial 'bid-ask', el volumen en ambos mercados y el 'momento de mercado' al primer componente principal de la sonrisa de volatilidad. Asimismo, para retardos más pequeños, parece haber evidencia de causalidad no lineal de la volatilidad del activo subyacente e incluso del ratio de tipos de interés al primer componente principal de la sonrisa.

Desafortunadamente, la interpretación de los resultados es complicada. Puede darse el caso de que, para esta aplicación particular, el poder predictivo no lineal mejore significativamente cuando se usa no sólo la variable en sí misma, sino también otras variables, tales como el diferencial 'bid-ask' relativo o el 'momento de mercado', a medida que la distancia requerida en los tests disminuye.

En cualquier caso, es relevante encontrar evidencia de causalidad no lineal, particularmente para aquellos casos en que los tests tradicionales de causalidad lineal de Granger no han sido capaces de detectar evidencia de causalidad. De nuevo, las diferencias substanciales que se encuentran en este trabajo, entre los tests de causalidad lineal y no lineal, ponen de manifiesto la relevancia de contrastar la presencia tanto de poder predictivo lineal como no lineal entre las variables económicas.

Los resultados que se encuentran en este trabajo implican que las relaciones dinámicas entre la función de volatilidad implícita y variables tales como los costes de transacción, el

‘momento de mercado’ y la volatilidad del activo subyacente, son, hasta cierto punto, no lineales. Los estudios futuros que traten de desarrollar modelos para las relaciones dinámicas entre el flujo de información y el valor de las opciones extremas (en términos del grado de ‘moneyness’) deberán, probablemente, concentrarse en el uso de mecanismos teóricos no lineales.

## 2.6 Conclusiones

Hasta donde se ha podido comprobar, este trabajo analiza por vez primera los determinantes del conocido patrón que muestran las volatilidades implícitas en función del precio de ejercicio, patrón que se ha dado en llamar ‘sonrisa de volatilidad’. Se ha empleado una base de datos compuesta por todas las opciones de compra y de venta sobre el índice IBEX-35, negociadas diariamente entre las 16:00 y las 16:45 horas, desde enero de 1994 hasta abril de 1996. A diferencia de lo que ocurre en el mercado norteamericano, donde la sonrisa de volatilidad es más parecida a una ‘sneer’ o mueca (función de volatilidad monótona decreciente), el mercado español tiende a sonreír (función de volatilidad cuadrática) consistentemente durante todo el periodo muestral.

Para tratar de comprender el comportamiento de la función de volatilidad implícita, se han realizado tests formales, usando modelos de regresión simple junto con técnicas más sofisticadas, tales como tests de causalidad lineal y no lineal en el sentido de Granger. Los resultados sugieren que la sonrisa de volatilidad presenta una fuerte estacionalidad diaria. Sin embargo, esta estacionalidad tiende a desaparecer cuando se incluyen otras variables económicas en el análisis. En particular, los costes de transacción, representados por medio

del diferencial 'bid-ask' relativo, la volatilidad del activo subyacente, el tiempo que falta para el vencimiento de las opciones, así como el 'momento de mercado' relativo parecen ser variables clave a la hora de explicar la variabilidad de la función de volatilidad a lo largo del tiempo.

Los tests de causalidad lineal en el sentido de Granger ponen de manifiesto la existencia de causalidad bidireccional entre la forma de la sonrisa de volatilidad y los costes de transacción. Ninguna otra variable económica parece causar linealmente a la sonrisa de volatilidad. Sorprendentemente, sin embargo, los tests de causalidad no lineal en el sentido de Granger sugieren que los niveles de actividad tanto en el mercado de opciones como en el mercado del activo subyacente, la volatilidad del índice, así como el 'momento de mercado' relativo y el ratio de tipos de interés presentan evidencia de causalidad no lineal a la forma de la sonrisa de volatilidad. Claramente se necesita mayor esfuerzo investigador, que nos permita entender mejor estas no linealidades.

Como conclusión más general, parece que las condiciones actuales del mercado, representadas por medio de la volatilidad del activo subyacente y el 'momento de mercado' relativo, juegan un papel relevante a la hora de determinar la forma de la sonrisa. Niveles altos del índice de mercado y, en media, el correspondiente nivel bajo de volatilidad como consecuencia de la asimetría negativa, estarían haciendo que el mercado valorase de forma asimétrica las opciones extremas (en términos del grado de 'moneyness'). Es decir, opciones de venta fuera de dinero (y de compra en dinero) estarían más valoradas por el mercado cuando las condiciones del mercado mejoran, en relación a las opciones de venta

en dinero (y a las opciones de compra fuera de dinero). Esto sugiere que, cuando el mercado alcanza niveles relativamente altos (y, en media, la volatilidad es relativamente baja), los agentes económicos asignan probabilidades más altas (en relación a la distribución lognormal) a futuras condiciones desfavorables del mercado.

Debe destacarse, sin embargo, que el hallazgo clave de este trabajo radica en la importancia del diferencial 'bid-ask' relativo a la hora de determinar la forma de la sonrisa de volatilidad. Los costes de transacción son un determinante clave de la función de volatilidad implícita. Estos costes hacen que la sonrisa de volatilidad tenga mayor grado de curvatura y, al mismo tiempo, mayor pendiente.

Para concluir, ambas fuerzas (los costes de transacción y las condiciones del mercado) juegan un papel simultáneo a la hora de explicar la forma de la función de volatilidad. Teniendo en cuenta la significativa relación inversa que se observa entre el tiempo para el vencimiento de las opciones y el grado de curvatura de la sonrisa, parece concluirse que tanto las condiciones del mercado como los costes de transacción son relativamente más importantes a medida que se aproxima la fecha de vencimiento.

## REFERENCIAS

- Baek, E. y W. Brock (1992). 'A general test for non-linear Granger causality', Documento de Trabajo, Iowa State University y University of Wisconsin, Madison.
- Bakshi, G., C. Cao y Z. Chen (1997). 'Empirical performance of alternative option pricing models', *Journal of Finance* 52, pp. 2003-2049.
- Ball, C. y A. Roma (1994). 'Stochastic volatility option pricing'. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 29, pp. 589-607.
- Bates, D. (1991). 'The crash of '87: was it expected? The evidence from options markets', *Journal of Finance* 46, pp.1009-1044.
- Bates, D. (1996). 'Jumps and stochastic volatility: exchange rate processes implicit in Deutsche mark options', *Review of Financial Studies* 9, pp. 69-107.
- Black, F. (1976). 'The pricing of commodity contracts', *Journal of Financial Economics* 3, pp. 167-179.
- Black, F. y M. Scholes (1973). 'The pricing of options and corporate liabilities', *Journal of Political Economy* 81, pp. 637-659.
- Campbell, J. (1996). 'Understanding risk and return', *Journal of Political Economy* 104, pp. 298-345.
- Chriss, N. (1995). 'How to grow a smiling tree', Documento de Trabajo, Department of Mathematics, Harvard University,.

Corrado, C. y T. Su (1996). 'Skewness and kurtosis in S&P 500 index returns implied by option prices', *Journal of Financial Research* 19, 175-192.

Corrado, C. y T. Su (1997). 'Implied volatility skews and stock return skewness and kurtosis implied by stock option prices', *European Journal of Finance* 3, pp. 73-85.

Cox, J. y S. Ross (1976). 'The valuation of options for alternative stochastic processes', *Journal of Financial Economics* 3, pp. 145-160.

Das, S. y R. Sundaram (1997). 'On Smiles and smirks: A term-structure perspective'. Documento de Trabajo, Harvard University.

Derman, E. e I. Kani (1994). 'Riding on a smile', *Risk* 7, pp. 32-39.

Derman, E., I. Kani y N. Chriss (1996). 'Implied trinomial trees of the volatility smile', *Journal of Derivatives* 3, pp. 7-22.

Dumas, B., J. Fleming y R. Whaley (1996). 'Implied volatility functions: empirical tests', Documento de Trabajo 5500, National Bureau of Economic Research, Inc.

Dupire, B. (1994). 'Pricing with a smile', *Risk* 7, pp. 18-20.

Foster, D. y S. Viswanathan (1993). 'Variations in trading volume, return volatility, and trading costs: evidence on recent price formation models', *Journal of Finance* 48, pp. 187-211.

French, D. (1984). 'The weekend effect on the distribution of stock prices: implications for option pricing', *Journal of Financial Economics* 13, pp. 547-559.

Ghysels, E., Harvey, A. y E. Renault (1996). 'Stochastic volatility'. En *Statistical Methods in Finance*, Handbook of Statistics 14, editado por G. S. Maddala y C. R. Rao, North Holland.

Heston, S. (1993). 'A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options', *Review of Financial Studies* 6, pp. 327-344.

Hiemstra, C. y J. Jones (1994). 'Testing for linear and nonlinear Granger causality in the stock price-volume relation', *Journal of Finance* 49, 1639-1664.

Hull, J. (1997). 'Options, futures and other derivative securities', Prentice Hall, tercera edición, New Jersey.

Hull, J. y A. White (1987). 'The pricing of options on assets with stochastic volatilities', *Journal of Finance* 42, pp. 281-300.

Jackwerth, J.C. (1996). 'Implied binomial trees: generalizations and empirical tests', Documento de Trabajo RPF-262, University of California at Berkeley.

Jackwerth, J.C. y M. Rubinstein (1996). 'Recovering probability distributions from option prices', *Journal of Finance* 51, pp. 1611-1631.

Keim, D. y R. Stambaugh (1986). 'Predicting returns in the stock and bond markets', *Journal of Financial Economics* 17, pp. 357-390.

Lehmann, B. y D. Modest (1994). 'Trading and liquidity on the Tokyo Stock Exchange: a bird's eye view', *Journal of Finance* 49, pp. 951-984.

León, A. y J. Mora (1996). 'Modelling conditional heteroskedasticity: application to the IBEX-35 stock-return index', Documento de Trabajo AD 96-11, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, Universidad de Valencia.

Longstaff, F. (1995). 'Option pricing and the martingale restriction', *Review of Financial Studies* 8, pp. 1091-1124.

Merton, R. (1976). 'Option pricing when the underlying stock returns are discontinuous'. *Journal of Financial Economics* 4, pp.125-144.

Rubinstein, M. (1994). 'Implied binomial trees', *Journal of Finance* 49, pp. 771-818.

Rubio, G. y M. Tapia (1996). 'Adverse selection, volume and transactions around dividend announcements in a continuous auction system', *European Financial Management* 2, pp. 39-67.

Stein, E. y J. Stein (1991). 'Stock price distributions with stochastic volatility: an analytical approach', *Review of Financial Studies* 4, pp. 727-752.



**FIGURA 1**  
**PORCENTAJE DE OPERACIONES CRUZADAS POR INTERVALOS HORARIOS**  
**ENERO 1994 – ABRIL 1996**

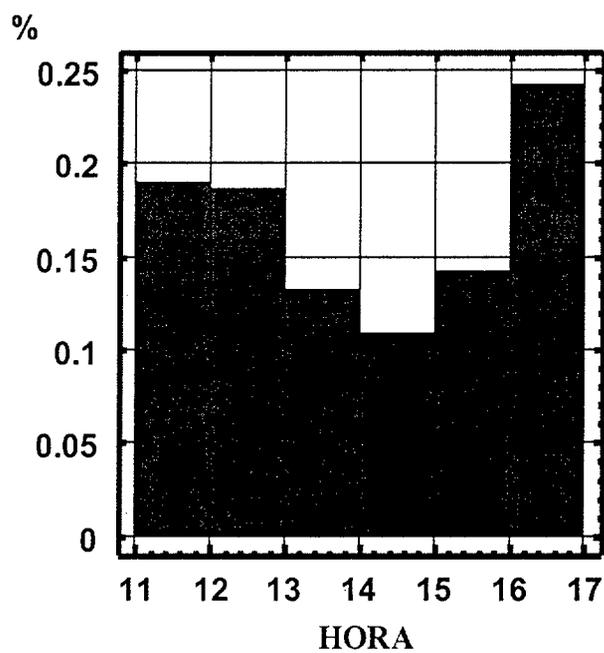
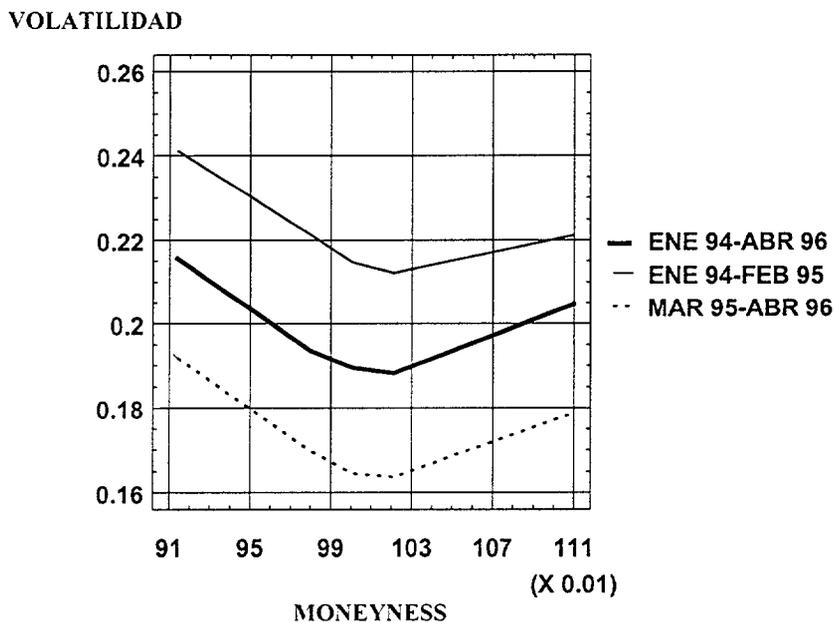
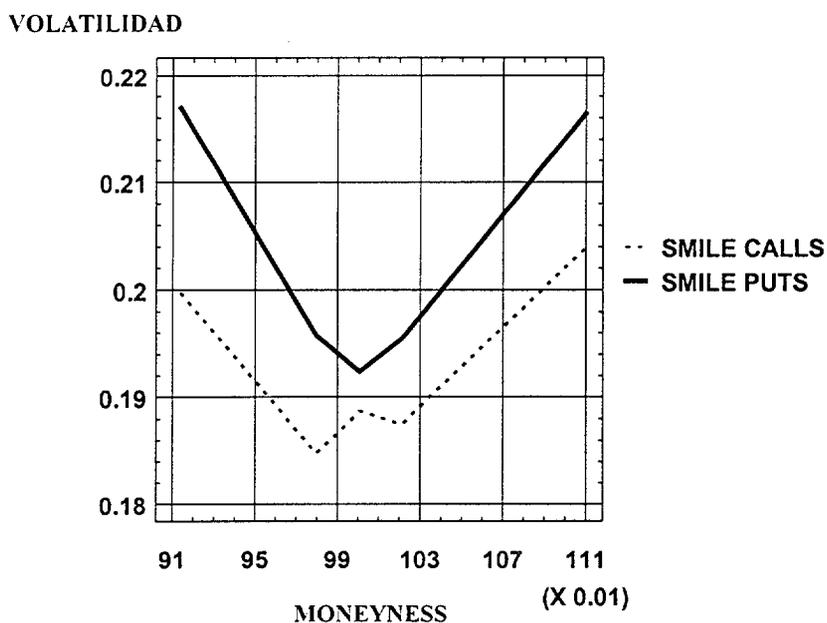


FIGURA 2

2.1 SONRISAS DE VOLATILIDAD MEDIAS PARA DISTINTOS PERIODOS



2.2 SONRISAS DE VOLATILIDAD MEDIAS PARA OPCIONES DE COMPRA Y DE VENTA



**TABLA 1**  
**COEFICIENTES R<sup>2</sup> AJUSTADOS PONDERADOS POR EL NUMERO DE OBSERVACIONES**  
**DISPONIBLES EN CADA DIA PARA CINCO ESPECIFICACIONES ALTERNATIVAS**

Los cinco modelos son los siguientes:

$$\text{Modelo 2: } \sigma = b_0 + b_1X + \varepsilon$$

$$\text{Modelo 3: } \sigma = b_0 + b_1X + b_2X^2 + \varepsilon$$

$$\text{Modelo 4: } \sigma = b_0 + b_1U + b_2D^2 + \varepsilon$$

$$\text{Modelo 5: } \sigma = b_0 + b_1U + b_2X^2 + \varepsilon$$

$$\text{Modelo 6: } \sigma = b_0 + b_1U + b_2X^2 + b_3D + \varepsilon$$

Estas regresiones se estiman todos los días de la muestra, desde enero de 1994 a abril de 1996. X es el precio de ejercicio dividido por el valor del activo subyacente (K/F). U y D tratan de capturar asimetrías en la sonrisa de volatilidad. En la estimación de estos modelos se han empleado todas las opciones de compra y de venta disponibles desde las 16:00 hasta las 16:45 horas.

PERIODOS	MOD2	MOD3	MOD4	MOD5	MOD6
TODO EL PERIODO MUESTRAL					
Enero 1994-Abril 1996	0.4802	0.6293	0.4211	0.4865	0.6257
PRIMER SUBPERIODO					
Enero 1994-Febrero 1995	0.4640	0.5889	0.4223	0.4728	0.6161
SEGUNDO SUBPERIODO					
Marzo 1995-Abril 1996	0.4973	0.6727	0.4198	0.5010	0.6635
PRIMER TRIMESTRE	0.5861	0.7232	0.5495	0.5960	0.7276
SEGUNDO TRIMESTRE	0.4027	0.5686	0.3486	0.4029	0.5154
TERCER TRIMESTRE	0.5989	0.7169	0.5984	0.6468	0.7748
CUARTO TRIMESTRE	0.3106	0.3187	0.2588	0.3075	0.3936
QUINTO TRIMESTRE	0.3804	0.5660	0.2674	0.3345	0.4886
SEXTO TRIMESTRE	0.3618	0.5221	0.4021	0.4696	0.5470
SEPTIMO TRIMESTRE	0.4259	0.5845	0.2967	0.3793	0.5711
OCTAVO TRIMESTRE	0.4526	0.7035	0.3340	0.4114	0.7104
NOVENO TRIMESTRE	0.6879	0.8324	0.6154	0.7063	0.8168
LUNES SOLO	0.5218	0.6152	0.4528	0.5096	0.5967
RESTO DIAS SEMANA	0.4700	0.6327	0.4132	0.4807	0.6321

**TABLA 2**  
**ESTACIONALIDAD DIARIA DE LA SONRISA DE VOLATILIDAD**

Se ha estimado diariamente un modelo cuadrático para la volatilidad implícita en función del grado de 'moneyness', desde enero de 1994 hasta abril de 1996:  $\sigma = b_0 + b_1 X + b_2 X^2$ , donde  $X = K/F$ , el precio de ejercicio dividido por el valor del activo subyacente. Se han empleado en la estimación todas las opciones de compra y de venta negociadas diariamente entre las 16:00 y las 16:45 horas. Los coeficientes que se muestran en la tabla son las medias de los estimadores diarios de  $b_i$ ;  $i = 0, 1, 2$ . Los resultados se han obtenido estimando la regresión:

$$b_{it} = \beta_{MO} MON_t + \beta_{TU} TUE_t + \beta_{WE} WED_t + \beta_{TH} THU_t + \beta_{FR} FRI_t + \varepsilon_t$$

donde MON, TUE, WED, THU y FRI son variables ficticias para lunes, martes, miércoles, jueves y viernes. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar consistentes de Newey-West con cinco retardos (estadísticos t entre paréntesis). El uso de una matriz de covarianzas consistente implica que el estadístico de los tests se distribuye asintóticamente, bajo la hipótesis nula, como una distribución  $\chi^2$ .

DIAS	COEFICIENTES			Nº.OBS
	$\hat{b}_0$	$\hat{b}_1$	$\hat{b}_2$	
LUNES	3.428 (5.48)	-6.220 (-5.01)	2.982 (4.84)	81
MARTES	5.167 (3.14)	-9.698 (-2.96)	4.722 (2.90)	94
MIERCOLES	4.951 (5.66)	-9.297 (-5.34)	4.537 (5.23)	87
JUEVES	6.060 (5.93)	-11.48 (-5.65)	5.613 (5.56)	92
VIERNES	7.062 (5.94)	-13.48 (-5.67)	6.608 (5.57)	92
TODOS LOS DIAS	5.384 (9.65)	-10.14 (-9.12)	4.943 (8.93)	446

Contrastes para el término independiente ( $b_0$ ):

$$\chi^2(1) \{ \beta_{MO} = (\beta_{TU} + \beta_{WE} + \beta_{TH} + \beta_{FR})/4 \} = 14.490; \text{ p-valor} = 0.00014$$

$$\chi^2(4) \{ \beta_{MO} = \beta_{TU} = \beta_{WE} = \beta_{TH} = \beta_{FR} \} = 15.981; \text{ p-valor} = 0.00304$$

Contrastes para el término lineal ( $b_1$ ):

$$\chi^2(1) \{ \beta_{MO} = (\beta_{TU} + \beta_{WE} + \beta_{TH} + \beta_{FR})/4 \} = 14.680; \text{ p-valor} = 0.00013$$

$$\chi^2(4) \{ \beta_{MO} = \beta_{TU} = \beta_{WE} = \beta_{TH} = \beta_{FR} \} = 16.002; \text{ p-valor} = 0.00302$$

Contrastes para el término cuadrático ( $b_2$ ):

$$\chi^2(1) \{ \beta_{MO} = (\beta_{TU} + \beta_{WE} + \beta_{TH} + \beta_{FR})/4 \} = 15.016; \text{ p-valor} = 0.00011$$

$$\chi^2(4) \{ \beta_{MO} = \beta_{TU} = \beta_{WE} = \beta_{TH} = \beta_{FR} \} = 16.093; \text{ p-valor} = 0.00290$$

**TABLA 3**  
**ESTACIONALIDAD DIARIA DE LA SONRISA DE VOLATILIDAD: LUNES FRENTE AL RESTO DE LA SEMANA**

Se ha estimado diariamente un modelo cuadrático para la relación entre la volatilidad implícita y el grado de 'moneyness', desde enero de 1994 hasta abril de 1996:  $\sigma = b_0 + b_1 X + b_2 X^2$ , donde  $X = K/F$ , el precio de ejercicio dividido por el valor del activo subyacente. Se han empleado en la estimación todas las opciones de compra y de venta negociadas diariamente entre las 16:00 y las 16:45 horas. Los valores que se presentan en la tabla son las medias de los estimadores diarios de  $b_i$ ;  $i = 0, 1, 2$ . Los resultados se han obtenido estimando la siguiente regresión:

$$b_{it} = \beta_1 + \beta_2 \text{TUE}_t + \beta_3 \text{WED}_t + \beta_4 \text{THU}_t + \beta_5 \text{FRI}_t + \varepsilon_t$$

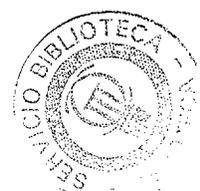
donde TUE, WED, THU y FRI son variables ficticias para martes, miércoles, jueves y viernes. El estimador de  $\beta_1$  es la media muestral de  $b_{it}$  para los lunes, mientras que los estimadores del resto de los coeficientes son igual a la diferencia entre la media muestral de  $b_{it}$  para cada día menos la media muestral de los lunes. Los valores que se presentan en la última línea de la tabla se han obtenido estimando la siguiente regresión:

$$b_{it} = \beta^*_1 + \beta^*_2 \text{MON}_t + \varepsilon_t$$

donde  $\beta^*_1$  es la media muestral de  $b_{it}$  para todos los días salvo los lunes y  $\beta^*_2$  es la diferencia entre las medias muestrales de  $b_{it}$  para los lunes y el resto de la semana<sup>1</sup>. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar consistentes de Newey-West con cinco retardos (estadísticos t entre paréntesis).

DIAS	COEFICIENTES		
	$\hat{b}_0$	$\hat{b}_1$	$\hat{b}_2$
LUNES	3.428 (5.48)	-6.220 (-5.01)	2.982 (4.84)
MAR-LUN	1.740 (1.01)	-3.478 (-1.01)	1.739 (1.01)
MIER-LUN	1.523 (1.55)	-3.077 (-1.57)	1.555 (1.60)
JUE-LUN	2.632 (2.29)	-5.258 (-2.31)	2.631 (2.33)
VIE-LUN	3.634 (2.84)	-7.259 (-2.84)	3.626 (2.84)
LUN-RESTO SEM	-2.391 (-2.75)	4.784 (2.76)	-2.396 (-2.78)

1/ También se ha investigado la existencia de estacionalidad mensual. Agosto parece ser un mes con mayor pendiente y curvatura más pronunciada. Sin embargo, las diferencias con otros meses no son estadísticamente significativas.



**TABLA 4**  
**ESTACIONALIDAD DIARIA DE LA SONRISA DE VOLATILIDAD: EL PRIMER COMPONENTE PRINCIPAL**

Se ha estimado diariamente un modelo cuadrático para la volatilidad implícita en función del grado de 'moneyness', desde enero de 1994 hasta abril de 1996:  $\sigma = b_0 + b_1 X + b_2 X^2$ , donde  $X = K/F$ , el precio de ejercicio dividido por el valor del activo subyacente. Se han empleado en la estimación todas las opciones de compra y de venta negociadas diariamente entre las 16:00 y las 16:45 horas. Se dispone de 446 estimaciones diarias. Se ha extraído el primer componente principal de la matriz 446x3 de coeficientes  $b_0$ ,  $b_1$  y  $b_2$ . Los coeficientes que se muestran en la tabla son las medias de las estimaciones diarias del primer componente principal:  $pc_0$ . Los resultados se han obtenido estimando la regresión:

$$pc_{0t} = \beta_{MO} MON_t + \beta_{TU} TUE_t + \beta_{WE} WED_t + \beta_{TH} THU_t + \beta_{FR} FRI_t + \varepsilon_t$$

donde MON, TUE, WED, THU y FRI son variables ficticias para lunes, martes, miércoles, jueves y viernes. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar consistentes de Newey-West con cinco retardos (estadísticos t entre paréntesis). El uso de una matriz de covarianzas consistente implica que el estadístico de los tests se distribuye asintóticamente, bajo la hipótesis nula, como una distribución  $\chi^2$ .

DIAS	COEFICIENTES ESTIMADOS	
	COMPONENTE PRINCIPAL	Nº OBS
LUNES	-4.796 (-3.15)	81
MARTES	-0.536 (-0.13)	94
MIERCOLES	-1.027 (-0.48)	87
JUEVES	1.646 (0.66)	92
VIERNES	4.095 (1.41)	92

Contrastes para el primer componente principal ( $pc_0$ ):

$$\chi^2(1) \{ \beta_{MO} = (\beta_{TU} + \beta_{WE} + \beta_{TH} + \beta_{FR})/4 \} = 34.792; \text{ p-valor} = 0.00000$$

$$\chi^2(4) \{ \beta_{MO} = \beta_{TU} = \beta_{WE} = \beta_{TH} = \beta_{FR} \} = 16.016; \text{ p-valor} = 0.002997$$

**TABLA 5**  
**ESTACIONALIDAD DIARIA DE LA SONRISA DE VOLATILIDAD Y EL PRIMER**  
**COMPONENTE PRINCIPAL: LUNES FRENTE AL RESTO DE LA SEMANA**

Se ha estimado diariamente un modelo cuadrático para la relación entre la volatilidad implícita y el grado de 'moneyness', desde enero de 1994 hasta abril de 1996:  $\sigma = b_0 + b_1 X + b_2 X^2$ , donde  $X = K/F$ , el precio de ejercicio dividido por el valor del activo subyacente. Se han empleado en la estimación todas las opciones de compra y de venta negociadas diariamente entre las 16:00 y las 16:45 horas. Se dispone de 446 estimaciones diarias. Se ha extraído el primer componente principal de la matriz 446x3 de coeficientes  $b_0$ ,  $b_1$  y  $b_2$ . Los valores que se presentan en la tabla son las medias de las estimaciones diarias del primer componente principal:  $pc_{ot}$ . Los resultados se han obtenido estimando la siguiente regresión:

$$pc_{ot} = \beta_1 + \beta_2 TUE_t + \beta_3 WED_t + \beta_4 THU_t + \beta_5 FRI_t + \varepsilon_t$$

donde TUE, WED, THU y FRI son variables ficticias para martes, miércoles, jueves y viernes. El estimador de  $\beta_1$  es la media muestral de  $pc_{ot}$  para los lunes, mientras que los estimadores del resto de los coeficientes son igual a la diferencia entre la media muestral de  $pc_{ot}$  para cada día menos la media muestral de los lunes. Los valores que se presentan en la última línea de la tabla se han obtenido estimando la siguiente regresión:

$$pc_{ot} = \beta^*_1 + \beta^*_2 MON_t + \varepsilon_t$$

donde  $\beta^*_1$  es la media muestral de  $pc_{ot}$  para todos los días salvo los lunes y  $\beta^*_2$  es la diferencia entre las medias muestrales de  $pc_{ot}$  para los lunes y el resto de la semana<sup>1</sup>. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar consistentes de Newey-West con cinco retardos (estadísticos t entre paréntesis).

DIAS	COEFICIENTES ESTIMADOS COMPONENTE PRINCIPAL
LUNES	-4.796 (-3.15)
MAR-LUN	4.260 (1.01)
MIE-LUN	3.769 (1.58)
JUE-LUN	6.442 (2.31)
VIE-LUN	8.891 (2.84)
RESTO SEMANA	1.064 (0.61)
LUN-RESTO SEMANA	-5.860 (-2.77)

1/ También se ha contrastado si el coeficiente medio de los lunes es diferente del coeficiente medio del resto de la semana, asumiendo que la varianza durante el resto de la semana es tres veces la varianza de los lunes. Este es el llamado problema de Behrens-Fisher en estadística. El resultado fue de nuevo significativo. Asimismo, se ha investigado la existencia de estacionalidad mensual. Agosto parece ser un mes con mayor componente principal medio. Sin embargo, las diferencias con otros meses no son significativas.

**TABLA 6**  
**TESTS DE RAICES UNITARIAS**

Los siguientes modelos de Dickey-Fuller (DF) aumentados se han estimado con datos diarios desde enero de 1994 hasta abril de 1996:

$$\Delta X_t = a + (\rho_1 - 1)X_{t-1} + \sum_{\tau=1}^K \delta_{\tau} \Delta X_{t-\tau} + v_t \quad (1)$$

$$\Delta X_t = a + bt + (\rho_1 - 1)X_{t-1} + \sum_{\tau=1}^K \delta_{\tau} \Delta X_{t-\tau} + v_t \quad (2)$$

donde X es la variable para la que se realiza el test. El número de retardos, K, se ha determinado previamente en cada caso y para cada variable utilizando el criterio de información de Akaike. El estadístico del test viene dado por:  $(\hat{\rho}_1 - 1)/SE(\hat{\rho}_1)$ . SE denota desviación típica. La distribución de probabilidad acumulada empírica está recogida en las tablas de Dickey-Fuller. Las variables analizadas son las siguientes: MKT es el logaritmo del cociente entre la media móvil de los últimos tres meses del IBEX y su nivel actual, SIGMA es la desviación típica anualizada del IBEX durante cada día de la muestra estimada con datos minuto a minuto, VMKT es el logaritmo del número de títulos negociados en los componentes del IBEX calculado diariamente durante los 45 minutos seleccionados, RTB es el logaritmo del cociente entre el nivel actual del tipo de interés de las Letras del Tesoro y su media móvil de los últimos tres meses, BA es la media diaria del diferencial 'bid-ask' relativo de todas las opciones negociadas durante los 45 minutos seleccionados, VOPT es el logaritmo del número de contratos de opciones negociados durante los 45 minutos diarios y PC es el primer componente principal de la matriz 446x3 de coeficientes  $b_0, b_1$  y  $b_2$  que caracterizan la sonrisa de volatilidad a lo largo del tiempo.

VARIABLES	MODELO DF (1)	MODELO DF (2)
MKT	-3.027	-3.462
SIGMA	-8.854	-9.133
VMKT	-5.820	-5.835
RTB	-1.289*	-1.108*
BA	-10.373	-10.511
VOPT	-5.932	-7.506
PC	-10.509	-10.535

\* No es posible rechazar la existencia de una raíz unitaria. Al nivel 0.05 y para 500 observaciones, los valores críticos dados por Dickey y Fuller para los modelos (1) y (2) son -2.87 y -3.42 respectivamente.

**TABLA 7**  
**LOS DETERMINANTES DE LA FUNCIÓN DE VOLATILIDAD IMPLÍCITA**

Se ha estimado un modelo cuadrático para la relación entre la volatilidad implícita y el grado de 'moneyness' desde enero de 1994 hasta abril de 1996:  $\sigma = b_0 + b_1 X + b_2 X^2$ , donde  $X = K/F$ , el precio de ejercicio dividido por el valor del activo subyacente. Se han empleado en la estimación todas las opciones de compra y de venta negociadas diariamente entre las 16:00 y las 16:45 horas. Se obtienen con ello 446 estimaciones diarias. Se ha extraído el primer componente principal de la matriz 446x3 de coeficientes,  $b_0, b_1$  y  $b_2$ . Se ha planteado un modelo de regresión de series de tiempo para explicar la variabilidad del primer componente principal y de los coeficientes que caracterizan la sonrisa de volatilidad:

$$pc_{ot}(b_{it}) = \beta_0 + \beta_1 MON_t + \beta_2 MKT_t + \beta_3 SIGMA_{t-1} + \beta_4 VMKT_{t-1} + \beta_5 DRTB_t + \beta_6 BA_t + \beta_7 VOPT_{t-1} + \beta_8 TIME_t + \varepsilon_t$$

donde MON es una variable ficticia para los lunes, MKT es el logaritmo del cociente entre la media móvil de los últimos tres meses del IBEX y su nivel actual, SIGMA es la desviación típica anualizada del IBEX durante cada día de la muestra estimada con datos minuto a minuto, VMKT es el logaritmo del número de títulos negociados en los componentes del IBEX calculado diariamente durante los 45 minutos seleccionados, DRTB es las primeras diferencias del logaritmo del cociente entre el nivel actual del tipo de interés de las Letras del Tesoro y su media móvil de los últimos tres meses, BA es la media diaria del diferencial 'bid-ask' relativo de todas las opciones negociadas durante los 45 minutos seleccionados, VOPT es el logaritmo del número de contratos de opciones negociados durante los 45 minutos diarios considerados y TIME es el número anualizado de días que faltan para el vencimiento de las opciones. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar consistentes de Newey-West (estadísticos t entre paréntesis). Los coeficientes que se muestran son los coeficientes estimados divididos por 100. El  $R^2$  ajustado medio es 0.19.

COEFICIENTES ASOCIADOS CON:	COMPONENTE PRINCIPAL	CONSTANTE ( $b_0$ )	PENDIENTE ( $b_1$ )	CURVATURA ( $b_2$ )
CONSTANTE	-0.063 (-0.34)	0.025 (0.33)	-0.050 (-0.33)	0.026 (0.35)
MON(t)	-0.027 (-1.34)	-0.011 (-1.34)	0.022 (1.33)	-0.011 (-1.34)
MKT(t)	-0.465 (-1.76)	-0.188 (-1.73)	0.382 (1.76)	-0.188 (-1.75)
SIGMA(t-1)	-0.406 (-2.18)	-0.165 (-2.18)	0.331 (2.18)	-0.166 (-2.17)
VMKT(t-1)	0.027 (1.12)	0.011 (1.15)	-0.022 (-1.12)	0.011 (1.09)
DRTB(t)	-1.364 (-1.29)	-0.555 (-1.28)	1.115 (1.29)	-0.558 (-1.29)
BA(t)	0.302 (2.36)	0.123 (2.35)	-0.246 (-2.36)	0.124 (2.38)
VOPT(t-1)	0.003 (0.43)	0.001 (0.49)	-0.003 (-0.43)	0.001 (0.38)
TIME(t)	-0.033 (-6.10)	-0.014 (-6.10)	0.027 (6.10)	-0.013 (-6.09)

**TABLA 8**  
**TESTS DE CAUSALIDAD LINEAL DE GRANGER ENTRE EL DIFERENCIAL 'BID-ASK'**  
**RELATIVO Y LAS CARACTERISTICAS DE LA SONRISA DE VOLATILIDAD:**  
**ENERO 1994-ABRIL 1996**

En la tabla se presentan los resultados de los tests de causalidad lineal basados en el siguiente modelo VAR bivalente:

$$pc_{0t} = \alpha + A_{11}(L)pc_{0t} + A_{12}(L)BA_t + U_t$$

$$BA_t = \beta + A_{21}(L)pc_{0t} + A_{22}(L)BA_t + W_t$$

donde BA es el diferencial 'bid-ask' relativo medio de todas las opciones disponibles durante los 45 minutos diarios seleccionados;  $pc_0$  es el primer componente principal de la matriz  $446 \times 3$  de coeficientes  $b_0, b_1$  y  $b_2$  que caracterizan la sonrisa de volatilidad a lo largo del tiempo. Se han realizado análisis similares para el término independiente ( $b_0$ ), la pendiente ( $b_1$ ) y la curvatura ( $b_2$ ) de la sonrisa de volatilidad. Se han realizado tests F de significatividad conjunta, donde el estadístico del contraste sigue una variable  $F(q, T-K)$ , siendo  $q$  el número de retardos cuya significatividad se pretende contrastar y  $T-K$  el número de observaciones menos el número de variables independientes. Por tanto, el p-valor denota el nivel de significatividad marginal del estadístico F, usado para contrastar las restricciones de igualdad a cero de la hipótesis nula de no causalidad de Granger. Todos los retardos se han seleccionado por medio de cuatro criterios alternativos: el criterio de información de Akaike, el test de especificación de Schwarz, el criterio del error final de predicción y el test de Hannan-Quinn. Se han obtenido generalmente los mismos resultados con todos los criterios. En caso de conflicto, se ha empleado el criterio de Akaike.

H <sub>0</sub> : El diferencial 'bid-ask' relativo no causa al primer componente principal			H <sub>0</sub> : El primer componente principal no causa al diferencial 'bid-ask' relativo		
Nº retardos	Estad. F	p-valor	Nº retardos	Estad. F	p-valor
3	3.442	0.018	3	9.145	0.000
H <sub>0</sub> : El diferencial 'bid-ask' relativo no causa instantáneamente al primer componente			H <sub>0</sub> : El primer componente principal no causa instantáneamente al diferencial 'bid-ask' relativo		
Nº retardos	Estad. F	p-valor	Nº retardos	Estad. F	p-valor
3	2.841	0.025	3	5.206	0.001
H <sub>0</sub> : El diferencial 'bid-ask' relativo no causa al término independiente de la sonrisa ( $b_0$ )			H <sub>0</sub> : El término independiente de la sonrisa ( $b_0$ ) no causa al diferencial 'bid-ask' relativo		
Nº retardos	Estad. F	p-valor	Nº retardos	Estad. F	p-valor
3	3.448	0.017	3	9.114	0.000
H <sub>0</sub> : El diferencial 'bid-ask' relativo no causa a la pendiente de la sonrisa ( $b_1$ )			H <sub>0</sub> : La pendiente de la sonrisa ( $b_1$ ) no causa al diferencial 'bid-ask' relativo		
Nº retardos	Estad. F	p-valor	Nº retardos	Estad. F	p-valor
3	3.436	0.018	3	9.143	0.000
H <sub>0</sub> : El diferencial 'bid-ask' relativo no causa a la curvatura de la consirsa ( $b_2$ )			H <sub>0</sub> : La curvatura de la sonrisa ( $b_2$ ) no causa al diferencial 'bid-ask' relativo		
Nº retardos	Estad. F	p-valor	Nº retardos	Estad. F	p-valor
3	3.455	0.017	3	9.180	0.000



**TABLA 9**  
**TESTS DE CAUSALIDAD LINEAL DE GRANGER ENTRE LAS CARACTERISTICAS DEL**  
**ACTIVO SUBYACENTE, LAS CONDICIONES DEL MERCADO Y LA ACTIVIDAD EN EL**  
**MERCADO DE OPCIONES Y LA SONRISA DE VOLATILIDAD:**  
**ENERO 1994-ABRIL 1996**

En la tabla se presentan los resultados de los tests de causalidad lineal basados en el siguiente modelo VAR bivariante:

$$\begin{aligned} pc_{0t} &= \alpha + A_{11}(L)pc_{0t} + A_{12}(L)DET_t + U_t \\ DET_t &= \beta + A_{21}(L)pc_{0t} + A_{22}(L)DET_t + W_t \end{aligned}$$

donde DET representa una de las variables siguientes: MKT es el logaritmo del cociente entre la media móvil de los últimos tres meses del IBEX y su nivel actual, SIGMA es la desviación típica diaria anualizada del IBEX, VMKT es el logaritmo del número diario de títulos negociados en los componentes del IBEX, DRTB es las primeras diferencias del logaritmo del cociente entre el nivel actual del tipo de interés de las letras del tesoro y su media móvil de los últimos tres meses, VOPT es el logaritmo del número de contratos de opciones negociados diariamente y  $pc_0$  es el primer componente principal de la matriz 446x3 de coeficientes  $b_0, b_1$  y  $b_2$  que caracterizan la sonrisa de volatilidad. Se han realizado tests F de significatividad conjunta, donde el estadístico del contraste sigue una variable  $F(q, T-K)$ , siendo q el número de retardos cuya significatividad se pretende contrastar y T-K el número de observaciones menos el número de variables independientes. Por tanto, el p-valor denota el nivel de significatividad marginal del estadístico F. Todos los retardos se han seleccionado por medio de cuatro criterios alternativos: el criterio de información de Akaike, el test de especificación de Schwarz, el criterio del error final de predicción y el test de Hannan-Quinn. Se han obtenido generalmente los mismos resultados con todos los criterios. En caso de conflicto, se ha empleado el criterio de Akaike.

H <sub>0</sub> : MKT no causa al primer componente principal			H <sub>0</sub> : El primer componente principal no causa MKT		
Nº retardos	Estad. F	p-valor	Nº retardos	Estad. F	p-valor
2	0.498	0.608	2	0.673	0.511
H <sub>0</sub> : SIGMA no causa al primer componente principal			H <sub>0</sub> : El primer componente principal no causa SIGMA		
Nº retardos	Estad. F	p-valor	Nº retardos	Estad. F	p-valor
4	0.984	0.417	4	0.589	0.671
H <sub>0</sub> : VMKT no causa al primer componente principal			H <sub>0</sub> : El primer componente principal no causa VMKT		
Nº retardos	Estad. F	p-valor	Nº retardos	Estad. F	p-valor
2	0.238	0.788	2	0.294	0.746
H <sub>0</sub> : DRTB no causa al primer componente principal			H <sub>0</sub> : El primer componente principal no causa DRTB		
Nº retardos	Estad. F	p-valor	Nº retardos	Estad. F	p-valor
3	1.390	0.247	3	2.063	0.105
H <sub>0</sub> : VOPT no causa al primer componente principal			H <sub>0</sub> : El primer componente principal no causa VOPT		
Nº retardos	Estad. F	p-valor	Nº retardos	Estad. F	p-valor
3	1.434	0.233	3	2.165	0.092

**TABLA 10**  
**COSTES DE TRANSACCION MEDIOS POR INTERVALOS DEL GRADO DE 'MONEYNESS':**  
**ENERO 1994-ABRIL 1996**

Esta tabla presenta los costes de transacción medios (diferenciales 'bid-ask' relativos) en cada uno de los cinco intervalos para el grado de 'moneyness' empleados a lo largo del trabajo. Se define el grado de 'moneyness' como el cociente entre el precio de ejercicio y la media de los precios del futuro asociados a cada nivel de volatilidad implícita media.

CATEGORIA	'MONEYNESS'	DIFERENCIALES 'BID-ASK RELATIVOS'
Muy OMP (IMC) <sup>1/</sup>	0.8598-0.9682	0.3333
OMP (IMC)	0.9682-0.9913	0.1946
AMP (AMC)	0.9913-1.0101	0.1616
IMP (OMC)	1.0101-1.0321	0.2166
Muy IMP (OMC)	1.0321-1.1875	0.3668

1/ OMP representa opciones de venta fuera de dinero; IMC es opciones de compra en dinero; AMP (AMC) es opciones de venta (compra) a dinero ; IMP es opciones de venta en dinero; OMC es opciones de compra fuera de dinero.

**TABLA 11**  
**TESTS DE CAUSALIDAD NO LINEAL ENTRE LAS CARACTERISTICAS DEL MERCADO DE**  
**OPCIONES Y LA SONRISA DE VOLATILIDAD:**  
**ENERO 1994-ABRIL 1996**

Esta tabla presenta los resultados del test modificado de Baek y Brock de causalidad no lineal, aplicado a los residuos del modelo VAR, correspondientes al primer componente principal de la matriz 446x3 de coeficientes  $b_0, b_1$  y  $b_2$ , que caracterizan la sonrisa de volatilidad a lo largo del tiempo y el diferencial 'bid-ask' relativo (y el número de contratos de opciones negociados) de las opciones disponibles en la muestra. BA es la media diaria del diferencial 'bid-ask' relativo de las opciones disponibles diariamente durante los 45 minutos seleccionados. VOPT es el logaritmo del número de contratos de opciones negociados diariamente durante el intervalo citado.  $L_u = L_w$  denota el número de retardos en las series de residuos utilizado en el test. En todos los casos los tests se han aplicado a series incondicionalmente estandarizadas. El valor de  $m$  se ha fijado en la unidad y el parámetro de escala,  $\delta$ , se ha establecido en 1.5 ó 0.5. DIF y STAT denotan la diferencia entre los dos ratios de probabilidades conjuntas del test dado por la ecuación (2.13) y el estadístico estandarizado dado por la ecuación (2.15), respectivamente. Bajo la hipótesis nula de no causalidad no lineal en el sentido de Granger, el estadístico del test se distribuye asintóticamente como una variable  $N(0,1)$ . Este estadístico debe ser evaluado con valores críticos de la cola derecha de la distribución.

-----				
PANEL A: $\delta = 1.5$				
-----				
	H <sub>0</sub> : El diferencial 'bid-ask' (BA) no causa a la sonrisa ( $pc_0$ )		H <sub>0</sub> : El volumen en opciones (VOPT) no causa a la sonrisa ( $pc_0$ )	
	-----		-----	
Lu = Lw	DIF	STAT	DIF	STAT
-----				
1	0.00036	1.0106	0.00068	1.7315
2	0.00091	1.4665	0.00062	1.3888
3	0.00103	1.4939	0.00038	0.7962
4	0.00122	1.5878	0.00065	1.0426
-----				
PANEL B: $\delta = 0.5$				
-----				
	H <sub>0</sub> : El diferencial 'bid-ask' (BA) no causa a la sonrisa ( $pc_0$ )		H <sub>0</sub> : El volumen en opciones (VOPT) no causa a la sonrisa ( $pc_0$ )	
	-----		-----	
Lu = Lw	DIF	STAT	DIF	STAT
-----				
1	0.00484	2.7882	0.00553	2.8246
2	0.00582	2.9094	0.00582	2.5921
3	0.00439	2.4558	0.00514	2.1477
4	0.00495	2.6637	0.00619	1.9667
-----				

**TABLA 12**  
**TESTS DE CAUSALIDAD NO LINEAL ENTRE LAS CARACTERÍSTICAS DEL ACTIVO**  
**SUBYACENTE Y LA SONRISA DE VOLATILIDAD:**  
**ENERO 1994-ABRIL 1996**

Esta tabla presenta los resultados del test modificado de Baek y Brock de causalidad no lineal, aplicado a los residuos del modelo VAR, correspondientes al primer componente principal de la matriz 446x3 de coeficientes  $b_0, b_1$  y  $b_2$ , que caracterizan la sonrisa de volatilidad a lo largo del tiempo y la volatilidad anualizada (y el número de títulos negociados) en el mercado del activo subyacente. SIGMA es la desviación típica anualizada del IBEX para cada día, calculada con datos minuto a minuto. VMKT es el logaritmo del número de títulos negociados en los componentes del IBEX durante los 45 minutos diarios seleccionados.  $L_u = L_w$  denota el número de retardos en las series de residuos utilizado en el test. En todos los casos los tests se han aplicado a series incondicionalmente estandarizadas. El valor de  $m$  se ha fijado en la unidad y el parámetro de escala,  $\delta$ , se ha establecido en 1.5 ó 0.5. DIF y STAT denotan la diferencia entre los dos ratios de probabilidades conjuntas del test dado por la ecuación (2.13) y el estadístico estandarizado dado por la ecuación (2.15), respectivamente. Bajo la hipótesis nula de no causalidad no lineal en el sentido de Granger, el estadístico del test se distribuye asintóticamente como una variable  $N(0,1)$ . Este estadístico debe ser evaluado con valores críticos de la cola derecha de la distribución.

-----  
 PANEL A:  $\delta = 1.5$   
 -----

Lu = Lw	H <sub>0</sub> : La volatilidad del índice subyacente (SIGMA) no causa a la sonrisa ( $pc_0$ )		H <sub>0</sub> : El volumen en el índice subyacente (VMKT) no causa a la sonrisa ( $pc_0$ )	
	DIF	STAT	DIF	STAT
1	0.00099	1.4967	0.00082	0.7990
2	0.00191	1.5446	0.00089	0.7390
3	0.00202	1.6389	0.00083	0.7367
4	0.00213	1.6747	0.00103	0.7958

-----  
 PANEL B:  $\delta = 0.5$   
 -----

Lu = Lw	H <sub>0</sub> : La volatilidad del índice subyacente (SIGMA) no causa a la sonrisa ( $pc_0$ )		H <sub>0</sub> : El volumen en el índice subyacente (VMKT) no causa a la sonrisa ( $pc_0$ )	
	DIF	STAT	DIF	STAT
1	0.00686	3.0978	0.00773	2.9144
2	0.00761	1.8324	0.00710	2.2880
3	0.00733	1.7750	0.00771	2.6617
4	0.00657	1.5366	0.00752	2.2336

**TABLA 13**  
**TESTS DE CAUSALIDAD NO LINEAL ENTRE LAS CONDICIONES DEL MERCADO Y LA**  
**SONRISA DE VOLATILIDAD:**  
**ENERO 1994-ABRIL 1996**

Esta tabla presenta los resultados del test modificado de Baek y Brock de causalidad no lineal, aplicado a los residuos del modelo VAR, correspondientes al primer componente principal de la matriz 446x3 de coeficientes  $b_0, b_1$  y  $b_2$ , que caracterizan la sonrisa de volatilidad a lo largo del tiempo y el nivel relativo del índice (y los cambios en el nivel relativo de los tipos de interés). MKT es el logaritmo del cociente entre la media móvil del valor del índice durante los tres últimos meses y su valor actual. DRTB es la serie de primeras diferencias del logaritmo del cociente entre el tipo de interés y su media móvil de los tres últimos meses.  $Lu = Lw$  denota el número de retardos en las series de residuos utilizado en el test. En todos los casos los tests se han aplicado a series incondicionalmente estandarizadas. El valor de  $m$  se ha fijado en la unidad y el parámetro de escala,  $\delta$ , se ha establecido en 1.5 ó 0.5. DIF y STAT denotan la diferencia entre los dos ratios de probabilidades conjuntas del test dado por la ecuación (2.13) y el estadístico estandarizado dado por la ecuación (2.15), respectivamente. Bajo la hipótesis nula de no causalidad no lineal en el sentido de Granger, el estadístico del test se distribuye asintóticamente como una variable  $N(0,1)$ . Este estadístico debe ser evaluado con valores críticos de la cola derecha de la distribución.

-----  
 PANEL A:  $\delta = 1.5$   
 -----

Lu = Lw	H <sub>0</sub> : El nivel relativo del índice (MKT) no causa a la sonrisa ( $pc_0$ )		H <sub>0</sub> : Los cambios en el nivel relativo de tipos de interés (DRTB) no causan a la sonrisa ( $pc_0$ )	
	DIF	STAT	DIF	STAT
1	0.00180	1.6067	0.00054	1.4509
2	0.00297	1.9904	0.00090	1.6447
3	0.00311	1.8869	0.00095	1.3978
4	0.00363	2.0384	0.00114	1.4861

-----  
 PANEL B:  $\delta = 0.5$   
 -----

Lu = Lw	H <sub>0</sub> : El nivel relativo del índice (MKT) no causa a la sonrisa ( $pc_0$ )		H <sub>0</sub> : Los cambios en el nivel relativo de tipos de interés (DRTB) no causan a la sonrisa ( $pc_0$ )	
	DIF	STAT	DIF	STAT
1	0.00920	3.3671	0.00657	2.8353
2	0.00962	2.6405	0.00702	2.0536
3	0.00920	2.2795	0.00572	1.3509
4	0.00964	2.2093	0.00679	1.4376

-----

## Capítulo 3

# Valoración de opciones con sonrisas de volatilidad y costes de liquidez

### 3.1 Introducción

Dadas las hipótesis de Black-Scholes (1973) (en adelante BS), todas las opciones sobre el mismo activo subyacente, con el mismo plazo para el vencimiento pero con distintos precios de ejercicio deben tener la misma volatilidad implícita. Sin embargo, la conocida sonrisa de volatilidad sugiere que la fórmula de BS tiende a valorar erróneamente opciones muy en dinero o muy fuera de dinero. De hecho, después del ‘crash’ de octubre de 1987, la volatilidad implícita en opciones sobre índices en el mercado norteamericano tiende a estar relacionada con el precio de ejercicio. Este es el llamado efecto ‘sonrisa de volatilidad’. Según Rubinstein (1994), Aït-Sahalia y Lo (1998) y Dumas, Fleming y Whaley (1998) (en adelante DFW), la volatilidad implícita en opciones sobre el índice S&P 500 decrece monótonamente a medida que aumenta el precio de ejercicio, en relación al nivel actual del

activo subyacente. Por otra parte, Taylor y Xu (1994) muestran que las opciones sobre divisas tienden a presentar una sonrisa mucho más pronunciada. Similares efectos sonrisa de volatilidad han sido encontrados por Peña, Rubio y Serna (1999) (en adelante PRS) en el mercado español de opciones. Bakshi, Cao y Chen (1997) y Fiorentini, León y Rubio (1998) obtienen volatilidades instantáneas (implícitas) con forma de sonrisa bajo volatilidad estocástica y modelos de difusión con saltos.

Ha habido varios intentos de aproximación a este aparente fallo del modelo de valoración de BS. En principio, como ponen de manifiesto Das y Sundaram (1999) entre otros, la existencia de la sonrisa puede ser atribuida al conocido exceso de curtosis en las distribuciones de la rentabilidad de los activos subyacentes. Es claro que un exceso de curtosis hace que las observaciones extremas sean más probables que en el caso de BS, lo que aumenta el valor de las opciones muy en dinero y muy fuera de dinero, en relación a las opciones a dinero, creando la sonrisa. Sin embargo, al menos en el mercado norteamericano, la sonrisa de volatilidad presenta una clara asimetría. Esto puede ser debido a la presencia de asimetría en la distribución, que tiene el efecto de acentuar un solo lado de la curva.

Dada esta evidencia empírica, se han propuesto extensiones del modelo de BS que presentan exceso de asimetría y de curtosis. Estas extensiones pueden encuadrarse en dos líneas de investigación: modelos de difusión con saltos, donde los saltos están gobernados por un proceso de Poisson y los modelos de volatilidad estocástica.



Sin embargo, el comportamiento empírico de estos nuevos modelos es absolutamente decepcionante. Bates (1996) y Bakshi, Cao y Chen (1997) rechazan el modelo de difusión con saltos, para opciones sobre divisas y sobre acciones respectivamente. El modelo de volatilidad estocástica propuesto por Heston (1993) es rechazado por Bakshi, Cao y Chen (1997) y Chernov y Ghysels (1998) para opciones sobre el índice S&P 500. Fiorentini, León y Rubio (1998) rechazan el mismo modelo para opciones sobre el índice IBEX-35, argumentando que el pobre comportamiento empírico del modelo de Heston está estrechamente ligado a los efectos de asimetría y curtosis variables en el tiempo que presentan los datos.

Una línea de investigación alternativa ha sido sugerida por Rubinstein (1994), Jackwerth y Rubinstein (1996) y Jackwerth (1996) y una serie de artículos relacionados debidos a Derman y Kani (1994), Dupire (1994), Chriss (1995) y Derman, Kani y Chriss (1996). En lugar de imponer una forma funcional paramétrica para la volatilidad, estos autores emplean un procedimiento numérico binomial o trinomial, de forma que consiguen un ajuste perfecto a los precios observados de las opciones. Este procedimiento captura (por construcción) las características más importantes de los datos. En particular el árbol implícito empleado en la estimación numérica debe reproducir correctamente la sonrisa de volatilidad. Los modelos más populares dentro de esta familia emplean árboles binomiales recombinados implícitos en la sonrisa de volatilidad, obtenida a partir de una muestra de opciones europeas.

DFW y Jackwerth (1996) han propuesto tests empíricos de los árboles binomiales implícitos. DFW analizan el comportamiento fuera de muestra de la función de volatilidad (variable en el tiempo) obtenida dentro de muestra a partir de los árboles binomiales implícitos. El principal objetivo es comprobar la estabilidad de la función de volatilidad. Sorprendentemente, DFW encuentran que el comportamiento fuera de muestra, tanto en lo referente a valoración como a cobertura, es peor que el de un modelo de BS *ad hoc* con volatilidades implícitas variables.

Por su parte, Jackwerth (1996) contrasta el comportamiento empírico de los árboles binomiales implícitos, el modelo de BS y el modelo de elasticidad constante de la varianza. El procedimiento empleado es valorar opciones de corto plazo utilizando los parámetros de estos modelos que mejor se ajustan a los precios observados de opciones de largo plazo. En el periodo posterior al 'crash' de 1987 Jackwerth encuentra evidencia favorable a los árboles binomiales implícitos.

Dada la débil evidencia favorable proporcionada por estos modelos, más complejos que el modelo de BS y los resultados empíricos de Longstaff (1995) y PRS, un serio candidato a explicar la conocida relación existente entre la volatilidad implícita y el precio de ejercicio podría estar relacionado con los costes de liquidez. De hecho, después del 'crash' de 1987, los aseguradores de carteras comenzaron a comprar opciones sobre índices como un instrumento de seguro. En particular, los inversores institucionales están interesados en comprar opciones de venta fuera de dinero, para desarrollar sus estrategias de cobertura. Esta presión de compra sobre las opciones de venta fuera de dinero aumentará los precios



de este tipo de opciones, hasta un nivel en que los creadores de mercado acepten la apuesta de que el nivel del índice no caerá por debajo del precio de ejercicio antes de que la opción expire. Por tanto, independientemente de las características distribucionales del activo subyacente, los costes de liquidez, representados por medio del diferencial 'bid-ask', pueden inducir patrones en las volatilidades implícitas.

Debe señalarse que todos los modelos descritos anteriormente han sido desarrollados y contrastados en un contexto de mercado competitivo y sin fricciones. Sin embargo, como ya se ha puesto de manifiesto, puede ciertamente darse el caso de que los costes de liquidez expliquen en cierta medida las diferencias observadas entre los precios de mercado y los teóricos<sup>1</sup>. Interesantemente, PRS encuentran que los costes de liquidez son un determinante clave de la sonrisa de volatilidad en el mercado español de opciones.

El objetivo de este trabajo es analizar los potenciales efectos que la iliquidez, representada por medio del diferencial 'bid-ask', tiene sobre los precios de las opciones. Hasta donde se ha podido saber, el único trabajo existente que contrasta un modelo de valoración de opciones con costes de liquidez se debe a Ferreira, Gago y Rubio (1999), que estudian el efecto de los costes de liquidez por medio de una metodología no paramétrica. En este trabajo se propone una metodología (paramétrica) diferente. En particular, se emplea una función de volatilidad determinista, del tipo de las empleadas por DFW. Sin embargo, a diferencia de estos autores, la función de volatilidad implícita es modificada para

---

<sup>1</sup> La valoración incorrecta de opciones debida a los costes de liquidez ha sido investigada por Longstaff (1995) y PRS. Este aspecto también ha sido brevemente mencionado por Eberlein, Keller y Prause (1998).

incorporar el diferencial 'bid-ask' relativo. De esta forma, el valor teórico de las opciones se obtendrá resolviendo una ecuación en derivadas parciales, donde la función de volatilidad viene dada por  $\sigma(K,BA,T)$ , donde  $K$  es el precio de ejercicio,  $BA$  es el diferencial 'bid-ask' relativo y  $T$  es la fecha de vencimiento.

Constantinides y Zariphopoulou (1999) (así como los diferentes trabajos que se mencionan en sus referencias), abordan el problema del efecto de los costes de transacción sobre el valor de las opciones desde un punto de vista teórico, diferente al empleado en este trabajo. Estos autores consideran un inversor en una economía con bonos, acciones y una opción de compra y plantean su problema de consumo e inversión intertemporal en presencia de costes de transacción proporcionales. Obtienen con ello una banda superior para el precio de una opción de compra, en forma cerrada. El objetivo de este trabajo es mucho más modesto, ya que se centra explícitamente en los costes de liquidez. Además, dentro del (siempre difícil) problema de la liquidez, este trabajo se limita al diferencial 'bid-ask' relativo.

En este trabajo se emplea una extensiva base de datos intradía de precios de transacción de opciones de compra y de venta sobre el futuro del índice IBEX-35, desde enero de 1994 a octubre de 1998. Dado que este trabajo está particularmente relacionado con los efectos de liquidez, puede ser relevante explorar mercados de opciones alternativos, probablemente más estrechos que el (muy investigado) mercado de opciones sobre el índice S&P 500, negociadas en el 'Chicago Board Options Exchange' (CBOE).

Sorprendentemente, los costes de liquidez no parecen ser un factor clave a la hora de explicar el comportamiento de los precios de mercado de las opciones. Como en el trabajo de DFW, un modelo de BS *ad hoc* se comporta mejor que nuestro modelo. Si bien, hay que tener en cuenta que en este trabajo se asume una forma funcional (paramétrica) concreta para la relación entre la volatilidad y los costes de liquidez, que puede muy bien explicar el fallo del modelo con costes de liquidez presentado aquí. Al mismo tiempo, como se discutirá con más detalle posteriormente, la inestabilidad de los parámetros de la función de volatilidad que se presenta en este trabajo puede también explicar el pobre comportamiento empírico de nuestro modelo.

Este trabajo está organizado de la siguiente forma: en la sección 3.2 se presenta un breve resumen del mercado español de opciones. En la tercera sección se describe la base de datos utilizada en el análisis empírico. El modelo teórico empleado en este trabajo se describe en la sección cuarta. La sección 3.5 presenta los resultados empíricos sobre el comportamiento fuera de muestra del modelo de valoración de opciones con función de volatilidad determinista, ajustado por costes de liquidez. Finalmente, la sección 3.6 finaliza con un resumen y las principales conclusiones del trabajo.

### **3.2 El mercado español de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35**

El análisis empírico de este trabajo se centrará en el mercado (oficial) español de activos derivados. El IBEX-35 es un índice basado en una cartera que comprende los 35 activos más líquidos negociados en el mercado continuo, ponderados por valor de mercado. En MEFF (el mercado oficial español para activos derivados) se negocia un contrato de futuros



sobre el IBEX-35, el correspondiente contrato de opción (de compra y de venta) sobre el futuro del índice<sup>2</sup> y contratos de opciones individuales sobre las acciones más líquidas. La negociación en el mercado de derivados, que empezó en 1992, ha experimentado un gran crecimiento desde sus comienzos. El volumen negociado en MEFF representó el 40% del volumen negociado en el mercado continuo regular en 1992, porcentaje que alcanzó el 138% en 1996. El número total de contratos negociados en MEFF alcanzó el 21% del número total de contratos negociados en el CBOE en 1996.

El contrato de opción sobre el índice IBEX-35 es un contrato de opción europea, que se paga en efectivo, con negociación durante los tres meses consecutivos más próximos y los otros tres meses del ciclo marzo-junio-septiembre-diciembre. Estas opciones expiran el tercer viernes del mes de vencimiento. La negociación diaria comienza a las 10:30 y finaliza a las 17:15. El multiplicador ha cambiado de 100 a 1000 pesetas durante 1998 y los precios se cotizan en puntos enteros, con un cambio mínimo en el precio de un punto del índice<sup>3</sup>. Los precios de ejercicio vienen dados por intervalos de 50 en 50 puntos del índice. Finalmente, debe ponerse de manifiesto que la liquidez está concentrada en el contrato de vencimiento más próximo. De hecho, durante el periodo muestral comprendido en este trabajo casi el 90% de las transacciones se produjeron en este tipo de contratos.

---

<sup>2</sup> Hasta 1998 el subyacente del contrato de opción era el propio índice IBEX-35. A partir de ese año el subyacente pasó a ser el futuro del índice IBEX-35. Dado que el vencimiento del futuro coincide sistemáticamente con el de las opciones, este cambio no tiene efecto alguno sobre el valor teórico de las opciones. Por tanto en este trabajo, a efectos computacionales, se procederá como si el subyacente hubiera sido el futuro del índice durante todo el periodo muestral.

<sup>3</sup> En enero de 1999 el multiplicador ha cambiado a 10 euros.

### 3.3 Los datos

La base de datos empleada en este trabajo incluye todos los precios de opciones (de compra y de venta) sobre el futuro del índice IBEX-35, negociadas diariamente en MEFF durante el periodo que va desde el 3 de enero de 1994 al 9 de octubre de 1998. Como se puso de manifiesto en la sección anterior, dado que la liquidez está concentrada en el contrato con la fecha de vencimiento más próxima, la muestra diaria comprenderá sólo las opciones con el vencimiento más próximo, pero eliminando todas las transacciones ocurridas durante la última semana antes del vencimiento. Es decir, sólo se toman en consideración las tres primeras semanas de cada ciclo de vencimiento mensual.

Un aspecto de especial importancia en la literatura sobre valoración de opciones es el uso de precios simultáneos del activo subyacente y de las opciones. Dadas las características de nuestra base de datos, no es posible observar simultáneamente suficientes opciones sobre exactamente el mismo precio del activo subyacente, con el mismo tiempo para el vencimiento, pero con diferentes precios de ejercicio. Con el objetivo de evitar grandes variaciones en el precio del activo subyacente, sólo se toma en cuenta el intervalo que va desde las 16:00 a las 16:45 horas. El número de transacciones cruzadas durante este intervalo representa aproximadamente el 25% del total de transacciones. Además, se han eliminado potenciales problemas con transacciones artificiales, cuya probabilidad de ocurrencia es más elevada al final del día. Por tanto, se han eliminado de la muestra todas las transacciones producidas a partir de las 16:45 horas, de forma que desaparecen observaciones que puedan reflejar la influencia de requerimientos de garantías por parte de los creadores de mercado. Por otra parte, el uso de datos correspondientes al mismo periodo

dentro de cada día evita la posibilidad de efectos intradía en el mercado de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35. Por último, se han eliminado de la muestra todas las transacciones que violan las conocidas bandas de arbitraje.

Después de aplicar estos filtros se obtiene una muestra final de 13056 observaciones (7466 precios de opciones de compra y 5590 precios de opciones de venta), durante 1154 días. Nótese que hay tantos precios para cada opción en un mismo día como el número de transacciones producidas en esa opción durante los 45 minutos considerados. Para estimar la volatilidad implícita en cada uno de los 13056 precios de opciones, se ha tomado como activo subyacente la media de las cotizaciones ‘bid’ y ‘ask’ de cada contrato de futuro simultáneamente observado con cada opción negociada durante los 45 minutos considerados. Como aproximación al tipo de interés sin riesgo se han empleado las series diarias de tipos de interés anualizados de las Letras del Tesoro, con una, dos o tres semanas para el vencimiento, dependiendo de cuál sea el plazo para el vencimiento de la opción considerada.

Siguiendo a French (1984), la volatilidad es un fenómeno ligado a días de negociación, mientras que los tipos de interés se pagan por días naturales. Por tanto, se ha ajustado la fórmula de Black (1976) para reflejar dos medidas de tiempo: días naturales y de negociación para el vencimiento. Estas volatilidades implícitas constituyen la base para construir la función de volatilidad determinista.

En la figura 1 se presentan algunas funciones de volatilidad implícitas en el espacio volatilidad/precio de ejercicio, para tres días representativos del periodo muestral: el primero al comienzo de la muestra (24 de enero de 1994), el segundo hacia la mitad (11 de abril de 1996) y el tercero al final del periodo muestral (29 de septiembre de 1998). Estas curvas son representativas del periodo muestral en cuanto que no existe una evidencia clara sobre la forma de la función de volatilidad implícita en el mercado español. Es decir, por un lado hay casos en que una función cuadrática parece ajustarse mejor que una línea recta (por ejemplo, opciones de compra para el 24 de enero de 1994). Por otra parte, hay otros casos en que una línea recta parece ajustarse mejor que una función cuadrática (por ejemplo, las opciones de venta para el 11 de abril de 1996 y el 29 de septiembre de 1998). Para el resto de los casos en la figura 1 (opciones de venta para el 24 de enero de 1994, opciones de compra el 11 de abril de 1996 y opciones de compra el 29 de septiembre de 1998), es difícil especificar a priori una forma funcional concreta para la función de volatilidad implícita. En cualquier caso, dos formas funcionales parecen ser las mejores en capturar la forma de la función de volatilidad implícita en el mercado español: una línea recta o una función cuadrática con el brazo derecho más corto que el izquierdo.

### **3.4 Modelo de valoración con volatilidad determinista ajustado por costes de liquidez**

A continuación se investiga cómo los costes de liquidez, representados por medio del diferencial 'bid-ask' relativo, influyen sobre el valor de las opciones. Dada la evidencia

proporcionada por DFW y PRS, se proponen tres formas paramétricas diferentes para la función de volatilidad determinista  $\sigma(K,T)$ :

$$\text{Modelo 1: } \sigma = b_0 + \varepsilon$$

$$\text{Modelo 2: } \sigma = b_0 + b_1K + \varepsilon \quad (3.1)$$

$$\text{Modelo 3: } \sigma = b_0 + b_1K + b_2K^2 + \varepsilon$$

donde  $\sigma$  es la volatilidad implícita y  $K$  es el precio de ejercicio. Nótese que en el contexto de este trabajo la función general  $\sigma(K,T)$  es igual a  $\sigma(K)$ , ya que en un día determinado nuestra base de datos incluye sólo opciones con la fecha de vencimiento más próxima. Por tanto, el modelo 1 es el modelo de volatilidad constante de BS. El modelo 2 propone una relación lineal entre la volatilidad y el precio de ejercicio (la llamada ‘sneer’ o mueca). Por último, el modelo 3 incorpora un término cuadrático para capturar la típica forma de la sonrisa de volatilidad (la llamada ‘smile’ o sonrisa)<sup>4</sup>.

Dada la evidencia de causalidad lineal en el sentido de Granger de los costes de liquidez a la forma de la sonrisa de volatilidad, encontrada por PRS en el mercado español, así como los argumentos teóricos proporcionados en la sección 3.1, se proponen tres formas alternativas de introducir un término lineal en el diferencial ‘bid-ask’ en el modelo de valoración de opciones con volatilidad determinista:

---

<sup>4</sup> Véase PRS para una detallada discusión y contrastes de ‘smile’ frente a ‘sneer’.

$$\text{Modelo 4: } \sigma = b_0 + b_1 \text{BA} + \varepsilon$$

$$\text{Modelo 5: } \sigma = b_0 + b_1 K + b_2 \text{BA} + \varepsilon \quad (3.2)$$

$$\text{Modelo 6: } \sigma = b_0 + b_1 K + b_2 K^2 + b_3 \text{BA} + \varepsilon$$

donde BA es el diferencial 'bid-ask' relativo, definido de la forma usual como:

$$\text{BA} = \frac{\text{ask} - \text{bid}}{1/2(\text{ask} + \text{bid})}$$

A continuación se describe brevemente el modelo de valoración con función de volatilidad determinista propuesto por DFW. Asumiendo que la volatilidad del activo subyacente es una función determinista del precio del activo y del tiempo, el valor de la opción viene dado por la siguiente ecuación en diferencias parciales:

$$-\frac{1}{2} \sigma^2(F, t) F^2 \frac{\partial^2 f}{\partial F^2} = \frac{\partial f}{\partial t} \quad (3.3)$$

donde F es el precio del activo expresado en términos 'forward' al vencimiento de la opción, f es el precio 'forward' de la opción,  $\sigma(F, t)$  es la volatilidad del precio F y t es el tiempo. La ecuación (3.3) puede ser usada para valorar tanto opciones de compra como de venta, así como opciones europeas y americanas. Para una opción de compra europea la condición terminal que permite resolver la ecuación anterior es:  $f(F, T) = \max(F - K, 0)$  al vencimiento de la opción ( $f(F, T) = \max(K - F, 0)$  para opciones de venta).

La ecuación (3.3) recibe el nombre de ecuación ‘backward’ en la literatura de valoración de opciones. Dupire (1994) demuestra que para opciones europeas, el precio ‘forward’ de la opción debe ser solución de la siguiente ecuación en diferencias parciales (llamada ecuación ‘forward’):

$$\frac{1}{2} \sigma^2(K, T) K^2 \frac{\partial^2 f}{\partial K^2} = \frac{\partial f}{\partial T} \quad (3.4)$$

donde  $K$  es el precio de ejercicio y  $T$  es la fecha de vencimiento. Las condiciones iniciales vienen dadas por:  $f(K, 0) = \max(F - K, 0)$  para opciones de compra y  $f(K, 0) = \max(K - F, 0)$  para opciones de venta.

A continuación se asumirá que el diferencial ‘bid-ask’ relativo es una función determinista del precio de ejercicio y del tiempo. Es decir,  $BA = BA(K, T)$ <sup>5</sup>. Una forma razonable de justificar esta hipótesis es analizar la relación empírica existente entre el grado de ‘moneyness’ y el diferencial ‘bid-ask’ relativo, que se presenta en la tabla 1. Si bien no se trata de un test formal, la tabla 1 proporciona una explicación intuitiva de la relación asumida anteriormente. Se han empleado los cinco intervalos para el grado de ‘moneyness’ utilizados por PRS y Fiorentini, León y Rubio (1998). Todos los intervalos tienen amplitud 2% salvo el primero y el último. 0.90 y 1.08 son el mínimo y el máximo respectivamente del grado de ‘moneyness’ en la muestra empleada en este trabajo. La justificación última

---

<sup>5</sup> Nótese de nuevo que en el contexto de este trabajo la función general  $BA(K, T)$  es igual a  $BA(K)$ , ya que en un día determinado nuestra base de datos incluye sólo opciones con la fecha de vencimiento más próxima.

para la elección de estos intervalos es obtener un número homogéneo de observaciones en cada intervalo cuando se agrupan todas las opciones de compra y de venta en la misma muestra. El grado de 'moneyness' se define como el cociente entre el precio de ejercicio y el precio del futuro. Las opciones muy fuera de dinero tienen los diferenciales 'bid-ask' más altos. Es decir, a medida que el grado de 'moneyness' aumenta, el diferencial 'bid-ask' tiende a aumentar (disminuir) para opciones de compra (venta).

Con el objetivo de contrastar esta hipótesis más formalmente, se ha realizado un test no paramétrico de la  $\chi^2$  de Pearson, para analizar la independencia entre BA y el grado de 'moneyness'. El hecho de usar un test no paramétrico puede justificarse teniendo en cuenta que la forma funcional exacta de  $BA(K)$  es desconocida y, por tanto, ajustar una regresión significaría imponer una forma paramétrica concreta para  $BA(K)$ . Para realizar el test se han agrupado todas las observaciones en la misma muestra. Por tanto, se dispone de 7466 opciones de compra y 5590 opciones de venta. El test se ha realizado de forma separada para opciones de compra y de venta. Nótese que se emplea el grado de 'moneyness' en lugar del precio de ejercicio ( $K$ ) para evitar el efecto de diferentes precios del activo subyacente correspondientes a distintos días en la muestra. La hipótesis nula de independencia entre BA y el grado de 'moneyness' es rechazada tanto para opciones de compra como de venta ( $p$ -valor = 0.0000 para opciones de compra y de venta). Es decir, hay algún tipo de dependencia entre BA y el grado de 'moneyness' (y por tanto entre BA y el precio de ejercicio en un día determinado), pero se desconoce el tipo de relación existente.

Dada esta evidencia y las hipótesis formuladas anteriormente, es posible introducir los costes de liquidez en el modelo de valoración de opciones con función de volatilidad determinista a través del factor de volatilidad:  $\sigma^2(K, BA(K))$ . Nótese que de nuevo se omite la variable tiempo  $T$ , dado que en un día determinado la base de datos incluye sólo opciones con la fecha de vencimiento más próxima. Por tanto, el valor 'forward' de una opción con costes de liquidez debe ser solución de la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{2} \sigma^2(K, BA(K)) K^2 \frac{\partial^2 f}{\partial K^2} = \frac{\partial f}{\partial T} \quad (3.5)$$

con la condición inicial  $f(K, BA(K)) = \max(F-K, 0)$  cuando  $T = 0$  para opciones de compra y  $f(K, BA(K)) = \max(K-F, 0)$  cuando  $T = 0$  para opciones de venta. Dado que la forma funcional exacta de  $BA(K)$  es desconocida,  $\sigma(K, BA(K))$  será sustituida por una de las expresiones aproximadas  $\sigma(K, BA)$  dadas por los modelos 4, 5 y 6. Por otra parte, el modelo de valoración de opciones con volatilidad determinista sin costes de liquidez puede contrastarse reemplazando  $\sigma(K)$  en (3.4) por una de las expresiones paramétricas dadas por los modelos 1, 2 ó 3.



## 3.5 El comportamiento empírico del modelo de volatilidad determinista ajustado por costes de liquidez

### 3.5.1 La estimación del modelo

Los seis modelos paramétricos dados por las expresiones (3.1) y (3.2) se estiman cada día de la muestra mediante una regresión de sección cruzada. En cada regresión se emplean todas las opciones disponibles diariamente, desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998. Por ejemplo, para el modelo 6, se estima la siguiente regresión de sección cruzada para cada día  $t$  del periodo muestral:

$$\hat{\sigma}_j = b_0 + b_1 K_j + b_2 K_j^2 + b_3 BA_j + \varepsilon_j; \quad j = 1, \dots, \text{número de opciones disponibles en } t \quad (3.6)$$

donde  $\hat{\sigma}_j$  es la volatilidad implícita de la opción  $j$ , previamente estimada y  $BA_j$  es el diferencial 'bid-ask' relativo de cada opción, en un día determinado del periodo muestral. Nótese que estas regresiones de sección cruzada se estiman de forma separada para opciones de compra y de venta. De esta forma, las ecuaciones (3.6) se estiman con 6319 observaciones durante 755 días para opciones de compra (4246 observaciones durante 610 días para opciones de venta). Se han perdido observaciones en relación a la muestra original debido al hecho de que los seis modelos paramétricos propuestos se estiman siempre que existan suficientes observaciones para estimar el modelo 6.

Por tanto, se obtiene una serie diaria de estimadores de sección cruzada  $\hat{b}_{0t}, \hat{b}_{1t}, \hat{b}_{2t}$  y  $\hat{b}_{3t}$ <sup>6</sup>, que se emplean para obtener la función de volatilidad determinista con costes de liquidez necesaria para resolver la ecuación (3.5). Por tanto, para cada día  $t+1$  durante el periodo muestral se estima la siguiente función de volatilidad implícita con costes de liquidez:

$$\hat{\sigma}_{jt+1} = \hat{b}_{0t} + \hat{b}_{1t}K_{jt+1} + \hat{b}_{2t}K_{jt+1}^2 + \hat{b}_{3t}BA_{jt+1-\tau} \quad (3.7)$$

donde los precios de ejercicio para cada opción  $j$ , durante el día  $t+1$  son directamente observables y coinciden de hecho con los precios de ejercicio observados en el día  $t$ . Sin embargo, se necesita un estimador del diferencial ‘bid-ask’ relativo de cada opción  $j$  durante el día  $t+1$ . Para cada opción de compra (venta), se ha obtenido este estimador como la media de los diferenciales ‘bid-ask’ relativos de todas las opciones de compra (venta) con el mismo precio de ejercicio y el mismo tiempo para el vencimiento que la opción en consideración, negociadas durante el día  $t+1$  hasta el momento en que se produjo la transacción de la opción en cuestión. Este momento del tiempo es llamado  $\tau$  en la ecuación (3.7). Nótese que cada opción tendrá un diferente  $\tau$  dependiendo de su momento de negociación durante los 45 minutos diarios considerados. Por tanto, la ecuación en derivadas parciales (3.5) se resuelve para cada opción disponible, usando la función de volatilidad obtenida por medio de la ecuación (3.7).

---

<sup>6</sup> Nótese de nuevo que hay dos conjuntos de estimadores distintos para opciones de compra y de venta.

Recapitulando, usando estimadores del día previo de los parámetros de los modelos 1 a 6 y el estimador del diferencial ‘bid-ask’ relativo descrito anteriormente, es posible estimar la expresión (3.7) para cada opción individual y por último resolver la ecuación (3.5), obteniendo así los valores teóricos. La ecuación (3.5) se resuelve numéricamente por medio del método de diferencias finitas de Cranck-Nicholson. Este procedimiento nos permitirá contrastar el comportamiento fuera de muestra del modelo de valoración de opciones propuesto en este trabajo, bajo las especificaciones alternativas de la función de volatilidad implícita dadas por los modelos 1 a 6. El análisis de los errores de predicción un paso hacia adelante se presenta en la siguiente subsección.

Antes de analizar el comportamiento fuera de muestra de los modelos propuestos, es importante señalar que los valores teóricos dados por la solución de la ecuación (3.5) están expresados en términos ‘forward’ al vencimiento de la opción. Por tanto, estos valores deben ser descontados hasta el momento actual, de forma que sean comparables con los precios de mercado.

### **3.5.2 Errores de valoración en términos absolutos y porcentuales**

Los modelos 1 a 6 se estiman de forma separada para opciones de compra y de venta, empleando todas las opciones disponibles durante los 45 minutos diarios considerados. De nuevo, es importante señalar que estos modelos se estiman siempre que existan suficientes observaciones para estimar el modelo 6. Como ya se ha señalado anteriormente, una vez estimados estos modelos se calcula el valor teórico de cada opción usando estimadores del

día previo de los parámetros de los modelos 1 a 6 y el estimador del diferencial 'bid-ask' descrito en la subsección previa.

De esta forma, se dispone de 5190 (3326) errores de valoración de opciones de compra (venta) desde el 3 de enero de 1994 al 9 de octubre de 1998<sup>7</sup>. Estos errores de valoración se emplearán como base para nuestro análisis. En las tablas 2, 3, 4 y 5 se presentan dos medidas del comportamiento fuera de muestra de los diferentes modelos especificados y para cada una de las cinco categorías para el grado de 'moneyness' en que se divide la muestra. Las tablas 2 y 3 contienen los errores de valoración en términos absolutos para opciones de compra y de venta respectivamente, mientras que los errores porcentuales se muestran en las tablas 4 y 5.

Es importante señalar que no se divide la muestra diaria en las cinco categorías aludidas para el grado de 'moneyness' antes de estimar los modelos, sino después de estimar estos modelos y calcular los errores teóricos. Es decir, los modelos propuestos se estiman de forma separada para opciones de compra y de venta empleando todas las opciones disponibles en el día  $t$ . A continuación se calculan los valores teóricos para todas las opciones disponibles en el día  $t+1$ , usando estimadores del día previo de los parámetros de los modelos 1 a 6 y el estimador del diferencial 'bid-ask' descrito en la subsección 3.5.1. Una vez que se han calculado los valores teóricos, se dividen en los cinco intervalos

---

<sup>7</sup> Como ya se ha señalado anteriormente, dado que para algunos días no se dispone de suficientes observaciones para estimar la regresión de sección cruzada del modelo 6, se pierden observaciones respecto a la muestra original.



especificados para el grado de ‘moneyness’, con el objetivo de obtener errores de valoración en términos absolutos y relativos en cada uno de estos intervalos.

Supóngase que para cada día  $t$  durante el periodo muestral, se divide la muestra en las cinco categorías especificadas para el grado de ‘moneyness’. Ahora supóngase que para un día  $t$  uno de los grupos contiene  $N_t$  opciones de compra (venta).

El error de valoración en términos absolutos se define como:

$$\text{APE} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{t=1}^T N_t} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{N_t} (f_{jt}^{\text{TH}} - f_{jt}^{\text{M}})^2} \quad (3.8)$$

donde  $f_{jt}^{\text{TH}}$  es el precio teórico de la opción  $j$  en el día  $t$ , usando un determinado modelo de valoración y  $f_{jt}^{\text{M}}$  es el precio observado (de mercado) de la opción correspondiente.

El error porcentual se define como:

$$\text{PPE} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{t=1}^T N_t} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{N_t} \left( \frac{f_{jt}^{\text{TH}} - f_{jt}^{\text{M}}}{f_{jt}^{\text{M}}} \right)^2} \quad (3.9)$$

Para comparar estadísticamente los errores porcentuales de dos modelos (por ejemplo el modelo de BS y uno de los modelos 2 a 6), se emplea la siguiente condición vectorial<sup>8</sup>:

$$\begin{pmatrix} \left( \sum_{t=1}^T N_t \right)^{-1} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{N_t} \left( (f_{jt}^{BS} - f_{jt}^M) / f_{jt}^M \right)^2 - \vartheta \\ \left( \sum_{t=1}^T N_t \right)^{-1} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{N_t} \left( (f_{jt}^{MO} - f_{jt}^M) / f_{jt}^M \right)^2 - \vartheta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

donde  $\vartheta$  es el error porcentual medio común, bajo la hipótesis nula de que ambos modelos tienen el mismo error porcentual<sup>9</sup>, y  $f_{jt}^{MO}$  es el precio teórico calculado con uno de los modelos 2 a 6. La idea es realizar un test de sobreidentificación de restricciones del método generalizado de momentos para comprobar si las medias de las series  $\left( (f_{jt}^{TH} - f_{jt}^M) / f_{jt}^M \right)^2$  calculadas con dos modelos diferentes son significativamente distintas.

Dado que las series resultantes son series temporales de observaciones de sección cruzada, los datos están correlacionados y por tanto se usará el estimador de Newey-West para la matriz de covarianzas. El estadístico del contraste se distribuye asintóticamente como una variable  $\chi^2$  con un grado de libertad bajo la hipótesis nula.

<sup>8</sup> El mismo procedimiento puede seguirse para el error absoluto.

<sup>9</sup> Sea  $\vartheta_1$  la media de la serie de cocientes al cuadrado entre el precio de BS menos el precio de mercado y el precio de mercado:  $((f_{jt}^{BS} - f_{jt}^M) / f_{jt}^M)^2$ . Sea  $\vartheta_2$  la media de la serie de cocientes al cuadrado entre el precio

En general, el modelo de BS se comporta mejor que los modelos 2 a 6. Sólo los modelos 2 y 4 para opciones de compra en dinero y muy en dinero, así como el modelo 4 para opciones de venta en dinero y a dinero, proporcionan prácticamente los mismos resultados que el modelo de BS. De hecho, el modelo 2, que propone una relación lineal entre la volatilidad implícita y el precio de ejercicio, proporciona los segundos mejores resultados para opciones de compra. Por su parte, el modelo 4, que propone una relación lineal entre la volatilidad implícita y el diferencial 'bid-ask' relativo, proporciona los segundos mejores resultados para opciones de venta. Es importante destacar que los modelos 3 y 6, que incorporan un término cuadrático en el precio de ejercicio, valoran las opciones significativamente peor que el modelo de BS. Las razones detrás de este pobre comportamiento empírico de los modelos cuadráticos están probablemente asociadas con la considerable variación en los coeficientes estimados, que se encuentran de un día para otro. Nótese que esto es consistente con los hallazgos de DFW y estaría indicando que la función de volatilidad implícita no es estable en el tiempo. En la subsección 3.5.3 se presenta alguna evidencia sobre la inestabilidad de los parámetros. Otra razón, ligada a la inestabilidad paramétrica, que pudiera estar detrás del pobre comportamiento empírico de los modelos cuadráticos puede estar asociada con el alto grado de multicolinealidad existente entre  $K$  y  $K^2$  (de hecho,  $K$  y  $K^2$  están altamente correlacionados), lo cual puede estar relacionado con la inestabilidad de los parámetros estimados con estos modelos<sup>10</sup>. Por último, es importante señalar que en este trabajo se asume una forma funcional

---

teórico calculado con uno de los modelos 2 a 6 menos el precio de mercado y el precio de mercado:  $((f_{jt}^{MO} - f_{jt}^M) / f_{jt}^M)^2$ . Bajo la hipótesis nula ambas series tienen el mismo error porcentual medio:  $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta$ .

<sup>10</sup> No se han encontrado problemas de multicolinealidad entre BA y  $K$ , ni entre BA y  $K^2$ .

(paramétrica) concreta para la relación entre la volatilidad y los costes de liquidez, que también pudiera explicar el mal comportamiento empírico de los modelos propuestos.

### 3.5.3 Proporción de valores teóricos fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask'

A continuación se proporciona otra medida de la significatividad estadística de los errores de valoración fuera de muestra: la proporción de valores teóricos fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask'<sup>11</sup>.

En los tests que se presentan a continuación se ha empleado el siguiente estadístico para la diferencia entre dos proporciones:

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p_1(1-p_1) \frac{n_1}{n_1+n_2} + p_2(1-p_2) \frac{n_2}{n_1+n_2}}} \quad (3.11)$$

donde  $p_1$  es siempre la proporción de precios de BS (modelo 1) que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask' y  $p_2$  es la proporción equivalente para uno de los modelos 2 a 6.  $n_1$  y  $n_2$  son los tamaños muestrales correspondientes a estas proporciones. El estadístico se distribuye asintóticamente como una variable normal estándar.

---

<sup>11</sup> Véase Corrado y Su (1996) y Fiorentini, León y Rubio (1998).

Los resultados se presentan en las tablas 6 (opciones de compra) y 7 (opciones de venta). Con este procedimiento es posible comprobar si un determinado modelo sobrevalora o infravalora en relación a los precios de mercado, analizando las proporciones de precios teóricos que se sitúan por debajo del 'bid' o por encima del 'ask'.

Cuando se consideran todas las opciones de compra juntas (tabla 6), la proporción de precios de BS que se sitúan fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask' es 45.70%. Esta proporción es prácticamente igual para los modelos 2 y 4. Los modelos 3, 5 y 6 se comportan significativamente peor que el modelo de BS. Las proporciones de precios de BS por debajo del 'bid' y por encima del 'ask' son 18.82% y 26.88% respectivamente. Por tanto, es posible concluir que el modelo de BS tiende a sobrevalorar opciones de compra. Es interesante observar cómo los modelos 2 a 6 presentan la misma tendencia a sobrevalorar opciones de compra .

Cuando se clasifican todas las opciones de compra por su grado de 'moneyness', se obtienen similares conclusiones. Es decir, los modelos 2 y 4 se comportan, en general, prácticamente igual que el modelo de BS, mientras que los modelos 3 y 6 (los modelos cuadráticos) se comportan significativamente peor que dicho modelo de BS. Es preciso señalar que la tendencia a sobrevalorar opciones de compra no se mantiene a través de las distintas categorías especificadas para el grado de 'moneyness'. Todos los modelos tienden a sobrevalorar precios de mercado para opciones de compra fuera de dinero ( $K/F > 1$ ) y a infravalorar opciones de compra en dinero ( $K/F < 1$ ).

Similares conclusiones se obtienen para las opciones de venta (tabla 7). Cuando se consideran todas las opciones de venta juntas, la proporción de precios de BS que se sitúan fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask' es 53.79%. Los modelos 2, 4 y 5 se comportan de forma similar al modelo de BS, ya que las diferencias entre las proporciones de estos modelos y la proporción de BS no son significativas. Una vez más los modelos 3 y 6 se comportan significativamente peor que el modelo de BS.

Cuando se clasifican las opciones de venta por su grado de 'moneyness', se comprueba que todos los modelos tienden a sobrevalorar opciones de venta en dinero ( $K/F > 1$ ) y a infravalorar opciones de venta fuera de dinero ( $K/F < 1$ ).

Finalmente, es posible concluir que la tendencia de todos los modelos a sobrevalorar opciones de compra fuera de dinero y de venta en dinero y a infravalorar opciones de compra en dinero y de venta fuera de dinero, es consistente con una 'sneer' o mueca, más que con una sonrisa de volatilidad de tipo cuadrático (o al menos con una función cuadrática con el brazo derecho más 'corto' que el brazo izquierdo). Como se puso de manifiesto en la sección 3.3, es interesante observar que estas dos funciones (la función lineal y la función cuadrática asimétrica) parecen ser las dos formas características de la función de volatilidad implícita en el mercado español. La clave parece estar en que no somos capaces de capturar la verdadera forma de la curva, ya que los modelos planteados, que proponen diferentes relaciones lineales entre la volatilidad implícita y el precio de ejercicio o el diferencial 'bid-ask' relativo, así como relaciones cuadráticas entre la

volatilidad implícita y el precio de ejercicio, no parecen mejorar el comportamiento del modelo de BS.

Por otra parte, como ya se mencionó anteriormente, el pobre comportamiento empírico de los modelos 2 a 6 puede estar asociado con la considerable variación en los coeficientes estimados que se encuentra de día en día. La tabla 8 presenta la media, la desviación típica y el coeficiente de variación de los parámetros calculados con tres modelos (1, 4 y 6) a lo largo de las 755 secciones cruzadas para opciones de compra (610 para opciones de venta). Se define el coeficiente de variación como el valor absoluto del cociente entre la desviación típica y la media. Este coeficiente proporciona una medida adimensional de la variación que presentan distintas variables. Las desviaciones típicas y los coeficientes de variación de los parámetros obtenidos con los modelos 4 y 6 son generalmente altos, indicando que estos parámetros no son estables en el tiempo<sup>12</sup>. En este sentido, DFW ponen de manifiesto que si los parámetros estimados están altamente correlacionados, los errores que los afectan pudieran cancelarse entre sí una vez que se han calculado los precios de las opciones. Las correlaciones entre los parámetros estimados con el modelo 6 se presentan en la tabla 9. Generalmente estas correlaciones no son muy altas, excepto hasta cierto punto para opciones de venta. En cualquier caso, en general, las correlaciones no parecen ser tan altas como para que se cancelen los errores que afectan a los parámetros estimados.

---

<sup>12</sup> Como ya se mencionó en la subsección 3.5.2, la inestabilidad de los parámetros estimados con los modelos 3 y 6 puede estar relacionada con problemas de multicolinealidad entre  $K$  y  $K^2$ .

A modo de resumen, podemos concluir que en relación a los modelos de valoración de opciones con volatilidad determinista, el modelo de BS proporciona los mejores resultados en términos de valoración. Sin embargo, es importante destacar que los modelos lineales (2 y 4) presentan un comportamiento muy similar al de BS. En particular, es interesante observar cómo en el modelo 4 la única variable que explica la volatilidad implícita es el diferencial 'bid-ask' relativo, indicando que los costes de liquidez juegan un cierto papel a la hora de explicar los precios de las opciones.

### 3.6 Conclusiones

Hasta donde se ha podido saber, éste es uno de los primeros trabajos que analizan el comportamiento de un modelo de valoración de opciones con costes de liquidez, representados por medio del diferencial 'bid-ask'.

Dada la evidencia proporcionada por Longstaff (1995) y PRS, un serio candidato a explicar el conocido patrón que muestran las volatilidades implícitas en función del precio de ejercicio podría estar relacionado con los costes de liquidez. De hecho, PRS encuentran que los costes de liquidez son un determinante clave de la sonrisa de volatilidad. La base de datos empleada en este trabajo está compuesta por los precios de transacción de todas las opciones sobre el futuro del índice IBEX-35 negociadas diariamente en MEFF, desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998. Siguiendo los planteamientos de DFW y PRS, se proponen seis modelos alternativos para la volatilidad implícita como función del precio de ejercicio y el diferencial 'bid-ask' relativo.

Los resultados empíricos muestran que los modelos planteados no mejoran el comportamiento del modelo de BS. Sin embargo, el papel de los costes de liquidez no puede ser completamente rechazado, ya que un simple modelo que propone una relación lineal entre la volatilidad implícita y el diferencial 'bid-ask' relativo se comporta en general prácticamente igual que el modelo de BS. El pobre comportamiento empírico del modelo de valoración de opciones con volatilidad determinista ajustado por costes de liquidez puede atribuirse a dos factores. En primer lugar, la considerable variación en los coeficientes estimados que se encuentra de día en día, lo cual estaría indicando que la función de volatilidad no es estable en el tiempo. Como ya se ha puesto de manifiesto anteriormente, este hecho es consistente con los hallazgos de DFW. En segundo lugar, bien podría ocurrir que los modelos paramétricos planteados no sean capaces de capturar la verdadera forma de la función de volatilidad. Futuras investigaciones que arrojen luz sobre estos aspectos estarían claramente justificadas.

## REFERENCIAS

Aït-Sahalia, Y., y A. Lo (1998). 'Nonparametric estimation of state-price densities implicit in financial asset prices', *Journal of Finance* 53, pp.499-547.

Bakshi, G., C. Cao y Z. Chen (1997). 'Empirical performance of alternative option pricing models', *Journal of Finance* 52, pp. 2003-2049.

Bates, D. (1996). 'Jumps and stochastic volatility: exchange rate processes implicit in Deutsche mark options', *Review of Financial Studies* 9, pp. 69-107.

Black, F. (1976). 'The pricing of commodity contracts', *Journal of Financial Economics* 3, pp. 167-179.

Black, F. y M. Scholes (1973). 'The pricing of options and corporate liabilities', *Journal of Political Economy* 81, pp. 637-659.

Burden, R. y D. Faires, (1985). 'Numerical Analysis', Tercera edición. PWS, Boston, USA.

Chernov, M. y E. Ghysels (1998). 'What data should be used to price options?', Manuscrito no publicado, Pennsylvania State University.



Chriss, N. (1995). 'How to grow a smiling tree', Documento de Trabajo, Department of Mathematics, Harvard University.

Constantinides, G. M. y T. Zariophoulou (1999). 'Bounds on prices of contingent claims in an intertemporal economy with proportional transaction costs and general preferences', *Finance and Stochastics* 3, pp. 345-369.

Corrado, C. y T. Su (1996). 'Skewness and kurtosis in S&P 500 index returns implied by option prices', *Journal of Financial Research* 19, pp. 175-192.

Das, S., y R. Sundaram (1999). 'On smiles and smirks: A term-structure perspective'. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 34, pp. 211-239.

Derman, E. e I. Kani (1994). 'Riding on a smile', *Risk* 7, pp. 32-39.

Derman, E., I. Kani y N. Chriss (1996). 'Implied trinomial trees of the volatility smile', *Journal of Derivatives* 3, pp. 7-22.

Dumas, B., J. Fleming y R. Whaley (1998). 'Implied volatility functions: empirical tests', *Journal of Finance*, 53, pp. 2059-2106.

Dupire, B. (1994). 'Pricing with a smile', *Risk* 7, pp. 18-20.

Eberlein, E., U. Keller y K. Prause (1998). 'New insights into smile, mispricing, and value at risk: The hyperbolic model', *Journal of Business* 71, pp. 371-405.

Ferreira, E., M. Gago y G. Rubio (1999). 'A semiparametric estimation of liquidity effects on option pricing', Documento de Trabajo, Universidad del País Vasco.

Fiorentini, G., A. León y G. Rubio (1998). 'Short-term options with stochastic volatility: estimation and empirical performance', Documento de Trabajo, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas.

French, D. (1984). 'The weekend effect on the distribution of stock prices: implications for option pricing', *Journal of Financial Economics* 13, pp. 547-559.

Heston, S. (1993). 'A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options', *Review of Financial Studies* 6, pp. 327-344.

Jackwerth, J.C. (1996). 'Implied binomial trees: generalizations and empirical tests', Documento de Trabajo RPF-262, University of California at Berkeley.

Jackwerth, J.C. y M. Rubinstein (1996). 'Recovering probability distributions from option prices', *Journal of Finance* 51, pp. 1611-1631.

Longstaff, F. (1995). 'Option pricing and the martingale restriction', *Review of Financial Studies* 8, pp. 1091-1124.

Peña, I., G. Rubio y G. Serna (1999). 'Why do we smile? On the determinants of the implied volatility function', *Journal of Banking and Finance* 23, pp. 1151-1179.

Rubinstein, M. (1994). 'Implied binomial trees', *Journal of Finance* 49, pp. 771-818.

Taylor, S. J. y X. Xu (1994). 'The magnitude of implied volatility smiles: theory and empirical evidence for exchange rates', *The Review of Futures Markets* 13, pp. 355-380.

FIGURA 1

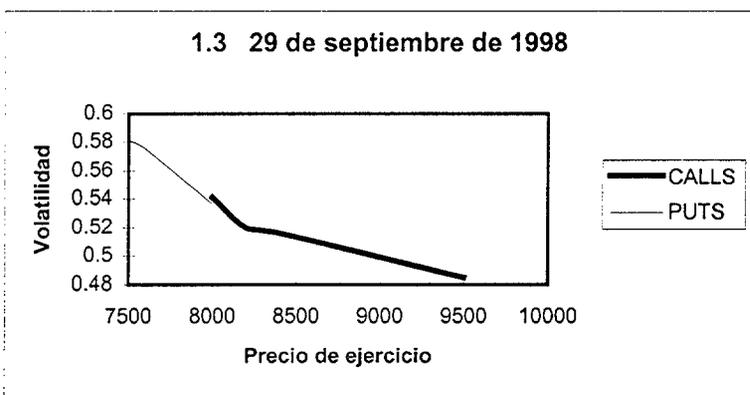
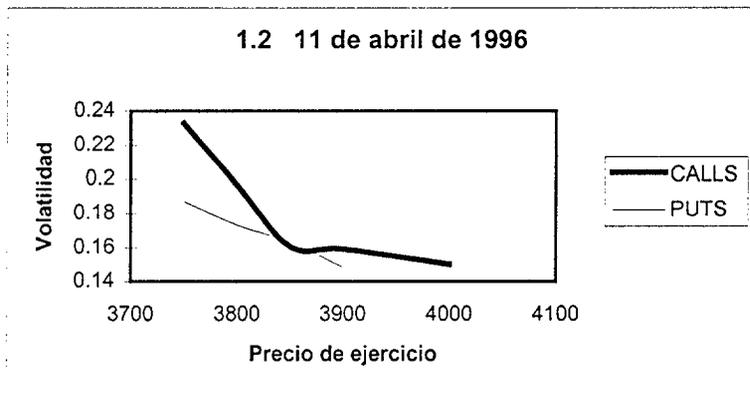
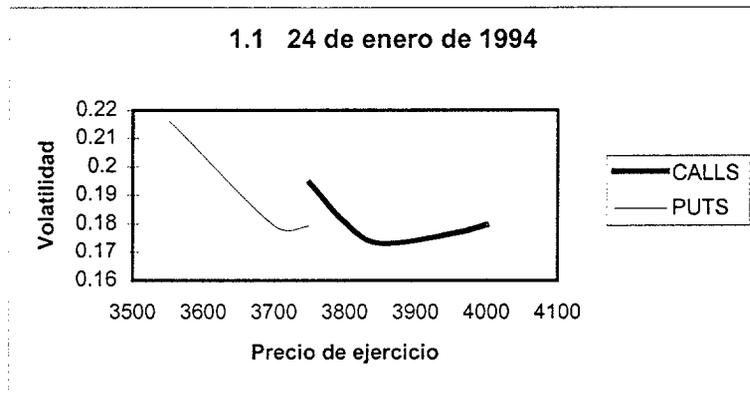


TABLA 1

**CARACTERISTICAS MUESTRALES DE LAS OPCIONES SOBRE EL FUTURO DEL INDICE  
IBEX-35**

En la siguiente tabla se presentan el precio medio, el diferencial "bid-ask" relativo medio y el número de opciones disponibles, para cada una de las categorías establecidas para el grado de "moneyness". Se han empleado todas las opciones negociadas durante el intervalo horario de 16:00 a 16:45 desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998. K es el precio de ejercicio y F denota el precio del futuro del índice IBEX-35. El grado de "moneyness" se define como el cociente entre el precio de ejercicio y el precio del futuro. OTM, ATM e ITM son las siglas inglesas correspondientes a opciones fuera de dinero, a dinero y en dinero respectivamente.

PANEL A: OPCIONES DE COMPRA

	MONEYNESS K/F	PRECIO MEDIO	DIFERENCIAL 'BID-ASK' MEDIO	NUMERO DE OBSERVACIONES
MUY ITM	0.90-0.97	297.6168	0.1423	107
ITM	0.97-0.99	139.5263	0.1283	551
ATM	0.99-1.01	91.9031	0.1720	2312
OTM	1.01-1.03	60.9031	0.2335	2336
MUY OTM	1.03-1.08	43.2079	0.3775	2160
TODAS	-	74.5784	0.2470	7466

PANEL B: OPCIONES DE VENTA

	MONEYNESS K/F	PRECIO MEDIO	DIFERENCIAL 'BID-ASK' MEDIO	NUMERO DE OBSERVACIONES
MUY OTM	0.90-0.97	46.6134	0.3388	1927
OTM	0.97-0.99	66.5545	0.2109	1605
ATM	0.99-1.01	92.9196	0.1607	1605
ITM	1.01-1.03	125.6550	0.1267	371
MUY ITM	1.03-1.08	341.6585	0.1778	82
TODAS	-	75.2082	0.2345	5590

TABLA 2  
ERRORES DE VALORACION FUERA DE MUESTRA PARA MODELOS ALTERNATIVOS  
ERRORES ABSOLUTOS: OPCIONES DE COMPRA

La siguiente ecuación en derivadas parciales:

$$\frac{1}{2} \sigma^2(K, BA(K)) K^2 \frac{\partial^2 C}{\partial K^2} = \frac{\partial C}{\partial T}$$

se resuelve reemplazando  $\sigma^2(K, BA(K))$  por una de las expresiones aproximadas siguientes:

- Modelo 1:  $\sigma = b_0 + \varepsilon$   
 Modelo 2:  $\sigma = b_0 + b_1 K + \varepsilon$   
 Modelo 3:  $\sigma = b_0 + b_1 K + b_2 K^2 + \varepsilon$   
 Modelo 4:  $\sigma = b_0 + b_1 BA + \varepsilon$   
 Modelo 5:  $\sigma = b_0 + b_1 K + b_2 BA + \varepsilon$   
 Modelo 6:  $\sigma = b_0 + b_1 K + b_2 K^2 + b_3 BA + \varepsilon$

donde K es el precio de ejercicio, C es el precio de la opción,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  y  $b_3$  son estimadores del día previo y BA es el diferencial "bid-ask" relativo. Los errores absolutos que se muestran se han obtenido como la raíz cuadrada de la media muestral de la serie de diferencias al cuadrado entre los precios teóricos y los precios de mercado. La significatividad estadística de los errores de valoración se analiza por medio de un test de sobreidentificación de restricciones del método generalizado de momentos, para contrastar si las medias de las series de diferencias al cuadrado entre los precios teóricos y de mercado, calculadas con el modelo 1 (el modelo de BS) y con uno de los modelos 2 a 6, son significativamente distintas. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar consistentes de Newey-West. El estadístico del test se distribuye como una variable  $\chi^2$  con un grado de libertad bajo la hipótesis nula. El grado de "moneyness" se define como el cociente entre el precio de ejercicio y el precio del futuro. OTM, ATM e ITM son las siglas inglesas correspondientes a opciones fuera de dinero, a dinero y en dinero respectivamente. En los tests que se presentan se han empleado todas las opciones de compra negociadas durante el intervalo horario de 16:00 a 16:45, desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998.

ERRORES DE VALORACION ABSOLUTOS: OPCIONES DE COMPRA

	MONEYNESS	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 3	MODELO 4	MODELO 5	MODELO 6
			$\chi^2$	$\chi^2$	$\chi^2$	$\chi^2$	$\chi^2$
			(p-valor)	(p-valor)	(p-valor)	(p-valor)	(p-valor)
MUY	1.03-1.08	12.85	15.12	384.2307	40.0321	46.3938	493.8777
OTM		-	1.1464	5.3145	1.2019	1.9972	7.1805
			(0.2843)	(0.0211)	(0.2729)	(0.1576)	(0.0074)
OTM	1.01-1.03	9.37	30.87	439.2902	63.8763	131.0489	510.6046
		-	1.1749	8.4520	1.2455	1.7085	7.3310
			(0.2784)	(0.0036)	(0.2644)	(0.1612)	(0.0068)
ATM	0.99-1.01	10.31	15.89	553.6418	10.5614	69.3584	562.3090
		-	1.9825	4.4084	0.3768	2.0312	4.4896
			(0.1591)	(0.0357)	(0.5393)	(0.1541)	(0.0341)
ITM	0.97-0.99	8.03	7.12	417.5546	8.8776	124.5359	585.0269
		-	1.0259	3.1981	0.4482	1.3877	3.0606
			(0.3113)	(0.0737)	(0.5032)	(0.2388)	(0.0802)
MUY	0.90-0.97	31.43	27.09	448.0721	31.2182	27.6703	238.7342
ITM		-	3.2525	2.0796	0.0199	3.3563	1.1698
			(0.0713)	(0.1493)	(0.8877)	(0.0669)	(0.2794)
TODAS	-	11.20	21.58	462.6511	42.8425	93.4947	525.3671
		-	1.6536	8.8783	1.9314	2.1876	10.4000
			(0.1985)	(0.00288)	(0.1646)	(0.1391)	(0.0013)

**TABLA 3**  
**ERRORES DE VALORACION FUERA DE MUESTRA PARA MODELOS ALTERNATIVOS**  
**ERRORES ABSOLUTOS: OPCIONES DE VENTA**

La siguiente ecuación en derivadas parciales:

$$\frac{1}{2}\sigma^2(K, BA(K))K^2 \frac{\partial^2 P}{\partial K^2} = \frac{\partial P}{\partial T}$$

se resuelve reemplazando  $\sigma^2(K, BA(K))$  por una de las expresiones aproximadas siguientes:

- Modelo 1:  $\sigma = b_0 + \varepsilon$   
 Modelo 2:  $\sigma = b_0 + b_1K + \varepsilon$   
 Modelo 3:  $\sigma = b_0 + b_1K + b_2K^2 + \varepsilon$   
 Modelo 4:  $\sigma = b_0 + b_1BA + \varepsilon$   
 Modelo 5:  $\sigma = b_0 + b_1K + b_2BA + \varepsilon$   
 Modelo 6:  $\sigma = b_0 + b_1K + b_2K^2 + b_3BA + \varepsilon$

donde K es el precio de ejercicio, P es el precio de la opción,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  y  $b_3$  son estimadores del día previo y BA es el diferencial "bid-ask" relativo. Los errores absolutos que se muestran se han obtenido como la raíz cuadrada de la media muestral de la serie de diferencias al cuadrado entre los precios teóricos y los precios de mercado. La significatividad estadística de los errores de valoración se analiza por medio de un test de sobreidentificación de restricciones del método generalizado de momentos, para contrastar si las medias de las series de diferencias al cuadrado entre los precios teóricos y de mercado, calculadas con el modelo 1 (el modelo de BS) y con uno de los modelos 2 a 6, son significativamente distintas. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar consistentes de Newey-West. El estadístico del test se distribuye como una variable  $\chi^2$  con un grado de libertad bajo la hipótesis nula. El grado de "moneyness" se define como el cociente entre el precio de ejercicio y el precio del futuro. OTM, ATM e ITM son las siglas inglesas correspondientes a opciones fuera de dinero, a dinero y en dinero respectivamente. En los tests que se presentan se han empleado todas las opciones de venta negociadas durante el intervalo horario de 16:00 a 16:45, desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998.

ERRORES DE VALORACION ABSOLUTOS: OPCIONES DE VENTA

	MONEYNESS	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 3	MODELO 4	MODELO 5	MODELO 6
			$\chi^2$ (p-valor)	$\chi^2$ (p-valor)	$\chi^2$ (p-valor)	$\chi^2$ (p-valor)	$\chi^2$ (p-valor)
MUY ITM	1.03-1.08	18.0202	13.5146	14.5466	75.1225	21.1492	19.9220
		-	1.4477	1.1347	1.0372	0.3382	0.1491
		-	(0.2289)	(0.2868)	(0.3085)	(0.5609)	(0.6993)
ITM	1.01-1.03	18.4131	148.2167	1119.1634	18.6136	143.9342	1258.3526
		-	3.8618	5.9551	0.0623	2.8010	7.9271
		-	(0.0494)	(0.0147)	(0.8028)	(0.0942)	(0.0049)
ATM	0.99-1.01	16.2081	90.0558	713.7516	16.2727	101.3588	746.1393
		-	2.2341	9.7662	0.0064	1.4791	8.3455
		-	(0.1350)	(0.0017)	(0.9363)	(0.2239)	(0.0039)
OTM	0.97-0.99	12.6136	61.4474	639.7685	13.7321	128.9690	661.5269
		-	3.2429	3.1237	1.5658	2.3144	9.4268
		-	(0.07173)	(0.0771)	(0.2108)	(0.1281)	(0.0021)
MUY OTM	0.90-0.97	13.6872	100.5576	606.3112	21.2107	127.8168	657.2460
		-	2.6747	4.5443	7.0140	2.5080	5.3733
		-	(0.1019)	(0.0330)	(0.0081)	(0.1133)	(0.0204)
TODAS	-	14.5965	90.6133	690.6239	18.8247	121.1081	735.6861
		-	4.26101	16.6724	4.0108	4.3819	16.8954
		-	(0.0389)	(0.0000)	(0.0452)	(0.0363)	(0.0000)

TABLA 4  
ERRORES DE VALORACION FUERA DE MUESTRA PARA MODELOS ALTERNATIVOS  
ERRORES PORCENTUALES: OPCIONES DE COMPRA

La siguiente ecuación en derivadas parciales:

$$\frac{1}{2} \sigma^2(K, BA(K)) K^2 \frac{\partial^2 C}{\partial K^2} = \frac{\partial C}{\partial T}$$

se resuelve reemplazando  $\sigma^2(K, BA(K))$  por una de las expresiones aproximadas siguientes:

- Modelo 1:  $\sigma = b_0 + \varepsilon$   
 Modelo 2:  $\sigma = b_0 + b_1 K + \varepsilon$   
 Modelo 3:  $\sigma = b_0 + b_1 K + b_2 K^2 + \varepsilon$   
 Modelo 4:  $\sigma = b_0 + b_1 BA + \varepsilon$   
 Modelo 5:  $\sigma = b_0 + b_1 K + b_2 BA + \varepsilon$   
 Modelo 6:  $\sigma = b_0 + b_1 K + b_2 K^2 + b_3 BA + \varepsilon$

donde K es el precio de ejercicio, C es el precio de la opción,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  y  $b_3$  son estimadores del día previo y BA es el diferencial "bid-ask" relativo. Los errores porcentuales que se muestran se han obtenido como la raíz cuadrada de la media muestral de la serie de cocientes al cuadrado entre los precios teóricos menos los precios de mercado y los precios de mercado. La significatividad estadística de los errores de valoración se analiza por medio de un test de sobreidentificación de restricciones del método generalizado de momentos, para contrastar si las medias de las series de cocientes al cuadrado entre los precios teóricos menos los precios de mercado y los precios de mercado, calculadas con el modelo 1 (el modelo de BS) y con uno de los modelos 2 a 6, son significativamente distintas. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar consistentes de Newey-West. El estadístico del test se distribuye como una variable  $\chi^2$  con un grado de libertad bajo la hipótesis nula. El grado de "moneyness" se define como el cociente entre el precio de ejercicio y el precio del futuro. OTM, ATM e ITM son las siglas inglesas correspondientes a opciones fuera de dinero, a dinero y en dinero respectivamente. En los tests que se presentan se han empleado todas las opciones de compra negociadas durante el intervalo horario de 16:00 a 16:45, desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998.

ERRORES PORCENTUALES: OPCIONES DE COMPRA

	MONEYNESS	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 3	MODELO 4	MODELO 5	MODELO 6
			$\chi^2$	$\chi^2$	$\chi^2$	$\chi^2$	$\chi^2$
			(p-valor)	(p-valor)	(p-valor)	(p-valor)	(p-valor)
MUY	1.03-1.08	3.3382	3.3712	30.9236	4.3181	6.0444	112.4591
OTM		-	1.6210	4.4863	2.2993	1.1823	1.2405
		-	(0.2029)	(0.042)	(0.1294)	(0.2769)	(0.2654)
OTM	1.01-1.03	0.3190	0.6126	12.0759	0.3929	3.9782	13.6184
		-	1.0751	9.7204	1.2319	1.5037	6.0183
		-	(0.2998)	(0.0018)	(0.2670)	(0.2201)	(0.0141)
ATM	0.99-1.01	0.0852	0.1311	6.0218	0.0937	1.3118	6.6521
		-	2.2558	6.5112	12.0519	2.3699	8.7770
		-	(0.1331)	(0.0107)	(0.0005)	(0.1237)	(0.0030)
ITM	0.97-0.99	0.0655	0.0716	3.8538	0.0684	1.0402	5.3930
		-	1.1094	3.0319	0.6529	1.7662	2.9077
		-	(0.2922)	(0.0816)	(0.4191)	(0.1838)	(0.0881)
MUY	0.90-0.97	0.0705	0.0599	2.6393	0.0682	0.0613	1.4761
ITM		-	5.0722	1.8129	0.4715	4.6212	1.1469
		-	(0.0243)	(0.1782)	(0.4923)	(0.0316)	(0.2842)
TODAS	-	1.7926	1.8354	18.2322	2.3174	4.0210	60.6833
		-	2.4545	6.5427	2.3349	2.6089	1.2906
		-	(0.1172)	(0.0105)	(0.1265)	(0.1063)	(0.2559)



TABLE 5  
ERRORES DE VALORACION FUERA DE MUESTRA PARA MODELOS ALTERNATIVOS  
ERRORES PORCENTUALES: OPCIONES DE VENTA

La siguiente ecuación en derivadas parciales:

$$\frac{1}{2}\sigma^2(K,BA(K))K^2 \frac{\partial^2 P}{\partial K^2} = \frac{\partial P}{\partial T}$$

se resuelve reemplazando  $\sigma^2(K,BA(K))$  por una de las expresiones aproximadas siguientes:

- Modelo 1:  $\sigma = b_0 + \varepsilon$   
 Modelo 2:  $\sigma = b_0 + b_1K + \varepsilon$   
 Modelo 3:  $\sigma = b_0 + b_1K + b_2K^2 + \varepsilon$   
 Modelo 4:  $\sigma = b_0 + b_1BA + \varepsilon$   
 Modelo 5:  $\sigma = b_0 + b_1K + b_2BA + \varepsilon$   
 Modelo 6:  $\sigma = b_0 + b_1K + b_2K^2 + b_3BA + \varepsilon$

donde K es el precio de ejercicio, P es el precio de la opción,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  y  $b_3$  son estimadores del día previo y BA es el diferencial "bid-ask" relativo. Los errores porcentuales que se muestran se han obtenido como la raíz cuadrada de la media muestral de la serie de cocientes al cuadrado entre los precios teóricos menos los precios de mercado y los precios de mercado. La significatividad estadística de los errores de valoración se analiza por medio de un test de sobreidentificación de restricciones del método generalizado de momentos, para contrastar si las medias de las series de cocientes al cuadrado entre los precios teóricos menos los precios de mercado y los precios de mercado, calculadas con el modelo 1 (el modelo de BS) y con uno de los modelos 2 a 6, son significativamente distintas. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar consistentes de Newey-West. El estadístico del test se distribuye como una variable  $\chi^2$  con un grado de libertad bajo la hipótesis nula. El grado de "moneyness" se define como el cociente entre el precio de ejercicio y el precio del futuro. OTM, ATM e ITM son las siglas inglesas correspondientes a opciones fuera de dinero, a dinero y en dinero respectivamente. En los tests que se presentan se han empleado todas las opciones de venta negociadas durante el intervalo horario de 16:00 a 16:45, desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998.

ERRORES PORCENTUALES: OPCIONES DE VENTA

	MONEYNESS	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 3	MODELO 4	MODELO 5	MODELO 6
			$\chi^2$ (p-valor)	$\chi^2$ (p-valor)	$\chi^2$ (p-valor)	$\chi^2$ (p-valor)	$\chi^2$ (p-valor)
MUY ITM	1.03-1.08	0.0446	0.0340	0.0422	0.1364	0.0448	0.0487
		-	1.8003	0.1037	1.0538	0.0005	0.2606
		-	(0.1797)	(0.7474)	(0.3046)	(0.9815)	(0.6097)
ITM	1.01-1.03	0.0837	1.3185	10.8523	0.0869	1.4498	12.3495
		-	3.0539	5.8957	0.5227	2.4771	7.0692
		-	(0.0805)	(0.0152)	(0.4697)	(0.1155)	(0.0078)
ATM	0.99-1.01	0.1451	1.6407	12.6161	0.1406	1.8276	14.1094
		-	2.4142	6.3917	0.5800	1.5606	5.0435
		-	(0.1202)	(0.0115)	(0.4463)	(0.2116)	(0.0247)
OTM	0.97-0.99	0.1546	2.2860	22.9224	0.2506	4.7349	25.1085
		-	2.8463	3.6904	3.2897	2.0887	2.3478
		-	(0.0916)	(0.0547)	(0.0697)	(0.1484)	(0.1254)
MUY OTM	0.90-0.97	0.3199	5.7684	33.9285	0.7542	7.1642	38.0714
		-	2.1706	5.2126	4.2811	1.8541	4.3071
		-	(0.1407)	(0.0224)	(0.0385)	(0.1733)	(0.0379)
TODAS	-	0.2148	3.5899	23.9841	0.4503	4.8960	26.7326
		-	2.8013	9.2266	4.8937	3.0949	7.1922
		-	(0.0942)	(0.0024)	(0.0269)	(0.0785)	(0.0073)

**TABLA 6**  
**CONTRASTE NO PARAMETRICO PARA MODELOS DE VALORACION ALTERNATIVOS: OPCIONES DE COMPRA**

La siguiente ecuación en derivadas parciales:

$$\frac{1}{2} \sigma^2(K, BA(K)) K^2 \frac{\partial^2 C}{\partial K^2} = \frac{\partial C}{\partial T}$$

se resuelve reemplazando  $\sigma^2(K, BA(K))$  por una de las expresiones aproximadas siguientes:

Modelo 1:  $\sigma = b_0 + \varepsilon$

Modelo 2:  $\sigma = b_0 + b_1 K + \varepsilon$

Modelo 3:  $\sigma = b_0 + b_1 K + b_2 K^2 + \varepsilon$

Modelo 4:  $\sigma = b_0 + b_1 BA + \varepsilon$

Modelo 5:  $\sigma = b_0 + b_1 K + b_2 BA + \varepsilon$

Modelo 6:  $\sigma = b_0 + b_1 K + b_2 K^2 + b_3 BA + \varepsilon$

La significatividad estadística de los errores fuera de muestra se analiza mediante la proporción de precios teóricos que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask'. Se ha empleado el siguiente estadístico para la diferencia entre dos proporciones:

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p_1(1-p_1)/n_1 + p_2(1-p_2)/n_2}}$$

donde  $p_1$  es siempre la proporción de precios de BS (modelo 1) que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask' y  $p_2$  es la misma proporción para uno de los modelos 2 a 6.  $n_1$  y  $n_2$  son los tamaños muestrales correspondientes a estas proporciones. El estadístico se distribuye asintóticamente como una variable normal estándar. En los tests que se presentan en la tabla se han empleado todas las opciones de compra negociadas desde las 16:00 hasta las 16:45 horas, desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998.

PROPORCIÓN DE PRECIOS TEÓRICOS FUERA DE LAS BANDAS 'BID-ASK': OPCIONES DE COMPRA

CATEGORIAS	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 3	MODELO 4	MODELO 5	MODELO 6
		STAD. Z (p-valor)				
<b>TODAS OPCIONES COMPRA</b>						
p(Bid>C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.4570	0.4470	0.5590	0.4684	0.4855	0.5930
	-	1.0222	-10.4436	-1.1648	-2.9146	-14.0105
	-	(0.3067)	(0.0000)	(0.2441)	(0.0036)	(0.0000)
p(C <sub>MODEL</sub> <Bid)	0.1882	0.1676	0.1706	0.2073	0.2015	0.2146
	-	2.7409	2.2959	-2.4462	-1.7160	-3.3606
	-	(0.0061)	(0.0217)	(0.0144)	(0.0861)	(0.0008)
p(C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.2688	0.2794	0.3881	0.2611	0.2840	0.3784
	-	-1.2087	-13.0408	0.8913	-1.7325	-12.0185
	-	(0.2267)	(0.0000)	(0.3727)	(0.0831)	(0.0000)
<b>OPCIONES COMPRA FUERA DE DINERO (K/F&gt;1)</b>						
p(Bid>C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.4795	0.4702	0.5753	0.4951	0.5121	0.6079
	-	0.8528	-8.8106	-1.4252	-2.9802	-11.8775
	-	(0.3938)	(0.0000)	(0.1541)	(0.0029)	(0.0000)
p(C <sub>MODEL</sub> <Bid)	0.1741	0.1571	0.1617	0.2017	0.1916	0.2069
	-	2.0868	1.5188	-3.2275	-2.0709	-3.8247
	-	(0.0369)	(0.1288)	(0.0012)	(0.0384)	(0.0001)
p(C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.3054	0.3131	0.4136	0.2934	0.3205	0.4010
	-	-0.7567	-10.3733	1.1959	-1.4859	-9.1806
	-	(0.4492)	(0.0000)	(0.2317)	(0.1373)	(0.0000)
<b>OPCIONES COMPRA EN DINERO (K/F&lt;1)</b>						
p(Bid>C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.3639	0.3511	0.4921	0.3580	0.3757	0.5325
	-	0.6021	-5.8841	0.2771	-0.5523	-7.7478
	-	(0.5471)	(0.0000)	(0.7816)	(0.5808)	(0.0000)
p(C <sub>MODEL</sub> <Bid)	0.2456	0.2101	0.2091	0.2298	0.2416	0.2465
	-	1.9097	1.9642	0.8368	0.2089	-0.0496
	-	(0.0562)	(0.0495)	(0.4027)	(0.8345)	(0.9604)
p(C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.1183	0.1410	0.2830	0.1282	0.1341	0.2860
	-	-1.5241	-9.4641	-0.6785	-1.0731	-9.6141
	-	(0.1274)	(0.0000)	(0.4974)	(0.2832)	(0.0000)
<b>OPCIONES COMPRA A DINERO (1.01&gt;K/F≥0.99)</b>						
p(Bid>C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.3858	0.3802	0.5109	0.3864	0.4057	0.5482
	-	0.3259	-7.1868	-0.0369	-1.1552	-9.3532
	-	(0.7445)	(0.0000)	(0.9705)	(0.2480)	(0.0000)
p(C <sub>MODEL</sub> <Bid)	0.1892	0.1630	0.1848	0.1904	0.2010	0.2259
	-	1.9480	0.3187	-0.0879	-0.8438	-2.5669
	-	(0.0514)	(0.7499)	(0.9299)	(0.3987)	(0.0103)
p(C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.1966	0.2172	0.3261	0.1960	0.2047	0.3223
	-	-1.4402	-8.4453	0.0416	-0.5754	-8.2161
	-	(0.1498)	(0.0000)	(0.9668)	(0.5650)	(0.0000)

TABLE 7  
 CONTRASTE NO PARAMETRICO PARA MODELOS DE VALORACION ALTERNATIVOS: OPCIONES DE VENTA

La siguiente ecuación en derivadas parciales:

$$\frac{1}{2}\sigma^2(K, BA(K))K^2 \frac{\partial^2 P}{\partial K^2} = \frac{\partial P}{\partial T}$$

se resuelve reemplazando  $\sigma^2(K, BA(K))$  por una de las expresiones aproximadas siguientes:

- Modelo 1:  $\sigma = b_0 + \varepsilon$   
 Modelo 2:  $\sigma = b_0 + b_1K + \varepsilon$   
 Modelo 3:  $\sigma = b_0 + b_1K + b_2K^2 + \varepsilon$   
 Modelo 4:  $\sigma = b_0 + b_1BA + \varepsilon$   
 Modelo 5:  $\sigma = b_0 + b_1K + b_2BA + \varepsilon$   
 Modelo 6:  $\sigma = b_0 + b_1K + b_2K^2 + b_3BA + \varepsilon$

La significatividad estadística de los errores fuera de muestra se analiza mediante la proporción de precios teóricos que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask'. Se ha empleado el siguiente estadístico para la diferencia entre dos proporciones:

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p_1(1-p_1) \cdot n_1 + p_2(1-p_2) \cdot n_2}}$$

donde  $p_1$  es siempre la proporción de precios de BS (modelo 1) que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask' y  $p_2$  es la misma proporción para uno de los modelos 2 a 6.  $n_1$  y  $n_2$  son los tamaños muestrales correspondientes a estas proporciones. El estadístico se distribuye asintóticamente como una variable normal estándar. En los tests que se presentan en la tabla se han empleado todas las opciones de venta negociadas desde las 16:00 hasta las 16:45 horas, desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998.

PROPORCIÓN DE VALORES TEÓRICOS FUERA DE LAS BANDAS 'BID-ASK': OPCIONES DE VENTA

CATEGORIAS	MODELO 1	MODELO 2 STAD. Z (p-valor)	MODELO 3 STAD. Z (p-valor)	MODELO 4 STAD. Z (p-valor)	MODELO 5 STAD. Z (p-valor)	MODELO 6 STAD. Z (p-valor)
<b>TODAS OPCIONES VENTA</b>						
p(Bid>C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.5379	0.5177	0.6145	0.5544	0.5382	0.6584
	-	1.6472	-6.3448	-1.3533	-0.0232	-10.1037
	-	(0.0995)	(0.0000)	(0.1759)	(0.9815)	(0.0000)
p(C <sub>MODEL</sub> <Bid)	0.2748	0.4065	0.3581	0.2724	0.4020	0.3782
	-	-11.4428	-7.3323	0.2196	-11.0618	-9.0499
	-	(0.000)	(0.0000)	(0.8262)	(0.0000)	(0.0000)
p(C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.2631	0.1112	0.2564	0.2820	0.1362	0.2802
	-	0.1618	0.6171	-1.7332	13.1122	-1.5695
	-	(0.0000)	(0.5371)	(0.0830)	(0.0000)	(0.1165)
<b>OPCIONES VENTA EN DINERO (K/F&gt;1)</b>						
p(Bid>C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.5044	0.3721	0.5203	0.4691	0.4268	0.5891
	-	4.5288	-0.5351	1.1887	2.6270	-2.8740
	-	(0.0000)	(0.5926)	(0.2346)	(0.0086)	(0.0040)
p(C <sub>MODEL</sub> <Bid)	0.0829	0.1534	0.1323	0.1093	0.1781	0.2028
	-	-3.7014	-2.6915	-1.5122	-4.8081	-5.8568
	-	(0.0002)	(0.0071)	(0.1305)	(0.0000)	(0.0000)
p(C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.4215	0.2187	0.3880	0.3598	0.2487	0.3862
	-	7.4989	1.1496	2.1340	6.2707	1.2106
	-	(0.0000)	(0.2503)	(0.0328)	(0.0000)	(0.2260)
<b>OPCIONES VENTA FUERA DE DINERO (K/F&lt;1)</b>						
p(Bid>C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.5447	0.5476	0.6340	0.5719	0.5610	0.6728
	-	-0.2137	-6.7628	-2.0330	-1.2168	-9.8284
	-	(0.8308)	(0.0000)	(0.0402)	(0.2236)	(0.0000)
p(C <sub>MODEL</sub> <Bid)	0.3141	0.4582	0.4045	0.3057	0.4477	0.4139
	-	-11.1085	-7.0231	0.6711	-10.3080	-7.7420
	-	(0.0000)	(0.0000)	(0.5022)	(0.0000)	(0.0000)
p(C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.2306	0.0893	0.2295	0.2661	0.1133	0.2589
	-	14.5744	0.0983	-3.0565	11.6785	-2.4436
	-	(0.0000)	(0.9216)	(0.0022)	(0.0000)	(0.0145)
<b>OPCIONES VENTA A DINERO (1.01&gt;K/F≥0.99)</b>						
p(Bid>C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.4971	0.4093	0.5261	0.5067	0.4266	0.5830
	-	4.0315	-1.3192	-0.4359	3.2247	-3.9379
	-	(0.0000)	(0.1871)	(0.6602)	(0.0013)	(0.0000)
p(C <sub>MODEL</sub> <Bid)	0.1120	0.2452	0.2133	0.1602	0.2432	0.2529
	-	-8.0360	-6.3081	-3.2092	-7.9333	-8.4447
	-	(0.0000)	(0.0000)	(0.0013)	(0.0000)	(0.0000)
p(C <sub>MODEL</sub> >Ask)	0.3851	0.1641	0.3127	0.3465	0.1834	0.3301
	-	11.6324	3.4652	1.8242	10.4419	2.6152
	-	(0.0000)	(0.0005)	(0.0681)	(0.0000)	(0.0089)

**TABLA 8**  
**ESTADISTICOS RESUMEN PARA LOS ESTIMADORES DE LOS PARAMETROS**

La siguiente tabla presenta la media, la desviación típica y el coeficiente de variación de los estimadores de los parámetros de los modelos siguientes:

$$\text{Modelo 1: } \sigma = b_0 + \varepsilon$$

$$\text{Modelo 4: } \sigma = b_0 + b_1BA + \varepsilon$$

$$\text{Modelo 6: } \sigma = b_0 + b_1K + b_2K^2 + b_3BA + \varepsilon$$

donde  $\sigma$  es la volatilidad,  $K$  es el precio de ejercicio y  $BA$  es el diferencial "bid-ask" relativo. El coeficiente de variación se define como el valor absoluto del cociente entre la desviación típica y la media de la variable. Este coeficiente proporciona una medida adimensional de la variación. Estos modelos se estiman cada día (siempre que haya suficientes observaciones para estimar el modelo 6) desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998, para opciones de compra y de venta por separado. En las estimaciones se han empleado todas las opciones negociadas desde las 16:00 hasta las 16:45 horas. Hay 755 estimadores para opciones de compra y 610 para opciones de venta.

MODELO 1: $\sigma = b_0 + \varepsilon$			
		OPCIONES DE COMPRA	OPCIONES DE VENTA
$b_0$	Media	0.2118	0.2355
	Desv. Típ.	0.0689	0.0927
	Coef. Var.	0.3253	0.3937
MODELO 4: $\sigma = b_0 + b_1BA + \varepsilon$			
		OPCIONES DE COMPRA	OPCIONES DE VENTA
$b_0$	Media	0.2166	0.2240
	Desv. Típ.	0.0731	0.0917
	Coef. Var.	0.3373	0.4095
$b_1$	Media	-0.0268	0.0625
	Desv. Típ.	0.0962	0.1986
	Coef. Var.	3.5838	3.1754
MODELO 6: $\sigma = b_0 + b_1K + b_2K^2 + b_3BA + \varepsilon$			
		OPCIONES DE COMPRA	OPCIONES DE VENTA
$b_1$	Media	-0.0038	-0.0017
	Desv. Típ.	0.0828	0.1247
	Coef. Var.	21.866	71.1571
$b_2$	Media	$7.873678 \cdot 10^{-7}$	$-4.440654 \cdot 10^{-8}$
	Desv. Típ.	$2.303259 \cdot 10^{-5}$	$4.7883348 \cdot 10^{-5}$
	Coef. Var.	29.2526	1078.3001
$b_3$	Media	0.112253	-0.0735
	Desv. Típ.	2.5054	3.594858
	Coef. Var.	22.3197	48.9171



**TABLA 9**  
**CORRELACIONES ENTRE LOS ESTIMADORES DE LOS PARAMETROS**

En la siguiente tabla se presentan las correlaciones entre los estimadores de los parámetros, obtenidos con el modelo 6:

$$\sigma = b_0 + b_1K + b_2K^2 + b_3BA + \varepsilon$$

donde  $\sigma$  es la volatilidad,  $K$  es el precio de ejercicio y  $BA$  es el diferencial “bid-ask” relativo. El modelo se estima cada día (siempre que existan suficientes observaciones) desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998, para opciones de compra y de venta por separado. En las estimaciones se han empleado todas las opciones negociadas desde las 16:00 hasta las 16:45 horas. Hay 755 estimaciones para opciones de compra y 610 para opciones de venta.

PANEL A: OPCIONES DE COMPRA				
	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$
$b_0$	1	-0.0785	-0.0405	-0.1869
$b_1$		1	-0.0070	-0.6648
$b_2$			1	-0.2248
$b_3$				1
PANEL B: OPCIONES DE VENTA				
	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$
$b_0$	1	-0.2057	-0.1470	-0.4150
$b_1$		1	-0.8430	-0.3678
$b_2$			1	0.5044
$b_3$				1

## **Capítulo 4**

### **El contenido informativo de los coeficientes de volatilidad, asimetría y curtosis implícitos en el precio de las opciones**

#### **4.1 Introducción**

El contenido informativo de los precios de mercado de las opciones se ha medido habitualmente como la habilidad de la volatilidad implícita para predecir la volatilidad futura del activo subyacente. De esta forma, la volatilidad implícita se interpreta como la predicción del mercado sobre la volatilidad futura de la rentabilidad del activo subyacente hasta la fecha de vencimiento de la opción.

En los estudios que recientemente se han realizado sobre el contenido informativo de la volatilidad implícita se han obtenido resultados heterogéneos. Por ejemplo, Day y Lewis (1992), usando opciones sobre el índice S&P 100 desde 1985 hasta 1989 y el modelo de Black-Scholes (1973) (en adelante BS), así como Lamoureux y Lastrapes (1993), usando opciones sobre diez activos desde 1982 hasta 1984 y el modelo de Hull y White (1987),

incluyen la volatilidad implícita como una variable exógena en la ecuación de la varianza de un modelo GARCH. Ambos estudios encuentran que la volatilidad histórica contiene información, en mayor medida que la volatilidad implícita, sobre la volatilidad futura. Similares resultados han sido encontrados por Dewachter y León (1996) en el mercado de opciones sobre el índice IBEX-35, siguiendo la metodología propuesta por Lamoureux y Lastrapes (1993). Por otra parte, Canina y Figlewski (1993), usando opciones sobre el índice S&P 100 desde 1983 hasta 1987 y un procedimiento de regresión simple, encuentran que la volatilidad implícita de BS es un mal predictor de la volatilidad futura, en comparación con la volatilidad pasada.

Amin y Ng (1997) ponen de manifiesto que en los trabajos de Day y Lewis (1992) y de Lamoureux y Lastrapes (1993) se incluye implícitamente una estructura de retardos en la volatilidad implícita, a través de los términos de persistencia del modelo GARCH. Este hecho genera sesgos en la significatividad tanto de la volatilidad implícita como del parámetro de persistencia del GARCH. Amin y Ng (1997) rediseñan el test para corregir este sesgo. Empleando varias especificaciones para la función de volatilidad, de la familia Heath-Jarrow-Morton (1992), así como datos del mercado de opciones sobre el eurodólar (1988-1992), estos autores encuentran que la volatilidad implícita explica en buena medida la variación de la volatilidad realizada de los tipos de interés.

El mercado de opciones sobre divisas ha sido analizado por Jorion (1995). Este autor encuentra que las volatilidades implícitas, calculadas con opciones sobre divisas negociadas en el 'Chicago Mercantile Exchange', contienen más información sobre la volatilidad

futura que las estimaciones obtenidas con modelos de series de tiempo. Sin embargo, las volatilidades implícitas parecen ser estimadores sesgados e ineficientes de la volatilidad futura.

Más recientemente, Christensen y Prabhala (1998), usando el modelo de BS y un procedimiento de regresión simple en la línea del empleado por Canina y Figlewski (1993), encuentran que la volatilidad implícita en el precio de mercado de las opciones sobre el índice S&P 100 contiene información, en mayor medida que las estimaciones históricas de la volatilidad, sobre la volatilidad futura. Sus resultados difieren de los obtenidos en estudios previos porque utilizan series temporales más largas y datos no solapados.

Es importante señalar que todos los trabajos mencionados anteriormente se han centrado en el estudio del contenido informativo de la volatilidad implícita. Sin embargo, han aparecido recientemente varios estudios que amplían el modelo de BS, teniendo en cuenta los sesgos producidos por los efectos de asimetría y curtosis no normales observados en las distribuciones empíricas. Estos trabajos proporcionan una nueva herramienta para estudiar el contenido informativo no sólo de la volatilidad, sino también de momentos de orden superior, implícitos en el precio de mercado de las opciones. Las aportaciones más destacadas dentro de esta familia son las de Corrado y Su (1996, 1997a, 1997b) (en adelante CS) y de Backus, Foresi, Li y Wu (1997). En ambos trabajos se emplea una expansión en serie de Gram-Charlier de la función de densidad de una variable normal, para obtener una fórmula de BS ajustada por asimetría y curtosis no normales. En particular, Corrado y Su (1997a, 1997b) obtienen que su fórmula se comporta

significativamente mejor que la de BS, en términos de proporciones de valores teóricos fuera de las bandas definidas por el 'bid' y el 'ask', para cuatro opciones (muy líquidas) sobre acciones negociadas en el 'Chicago Board Options Exchange' (CBOE) (1997a), así como para opciones sobre el índice S&P 500 (1997b)<sup>1</sup>.

El objetivo de este trabajo es estudiar el contenido informativo de los tres coeficientes (volatilidad, asimetría y curtosis), implícitos en el precio de mercado de las opciones, calculados por medio de la fórmula de CS. Otro trabajo independiente y contemporáneo que estudia el contenido informativo de la volatilidad, asimetría y curtosis implícitos en los precios de las opciones se debe a Navatte y Villa (1999). Estos autores emplean precios de opciones francesas de largo plazo sobre el índice CAC 40, desde enero de 1995 hasta mayo de 1997. En este trabajo se analiza el contenido informativo de los parámetros implícitos (calculados por medio de la fórmula de CS), usando un procedimiento de regresión simple, en la línea del empleado por Canina y Figlewski (1993). Su principal resultado es que los momentos implícitos contienen información sobre los momentos futuros, aunque su contenido informativo decrece con respecto al orden del momento. Sin embargo, este trabajo presenta varios problemas. En primer lugar, se emplean precios de cierre tanto para las opciones como para el índice subyacente, lo cual puede introducir sesgos derivados de la falta de sincronía en la negociación. En segundo lugar, se usan datos diarios caracterizados por un extremo grado de solapamiento que, como ponen de manifiesto Christensen y Prabhala (1998), tiende a distorsionar las inferencias en un contexto de regresión simple. En tercer lugar, estimando una regresión de los coeficientes realizados

---

<sup>1</sup> De hecho, este procedimiento fue ya sugerido por Jarrow y Rudd (1982).

sobre los coeficientes implícitos, estos autores contrastan si estos últimos contienen información sobre los coeficientes futuros y si son insesgados. Sin embargo, no se contrasta la eficiencia de los coeficientes implícitos. Esto podría haberse hecho estimando una regresión de los coeficientes realizados sobre las estimaciones implícitas e históricas de los parámetros correspondientes.

En este trabajo se analiza el contenido informativo de los parámetros implícitos por medio de procedimientos de regresión simple (incluyendo una regresión de los coeficientes realizados sobre los coeficientes implícitos e históricos), en la línea de los empleados por Christensen y Prabhala (1998). Asimismo, la robustez de los resultados obtenidos (para el parámetro volatilidad) se analiza mediante el procedimiento GARCH empleado por Amin y Ng (1997). En lugar de precios de cierre, se utiliza una base de datos de precios de transacción intradía, de opciones sobre el índice IBEX-35, desde enero de 1994 hasta octubre de 1998. Por otra parte, se ha tratado de analizar el efecto de los problemas de solapamiento aludidos anteriormente empleando tres series de distinta frecuencia: diaria, semanal y mensual.

Los resultados empíricos ponen de manifiesto que tanto la volatilidad implícita de BS como la de CS contienen información sobre la volatilidad futura, aunque ambas volatilidades implícitas parecen ser sesgadas e ineficientes, lo cual es consistente con los hallazgos de Christensen y Prabhala (1998), Day y Lewis (1992) y Amin y Ng (1997), entre otros. En cualquier caso, la volatilidad implícita tiene mayor contenido informativo sobre la volatilidad futura que las estimaciones históricas. Por último, la asimetría y curtosis

implícitas no parecen contener información sobre la asimetría y curtosis futuras respectivamente (tampoco lo contienen las estimaciones históricas de los coeficientes de asimetría y curtosis).

Este trabajo está estructurado de la siguiente forma. En la siguiente sección se presenta una breve descripción del mercado español de opciones. Los datos se presentan en la sección tercera. En la sección cuarta se describe brevemente el modelo de CS. Asimismo, se incluye en esta sección cuarta un contraste del modelo de CS frente al modelo de BS. En la sección quinta se presentan los resultados empíricos sobre el contenido informativo de los coeficientes de volatilidad, asimetría y curtosis implícitos. Por último, la sección sexta concluye el trabajo con un sumario y posibles líneas de investigación futura.

## **4.2 El mercado de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35**

El IBEX-35 es un índice ponderado por valor de mercado, que comprende los 35 activos más líquidos negociados en el mercado continuo español. En el mercado oficial para activos derivados, conocido como MEFF, se negocia un contrato de futuros sobre el IBEX-35, el correspondiente contrato de opción (de compra y de venta) sobre el futuro del índice y contratos de opciones individuales sobre las acciones más líquidas. La negociación en el mercado de derivados, que empezó en 1992, ha experimentado un gran crecimiento desde sus comienzos. El volumen negociado en MEFF representó el 40% del volumen negociado en el mercado continuo regular en 1992, porcentaje que alcanzó el 138% en 1996. El número total de contratos negociados en MEFF alcanzó el 21% del número total de contratos negociados en el CBOE en 1996.

El contrato de opción sobre el futuro del índice IBEX-35<sup>2</sup> es un contrato de opción europea, que se paga en efectivo, con negociación durante los tres meses consecutivos más próximos y los otros tres meses del ciclo marzo-junio-septiembre-diciembre. Estas opciones expiran el tercer viernes del mes de vencimiento. La negociación diaria comienza a las 10:30 y finaliza a las 17:15. El multiplicador ha cambiado de 100 a 1000 pesetas durante 1998 y los precios se cotizan en puntos enteros, con un cambio mínimo en el precio de un punto del índice<sup>3</sup>. Los precios de ejercicio vienen dados por intervalos de 50 en 50 puntos del índice. Finalmente, es importante señalar que la liquidez está concentrada en el contrato de vencimiento más próximo. De hecho, durante el periodo muestral comprendido por este trabajo casi el 90% de las transacciones se produjeron en este tipo de contratos.

### 4.3 Los datos

La base de datos empleada en este trabajo incluye todos los precios de opciones (de compra y de venta) sobre el futuro del índice IBEX-35, negociadas diariamente en MEFF durante el periodo que va desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998. Dado que la liquidez está concentrada en el contrato con la fecha de vencimiento más próxima, la muestra diaria comprende sólo las opciones con el vencimiento más próximo, pero eliminando todas las transacciones ocurridas durante la última semana antes del vencimiento. Es decir, sólo se toman en consideración las tres primeras semanas de cada ciclo de vencimiento mensual.

---

<sup>2</sup> Hasta 1998 el subyacente del contrato de opción era el propio índice IBEX-35. A partir entonces el subyacente pasó a ser el futuro del índice. Sin embargo, este cambio no afecta al valor teórico de las opciones, dado que el vencimiento del futuro coincide sistemáticamente con el de las opciones.

<sup>3</sup> En enero de 1999 el multiplicador cambió a 10 euros.

Un aspecto de especial importancia en la literatura sobre valoración de opciones es el uso de precios simultáneos para el activo subyacente y para las opciones. Dadas las características de nuestra base de datos, no es posible observar simultáneamente suficientes opciones sobre exactamente el mismo precio del activo subyacente, con el mismo tiempo para el vencimiento, pero con diferentes precios de ejercicio. Asimismo, con el objetivo de evitar grandes variaciones en el precio del activo subyacente, sólo se toma en cuenta el intervalo que va desde las 16:00 a las 16:45 horas. El número de transacciones cruzadas durante este intervalo representa aproximadamente el 25% del total de transacciones. Además, se han eliminado potenciales problemas con transacciones artificiales, cuya probabilidad de ocurrencia es más elevada al final del día. Por tanto, se han eliminado de la muestra todas las transacciones producidas a partir de las 16:45 horas, de forma que desaparecen observaciones que puedan reflejar la influencia de requerimientos de garantías por parte de los creadores de mercado. Por otra parte, el uso de datos correspondientes al mismo periodo dentro de cada día evita la posibilidad de efectos intradía en el mercado de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35. Por último, se han eliminado de la muestra todas las transacciones que violan las conocidas bandas de arbitraje.

Después de aplicar estos filtros se obtiene una muestra final de 13056 observaciones (7466 opciones de compra y 5590 opciones de venta). Para estimar los coeficientes implícitos, se ha tomado como activo subyacente la media de las cotizaciones ‘bid’ y ‘ask’ de cada contrato de futuro simultáneamente observado con cada opción negociada durante los 45 minutos considerados.

Como aproximación al tipo de interés sin riesgo se han empleado las series diarias de tipos de interés anualizados de las Letras del Tesoro, con una, dos o tres semanas para el vencimiento, dependiendo de cuál sea el plazo para el vencimiento de la opción considerada.

Siguiendo a French (1984), la volatilidad es un fenómeno ligado a días de negociación, mientras que los tipos de interés se pagan por días naturales. Por tanto, se han ajustado las fórmulas de valoración para reflejar dos medidas de tiempo: días naturales y de negociación para el vencimiento de las opciones.

Por último, para cada día  $t$  de la muestra, se necesita una estimación del precio del futuro que permita calcular las rentabilidades diarias del activo subyacente. Con el objetivo de eliminar problemas de contratación asíncrona con precios de cierre, se toma como valor del activo subyacente, para el propósito de calcular rentabilidades diarias, la media de todos los precios del futuro asociados a cada opción negociada durante el día  $t$  entre las 16:00 y las 16:45 horas.

En la tabla 1 se presentan estadísticas descriptivas de los precios de las opciones que componen la muestra. En concreto, se presenta el precio medio, los diferenciales 'bid-ask' medios y el número de opciones disponibles para cada categoría del grado de 'moneyness'. Se define el grado de 'moneyness' como el cociente entre el precio de ejercicio y el precio del futuro. Se han empleado las cinco categorías para el grado de 'moneyness' usadas por Peña, Rubio y Serna (1999a, 1999b) y por Fiorentini, León y Rubio (1998). Las opciones

de compra (venta) fuera de dinero representan el 60% (63%) de todas las opciones de compra (venta) disponibles<sup>4</sup>. Por tanto, si se usaran sólo opciones de compra, los coeficientes implícitos estarían basados principalmente en opciones fuera de dinero. En otras palabras, se obtiene una muestra diaria más homogéneamente distribuida entre grados de 'moneyness' usando opciones de compra y de venta conjuntamente<sup>5</sup>.

## 4.4 El modelo de Corrado y Su y su comportamiento empírico

### 4.4.1 El modelo teórico

En los trabajos de CS se presenta una forma de incorporar el característico efecto 'sonrisa de volatilidad'<sup>6</sup>. Como es sabido, las sonrisas de volatilidad son una consecuencia empírica de las violaciones de la hipótesis de lognormalidad del modelo de BS. Es decir, son la asimetría y curtosis no normales que se observan en las distribuciones implícitas las que provocan las sonrisas de volatilidad. Por otra parte, existe una clara conexión con los modelos de volatilidad estocástica, que tratan de explicar el comportamiento de los precios de las opciones en términos de la distribución de rendimientos subyacente. En particular, la correlación entre los movimientos brownianos asociados al activo subyacente y a la volatilidad está relacionada con la asimetría de los rendimientos, mientras que la volatilidad de la volatilidad está directamente relacionada con la curtosis<sup>7</sup>. Siguiendo esta línea

---

<sup>4</sup> Se dice que una opción de compra (venta) está fuera de dinero si  $K/F > 1.01$  ( $K/F \leq 0.99$ ), donde  $K$  es el precio de ejercicio y  $F$  el precio del futuro.

<sup>5</sup> Nótese que, por medio de la paridad 'put-call', si una opción de venta está fuera de dinero, entonces la correspondiente opción de compra está en dinero.

<sup>6</sup> Véase Peña, Rubio y Serna (1999a) para una detallada discusión del efecto sonrisa de volatilidad y sus determinantes en el mercado español.

<sup>7</sup> Véase la excelente exposición de Heston (1993). Hull (1997) también presenta un análisis general del tema.

argumental, CS sugieren una versión extendida del modelo de BS, que tiene en cuenta los sesgos inducidos por los efectos de asimetría y curtosis no normales que presentan las distribuciones de los rendimientos. En concreto, CS utilizan una expansión en serie de Gram-Charlier de la función de densidad de una variable normal estándar, con lo que obtienen una fórmula de valoración que es la suma del precio de BS más dos términos de ajuste por asimetría y curtosis no normales.

La siguiente función de densidad  $g(z)$  propuesta por CS incorpora posibles efectos de asimetría y curtosis no normales<sup>8</sup>:

$$g(z) = n(z) \left( 1 + \frac{\mu_3}{3!} (z^3 - 3z) + \frac{\mu_4 - 3}{4!} (z^4 - 6z^2 + 3) \right) \quad (4.1)$$

donde  $\mu_3$  y  $\mu_4$  denotan los coeficientes de estandarizados asimetría y curtosis respectivamente y:

$$n(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

$$z = \frac{\ln(F_t/F_0) + \frac{\sigma^2}{2} t}{\sigma \sqrt{t}}$$

donde:

---

<sup>8</sup> Véase Corrado y Su (1996).

$F_0$  es el valor actual del precio del futuro subyacente al contrato de opción,

$F_t$  es el precio del futuro en el momento  $t$ ,

$t$  es el tiempo que falta para el vencimiento de la opción y

$\sigma$  es la desviación típica de la rentabilidad del activo subyacente.

Es importante señalar que la función de densidad de la ecuación (4.1) proporciona los siguientes valores:  $E(z) = 0$ ,  $E(z^2) = 1$ ,  $E(z^3) = \mu_3$  y  $E(z^4) = \mu_4$ . Bajo una especificación normal,  $\mu_3 = 0$  y  $\mu_4 = 3$ , de donde  $g(z) = n(z)$ : la función de densidad de una variable normal estándar.

En un mundo neutral al riesgo es posible emplear la función de densidad  $g(z)$  dada por la ecuación (4.1) para obtener el precio teórico de una opción de compra, como el valor presente de los pagos esperados al vencimiento de la misma:

$$C_{GC} = e^{-rt} \int_K^{\infty} (F_t - K)g(z(F_t))dz(F_t) \quad (4.2)$$

donde  $z(F_t) = (\ln F_t - \mu) / (\sigma \sqrt{t})$ ,  $\mu = \ln F_0 - (\sigma^2/2)t$ ,  $K$  es el precio de ejercicio de la opción y  $r$  es el tipo de interés sin riesgo.

Evaluando esta integral es posible obtener la siguiente fórmula de valoración, basada en una expansión de Gram-Charlier, que se denotará por  $C_{GC}$ :



$$C_{GC} = C_{BS} + \mu_3 Q_3 + (\mu_4 - 3)Q_4 \quad (4.3)$$

donde  $C_{BS} = Fe^{-rt}N(d) - Ke^{-rt}N(d - \sigma\sqrt{t})$  es el valor de la opción de BS y los términos restantes están dados por las siguientes expresiones:

$$Q_3 = \frac{1}{3!} Fe^{-rt} \sqrt{t} \left( (2\sigma\sqrt{t} - d)n(d) - \sigma^2 t N(d) \right)$$

$$Q_4 = \frac{1}{4!} Fe^{-rt} \sqrt{t} \left( (d^2 - 1 - 3\sigma\sqrt{t}(d - \sigma\sqrt{t}))n(d) + \sigma^3 t^{3/2} N(d) \right)$$

$$d = \frac{\ln(F/K) + \frac{\sigma^2}{2} t}{\sigma\sqrt{t}}$$

Nótese que los términos  $\mu_3 Q_3$  y  $(\mu_4 - 3)Q_4$  en la ecuación (4.3) incorporan posibles efectos de asimetría y curtosis no normales.

El valor de una opción de venta europea puede calcularse fácilmente a través de la paridad 'put-call':

$$P_{GC} = C_{GC} + Ke^{-rt} - Fe^{-rt} \quad (4.4)$$

#### 4.4.2 El comportamiento fuera de muestra del modelo de Corrado y Su

A continuación se analiza el comportamiento fuera de muestra del modelo de valoración de CS. Para ello, se tomará como referencia el marco habitual, que es el modelo de BS<sup>9</sup>.

Para analizar el comportamiento fuera de muestra del modelo de BS se estima diariamente una única desviación típica a partir de todas las opciones negociadas durante el día  $t$ , desde las 16:00 hasta las 16:45 horas, minimizando la siguiente suma de cuadrados<sup>10</sup>:

$$\min_{\sigma_{BS,t}} \sum_{j=1}^{N_t} (f_{M,j} - f_{BS,j}(\sigma_{BS,t}))^2 \quad (4.5)$$

donde  $N_t$  es el número de precios de opciones disponibles durante el día  $t$ ,  $f_M$  es un precio observado (de mercado) y  $f_{BS}(\sigma_{BS})$  es el correspondiente precio teórico de BS basado en el parámetro  $\sigma_{BS}$ . Dado que el activo subyacente es un futuro, se calcula  $f_{BS}(\sigma_{BS})$  por medio de la fórmula de Black (1976).

De esta forma se obtiene una serie diaria de estimadores de sección cruzada,  $\hat{\sigma}_{BS,t}$ , que serán utilizados para calcular los precios teóricos de BS durante el día  $t+1$ .

<sup>9</sup> Se emplea en esta sección el procedimiento propuesto por CS.

<sup>10</sup> Para ser consistentes con el procedimiento de estimación de los parámetros implícitos que se utiliza en la sección 5, se obtiene una única estimación de la desviación típica a partir de opciones de compra y de venta. La estimación de parámetros implícitos usando ambos tipos de opciones ha sido utilizada por Dumas, Fleming y Whaley (1998) y también por Peña, Rubio y Serna (1999a).

El mismo procedimiento puede utilizarse para estimar desviaciones típicas ( $\sigma_{CS,t}$ ), coeficientes de asimetría ( $SK_{CS,t}$ ) y de curtosis ( $KU_{CS,t}$ ) implícitos en el precio de las opciones, a través de la fórmula de CS, minimizando la siguiente suma de cuadrados<sup>11</sup>:

$$\min_{\sigma_{CS,t}, SK_{CS,t}, KU_{CS,t}} \sum_{j=1}^{N_t} (f_{M,j} - f_{CS,j}(\sigma_{CS,t}, SK_{CS,t}, KU_{CS,t}))^2 \quad (4.6)$$

donde, como antes,  $N_t$  es el número de precios de opciones disponibles durante el día  $t$ ,  $f_M$  es un precio de mercado y  $f_{CS}(\sigma_{CS,t}, SK_{CS,t}, KU_{CS,t})$  es el correspondiente precio teórico de CS, basado en los parámetros  $\sigma_{CS,t}$ ,  $SK_{CS,t}$ ,  $KU_{CS,t}$ .

La serie diaria resultante de estimadores de sección cruzada  $\hat{\sigma}_{CS,t}$ ,  $\hat{SK}_{CS,t}$ ,  $\hat{KU}_{CS,t}$  se utiliza para calcular los precios teóricos de CS durante el día  $t+1$ .

De esta forma, se dispone de 6217 (4735) errores de valoración para opciones de compra (venta), desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998<sup>12</sup>. Estos errores de valoración constituyen la base del análisis que se desarrolla a continuación.

<sup>11</sup> De nuevo nótese que se obtiene un único conjunto de estimadores de los parámetros implícitos a partir de ambos tipos de opciones (de compra y de venta).

<sup>12</sup> Dado que para determinados días no existen suficientes observaciones para resolver la ecuación (4.6), se han perdido observaciones en relación a la muestra original.

La significatividad de los errores de valoración fuera de muestra será analizada por medio de las proporciones de valores teóricos que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask'<sup>13</sup>.

En concreto, en los tests que se presentan a continuación se emplea el siguiente estadístico  $Z$  para la diferencia entre dos proporciones:

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p_1(1-p_1) \frac{n_1}{n_1+n_2} + p_2(1-p_2) \frac{n_2}{n_1+n_2}}} \quad (4.7)$$

donde  $p_1$  es la proporción de precios de BS que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask' y  $p_2$  es la proporción equivalente para el modelo de CS. Asimismo,  $n_1$  y  $n_2$  son los tamaños muestrales correspondientes a estas proporciones. El estadístico se distribuye asintóticamente como una variable normal estándar.

Los resultados se presentan en la tabla 2. Cuando se observan todas las opciones conjuntamente, la proporción de precios de BS que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask' es 51.99%. Esta proporción es 44.02% para el modelo de CS. La diferencia entre ambas proporciones es significativa, de acuerdo con el estadístico dado por la expresión (4.7).

Resultados similares se obtienen cuando se observan las opciones de compra y de venta por separado. Un 49.15% de valores teóricos de BS de opciones de compra quedan fuera de las

---

<sup>13</sup> Véase CS y también Fiorentini, León y Rubio (1998).

bandas definidas por el diferencial 'bid-ask', siendo esta proporción un 46% para el modelo de CS. Estas proporciones son un 55.73% (modelo de BS) y un 41.41% (modelo de CS) para opciones de venta. Las diferencias son de nuevo significativas tanto para opciones de compra como para opciones de venta. Es decir, el modelo de CS se comporta significativamente mejor que el modelo de BS en el mercado español. Nótese que esto es consistente con los hallazgos de Corrado y Su (1997a, 1997b) para opciones sobre el índice S&P 500 y para cuatro contratos de opción sobre acciones negociados en el 'Chicago Board Options Exchange'. Además, este hecho justifica el análisis del contenido informativo de los parámetros implícitos dentro de este contexto.

#### **4.5 Resultados empíricos sobre el contenido informativo de los coeficientes implícitos**

Como ya se señaló en la sección anterior, para cada día  $t$  de la muestra se obtienen los estimadores de sección cruzada de los parámetros implícitos, usando tanto el modelo de BS como el de CS, por medio de las ecuaciones (4.5) y (4.6) respectivamente. En cada regresión de sección cruzada se emplean todas las opciones disponibles entre las 16:00 y las 16:45 horas, desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998. Se obtiene de esta forma una serie diaria de 888 estimadores de sección cruzada<sup>14</sup>, la volatilidad implícita

$\hat{\sigma}_{BS,t}$  para el modelo de BS, y los parámetros implícitos  $\hat{\sigma}_{CS,t}, \hat{SK}_{CS,t}, \hat{KU}_{CS,t}$  para el modelo de CS.

<sup>14</sup> Nótese de nuevo que se pierden aquellos días en que no existen suficientes observaciones para resolver la ecuación (4.6).

Estos coeficientes implícitos se usarán como base para el análisis que se presenta a continuación. Para analizar el contenido informativo de los tres parámetros implícitos, se emplean dos procedimientos distintos. En primer lugar, se usará el procedimiento de regresión simple empleado por Canina y Figlewski (1993) y por Christensen y Prabhala (1998). En segundo lugar, se usará el procedimiento GARCH seguido por Day y Lewis (1992) y por Lamoureux y Lastrapes (1993), así como la modificación propuesta por Amin y Ng (1997)<sup>15</sup>. El uso de procedimientos alternativos puede ayudarnos a comprobar la robustez de los resultados obtenidos.

#### 4.5.1 El procedimiento de regresión simple

A continuación se analiza el contenido informativo de los parámetros implícitos por medio del procedimiento de regresión simple propuesto por Canina y Figlewski (1993), así como por Christensen y Prabhala (1998).

Los coeficientes implícitos pueden interpretarse como la estimación del mercado de los valores futuros de la volatilidad y de los coeficientes de asimetría y curtosis. Por tanto, el análisis se centrará en analizar la habilidad que muestran estos coeficientes implícitos para predecir los valores realizados de la volatilidad, asimetría y curtosis, que presenta la rentabilidad del activo subyacente, durante el tiempo que falta hasta la fecha de vencimiento de las opciones utilizadas para obtener dichos coeficientes implícitos.

---

<sup>15</sup> Obviamente el procedimiento GARCH únicamente puede usarse para la volatilidad implícita, pero no para los coeficientes implícitos de asimetría y curtosis.

Los coeficientes realizados se calculan de la forma siguiente. Dada una serie de precios del activo subyacente  $\{F_0, F_1, \dots, F_T\}$ <sup>16</sup>, se definen las rentabilidades continuas  $\{r_1, r_2, \dots, r_T\}$  como:  $r_t = \ln(F_t/F_{t-1})$ . Por tanto, los parámetros realizados se definen como la desviación típica, asimetría y curtosis muestrales de la serie de rentabilidades diarias del activo subyacente durante el tiempo que falta para el vencimiento de las opciones:

$$\begin{aligned}\sigma_{r,t} &= \sqrt{\frac{1}{\tau - t} \sum_{k=t}^{\tau} (r_k - \bar{r}_{r,t})^2} \\ SK_{r,t} &= \frac{\sum_{k=t}^{\tau} (r_k - \bar{r}_{r,t})^3}{(\tau - (t-1))\sigma_{r,t}^3} \\ KU_{r,t} &= \frac{\sum_{k=t}^{\tau} (r_k - \bar{r}_{r,t})^4}{(\tau - (t-1))\sigma_{r,t}^4}\end{aligned}\tag{4.8}$$

donde  $\sigma_{r,t}$ ,  $SK_{r,t}$  y  $KU_{r,t}$  representan los valores realizados de la desviación típica, asimetría

y curtosis correspondientes al día  $t$ ,  $\bar{r}_{r,t} = \frac{1}{\tau - (t-1)} \sum_{k=t}^{\tau} r_k$  y  $\tau$  es la fecha de vencimiento de

las opciones empleadas para obtener los coeficientes implícitos en el día  $t$ .

Asimismo, en un día dado  $t$  es posible estimar los coeficientes realizados (o futuros) usando datos históricos. Es decir, se definen los estimadores históricos de los parámetros realizados como:

<sup>16</sup> Recuérdese que  $F_t$  se define en la sección 4.3 como la media de todos los precios del futuro asociados con cada opción negociada durante el día  $t$ , desde las 16:00 hasta las 16:45 horas.

$$\sigma_{h,t} = \sqrt{\frac{1}{\tau - t} \sum_{k=2t-\tau}^t (r_k - \bar{r}_{h,t})^2}$$

$$SK_{h,t} = \frac{\sum_{k=2t-\tau}^t (r_k - \bar{r}_{h,t})^3}{(\tau - (t-1))\sigma_{h,t}^3} \quad (4.9)$$

$$KU_{h,t} = \frac{\sum_{k=2t-\tau}^t (r_k - \bar{r}_{h,t})^4}{(\tau - (t-1))\sigma_{h,t}^4}$$

donde  $\sigma_{h,t}$ ,  $SK_{h,t}$  y  $KU_{h,t}$  representan estimaciones históricas de la volatilidad, asimetría y curtosis correspondientes al día  $t$  y  $\bar{r}_{h,t} = \frac{1}{\tau - (t-1)} \sum_{k=2t-\tau}^t r_k$ . Nótese que, para ser consistentes, el número de días empleado para calcular los parámetros históricos es el mismo que el número de días utilizado para obtener los coeficientes realizados:  $\tau - (t-1)$ . Por otra parte, debe señalarse que, para no perder observaciones, la muestra para calcular coeficientes históricos comienza el 16 de diciembre de 1993 y finaliza el 16 de octubre de 1998.

En la tabla 3 se presentan algunas estadísticas descriptivas para las series de coeficientes implícitos, realizados e históricos, descritos anteriormente. En concreto, se presenta la media, la desviación típica y el coeficiente de variación para cada una de las series de volatilidad, asimetría y curtosis. El coeficiente de variación, definido como el valor absoluto del cociente entre la desviación típica y la media, es una medida adimensional del grado de variación de una variable. Los coeficientes implícitos son, en media, siempre

mayores que sus correspondientes coeficientes realizados e históricos, lo cual es consistente con los hallazgos de Dewachter y León (1996) para la volatilidad implícita. En concreto, estos autores encuentran que el mercado español de opciones sobrestima la volatilidad del índice IBEX-35. En este trabajo se encuentra que el mercado español de opciones sobrestima los tres coeficientes: volatilidad, asimetría y curtosis del índice IBEX-35. Cuando se observa el coeficiente de variación, se puede apreciar que las series de coeficientes implícitos presentan menor variación que las correspondientes series de coeficientes realizados e históricos. Por último, la serie de asimetría presenta la variación más alta<sup>17</sup>. Como ponen de manifiesto Peña, Rubio y Serna (1999b), el exceso de curtosis aumenta la probabilidad de observaciones extremas, en relación al modelo de BS, lo cual significa que el mercado de opciones está dando mayor probabilidad a observaciones extremas que la probabilidad que les correspondería con el modelo de BS. Sin embargo, la presencia de asimetría negativa acentúa la cola izquierda de la distribución implícita. Es decir, el mercado de opciones está dando mayor probabilidad a caídas que a subidas en el precio del activo subyacente. Por tanto, la sobrestimación de los parámetros implícitos parece indicar que el mercado de opciones está dando mayor probabilidad a los valores extremos, especialmente a grandes descensos en el precio del activo subyacente, que la probabilidad realmente observada (a posteriori) en el mercado.

Por tanto, el objetivo es contrastar la habilidad que muestran tanto los estimadores implícitos como los históricos para predecir los valores futuros (o realizados) de los tres parámetros considerados.

---

<sup>17</sup> Efectos de asimetría variable han sido encontrados en el mercado español de opciones por Fiorentini, León y Rubio (1998).

Considérense dos elementos sucesivos en cualquiera de las series de coeficientes realizados e históricos. Es fácil comprobar que dichos elementos sólo difieren en una cantidad muy pequeña. Como señalan Christensen y Prabhala (1998), estos efectos de solapamiento tienden a distorsionar las inferencias en un contexto de regresión. Este problema se ha tratado de mitigar construyendo series de menor frecuencia. Es decir, dadas las tres series diarias de 888 parámetros realizados e históricos, se seleccionan únicamente los valores correspondientes a los miércoles<sup>18</sup>. Se han utilizado los miércoles porque son los días en que se pierden menos observaciones debido a festividades. Cuando un miércoles resulta ser festivo, se selecciona el día de negociación inmediatamente anterior. De esta forma, se dispone de 231 observaciones semanales. Nótese que con esta serie semanal no se elimina completamente el problema del solapamiento. Este problema puede ser eliminado completamente trabajando con series mensuales, que es el enfoque adoptado por Christensen y Prabhala (1998). Dadas las tres series diarias de 888 parámetros realizados e históricos, para construir series mensuales se seleccionan únicamente los valores correspondientes a los miércoles inmediatamente posteriores a las fechas de vencimiento. De esta forma, se dispone de 57 observaciones mensuales<sup>19</sup>. Por tanto, los procedimientos de regresión que se presentan a continuación se aplicarán a las series diarias, semanales y mensuales.

A continuación se presenta el análisis de regresión simple propuesto por Christensen y Prabhala (1998), aplicado a las tres series de parámetros: volatilidad, asimetría y curtosis:

---

<sup>18</sup> Este procedimiento semanal ha sido utilizado por Day y Lewis (1992).

<sup>19</sup> Nótese que el mercado español de opciones, que empezó en 1992, no nos permite construir series mensuales tan largas como sería de desear. Por tanto, dado el reducido número de observaciones disponibles, los resultados obtenidos con las series mensuales deben interpretarse cuidadosamente.

$$r_t = \alpha_0 + \alpha_i i_t + \varepsilon_t \quad (4.10)$$

donde  $r_t$  es uno de los tres coeficientes futuros (realizados) correspondientes al día  $t$ , dados por las ecuaciones (4.8), asimismo  $i_t$  denota la correspondiente serie de coeficientes implícitos en el día  $t$ . Según Christensen y Prabhala (1998), al menos tres hipótesis pueden ser contrastadas con esta ecuación. En primer lugar,  $\alpha_i$  debería ser significativamente distinto de cero en caso de que los coeficientes implícitos contengan información sobre los correspondientes coeficientes realizados. En segundo lugar, si los coeficientes implícitos son estimadores insesgados de los correspondientes coeficientes realizados, entonces:  $\alpha_0 = 0$  y  $\alpha_i = 1$ . En tercer lugar, si los coeficientes implícitos son eficientes, entonces los residuos  $\varepsilon_t$  deben ser ruido blanco y deben estar incorrelacionados con cualquier variable en conjunto de información del mercado.

Con el objetivo de comparar el contenido informativo de los parámetros implícitos con el de los históricos, se estima la siguiente regresión:

$$r_t = \alpha_0 + \alpha_i i_t + \alpha_h h_t + \varepsilon_t \quad (4.11)$$

donde  $h_t$  es uno de los tres coeficientes históricos estimados en el día  $t$ , dados por las ecuaciones (4.9).

Los resultados para el coeficiente de la volatilidad se presentan en las tablas 4 y 5. En concreto, en la tabla 4 se muestran los resultados para la volatilidad implícita de BS. Las



regresiones (4.10) y (4.11) se han estimado con datos diarios, semanales y mensuales. Se han empleado en todas las estimaciones errores consistentes por heterocedasticidad y autocorrelación de Newey-West. En la primera fila de cada panel se presentan los estimadores de mínimos cuadrados ordinarios de la regresión (4.10). La volatilidad implícita de BS contiene información sobre la volatilidad futura (o realizada), dado que  $\alpha_i$  es significativamente distinto de cero en todas las muestras utilizadas (diaria, semanal y mensual). El hecho de que  $\alpha_0$  sea negativo, aunque no significativamente distinto de cero, se debe a la diferencia entre las medias de los coeficientes implícitos y realizados, que se observan en la tabla 3. Por otra parte, es importante observar cómo el estadístico de Durbin-Watson se acerca a 2 a medida que disminuye la frecuencia de los datos.

Sin embargo, se rechaza la hipótesis conjunta:  $\alpha_0 = 0$ ,  $\alpha_i = 1$ , tanto para datos diarios como para datos semanales. Sorprendentemente, no es posible rechazar esta hipótesis para datos mensuales. Es decir, parece haber una tendencia a aceptar la insesgadez de la volatilidad implícita de BS a medida que disminuye la frecuencia de los datos. Sin embargo, estos resultados deben ser interpretados cuidadosamente, dado el reducido número de observaciones disponibles en la muestra mensual. Por tanto, debemos concluir que no existen conclusiones claras sobre de la insesgadez de la volatilidad de BS.

Observando la segunda fila en cada panel de la tabla 4, se comprueba que la volatilidad histórica contiene información sobre la volatilidad futura, pero observando la tercera fila, una vez que la volatilidad implícita de BS ha sido añadida a la regresión, el coeficiente de la volatilidad histórica se hace significativamente no distinto de cero. Esto es cierto para



datos diarios, semanales y mensuales. Como ocurría en el caso de la insesgadez, se rechaza la hipótesis conjunta:  $\alpha_0 = 0$ ,  $\alpha_i = 1$  y  $\alpha_h = 0$ , para datos diarios y semanales, pero no para datos mensuales. Es decir, parece haber una tendencia a aceptar la eficiencia de la volatilidad implícita de BS a medida que disminuye la frecuencia de los datos. Sin embargo, como ya se puso de manifiesto anteriormente, dado el reducido número de observaciones del que se dispone en la muestra mensual, debemos concluir que no existe evidencia clara sobre la eficiencia de la volatilidad implícita de BS como estimador de la volatilidad futura del activo subyacente.

En la tabla 5 se presentan los resultados para la volatilidad implícita de CS. Estos resultados son muy similares a los que se obtuvieron para la volatilidad de BS<sup>20</sup>. Sin embargo, se obtienen resultados ligeramente mejores, en términos de coeficientes  $R^2$  ajustados, para el caso de la volatilidad de BS.

Los resultados para el coeficiente de asimetría implícito de CS se presentan en la tabla 6. La asimetría implícita de CS no parece contener información sobre la asimetría futura, dado que el estimador de  $\alpha_i$  no es significativamente distinto de cero (tampoco lo es el coeficiente correspondiente a la asimetría histórica, excepto, hasta cierto punto, para datos diarios). En cualquier caso, se obtienen resultados ligeramente mejores, en términos de los coeficientes  $R^2$  ajustados, para el caso de la asimetría histórica.

---

<sup>20</sup> De hecho, la correlación entre las volatilidades implícitas de BS y CS está en torno a un 98%.

Los resultados para el coeficiente de curtosis implícito de CS (tabla 7) son muy similares a los obtenidos para la asimetría implícita: ni la curtosis implícita ni la histórica parecen contener información sobre el coeficiente de curtosis futuro, excepto, hasta cierto punto, para datos diarios. Como ocurría en el caso de la asimetría, resultados ligeramente mejores, en términos de coeficientes  $R^2$  ajustados, se obtienen con la curtosis histórica.

A modo de resumen, podemos concluir que tanto la volatilidad implícita de BS como la de CS contienen información sobre la volatilidad futura. Además, parece haber una cierta tendencia a aceptar las hipótesis de insesgadez y eficiencia cuando se utilizan datos de frecuencia mensual. Sin embargo, teniendo en cuenta el reducido número de observaciones del que se dispone en la muestra mensual, debemos concluir que no existe evidencia clara sobre la insesgadez y la eficiencia de las volatilidades implícitas. En cualquier caso, la volatilidad implícita tiene más información sobre la volatilidad futura que las medidas históricas de la volatilidad. Finalmente, los coeficientes de asimetría y curtosis implícitos de CS no parecen contener información sobre la asimetría y curtosis futuras respectivamente. Probablemente, sería bueno disponer de modelos más sofisticados que nos permitan analizar más cuidadosamente el contenido informativo de estos coeficientes de asimetría y curtosis implícitos.

#### **4.5.2 El procedimiento GARCH**

En esta sección se comprueba la robustez de los hallazgos previos por medio de la metodología GARCH, propuesta por Day y Lewis (1992) y por Lamoureux y Lastrapes (1993), así como la corrección introducida por Amin y Ng (1997).

Los modelos GARCH ofrecen un marco natural para analizar el contenido informativo de la volatilidad implícita, aunque, obviamente, el contenido informativo de los coeficientes implícitos de asimetría y curtosis no puede ser analizado con un modelo GARCH usual<sup>21</sup>.

Como se puso de manifiesto en la sección 4.5.1, dada una serie de precios del activo subyacente  $\{F_0, F_1, \dots, F_T\}$ , se define la serie de rentabilidades continuas durante el día  $t$   $\{r_1, r_2, \dots, r_T\}$  como  $r_t = \ln(F_t/F_{t-1})$ . El modelo más ampliamente utilizado dentro de la familia GARCH es el GARCH(1,1), propuesto por Bollerslev (1986):

$$r_t = E(r_t | r_{t-1}, r_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t$$

$$h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \quad (4.12)$$

$$\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots \sim N(0, h_t)$$

donde  $\omega$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros. El proceso es estacionario si  $\alpha + \beta < 1$ .

Day y Lewis (1992) y Lamoureux y Lastrapes (1993) introducen la volatilidad implícita ( $\sigma_{it}^2$ ) como una variable exógena en la ecuación de la varianza del modelo GARCH:

$$h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} + \delta \sigma_{it}^2 \quad (4.13)$$

<sup>21</sup> Sin embargo, los potenciales efectos que la asimetría puede tener sobre la volatilidad puede ser analizado con un modelo EGARCH asimétrico, que es el enfoque adoptado en este trabajo.



Es decir, si los coeficientes del modelo GARCH son significativos, pero  $\delta$  no lo es, entonces la volatilidad implícita no contiene información adicional sobre la volatilidad del subyacente. Por otra parte, si  $\delta$  es significativo, pero los coeficientes del GARCH no lo son, entonces la volatilidad histórica no contiene información adicional.

Sin embargo, Amin y Ng (1997) señalan que este método está introduciendo implícitamente toda una estructura de retardos en la volatilidad implícita, a través de los términos de persistencia del modelo GARCH. Esta estructura es evidente si se reescribe el modelo sustituyendo recursivamente la volatilidad condicional en la ecuación (4.13):

$$h_t = \frac{\omega}{1 - (\alpha + \beta)} + \alpha \sum_{i=0}^{t-1} (\alpha + \beta)^i v_{t-1-i} + \delta \sigma_{it}^2 + \delta \sum_{i=1}^{t-1} (\alpha + \beta)^i \sigma_{it-1}^2 \quad (4.14)$$

donde  $v_t = \varepsilon_t^2 - h_t$ .

Los dos primeros términos en el miembro derecho de la ecuación (4.14) corresponden al modelo GARCH(1,1) estándar dado por la ecuación (4.12). El último término en la ecuación (4.14) representa la estructura de retardos de la volatilidad implícita. Por tanto, Amin y Ng (1997) proponen una ecuación eliminando dicho término:

$$h_t = \frac{\omega}{1 - (\alpha + \beta)} + \alpha \sum_{i=0}^{t-1} (\alpha + \beta)^i v_{t-1-i} + \delta \sigma_{it}^2 =$$

$$\frac{\omega}{1 - (\alpha + \beta)} + \frac{\alpha}{1 - (\alpha + \beta)L} v_{t-1} + \delta \sigma_{it}^2$$



donde  $L$  es el operador de retardos. Agrupando términos en la última expresión se obtiene la ecuación corregida que proponen Amin y Ng (1997):

$$h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} + \delta \sigma_{it}^2 - \delta (\alpha + \beta) \sigma_{it-1}^2 \quad (4.15)$$

Como ya se señaló anteriormente, el contenido informativo de los coeficientes de asimetría y curtosis implícitos no puede analizarse mediante un modelo GARCH usual. Sin embargo, los potenciales efectos que la asimetría tiene sobre la volatilidad pueden ser analizados mediante un modelo GARCH asimétrico. El modelo más utilizado dentro de la familia GARCH asimétrica es el EGARCH(1,0), propuesto por Nelson (1991):

$$\begin{aligned} r_t &= E(r_t | r_{t-1}, r_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t \\ \ln(h_t) &= \omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \beta \ln(h_{t-1}) \\ \varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots &\sim N(0, h_t) \end{aligned} \quad (4.16)$$

donde  $\psi_t = \varepsilon_t / h_t^{1/2}$  son los residuos estandarizados. El proceso es estacionario si  $|\beta| < 1$ .

Este modelo tiene en cuenta el efecto 'leverage' comúnmente observado. Este efecto implica que la volatilidad aumenta más después de una caída que después de una subida (de la misma magnitud) del mercado. Como ya se señaló anteriormente, la asimetría negativa observada en el mercado español sugiere este fenómeno. La presencia de estos efectos 'leverage' puede ser contrastada mediante la hipótesis:  $\gamma < 0$ .

Por tanto, al igual que en el caso del modelo GARCH(1,1), es posible introducir la volatilidad implícita como una variable exógena en la ecuación de la varianza del modelo EGARCH:

$$\ln(h_t) = \omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \beta \ln(h_{t-1}) + \delta \ln(\sigma_{it}^2) \quad (4.17)$$

Eliminando la estructura de retardos de la volatilidad implícita incluida en la ecuación de la varianza, se obtiene la siguiente ecuación corregida<sup>22</sup>:

$$\ln(h_t) = \omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \beta \ln(h_{t-1}) + \delta \ln(\sigma_{it}^2) - \delta \beta \ln(\sigma_{it-1}^2) \quad (4.18)$$

Es importante señalar que la estimación de los modelos GARCH con datos diarios nos hace caer en el llamado problema ‘maturity mismatch’, ya que la volatilidad del modelo GARCH representa volatilidad durante el día  $t$ , mientras que la volatilidad implícita es la estimación del mercado de la volatilidad del subyacente durante el tiempo que falta para el vencimiento de las opciones. Day y Lewis (1992) intentan solventar este problema utilizando rendimientos semanales. Este problema podría haberse eliminado completamente utilizando rendimientos mensuales. Sin embargo, el mercado español, que empezó en 1992, no nos permite utilizar rendimientos mensuales, dado el reducido tamaño de la muestra resultante, muy pequeño para una estimación razonable de los modelos GARCH<sup>23</sup>. Por

<sup>22</sup> Esta ecuación se obtiene en el apéndice.

<sup>23</sup> Véase Day y Lewis (1992).

tanto, los modelos GARCH y EGARCH propuestos se estimarán utilizando rendimientos diarios y semanales (de miércoles en miércoles).

A continuación se analiza la estructura dinámica en la ecuación de la media de (4.12) y (4.16). En concreto, se ha seleccionado la estructura ARMA que minimiza el criterio de información de Akaike. Para la serie de rendimientos diarios el modelo seleccionado resulta ser el ARMA(2,2). El estadístico de Ljung-Box de orden 20 para los residuos del modelo ARMA(2,2) es 23.892 (p-valor = 0.092). Este estadístico es 84.899 (p-valor = 0.0000) para el cuadrado de los residuos. Para la serie de rendimientos semanales el modelo seleccionado es el ARMA(1,2). El estadístico de Ljung-Box de orden 20 es 17.483 (p-valor = 0.422) para los residuos y 38.333 (p-valor = 0.002) para el cuadrado de los residuos respectivamente, del modelo ARMA(1,2). Es decir, no hay evidencia de mala especificación en la ecuación de la media, dado que no es posible rechazar la hipótesis nula de no autocorrelación en los residuos. Sin embargo, la significativa correlación serial que presenta la serie de residuos al cuadrado indica volatilidad variable en el tiempo. Por tanto, en todas las estimaciones GARCH y EGARCH que se presentan a continuación, la estructura dinámica en la ecuación de la media se ha representado mediante un modelo ARMA(2,2) y ARMA(1,2) para las series de rendimientos diarios y semanales respectivamente.

En la tabla 8 se presentan los resultados para la volatilidad implícita de BS, utilizando el modelo GARCH(1,1). Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar robustos de Bollerslev y Wooldridge (1992). Los paneles A y B contienen los resultados para los

rendimientos diarios y semanales respectivamente. La primera fila de cada panel contiene los estimadores de máxima verosimilitud de las siguientes ecuaciones:

$$r_t = E(r_t | r_{t-1}, r_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t$$

$$h_t = \omega + \delta \sigma_{it}^2 \quad (4.19)$$

$$\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots \sim N(0, h_t)$$

donde  $\sigma_{it}^2$  denota volatilidad implícita. La volatilidad implícita de BS contiene información sobre la volatilidad condicional de los rendimientos, dado que el coeficiente  $\delta$  es significativo (al 1%), tanto para datos diarios como para datos semanales. Nótese que estos resultados son consistentes con los obtenidos en la subsección 4.5.1. La hipótesis conjunta:  $\omega = 0, \delta = 1$  se rechaza para datos diarios pero, sorprendentemente, no es posible rechazar dicha hipótesis para datos semanales. Por tanto, podemos concluir que no existe una evidencia clara sobre la insesgadez de la volatilidad implícita de BS como estimador de la volatilidad realizada.

Las estimaciones del modelo GARCH estándar dado por las ecuaciones (4.12) se presentan en la segunda fila de cada panel de la tabla 8. Las filas tercera y cuarta de cada panel contienen las estimaciones de las ecuaciones (4.13) y (4.15) respectivamente. La volatilidad implícita es significativa (al 1%) en ambas especificaciones. Es decir, los precios de mercado de las opciones contienen información incremental, en mayor medida que la contenida en las estimaciones históricas de la volatilidad, sobre la volatilidad realizada.



Además, es interesante observar que el coeficiente de la volatilidad implícita ( $\delta$ ) en la ecuación corregida (4.15) es mayor que el correspondiente coeficiente en la ecuación sin corregir (4.13), si bien la diferencia no es tan dramática como la obtenida por Amin y Ng (1997). Por último, se rechaza la hipótesis conjunta:  $\omega = 0$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$  y  $\delta = 1$ , tanto en la ecuación (4.13) como en la ecuación (4.15), lo que sugiere que la volatilidad implícita es ineficiente.

En la tabla 9 se presentan los resultados para la volatilidad implícita de CS, utilizando el modelo GARCH(1,1). Dado que, como ya se ha señalado anteriormente, la correlación entre las volatilidades implícitas de BS y CS es muy elevada, estos resultados son muy similares a los obtenidos para el caso de BS.

En la tabla 10 se presentan los resultados para la volatilidad implícita de BS, utilizando el modelo EGARCH. Es interesante observar cómo el coeficiente asociado al término asimétrico ( $\gamma$ ) es negativo y significativo (al 5%) en todas las especificaciones propuestas con datos diarios, lo cual confirma los resultados obtenidos en la tabla 3. Es decir, la volatilidad parece aumentar más tras descensos que tras aumentos (de la misma magnitud) del mercado. Sin embargo, este coeficiente ( $\gamma$ ) no es significativo cuando se estiman los modelos propuestos con datos semanales, sugiriendo que el efecto asimétrico tiende a desaparecer cuando la frecuencia de los datos disminuye.

Como en el caso del modelo GARCH(1,1), la volatilidad implícita de BS contiene información sobre la volatilidad condicional de los rendimientos, dado que el coeficiente  $\delta$

en la primera fila de ambos paneles en la tabla 10 es significativo (al 1%), tanto para datos 7diarios como para datos semanales. La hipótesis conjunta  $\omega = 0, \delta = 1$  se rechaza para datos diarios, pero, como en el caso del GARCH(1,1), no es posible rechazar dicha hipótesis para datos semanales. Por tanto, no es posible obtener conclusiones claras sobre la insesgadez de la volatilidad implícita de BS como estimador de la volatilidad realizada.

Por otra parte, la volatilidad implícita de BS contiene más información sobre la volatilidad futura que la volatilidad histórica, dado que la volatilidad implícita de BS es significativa (al 1%) tanto en la especificación (4.17) como en la (4.18), para datos diarios y semanales. Asimismo, el hecho de que se rechace la hipótesis nula  $\omega = 0, \alpha = 0, \beta = 0, \gamma = 0, \delta = 1$ , sugiere que la volatilidad implícita de BS es ineficiente.

Como ocurría en el caso del modelo GARCH(1,1), los resultados para la volatilidad implícita de CS, que se presentan en la tabla 11, son muy similares a los obtenidos para el caso de BS.

Por último, como sugieren Day y Lewis (1992) y Christensen y Prabhala (1998), el hecho de que se rechacen las hipótesis de insesgadez y eficiencia de la volatilidad implícita puede deberse a la presencia de errores de medida, tales como errores de especificación, problemas ‘maturity mismatch’ o a la presencia de errores de estimación aleatorios.

## 4.6 Conclusiones

Este trabajo analiza el contenido informativo de los coeficientes de volatilidad, asimetría y curtosis implícitos en el precio de mercado de las opciones, por medio de modelos de valoración que incorporan efectos de asimetría y curtosis no normales. Específicamente, los coeficientes implícitos se calculan por medio del modelo de valoración de CS. La base de datos está compuesta por todas las opciones de compra y de venta sobre el futuro del índice IBEX-35, negociadas diariamente entre las 16:00 y las 16:45 horas, desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998.

El comportamiento fuera de muestra del modelo de valoración de CS se analiza comparándolo con el marco usual en este tipo de contrastes, que es el modelo de BS. Se estima diariamente un único conjunto de coeficientes de volatilidad, asimetría y curtosis (una única volatilidad para el modelo de BS), con todas las opciones negociadas durante el día  $t$ , minimizando la suma de diferencias al cuadrado entre los precios teóricos y los de mercado. Estos coeficientes implícitos se utilizan para obtener valores teóricos para las opciones negociadas durante el día  $t+1$ . Los resultados obtenidos muestran que el modelo de CS se comporta significativamente mejor que el de BS, en términos de proporciones de precios teóricos que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask'. Estos resultados son consistentes con los hallazgos de CS para opciones sobre el índice S&P 500, así como para cuatro contratos de opciones sobre acciones negociados en el 'Chicago Board Options Exchange' (CBOE).

El estudio del contenido informativo de los coeficientes implícitos se realiza mediante procedimientos de regresión simple, en la línea de los empleados por Christensen y Prabhala (1998). Asimismo, la robustez de los hallazgos obtenidos para la volatilidad implícita se comprueba por medio de la metodología GARCH propuesta por Amin y Ng (1997).

Los resultados empíricos muestran que tanto la volatilidad implícita de BS como la de CS contienen información sobre la volatilidad futura, aunque parecen ser estimadores sesgados e ineficientes, lo cual es consistente con los hallazgos de Christensen y Prabhala (1998), Day y Lewis (1992) y Amin y Ng (1997), entre otros. Como sugieren Day y Lewis (1992) y Christensen y Prabhala (1998), el hecho de que se rechace las hipótesis de insesgadez y eficiencia puede deberse a la presencia de errores de medida, tales como errores de especificación, problemas 'maturity mismatch' o errores de estimación aleatorios. En cualquier caso, la volatilidad implícita contiene más información sobre la volatilidad futura que las estimaciones históricas de la volatilidad.

Por otra parte, se obtiene que los coeficientes de asimetría y curtosis implícitos de CS no parecen contener información sobre la asimetría y curtosis futuras, respectivamente (tampoco parecen contener dicha información las estimaciones históricas de ambos coeficientes). Probablemente, sería bueno disponer de modelos más sofisticados que nos permitan analizar más cuidadosamente el contenido informativo de estos coeficientes de asimetría y curtosis implícitos.

---

Por último, es importante señalar que el mercado español de opciones sobrestima los tres coeficientes: volatilidad, asimetría y curtosis del futuro del índice IBEX-35. Este hecho está indicando que el mercado de opciones está dando mayor probabilidad a valores extremos, especialmente a grandes descensos en el precio del activo subyacente, que la probabilidad realmente observada en el mercado. Por tanto, como una posible línea futura de investigación, parece interesante analizar posibles implicaciones para el diseño de mercados, tales como la imposición de controles por exceso de volatilidad, etc.

## APENDICE

### EL AJUSTE POR PERSISTENCIA EN EL MODELO EGARCH(1,0)

El modelo EGARCH(1,0) (Nelson,1991) viene dado por las siguientes expresiones

$$r_t = E(r_t | r_{t-1}, r_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t$$

$$\ln(h_t) = \omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2/\pi}) + \beta \ln(h_{t-1})$$

$$\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots \sim N(0, h_t)$$

donde  $\psi_t = \varepsilon_t / h_t^{1/2}$  son los residuos estandarizados. Sustituyendo recursivamente la volatilidad condicional en la ecuación de la varianza se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} h_t &= \exp\left\{\omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2/\pi})\right\} (h_{t-1})^\beta = \\ &\exp\left\{\omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2/\pi})\right\} \exp\left\{\omega \beta + \gamma \beta \psi_{t-2} + \alpha \beta (|\psi_{t-2}| - \sqrt{2/\pi})\right\} (h_{t-2})^\beta = \\ &\exp\left\{\omega + \omega \beta + \gamma \psi_{t-1} + \gamma \beta \psi_{t-2} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2/\pi}) + \alpha \beta (|\psi_{t-2}| - \sqrt{2/\pi})\right\} (h_{t-2})^\beta = \dots = \\ &\exp\left\{\frac{\omega}{1-\beta} + \frac{\gamma}{1-\beta} \psi_{t-1} + \frac{\alpha}{1-\beta} (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2/\pi})\right\} \Rightarrow \\ \ln(h_t) &= \frac{\omega}{1-\beta} + \frac{\gamma}{1-\beta} \psi_{t-1} + \frac{\alpha}{1-\beta} (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2/\pi}) \end{aligned}$$

A continuación se incluirá la volatilidad implícita ( $\sigma_{it}^2$ ) como un término exógeno en la ecuación de la varianza del modelo EGARCH:

$$\ln(h_t) = \omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \beta \ln(h_{t-1}) + \delta \ln(\sigma_{it}^2)$$

Como en el caso anterior, sustituyendo recursivamente la volatilidad condicional en la ecuación anterior, se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} h_t &= \exp\left\{\omega + \gamma\psi_{t-1} + \alpha(|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi})\right\}(h_{t-1})^\beta (\sigma_{it}^2)^\delta = \\ &\exp\left\{\omega + \gamma\psi_{t-1} + \alpha(|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi})\right\} \exp\left\{\omega\beta + \gamma\beta\psi_{t-2} + \alpha\beta(|\psi_{t-2}| - \sqrt{2\pi})\right\}(h_{t-2})^\beta (\sigma_{it}^2)^\delta (\sigma_{it-1}^2)^{\delta\beta} = \\ &\exp\left\{\omega + \omega\beta + \gamma\psi_{t-1} + \gamma\beta\psi_{t-2} + \alpha(|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \alpha\beta(|\psi_{t-2}| - \sqrt{2\pi})\right\}(h_{t-2})^\beta (\sigma_{it}^2)^\delta (\sigma_{it-1}^2)^{\delta\beta} = \dots = \\ &\exp\left\{\frac{\omega}{1-\beta} + \frac{\gamma}{1-\beta L}\psi_{t-1} + \frac{\alpha}{1-\beta L}(|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi})\right\}(\sigma_{it}^2)^\delta (\sigma_{it-1}^2)^{\frac{\delta\beta}{1-\beta L}} \Rightarrow \\ \ln(h_t) &= \frac{\omega}{1-\beta} + \frac{\gamma}{1-\beta L}\psi_{t-1} + \frac{\alpha}{1-\beta L}(|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \delta \ln(\sigma_{it}^2) + \frac{\delta\beta}{1-\beta L} \ln(\sigma_{it-1}^2) \end{aligned}$$

El término  $\frac{\delta\beta}{1-\beta L} \ln(\sigma_{it-1}^2)$  en la expresión anterior representa la estructura de retardos de la volatilidad implícita incluida en la ecuación de la varianza. Por tanto, la ecuación correcta eliminando este término es:

$$\ln(h_t) = \frac{\omega}{1-\beta} + \frac{\gamma}{1-\beta L}\psi_{t-1} + \frac{\alpha}{1-\beta L}(|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \delta \ln(\sigma_{it}^2)$$

Por último, agrupando términos en la ecuación anterior, se obtiene la ecuación corregida:

$$\ln(h_t) = \omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \beta \ln(h_{t-1}) + \delta \ln(\sigma_{it}^2) - \delta \beta \ln(\sigma_{it-1}^2)$$

## REFERENCIAS

Amin, K. y V. Ng (1997). 'Inferring Future Volatility from the Information in Implied Volatility in Eurodollar Options: A New Approach', *The Review of Financial Studies* 10, pp. 333-367.

Backus, D., S. Foresi, K. Li y L. Wu (1997). 'Accounting for Biases in Black-Scholes', Documento de Trabajo, Stern School of Business, New York University.

Black, F. (1976). 'The pricing of commodity contracts', *Journal of Financial Economics* 3, pp. 167-179.

Black, F. y M. Scholes (1973). 'The pricing of options and corporate liabilities', *Journal of Political Economy* 81, pp. 637-659.

Bollerslev, T. (1986). 'Generalized Autorregresive Conditional Heteroskedasticity', *Journal of Econometrics* 31, pp. 307-327.

Bollerslev, T. y J. Wooldridge (1992). 'Quasi-Maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time Varying Covariances', *Econometric Reviews* 11, pp. 143-172.

Canina, L. y S. Figlewski (1993). 'The Informational Content of Implied Volatility', *The Review of Financial Studies* 6, pp. 659-681.

Christensen, B. y N. Prabhala (1998). 'The relation between implied and realized volatility', *Journal of Financial Economics* 50, pp. 125-150.

Corrado, C. y T. Su (1996). 'Skewness and Kurtosis in S&P 500 index returns implied by option prices', *Journal of Financial Research* 19, pp.175-192.

Corrado, C. y T. Su (1997a). 'Implied volatility skews and stock return skewness and kurtosis implied by stock option prices', *European Journal of Finance* 3, pp. 73-85.

Corrado, C. y T. Su (1997b). 'Implied volatility skews and stock index skewness and kurtosis implied by S&P 500 index option prices', *Journal of Derivatives* 4, pp. 8-19.

Day, T. y C. Lewis (1992). 'Stock market volatility and the information content of stock index options', *Journal of Econometrics* 52, pp. 267-287.

Dewachter H. y A. León (1996). 'The Information Content of Options on the IBEX-35', *Revista Española de Economía* 13, pp.159-180.

Dumas, B., J. Fleming y R. Whaley (1998). 'Implied Volatility Functions: Empirical Tests', *Journal of Finance* 53, pp. 2059-2106.

- Fiorentini, G., A. León y G. Rubio (1998). 'Short-term options with stochastic volatility: estimation and empirical performance', Documento de trabajo, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas.
- French, D. (1984). 'The weekend effect on the distribution of stock prices: implications for option pricing', *Journal of Financial Economics* 13, pp. 547-559.
- Heath, D., R. Jarrow y A. Morton (1992). 'Bond Pricing and the Term-Structure of Interest Rates: a New Methodology', *Econometrica* 60, pp. 77-105.
- Heston, S. (1993). 'A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options', *Review of Financial Studies* 6, pp. 327-344.
- Hull, J. (1997). 'Options, futures and other derivative securities', Prentice Hall, Tercera edición, New Jersey.
- Hull, J. y A. White (1987). 'The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities', *Journal of Finance* 42, pp. 281-300.
- Jarrow, R. y A. Rudd (1982). 'Approximate Option Valuation for Arbitrary Stochastic Processes', *Journal of Financial Economics* 10, pp. 347-369.



Jorion, P. (1995). 'Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market', *Journal of Finance* 50, pp. 507-528.

Lamoureux, C. y W. Lastrapes (1993). 'Forecasting Stock-Return Variance: Toward an Understanding of Stochastic Implied Volatilities', *The Review of Financial Studies* 6, pp. 293-326.

Navatte, P. y C. Villa (1999). 'The information content of implied Volatility, Skewness and Kurtosis: Empirical evidence from long-term CAC 40 options', Documento de trabajo, Universidad de Rennes I.

Nelson, D. (1991). 'Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach', *Econometrica*, 59, pp. 347-370.

Peña, I., G. Rubio y G. Serna (1999a). 'Why do we smile? On the determinants of the implied volatility function', *Journal of Banking and Finance* 23, pp. 1151-1179.

Peña, I., G. Rubio y G. Serna (1999b). 'Smiles, bid-ask spreads and option pricing', Documento de trabajo, Universidad Carlos III de Madrid.

TABLA 1

**CARACTERISTICAS MUESTRALES DE LAS OPCIONES SOBRE EL FUTURO DEL INDICE  
IBEX-35**

En la siguiente tabla se presentan el precio medio, el diferencial "bid-ask" relativo medio y el número de opciones disponibles, para cada una de las categorías establecidas para el grado de "moneyness". Se han empleado todas las opciones negociadas durante el intervalo horario de 16:00 a 16:45 desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998. K es el precio de ejercicio y F denota el precio del futuro del índice IBEX-35. El grado de "moneyness" se define como el cociente entre el precio de ejercicio y el precio del futuro. OTM, ATM e ITM son las siglas inglesas correspondientes a opciones fuera de dinero, a dinero y en dinero respectivamente.

PANEL A: OPCIONES DE COMPRA

	MONEYNESS K/F	PRECIO MEDIO	DIFERENCIAL 'BID-ASK' MEDIO	NUMERO DE OBSERVACIONES
MUY ITM	0.90-0.97	297.6168	0.1423	107
ITM	0.97-0.99	139.5263	0.1283	551
ATM	0.99-1.01	91.9031	0.1720	2312
OTM	1.01-1.03	60.9031	0.2335	2336
MUY OTM	1.03-1.08	43.2079	0.3775	2160
TODAS	-	74.5784	0.2470	7466

PANEL B: OPCIONES DE VENTA

	MONEYNESS K/F	PRECIO MEDIO	DIFERENCIAL 'BID-ASK' MEDIO	NUMERO DE OBSERVACIONES
MUY OTM	0.90-0.97	46.6134	0.3388	1927
OTM	0.97-0.99	66.5545	0.2109	1605
ATM	0.99-1.01	92.9196	0.1607	1605
ITM	1.01-1.03	125.6550	0.1267	371
MUY ITM	1.03-1.08	341.6585	0.1778	82
TODAS	-	75.2082	0.2345	5590

**TABLA 2**  
**CONTRASTE NO PARAMÉTRICO PARA MODELOS DE VALORACION DE OPCIONES**  
**ALTERNATIVOS**

Se ha obtenido diariamente una única estimación de la desviación típica con el modelo de Black-Scholes (1973) (un único conjunto de estimadores de la desviación típica y los coeficientes de asimetría y curtosis con el modelo de Corrado y Su, 1996, 1997a, 1997b), a partir de todos los precios de opciones negociadas durante el día  $t$ , minimizando la suma de diferencias al cuadrado entre los precios teóricos y de mercado. Estos coeficientes implícitos se utilizan para obtener valores teóricos para las opciones negociadas durante el día  $t+1$ . La significatividad estadística de los errores fuera de muestra se analiza por medio de las proporciones de valores teóricos que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask'. En los tests que se presentan en la tabla se ha empleado el siguiente estadístico  $Z$  para la diferencia entre dos proporciones:

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p_1(1-p_1)/n_1 + p_2(1-p_2)/n_2}}$$

donde  $p_1$  es la proporción de valores teóricos de Black-Scholes que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial 'bid-ask' y  $p_2$  es la proporción equivalente para el modelo de Corrado-Su. Asimismo,  $n_1$  y  $n_2$  son los tamaños muestrales correspondientes a dichas proporciones. El estadístico se distribuye asintóticamente como una variable normal estándar. En los contrastes que se presentan en la tabla se han empleado todas las opciones negociadas entre las 16:00 y las 16:45 horas, desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998.

CATEGORIAS	BLACK-SCHOLES	CORRADO-SU ESTAD. Z (p-valor)	Nº OBSERVACIONES
TODAS LAS OPCIONES	0.5199	0.4402 11.8580 (0.0000)	10952
OPCIONES DE COMPRA	0.4915	0.4600 3.5213 (0.0004)	6217
OPCIONES DE VENTA	0.5573	0.4141 14.0853 (0.0000)	4735

**TABLA 3**  
**ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS PARA LOS COEFICIENTES IMPLÍCITOS, REALIZADOS E HISTÓRICOS**

Se ha obtenido diariamente un único estimador de la desviación típica implícita de Black-Scholes (1973) ( $\sigma_{BS}$ ), así como un único conjunto de estimadores de la volatilidad, asimetría y curtosis implícitas de Corrado y Su (1996, 1997a, 1997b) ( $\sigma_{CS}$ ,  $SK_{CS}$  y  $KU_{CS}$  respectivamente), utilizando todas las opciones negociadas durante el día  $t$ , entre las 16:00 y las 16:45 horas, desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998. Las estimaciones se han obtenido minimizando la suma de diferencias al cuadrado entre los valores teóricos y los de mercado. Los coeficientes de volatilidad, asimetría y curtosis realizados ( $\sigma_r$ ,  $SK_r$  y  $KU_r$  respectivamente) se han calculado como la media, asimetría y curtosis muestrales de la rentabilidad diaria del activo subyacente, durante el tiempo que falta para el vencimiento de las opciones. Finalmente, los coeficientes de volatilidad, asimetría y curtosis históricos ( $\sigma_h$ ,  $SK_h$  y  $KU_h$  respectivamente) se han calculado como la media, asimetría y curtosis de la rentabilidad del activo subyacente, durante los  $\tau$  días anteriores a la fecha de cálculo de la volatilidad implícita, siendo  $\tau$  el número de días que faltan para el vencimiento de las opciones. El coeficiente de variación se define como el valor absoluto del cociente entre la desviación típica y la media.

SERIE	MEDIA	DESVIACION TÍPICA	COEFICIENTE DE VARIACION
$\sigma_r$	0.1977	0.1007	0.5547
$\sigma_{BS}$	0.2171	0.0759	0.3497
$\sigma_{CS}$	0.2289	0.0837	0.3659
$\sigma_h$	0.1979	0.1145	0.5784
$SK_r$	-0.0819	0.4997	6.0991
$SK_{CS}$	-0.5705	0.4352	0.7628
$SK_h$	-0.0722	0.4770	6.6075
$KU_r$	2.1778	1.0818	0.4967
$KU_{CS}$	4.0142	1.6488	0.4107
$KU_h$	2.1405	1.0234	0.4781



**TABLA 4**  
**EL CONTENIDO INFORMATIVO DE LA VOLATILIDAD IMPLICITA DE BS: EL**  
**PROCEDIMIENTO DE REGRESION SIMPLE**

Los coeficientes que se presentan en cada fila de las tablas siguientes son los estimadores de MCO de las regresiones:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \alpha_0 + \alpha_i \sigma_{BS} + \varepsilon \\ \sigma_r &= \alpha_0 + \alpha_h \sigma_h + \varepsilon \\ \sigma_r &= \alpha_0 + \alpha_i \sigma_{BS} + \alpha_h \sigma_h + \varepsilon\end{aligned}$$

respectivamente, donde  $\sigma_r$  es la volatilidad futura hasta el vencimiento de las opciones,  $\sigma_{BS}$  es la volatilidad implícita de Black-Scholes y  $\sigma_h$  denota volatilidad histórica, calculada como la desviación típica de la rentabilidad del subyacente durante los  $\tau$  días anteriores a  $t$ , siendo  $\tau$  el número de días que faltan, en  $t$ , hasta el vencimiento. Estos coeficientes se han estimado con una muestra compuesta por todas las opciones sobre el índice IBEX-35 negociadas entre las 16:00 y las 16:45, desde enero de 1994 hasta octubre de 1998. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar consistentes de Newey-West (p-valores entre paréntesis).

PANEL A: DATOS DIARIOS						
$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\alpha}_h$	D-W	R <sup>2</sup> AJUST.	Nº OBS.	Tests de Wald
-0.0295 (0.0693)	1.0465 (0.0000)	-	0.2767	0.5245	888	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1$ Estad. F = 9.8032 p-valor=0.0000
0.0896 (0.0001)	-	0.5460 (0.0000)	0.2299	0.3243	888	-
-0.0311 (0.0596)	1.0756 (0.0000)	-0.0242 (0.7349)	0.2787	0.5242	888	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1, \alpha_h=0$ Estad. F =7.5545 p-valor=0.0000
PANEL B: DATOS SEMANALES						
$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\alpha}_h$	D-W	R <sup>2</sup> AJUST.	Nº OBS.	Tests de Wald
-0.0553 (0.0523)	1.1707 (0.0000)	-	0.7433	0.5452	231	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1$ Estad. F = 9.3835 p-valor=0.0000
0.0722 (0.0166)	-	0.6352 (0.0002)	0.9254	0.3697	231	-
-0.0525 (0.0596)	1.1218 (0.0000)	0.0399 (0.6666)	0.7613	0.5437	231	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1, \alpha_h=0$ Estad. F=7.1730 p-valor=0.0001
PANEL C: DATOS MENSUALES						
$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\alpha}_h$	D-W	R <sup>2</sup> AJUST.	Nº OBS.	Tests de Wald
-0.0393 (0.1254)	1.1343 (0.0000)	-	2.0266	0.4756	57	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1$ Estad. F = 2.1909 p-valor=0.1209
0.0520 (0.0141)	-	0.8090 (0.0000)	2.1420	0.3647	57	-
-0.0372 (0.1547)	1.0797 (0.0000)	0.0511 (0.7423)	2.0472	0.4663	57	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1, \alpha_h=0$ Estad. F=1.5639 p-valor=0.2087

**TABLA 5**  
**EL CONTENIDO INFORMATIVO DE LA VOLATILIDAD IMPLÍCITA DE CS: EL**  
**PROCEDIMIENTO DE REGRESION SIMPLE**

Los coeficientes que se presentan en cada fila de las tablas siguientes son los estimadores de MCO de las regresiones:

$$\begin{aligned}\sigma_t &= \alpha_0 + \alpha_i \sigma_{CS} + \varepsilon \\ \sigma_t &= \alpha_0 + \alpha_h \sigma_h + \varepsilon \\ \sigma_t &= \alpha_0 + \alpha_i \sigma_{CS} + \alpha_h \sigma_h + \varepsilon\end{aligned}$$

respectivamente, donde  $\sigma_t$  es la volatilidad futura hasta el vencimiento de las opciones,  $\sigma_{CS}$  es la volatilidad implícita de Corrado-Su y  $\sigma_h$  denota volatilidad histórica, calculada como la desviación típica de la rentabilidad del subyacente durante los  $\tau$  días anteriores a  $t$ , siendo  $\tau$  el número de días que faltan, en  $t$ , hasta el vencimiento. Estos coeficientes se han estimado con una muestra compuesta por todas las opciones sobre el índice IBEX-35 negociadas entre las 16:00 y las 16:45, desde enero de 1994 hasta octubre de 1998. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar consistentes de Newey-West (p-valores entre paréntesis).

PANEL A: DATOS DIARIOS						
$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\alpha}_h$	D-W	R <sup>2</sup> AJUST.	Nº OBS.	Tests de Wald
-0.0179 (0.2443)	0.9419 (0.0000)	-	0.3080	0.5168	888	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1$ Estad. F = 17.7834 p-valor=0.0000
0.0896 (0.0001)	-	0.5460	0.2299	0.3243	888	-
-0.0177 (0.02494)	0.9392 (0.0000)	0.0025 (0.9725)	0.3076	0.5162	888	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1, \alpha_h=0$ Estad. F = 12.5772 p-valor=0.0000
PANEL B: DATOS SEMANALES						
$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\alpha}_h$	D-W	R <sup>2</sup> AJUST.	Nº OBS.	Tests de Wald
-0.0386 (0.1509)	1.0465 (0.0000)	-	0.7766	0.5249	231	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1$ Estad. F = 14.2392 p-valor=0.0000
0.0722 (0.0166)	-	0.6352 (0.0002)	0.9255	0.3697	231	-
-0.0340 (0.1782)	0.9530 (0.0000)	0.0844 (0.3769)	0.8053	0.5252	231	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1, \alpha_h=0$ Estad. F = 10.5142 p-valor=0.0000
PANEL C: DATOS MENSUALES						
$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\alpha}_h$	D-W	R <sup>2</sup> AJUST.	Nº OBS.	Tests de Wald
-0.0238 (0.3355)	1.0129 (0.0000)	-	2.0929	0.4691	57	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1$ Estad. F = 3.7776 p-valor=0.0290
0.0520 (0.0141)	-	0.8091 (0.0000)	2.1420	0.3647	57	-
-0.0231 (0.3869)	0.9928 (0.0001)	0.02055 (0.9086)	2.1000	0.4594	57	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1, \alpha_h=0$ Estad. F = 2.5204 p-valor=0.0675

**TABLA 6**  
**EL CONTENIDO INFORMATIVO DE LA ASIMETRÍA IMPLÍCITA DE CORRADO-SU**

Los coeficientes que se presentan en cada fila de las tablas siguientes son los estimadores de MCO de las regresiones:

$$\begin{aligned} SK_r &= \alpha_0 + \alpha_i SK_{CS} + \varepsilon \\ SK_r &= \alpha_0 + \alpha_h SK_h + \varepsilon \\ SK_r &= \alpha_0 + \alpha_i SK_{CS} + \alpha_h SK_h + \varepsilon \end{aligned}$$

respectivamente, donde  $SK_r$  es la asimetría futura hasta el vencimiento de las opciones,  $SK_{CS}$  es la asimetría implícita de Corrado-Su y  $SK_h$  denota asimetría histórica, calculada como la asimetría de la rentabilidad del subyacente durante los  $\tau$  días anteriores a  $t$ , siendo  $\tau$  el número de días que faltan, en  $t$ , hasta el vencimiento. Estos coeficientes se han estimado con una muestra compuesta por todas las opciones sobre el índice IBEX-35 negociadas entre las 16:00 y las 16:45, desde enero de 1994 hasta octubre de 1998. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar consistentes de Newey-West (p-valores entre paréntesis).

PANEL A: DATOS DIARIOS						
$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\alpha}_h$	D-W	R <sup>2</sup> AJUST.	Nº OBS.	Tests de Wald
-0.0278 (0.6161)	0.0949 (0.0928)	-	0.2978	0.0057	888	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1$ Estad. F = 274.7626 p-valor=0.0000
-0.0724 (0.0492)	-	0.1313 (0.0257)	0.3045	0.0146	888	-
-0.0195 (0.7147)	0.0929 (0.0855)	0.1302 (0.0259)	0.3118	0.0201	888	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1, \alpha_h=0$ Estad. F=209.4504 p-valor=0.0000
PANEL B: DATOS SEMANALES						
$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\alpha}_h$	D-W	R <sup>2</sup> AJUST.	Nº OBS.	Tests de Wald
-0.0041 (0.9643)	0.0673 (0.5391)	-	0.9269	-0.0017	231	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1$ Estad. F = 111.9989 p-valor=0.0000
-0.0351 (0.5104)	-	0.0589 (0.5476)	0.9415	-0.0018	231	-
-0.0009 (0.9914)	0.0644 (0.5479)	0.0563 (0.5644)	0.9486	-0.0038	231	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1, \alpha_h=0$ Estad. F=83.2645 p-valor=0.0000
PANEL C: DATOS MENSUALES						
$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\alpha}_h$	D-W	R <sup>2</sup> AJUST.	Nº OBS.	Tests de Wald
-0.0989 (0.5211)	-0.0464 (0.8010)	-	1.4951	-0.0168	57	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1$ Estad. F = 45.9498 p-valor=0.000
-0.0600 (0.4409)	-	0.1440 (0.2645)	1.7102	-0.0004	57	-
-0.0993 (0.5054)	-0.0692 (0.7017)	0.1517 (0.2483)	1.6958	-0.0160	57	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1, \alpha_h=0$ Estad. F=39.3879 p-valor=0.0000

**TABLA 7**  
**EL CONTENIDO INFORMATIVO DE LA CURTOSIS IMPLICITA DE CORRADO-SU**

Los coeficientes que se presentan en cada fila de las tablas siguientes son los estimadores de MCO de las regresiones:

$$\begin{aligned} KU_r &= \alpha_0 + \alpha_i KU_{CS} + \varepsilon \\ KU_r &= \alpha_0 + \alpha_h KU_h + \varepsilon \\ KU_r &= \alpha_0 + \alpha_i KU_{CS} + \alpha_h KU_h + \varepsilon \end{aligned}$$

respectivamente, donde  $KU_r$  es la curtosis futura hasta el vencimiento de las opciones,  $KU_{CS}$  es la curtosis implícita de Corrado-Su y  $KU_h$  denota curtosis histórica, calculada como la curtosis de la rentabilidad del subyacente durante los  $\tau$  días anteriores a  $t$ , siendo  $\tau$  el número de días que faltan, en  $t$ , hasta el vencimiento. Estos coeficientes se han estimado con una muestra compuesta por todas las opciones sobre el índice IBEX-35 negociadas entre las 16:00 y las 16:45, desde enero de 1994 hasta octubre de 1998. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar consistentes de Newey-West (p-valores entre paréntesis).

PANEL A: DATOS DIARIOS						
$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\alpha}_h$	D-W	R <sup>2</sup> AJUST.	Nº OBS.	Tests de Wald
2.5343 (0.0000)	-0.0440 (0.0131)	-	0.3232	0.0034	888	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1$ Estad. F = 2717.255 p-valor=0.0000
1.6541 (0.0000)	-	0.2446 (0.0119)	0.3057	0.0525	888	-
1.7948 (0.0000)	-0.0329 (0.0292)	0.2407 (0.0122)	0.3105	0.0539	888	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1, \alpha_h=0$ Estad. F=2226.731 p-valor=0.0000
PANEL B: DATOS SEMANALES						
$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\alpha}_h$	D-W	R <sup>2</sup> AJUST.	Nº OBS.	Tests de Wald
2.2727 (0.0000)	-0.0104 (0.7620)	-	0.8864	-0.0042	231	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1$ Estad. F = 560.5806 p-valor=0.0000
1.4928 (0.0001)	-	0.3444 (0.0717)	0.9108	0.0923	231	-
1.5054 (0.0000)	-0.0032 (0.9165)	0.3443 (0.0719)	0.9100	0.0883	231	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1, \alpha_h=0$ Estad. F=418.3696 p-valor=0.0000
PANEL C: DATOS MENSUALES						
$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\alpha}_h$	D-W	R <sup>2</sup> AJUST.	Nº OBS.	Tests de Wald
2.0658 (0.0000)	0.1052 (0.1883)	-	1.9438	-0.0038	57	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1$ Estad. F = 83.2616 p-valor=0.000
2.0734 (0.0000)	-	0.1697 (0.3082)	2.1261	0.0041	57	-
1.7927 (0.0005)	0.0860 (0.2371)	0.1514 (0.3236)	2.0900	-0.0048	57	H <sub>0</sub> : $\alpha_0=0, \alpha_i=1, \alpha_h=0$ Estad. F=73.7887 p-valor=0.0000

**TABLA 8**  
**EL CONTENIDO INFORMATIVO DE LA VOLATILIDAD IMPLÍCITA DE BLACK-SCHOLES:**  
**EL PROCEDIMIENTO GARCH**

En la tabla siguiente se presentan los estimadores máximo verosímiles de los modelos GARCH:

$$r_t = E(r_t | r_{t-1}, r_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t$$

$$(1) h_t = \omega + \delta \sigma_{it}^2$$

$$(2) h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}$$

$$(3) h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} + \delta \sigma_{it}^2$$

$$(4) h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} + \delta \sigma_{it}^2 - \delta (\alpha + \beta) \sigma_{it}^2$$

$$\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots \sim N(0, h_t)$$

donde  $r_t$  son los rendimientos continuos del futuro del IBEX-35,  $\sigma_{it}^2$  es la volatilidad implícita de BS, calculada con todas las opciones negociadas durante el día  $t$  entre las 16:00 y las 16:45, desde enero de 1994 a octubre de 1998. La dinámica en la ecuación de la media se ha seleccionado con el criterio de Akaike. Los modelos seleccionados para rendimientos diarios (panel A) y semanales (panel B) son ARMA(2,2) y ARMA(1,2) respectivamente. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar robustos de Bollerslev-Wooldridge (p-valores entre paréntesis).

PANEL A: DATOS DIARIOS						
Modelo	$\hat{\omega}$ (p-valor)	$\hat{\alpha}$ (p-valor)	$\hat{\beta}$ (p-valor)	$\hat{\delta}$ (p-valor)	Log L	Tests
(1)	-0.0003 (0.0489)	-	-	1.0683 (0.0000)	2642.241	$H_0: \omega = 0, \delta = 1$ Estad. F = 5.8184 p-valor = 0.0031
(2)	0.0000 (0.0530)	0.1549 (0.0156)	0.8048 (0.0000)	-	2597.942	-
(3)	-0.0000 (0.1479)	-0.0004 (0.9892)	-0.4521 (0.0000)	1.4398 (0.0000)	2652.809	$H_0: \omega = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 4.7462 p-valor = 0.0008
(4)	0.0000 (0.3096)	-0.0077 (0.8074)	0.5374 (0.0877)	1.6666 (0.0006)	2655.020	$H_0: \omega = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 3.6954 p-valor = 0.0054
PANEL B: DATOS SEMANALES						
Modelo	$\hat{\omega}$ (p-valor)	$\hat{\alpha}$ (p-valor)	$\hat{\beta}$ (p-valor)	$\hat{\delta}$ (p-valor)	Log L	Tests
(1)	-0.0001 (0.2262)	-	-	1.0571 (0.0000)	505.6282	$H_0: \omega = 0, \delta = 1$ Estad. F = 2.2966 p-valor = 0.1029
(2)	0.0000 (0.3515)	0.0933 (0.0905)	0.8622 (0.0000)	-	488.3288	-
(3)	-0.0001 (0.3257)	0.1040 (0.1615)	-0.3479 (0.2479)	1.2806 (0.0003)	506.2865	$H_0: \omega = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 4.4194 p-valor = 0.0018
(4)	0.0000 (0.7415)	-0.0044 (0.9030)	0.7808 (0.2178)	1.2985 (0.0001)	506.5534	$H_0: \omega = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 4.2853 p-valor = 0.0023

**TABLA 9**  
**EL CONTENIDO INFORMATIVO DE LA VOLATILIDAD IMPLÍCITA DE CORRADO-SU:**  
**EL PROCEDIMIENTO GARCH**

En la tabla siguiente se presentan los estimadores máximo verosímiles de los modelos GARCH:

$$r_t = E(r_t | r_{t-1}, r_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t$$

$$(1) h_t = \omega + \delta \sigma_{it}^2$$

$$(2) h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}$$

$$(3) h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} + \delta \sigma_{it}^2$$

$$(4) h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} + \delta \sigma_{it}^2 - \delta (\alpha + \beta) \sigma_{it}^2$$

$$\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots \sim N(0, h_t)$$

donde  $r_t$  son los rendimientos continuos del futuro del IBEX-35,  $\sigma_{it}^2$  es la volatilidad implícita de CS, calculada con todas las opciones negociadas durante el día  $t$  entre las 16:00 y las 16:45, desde enero de 1994 a octubre de 1998. La dinámica en la ecuación de la media se ha seleccionado con el criterio de Akaike. Los modelos seleccionados para rendimientos diarios (panel A) y semanales (panel B) son ARMA(2,2) y ARMA(1,2) respectivamente. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar robustos de Bollerslev-Wooldridge (p-valores entre paréntesis).

PANEL A: DATOS DIARIOS						
Modelo	$\hat{\omega}$ (p-valor)	$\hat{\alpha}$ (p-valor)	$\hat{\beta}$ (p-valor)	$\hat{\delta}$ (p-valor)	Log L	Tests
(1)	-0.0000 (0.0781)	-	-	0.9226 (0.0000)	2645.027	$H_0: \omega = 0, \delta = 1$ Estad. F = 12.6439 p-valor = 0.0000
(2)	0.0000 (0.0530)	0.1549 (0.0156)	0.8048 (0.0000)	-	2597.942	-
(3)	-0.0000 (0.3720)	0.0150 (0.7778)	0.0893 (0.7891)	0.7664 (0.0172)	2638.871	$H_0: \omega = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 11.8971 p-valor = 0.0000
(4)	-0.0000 (0.4944)	0.0104 (0.7555)	0.6249 (0.1671)	1.0491 (0.0014)	2642.110	$H_0: \omega = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 4.2087 p-valor = 0.0022

PANEL B: DATOS SEMANALES						
Modelo	$\hat{\omega}$ (p-valor)	$\hat{\alpha}$ (p-valor)	$\hat{\beta}$ (p-valor)	$\hat{\delta}$ (p-valor)	Log L	Tests
(1)	-0.0000 (0.4189)	-	-	0.9255 (0.0000)	505.7046	$H_0: \omega = 0, \delta = 1$ Estad. F = 3.6017 p-valor = 0.0288
(2)	0.0000 (0.3515)	0.0933 (0.0905)	0.8622 (0.0000)	-	488.3288	-
(3)	-0.0000 (0.4098)	-0.0095 (0.8361)	0.0137 (0.9671)	0.9163 (0.0019)	506.7056	$H_0: \omega = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 2.8242 p-valor = 0.0258
(4)	-0.0000 (0.6739)	-0.0141 (0.6926)	0.7952 (0.0207)	1.1815 (0.0000)	506.5111	$H_0: \omega = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 3.7472 p-valor = 0.0057

**TABLA 10**  
**EL CONTENIDO INFORMATIVO DE LA VOLATILIDAD IMPLÍCITA DE BLACK-SCHOLES:**  
**EL PROCEDIMIENTO EGARCH**

En las tablas siguientes se presentan los estimadores de máxima verosimilitud de los modelos EGARCH:

$$r_t = E(r_t | r_{t-1}, r_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t$$

$$(1) \ln(h_t) = \omega + \delta \ln(\sigma_{it}^2)$$

$$(2) \ln(h_t) = \omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \beta \ln(h_{t-1})$$

$$(3) \ln(h_t) = \omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \beta \ln(h_{t-1}) + \delta \ln(\sigma_{it}^2)$$

$$(4) \ln(h_t) = \omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \beta \ln(h_{t-1}) + \delta \ln(\sigma_{it}^2) - \delta \beta \ln(\sigma_{it}^2)$$

$$\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots \sim N(0, h_t); \quad \psi_t = \varepsilon_t / h_t^{1/2}$$

donde  $r_t$  son los rendimientos continuos del futuro del IBEX-35,  $\sigma_{it}^2$  es la volatilidad implícita de BS, calculada con todas las opciones negociadas durante el día  $t$  entre las 16:00 y las 16:45, desde enero de 1994 a octubre de 1998. La dinámica en la ecuación de la media se ha seleccionado con el criterio de Akaike. Los modelos seleccionados para rendimientos diarios (panel A) y semanales (panel B) son ARMA(2,2) y ARMA(1,2) respectivamente. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar robustos de Bollerslev-Wooldridge (p-valores entre paréntesis).

PANEL A: DATOS DIARIOS							
Modelo	$\hat{\omega}$ (p-valor)	$\hat{\gamma}$ (p-valor)	$\hat{\alpha}$ (p-valor)	$\hat{\beta}$ (p-valor)	$\hat{\delta}$ (p-valor)	Log L	Tests
(1)	2.0341 (0.0221)	-	-	-	1.2511 (0.0000)	3457.56	$H_0: \omega = 0, \delta = 1$ Estad. F = 9.0522 p-valor = 0.001
(2)	-0.5818 (0.0679)	-0.0857 (0.0273)	0.2342 (0.0016)	0.9323 (0.0000)	-	3403.96	
(3)	2.1447 (0.0325)	-0.1622 (0.0036)	-0.0792 (0.4517)	-0.4397 (0.0039)	1.7158 (0.0000)	3468.99	$H_0: \omega = \gamma = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 10.4474 p-valor = 0.0000
(4)	1.4293 (0.0384)	-0.1849 (0.0003)	-0.0751 (0.4740)	0.0330 (0.6078)	1.1896 (0.0000)	3464.79	$H_0: \omega = \gamma = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 11.8823 p-valor = 0.0000

PANEL B: DATOS SEMANALES							
Modelo	$\hat{\omega}$ (p-valor)	$\hat{\gamma}$ (p-valor)	$\hat{\alpha}$ (p-valor)	$\hat{\beta}$ (p-valor)	$\hat{\delta}$ (p-valor)	Log L	Tests
(1)	1.2984 (0.2617)	-	-	-	1.2036 (0.0000)	713.43	$H_0: \omega = 0, \delta = 1$ Estad. F = 2.6686 p-valor = 0.0718
(2)	-9.7060 (0.0000)	0.0706 (0.5197)	0.4822 (0.0348)	-0.3760 (0.2419)	-	693.87	-
(3)	1.5317 (0.3247)	0.0599 (0.5274)	0.1766 (0.3150)	-0.3219 (0.0121)	1.5676 (0.0000)	714.93	$H_0: \omega = \gamma = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 2.7514 p-valor = 0.0198
(4)	2.8817 (0.1923)	0.1258 (0.0300)	0.2125 (0.0894)	-0.7403 (0.0000)	1.2544 (0.0000)	715.33	$H_0: \omega = \gamma = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 26.4159 p-valor = 0.0000

**TABLA 11**  
**EL CONTENIDO INFORMATIVO DE LA VOLATILIDAD IMPLÍCITA DE CORRADO-SU: EL PROCEDIMIENTO EGARCH**

En las tablas siguientes se presentan los estimadores de máxima verosimilitud de los modelos EGARCH:

$$r_t = E(r_t | r_{t-1}, r_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t$$

$$(1) \ln(h_t) = \omega + \delta \ln(\sigma_{it}^2)$$

$$(2) \ln(h_t) = \omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \beta \ln(h_{t-1})$$

$$(3) \ln(h_t) = \omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \beta \ln(h_{t-1}) + \delta \ln(\sigma_{it}^2)$$

$$(4) \ln(h_t) = \omega + \gamma \psi_{t-1} + \alpha (|\psi_{t-1}| - \sqrt{2\pi}) + \beta \ln(h_{t-1}) + \delta \ln(\sigma_{it}^2) - \delta \beta \ln(\sigma_{it}^2)$$

$$\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots \sim N(0, h_t); \quad \psi_t = \varepsilon_t / h_t^{1/2}$$

donde  $r_t$  son los rendimientos continuos del futuro del IBEX-35,  $\sigma_{it}^2$  es la volatilidad implícita de CS, calculada con todas las opciones negociadas durante el día  $t$  entre las 16:00 y las 16:45, desde enero de 1994 a octubre de 1998. La dinámica en la ecuación de la media se ha seleccionado con el criterio de Akaike. Los modelos seleccionados para rendimientos diarios (panel A) y semanales (panel B) son ARMA(2,2) y ARMA(1,2) respectivamente. Se han empleado en todas las estimaciones errores estándar robustos de Bollerslev-Wooldridge (p-valores entre paréntesis).

PANEL A: DATOS DIARIOS							
Modelo	$\hat{\omega}$ (p-valor)	$\hat{\gamma}$ (p-valor)	$\hat{\alpha}$ (p-valor)	$\hat{\beta}$ (p-valor)	$\hat{\delta}$ (p-valor)	Log L	Tests
(1)	1.4279 (0.1226)	-	-	-	1.1936 (0.0000)	3454.51	$H_0: \omega = 0, \delta = 1$ Estad. F = 14.5894 p-valor = 0.0000
(2)	-0.5818 (0.0679)	-0.0857 (0.0273)	0.2342 (0.0016)	0.9323 (0.0000)	-	3403.96	-
(3)	0.9209 (0.2602)	-0.1863 (0.0003)	-0.0535 (0.5367)	-0.1037 (0.3326)	1.2439 (0.0000)	3462.43	$H_0: \omega = \gamma = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 9.7217 p-valor = 0.0000
(4)	0.8133 (0.3147)	-0.1864 (0.0015)	-0.0413 (0.8175)	0.0811 (0.8879)	1.1330 (0.0000)	3462.10	$H_0: \omega = \gamma = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 10.7209 p-valor = 0.0000

PANEL B: DATOS SEMANALES							
Modelo	$\hat{\omega}$ (p-valor)	$\hat{\gamma}$ (p-valor)	$\hat{\alpha}$ (p-valor)	$\hat{\beta}$ (p-valor)	$\hat{\delta}$ (p-valor)	Log L	Tests
(1)	0.7151 (0.5494)	-	-	-	1.1338 (0.0000)	713.54	$H_0: \omega = 0, \delta = 1$ Estad. F = 4.1277 p-valor = 0.0175
(2)	-9.7060 (0.0000)	0.0706 (0.5197)	0.4822 (0.0348)	-0.3760 (0.2419)	-	693.87	-
(3)	0.6922 (0.6851)	0.0530 (0.6191)	0.0462 (0.9479)	-0.1438 (0.7897)	1.2792 (0.0022)	713.85	$H_0: \omega = \gamma = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 1.3840 p-valor = 0.2317
(4)	2.0639 (0.3330)	0.1255 (0.0269)	0.2008 (0.1596)	-0.7772 (0.0000)	1.1979 (0.0000)	715.64	$H_0: \omega = \gamma = \alpha = \beta = 0, \delta = 1$ Estad. F = 29.2739 p-valor = 0.0000