



Universidad
Carlos III de Madrid

TESIS DOCTORAL

**MODELADO Y CONTROL DE
SISTEMAS NO LINEALES DE TIPO
SMA**

Autor:

Alejandro Martín Clemente

Director:

Luis Moreno Lorente

Codirector:

Dolores Blanco Rojas

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE SISTEMAS Y
AUTOMÁTICA

Leganés, Diciembre 2013

TESIS DOCTORAL (THESIS)

**MODELADO Y CONTROL DE SISTEMAS
NO LINEALES DE TIPO SMA**

Autor (Candidate): Alejandro Martín Clemente

Director (Adviser): Luis Moreno Lorente
Codirector (Co-Adviser): Dolores Blanco Rojas

Tribunal (Review Committee)

Presidente (Chair): Joaquín Aranda Almansa _____

Vocal (Member): Juan María Pérez Oria _____

Secretario (Secretary): Santiago Garrido Bullón _____

Suplente (Substitute): Ernesto Gambao Galán _____

Título (Grade): Doctorado en Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Automática

Calificación: _____

Leganés, 31 de Enero de 2014

Esta tesis ha sido financiada por el Ministerio de Ciencia e Innovación del Gobierno de España, y está enmarcada dentro de proyecto HYPER CONSOLIDER-INGENIO 2010 (ref. 2010/00154/001).
Robotics Lab – Universidad Carlos III de Madrid

Abstract

One of the most challenging fields of engineering is system control, which was established with the aim of automating complex systems without human interaction. Thus, by means of the feedback theory, it is intended to modify the most critical system variables to obtain the desired behavior. Even most of the applications are linear control-based, there exist some occasions where it becomes necessary to apply other approaches for obtaining reasonable results. During the last years, a new type of elements named intelligent materials have been discovered and developed. They yield very interesting properties although they are extremely difficult to control with classical techniques. Even they have a limited number of applications due to their complexity, the actual increase in computer power makes them attractive. In such a way, the continuous improvement of their size and performance has converted these intelligent materials into a future reference.

The aim of this dissertation is to suggest solutions to several problems controlling SMA actuators. Due to their high hysteresis, a novel methodology for their identification, adjustment and implementation in the control loop is presented improving the conventional linear methods. Thus, several experimental results and comparisons among several control methods are presented. Furthermore, the initial state search problem in the SMA actuator has been solved.

The presented contributions of this thesis have been tested and fully optimized in order to be installed in a real time actuation platform. In such a way, a new field of applications and future works is established suggesting a wide range of new possibilities.

Keywords: Control engineering, SMA, hysteresis, Prandtl-Ishlinskii, Bouc-Wen, HYPER, Differential Evolution.

Resumen

El control es una área de la ingeniería, que nació del deseo de automatizar sistemas complejos, sin ninguna intervención directa por parte del ser humano. Para ello, utilizando el principio de realimentación, se pretende conseguir que las variables de interés de un sistema se acerquen a un comportamiento deseado. Aunque la gran mayoría de las aplicaciones utilizan control lineal, hay ocasiones que se requieren de otras técnicas para conseguir resultados aceptables. Durante los últimos años se han descubierto y desarrollado los denominados materiales inteligentes, los cuales, presentan propiedades muy interesantes, pero por contra son difíciles de controlar mediante las técnicas clásicas. Aunque, muchos de ellos han limitado sus usos por esta complejidad, con las técnicas y potencia de cómputo actual, se vuelven muy atractivos. De este modo, y con la continua mejora en prestaciones y tamaño, muchos de ellos se convertirán en los referentes del futuro.

El objetivo de la presente tesis doctoral es proponer soluciones a varios de los problemas de control en actuadores de tipo SMA. Debido a la elevada histéresis que presentan, se propone una metodología para su identificación, ajuste e implementación sobre el bucle de control, que sobre todo, mejore las técnicas convencionales de control lineal. Para ello, se muestran ensayos experimentales y comparativas entre diversos métodos de control, y se resuelve uno de los problemas más importantes de estos actuadores: la búsqueda de un estado inicial.

Las contribuciones presentadas en esta tesis han sido probadas y optimizadas, para su funcionamiento sobre una plataforma de actuación en tiempo real. De este modo, se facilita su aplicación sobre futuros desarrollos y actuadores, abriendo un amplio abanico de posibilidades.

Palabras clave: Control, SMA, histéresis, Prandtl-Ishlinskii, Bouc-Wen, Evolución Diferencial, HYPER.

A todos los valientes que luchan por sus sueños.

Agradecimientos

No podría empezar estas líneas sin agradecer a la persona que me ofreció este trabajo de investigación, la misma que me ha hecho crecer como investigador, doctorando, y lo que es más importante, como persona. Aquella que siempre tiene tiempo para locuras, una idea nueva en la cabeza o una sonrisa cuando rompes algo. Gracias Luis.

Mención especial se merece Jorge, gran compañero, socio, amigo y persona. Por las veces que hemos gritado, sufrido o programado hasta las *5am*, pero sobre todo disfrutado. Por las vivencias de estos años, y sobre todo, ¡POR LAS QUE NOS QUEDAN! Gracias.

A mis padres, hermanos y Beita, los que no se cansan de apoyarme, aún sin entender lo que es una SMA o para que sirve controlarla, los que dividen los malos momentos y multiplican los buenos. Gracias, el mérito es vuestro.

A mi tía Mary, por su fuerza y entereza afrontando los malos momentos, y aún con todo, transmitiendo fuerza y energía positiva.

También debo agradecer a todos los compañeros del laboratorio, Antonio, Dorin, Piotr, Miguel, Álvaro, por los buenos momentos que hemos pasado, y que seguro echaré de menos. No me olvido de Dolores y Santiago, todos me habéis enseñado algo, y por ello os estaré siempre agradecido, sois grandes.

Por último, a beMee, mi empresa, mi niña, porque a partir de mañana volveré a sentir cada mañana que estoy haciendo lo que me gusta.

Abreviaturas

BIBO	B ounded- I nput B ounded- O utput
EAP	E lectroactive P olymer
ED	E volución D iferencial
ER	E lectroreológico
FIS	F uzzy I nference S ystem
FSMA	F erromagnetic S hape M emory A lloy
IMC	I nternal M odel C ontrol
LQR	L inear Q uadratic R egulator
LUT	L ook- U p T able
MDOF	M ulti- D egree- O f- F reedom
MEC	M edida de la E xtenuación debida al C ontrol
MR	M agnetoreológico
NP	N europrótesis
NR	N eurorobot
PD	P roporcional- D erivativo
PI	P roporcional- I ntegral
PID	P roporcional- I ntegral- D erivativo
PWM	P ulse W idth M odulation
PWPF	P ulse- W idth- P ulse- F recuency
PZT	M aterial: L ead zirconium titanate
RN	R ed N euronal
SIM	S tress- I nduced M artensite
SMA	S hape M emory A lloy
SMC	S liding M ode C ontrol
SME	S hape M emory E ffect
ZN	Z iegler- N ichols

Índice general

Abstract	I
Resumen	III
Agradecimientos	VII
Abreviaturas	IX
1. Introducción	1
1.1. Proyecto HYPER	5
1.2. Objetivos	6
2. Estado del arte	9
2.1. Técnicas de modelado de histéresis	11
2.2. Modelado de sistemas con histéresis	13
2.2.1. Conceptos previos	13
2.2.2. Metodologías existentes de modelado	16
2.2.3. Clases de modelos de histéresis	19
2.2.3.1. Modelos de tipo caja negra	20
2.2.3.2. Modelos basados en ecuaciones diferenciales	23
2.2.3.3. Modelos basados en operadores	25
2.3. Control de sistemas con histéresis	31
2.3.1. Técnicas de control existentes	32
2.3.1.1. Controladores lineales	32
2.3.1.2. Controladores de modulación de ancho de pulso (PWM)	33
2.3.1.3. Controladores no lineales	34
2.3.2. Algunos esquemas de control para sistemas con histéresis	38

2.3.2.1.	Control inverso directo	38
2.3.2.2.	Control por modelo interno	40
2.3.2.3.	Prealimentación con modelo inverso	41
2.3.2.4.	Control óptimo	43
2.3.2.5.	Linealización por realimentación	44
3.	Modelo de Prandtl-Ishlinskii	45
3.1.	Introducción	47
3.2.	Operador de histéresis <i>play operator</i>	48
3.3.	Modelo de Prandtl-Ishlinskii	49
3.3.1.	Funciones de densidad y umbral del modelo de Prandtl-Ishlinskii clásico	50
3.4.	Modificaciones del modelo de Prandtl-Ishlinskii	51
3.4.1.	Operador <i>play</i> generalizado simétrico	53
3.4.2.	Modelo generalizado de Prandtl-Ishlinskii independiente de la frecuencia	53
3.4.3.	Operador <i>play</i> generalizado dependiente de la frecuencia	55
3.4.4.	Modelo generalizado de Prandtl-Ishlinskii dependiente de la frecuencia	56
3.5.	Modelo de Prandtl-Ishlinskii para actuadores SMA	56
3.6.	Modelo inverso generalizado de Prandtl-Ishlinskii	57
3.7.	Adaptación a actuadores SMA	58
3.7.1.	Funciones de envoltura	58
3.8.	Identificación de los parámetros	59
3.8.1.	Optimización	59
3.8.2.	Evolución Diferencial	60
3.8.3.	Función de coste	63
4.	Modelo Bouc-Wen	67
4.1.	Introducción	69
4.2.	Estabilidad BIBO	71
4.3.	Consideraciones preliminares	72
4.4.	El modelo Bouc-Wen	73
4.5.	Tipo de señales de entrada	74
4.6.	El modelo de Bouc-Wen normalizado	75
4.7.	Integración del modelo Bouc-Wen	76
4.8.	Identificación del modelo Bouc-Wen normalizado	78
4.8.1.	Estrategia de optimización	78
4.8.2.	Funciones de coste	79
4.8.3.	Resolución de integrales	79

4.9.	Comportamiento algoritmo identificación	81
4.10.	Espacio de soluciones	85
4.11.	Sensibilidad de las variables ρ, σ, k_x, k_y y n	86
4.11.1.	Conclusiones	87
4.12.	Diseño de un controlador PID para un sistema con histéresis BW	88
4.12.1.	Método propuesto	88
4.12.2.	Simulaciones del sistema propuesto	90
4.12.3.	Resultados de la simulación	92
5.	Aleaciones con memoria de forma	95
5.1.	Introducción a las SMA	97
5.1.1.	Usos de las SMA	100
5.1.2.	Tipos básicos de actuadores SMA	101
5.2.	Funcionamiento del Nitinol	103
5.2.1.	Memoria de forma simple	105
5.2.2.	Doble efecto memoria de forma	106
5.3.	Efectos de la carga las transformaciones de fase	107
5.3.1.	Superelasticidad	107
5.4.	Ventajas y desventajas de las SMA	109
5.5.	Simulación del comportamiento de la SMA	109
5.5.1.	Balance energético	110
5.5.2.	Modelo numérico del sistema térmico	111
5.6.	Banco de pruebas	113
6.	Problema del Estado Inicial	117
6.1.	Cálculos termodinámicos para la convección	121
6.1.1.	Pérdida de calor por convección	122
6.1.2.	Pérdida de calor por radiación	126
6.1.3.	Pérdida de calor por cambio de fase	127
6.1.4.	Tiempo mínimo de enfriamiento natural	127
6.2.	Pérdida de calor por conducción	130
6.3.	Cálculo del punto medio de trabajo	132
7.	Estrategias de control en aleaciones con memoria de forma	135
7.1.	Control PID	137
7.2.	Metodología de control mediante el modelo Bouc-Wen	140
7.2.1.	Identificación I de la histéresis Bouc-Wen de una SMA	140
7.2.2.	Identificación II de la histéresis Bouc-Wen de una SMA	141
7.2.2.1.	Señal de entrada	142
7.2.2.2.	Frecuencia del ensayo	142
7.2.2.3.	Ciclo principal para la identificación	143

7.2.2.4.	Identificación de parámetros	144
7.2.3.	Implementación del modelo Bouc-Wen en el bucle de control	146
7.3.	Metodología de control mediante el modelo Prandtl-Ishlinskii	147
7.3.1.	Propuesta inicial de modelo Prandtl-Ishlinskii	147
7.3.2.	Identificación de los parámetros del modelo Prandtl-Ishlinskii con función de envoltura lineal	149
7.3.2.1.	Ensayo B	149
7.3.2.2.	Ensayo A	152
7.3.3.	Identificación de los parámetros del modelo Prandtl-Ishlinskii con función de envoltura no lineal	154
7.3.3.1.	Ensayo B	154
7.3.3.2.	Ensayo A	157
7.3.4.	Implementación del modelo Prandtl-Ishlinskii en el bucle de control	159
7.4.	Control basado en PID autoajustable	162
7.4.1.	Implementación del modelo auto-ajustable en el bucle de con- trol	165
7.5.	Respuesta a entrada escalón	166
7.6.	Fatiga por la acción de control	168
7.7.	Comparativa entre las estrategias de control	169
8.	Conclusiones y trabajos futuros	171
8.1.	Búsqueda del estado inicial	173
8.2.	Identificación de histéresis mediante ED	173
8.3.	Implementación de los modelos en el bucle de control	174
8.4.	Trabajos futuros	174
A.	Código de identificación del modelo Bouc-Wen	177
B.	Identificación de los parámetros mediante Evolución Diferencial	181
B.1.	Optimización	183
B.2.	Evolución Diferencial	184
B.2.1.	Motivación	185
B.2.2.	Funcionamiento	186
B.2.2.1.	Mutación	188
B.2.3.	Ventajas y desventajas del algoritmo de ED	189
B.2.4.	Pseudo-Código del optimizador	189
C.	Características de las SMA	191
	Bibliografía	195

Índice de tablas

3.1. Parámetros identificados del modelo clásico de Prandtl-Ishlinskii en un actuador SMA de un hilo. Cortesía de Al Janaideh [84].	51
3.2. Propiedades experimentales de histéresis de varios actuadores inteligentes. En función de los requisitos de aplicación, un actuador podrá presentar unas características u otras. Cortesía de Al Janaideh [84].	57
3.3. Propiedades de histéresis de las diversas variantes del modelo de Prandtl-Ishlinskii. Cortesía de Al Janaideh [84].	57
3.4. Definición de los genes de cada elemento de la población.	61
4.1. Clasificación de los modelos Bouc-Wen con estabilidad tipo BIBO. Cortesía de Ikhouane y Rodellar [3].	74
4.2. Clasificación de los modelos Bouc-Wen normalizados con estabilidad tipo BIBO y compatibles con los sistemas físicos reales. Cortesía de Ikhouane <i>et al.</i> [3].	76
4.3. Distancia de varias soluciones al origen, obtenidas de ejecutar el algoritmo ED repetidas veces (sobre el mismo problema de ajuste de un ciclo Bouc-Wen).	85
4.4. Resultados del ajuste, para diversas soluciones con el parámetro ρ en un intervalo.	86
4.5. Resultados del ajuste, para diversas soluciones con el parámetro σ en un intervalo.	86
4.6. Resultados del ajuste, para diversas soluciones con el parámetro k_x en un intervalo.	86
4.7. Resultados del ajuste, para diversas soluciones con el parámetro k_y en un intervalo.	87
4.8. Resultados del ajuste, para diversas soluciones con el parámetro n en un intervalo.	87

5.1.	Materiales con memoria de forma. Cortesía de Liang [110].	98
5.2.	Comparación de las aleaciones NiTi/CuZnAl. Cortesía de Liang [109].	99
7.1.	Errores en el control PID para una referencia senoidal de $0,25Hz$ sobre una población de 200 muestras. El valor de posición viene dado en unidades de sensor, cuya resolución es de $0,488\mu m$	139
7.2.	Errores en el control Bouc-Wen para una referencia senoidal de $0,25Hz$ sobre una población de 200 muestras. El valor de posición viene dado en unidades de sensor, cuya resolución es de $0,488\mu m$	146
7.3.	Errores en el control de Prandtl-Ishlinskii+PID con función de envoltura lineal y 10 operadores, para una referencia senoidal de $0,25Hz$ sobre una población de 200 muestras. El valor de posición viene dado en unidades de sensor, cuya resolución es de $0,488\mu m$	161
7.4.	Errores en el control de Prandtl-Ishlinskii+PID con función de envoltura de tipo \tanh y 2 operadores, para una referencia senoidal de $0,25Hz$ sobre una población de 200 muestras. El valor de posición viene dado en unidades de sensor, cuya resolución es de $0,488\mu m$	162
7.5.	Errores en el control Bouc-Wen ante entrada escalón de contracción $3,5\%$ sobre una población de 100 muestras. Tiempo de muestreo $0,02s$. El valor de posición viene dado en unidades de sensor, cuya resolución es de $0,488\mu m$	166
7.6.	Errores en el control Prandtl-Ishlinskii ante entrada escalón de contracción $3,5\%$ sobre una población de 100 muestras. Tiempo de muestreo $0,02s$. El valor de posición viene dado en unidades de sensor, cuya resolución es de $0,488\mu m$	167
7.7.	MEC (<i>Medida de la Extenuación debida al Control</i>) del control PID y Prandtl-Ishlinskii ante entrada senoidal. Tiempo de muestreo $0,02s$	169
7.8.	Cuadro comparativo entre las estrategias de control PID, Bouc-Wen y Prandtl-Ishlinskii con función de envoltura lineal y no lineal. Los valores de error son relativos al control PID.	170

Índice de figuras

1.1. Logo del proyecto HYPER. (Acronimo de) Dispositivos Híbridos Neuroprotésicos y Neurorobóticos para Compensación Funcional y Rehabilitación de Trastornos del Movimiento.	5
2.1. Evolución de las publicaciones acerca del modelo Bouc-Wen. Cortesía de Ikhouane <i>et al.</i> [3].	12
2.2. Tipos de histéresis: (a) histéresis de retardo (b) histéresis activa.	14
2.3. Propiedad de independencia a los cambios en la escala temporal.	15
2.4. Ejemplo de la energía suministrada al hilo de Flexinol para describir los principales e intermedios ciclos térmicos así como una mezcla de ambos. Cortesía de Teh [26].	17
2.5. Perfil de histéresis de los principales ciclos térmicos para la entrada de energía mostrada en la Figura 2.4(a). Cortesía de Teh [26].	18
2.6. Perfil de histéresis de los ciclos combinados térmicos para la entrada de energía mostrada en la Figura 2.4(c). Cortesía de Teh [26].	18
2.7. Estructura de RN utilizada para aprender el modelo inverso de la histéresis presente en un hilo SMA. Cortesía de Asua <i>et al.</i> [32].	21
2.8. Modelo no lineal basado en una Red Neuronal de respuesta a impulso finito y una Red Neuronal ARX.	22
2.9. Modelo no lineal basado en una Red Neuronal ARMAX.	22
2.10. Modelo no lineal basado en una Red Neuronal OE.	23
2.11. Operador de histéresis del modelo de Preisach. Cortesía de Wikipedia.	26
2.12. Composición de operadores en el modelo de Preisach.	27
2.13. Planos de Preisach. Cortesía de Benjamin [43].	27
2.14. Modelado de histéresis de Preisach variando la cantidad de operadores. Cortesía de Wikipedia.	28
2.15. Operador básico de Krasnosel'skii-Pokrovskii.	29
2.16. Modelo de Krasnosel'skii-Pokrovskii.	30

2.17. Esquema de control inverso directo.	38
2.18. Esquema de control inverso directo ligeramente modificado.	39
2.19. Esquema de control por modelo interno.	40
2.20. Esquema de control por modelo interno con el sistema linealizado.	41
2.21. Esquema de control mediante prealimentación y realimentación para compensar las perturbaciones medibles.	41
2.22. Esquema de control mediante prealimentación y realimentación.	42
3.1. Operador de histéresis de tipo <i>play</i> . Cortesía de Al Janaideh <i>et al.</i> [83].	48
3.2. Relación de corriente-desplazamiento para un modelo de Prandtl-Ishlinskii de cuatro operadores. Cortesía de Kuhnen [50].	50
3.3. Relación entrada-salida del operador de histéresis generalizado. Cortesía de Al Janaideh [85].	52
3.4. Aplicación del operador de Prandtl-Ishlinskii, como superposición de operadores elementales. Cortesía de Rakotondrabe [88].	55
4.1. Fuerza en función del desplazamiento para una función con histéresis. Cortesía de Ikhouane <i>et al.</i> [3].	69
4.2. Ejemplo de modelo Bouc-Wen que no disipa energía. Cortesía de Ikhouane <i>et al.</i> [3].	73
4.3. Forma general de las señales de entrada. Cortesía de Ikhouane <i>et al.</i> [3].	75
4.4. Error Cuadrático vs Generaciones para un <i>crossover</i> = 0.4	81
4.5. Error Cuadrático vs Generaciones para un <i>crossover</i> = 0.6	81
4.6. Error Cuadrático vs Generaciones para un <i>crossover</i> = 0.8	82
4.7. Error Cuadrático vs Generaciones para un <i>crossover</i> = 0.9	82
4.8. Error Cuadrático vs Generaciones para un <i>crossover</i> = 1	83
4.9. Error Cuadrático vs Generaciones para una <i>población</i> = 60	83
4.10. Error Cuadrático vs Generaciones para una <i>población</i> = 80	84
4.11. Error Cuadrático vs Generaciones para una <i>población</i> = 100	84
4.12. Modelo Simulink del sistema mecánico propuesto.	91
4.13. Regulación en posición de un controlador PID, para un sistema con histéresis de tipo Bouc-Wen. Posición referencia, real simulada y error.	93
4.14. Regulación en velocidad de un controlador PID, para un sistema con histéresis de tipo Bouc-Wen. Velocidad referencia, real simulada y error cometido.	94
5.1. Elongación en una SMA. Cortesía de autosplice [®] [106].	97
5.2. Unión mediante SMA. Cortesía de Huang [108].	100
5.3. Tipos básicos de actuadores SMA. (a) Actuador de un sentido. (b) Actuador + fuerza recuperadora. (c) Actuador de ambos sentidos. Cortesía de Huang [108].	102

5.4.	Fases de una SMA. (a) Austenita. (b) Martensita maclada. (c) Martensita demaclada. Cortesía de Asua [125].	103
5.5.	Temperaturas de transformación para una SMA. (a) Final transformación martensítica. (b) Final transformación austenítica.	105
5.6.	Efecto de memoria de forma. Cortesía de Flor [105].	106
5.7.	Efecto de memoria de forma simple vs doble por cortesía de Flor [105].	107
5.8.	Diagrama tensión-temperatura. Variación de las temperaturas de transformación por encima de M_s (a), y por debajo (b) Cortesía de Flor [105].	108
5.9.	Balance energético en la SMA. Por cortesía Meier <i>et al.</i> [133].	110
5.10.	Modelo térmico de la SMA realizado en SIMULINK®.	112
5.11.	Banco de pruebas en su versión inicial.	113
5.12.	Banco de pruebas utilizado (izquierda). Detalle del muelle de recuperación (derecha).	114
5.13.	Sensor de posición lineal basado en el efecto Hall. Cortesía de <i>iC-House GmbH</i>	115
5.14.	Sensor de posición (izquierda) e hilo SMA crimpado (derecha).	115
5.15.	Método de modelado a través de Simulink®. De izquierda a derecha: generación del código necesario, compilación del mismo para el hardware de control y carga automática sobre la placa.	116
6.1.	Señal de entrada para el proceso de inicialización.	119
6.2.	Búsqueda del punto inicial de partida del ciclo de histéresis (marcado en rojo).	120
6.3.	Calentamiento (0.5s) y enfriamiento (0.5s) de una SMA siguiendo a una señal de referencia hasta el 4% de contracción para una SMA Dynalloy de tipo "HT" de 0,15mm de diámetro.	121
6.4.	Banco de pruebas con la SMA en posición horizontal. 1. Parte fija. 2. Extremo móvil de la SMA. 3. Sensor lineal magnético.	122
6.5.	Temperatura frente a deformación para una SMA Dynalloy de tipo "LT" y de tipo "HT", comenzando en fase austenítica con una tensión de 172MPa. Cortesía de Dynalloy®[141].	123
6.6.	Temperaturas de inicio (A_s, M_s) y final (A_f, M_f) de la transformación austenita-martensita. Cortesía de Flor [105].	129
6.7.	Método de crimpado de la SMA, mediante un agujero pasante en un tornillo y presionado por dos arandelas.	131
6.8.	Esquema de resistencias térmicas para la pérdida de calor por conducción.	131

6.9.	Configuración del banco de pruebas para el ensayo de contracción al 2%. A la izquierda la posición real y referencia hasta la llegada al punto deseado de contracción. En rojo la posición referencia y real de la SMA en unidades de sensor.	133
7.1.	Esquema de control PID para la SMA alimentada en intensidad y realimentada en posición.	138
7.2.	Implementación del control PID convencional sobre el banco de pruebas. En rojo el sistema de control PID.	138
7.3.	Control PID sobre una SMA Dynalloy de tipo "HT" de 0,15mm de diámetro siguiendo una referencia senoidal de 0,25Hz con una contracción máxima del 3% (calentamiento-enfriamiento).	139
7.4.	Señales triangulares desfasadas q para identificar la histéresis.	140
7.5.	Ciclo de histéresis. En rojo, curva de subida (<i>loading part</i>) de un ciclo de histéresis.	141
7.6.	Señal de intensidad de entrada para el proceso de identificación con frecuencia de 0,25Hz.	142
7.7.	Saturación de la SMA para una frecuencia de 3Hz.	143
7.8.	Ciclo de entrada para el proceso de identificación Bouc-Wen.	144
7.9.	Evolución del algoritmo ED para distintas iteraciones. (a) Ciclo real. (b) Primera iteración. (c) Décima iteración. (d) Sexagésima iteración.	145
7.10.	Control PID sobre una SMA Dynalloy de tipo "HT" de 0,15mm de diámetro siguiendo una referencia senoidal de 0,25Hz con una contracción máxima del 3% (calentamiento-enfriamiento).	146
7.11.	Ciclo de histéresis y señal de entrada utilizados, una vez se encuentra en <i>zero point</i> el actuador SMA Dynalloy de tipo "HT" y con carga de 300gr.	148
7.12.	Varios ciclos de histéresis y señal de entrada utilizados, una vez se encuentra en <i>zero point</i> el actuador SMA Dynalloy de tipo "HT" y con carga de 300gr.	148
7.13.	Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 10 operadores de tipo lineal en distintas iteraciones (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo real. (b) Primera iteración. (c) Décima iteración. (d) Vigésima iteración. (e) Iteración 50. (f) Iteración 400.	150
7.14.	Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 5 operadores de tipo lineal tras 500 iteraciones (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo identificado. (b) Ciclo identificado (negro) y ciclo real (azul).	151

7.15. Error cuadrático vs número de operadores de tipo lineal para el ensayo B.	152
7.16. Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 10 operadores de tipo lineal en distintas iteraciones (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo real. (b) Primera iteración. (c) Vigésima iteración. (d) Iteración 400 (negro) sobre el ciclo real (azul).	153
7.17. Error cuadrático vs número de operadores de tipo lineal para el ensayo A.	153
7.18. Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 10 operadores de tipo \tanh en distintas iteraciones (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo real. (b) Primera iteración. (c) Décima iteración. (d) Vigésima iteración. (e) Iteración 50. (f) Iteración 400.	155
7.19. Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 30 operadores de tipo \tanh (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo identificado. (b) Ciclo identificado (negro) y ciclo real (azul) tras 500 iteraciones.	156
7.20. Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 5 operadores de tipo \tanh tras 500 iteraciones (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo identificado. (b) Ciclo identificado (negro) y ciclo real (azul).	156
7.21. Error cuadrático vs número de operadores de tipo \tanh para el ensayo B.	157
7.22. Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 10 operadores de tipo \tanh en distintas iteraciones (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo real. (b) Primera iteración. (c) Décima iteración. (d) Vigésima iteración. (e) Iteración 50. (f) Iteración 400 (negro) sobre el ciclo real (azul).	158
7.23. Error cuadrático vs número de operadores de tipo \tanh para el ensayo A.	159
7.24. Estrategia de control en prealimentación mediante el uso del compensador de Prandtl-Ishlinskii.	160
7.25. Implementación del control en prealimentación mediante el uso del compensador de Prandtl-Ishlinskii (rojo) y un controlador PID convencional (azul) sobre el banco de pruebas.	160
7.26. Control de Prandtl-Ishlinskii+PID con función de envoltura lineal y 10 operadores siguiendo una referencia senoidal de $0,25Hz$ con una contracción máxima del 3% (calentamiento-enfriamiento), para una SMA Dynalloy de tipo "HT" de $0,15mm$ de diámetro.	161

7.27.	Control de Prandtl-Ishlinskii+PID con función de envoltura de tipo \tanh y 2 operadores siguiendo una referencia senoidal de $0,25Hz$ con una contracción máxima del 3% (calentamiento-enfriamiento), para una SMA Dynalloy de tipo "HT" de $0,15mm$ de diámetro.	162
7.28.	Modelo térmico de la SMA con control auto-ajustable PID (rojo).	163
7.29.	Evolución del algoritmo ED para el ajuste de un regulador PID en distintas iteraciones. (a) Referencia en posición. Ajuste en la quinta iteración (b), vigésima iteración (c) y tras 100 iteraciones (d).	164
7.30.	Esquema general de ajuste de las variables del regulador PID.	165
7.31.	Respuesta ante entrada escalón utilizando el control Bouc-Wen hasta una contracción del 3,5%, para una SMA Dynalloy de tipo "HT" de $0,15mm$ de diámetro. Tiempo de muestreo $0,02s$	166
7.32.	Respuesta ante entrada escalón utilizando el control Prandtl-Ishlinskii hasta una contracción del 3,5%, para una SMA Dynalloy de tipo "HT" de $0,15mm$ de diámetro. Tiempo de muestreo $0,02s$	167
7.33.	Señal de entrada a la SMA modulada en ancho de pulso (PWM), para una referencia senoidal (arriba en color azul) y la posición real (arriba en color rojo). Utilizando el control PID, sobre una SMA Dynalloy de tipo "HT" de $0,15mm$ de diámetro. Tiempo de muestreo $0,02s$	168
7.34.	Señal de entrada a la SMA modulada en ancho de pulso (PWM), para una referencia senoidal (arriba en color azul) y la posición real (arriba en color rojo). Utilizando el control Prandtl-Ishlinskii con función de envoltura lineal y 10 operadores, sobre una SMA Dynalloy de tipo "HT" de $0,15mm$ de diámetro. Tiempo de muestreo $0,02s$	169
B.1.	Función monomodal. Búsqueda del punto óptimo.	184
B.2.	Función multimodal a escala local. Búsqueda del mínimo global.	185
B.3.	Evolución Diferencial. Planteamiento inicial del problema.	186
B.4.	Evolución Diferencial. Selección de la población con valores aleatorios y generación del vector de prueba u_0	187
B.5.	Evolución Diferencial. Puesto que posee el menor coste, u_0 reemplaza el vector con índice 0 en la siguiente generación.	188
C.1.	Características de los hilos de Nitinol. Cortesía de DYNALLOY Inc. [150].	193

Capítulo **1**

Introducción

Un actuador se define como aquel mecanismo capaz de convertir energía en fuerza y movimiento. En cualquier proceso de diseño mecánico resulta fundamental conocer y entender las posibles formas de actuación. Mediante un exhaustivo análisis de los parámetros del sistema tales como la fuerza, el desplazamiento, la frecuencia, el tamaño o el consumo energético, se podrá seleccionar el tipo de actuación que mejor se adapte a cada caso.

En la actualidad se encuentran a nuestro alcance los denominados *materiales inteligentes*. Dichos materiales tienen la peculiaridad de variar sus propiedades mediante estímulos externos, tanto físicos como químicos, de manera reversible. Aunque su descubrimiento es reciente, la comunidad científica aúna sus esfuerzos para aplicar dichos materiales en el campo del desarrollo de sensores y actuadores. En función de los estímulos necesarios para su activación y la reacción de los mismos, los actuadores se pueden dividir en cinco grandes grupos.

Los actuadores piezoeléctricos (PZT) experimentan deformaciones mecánicas cuando son sometidos a campos eléctricos, efecto que también funciona de manera inversa. Sus desplazamientos son del orden del 0,1 % – 0,2 % y poseen un gran ancho de banda. Por otro lado, tienen un bajo coeficiente térmico y como son operados por electricidad, se pueden aplicar directamente en circuitos electrónicos y su precio es bajo comparado con otros actuadores. Además presentan las desventajas de requerir altos voltajes del orden de kV , son bastante frágiles y presentan una elevada histéresis.

Los materiales magnetostrictivos tienen la capacidad de cambiar su forma cuando están en presencia de campos magnéticos, además pueden cambiar su magnetización cuando se les aplica tensión mecánica. Se pueden conseguir materiales con estos efectos a bajo precio y además su histéresis no es elevada y sus desplazamientos son del orden de $0,008 - 10mm$. Su principal desventaja es la necesidad de una fuente magnética controlada y tienen un mayor consumo energético que los PZT.

Los materiales electrostrictivos son similares a los anteriores, con la diferencia de que sólo experimentan elongaciones en la dirección del campo eléctrico, mientras que los PZT pueden ser bidireccionales. Presentan como ventajas su rango de operación hasta frecuencias de kHz y deformaciones de hasta el 0,2 %, con una baja histéresis. La principal desventaja que presentan es la no linealidad en la elongación respecto al campo eléctrico.

Las aleaciones con memoria de forma (SMA) son actuadores activados térmicamente, cuyo tiempo de respuesta está ligado a la velocidad de enfriamiento, lo que las hace inadecuadas para aplicaciones de alta frecuencia. Su funcionamiento se basa en las transformaciones de fase que suceden cuando son activadas térmicamente y que permiten recuperar su forma inicial aunque hayan sido deformadas. Pueden sufrir deformaciones cercanas al 10 % y además, en algunos casos pueden ser entrenadas para funcionar de manera bidireccional. Su principal ventaja es su simplicidad para ser actuados, ya que basta con una fuente de corriente, pero por contra su frecuencia máxima de trabajo apenas llega a los $5Hz$ y presentan una elevada histéresis.

Las aleaciones con memoria de forma ferromagnéticas (FSMA) son materiales nuevos cuyo principio de operación es similar a las anteriores sólo que son activadas magnéticamente, por lo que su rango de frecuencias de funcionamiento es bastante mayor. Por contra, el coste y dificultad de producir estos campos es bastante mayor que para el caso anterior.

Control no lineal

Dentro de estos grupos de actuadores, la presente tesis se centra en las SMA, por las grandes deformaciones que pueden sufrir respecto a los demás tipos de materiales inteligentes. La gran mayoría de aplicaciones de las SMA han sido bastante sencillas y sin aplicar ningún tipo de control en bucle cerrado, pero con la mejora de los sistemas embebidos y de la potencia de cálculo cada vez se están integrando mejores y más eficientes métodos de control, que permiten *manejar* variables como la deformación de manera precisa.

El principal problema para controlar este tipo de actuadores se da en las no linealidades que presentan, mientras que la mayoría de los modelos matemáticos usados en la práctica son lineales, lo que hace que haya que desarrollar nuevos modelos y conceptos que se adapten a estos comportamientos poco deseados por la gran mayoría de ingenieros [1].

Son muchos los avances conseguidos en la última década, lo que queda reflejado en el número creciente de publicaciones y libros sobre control de sistemas no lineales, pero aún no está resuelto el problema de controlar estos materiales y poderlos adaptar a cualquier aplicación de manera sencilla. Se presenta como un reto el conseguir avanzar en la aplicación de los métodos de control que permitan, en

tiempo real, controlar estos sistemas para cada vez verlos más presentes en nuestro día a día.

La aplicación sobre un sistema real de estos materiales inteligentes, junto con las técnicas control adecuadas dieron lugar a esta tesis, que se enmarca dentro del proyecto HYPER¹ cuyo objetivo es ayudar en las tareas de rehabilitación y/o recuperación de las funciones motrices en los miembros del cuerpo humano, apoyándose en el uso de la robótica [2].

1.1. Proyecto HYPER

El objetivo final del proyecto es crear robots de los denominados *wearable-robots*, cuya traducción literal es robots vestibles, y que principalmente están pensados para sustituir y/o ayudar las funciones del esqueleto humano. De aquí que encontremos el otro nombre *wearable-exoskeletons*, o exoesqueletos vestibles. Cuyas características principales son las de comodidad, facilidad de uso y portabilidad



Figura 1.1: Logo del proyecto HYPER. (Acrónimo de) *Dispositivos Híbridos Neuroprotésicos y Neurorobóticos para Compensación Funcional y Rehabilitación de Trastornos del Movimiento*.

El proyecto HYPER pretende representar un avance significativo en la investigación de dispositivos neurorobóticos y neuroprotésicos en interacción cercana con el cuerpo humano, tanto en la rehabilitación como en la compensación funcional de trastornos motores en actividades de la vida diaria. El proyecto centrará sus actividades en nuevos neurorobots (NR) vestibles y neuroprótesis (NP) que combinarán estructuras biológicas y artificiales con el objetivo de superar las principales limitaciones de las soluciones robóticas actuales.

¹Acrónimo del proyecto “Dispositivos Híbridos Neuroprotésicos y Neurorobóticos para Compensación Funcional y Rehabilitación de Trastornos del Movimiento” fundado por el programa Consolider-Ingenio 2010 financiado por el Ministerio de Ciencia e innovación del Gobierno de España.

Los principales objetivos del proyecto son la restauración de la función motora en pacientes con lesión medular, a través de la compensación funcional, y promover el re-aprendizaje del control motor en pacientes afectados por accidente cerebro vascular y parálisis cerebral, por medio de un uso integrado de neurorobots y neuroprótesis.

El proyecto validará funcional y clínicamente el concepto de desarrollo de sistemas Humano-Robot híbridos, para la rehabilitación compensación funcional de trastornos motores bajo el paradigma de asistencia bajo demanda. En HYPER, se asume que el avance en las terapias de rehabilitación física depende de la obtención de una comunicación más transparente, entre los sistemas humanos y las máquinas, y por lo tanto, se explorarán los diferentes niveles de actividad neural humana.

Además se tratarán preguntas fundamentales en la frontera del conocimiento en diferentes disciplinas tecnológicas y científicas. Estas preguntas son investigadas en seis líneas de investigación: biomecánica, control neuromotor, tecnologías de control, tecnologías de sensores actuadores y alimentación, interfaces multimodales cerebro-máquina y la adaptación de sistemas híbridos a escenarios de aplicación.

Dentro de las necesidades del proyecto HYPER, el grupo de la Universidad Carlos III de Madrid tiene asignado el diseño y control de nuevos actuadores para su aplicación sobre el exoesqueleto final. Es por este motivo por el que ha surgido esta tesis y mediante la cual se pretende cumplir con los requisitos de control de actuadores dentro del proyecto.

1.2. Objetivos

El objetivo de la presente tesis consiste en desarrollar un método de control para un actuador de tipo SMA, cuya aplicación final servirá como ayuda al movimiento de los miembros superiores humanos y que está enmarcada dentro del proyecto HYPER. Para ello, el documento presenta la siguiente estructura:

- Estudio de los métodos más importantes de modelado de histéresis, de los cuales se han seleccionado dos de ellos (Bouc-Wen y Prandtl-Ishlinskii) para su aplicación al actuador utilizado (SMA).
- Desarrollo de un modelo de Prandtl-Ishlinskii así como la identificación de

sus parámetros para actuadores de tipo SMA mediante algoritmos evolutivos.

- Desarrollo de un modelo de Bouc-Wen para su implementación en el actuador, así como un análisis de las variables del mismo. Por último se presenta un método de ajuste del mismo basado en algoritmos evolutivos.
- Diseño teórico de un regulador PID basado en el modelo Bouc-Wen.
- Diseño e implementación de un banco de pruebas sobre el que se desarrollan dichos actuadores y los experimentos de la presente tesis.
- Desarrollo de una solución para el problema del estado inicial de los actuadores SMA y cálculos térmicos importantes para determinar su frecuencia de funcionamiento.
- Identificación de la histéresis de la SMA utilizada mediante ambos métodos presentados y desarrollo de una metodología de control para cada caso. Además se presentan resultados y comparativas de cada una de las estrategias utilizadas así como el rendimiento para cada tipo de aplicación.
- Conclusiones y trabajos futuros.

Capítulo **2**

Estado del arte

Los sistemas no lineales presentan comportamientos que no se pueden expresar con ecuaciones de movimiento, evolución o comportamiento lineales. Todo esto presenta inconvenientes para los investigadores, científicos, matemáticos, etc. al no poder aplicar las simplificaciones, suposiciones y aproximaciones que se utilizan para la resolución de los problemas lineales.

Por otro lado, algunos sistemas no lineales tienen soluciones exactas o integrales, mientras que en otros puede resultar imposible llegar a ellas. Un ejemplo de este comportamiento caótico son las olas gigantes, circuitos magnéticos, aleaciones con memoria de forma, etc. cuyos fundamentos físicos son tan altamente complejos que hacen difícil su estudio a bajo nivel.

Entre estos fenómenos no lineales, la histéresis ocupa un papel importante en los actuadores basados en materiales inteligentes. En sí, este fenómeno representa la dependencia histórica en los sistemas físicos. Si se piensa en deformar cualquier material plástico, puede que este no vuelva al estado original al cesar la fuerza aplicada, esto significa que el sistema presenta histéresis de algún tipo. Más específicamente, el término se suele utilizar para materiales magnéticos. Por ejemplo al desconectar un micrófono de una grabadora, los dominios magnéticos del casete grabado no vuelven a su configuración original (la nueva posición perdura en el tiempo). Esto significa que se debe tener una serie de precauciones en las tareas de control de los dispositivos de este tipo, y por ello se estudiará en lo sucesivo una metodología para conseguir este propósito.

2.1. Técnicas de modelado de histéresis

Es necesario modelar este tipo de no linealidades de modo que podamos estudiarlas y analizarlas, con herramientas matemáticas. Es por esto por lo que existen numerosos modelos y formulaciones matemáticas que intentan ajustar este tipo de fenómenos a expresiones analíticas. La elección de un modelo u otro depende en muchos casos de la complejidad del problema a resolver, potencia de cómputo disponible, etc. pero lo que se esconde detrás de todos ellos es asemejar lo observado con las expresiones que forman el modelo. Por este motivo todo modelado de histéresis en el fondo es una simplificación del problema, y como tal, hace que se pierda exactitud pero que a su vez permita manejarlo con una mayor destreza.

El modelo de *Bouc-Wen* es el que se estudiará en detalle en lo sucesivo, debido

a la flexibilidad que proporciona en cuanto a tipos de histéresis con los que es compatible. Es importante destacar que antiguamente este modelo apenas se utilizaba por la complejidad computacional que requería para un funcionamiento razonable, pero en la Figura 2.1 se observa como se ha incrementado el interés por este modelo en los años actuales, especialmente en lo que a identificación de histéresis se refiere y que será objeto de estudio en la presente tesis.

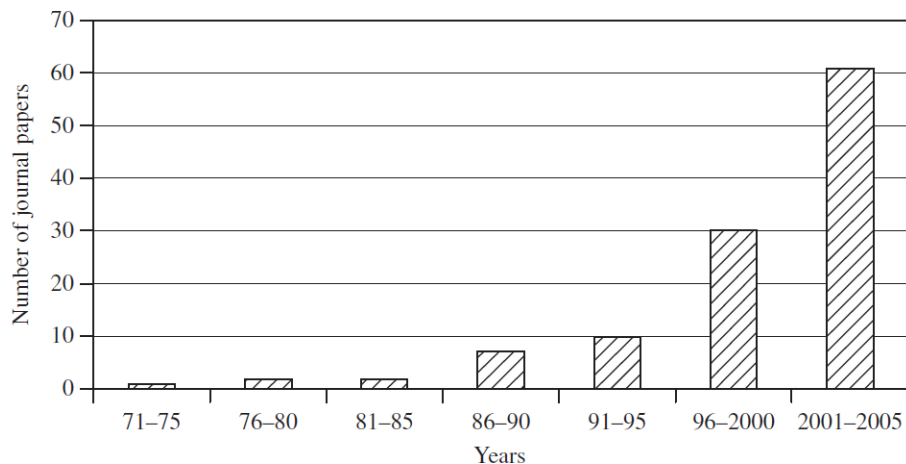


Figura 2.1: Evolución de las publicaciones acerca del modelo Bouc-Wen. Cortesía de Ikhouane et al.[3].

Más específicamente el tema más importante de un modelo de histéresis es conocer los parámetros del mismo, es decir, identificar la histéresis observada en el sistema físico con la aproximación al modelo elegido. Es por este motivo por el cual se encuentran numerosas publicaciones acerca de este tema, utilizando muy distintos tipos de algoritmos.

Trabajos sobre identificación los podemos encontrar en [4] donde se utiliza un algoritmo no recursivo de minimización del error. Un algoritmo recursivo de mínimos cuadrados es el que se usa en [5], junto con el método de Newton y filtros de Kalman.

Algoritmos genéticos también se han utilizado para la determinación de los parámetros del modelo de Bouc-Wen en [6] entre otras. De especial interés es [7], donde se usa un algoritmo de Evolución Diferencial, donde la principal diferencia respecto a los algoritmos genéticos convencionales está en los mecanismos de *mutación* y *cruce*.

Métodos basados en redes neuronales se han utilizado en [8], donde se desarrolla un modelo inverso de un amortiguador magnetoreológico, utilizando una red de percepción multicapa y una identificación basada en el modelo ARX.

La estimación Bayesiana se utiliza también en numerosas referencias. Como ejemplo en [9], donde se utiliza una versión modificada del filtro de Kalman y de un filtro de partículas, para determinar los parámetros de un sistema de segundo orden con histéresis de tipo Bouc-Wen.

Por último, técnicas de identificación no paramétricas se han descrito en [10], donde la parte no lineal correspondiente a la histéresis del sistema se describe mediante una combinación lineal de funciones polinómicas con coeficientes desconocidos. Estos coeficientes se determinan utilizando un algoritmo de mínimos cuadrados.

El presente trabajo pretende utilizar una técnica evolutiva basada en Evolución Diferencial (ED) para la identificación de ciclos de histéresis y ajuste a un modelo. Debido a la rapidez de convergencia así como a una facilidad de uso, que hace viable su implementación en un sistema tan complejo de por sí, como puede ser un material de tipo SMA.

2.2. Modelado de sistemas con histéresis

Existen una gran cantidad de métodos para tratar sistemas no lineales, sin embargo no todos ellos son apropiados para determinados tipos de histéresis. A continuación se describen, de manera general, los métodos existentes para modelar distintos comportamientos de histéresis, y que posteriormente se usarán en las diferentes estrategias de control que se proponen. Además, primeramente se definen una serie de conceptos importantes para el desarrollo de secciones posteriores.

2.2.1. Conceptos previos

En un sistema dinámico típico, el siguiente estado depende del presente y de la entrada. La histéresis hace que el estado futuro no sólo dependa del estado actual y de la entrada (si existe), sino también de los estados anteriores. Esto se origina por el tipo de relación entre la entrada y la salida. En un sistema convencional, una entrada tiene una influencia directa en el estado, sin embargo en un sistema con

histéresis puede existir un retraso entre la entrada y el estado que dependerá de la historia pasada de la entrada, salida y el estado. Según [11], se pueden considerar dos tipos generales de comportamientos de histéresis: histéresis de retardo e histéresis activa, tal y como se observa en la Figura 2.2.

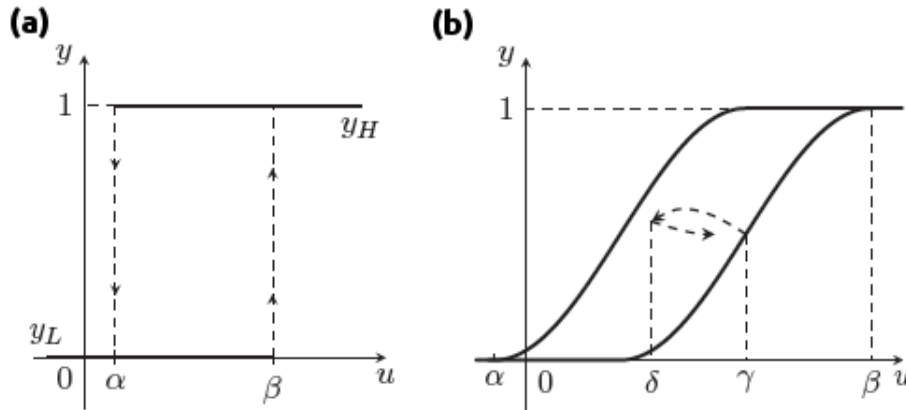


Figura 2.2: Tipos de histéresis: (a) histéresis de retardo (b) histéresis activa.

La histéresis de tipo retardo se puede describir mediante una relación donde una entrada $u(t)$ genera una salida $y_L(t)$ cuando $u(t)$ está por debajo de un cierto valor α , y $y_H(t)$ cuando está por encima de otro valor β , siendo $\alpha < \beta$. Entre ambos umbrales, el sistema mantendrá el valor del último que haya tomado. Debido a que sólo se produce un cambio de la salida en ambos umbrales, este tipo de histéresis es denominado como *histéresis pasiva*. Siguiendo la metodología de Mayergoyz [12], se puede representar este comportamiento con las siguientes expresiones (2.1), restringidas a $t \geq t_0$:

$$y(t) = H(\alpha, \beta)[t_0; y_0; u(t)] \quad (2.1)$$

Donde:

$$y(t) = y_0; \quad \text{si } \alpha < u(\tau) < \beta; \text{ para todo } \tau \in [t_0; t]$$

Según Visintin [13], se puede definir la histéresis como:

Definición: (Histéresis)

Para cualquier tiempo t , la salida $y(t)$ de un sistema no depende sólo de su entrada $u(t)$, sino también de su trayectoria previa (efecto memoria). Esta relación entrada-salida puede ser invariante con respecto a cambios en la escala temporal

(independencia temporal). Cuando un sistema tiene efecto memoria con independencia de la frecuencia de entrada, se dice que tiene histéresis.

Definición: (Independencia a cambios en escala temporal)

Cuando la relación entrada-salida de un sistema es invariante respecto a los cambios en la escala temporal, el sistema se denomina como independiente a estos cambios de escala (*rate independent*).

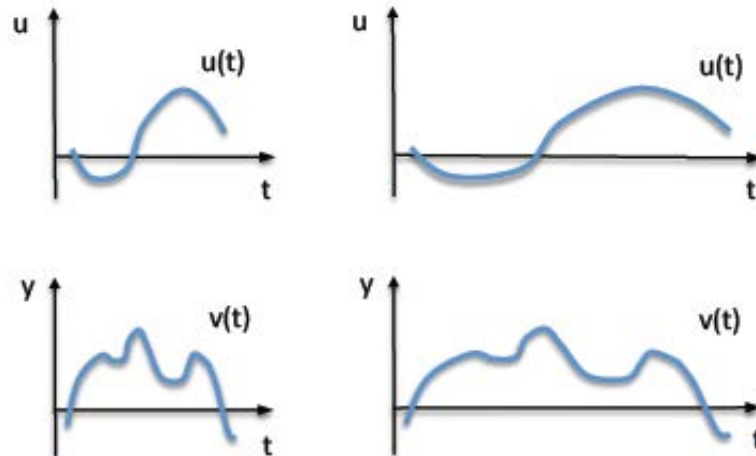


Figura 2.3: Propiedad de independencia a los cambios en la escala temporal.

Definición: (Efecto memoria)

Este efecto memoria implica que la salida para un instante dado t no se puede determinar conociendo la entrada en ese instante, sino que se debe conocer la historia de las entradas previas al sistema.

Definición: (Efecto de saturación)

Cuando se trata con un ciclo de histéresis con saturación, cuando la entrada decrece de cierto valor α se dice que el sistema ha llegado al estado de saturación mínima, y aunque se siga disminuyendo la señal de entrada no se verá afectada la salida, ya que esta se encuentra en su valor mínimo. Análogamente si el sistema tiene una saturación positiva, cuando la entrada supere cierto valor β , no se

verá incrementada la señal de salida.

De acuerdo a las definiciones anteriores la histéresis activa se puede clasificar, en función de las no linealidades que presente, en los siguientes grupos [14]:

- Histéresis no saturada e independiente a la escala temporal (por ejemplo la de los actuadores cerámicos).
- Histéresis saturada e independiente de la escala temporal (por ejemplo la de los actuadores SMA).
- Histéresis no saturada y dependiente de la escala temporal.
- Histéresis saturada y dependiente de la escala temporal.

2.2.2. Metodologías existentes de modelado

Numerosos materiales tales como: ferromagnéticos, magnetostrictivos, piezoeléctricos, polímeros electroactivos (EAPs), aleaciones con memoria de forma (SMAs), fluidos electrorreológicos (ER) y fluidos magnetorreológicos (MR) exhiben comportamientos de histéresis, y por ello se deberán estudiar las técnicas adecuadas para cada uno.

El problema principal para tratar estos tipos de problemas es la formulación matemática del modelo de histéresis así como el modelo inverso, para que puedan ser utilizados en forma de compensadores de histéresis en el bucle de control y anular o reducir estos efectos no deseables. Otras variaciones de este esquema de control se pueden encontrar en la literatura [15][16][17][18][19][20]. Varias monografías se han dedicado al modelado de problemas con histéresis y al estudio del comportamiento de sistemas dinámicos con histéresis [21][12][13][22][23][24].

Los modelos de histéresis se pueden clasificar en dos grandes grupos: los modelos físicos y los fenomenológicos.

- **Modelos físicos** se construyen en base a principios físicos que rigen el comportamiento del sistema, como el modelo de Tanaka [25], que explica las transformaciones inducidas por tensión en las aleaciones con memoria de forma.

- **Modelos fenomenológicos** se diseñaron para producir comportamientos similares a los sistemas reales pero sin la necesidad de conocer o considerar sus detalles físicos. El modelo más utilizado de este tipo es el de Preisach, donde la histéresis que se desea modelar se descompone en una suma de operadores de tipo retardo. Estos modelos son capaces de reproducir comportamientos similares a los observados en sistemas físicos reales [12].

Para ilustrar el comportamiento complejo del problema, se puede considerar un hilo SMA con diferentes cargas y describir los diferentes ciclos térmicos. Los principales ciclos de este hilo se obtienen cuando se calienta el hilo desde la fase martensita y después se enfría desde la fase austenita para diferentes cargas. Figura 2.5 utilizando el perfil de potencia de entrada de la Figura 2.4(a). Los ciclos térmicos más complejos de Figura 2.6 corresponden al uso de diferentes cargas y el perfil de potencia de entrada de la Figura 2.4(c).

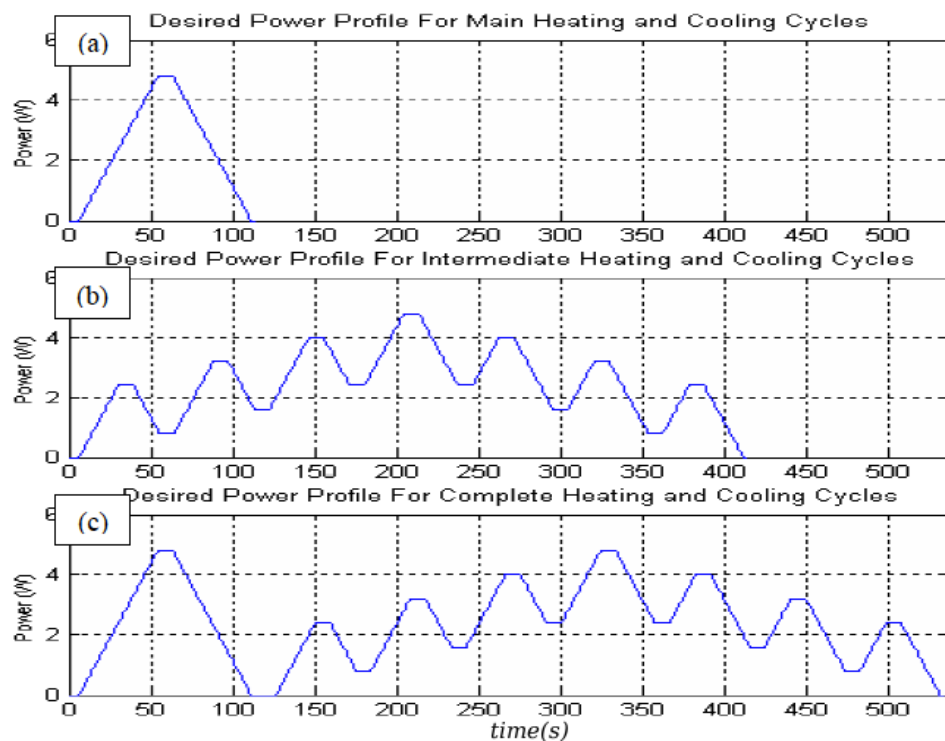


Figura 2.4: Ejemplo de la energía suministrada al hilo de Flexinol para describir los principales e intermedios ciclos térmicos así como una mezcla de ambos. Cortesía de Teh [26].

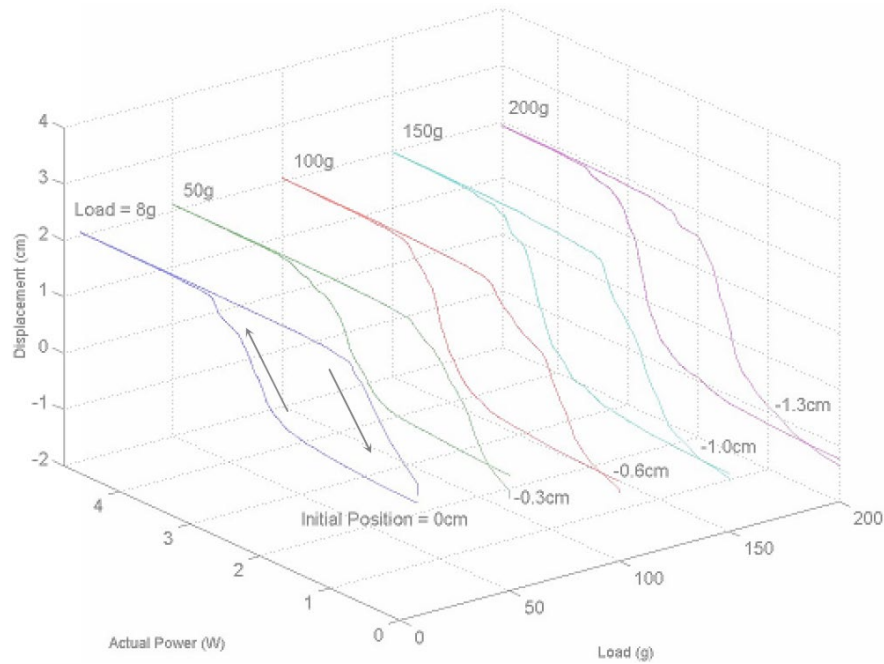


Figura 2.5: Perfil de histéresis de los principales ciclos térmicos para la entrada de energía mostrada en la Figura 2.4(a). Cortesía de Teh [26].

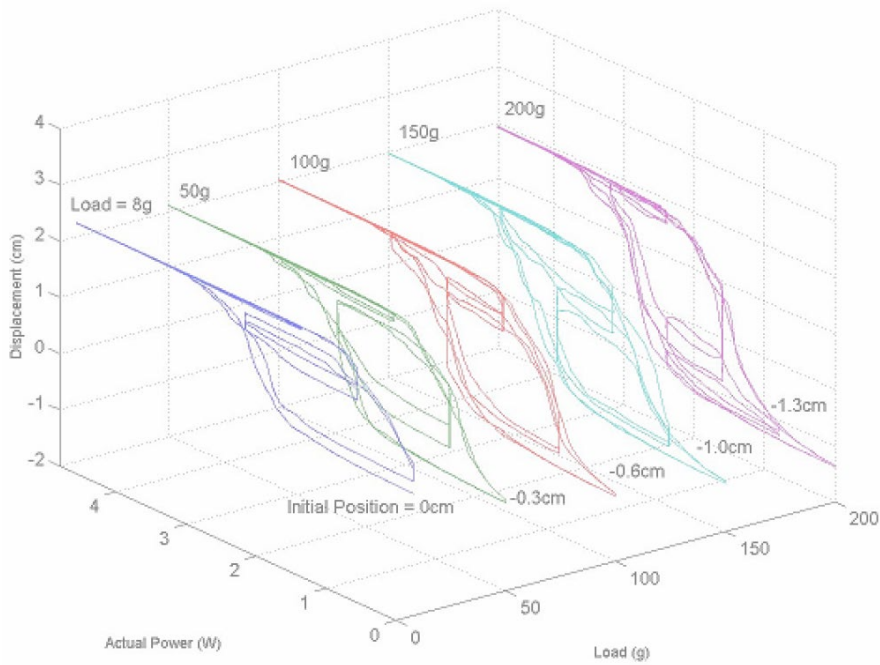


Figura 2.6: Perfil de histéresis de los ciclos combinados térmicos para la entrada de energía mostrada en la Figura 2.4(c). Cortesía de Teh [26].

2.2.3. Clases de modelos de histéresis

Para modelar estos comportamientos de histéresis existen diversas metodologías, que se pueden agrupar en:

- **Modelos constitutivos (basados en la física del sistema)**

Esta clase de modelos de histéresis están basados en los principios físicos de los materiales. Tanaka [25] se basa en la mecánica de medios continuos junto con una variable interna para describir el comportamiento termomecánico de la SMA, lo que permite formular la ecuación mecánica constitutiva y las transformaciones cinéticas del material. Liang y Rogers [27][28] extienden estos modelos para describir las relaciones tensión-deformación-temperatura. Estos modelos están fuertemente orientados a simular el comportamiento físico de los materiales [29] y por lo general son difíciles de aplicar para aplicaciones de control. Dos de estos modelos son:

- Modelo de Tanaka (1986).
- Modelo de Brinson (1996) [14].

- **Modelos de tipo caja negra (fenomenológicos)**

Esta familia de modelos han sido muy utilizados para modelar diferentes clases de sistemas no lineales, entre los que se encuentran el comportamiento de las SMA entre otros materiales inteligentes. Éstos intentan buscar una aproximación de la respuesta funcional del sistema ajustando los parámetros de las funciones que los componen, tales como redes neuronales o sistemas de lógica borrosa.

- Redes neuronales.
- Modelos basados en lógica borrosa.

- **Modelos basados en ecuaciones diferenciales (fenomenológicos)**

Esta familia de modelos utilizan ecuaciones diferenciales para aproximar el comportamiento de los sistemas con histéresis. Entre ellos los más utilizados son:

- Modelo de Bouc-Wen.
- Modelo de Duhem.
- Modelo de Jiles-Atherton.

■ Modelos basados en operadores (fenomenológicos)

Los modelos basados en operadores intentan reproducir comportamientos similares a los observados en los sistemas físicos pero sin un conocimiento específico de sus leyes físicas. La idea general consiste en modelar las no linealidades con una superposición ponderada de sencillos operadores de histéresis. Estos operadores se definen mediante sencillas estructuras matemáticas. Entre estos modelos se encuentran:

- Modelo de Preisach.
- Modelo de Krasnosel'skii-Pokrovskii.
- Modelo de Prandtl-Ishlinskii.

2.2.3.1. Modelos de tipo caja negra

Modelos basados en redes neuronales

La capacidad de las Redes Neuronales para aproximar funciones es un hecho bien conocido (Funahashi [30]), y esta propiedad es la que se utiliza para mapeados no lineales y para propósitos de control no lineal (Narendra y Parthasarathy [31]). Para control de actuadores SMA, se ha demostrado la posibilidad de utilizar redes neuronales para aprender los modelos inversos de sus ciclos de histéresis [32].

La habilidad de aproximación de funciones mediante Redes Neuronales (RN) ha sido ampliamente utilizada para modelar las no linealidades desconocidas de diversos sistemas, o en otras situaciones para diseñar controladores que se aproximan mediante RN [33]. Diferentes tipos de RN se han utilizado para estos propósitos: las RN de base radial y las RN multicapa son las más utilizadas, pero también las RN recurrentes y otros esquemas diferentes se pueden encontrar en la literatura. Aparte de la elección de la estructura de la red, el proceso de entrenamiento tiene un papel crítico, en lo que incluye el algoritmo de aprendizaje y la elección de los datos.

El conjunto de datos de entrada-salida necesario para que una RN aprenda una función no lineal depende de distintos factores. Para sistemas no dinámicos, muestras de entrada-salida $(u(k), y(k))$ pueden ser suficiente para conseguir un modelado preciso, pero en caso de sistemas dinámicos, la salida puede depender de la entrada actual y de las anteriores, pero también de las salidas anteriores. Para sistemas con histéresis todavía es más complicado, porque el conjunto de datos debe contener información sobre el estado del sistema, para determinarse si se encuentra en la parte ascendente o descendente del ciclo. Asua et al. [32] utilizan la siguiente estructura de RN para aprender el modelo inverso de la histéresis presente en un hilo SMA de nitinol (Figura 2.7).

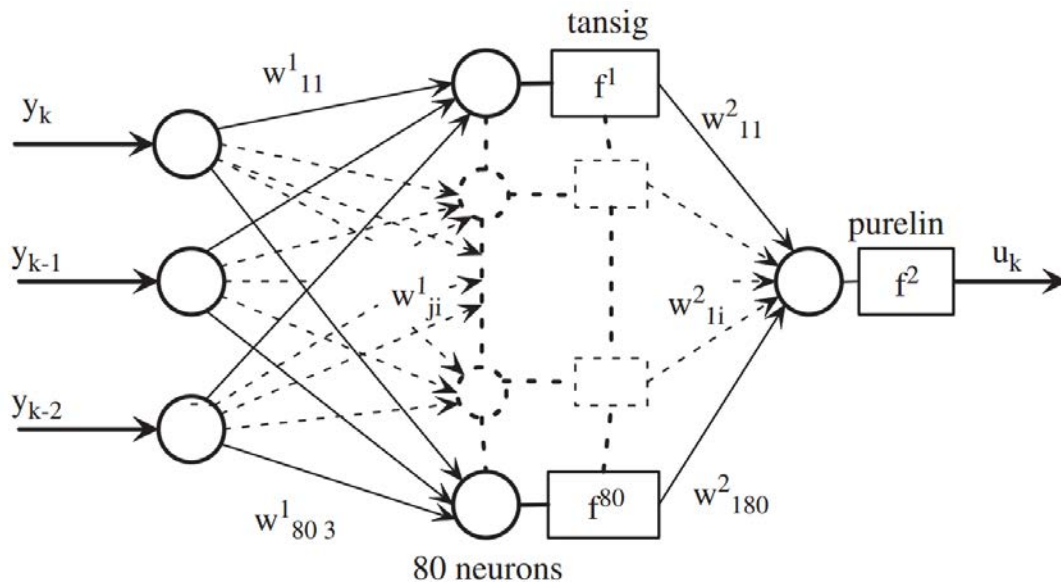


Figura 2.7: Estructura de RN utilizada para aprender el modelo inverso de la histéresis presente en un hilo SMA. Cortesía de Asua et al.[32].

Un problema complejo es la elección apropiada de los conjuntos de entrenamiento. Según Asua et al. [32] varios conjuntos experimentales de datos de entrada-salida de los ciclos mayores y menores de histéresis deben ser medidos a diferentes frecuencias, y serán los utilizados durante la fase de entrenamiento.

En términos generales es posible encontrar un modelo no lineal basado en RN equivalente a los clásicos modelos lineales de entrada-salida: FIR, ARX, ARMAX y OE utilizando las entradas al modelo lineal y sustituyendo las ecuaciones lineales por una RN, dando así lugar a modelos NNFIR, NNARX, NNARMAX Y NNOE, tal y como se observa en las siguientes figuras.

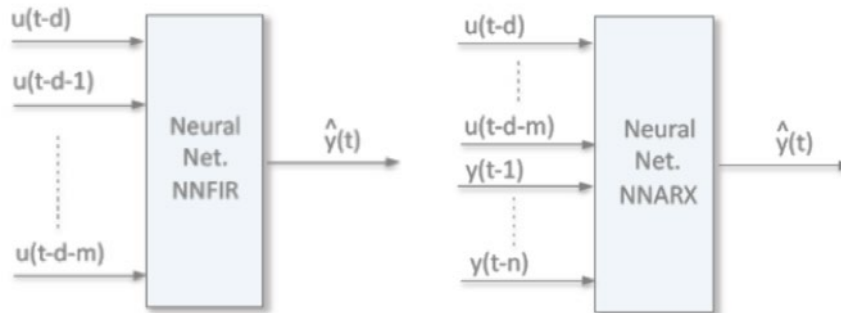


Figura 2.8: Modelo no lineal basado en una Red Neuronal de respuesta a impulso finito y una Red Neuronal ARX.

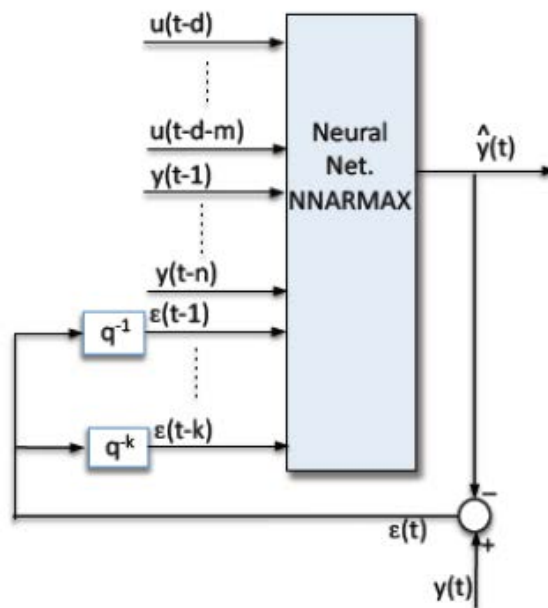


Figura 2.9: Modelo no lineal basado en una Red Neuronal ARMAX.

La estructura no lineal del modelo, la arquitectura de la red, el método de aprendizaje y el conjunto de datos de entrenamiento proporcionan un amplio número de posibilidades que se podrán utilizar para aprender los comportamientos de histéresis. A pesar de la simplicidad de la idea, es una tarea compleja de conseguir y además se debe realizar con mucho cuidado para evitar problemas de identificación.

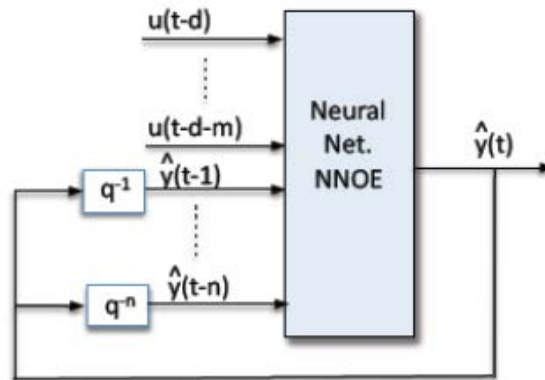


Figura 2.10: Modelo no lineal basado en una Red Neuronal OE.

Modelos basados en inferencia borrosa

Los modelos basados en inferencia borrosa (FIS) son también aproximadores universales de funciones y se pueden utilizar para modelar sistemas no lineales de forma similar a las RN [34]. Dependiendo del sistema se pueden utilizar diferentes estrategias. La idea básica es modificar las funciones de pertenencia de las premisas o las consecuencias de las reglas, para conseguir un error por debajo de un umbral determinado entre la respuesta del modelo y los datos experimentales.

Modelos basados en lógica neuro-borrosa

Los sistemas basados en lógica neuro-borrosa son básicamente sistemas de inferencia borrosa implementados en una red neuronal. Ofrecen algunas ventajas adicionales, pero los resultados conseguidos no son sustancialmente diferentes de los obtenidos mediante RN.

2.2.3.2. Modelos basados en ecuaciones diferenciales

Modelo Bouc-Wen

El modelo de Bouc-Wen se caracteriza por ser muy versátil y capaz de describir un gran número de patrones de histéresis. En los últimos años ha ganado popularidad, y se ha utilizado en numerosos problemas de ingeniería, incluyendo sistemas de varios grados de libertad (MDOF). En concreto, una variante del modelo ha sido utilizado para modelar el comportamiento de amortiguadores magnetoreológicos [35] [36].

Puesto que es uno de los modelos utilizados en la presente tesis, se explicará detenidamente en el Capítulo 4.

Modelo Duhem

El modelo de Duhem está basado en ecuaciones diferenciales y se centra en el hecho de que la salida sólo puede cambiar sus características cuando la entrada cambia de dirección. La expresión analítica que relaciona la entrada-salida es la siguiente [37].

$$\begin{aligned} \dot{w}(t) &= g_+(v(t), w(t))(\dot{v}(t))^+ - g_-(v(t), w(t))(\dot{v}(t))^- \\ w(0) &= w_0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Donde:

- $v(t)$ es la entrada al sistema con histéresis.
- $w(t)$ es la salida del sistema.
- w_0 es el valor inicial de la salida de la histéresis.

El término $(\dot{v}(t))^\pm$ se define mediante la siguiente expresión:

$$(\dot{v}(t))^\pm = \frac{|\dot{v}(t)| \pm \dot{v}(t)}{2}$$

Las pendientes de la curva de histéresis se definen mediante las funciones g_+ y g_- , donde los subíndices $+$ y $-$ denotan si la curva crece o decrece. Las funciones g_+ y g_- son continuas en \mathbb{R}^2 y la entrada $v(t)$ y la salida $w(t)$ son continuas y derivables en el intervalo $[0, T]$. Cuando la entrada $v(t)$ incrementa, la salida $w(t)$ también lo hace, a lo largo de un determinado camino. Cuando la entrada decrece, la salida también lo hace a través de otro camino diferente. Esta regla de salida está determinada por la pendiente de las funciones g_+ y g_- de acuerdo a:

$$\frac{dw}{dv} = \begin{cases} g_+(v(t), w(t)) & \text{si } \dot{v}(t) > 0 \\ g_-(v(t), w(t)) & \text{si } \dot{v}(t) < 0 \end{cases}$$

En [38], las funciones de pendiente que se utilizan para describir la histéresis saturada presente en los actuadores SMA son funciones de densidad Gaussianas:

$$\begin{aligned} g_+(v(t)) &= \frac{k}{\sigma_+ \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(v - \mu_+)^2}{2\sigma_+^2}\right) \\ g_-(v(t)) &= \frac{k}{\sigma_- \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(v - \mu_-)^2}{2\sigma_-^2}\right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Utilizando las expresiones anteriores, la salida del ciclo principal de histéresis w se puede expresar como:

$$w_{\pm} = h_{\pm}(v) = \int_{-\infty}^v g_{\pm}(v') dv' = \frac{k}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{v - \mu_{\pm}}{\sigma_{\pm} \sqrt{2}} \right) \right] \quad (2.4)$$

Según Dutta et al. [39], la función de pendiente que representa al ciclo menor se puede obtener multiplicando la función pendiente de ciclo principal por una constante escalar n_{\pm} en el intervalo $[0, 1]$:

$$g_{i\pm}(v(t)) = n_{i\pm} g_{\pm}(v(t)) \quad (2.5)$$

Donde $i = 1 \dots N$ y $g_{i\pm}$ son las funciones pendiente de cada uno de los ciclos menores. Además, la constante escalar $n_{i\pm}$ se puede expresar en términos de la función del ciclo principal h_{\pm} . De este modo el modelo Duhem que representa la saturación de los ciclos menores de la histéresis se puede definir de la siguiente manera [39]:

$$\frac{dw}{dv} = \begin{cases} \frac{h_-(v)-w}{h_- - h_+} g_+(v(t)) & \text{si } \dot{v}(t) > 0 \\ \frac{v-h_-(v)}{h_- - h_+} g_-(v(t)) & \text{si } \dot{v}(t) < 0 \end{cases}$$

Modelo Jiles-Atherton

El modelo de Jiles-Atherton se desarrolló específicamente para modelar los ciclos de histéresis magnéticos [40] y se basa principalmente en consideraciones energéticas. Este modelo tiene en cuenta el movimiento de las paredes de Bloch dentro del material. Presenta el inconveniente de requerir una identificación muy precisa de los parámetros del modelo para lograr unos buenos resultados. Debido a la alta sensibilidad del modelo de histéresis a los cambios de temperatura, ha sido un campo activo de investigación el conseguir una buena estimación [41].

A pesar de su capacidad para modelar histéresis magnéticas no ha sido utilizado en otros tipos de ciclos ya que sus principios son difícilmente aplicables a otros campos, por ello no se estudiará en lo restante.

2.2.3.3. Modelos basados en operadores

Modelo de Preisach

El modelo de Preisach generaliza el concepto de ciclos de histéresis como la conexión paralela de varios operadores de histéresis, a los que usualmente se les

denomina *hysterons*, originalmente formulado en 1935 por Ferenc Preisach. Este modelo ha sido ampliamente utilizado [42][43][44][45][46] y es particularmente preciso en el campo ferromagnético, debido a que los materiales ferromagnéticos se pueden describir como un colección de pequeños dominios, cada uno magnetizado con un valor de h o $-h$. Una muestra de hierro, por ejemplo, contiene dominios magnéticos distribuidos aleatoriamente resultando un campo magnético total de cero.

El *hysteron* elemental es el bloque principal del modelo de Preisach. Se puede describir mediante dos operadores que se denotan como $R_{\alpha,\beta}$. Este operador elemental, presenta la relación de entrada-salida que se observa en la Figura 2.11.

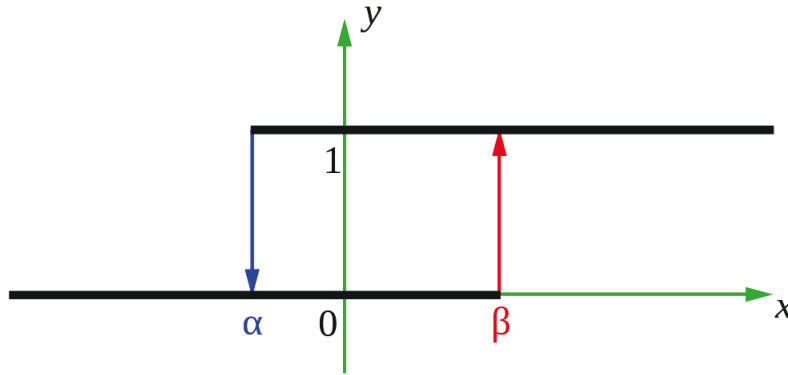


Figura 2.11: Operador de histéresis del modelo de Preisach. Cortesía de Wikipedia.

El valor α define el umbral de apagado del operador de histéresis. El significado gráfico es muy simple, si x es menor que α la salida y toma el valor más bajo (0 o apagado en este caso). Si se aumenta x , la salida y , permanece en su valor más bajo hasta que x alcanza un valor β , punto donde la y conmutará al valor 1. Si se sigue aumentando el valor de x no se producirán más cambios en la salida. Si por el contrario x disminuye, y no volverá a su valor de 0 hasta que x no alcance el valor α de nuevo. En este operador se observa como el estado siguiente también depende del estado pasado.

Matemáticamente, la salida de este operador $R_{\alpha,\beta}$, se puede expresar como:

$$y(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq \beta \\ 0 & \text{si } x \leq \alpha \\ k & \text{si } \alpha < x < \beta \end{cases} \quad (2.6)$$

Basado en este operador de histéresis, el modelo de Preisach consiste en la agregación de numerosos operadores conectados en paralelo, ponderados y sumados

como se observa en la Figura 2.12.

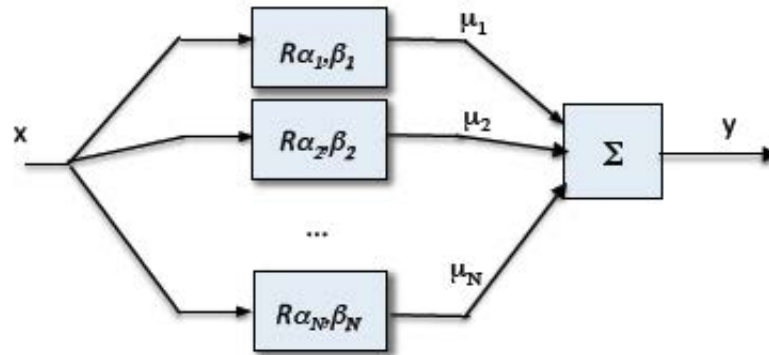


Figura 2.12: Composición de operadores en el modelo de Preisach.

Cada operador de histéresis tiene diferentes umbrales α y β además de un factor de peso diferente μ . Cada operador se puede dibujar de acuerdo a los valores (α, β) en lo que se denomina como plano Preisach. Además, dependiendo de la distribución dentro de este plano, los pesos y la cantidad de hysteron, la histéresis podrá modelarse con mayor o menor precisión.

Sobre el plano de Preisach, existe sólo una única representación de la colección de operadores (como puntos) sobre el semiplano $\mathcal{P} = \{(\alpha, \beta) | \alpha \geq \beta\}$ (Figura 2.13). Esta región tiene un papel importante sobre el modelo, ya que representa una alternativa más clara de comprender su comportamiento así como algunas de sus propiedades.

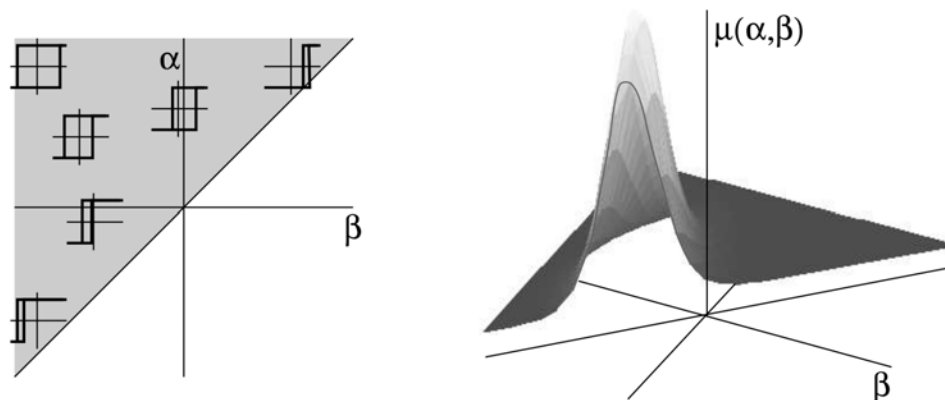


Figura 2.13: Planos de Preisach. Cortesía de Benjamin [43].

A medida que crece el número de operadores superpuestos (N), el modelo de histéresis se hace más preciso (Figura 2.14), pero por contra se necesita un mayor consumo de tiempo y recursos máquina. La función de densidad $\mu(\alpha, \beta)$ describe el número de hystérons con los valores (α_i, β_i) . El comportamiento global de la histéresis del modelo de Preisach se expresa mediante la siguiente expresión:

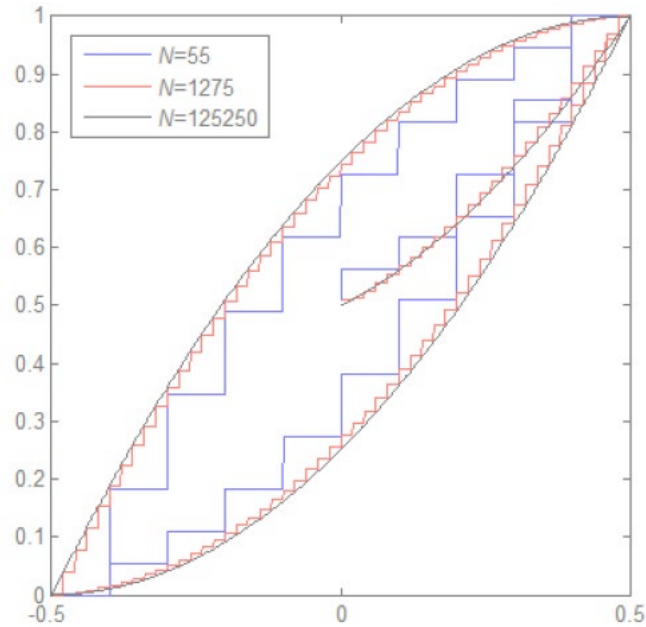


Figura 2.14: Modelado de histéresis de Preisach variando la cantidad de operadores. Cortesía de Wikipedia.

$$y(t) = \int \int_{B \geq \alpha} \mu(\alpha, \beta) R_{\alpha, \beta}[u(t)] d\alpha d\beta \quad (2.7)$$

Donde $y(t)$ es el efecto de la combinación ponderada de los hystérons para una entrada dada u en el instante t . Para aplicaciones prácticas las integrales son convertidas a sumas.

Se debe remarcar que el modelo de Preisach se ha utilizado por algunos autores combinado con otros esquemas, como los de lógica borrosa [47][34] o redes neuronales [48].

Modelo de Krasnosel'skii-Pokrovskii

El operador de Preisach presenta algunas discontinuidades, mientras que el de Krasnosel'skii-Pokrovskii introduce un operador continuo llamado *K-P kernel* para evitar estos inconvenientes. Este operador es un caso especial del operador de histéresis generalizado y en el plano de Preisach es continuo, además de presentar ciclos menores dentro del ciclo principal de histéresis [49] tal y como se observa en la Figura 2.15.

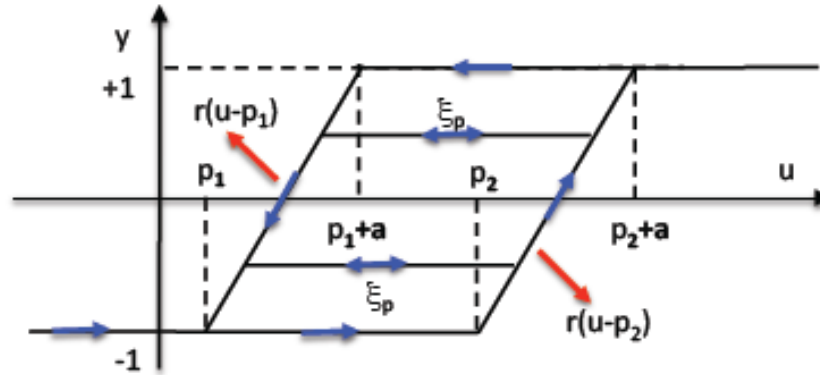


Figura 2.15: Operador básico de Krasnosel'skii-Pokrovskii.

Considerando el plano de Preisach sobre el que ocurre la histéresis, U_+ y U_- representan los máximos y mínimos valores de saturación de la entrada $u(t)$ respectivamente y el parámetro a es la constante de subida. Si se denota como $C[0, T]$ al espacio de las funciones monótonas y continuas definidas a trozos en el intervalo temporal $[0, T]$, el operador K-P se define del siguiente modo:

$$k_p(u, \xi_p) : C[0, T] \rightarrow y[0, T] \quad (2.8)$$

Donde ξ_p representa la condición inicial del operador y memoriza el valor anterior extremo, $y[0, T]$ es el espacio de funciones de la salida. Para una entrada dada $u(t)$, el operador K-P $k_p(u, \xi_p)$ mapea los puntos (p_1, p_2) del plano de Preisach al intervalo $[-1, 1]$, y se puede expresar mediante:

$$k_p(u, \xi_p)(t) = \begin{cases} \max_{p \in P} \{ \xi_p, r(u(t) - p_2) \} & \text{si } u(t) \text{ es no decreciente} \\ \max_{p \in P} \{ \xi_p, r(u(t) - p_1) \} & \text{si } u(t) \text{ es no creciente} \end{cases} \quad (2.9)$$

Donde $r(x)$ es una función continua en la cual cuando la entrada $u(t)$ cambia su signo, el valor de la variable memorizada en $\xi_p(t)$ se actualiza. Una posible elección para la función $r(x)$ sería:

$$r(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ -1 + \frac{2x}{a} & \text{si } 0 \leq x \leq a \\ +1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

Una importante diferencia respecto al operador de Preisach es que éste sólo tiene dos ramas, mientras que el operador K-P consiste en una familia de curvas delimitadas por las envolventes $r(u - p_2)$ y $r(u - p_1)$. De forma similar al modelo de Preisach, el modelo de Krasnosel'skii-Pokrovskii se puede expresar como la integral de los operadores básicos K-P sobre el plano de Preisach:

$$y(t) = \int \int_P \mu(p_1, p_2) k_p(u(t), \xi_p) dp_1 dp_2 \quad (2.11)$$

Donde el término $\mu(p_1, p_2)$ es la densidad de los operadores básicos K-P que se utiliza para ponderar sobre la salida total del operador K-P, tal y como se observa en la Figura 2.16.

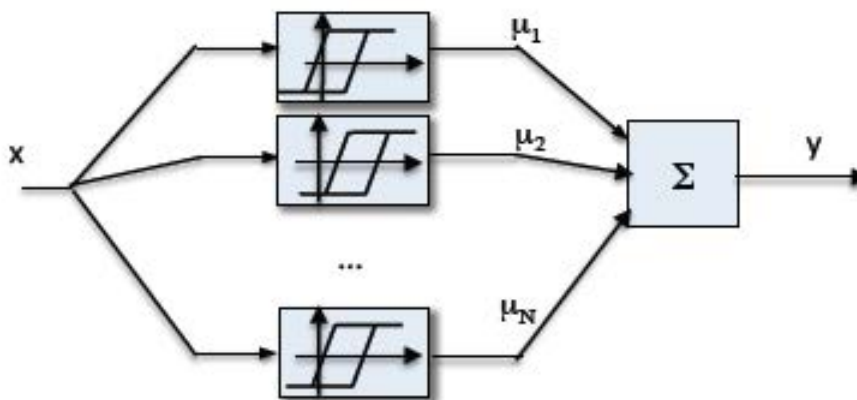


Figura 2.16: Modelo de Krasnosel'skii-Pokrovskii.

El operador básico K-P incluye más información sobre las no linealidades que el modelo de Preisach, debido a que su kernel tiene un efecto memoria que recuerda

los valores extremos pasados de las entradas y salidas de la histéresis. Como consecuencia, el modelo K-P requiere menos operadores que el modelo de Preisach para conseguir modelar un sistema con histéresis de manera precisa.

Modelo de Prandtl-Ishlinskii

El modelo de Prandtl-Ishlinskii está basado en la superposición de operadores elementales, y ha sido muy utilizado en los últimos años para modelar actuadores piezoeléctricos [22][50][51]. En este modelo se utiliza el operador *play* como la base para modelar cualquier histéresis, aunque mediante alguna modificación, es capaz de describir características complejas como la saturación o dependencia de la frecuencia [52], presentes en muchos actuadores.

Debido a que es uno de los métodos utilizados para el modelado de la histéresis en actuadores SMA en esta tesis, se explicará detenidamente en el Capítulo 3.

2.3. Control de sistemas con histéresis

Existen numerosas metodologías y esquemas de control de sistemas con histéresis, sin embargo no todos ellos son apropiados para las características concretas de cada uno de ellos. Por este motivo se va a comenzar por una vista general de los métodos más comunes que se han utilizado para controlar sistemas no lineales.

En términos generales, la histéresis presente en actuadores inteligentes no se conoce con exactitud, pero se puede modelar con los métodos descritos en la sección anterior. Para el caso particular de los actuadores formados por aleaciones con memoria de forma (SMA), el control en posición y fuerza se ha estudiado ampliamente hasta llegar a aplicaciones prácticas en la última década. Los comportamientos no lineales y saturados de histéresis que presentan durante las transformaciones directa e inversa hacen que sea complicado controlarlos. Esto origina errores en estado permanente y problemas de ciclo límite cuando se utilizan controladores convencionales para el control de trayectoria [53][54]. Además, para señales de referencia que varían lentamente, y con unos ganancias adecuadas, estrategias de realimentación tales como el control Proporcional-Integral (PI) pueden aportar un rendimiento adecuado. No obstante con referencias que cambien rápidamente pueden ocurrir movimientos oscilatorios sobre la trayectoria de referencia [55][54]. Debido a estas razones, las actuales investigaciones acerca del control de actuadores SMA han sido conducidas a métodos no lineales.

El problema de controlar sistemas con histéresis ha sido abordado bajo diferentes estrategias, entre las cuales se pueden encontrar: compensación inversa, gradiente adaptativo inverso y control robusto adaptativo. Los esquemas de control basados en compensación inversa en lazo abierto y gradiente adaptativo requieren un modelo de histéresis para eliminar los efectos de la misma.

2.3.1. Técnicas de control existentes

Las técnicas principales que se utilizan para controlar actuadores inteligentes, y en particular los actuadores SMA, se pueden diferenciar en las siguientes categorías:

1. Controladores lineales.
2. Controladores de modulación de ancho de pulso (PWM).
3. Controladores no lineales.

2.3.1.1. Controladores lineales

Debido al comportamiento de histéresis que presentan los actuadores SMA, controladores sencillos como los proporcionales no son suficientes para conseguir una precisión en posición adecuada. Datos experimentales han mostrado que para eliminar el error en régimen permanente siguiendo a una señal de tipo escalón, se necesita una alta ganancia pero a costa de aumentar el sobrepaso y la saturación del actuador.

Shameli et al. [56] utilizan una variación no lineal de un controlador proporcional, integral y derivativo (PID) denominado PID-P³. La ley de control utilizada en este controlador es la siguiente:

$$u(t) = K_P \cdot e(t) + K_I \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \cdot \dot{e}(t) + K_T \cdot [e(t)^3] \quad (2.12)$$

La simulación del controlador PID-P³ muestra que para valores elevados de error, el término cúbico produce buenas acciones de control que consiguen reducir el tiempo de establecimiento, mientras que para valores pequeños de error, este término desaparece, comportándose como un controlador PID convencional. No

obstante, este controlador no ha sido todavía validado experimentalmente.

En publicaciones como la de Yang et al. [57], se usa un modelo de primer orden para modelar la respuesta escalón de una viga compuesta con actuadores SMA en su superficie. Los parámetros del modelo son determinados experimentalmente y se utilizan para ajustar el controlador. Para controlar la respuesta del sistema se utilizan dos métodos, el primero es un controlador convencional PID y el otro es un controlador en prealimentación. Los resultados experimentales muestran un tiempo razonable de establecimiento y una gran sobreoscilación para el control PID, y un tiempo de establecimiento elevado para el control en prealimentación.

En otras publicaciones como la de Popov et al. [58] se han utilizado dos controladores PID para controlar un actuador SMA, uno de ellos ajusta los parámetros mediante la técnica Ziegler-Nichols (ZN) y el segundo se utiliza como un modelo interno de control donde la SMA se modela mediante sucesivas series de cuatro funciones de transferencia: una ganancia, una función de transferencia de primer orden, una función de transferencia de segundo orden y un tiempo muerto. El tiempo de respuesta que se obtiene mediante el control por modelo interno (IMC) es sustancialmente mejor.

Asua et al. [32] concluyen que en sus resultados experimentales, el control PI con anti-windup obtiene los mejores resultados para posicionamiento de actuadores SMA.

2.3.1.2. Controladores de modulación de ancho de pulso (PWM)

Los controladores PWM se utilizan para una gran variedad de problemas. En el contexto de los actuadores SMA se han mostrado como una solución efectiva para control en posición reduciendo la energía consumida por el actuador. Ma and Song [59] [60] han demostrado que utilizando la modulación de ancho de pulso para el control de actuadores SMA se ahorra la energía de actuación manteniendo la misma precisión que en los controladores convencionales PD. También se ha demostrado que el control PWM es muy robusto a perturbaciones externas. Además muestran como con una técnica PWM llamada modulador *Pulse-Width-Pulse-Frequency* (PWPF) junto con un control PD utilizado con esta modulación, consume el 50 % menos de energía respecto a no utilizarla.

2.3.1.3. Controladores no lineales

Los controladores lineales debido a sus simples métodos de diseño son válidos para muchos más tipos de usos que los no lineales, sin embargo los resultados experimentales utilizando controladores no lineales muestran que el control en posición consigue un seguimiento más rápido y preciso que con los controladores lineales.

Existen dos aproximaciones para diseñar controladores no lineales, los controladores basados en modelos y los controladores basados en el modelo inverso. Estas aproximaciones no sólo sirven para actuadores de tipo SMA, sino que también se pueden aplicar a otros actuadores inteligentes como los piezoeléctricos, piezocerámicos y magnetostrictivos.

(a) Controladores basados en el modelo

Este tipo de controladores se diseñan en base a las ecuaciones del modelo del sistema. Se utilizan modelos representativos de hilos SMA para esta aproximación, como por ejemplo el modelo constitutivo unidimensional de Brinson [14] que relaciona la tensión a las variables de estado de deformación, temperatura y porcentaje en volumen de martensita.

La principal dificultad de este tipo de controladores es la obtención del modelo del sistema. De hecho la mayor parte de las no linealidades del sistema o no se modelan o se simplifican en gran cantidad. Cualquier proceso de modelado requiere una etapa de validación previa al diseño del controlador.

Asrafiun y Jala [61] utilizan un modelo basado en el *sliding mode control* (SMC) para plantear las leyes de control de actuadores SMA. Además se plantea un modelo del sistema combinando las ecuaciones del movimiento con las de transferencia de calor por convección en la SMA, las leyes constitutivas y las ecuaciones de transformaciones de fase. La ley de control propuesta utiliza en un robot planar de tres eslabones para su posicionamiento.

Elahinia y Ahmadian [62] desarrollaron un modelo no lineal de un brazo rotatorio de un grado de libertad y actuado por SMA. El modelo no lineal está constituido por: el modelo no lineal dinámico del brazo, un modelo de transformaciones de fase de la SMA y un modelo no lineal de convección en la SMA. Este controlador basado en temperatura tiene una estructura variable de control, mientras que el basado en tensión utiliza el SMC.;

(b) Controladores basados en el modelo inverso

En esta aproximación el compensador está basado en el **modelo inverso de histéresis**. En un primer paso, se construye un modelo de histéresis, basado en los datos experimentales del sistema. El modelo de histéresis se diseña para minimizar el error entre la respuesta del sistema real y la del modelo. En un segundo paso, se utiliza un controlador en lazo abierto en el cual la operación inversa ajusta la entrada al actuador para compensar la histéresis del sistema. Después de esta compensación, se produce una relación lineal entre la entrada de referencia y la salida del sistema [63]. En la práctica el modelo inverso no puede cancelar completamente las no linealidades de los actuadores SMA, por ello algunos autores utilizan un controlador realimentado junto con este controlador en prealimentación [64]. El uso de este controlador prealimentado puede acelerar la respuesta del sistema y mejorar el ancho de banda en comparación con un control PID, aunque este último aporta un mejor rendimiento cuando las señales de referencia son de baja frecuencia [65].

La investigación sobre la histéresis en los actuadores SMA ha estado muy activa durante las últimas dos décadas, como se comentó en las secciones previas. De todas las técnicas desarrolladas para el modelado de histéresis, sólo los modelos fenomenológicos se han utilizado en aplicaciones reales. No obstante, las razones para elegir un método de modelado vienen comúnmente determinadas por la estrategia de control adoptada. En general, los métodos más utilizados son los que son invertibles y aquellos que pueden aprender el comportamiento inverso de un sistema con histéresis. Las técnicas de modelado de histéresis que se utilizan para propósitos de control se pueden clasificar dentro de dos grandes grupos:

- **Controladores de tipo caja negra:** Este grupo de controladores modelan la histéresis del actuador (o su inversa) como una caja negra o gris. Se explotan las propiedades universales de aproximación de las redes neuronales, sistemas de lógica borrosa y estructuras borrosas. Requieren de una gran cantidad de datos experimentales adecuados para cada caso. En Asua et al. [32] se utiliza una red neuronal entrenada experimentalmente para cancelar las no linealidades de un hilo SMA. La red neuronal se entrena para aprender el comportamiento de histéresis inverso, que posteriormente se usará en un controlador PI con anti-windup para el control en posición del actuador. Los resultados muestran que comparando con el PI con anti-windup, cuando se introduce la compensación por red neuronal en el bucle de control, el error de seguimiento y la acción de control disminuyen. En Kumagi et al. [66] se

propone un controlador con prealimentación que utiliza un sistema de inferencia neuro-borrosa con un controlador PD.

Por otro lado, en Song et al.[67] se propone un controlador en prealimentación mediante una red neuronal para el seguimiento de un hilo de SMA sin sensor de posición. La red neuronal que se propone es un modelo inverso de la histéresis donde se muestra la relación entre la tensión aplicada y el desplazamiento del actuador. Los experimentos han demostrado que los actuadores SMA con este sistema de control pueden seguir una referencia sinusoidal sin la necesidad de utilizarse un sensor de posición. Desafortunadamente, sólo se aplicaron datos del ciclo principal de histéresis para los procesos de entrenamiento y validación, por lo que el controlador no se evaluó para ciclos menores de histéresis.

De manera similar, en Rezaeeian et al. [68] se centran en la aplicación de los controladores inversos ANFIS así como su aplicación en prealimentación del sistema, para un control de fuerza en actuadores SMA. Se encontró la misma objeción que en el estudio anterior. En Kha y Ahn en [44] se investiga la posible aplicación del modelo inverso de Preisach en combinación con las estrategias de realimentación y prealimentación para controlar los actuadores SMA. Para el diseño de la prealimentación se utiliza un modelo de Preisach basado en lógica borrosa, y un controlador PID como realimentación para regular el error entre la salida deseada y la real del sistema. La lógica borrosa ofrece un método que se basa en la experiencia de expertos, añadiendo la inferencia borrosa al modelo, la función inversa del modelo de Preisach produce una mejora en el comportamiento de histéresis, mayor precisión en el control y por lo tanto el efecto de la histéresis en los actuadores SMA se compensa. Además se observa que este controlador combinado proporciona un mejor seguimiento que el esquema anterior en bucle abierto. El mismo esquema con pequeñas diferencias en realimentación se aplica de manera satisfactoria para el control de actuadores SMA en [44] por Ahn y Kha. Aunque en estas dos publicaciones el modelo inverso se diseña en base al modelo de Preisach, también se pueden seguir las regiones de ciclos menores de histéresis en las que la SMA no alcanza sus valores máximos y mínimo de contracción. Song, Chaudhry y Batur [67] proponen controlar un actuador SMA mediante una combinación de redes neuronales en la prealimentación y un controlador basado en el modo de deslizamiento en la realimentación.

- **Controladores fenomenológicos:** Este grupo de controladores no lineales se

basan en la inversión del modelo de histéresis para construir un controlador. La histéresis se modela por uno de los métodos de modelado de este tipo de histéresis, que ya se comentaron en secciones anteriores, Los modelos de Preisach, Krasnosel'skii-Pokrovskii y los de Prandtl-Ishlinskii se basan en operadores y su comportamiento general se define por la integral de numerosos operadores sobre una región específica. Utilizando el inverso de estos modelos fenomenológicos como compensadores en prealimentación se obtienen resultados más precisos.

Hughes y Wen [15] utilizan el modelo de Preisach inverso para controlar un actuador SMA. En Ahn y Kha [44] el modelo inverso de Preisach se invierte integrándolo numéricamente para utilizarlo en un control PID en lazo cerrado, de modo que se compensa la histéresis del actuador SMA. Majima [69] ha desarrollado un sistema de control compuesto de dos bucles de control: un PID realimentado y otro bucle en prealimentación que se utiliza para obtener la entrada necesaria para el desplazamiento requerido. Esto se obtiene mediante el modelado de la SMA basado en un modelo de Preisach.

La compensación de histéresis basada en el modelo inverso de Krasnosel'skii-Pokrovskii se puede encontrar en [70], donde utilizan una parametrización discreta inversa del modelo KP para compensar los efectos de la histéresis. Además se utiliza una ley de control de temperatura (con la intensidad de corriente como entrada) y un modelo de control de referencia. El principal inconveniente del control en temperatura en SMA, es la dificultad que presenta y lo que se modifica la misma en un ambiente abierto a la hora de medirla.

El control en posición de actuadores inteligentes se puede llevar a cabo mediante el modelo inverso de Prandtl-Ishlinskii, utilizándolo como un controlador en prealimentación. El modelo de Prandtl-Ishlinskii tiene como ventaja sobre el del Preisach su baja complejidad y la posibilidad de obtener analíticamente su inversa. Ru et al. [65] utilizan estos modelos para describir histéresis y el algoritmo LMS para estimar los pesos del ciclo principal de histéresis descrito por el operador de Prandtl-Ishlinskii. Posteriormente, un control inverso adaptativo en bucle abierto se sitúa previo al sistema para reducir su histéresis.

2.3.2. Algunos esquemas de control para sistemas con histéresis

Existen numerosos modelos de control en la bibliografía, pero muchos de ellos no son aplicables o presentan problemas en su implementación práctica. Los más utilizados y que se presentarán en detalle son los siguientes:

- Control inverso directo.
- Control por modelo interno.
- Prealimentación con modelo inverso.
- Control óptimo.
- Linealización por realimentación.

2.3.2.1. Control inverso directo

La idea de control inverso directo consiste en identificar la dinámica inversa de un sistema para cancelar las no linealidades dinámicas, tal y como se observa en la Figura 2.17. Esta idea ha sido utilizada en conjunto con redes neuronales y puede ser entrenada como la inversa de un sistema para ser usada como controlador. Esta aproximación produce controladores de tipo Dead-Beat con un tiempo de respuesta rápido, pero muy poco robustos y una alta sensibilidad al ruido y a las perturbaciones. Otra fuente de problemas es que no siempre la dinámica inversa existe, y cuando lo hace, puede ser una tarea compleja y muy costosa para obtener buenos resultados.



Figura 2.17: Esquema de control inverso directo.

Un enfoque de diseño típico puede ser:

- Comenzar generando un conjunto de datos válido de los experimentos.
- Generar un modelo previo.

- Inicializar el controlador con un entrenamiento general.
- Utilizar un entrenamiento especializado sobre el modelo del sistema (*off-line*).
- Utilizar un entrenamiento especializado sobre el sistema real (*online*).

Esta aproximación es intuitiva y simple de implementar y el controlador que se propone se puede optimizar para trayectorias específicas en función del entrenamiento realizado. Sin embargo sus aplicaciones prácticas son limitadas, porque:

- No funciona en sistemas cuya inversa no sea estable.
- Presenta problemas cuando los sistemas tienen histéresis.
- Presenta problemas con modelos de sistemas inversos no amortiguados.
- Tiene una alta sensibilidad al ruido y las perturbaciones.
- Presenta dificultades en la etapa de entrenamiento.

El esquema de control inverso directo, como todas las técnicas en lazo abierto, son muy sensibles al ruido, las perturbaciones y una dinámica del sistema no modelada correctamente. En algunos casos prácticos se ha adoptado un esquema ligeramente modificado, tal y como se observa en la Figura 2.18, donde se incluye un bucle en lazo cerrado como realimentación.

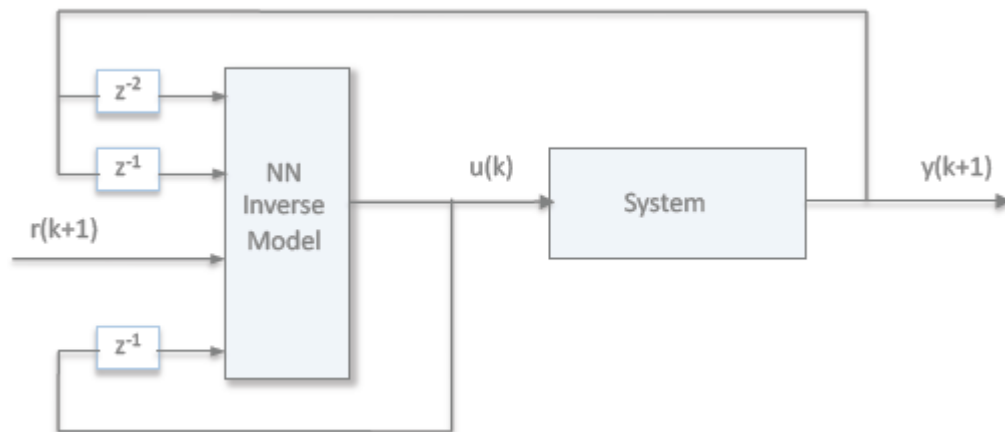


Figura 2.18: Esquema de control inverso directo ligeramente modificado.

2.3.2.2. Control por modelo interno

La idea de control con modelo interno consiste en utilizar un modelo de la planta para estimar las perturbaciones y un modelo inverso para controlar el sistema. En la Figura 2.19 la realimentación consiste en el error entre la salida del sistema y la del modelo. En el caso de cero perturbaciones, el bucle de realimentación será el error de modelado en la salida, que en el caso de un modelado perfecto este bucle serán el efecto de las perturbaciones en la salida.

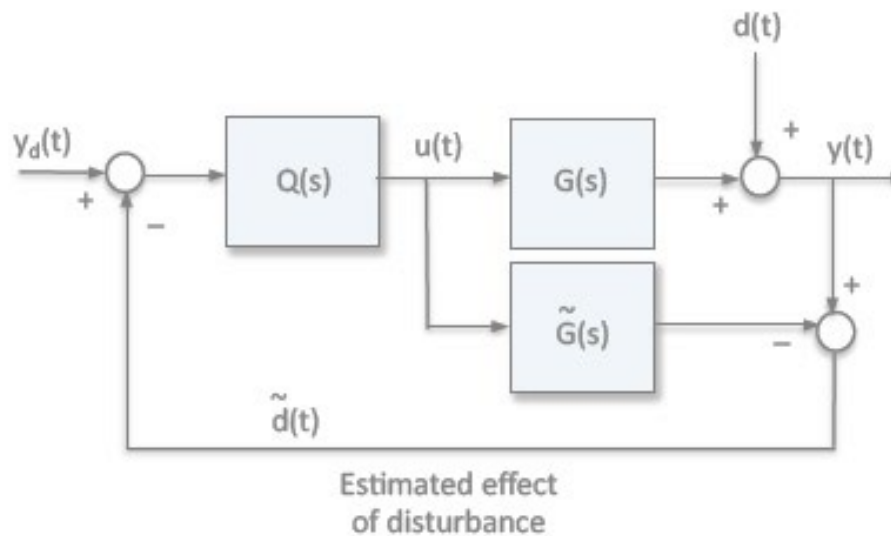


Figura 2.19: Esquema de control por modelo interno.

Como en el caso anterior, es difícil asegurarse de que el modelo interno esté entrenado con un conjunto de datos adecuado. Además se requiere estabilidad en lazo abierto para que el sistema también lo sea en lazo cerrado. Algunas técnicas de control utilizadas para las SMA, dividen el término G en dos partes, como se muestra en la Figura 2.20. La primera parte H_C se utiliza para linealizar el sistema, mientras que el bloque G_C es un controlador convencional. En este esquema, el modelo estima el comportamiento lineal G_L del sistema más su modelo inverso linealizado.

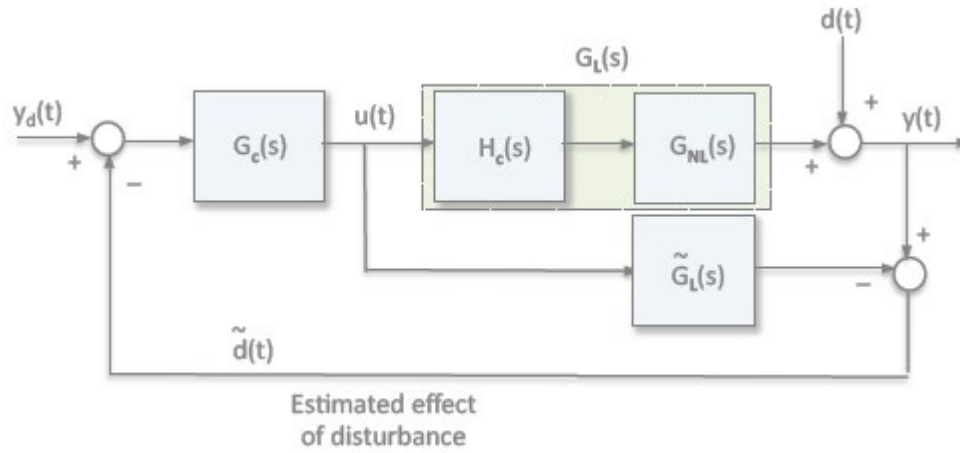


Figura 2.20: Esquema de control por modelo interno con el sistema linealizado.

2.3.2.3. Prealimentación con modelo inverso

La idea de control mediante prealimentación consiste en utilizar el modelo inverso del sistema para generar la señal apropiada de control $u(t)$ para obtener la respuesta $y(t)$ del proceso G_P . En caso de sistemas lineales como el de la Figura 2.21, el controlador en prealimentación sirve para eliminar o compensar algunas perturbaciones o errores tanto predecibles como medibles.

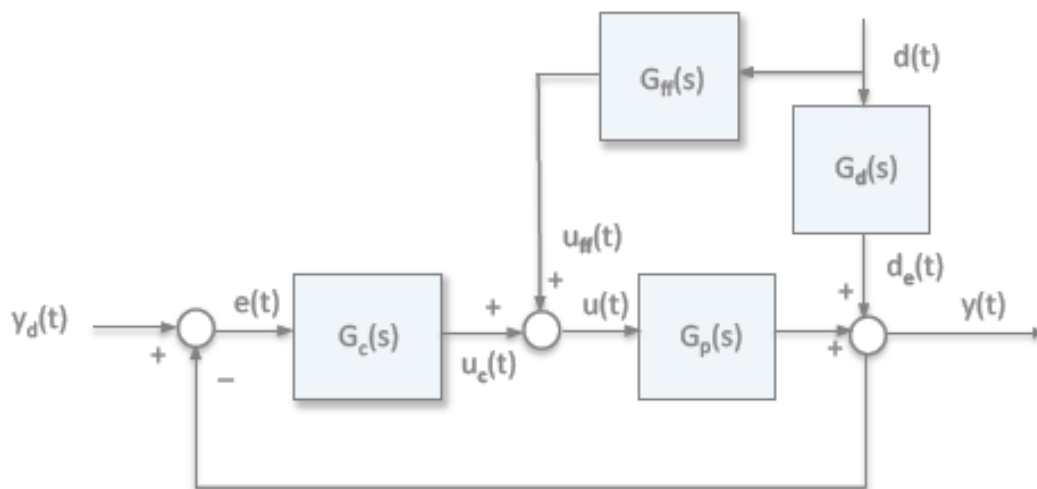


Figura 2.21: Esquema de control mediante prealimentación y realimentación para compensar las perturbaciones medibles.

En la Figura 2.22 se observa el aspecto clásico de un esquema de control mediante prealimentación y realimentación. $G_{ff}(s)$, $G_c(s)$ y $G_p(s)$ denotan la prealimentación, la realimentación y la planta respectivamente. Este esquema de control ha sido muy utilizado en la robótica, donde algunos de sus usos típicos son:

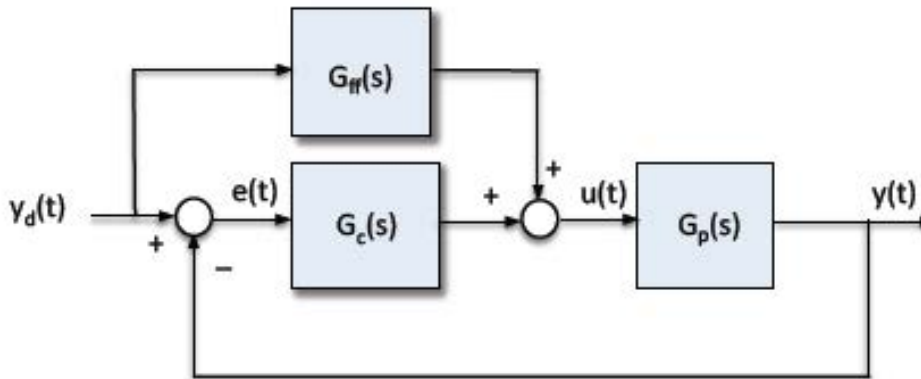


Figura 2.22: Esquema de control mediante prealimentación y realimentación.

- **Prealimentación en aceleración.** la acción de la prealimentación se utiliza para compensar el pequeño comportamiento dinámico de muchas plantas. En la práctica, la prealimentación en aceleración se varía en caliente mediante una simple ganancia. Cuando están bien ajustados, los errores de los servos son más pequeños que los controladores clásicos con realimentación. Los errores crecen en movimientos bruscos (como por ejemplo en trayectorias paso a paso con grandes tirones).
- **Prealimentación basada en el modelo inverso.** Si se utilizan los modelos dinámicos inversos, la salida de la prealimentación sería teóricamente la adecuada para obtener la respuesta deseada. En la práctica los modelos inversos no reflejan la dinámica inversa exactamente y es por ello por lo que la obtención de este modelo es una tarea complicada.
- **Prealimentación de perturbaciones.** Otro uso típico del esquema de control con prealimentación es el de compensar las perturbaciones externas. En el caso ideal, la prealimentación puede eliminar estos efectos en la salida y en la mayoría de los casos, cuando existan errores de modelado, puede reducir el efecto de estas perturbaciones medibles en la salida.

Este esquema de control se puede utilizar para controlar sistemas no lineales, pero en este caso $G_{ff} = G_p^{-1}$ es un modelo inverso del sistema. De algún modo,

un control directo inverso se puede entender como una prealimentación en bucle abierto. Los controladores basados en prealimentación por inversión del modelo no pueden corregir los errores de seguimiento causados por incertidumbres en la planta [71]. Sin embargo, estos errores se pueden corregir con realimentación. Por ejemplo, la realimentación también se puede utilizar para: aprender el modelo para corregir la incertidumbre y posteriormente invertir el modelo mejorado o para directamente aprender la entrada inversa *correcta* que por lo menos, en teoría, consigue un seguimiento perfecto.

Mittal [72] implementa un controlador en bucle abierto con prealimentación, donde utiliza un modelo inverso de histéresis para modelar un actuador electromagnético. Boerlage et al. [73] utilizan una red neuronal dentro de un controlador en prealimentación para controlar un actuador piezocerámico. Sin embargo un esquema de control frecuente consiste en combinar los controladores en prealimentación y realimentación sobre sistemas en bucle cerrado como en las publicaciones de Balasubramanian [74] y Kung [75].

El controlador exacto inverso para la prealimentación $G_{ff} = G_p^{-1}$ requiere una inversión matemática que no siempre es fácil ni en sistemas con histéresis ni en los lineales. En sistemas que no son de fase mínima, la entrada inversa es no causal [76]. Este modelo inverso tiende a ser no causal cuando hay mucha incertidumbre en la planta sobre un amplio rango de frecuencias, lo que suele ser habitual para altas frecuencias. Para evitar estos efectos no deseables, el uso de controladores en prealimentación que sólo utilizan información del modelo en regiones de frecuencia donde hay mucha incertidumbre no es suficiente.

2.3.2.4. Control óptimo

El uso del control óptimo en actuadores SMA se ha utilizado muy poco debido a la dificultad para obtener el modelo de espacio de estados del sistema con histéresis. Ya que para que se obtenga se necesita una descripción del modelo físico del comportamiento no lineal. Esto significa que muchas de las técnicas de modelado no se pueden utilizar ya que necesitan modelos fenomenológicos de entrada-salida y que no informan del estado interno del sistema.

Lee y Mavroidis [77] utilizan un control de tipo LQR (regulador lineal cuadrático). Además para ser capaces de controlar los sistemas, utilizan modelos matemáticos que capturan los comportamientos de las SMA y capturan información sobre la evolución de las temperaturas del material, tensión y cambios de fase según se

refleja en el trabajo de Shu et al. [78] e Ikuta [79]. Donde utilizan un modelo físico que incluye tres variables de estado internas:

1. La temperatura dentro de la SMA. El modelo térmico de conducción refleja los cambios de temperatura dentro de la SMA, utilizando la potencia eléctrica como calor de entrada y la convección con el ambiente como la salida de calor del sistema.
2. La relación entre la temperatura de la SMA y el ratio de martensita/austenita ξ_a se modela la histéresis de acuerdo a dos ecuaciones linealizadas, una para el calentamiento y otra para el enfriamiento.
3. La tensión/deformación entre el ratio de martensita y las propiedades mecánicas basadas en el modelo de sub-capas propuesto por Ikuta et al. [79] añadiendo algunas características del modelo de deformación propuesto por Shu et al. [78]. Donde se modela una deformación unidimensional basándose en las leyes de Hooke.

Basándose en estas tres variables de estado, Lee y Mavroidis [77] desarrollan un regulador lineal cuadrático, donde utilizan una realimentación lineal con entrada $u = -K \cdot x$ para controlar el sistema. Además se utiliza un filtro de Kalman para estimar el vector de estados que no se puede medir directamente de los sensores. Una técnica similar se usa también en [80].

2.3.2.5. Linealización por realimentación

Esta técnica es muy frecuente en aplicaciones de robótica donde el modelo físico del sistema se conoce, aunque es difícil de encontrar en el control de sistemas con histéresis. El problema de modelado de estos sistemas y los requerimientos para conseguir una precisión en la caracterización de las no linealidades, limitan la aplicación de esta técnica en el control de actuadores de tipo SMA.

De forma general se puede aplicar a los sistemas no lineales de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{2.13}$$

Donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u \in \mathbb{R}^p$ es el vector de entradas e $y \in \mathbb{R}^m$ es el vector de salidas. El objetivo final de este tipo de control es desarrollar una entrada u , que consiga una relación lineal entre la nueva entrada v y la salida.

$$u = a(x) + b(x)v\tag{2.14}$$

Capítulo **3**

Modelo de Prandtl-Ishlinskii

3.1. Introducción

A principios de los 70 se formuló una metodología matemática para su aplicación a transductores con histéresis. Esta teoría se basaba en los llamados *operadores de histéresis* que describían este fenómeno como un mapeado entre distintos espacios de funciones [81]. A partir de esta aproximación, una rama de investigación basada en teoría de sistemas comenzó con el trabajo de los matemáticos rusos M. A. Krasnosel'skii y A. V. Pokrovskii. Este nuevo enfoque posibilita modelar histéresis complejas sin tener en cuenta la física del sistema.

Sin embargo, es al comienzo de los 90 cuando los ingenieros empiezan a utilizar a gran escala esta teoría para linealizar sistemas con histéresis. Se comenzó utilizando, sobre todo, el operador de Preisach para modelar y controlar actuadores de estado sólido, pero en los trabajos actuales se ha ido introduciendo el operador de Prandtl-Ishlinskii, en particular para el modelado matemático y la descripción de actuadores piezoeléctricos [82].

El modelo de Prandtl-Ishlinskii se basa en una superposición de operadores elementales de tipo *play* o *stop* [83] y que son parametrizados con una simple variable: su umbral. Se debe remarcar que el modelo PI es un subconjunto del modelo de Preisach, que define la forma de una histéresis según una función de densidad. En su forma general, no es capaz de reproducir ciclos asimétricos ni tampoco fenómenos de saturación.

En actuadores como los SMA se muestran comportamientos de saturación en los máximos o mínimos de la señal de entrada, y aunque en su forma básica estos operadores no pueden describir este tipo de histéresis, se pueden modificar tanto la función de densidad, como los operadores de tipo *play* o *stop* para adaptarse a estos fenómenos (operador generalizado de Prandtl-Ishlinskii).

Con estos modelos se busca eliminar o minimizar los efectos de histéresis construyendo un modelo inverso que además permita su uso en sistemas de tiempo real mediante el uso de compensadores en prealimentación [81]. Esto no se podía conseguir con las metodologías basadas en el modelo de Preisach, ya que no se pueden invertir analíticamente debido a la discontinuidad de los operadores que utiliza, por ello el método de Prandtl-Ishlinskii introduce unos operadores continuos de tipo *play* y *stop* permitiendo su inversión analítica. Una discusión detallada acerca de estos operadores se puede encontrar en [22].

Es importante mencionar que el principal propósito de utilizar un modelo analíticamente invertible, está en proveer un análisis de estabilidad en lazo cerrado sin que se asuma un error inverso acotado. Lo cual hace que esta metodología sea bastante atractiva para el control de actuadores inteligentes en sistemas de tiempo real.

3.2. Operador de histéresis *play operator*

El operador de tipo play es la base de varios modelos de histéresis, debido a que es analíticamente invertible y bastante sencillo en su forma general. Sus propiedades principales son la de ser continuo e independiente de la frecuencia del sistema, y presenta la forma que se observa en la Figura 3.1. Analíticamente, $C_m[0, t_E]$ es el espacio de funciones continuas y monótonas definidas a trozos. Si para cualquier entrada $v(t) \in C_m[0, t_E]$, existe un intervalo $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_N = t_E$ donde la entrada es monótona en cada uno de los sub-intervalos $[t_i, t_{i+1}]$. Entonces el operador play queda definido por [22]:

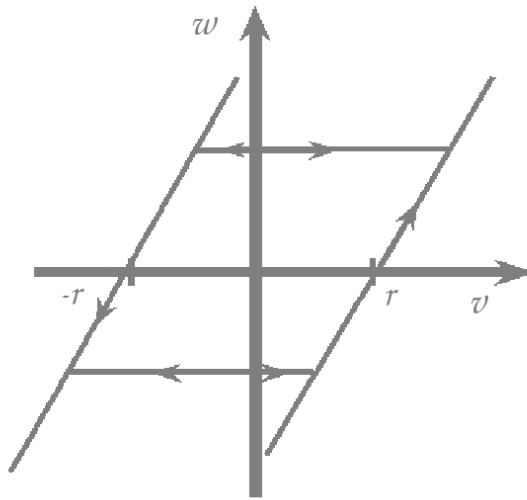


Figura 3.1: Operador de histéresis de tipo play. Cortesía de Al Janaideh et al.[83].

$$\begin{cases} F_r[v](0) = f_r(v(0), 0) = w(0), \\ F_r[v](t) = f_r(v(t), F_r[v](t_i)) \\ \text{Para } t_i < t < t_{i+1} \text{ y } 0 \leq i \leq N - 1 \end{cases} \quad (3.1)$$

Donde:

$$f_r(v, w) = \text{máx}(v - r, \text{mín}(v + r, w)) \quad (3.2)$$

La notación $F_r[v](t)$ indica que la función F tiene como entrada v y además referenciada al instante de tiempo t y con el umbral r . También esta función se puede definir en base a salidas previas de la misma mediante la notación $f_r(v(t), F_r[v](t_i))$ donde la salida en un determinado instante viene determinada por la salida en el instante anterior y la entrada actual. Esta notación permitirá su aplicación de manera recursiva en posteriores desarrollos.

Debido a la naturaleza del operador, la definición anterior está basada en la entrada $v(t) \in C_m[0, t_E]$ del espacio de funciones continuas monótonas y definidas a trozos. Sin embargo se puede extender al espacio $C[0, t_E]$ de las funciones continuas [22].

3.3. Modelo de Prandtl-Ishlinskii

Este modelo utiliza el operador *play* $F_r[v](t)$ para describir la relación entre la salida y_p y la entrada v :

$$y_p = q \cdot v + \int_0^R p(r) F_r[v](t) dr \quad (3.3)$$

Donde $p(r)$ es una función de densidad que cumple $p(r) \geq 0$ que se suele identificar de manera experimental y q es una constante positiva. El modelo de Prandtl-Ishlinskii con la función de densidad, transforma entradas del espacio $C[t_0, \infty)$ a salidas sobre el espacio $C[t_0, \infty)$, o en otras palabras, entradas continuas de tipo Lipschitz pasan también a ser salidas continuas de tipo Lipschitz [21].

Este modelo se ha aplicado históricamente para reducir los efectos de histéresis en actuadores piezoeléctricos [81], y su idea principal se basa en la aplicación de numerosos operadores de tipo *play* de manera superpuesta para describir ciclos de histéresis con mayor o menor complejidad, como se observa en la Figura 3.2. En su forma general este operador de histéresis no puede describir ciclos de histéresis no simétricos.

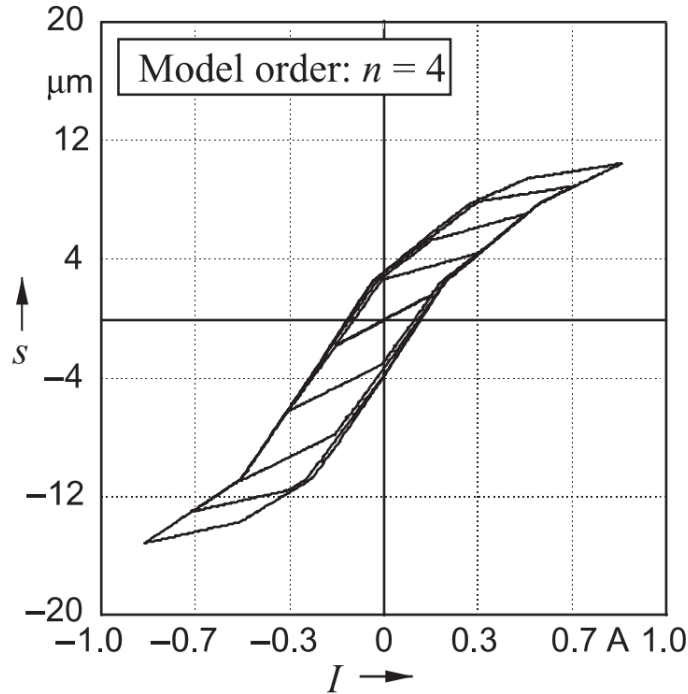


Figura 3.2: Relación de corriente-desplazamiento para un modelo de Prandtl-Ishlinskii de cuatro operadores. Cortesía de Kuhnen [50].

3.3.1. Funciones de densidad y umbral del modelo de Prandtl-Ishlinskii clásico

En esta sección se exploran las propiedades del modelo de Prandtl-Ishlinskii así como algunas características para su aplicación a actuadores de tipo SMA. La función de densidad utilizada suele tener la siguiente forma:

$$p(r) = \rho e^{-\tau r} \quad (3.4)$$

Donde τ es una constante y ρ es una constante positiva. La función umbral del operador *play* se elige del siguiente modo:

$$r_j = cj \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.5)$$

Donde c es una constante positiva. Los parámetros del modelo clásico de Prandtl-Ishlinskii se identifican a través de la optimización del error cuadrático dado por:

$$J(X) = \sum_{i=1}^M (y_p(i) - y_m(i))^2 \quad (3.6)$$

Donde y_p es la respuesta del modelo de Prandtl-Ishlinskii, y_m es el desplazamiento medido del actuador, M es el número de datos considerado y que refleja tanto el ciclo mayor como el menor de histéresis. El resultado J es la función de error para el vector de parámetros $\{X\} = \{\tau, \rho, q, c\}$. Para resolver el problema de optimización se utilizan las restricciones:

$$\rho, q, c > 0$$

En [84], se proponen los siguientes valores, obtenidos experimentalmente mediante la toolbox de optimización de MATLAB®.

Tabla 3.1: Parámetros identificados del modelo clásico de Prandtl-Ishlinskii en un actuador SMA de un hilo. Cortesía de Al Janaideh [84].

Parámetro	Valor
c	4,8735
ρ	$37,442 \cdot 10^{-3}$
τ	$17,120 \cdot 10^{-3}$
q	0,02681

Estos valores se utilizarán como punto de partida para las optimizaciones que se realizarán en capítulos posteriores.

3.4. Modificaciones del modelo de Prandtl-Ishlinskii

Por la propia naturaleza del operador *play*, el modelo de Prandtl-Ishlinskii sólo puede predecir un número limitado de ciclos simétricos de histéresis. Sin embargo, fenómenos como la saturación no se pueden describir, el cual se presenta en actuadores SMA. Gracias al operador generalizado que se observa en la Figura 3.3 esto es posible, ya que utiliza varias funciones distintas para describir las curvas de carga y descarga del actuador. Este nuevo modelo propuesto por Brokate y Sprekels [22] y Visintin [13] modifica el operador *play* de modo que permite describir junto con el modelo de Prandtl-Ishlinskii histéresis asimétricas. Aunque se propuso hace

más de 80 años aún no ha sido explorado y validado.

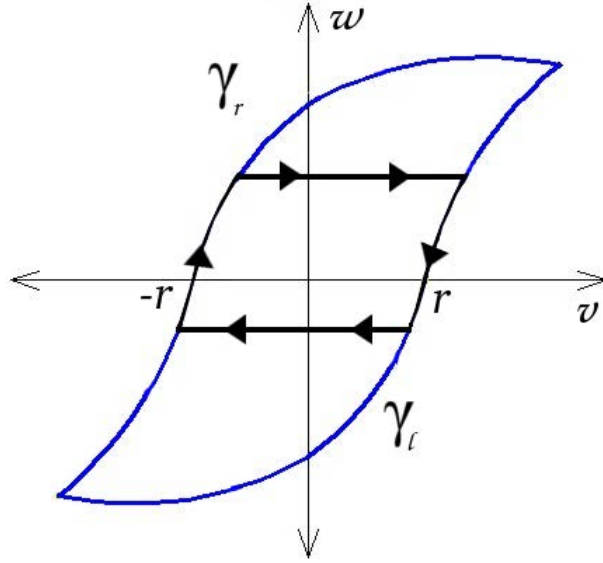


Figura 3.3: Relación entrada-salida del operador de histéresis generalizado. Cortesía de Al Janaideh [85].

El operador *play* generalizado es no lineal, donde un incremento de la entrada v causa otro incremento en la salida w sobre la curva γ_l , mientras que un decrecimiento en la entrada lleva a lo mismo sobre la curva γ_r . De este modo se pueden describir ciclos asimétricos de histéresis. Ambas curvas γ_l y γ_r son funciones continuas y crecientes con $\gamma_l \leq \gamma_r$ [86]. Analíticamente, el operador generalizado para cualquier entrada $v(t) \in C_m[0, t_E]$ queda definido por [13]:

$$\begin{aligned} F_{lr}^\gamma[v](0) &= f_{lr}^\gamma(v(0), 0) = w(0) \\ F_{lr}^\gamma[v](t) &= f_{lr}^\gamma(v(t), F_{lr}^\gamma[v](t_i)) \\ \text{Para } t_i < t < t_{i+1} \text{ y } 0 \leq i \leq N-1 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Donde:

$$f_{lr}^\gamma(v, w) = \text{máx}(\gamma_l(v) - r, \text{mín}(\gamma_r(v) + r, w)) \quad (3.8)$$

La notación $F_{lr}^\gamma[v](t)$ hace referencia a la función F con las curvas $\gamma_l(v)$ y $\gamma_r(v)$ como las de subida y bajada respectivamente. Esta función queda determinada por la entrada v y el instante de tiempo t . Para su aplicación recursiva, al igual que en el caso anterior, se puede definir $f_{lr}^\gamma(v(t), F_{lr}^\gamma[v](t_i))$ en función de la salida anterior y la entrada actual.

3.4.1. Operador *play* generalizado simétrico

Por simplicidad, también se puede estudiar el operador simétrico, para lo cual si ambas curvas γ_l y γ_r son una misma función que presenta simetría impar se puede expresar el operador como:

$$\begin{aligned} F_r^\gamma[v](0) &= f_r^\gamma(v(0), 0) = w(0) \\ F_r^\gamma[v](t) &= f_r^\gamma(v(t), F_r^\gamma[v](t_i)) \\ \text{Para } t_i < t < t_{i+1} \text{ y } 0 \leq i \leq N-1 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Donde:

$$f_r^\gamma(v, w) = \text{máx}(\gamma(v) - r, \text{mín}(\gamma(v) + r, w)) \quad (3.10)$$

Además $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función de envoltura continua, impar y estrictamente creciente.

El operador generalizado tiene las siguientes propiedades matemáticas:

- **Satisface la condición de Lipschitz.** Siempre que la función γ sea continua y exista una constante $K > 0$ tal que [87]:

$$\|\gamma(x) - \gamma(y)\| \leq K\|x - y\| \quad \forall x, y \in \mathbb{R}^n, \quad \gamma : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m \quad (3.11)$$

- **Independiente de la frecuencia.** Si se cumple:

$$F_r^\gamma[v] \circ \varphi = F_r^\gamma[v \circ \varphi] \quad (3.12)$$

Donde φ es una función continua y creciente $\varphi : [0, T]$ y que satisface $\varphi(0) = 0$ y $\varphi(T) = T$.

- **Valores extremos del operador.** Para una entrada $v(t) \in C[0, T]$ y $r \geq 0$:

$$\begin{aligned} \text{máx}_{t \in [0, T]} F_r^\gamma[v](t) &= f_r(\text{máx}_{t \in [0, T]} \gamma(v(t)), w(0)) \\ \text{mín}_{t \in [0, T]} F_r^\gamma[v](t) &= f_r(\text{mín}_{t \in [0, T]} \gamma(v(t)), w(0)) \end{aligned} \quad (3.13)$$

3.4.2. Modelo generalizado de Prandtl-Ishlinskii independiente de la frecuencia

El modelo generalizado se formula usando el operador simétrico generalizado $F_{lr}^\gamma[v](t)$ para dar la salida:

$$y_\gamma(t) = q\gamma(v) + \int_0^R p(r)F_r^\gamma[v](t)dr \quad (3.14)$$

Mediante el uso de este operador, el modelo de Prandtl-Ishlinskii se puede adaptar para ser utilizado en diferentes actuadores con ciclos de histéresis asimétricos. Para propósitos de control, es necesario que se exprese la ecuación (3.14) de manera discreta, para entradas de tipo $v(k) \in C[0, T]$, con k pertenecientes al intervalo $k = 0, 1, 2, \dots, N = T/h$ y un paso discreto de tamaño h :

$$y_\gamma(k) = q\gamma(v(k)) + \sum_{j=1}^n p_j F_{r_j}[v](k) \quad (3.15)$$

- Observación 1: El operador play se puede considerar como un caso especial del operador generalizado, donde este operador (3.9)-(3.10) se reduce al clásico siempre que se utilicen ambas funciones de envoltura idénticas: $\gamma_l(v) = \gamma_r(v) = v$.
- Observación 2: El modelo clásico de Prandtl-Ishlinskii es un caso especial del modelo generalizado. Considerando $\gamma_l(v) = \gamma_r(v) = v$, el modelo generalizado se reduce al clásico descrito en (3.3).
- Observación 3: El operador play generalizado de histéresis tiene un efecto de memoria no local, donde la salida del operador depende del valor actual de la entrada y también de los valores anteriores de salida.

Esta nueva forma de expresar el operador, permite aplicarlo de manera superpuesta en el bucle de control (en su forma inversa), según se observa en la Figura 3.4.

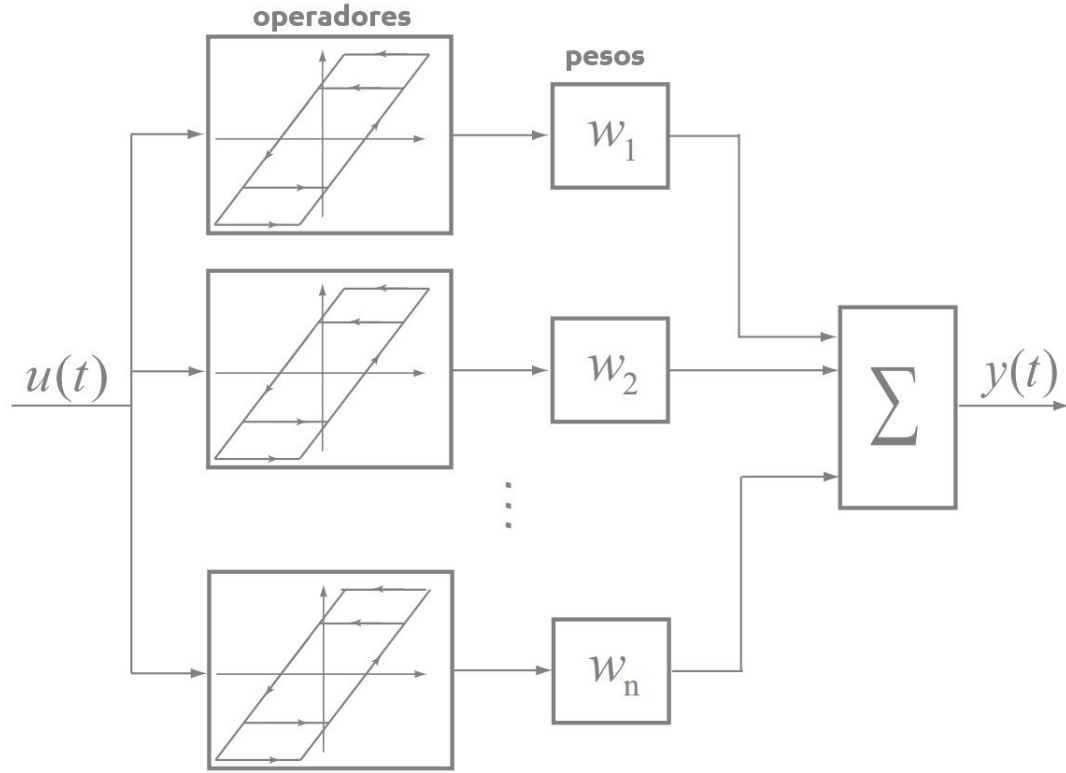


Figura 3.4: Aplicación del operador de Prandtl-Ishlinskii, como superposición de operadores elementales. Cortesía de Rakotondrabe [88].

3.4.3. Operador *play* generalizado dependiente de la frecuencia

La dependencia de la frecuencia de la salida se caracteriza introduciendo un umbral dinámico \bar{r} en el operador generalizado de Prandtl-Ishlinskii. El operador resultante modificado puede describir los ciclos asimétricos de histéresis dependientes de la frecuencia [84]. Este operador se puede expresar analíticamente para entradas $v(t) \in C_m[0, t_E]$ como:

$$\begin{aligned} F_{\bar{r}}^{\gamma}[v](0) &= f_{\bar{r}}^{\gamma}(v(0), 0) = \bar{w}(0) \\ F_{\bar{r}}^{\gamma}[v](t) &= f_{\bar{r}}^{\gamma}(v(t), F_{\bar{r}}^{\gamma}[v](t_i)) \\ \text{Para } t_i < t < t_{i+1} \text{ y } 0 \leq i \leq N - 1 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Donde:

$$f_{\bar{r}}^{\gamma}(v, \bar{w}) = \max(\gamma(v) - \bar{r}, \min(\gamma(v) + \bar{r}, \bar{w})) \quad (3.17)$$

3.4.4. Modelo generalizado de Prandtl-Ishlinskii dependiente de la frecuencia

El modelo generalizado de Prandtl-Ishlinskii dependiente de la frecuencia se formula integrando el operador anterior junto con la función de densidad $p(\bar{r})$. La salida de este modelo se puede expresar de la siguiente forma:

$$\bar{y}_p = \int_0^R p(\bar{r}) F_{\bar{r}}[v](t) d\bar{r} \quad (3.18)$$

También se puede expresar en su forma discreta:

$$\bar{y}_p = \sum_{j=1}^n p(\bar{r}_j) F_{\bar{r}_j}[v](t) \quad (3.19)$$

Donde n es el número de operadores generalizados independientes de la frecuencia.

3.5. Modelo de Prandtl-Ishlinskii para actuadores SMA

Los resultados experimentales que muestra Janaideh [84] con las características de histéresis de distintos actuadores inteligentes, son las que se observan en la Tabla 3.2. En el caso de los actuadores SMA, pueden presentar ciclos simétricos o asimétricos dependiendo de la frecuencia y temperatura a la que estén sometido. Puesto que son los que se utilizarán para el desarrollo de la presente tesis, es necesario determinar la metodología de Prandtl-Ishlinskii que se aplicará para su modelado así como para la inversión del modelo para el caso de control.

Para poder reflejar las propiedades de no simetría y saturación se utilizará el modelo de Prandtl-Ishlinskii generalizado con unas funciones de envoltura que recojan el efecto de saturación, las cuales se estudiarán posteriormente.

De manera general, los modelos de Prandtl-Ishlinskii se pueden aplicar para caracterizar ciclos simétricos, asimétricos, dependientes de la frecuencia, etc. Los cuales se resumen en la Tabla 3.3. En lo sucesivo, se considerará el método generalizado de Prandtl-Ishlinskii como el adecuado para las tareas de control de actuadores SMA, principalmente por sus características de saturación y no simetría, descartando el dependiente de la frecuencia por añadir una complejidad que los actuadores SMA no presentan.

Tabla 3.2: *Propiedades experimentales de histéresis de varios actuadores inteligentes. En función de los requisitos de aplicación, un actuador podrá presentar unas características u otras. Cortesía de Al Janaideh [84].*

Actuador inteligente	Indep. frecuencia	Dep. frecuencia	Simétrico	No simétrico	Saturación
Piezocerámico	✓	✓	✓	✗	✗
Magnetostrictivo	✓	✓	✗	✓	✓
SMA	✓	—	✓	✓	✓

Tabla 3.3: *Propiedades de histéresis de las diversas variantes del modelo de Prandtl-Ishlinskii. Cortesía de Al Janaideh [84].*

Modelo de histéresis	Indep. frec.	Dep. frec.	Simétrico	No simétrico	Saturación
Clásico PI	✓	✗	✓	✗	✗
PI dep. de la frec.	✓	✓	✗	✓	✗
PI Generalizado	✓	✗	✓	✓	✓
PI Gen. dep. frec.	✓	✓	✓	✓	✓

3.6. Modelo inverso generalizado de Prandtl-Ishlinskii

La inversión de este modelo se expresa numéricamente de la siguiente forma:

$$\begin{cases} y_\gamma^{-1}(k) = \gamma_l^{-1}(q^{-1}v(k) + \sum_{j=1}^n \hat{p}_j F_{\hat{r}_j}^+[v](k)) & \text{para } \dot{v}(k) \geq 0 \\ y_\gamma^{-1}(k) = \gamma_r^{-1}(q^{-1}v(k) + \sum_{j=1}^n \hat{p}_j F_{\hat{r}_j}^-[v](k)) & \text{para } \dot{v}(k) \leq 0 \end{cases} \quad (3.20)$$

Donde

$$\begin{aligned} F_{\hat{r}_j}^+[v](k) &= \text{máx}(v(k) - r, w(k)) \\ F_{\hat{r}_j}^-[v](k) &= \text{mín}(v(k) + r, w(k)) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Si la función de envoltura presenta las características de simetría impar y continuidad nombradas anteriormente, se puede simplificar a:

$$y_\gamma^{-1}(k) = \gamma^{-1}(q^{-1}v(k) + \sum_{j=1}^n \hat{p}_j F_{\hat{r}_j}[v](k)) \quad (3.22)$$

Donde basados en la descripción previa del modelo generalizado de Prandtl-Ishlinskii, los parámetros de esta función inversa siguen el modelo clásico y se expresan de la siguiente forma [81]:

$$q^{-1} = \frac{1}{q} \quad (3.23)$$

$$\hat{r}_j = qr_j + \sum_{i=1}^{j-1} p_i(r_j - r_i) \quad (3.24)$$

$$\hat{p}_j = -\frac{p_j}{(q + \sum_{i=1}^j p_i)(q + \sum_{i=1}^{j-1} p_i)} \quad (3.25)$$

Este método será el que se aplique en forma de control en prealimentación para disminuir los efectos de histéresis en la SMA en posteriores capítulos.

3.7. Adaptación a actuadores SMA

Para adaptar el modelo generalizado de Prandtl-Ishlinskii a la histéresis presente en los actuadores SMA se deben ajustar y modificar las funciones de densidad, umbrales y principalmente las envolturas utilizadas tanto para parte de carga como para la descarga del actuador. Por ello se necesitan definir funciones que cumplan con las características de saturación y sobre todo que sean invertibles.

3.7.1. Funciones de envoltura

El modelo de Prandtl-Ishlinskii, viene determinado en gran medida por la elección de las funciones de envoltura utilizadas, y es por ello por lo que es necesario encontrar unas funciones que satisfagan las condiciones anteriores y que además se *parezcan* a las propiedades que se desean reflejar en el modelado.

Los actuadores de tipo SMA, tienen entre muchas otras características la de saturación a partir de un determinado valor de temperatura. Las funciones convencionales de envoltura no reflejan este comportamiento, y por ello no funcionarán correctamente en los extremos de control, por lo que es necesario otra función adecuada para este propósito.

Para el operador generalizado se sugieren las funciones siguientes, las cuales son invertibles:

$$\begin{aligned}\gamma_r(v) &= a_0 \tanh(a_1 v + a_2) + a_3 \\ \gamma_l(v) &= b_0 \tanh(b_1 v + b_2) + b_3\end{aligned}\tag{3.26}$$

Donde $a_0 > 0$, $a_1 > 0$, $a_2, a_3, b_0 > 0$, $b_1 > 0$, b_2, b_3 son constantes que se identificarán utilizando los datos experimentales.

3.8. Identificación de los parámetros

La parte fundamental de esta sección se centra en buscar los parámetros que conforman el modelo de Prandtl-Ishlinskii mediante técnicas de optimización que ajusten el modelo experimental al teórico. Considerando el problema de cálculo de la distancia euclídea entre los conjuntos de puntos que representan la histéresis del actuador (desplazamiento vs posición) modelada y medida experimentalmente (la cual además está contaminada por ruido y valores atípicos), la solución propuesta debe converger a un mínimo global, consiguiendo que ambos conjuntos se *parezcan* lo mejor posible.

3.8.1. Optimización

De forma genérica, la optimización intenta resolver una serie de problemas en los cuales se intenta elegir el mejor candidato de entre un conjunto de elementos del espacio de búsqueda. Lo que se intenta resolver, expresado de la forma más simple es:

$$\begin{aligned}\min f(x) \\ x \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n\end{aligned}\tag{3.27}$$

Donde x puede ser un vector de n variables y representa las variables de decisión, $f(x)$ es lo que se denomina función objetivo y representa la calidad de las soluciones. Por último, Ω es el conjunto de restricciones que se le aplican a las soluciones posibles del problema.

Para el caso estudiado la función objetivo a optimizar es el error en términos de semejanza entre los datos observados y los obtenidos para unos parámetros

determinados. El espacio de búsqueda varía entre cada problema en particular, y se definirá para cada caso.

3.8.2. Evolución Diferencial

De entre todos los métodos de optimización, el que se aplicará de aquí en adelante es el de **Evolución Diferencial** (ED), el cual pertenece a la categoría de computación evolutiva, y que principalmente se aplica a problemas complejos y se caracteriza por encontrar soluciones de *calidad* en tiempos relativamente pequeños. Además este tipo de métodos se conocen como metaheurísticos, ya que no necesitan ningún conocimiento del problema en sí a resolver y son capaces de buscar en espacios de soluciones muy grandes. Por contra este tipo de métodos no garantizan una solución óptima, ya que no se puede demostrar la optimalidad de la solución encontrada.

La principal ventaja por la que se elige este método es que no es necesario utilizar funciones continuas, derivables y sin ruido, además no necesita que la función a optimizar sea derivable, como es el caso de los métodos clásicos basados en el gradiente y que no cumple el problema planteado.

El uso de estrategias evolutivas son una decisión correcta en problemas de optimización global como funciones multimodales con varios mínimos locales. Estos optimizadores son probabilísticos, evitando el cálculo de derivadas para estimar la solución del problema de correspondencia. El uso de este tipo de algoritmos ha sido ampliamente utilizado en problemas de localización 3D como Martín-Monar *et al.*[89] o Moreno *et al.*[90], pero en el campo de identificación de sistemas no lineales no están tan extendidos, aunque trabajos como el de Mei-Ju *et al.*[91] utilizan otras técnicas como la optimización basada en filtro de partículas para esta identificación, o una combinación de programación cuadrática y algoritmos genéticos como utiliza Farrokh *et al.*[92].

Todos los algoritmos evolutivos evolucionan hasta conseguir el valor mínimo de la función de coste. El diseño de esta función determina el rendimiento del optimizador, pero en todos los casos representa el error de similitud entre ambos conjuntos de puntos. El método se basa en una población que representa un modelo de histéresis de Prandtl-Ishlinskii mediante un conjunto de seis parámetros. Este conjunto se define como miembro de la población, donde cada parámetro corresponde a uno de los genes del candidato. Se pueden enumerar como se muestra en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4: Definición de los genes de cada elemento de la población.

FORMULACIÓN DE LA POBLACIÓN			
Símbolo	Descripción	Símbolo	Descripción
a_0	Coef. función env.	a_1	Término ind. función env.
c	Coef. función umbral	ρ	Coef. función densidad
τ	Coef. función densidad	q	Multiplicador entrada

Así que la población evolucionará hasta encontrar estos valores que minimicen el error de la función de coste, esta búsqueda se realiza utilizando el algoritmo ED, presentado por Storn y Price [93]. En esta sección los principios básicos de este algoritmo se explican, pero si el lector desea profundizar en el problema, puede encontrar una descripción detallada en el Apéndice B.

Para la aplicación de este método, en primer lugar, se debe desarrollar un ensayo experimental que sirva como referencia para el cálculo del error sobre cada miembro de la población, y que se considere como ya obtenido en lo restante. El pseudocódigo aplicado se muestra en el Algoritmo 1.

La búsqueda comienza con una población de N_P candidatos donde cada uno representa una posible solución. Como se explicó anteriormente, cualquier ciclo de histéresis tiene 6 variables, por lo que, un candidato pop_i^k -dimensión- D se representa como:

$$pop_i^k = ((a_0)_i^k, (a_1)_i^k, c_i^k, \rho_i^k, \tau_i^k, q_i^k) \quad (3.28)$$

donde el subíndice i representa el número de elemento y el súper índice k la iteración. La población inicial puede ser estocástica sobre el modelo inicial o forzado a algún valor ya estimado. Sin duda, la selección de un buen modelo de histéresis consistirá en una rápida y mejor convergencia a medida que el número de iteraciones aumenta. Para cada candidato inicial se le asocia un valor de coste evaluando la función (Línea #3). La descripción completa de la función de coste se presenta en la siguiente sección. El bucle principal empieza en la Línea #5 y se ejecuta hasta que el número máximo de iteraciones *max_iterations* se alcanza. Sin embargo, este bucle puede terminar si el valor de convergencia de la Línea #20 se cumple.

Para cada iteración k se lleva a cabo una búsqueda, que empieza en la Línea #6 y genera una nueva población para la siguiente iteración. Para encontrar la solución óptima, los candidatos se perturban produciendo una variación v_i para cada uno

Algoritmo 1 Evolución Diferencial. *Computa los parámetros de histéresis de un ensayo utilizando optimización evolutiva.*

Require: Modelo experimental de referencia \mathcal{M}

```

1: for ( $i = 1 : N_P$ ) do                                ▷ Inicialización de la población
2:    $pop_i^1 \leftarrow init\_population(data\_initial\_pose)$   ▷ Primera generación de
   población
3:    $error^0[i] \leftarrow fitness(\mathcal{M}, \mathcal{V}, pop_i^1)$     ▷ Primer cálculo de la función de coste
4: end for
5: for ( $k = 1 : max\_iterations$ ) do
6:   for ( $i = 1 : N_P$ ) do
7:      $v_i^k \leftarrow pop_a^k + F \cdot (pop_b^k - pop_c^k)$     ▷ Mutación
8:     for ( $j = 1 : D$ ) do                                ▷  $D =$  Dimensión del candidato
9:        $u_{i,j}^k \leftarrow v_{i,j}^k, \forall p_{i,j}^k < Crossover$     ▷ Cruce
10:       $u_{i,j}^k \leftarrow pop_{i,j}^k, \forall p_{i,j}^k \geq Crossover$ 
11:    end for
12:     $error^k[i] \leftarrow fitness(\mathcal{M}, \mathcal{V}, pop_i^k)$     ▷ Computa el nuevo coste
13:    if ( $e^k[i] < e^{k-1}[i] \cdot \tau$ ) then                ▷ Selección con el umbral  $\tau$ 
14:       $pop_i^{k+1} \leftarrow u_{i,j}^k$ 
15:    end if
16:  end for
17:   $index_{best} \leftarrow minimum(e^k)$                     ▷ Encuentra el mejor candidato
18:   $best_{energy} \leftarrow pop^k[index_{best}]$               ▷ Actualiza el mejor candidato
19:  if ( $convergence(best_{energy})$  is true) then        ▷ Condición de convergencia
20:    return ( $best_{energy}, k$ )                             ▷ Devuelve el candidato óptimo
21:  end if
22: end for
23: return ( $best_{energy}, k$ )                               ▷ Devuelve el mejor candidato encontrado

```

según la siguiente fórmula:

$$v_i^k = pop_a^k + F \cdot (pop_b^k - pop_c^k) \quad (3.29)$$

donde pop_a^k , pop_b^k y pop_c^k son tres candidatos aleatorios seleccionados en cada iteración k . Los índices a , b y c son siempre diferentes al actual, i . La constante F es un número real, que representa un factor de amplificación que determina la intensidad de las variaciones diferenciales ($pop_b^k - pop_c^k$) y, como consecuencia, el ratio de evolución de la población. Tiene un valor empírico en el rango $(0, 1^+)$, pero no ha sido demostrado todavía que $F > 1$ consiga la solución óptima del problema de optimización. Es factible resolver problemas con $F > 1$, pero cada caso es mejor

resuelto con mejor rendimiento del algoritmo para valores $F < 1$. Además, el valor de $F = 1$ no tiene sentido, ya que se empobrece la búsqueda. Dependiendo de estos tres elementos seleccionados durante el proceso de perturbación, se encontrarán diferentes resultados ¹.

Uno de las características más valoradas de las estrategias evolutivas es la sencillez de controlar y cambiar el comportamiento del proceso evolutivo. En este punto, los algoritmos basados en ED amplían la diversidad de la población utilizando un factor de cruce Cr . Por lo que el vector de prueba se representa como:

$$u_i^k = (u_{i,1}^k, u_{i,2}^k, \dots, u_{i,D}^k) \quad (3.30)$$

donde cada parámetro depende de la probabilidad de cruce dada por:

$$u_{i,j}^k = \begin{cases} v_{i,j}^k & \text{si } p_{i,j}^k < Cr \\ pop_{i,j}^k & \text{en otros casos} \end{cases} \quad (3.31)$$

Se selecciona un valor aleatorio en el intervalo $[0, 1]$ sobre $p_{i,j}^k$ para cada uno de los parámetros j del candidato i en la iteración k , y se actualiza para cada vector de prueba i . Así que cada nuevo candidato $u_{i,j}^k$ se compara con pop_i^k (Línea #13) para establecer cual es mejor y pasar a ser un miembro de la siguiente generación $k + 1$. En caso de que la evaluación del elemento $u_{i,j}^k$ sobre la función de coste devuelva un resultado mejor que la población actual pop_i^k , se reemplazará por $u_{i,j}^k$ (Línea #14). En caso contrario, el miembro actual se mantiene hasta la siguiente generación. Por último, el mejor índice y valor de energía se actualizan hasta la siguiente iteración (Líneas #17-18). Si este valor de energía satisface el criterio de convergencia se terminará el bucle, sino se continuará hasta la siguiente iteración.

Como resultado, este algoritmo devuelve el mejor candidato encontrado después de k iteraciones requeridas para cumplir el criterio de convergencia, por lo que se obtiene el mejor modelo de histéresis que se asemeja a la obtenida experimentalmente (Línea #23).

3.8.3. Función de coste

Las funciones a utilizar para el caso de estudio son de un único objetivo a optimizar. Puesto que la *calidad* de las soluciones variará dependiendo de esta elección, es el punto más importante a tener en cuenta en el problema de optimización.

¹El Apéndice B explica en profundidad el funcionamiento del algoritmo ED.

Los dos tipos de función de coste que se plantean son las más utilizadas para este tipo de optimizaciones, presentando cada una de ellas una serie de ventajas e inconvenientes. Además se pueden combinar entre sí [94] para diseñar otras nuevas funciones.

- **Suma de las diferencias cuadráticas (Norma L2):**

El coste en este caso viene dado por las diferencias cuadráticas entre todos los puntos observados experimentalmente y los obtenidos en la iteración correspondiente del algoritmo ED. Esta función tiene la peculiaridad de penalizar mucho a los puntos lejanos a la solución, de modo que para ciertos problemas de optimización puede ser algo perjudicial ya que se puede limitar el espacio de búsqueda.

$$coste = \sum_{i=0}^N (f_{obs}[i] - f_{gen}[i])^2 \quad (3.32)$$

Donde f_{obs} , es la salida de histéresis observada, mientras que f_{gen} es la obtenida en la generación actual del algoritmo evolutivo, y N es el número de elementos de las muestras.

- **Suma de las diferencias absolutas (Norma L1):**

A diferencia del caso anterior, el coste en este caso viene determinado por la diferencia en valor absoluto entre las funciones de histéresis observadas y calculadas. La penalización del coste para puntos cercanos a los candidatos a solución no es tan severa como en el caso anterior.

Computacionalmente es menos costoso hacer un valor absoluto a un producto, y en determinados casos puede llegar a ser otro de los criterios de elección de este algoritmo.

$$coste = \sum_{i=0}^N |f_{obs}[i] - f_{gen}[i]| \quad (3.33)$$

De forma general la norma L2 es más rápida en el ajuste, mientras que L1 es más precisa, pero se decidió hacer una serie de pruebas para determinarlo de

manera empírica. Tras ellas, se eligió la función de coste basada en las **diferencias cuadráticas**. Esta decisión surge de un compromiso entre la calidad de los resultados y el tiempo de cómputo. En concreto utilizando dicha función, la calidad del ajuste (en términos de función de coste) mejoraba en un 5% para el mismo número de iteraciones.

Capítulo **4**

Modelo Bouc-Wen

4.1. Introducción

El modelo Bouc-Wen es una metodología de modelado de sistemas que presentan histéresis de algún tipo, cuyo comienzo es el temprano artículo de Bouc [95], donde se propusieron una serie de funciones que describían el fenómeno de la histéresis. Como se observa en la Figura 4.1 para una misma abscisa $x = x_0$ se tendrían varias ordenadas, esto indica que \mathcal{F} es una función que depende de su estado anterior además de las entradas para ese instante de tiempo. Si se considera que x es una función del tiempo, el valor de la fuerza en ese instante dependería del valor del desplazamiento x en ese instante de tiempo, pero también de los valores en instantes anteriores.

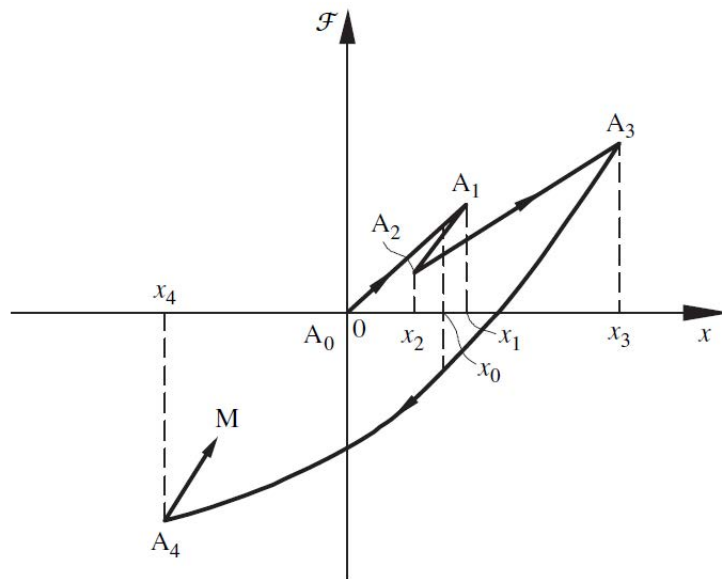


Figura 4.1: Fuerza en función del desplazamiento para una función con histéresis. Cortesía de Ikhouane et al.[3].

Este tipo de funciones con la forma definida en la figura anterior, es lo que en la literatura actual se denomina *rate-independent property*. Los sistemas con esta propiedad poseen una memoria persistente del pasado, después de que los transitorios hayan desaparecido. Si una variable de entrada x describe un ciclo desde x_0 a x_1 de ida y vuelta, la salida $\mathcal{F}(x)$ podría tener un valor \mathcal{F}_0 inicial, y otro distinto \mathcal{F}_2 al finalizar. Los valores de $\mathcal{F}(x)$ dependen de los puntos por donde x ha transcurrido, pero no de la tasa de cambio o frecuencia de x [96]. Muchos autores definen la histéresis, como aquella que tiene esta propiedad [13].

Para definir la forma de \mathcal{F} , Bouc en [95] consigue agrupar numerosos trabajos anteriores, para llegar a los siguientes planteamientos matemáticos:

$$\frac{d\mathcal{F}}{dt} = g \left(x, \mathcal{F}, \text{sign} \left(\frac{dx}{dt} \right) \right) \frac{dx}{dt} \quad (4.1)$$

Considerando la ecuación

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \mathcal{F}(t) = p(t) \quad (4.2)$$

para una entrada dada $p(t)$ y las condiciones iniciales

$$\frac{dx}{dt}(t_0), \quad x(t_0), \quad \mathcal{F}(t_0)$$

Las ecuaciones (4.1) y (4.2) describen un oscilador armónico con histéresis. Para este símil basta considerar $p(t)$ como la fuerza de excitación del sistema (dependiente del tiempo), $\mathcal{F}(t)$ la fuerza restauradora del sistema y x el desplazamiento del mismo.

Tal y como se muestra en la ecuación (4.1), la fuerza restauradora depende de la posición, estado, y si se encuentra en un estado de carga o descarga, etc. Estas características hacen que el sistema presente una histéresis de tipo Bouc, y será la que se considerará a partir de ahora (oscilador armónico con un muelle).

El problema reside ahora en lo que Bouc en [95] hace denotar la dificultad de dar una solución explícita para la Ecuación (4.1), debido a la no linealidad de la función g . Por esta razón el autor propone el uso de una variante de la integral de Stieltjes [97] para definir esta función \mathcal{F} .

$$\mathcal{F}(t) = \mu^2 x(t) + \int_{\beta}^t F(V_s^t) dx(s) \quad (4.3)$$

donde $\beta \in [-\infty, +\infty)$ es el instante de tiempo posterior a la definición del desplazamiento y la fuerza. El término V_s^t es la variación total de x en el intervalo de tiempo $[s, t]$. La función F es elegida de forma que se satisfagan algunas propiedades matemáticas compatibles con la propiedad de histéresis. El siguiente ejemplo de esta elección dado en [95] cumple las propiedades necesarias:

$$F(u) = \sum_{i=1}^N A_i e^{-\alpha_i u} \quad \alpha_i > 0 \quad (4.4)$$

Ahora es posible definir escribir las ecuaciones (4.2)-(4.4) de la siguiente forma:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \mu^2x + \sum_{i=1}^N Z_i = p(t) \quad (4.5)$$

$$\frac{dZ_i}{dt} + \alpha_i \left| \frac{dx}{dt} \right| Z_i - A_i \frac{dx}{dt} = 0 \quad (4.6)$$

Las ecuaciones (4.5) y (4.6) son lo que ahora se conoce como modelo de Bouc. Además la ecuación (4.6) se extendió en la referencia [98] para describir fuerzas restauradoras con histéresis de la siguiente forma:

$$\dot{z} = -\alpha|\dot{x}|z^n - \beta\dot{x}|z^n| + A\dot{x} \quad \text{para } n \text{ impar} \quad (4.7)$$

$$\dot{z} = -\alpha|\dot{x}|z^{n-1}|z| - \beta\dot{x}z^n + A\dot{x} \quad \text{para } n \text{ par} \quad (4.8)$$

Las ecuaciones (4.7) y (4.8) constituyen la versión más temprana de lo que actualmente se conoce como el modelo de Bouc-Wen.

4.2. Estabilidad BIBO

Según la definición dada en [99], sean $u(t)$, $y(t)$, $h(t)$ la entrada, la salida y la respuesta impulso de un sistema respectivamente. Si el sistema se encuentra inicialmente en reposo, se dice que un sistema tiene estabilidad BIBO (*Bounded-Input Bounded-Output*), si para una entrada acotada, la salida también es acotada. El siguiente análisis matemático encuentra las condiciones que debe cumplir el sistema para que sea BIBO estable. La salida del sistema se relaciona con $u(t)$ y $h(t)$ a través de la integral de convolución de la siguiente manera:

$$y(t) = \int_0^t u(t - \tau)h(\tau) d\tau \quad (4.9)$$

La definición de estabilidad BIBO establece que la salida debe ser acotada; es decir que $|y(t)| \leq N$, por lo que:

$$|y(t)| = \left| \int_0^t u(t - \tau)h(\tau) d\tau \right| \leq \int_0^t |u(t - \tau)||h(\tau)| d\tau \quad (4.10)$$

Adicionalmente, si $|u(t)| \leq M$, entonces:

$$|y(t)| \leq M \int_0^t |h(\tau)| d\tau \quad (4.11)$$

y ya que $|y(t)| \leq N$, entonces:

$$M \int_0^t |h(\tau)| d\tau \leq N \quad (4.12)$$

$$\int_0^t |h(\tau)| d\tau \leq Q \quad (4.13)$$

La condición anterior indica que para que el sistema sea BIBO estable se debe cumplir que el área bajo la curva $|h(t)|$ debe ser finita. El análisis se concentra ahora en encontrar bajo qué condiciones la integral anterior tendrá un área finita. Tal y como se demuestra en [100], el área de la respuesta a impulso es infinita. Dicha conclusión viola el requisito de estabilidad BIBO de que el área deba ser finita, lo que lleva a concluir que para que exista estabilidad BIBO necesariamente los polos del sistema deben estar en el semiplano izquierdo.

Se dice que un sistema es inestable si no es estable en el sentido BIBO.

4.3. Consideraciones preliminares

Cuando se utiliza el modelo Bouc-Wen para la descripción de una histéresis, puede ocurrir que la similitud con los datos reales sea muy buena, pero esto no necesariamente significa que se hayan conservado una serie de propiedades físicas inherentes a los datos reales, que además son independientes de la señal de excitación del sistema. Es por ello por lo que a continuación se presentan dos propiedades que son compartidas por la mayoría de los sistemas mecánicos y estructurales con histéresis y en algunos sistemas con histéresis de tipo magnético, y que deberán estar consideradas en el modelo Bouc-Wen de un sistema real.

- **Propiedad 1:** En este tipo de sistemas se observan señales acotadas tanto en la entrada como en la salida, o lo que es lo mismo, presentan estabilidad de tipo BIBO. Esta propiedad es observada en sistemas mecánicos y magnéticos, siendo estables en lazo abierto.
- **Propiedad 2:** Considerando que x es el desplazamiento de un sistema mecánico de un grado de libertad, conectado a un elemento o dispositivo que suministre una fuerza “restauradora” $\phi_s(x)$ al sistema. Este elemento o dispositivo contribuirá a disipar la energía mecánica del sistema, tal y como se observa

en la práctica. Por lo tanto el modelo Bouc-Wen deberá reproducir esta disipación de energía, para representar adecuadamente el comportamiento físico de sistemas reales.

Una vez planteadas estas dos propiedades, se presenta, para ilustrar esta situación, el ejemplo de la Figura 4.2, donde aunque tiene estabilidad de tipo BIBO, no se disiparía la energía mecánica del sistema. Esto significa que, aunque este modelo puede aproximarse muy bien a una histéresis real, puede que no represente el comportamiento de la histéresis para cualquier tipo de entrada.

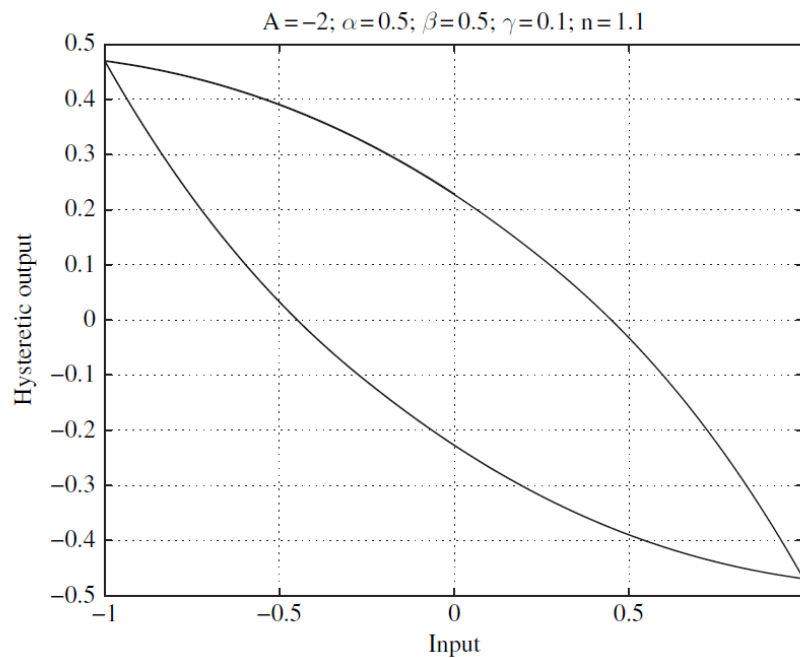


Figura 4.2: Ejemplo de modelo Bouc-Wen que no disipa energía. Cortesía de Ikhouane et al.[3].

4.4. El modelo Bouc-Wen

Considerando un sistema físico, con una componente de histéresis que se puede representar por un mapa $x(t) \rightarrow \phi_s(x)(t)$, donde ϕ_s se refiere a la histéresis real. Entonces el modelo Bouc-Wen que representará la histéresis tiene la siguiente forma:

$$\phi_{BW}(x)(t) = \alpha kx(t) + (1 - \alpha)Dkz(t) \quad (4.14)$$

$$\dot{z} = D^{-1}(A\dot{x} - \beta|\dot{x}||z|^{n-1}z - \gamma\dot{x}|z|^n) \quad (4.15)$$

Donde \dot{z} denota la derivada temporal, $n > 1$, $D > 0$, $k > 0$ y $0 < \alpha < 1$. También se considera $\beta + \gamma \neq 0$.

Obviando las demostraciones matemáticas correspondientes, presentadas por Rodellar *et al.*[3], se pueden acotar los modelos de Bouc-Wen con estabilidad de tipo BIBO en la Tabla 4.1, donde Ω representa el espacio de posibles valores que puede tomar el conjunto de variables del modelo.

Tabla 4.1: Clasificación de los modelos Bouc-Wen con estabilidad tipo BIBO. Cortesía de Ikhouane y Rodellar [3].

Caso	Ω	Cota superior de $ z(t) $	Clase
$A > 0, \beta + \gamma > 0, \beta - \gamma \geq 0$	\mathbb{R}	$\max(z(0) , z_0)$	I
$A > 0, \beta - \gamma < 0, \beta \geq 0$	$[-z_1, z_1]$	$\max(z(0) , z_0)$	II
$A < 0, \beta - \gamma > 0, \beta + \gamma \geq 0$	\mathbb{R}	$\max(z(0) , z_1)$	III
$A < 0, \beta + \gamma < 0, \beta \geq 0$	$[-z_0, z_0]$	$\max(z(0) , z_1)$	IV
$A = 0, \beta + \gamma > 0, \beta - \gamma \geq 0$	\mathbb{R}	$ z(0) $	V
El resto de casos	\emptyset		

Una clase se compone de un rango de parámetros del modelo de Bouc-Wen, además de un rango para la condición inicial $z(0)$. Para determinar si la salida $z(t)$ está acotada, sólo se observarán los parámetros A , γ , β y n . Además, es independiente que la entrada esté acotada para que la salida también lo esté (si $x(t)$ es C^1 , la salida siempre estará acotada si el conjunto Ω no es vacío y $z(0) \in \Omega$).

Por último, Ikhouane y Rodellar en [3] junto con Erlicher *et al.*[101] demuestran que la clase I es la única que además de ser estable de tipo BIBO, es compatible con el comportamiento de los sistemas reales. Además es la única clase consistente con las leyes de la termodinámica en cualquier sistema y por ello, en lo restante, será la considerada para fines de identificación y parametrización.

4.5. Tipo de señales de entrada

En esta sección se pretende definir un tipo de señal de entrada, para la cual la salida de histéresis Bouc-Wen tiende asintóticamente a una solución periódica. Además se dará la expresión matemática de esta solución.

Se considerarán las señales de entrada $x(t)$ continuas en el intervalo $[0, +\infty)$ y periódicas en el tiempo, como se observa en la Figura 4.3. Además se supondrá que

las funciones tendrán la primera derivada continua en todo el intervalo, con una posible discontinuidad en el valor X_{max} , cambiando en ese punto el signo de la derivada.

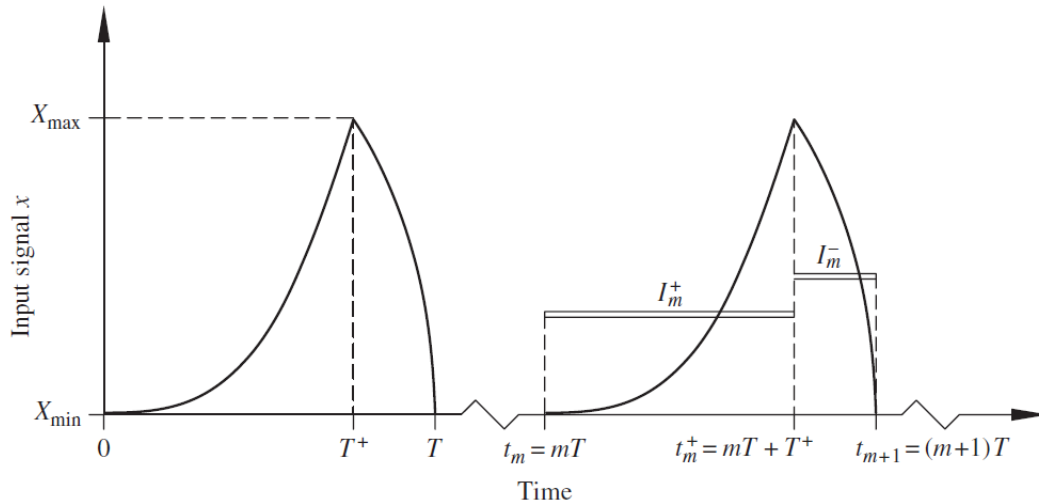


Figura 4.3: Forma general de las señales de entrada. Cortesía de Ikhouane et al.[3].

Este tipo de entradas es denominado como *wave T-periodic* y se demuestra en [3] que para este tipo de señales de entrada, el modelo Bouc-Wen converge asintóticamente a una solución periódica de período T , para el caso del oscilador armónico estudiado.

4.6. El modelo de Bouc-Wen normalizado

El comportamiento del modelo Bouc-Wen no se describe por un sólo conjunto de parámetros $\{\alpha, k, D, A, \beta, \gamma, n\}$ tal y como explica [3]. Un inconveniente de esta propiedad se ve reflejado en los procedimientos de identificación que utilizan datos de entrada-salida, no pueden determinar dichos parámetros.

Para hacer frente a este problema, los usuarios de este modelo a veces fijan algunos parámetros a valores arbitrarios. Por ejemplo en [102] el coeficiente $(1 - \alpha)Dk$ de $z(t)$ de la ecuación (4.14) se fija a uno, y el parámetro D también es fijado a este mismo valor. Otros autores comparan la forma del ciclo límite, en vez de comparar los valores identificados con los reales, tal y como se puede observar en [35]. Este fenómeno hace muy difícil comparar los resultados de diferentes técnicas de identificación comparando los parámetros que se obtienen. Es por este motivo por el cual es necesario elaborar un modelo equivalente que defina de forma unívoca

el comportamiento de entrada-salida de este modelo, de modo que a su vez permita comparar diversos métodos de identificación. Para este propósito, se define el siguiente cambio de variable:

$$w(t) = \frac{z(t)}{z_0} \quad (4.16)$$

Con este cambio es posible reescribir el modelo formulado en las ecuaciones (4.14) y (4.15) a:

$$\phi_{BW}(x)(t) = k_x x(t) + k_w w(t) \quad (4.17)$$

$$\dot{w} = \rho(\dot{x} - \sigma|\dot{x}(t)||w(t)|^{n-1}w(t) + (\sigma - 1)\dot{x}(t)|w(t)|^n) \quad (4.18)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{A}{Dz_0} > 0, & \sigma &= \frac{\beta}{\beta + \gamma} \geq 0 \\ k_x &= \alpha k > 0, & k_w &= (1 - \alpha)Dkz_0 > 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Una vez expresado este nuevo modelo con tan sólo cinco variables, y completamente equivalente al anterior, será mucho más sencilla la tarea de identificación de los cinco parámetros que definen completamente este nuevo modelo Bouc-Wen, teniendo en cuenta que $w(0) = z(0)/z_0$.

Para este nuevo caso, el modelo de Bouc-Wen estable de Clase I queda reflejado en la Tabla 4.2, donde además se muestran las características que deben cumplir sus variables para que el sistema presente una estabilidad BIBO.

Tabla 4.2: Clasificación de los modelos Bouc-Wen normalizados con estabilidad tipo BIBO y compatibles con los sistemas físicos reales. Cortesía de Ikhouane et al.[3].

Caso	Ω	Cota superior de $ w(t) $	Clase
$\sigma \geq \frac{1}{2}$	\mathbb{R}	$\max(w(0) , 1)$	I

4.7. Integración del modelo Bouc-Wen

Suponiendo el caso $\sigma \geq \frac{1}{2}$, se definen las siguientes funciones $\varphi_{\sigma,n}^-$, $\varphi_{\sigma,n}^+$, $\varphi_{\sigma,n}$ que servirán de ayuda para integrar la ecuación (4.18), donde $w \in (-1, 1)$. La función $\varphi_{\sigma,n}^+$ es C^∞ y estrictamente creciente en el intervalo $[-1, 1)$.

$$\varphi_{\sigma,n}^-(\omega) = \int_0^\omega \frac{du}{1 + \sigma|u|^{n-1}u + (\sigma - 1)|u|^n} \quad (4.20)$$

$$\varphi_{\sigma,n}^+(\omega) = \int_0^\omega \frac{du}{1 - \sigma|u|^{n-1}u + (\sigma - 1)|u|^n} \quad (4.21)$$

$$\varphi_{\sigma,n}(\omega) = \varphi_{\sigma,n}^- + \varphi_{\sigma,n}^+ \quad (4.22)$$

Por otro lado, todos los atributos de la función $\varphi_{\sigma,n}^+$ muestran que se trata de una biyección de $[-1, 1)$ a $[\varphi_{\sigma,n}^+, +\infty)$, por lo que es posible definir su función inversa:

$$\psi_{\sigma,n}^+ : [\varphi_{\sigma,n}^+, +\infty) \rightarrow [-1, 1) \quad (4.23)$$

Por otro lado, la función $\varphi_{\sigma,n}^-$ es también una biyección de $(-1, 1]$ a $(-\infty, \varphi_{\sigma,n}^-(1)]$, por lo que su inversa queda definida de la siguiente forma:

$$\psi_{\sigma,n}^- : (-\infty, \varphi_{\sigma,n}^-(1)] \rightarrow (-1, 1] \quad (4.24)$$

Para el caso de la función $\varphi_{\sigma,n}$, se puede demostrar que es creciente en el intervalo $(-1, 1)$ desde $-\infty$ a $+\infty$, así que es una biyección del intervalo $(-1, 1)$ a \mathbb{R} . Su inversa se denota como:

$$\psi_{\sigma,n} : \mathbb{R} \rightarrow (-1, 1) \quad (4.25)$$

De este modo, el modelo Bouc-Wen se puede definir mediante sus curvas de carga y descarga según las siguientes expresiones:

$$\bar{\phi}_{BW}^l(x) = k_x x + k_w \psi_{\sigma,n}^+(\varphi_{\sigma,n}^+[-\psi_{\sigma,n}(\rho(X_{max} - X_{min}))]) + \rho(x - X_{min}) \quad (4.26)$$

$$\bar{\phi}_{BW}^u(x) = k_x x - k_w \psi_{\sigma,n}^+(\varphi_{\sigma,n}^+[-\psi_{\sigma,n}(\rho(X_{max} - X_{min}))]) - \rho(x - X_{max}) \quad (4.27)$$

Donde la señal de entrada $x \in [X_{min}, X_{max}]$ y las funciones $\bar{\phi}_{BW}^l(x)$ y $\bar{\phi}_{BW}^u(x)$ definen el ciclo límite del histéresis y son C^∞ en el intervalo $[X_{min}, X_{max}]$.

4.8. Identificación del modelo Bouc-Wen normalizado

Debido a la complejidad del modelo es necesario definir una estrategia de identificación que, basándose en datos experimentales sea capaz de identificar los cinco parámetros del modelo normalizado. Para ello se utilizará la técnica ED, ya presentada en la sección 3.8.

Las cinco variables a identificar hacen que las soluciones reales sean muy complejas e incluso en algunos casos imposibles de conseguir, ya que muchas se basan en métodos experimentales que en la práctica son difíciles de recrear. Es por ello por lo que métodos evolutivos de optimización son los adecuados a aplicar, para simplificar y hacer factible la resolución del problema planteado, tal y como se presentaron en el capítulo anterior.

Los parámetros que se desean ajustar son los del modelo Bouc-Wen normalizado (que se encuentra en las expresiones (4.16)-(4.18)): $\rho, \sigma, k_x, k_y, n$, con una serie de restricciones del espacio de búsqueda así como unas condiciones iniciales determinadas:

$$\rho > 0 \quad \sigma \geq \frac{1}{2} \quad k_x > 0 \quad k_w > 0 \quad n > 1 \quad (4.28)$$

Además la condición inicial debe cumplir $|w(0)| \leq 1$, entonces según se demuestra en [3] $|w(t)| \leq 1$ para todo $t \geq 0$.

4.8.1. Estrategia de optimización

Una vez definidos los parámetros a optimizar, lo que se pretende es que, el algoritmo de ED, genere la salida teórica para cada individuo de la población con los parámetros de esa iteración. El proceso de cálculo de la salida de histéresis es muy costoso computacionalmente ya que se requiere integrar la función $\dot{w}(t)$ mediante las herramientas ya explicadas en la Sección 4.7.

$$\dot{w} = \rho(\dot{x} - \sigma|\dot{x}(t)||w(t)|^{n-1}w(t) + (\sigma - 1)\dot{x}(t)|w(t)|^n)$$

Para este proceso, al no existir una primitiva directa, se procede a la utilización de métodos numéricos en el cálculo de estas integrales. En concreto lo que se implementó fue la creación de unas *lookup table* o tablas de consulta (LUT) cargadas en memoria, de modo que la evaluación de una integral quede reducida a la búsqueda en una simple matriz. Por ello, la resolución de las integrales definidas

se realiza de manera mucho más eficaz y rápida, lo cual se detallará posteriormente.

Una vez calculada la salida de histéresis teórica, cada individuo de la población computará el coste. La función que se optimizará será el *error* o *diferencia* con los datos reales observados. De este modo se irán calculando los parámetros de la función que más se asemeje a la observada en la experimentación.

4.8.2. Funciones de coste

De manera análoga a las propuestas en la sección 3.8.3, en este caso se elige la función de coste basada en las **diferencias cuadráticas**. Esta decisión surge de un compromiso entre la calidad de los resultados y el tiempo de cómputo. En concreto el tiempo aumentaba un 2%, mientras que la calidad de los resultados en términos de función de coste se reducía un 5% aproximadamente en el mismo número de iteraciones.

4.8.3. Resolución de integrales

Debido a la complejidad computacional para la generación analítica de un ciclo de Bouc-Wen se plantean diversos problemas a solventar para su implementación en el algoritmo de ED. La integral a resolver es la de la ecuación explicada anteriormente.

$$\dot{w} = \rho(\dot{x} - \sigma|\dot{x}(t)||w(t)|^{n-1}w(t) + (\sigma - 1)\dot{x}(t)|w(t)|^n) \quad (4.29)$$

- **Integrales**→**LUT**: La no existencia de primitivas directas hace que haya que generar tablas de búsqueda en cada nueva evaluación, ya que a su vez estas integrales dependen de los parámetros del ciclo BW (normalizado). Esto significa que antes de computar el ciclo de Bouc-Wen, hay que calcular una serie de integrales. Éstas son calculadas por una cuadratura de Simpson adaptativa y se almacenan en memoria, como se explicará en detalle más adelante.
- **Interpolación**: Al estar trabajando con LUT para la evaluación de integrales, habrá que interpolar cada vez que se consulten, en este caso se utilizan interpolaciones lineales.
- **Precisión**: Al tener que definir unas LUT de búsqueda, queda a elección del usuario la precisión de generación de las mismas, así como de la salida del ciclo generado de BW. Para precisiones altas de cálculo de LUT, el algoritmo se

ejecuta de forma muy lenta, y es por lo que se propone la modificación de dichos parámetros para llegar a una situación de compromiso calidad solución ↔ tiempo de cómputo.

Por este motivo y tras unos estudios previos se han establecido los siguientes parámetros a configurar en el *script* generador del ciclo de manera analítica. Principalmente se tuvo en cuenta la velocidad de ejecución del algoritmo sin perder calidad en los resultados. Bajar de los valores que se muestran a continuación no mejora la calidad pero si empeora notablemente el tiempo de ejecución:

- Precisión LUT = 0.01
- Precisión ciclo generado = 0.001

Como resultados de este proceso de optimización se espera llegar a una solución similar a la observada en la experimentación, y es por ello por lo que establecen a continuación una serie de pruebas para comprobar la *calidad* de la solución obtenida.

Para las pruebas que se presentan a continuación se han utilizado los siguientes parámetros fijos del algoritmo de ED.

- **F-VTR = 0.001** El valor a alcanzar de coste, (el algoritmo se parará cuando la función de coste obtenga un valor menor que este parámetro).
- **I-itermax = 100** Valor máximo de iteraciones (generaciones).
- **F-weight = 0.85** El tamaño del paso de ED, su valor pertenece al siguiente intervalo $[0, 2]$.
- **Strategy = 3** Se utilizará en todas las pruebas presentadas la estrategia siguiente: DE/best/1 [103].

Antes de presentar los resultados es importante destacar que el ciclo de histéresis a parametrizar, se generó previamente mediante los algoritmos analíticos, a los cuales se le introdujo un ruido gaussiano.

El ciclo generado en lo restante es el que tiene los siguientes parámetros: $\rho = 1,5 || \sigma = 2 || k_x = 3 || k_y = 2 || n = 1,5$

4.9. Comportamiento algoritmo identificación

En vista de los resultados, se pueden sacar conclusiones acerca del comportamiento del algoritmo ED en función de la variable *crossover probability*. En la Figura 4.4 se observa como a partir de 15 generaciones apenas se reduce el error. Además en las generaciones previas se puede apreciar como el error se va reduciendo a mucha velocidad, sin estar apenas constante en 5 ciclos antes de llegar al ciclo 15, en donde prácticamente se podría dar por concluida la parametrización.

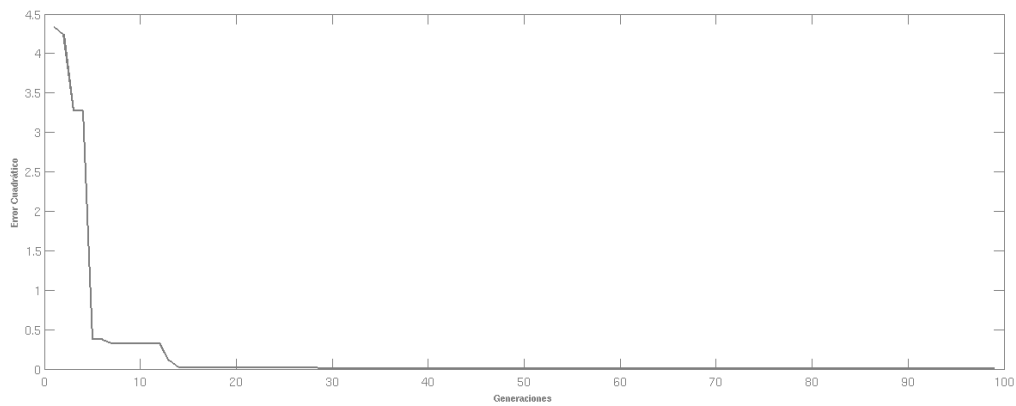


Figura 4.4: Error Cuadrático vs Generaciones para un *crossover* = 0.4

En la Figura 4.5 el error para un *crossover* = 0.6 deja de decrecer a partir de la tercera generación. Análogamente en la Figura 4.6 se produce el experimento con las mismas condiciones, con la diferencia de que tiene un *crossover* = 0.8. En dicho caso se observa como el error disminuye de forma más escalonada, siendo la variación de dicho error prácticamente nula a partir de la generación 25.

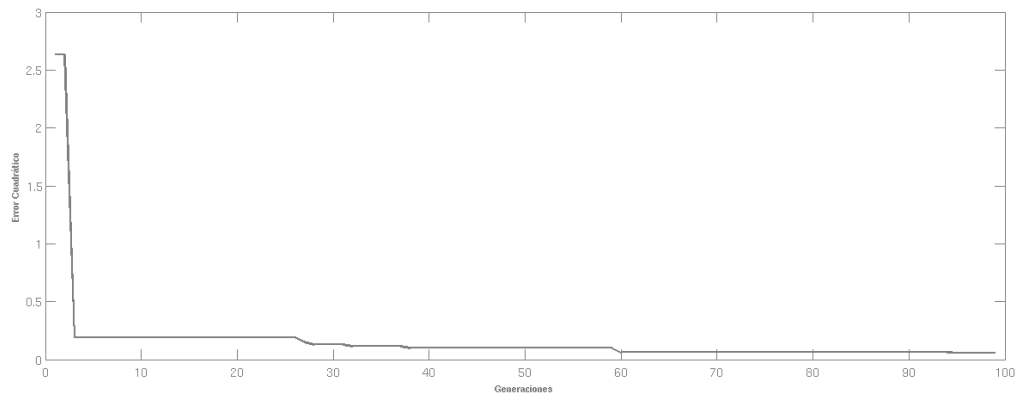


Figura 4.5: Error Cuadrático vs Generaciones para un *crossover* = 0.6

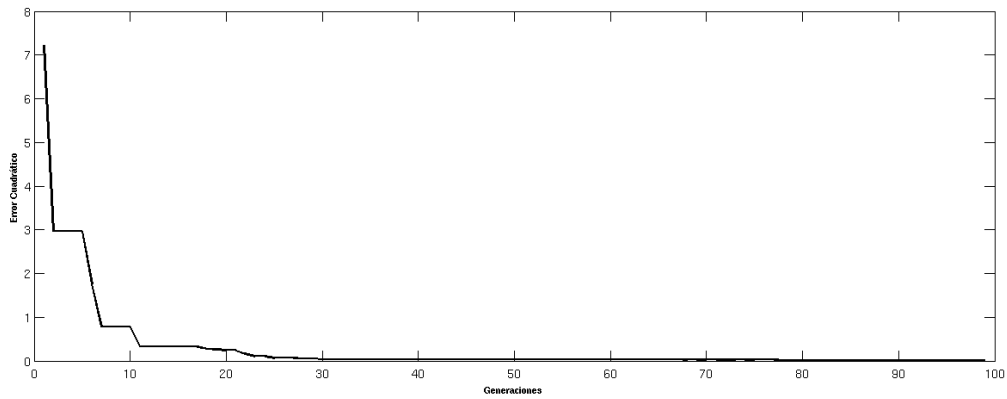


Figura 4.6: Error Cuadrático vs Generaciones para un crossover = 0.8

En la Figura 4.7 se incrementa el *crossover* hasta 0.9, y se observa una primera disminución brusca a partir de la iteración 4 y una segunda disminución más sesgada a partir de la iteración 15. Finalmente la Figura 4.8 produce un resultado mejor que las anteriores reduciendo prácticamente el error a partir de la séptima iteración.

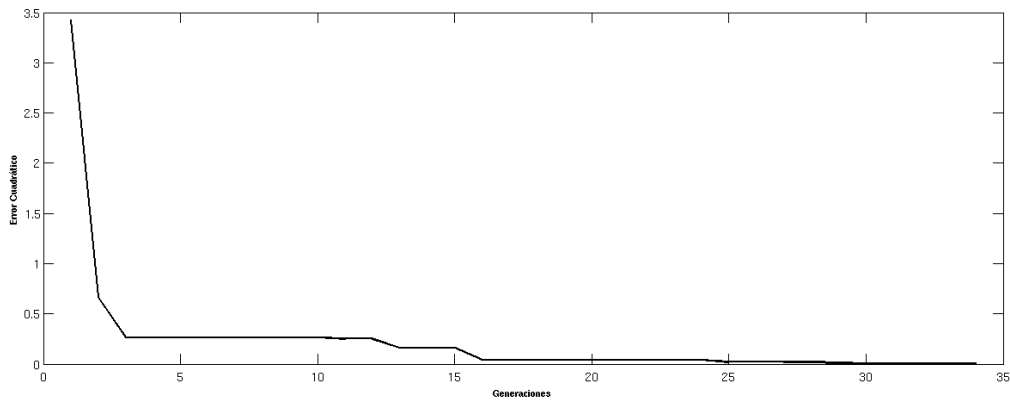


Figura 4.7: Error Cuadrático vs Generaciones para un crossover = 0.9

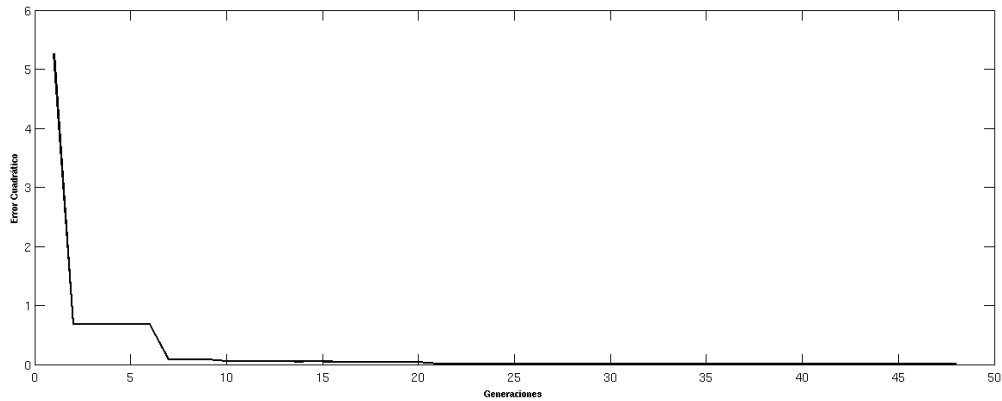


Figura 4.8: Error Cuadrático vs Generaciones para un $crossover = 1$

Una vez concluido este análisis, se puede remarcar como resultado que el parámetro *crossover* no afecta sustancialmente los resultados. Aún así se establecerá 0.9 como el valor a utilizar en lo sucesivo.

A continuación se procede a variar los miembros de la población en cada iteración dejando el resto de parámetros sin modificar, de modo que se observe el funcionamiento del algoritmo y la rapidez de convergencia en distintos casos.

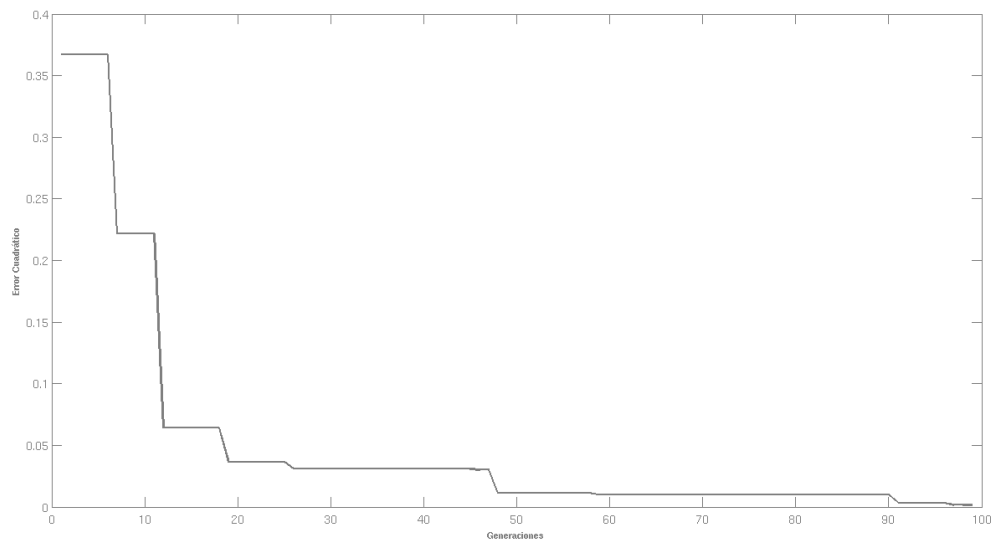


Figura 4.9: Error Cuadrático vs Generaciones para una población = 60

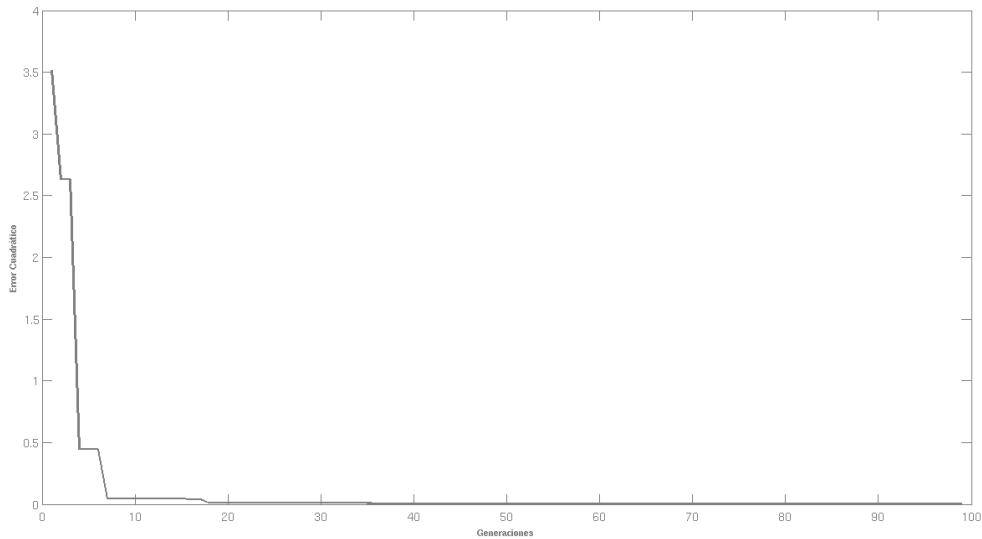


Figura 4.10: *Error Cuadrático vs Generaciones para una población = 80*

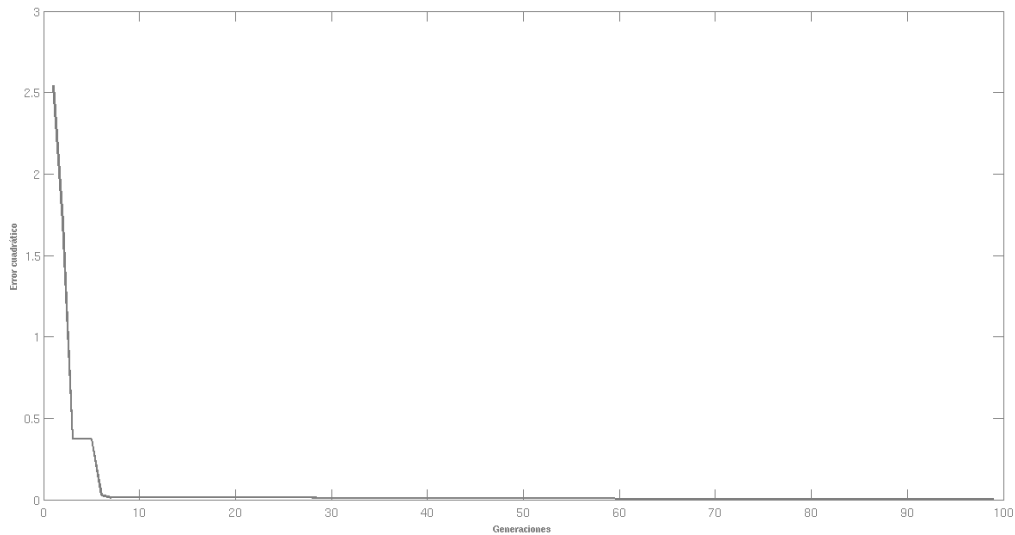


Figura 4.11: *Error Cuadrático vs Generaciones para una población = 100*

En las figuras anteriores se ha experimentado con diferentes valores de la población con el objetivo de analizar el comportamiento del error cuadrático. Tal y como se observa en la Figura 4.9 para una población = 60, el error disminuye de manera muy escalonada, siendo en la iteración 50 a partir de la cual el error es prácticamente nulo. En la Figura 4.10 este resultado varía mucho más bruscamente, requiriendo únicamente 7 iteraciones para reducir el error. Finalmente, en la

Figura 4.11 se observa que para una población = 100, los resultados no varían sustancialmente. Por lo tanto, teniendo en cuenta los anteriores resultados, se establecerá como parámetro óptimo de población un valor igual a 80.

4.10. Espacio de soluciones

El método anteriormente propuesto de ED, puede encontrar diversos mínimos locales de la función de error propuesta. Por este motivo se propone un método de comprobación del espacio de soluciones. Éste consiste en calcular la distancia euclídea entre cada solución y el origen, según se observa en la siguiente expresión:

$$d = \sqrt{\rho^2 + \sigma^2 + k_x^2 + k_\omega^2 + n^2} \quad (4.30)$$

Tabla 4.3: Distancia de varias soluciones al origen, obtenidas de ejecutar el algoritmo ED repetidas veces (sobre el mismo problema de ajuste de un ciclo Bouc-Wen).

error	distancia
$36 \cdot 10^{-4}$	5.11
$36 \cdot 10^{-4}$	5.27
$54 \cdot 10^{-4}$	4.96
$80 \cdot 10^{-4}$	5.83
$244 \cdot 10^{-4}$	5.13
$86 \cdot 10^{-4}$	4.98
$152 \cdot 10^{-4}$	4.65
$82 \cdot 10^{-4}$	5.23
$50 \cdot 10^{-4}$	5.17

En la tabla anterior se muestra la distancia de todas las soluciones al origen en un espacio de cinco dimensiones. Además se muestra el error asociado para cada caso, con el que concluyen las iteraciones de la ED. Se puede observar como la variación de la distancia varía relativamente poco, mientras que el error en algunos casos se llega prácticamente a doblar. Estos resultados indican que mientras que el espacio de soluciones es *compacto* en forma, el error presenta un comportamiento algo más variable. Lo que puede significar la presencia de mínimos locales.

4.11. Sensibilidad de las variables ρ , σ , k_x , k_y y n

Es importante además de la evaluación del espacio de soluciones, la realización de un estudio acerca del nivel de sensibilidad de cada una de las variables en el ajuste del modelo propuesto. Para ello se propone forzar al algoritmo de ED para que encuentre cada una de las variables en un intervalo determinado, y comprobar de esta manera la *calidad* del ajuste final.

Para la realización de estos estudios se ha utilizado un *crossover* = 0,4 y el resto de parámetros serán los establecidos anteriormente. Las Tablas mostradas a continuación son el resultado de varias ejecuciones del algoritmo ED sobre el mismo problema, en el cual se ha variado sólo el intervalo de búsqueda de una de las variables en cada caso.

Tabla 4.4: Resultados del ajuste, para diversas soluciones con el parámetro ρ en un intervalo.

error	distancia	lím. inferior ρ	lím. superior ρ	valor ρ
$197 \cdot 10^{-4}$	4.38	0	8	1.85
$44 \cdot 10^{-4}$	4.96	2	8	2.10
$281 \cdot 10^{-4}$	5.14	3	8	3.02
$885 \cdot 10^{-4}$	6.33	4	8	4.00
$12256 \cdot 10^{-4}$	9.61	5	8	5.00

Tabla 4.5: Resultados del ajuste, para diversas soluciones con el parámetro σ en un intervalo.

error	distancia	lím. inferior σ	lím. superior σ	valor σ
$76 \cdot 10^{-4}$	4.28	0	8	1.47
$50 \cdot 10^{-4}$	5.22	2	8	2.16
$79 \cdot 10^{-4}$	5.74	3	8	3.06
$144 \cdot 10^{-4}$	6.49	4	8	4.03
$426 \cdot 10^{-4}$	7.00	5	8	5.27

Tabla 4.6: Resultados del ajuste, para diversas soluciones con el parámetro k_x en un intervalo.

error	distancia	lím. inferior k_x	lím. superior k_x	valor k_x
$22 \cdot 10^{-4}$	4.79	0	8	3.57
$10 \cdot 10^{-4}$	4.60	2	8	2.03
$14 \cdot 10^{-4}$	4.61	3	8	3.05
$27 \cdot 10^{-4}$	5.02	4	8	4.05
$256 \cdot 10^{-4}$	7.26	5	8	5.00

Tabla 4.7: Resultados del ajuste, para diversas soluciones con el parámetro k_y en un intervalo.

error	distancia	lím. inferior k_y	lím. superior k_y	valor k_y
$39 \cdot 10^{-4}$	5.11	0	8	1.12
$37 \cdot 10^{-4}$	5.23	2	8	2.33
$82 \cdot 10^{-4}$	5.14	3	8	3.94
$10 \cdot 10^{-4}$	5.54	4	8	4.55
$34 \cdot 10^{-4}$	5.63	5	8	5.00

Tabla 4.8: Resultados del ajuste, para diversas soluciones con el parámetro n en un intervalo.

error	distancia	lím. inferior n	lím. superior n	valor n
$14 \cdot 10^{-4}$	5.04	0	8	1.35
$208 \cdot 10^{-4}$	4.43	2	8	2.01
$334 \cdot 10^{-4}$	5.57	3	8	3.02
$656 \cdot 10^{-4}$	5.95	4	8	4.00
$983 \cdot 10^{-4}$	7.04	5	8	5.03

4.11.1. Conclusiones

En cuanto a la variable ρ , se observa en la Tabla 4.4 la alta sensibilidad de la misma. Sabiendo que su valor real es 1.5 en cuanto se fuerza el intervalo en una unidad mayor o menor a este valor, el error asociado al ajuste es prácticamente inaceptable.

La variable σ presenta un comportamiento similar al descrito anteriormente. Sabiendo que el valor real es 2, se observa en la Tabla 4.5 como la variable es sensible a este intervalo pero no de una forma tan abrupta como la anterior, sino que el error va aumentando de forma más o menos lineal.

La variable k_x presenta un comportamiento algo distinto a las anteriores. Teniendo en cuenta que su valor real es 3, se puede observar en la Tabla 4.6 como en un intervalo cercano a su valor real apenas varía el error del ajuste, pero una vez superado este umbral el error se dispara en un orden de magnitud.

En cuanto a la variable k_y , el valor real de la misma es de 2. Como se observa en la Tabla 4.7, apenas varía el error de ajuste a medida que la forzamos a distintos intervalos. Esto significa que la forma del ciclo de histéresis puede adaptarse variando otras variables con prácticamente la misma precisión. Por lo tanto será una

de las que menos importancia se dará para cálculos posteriores.

Tal y como se puede observar en la Tabla 4.8, la variable n es muy sensible a forzarla a un cierto intervalo, ya que el ajuste dispara el error final. Recordando que el valor real que debería tomar es de 1.5 según el ciclo generado, ya cuando es forzado al intervalo $[2, 8]$ el error del ajuste se dispara en un orden de magnitud.

4.12. Diseño de un controlador PID para un sistema con histéresis BW

El método utilizado para el diseño del controlador PID es analítico en un primer momento, además de estar apoyado por la herramienta de simulación desarrollada por MathWorks Simulink[®] en la cual se han probado numerosos diseños que se mostrarán en lo sucesivo.

Una vez descrito el modelo de Bouc-Wen se presenta la pregunta de si un sistema que presente un tipo de variable con histéresis de tipo BW, sería controlable con un PID, y en caso afirmativo cómo se realizaría la elección de los parámetros de este controlador.

4.12.1. Método propuesto

Se considera el sistema mecánico de segundo orden descrito por:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + \phi(x)(t) = u(t) \quad (4.31)$$

La fuerza restauradora ϕ se considera descrita según el modelo de normalizado de Bouc-Wen (4.17) y (4.18) expresado anteriormente, con la condición inicial $w(0)$. Los parámetros son desconocidos. El desplazamiento $x(t)$ y la velocidad $\dot{x}(t)$ se pueden medir, mientras que la señal $w(t)$ del modelo normalizado no se puede medir. La señal de control $u(t)$ se debe diseñar para este caso.

Los parámetros $n \geq 1, \rho > 0, \sigma \geq \frac{1}{2}, k_x > 0, k_w > 0, m > 0, c \geq 0$ son desconocidos. El rango de parámetros corresponde a la Clase I, donde el modelo de Bouc-Wen es estable y cumple con las leyes de la termodinámica [104].

Una vez llegado a este punto, lo que se pretende es diseñar el regulador descrito en [3]. Para ello, primeramente se procede a definir las señales de referencia y_r, \dot{y}_r :

y_r es una señal conocida que además es suave y acotada, cuyas derivadas también son suaves de modo que cumplen:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_r(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{y}_r(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{y}_r(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} y_r^{(3)}(t) = 0$$

Además exponencialmente van reduciendo su valor, de modo que existen unas constantes $a > 0, b > 0$ tales que:

$$|y_r^{(i)}(t)| \leq ae^{-bt} \quad \text{para } t \geq 0 \quad i = 0, 1, 2, 3$$

El objetivo del control es de manera global y asintótica, regular el desplazamiento $x(t)$ y la velocidad $\dot{x}(t)$ hacia las señales de referencia y_r, \dot{y}_r , manteniendo la estabilidad de las señales en lazo cerrado. En este capítulo se probará como bajo un control PID, los errores en desplazamiento y velocidad tienden a cero a medida que el tiempo se incrementa.

Para conseguir la regulación de desplazamiento y velocidad se introducen las siguiente variables:

$$x_1(t) = x(t) - y_r(t)$$

$$x_2(t) = \dot{x}(t) - \dot{y}_r(t)$$

$$x_0(t) = \int_0^t x_1(\tau) d\tau$$

Se define el controlador PID según la ley de control:

$$u(t) = -k_0 x_0(t) - k_1 x_1(t) - k_2 x_2(t) \quad (4.32)$$

Se conoce que los parámetros se sitúan en los siguientes intervalos: la masa se encuentra en $m \in [m_{min}, m_{max}]$ con $m_{min} > 0$, el coeficiente de amortiguamiento en $c \in [0, c_{max}]$, $k_x \in (0, k_{x_{max}}]$, $k_w \in (0, k_{w_{max}}]$, $\sigma \in [1/2, \sigma_{max}]$ y $\rho \in (0, \rho_{max}]$.

Para definir los tres parámetros del regulador que controle el sistema propuesto en la expresión (4.31), hay que definir las siguientes constantes:

$$k_{2min} = \sqrt{2m_{max}(\sigma_{max}\rho_{max}k_{w_{max}} + k_{x_{max}} + k_1)} \quad (4.33)$$

$$e_1 = \frac{(c_{max} + k_2)^3}{m_{min}^2}$$

$$e_2 = \frac{k_1^2}{m_{max}^2} (k_2^2 - k_{2min}^2)$$

$$k_{0max} = \min \left(\frac{k_1 k_2}{m_{max}}, -e_1 + \sqrt{e_1^2 + e_2} \right) \quad (4.34)$$

Una vez definidos estos valores se procede a la elección de los parámetros del PID del siguiente modo:

1. Se elige un valor positivo para k_1
2. Se elige k_2 que cumpla $k_2 > k_{2min}$
3. Finalmente se coge $0 < k_0 < k_{0max}$

Obviando las demostraciones pertinentes, se prueba que las señales de control x_0, x_1, x_2, w y la señal de control u están acotadas. Teniendo también $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ y además $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}(t) = 0$.

4.12.2. Simulaciones del sistema propuesto

Una vez se ha explicado la teoría de diseño del regulador PID, se procede a la simulación del sistema completo, para comprobar si el sistema realmente se podría llevar a una serie de posiciones objetivo deseadas por el usuario y/o aplicación correspondiente.

Para ello se aplicó la anterior metodología para conseguir un regulador PID que cumpla con los requisitos de histéresis ya mencionados. Además es importante denotar que, aunque varíen los parámetros del regulador (dentro de los límites de diseño presentados en la sección anterior), los resultados apenas varían, y es por lo que no se presentan unos valores fijos con los que se han realizado las pruebas.

En la Figura 4.12 se observa el sistema ya simulado en Simulink®. En este modelo todos los bloques corresponden al sistema planteado en la ecuación (4.31), donde el único que no corresponde a dicho sistema es el llamado *Referencia*, que es el que genera la señal de referencia a seguir.

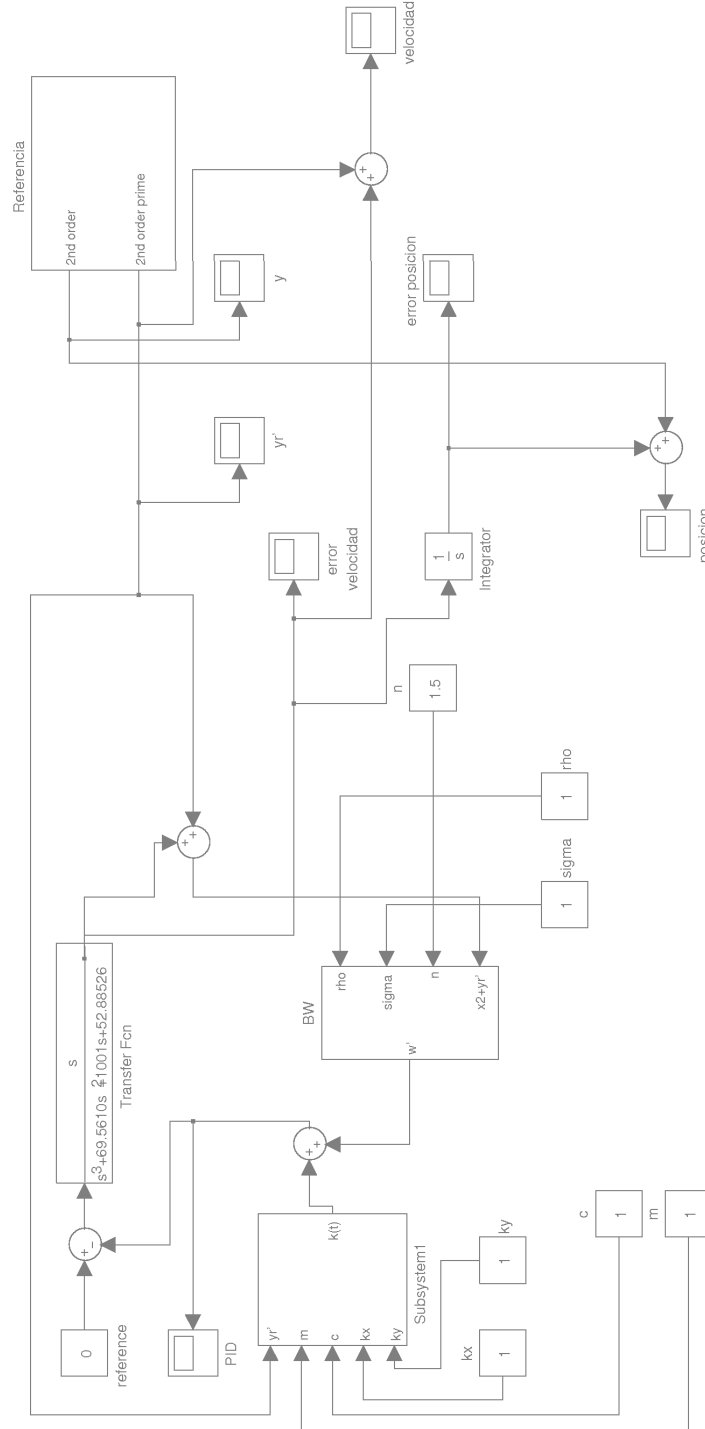


Figura 4.12: Modelo Simulink del sistema mecánico propuesto.

Lo interesante de esta simulación radica en observar como responde el sistema ante ciertas señales de referencia del bloque nombrado anteriormente, y es por ello por lo que se propone y_r como la salida de un sistema lineal de segundo orden, tal y como se plantea en [3]:

$$\frac{w_0^2}{s^2 + 2\xi w_0 s + w_0^2}$$

Para los resultados que se mostrarán en lo sucesivo, los valores escogidos para este sistema fueron, $w_0 = 1$ y $\xi = 0,7$ y la respuesta ante una entrada de tipo escalón.

4.12.3. Resultados de la simulación

La señal de referencia escogida fue la combinación de dos sistemas de segundo orden, iguales y desplazados una constante, como se puede observar en la Figura 4.13, de modo que se simule como el sistema de segundo orden alcanza la posición $x = 1$, y tras 50 segundos se vuelve a cambiar al sistema de posición a $x = 2$. Además observamos el error que se comente mediante este control en la variable controlada del sistema (posición).

En vista de los resultados para la regulación en posición, se comprueba como para los datos escogidos para el PID, según el proceso ya explicado, se consigue alcanzar la señal de referencia con pocas oscilaciones y de forma suave.

En cuanto a regulación de velocidad, los resultados también son bastante buenos, aunque el sistema tarda un poco más en alcanzar la velocidad deseada que la posición, de ahí que la pendiente algo más abrupta (se observa en la Figura 4.14), pero el resultado sigue siendo bastante bueno para un sistema cuyos tiempos de ciclo son bastante más grandes.

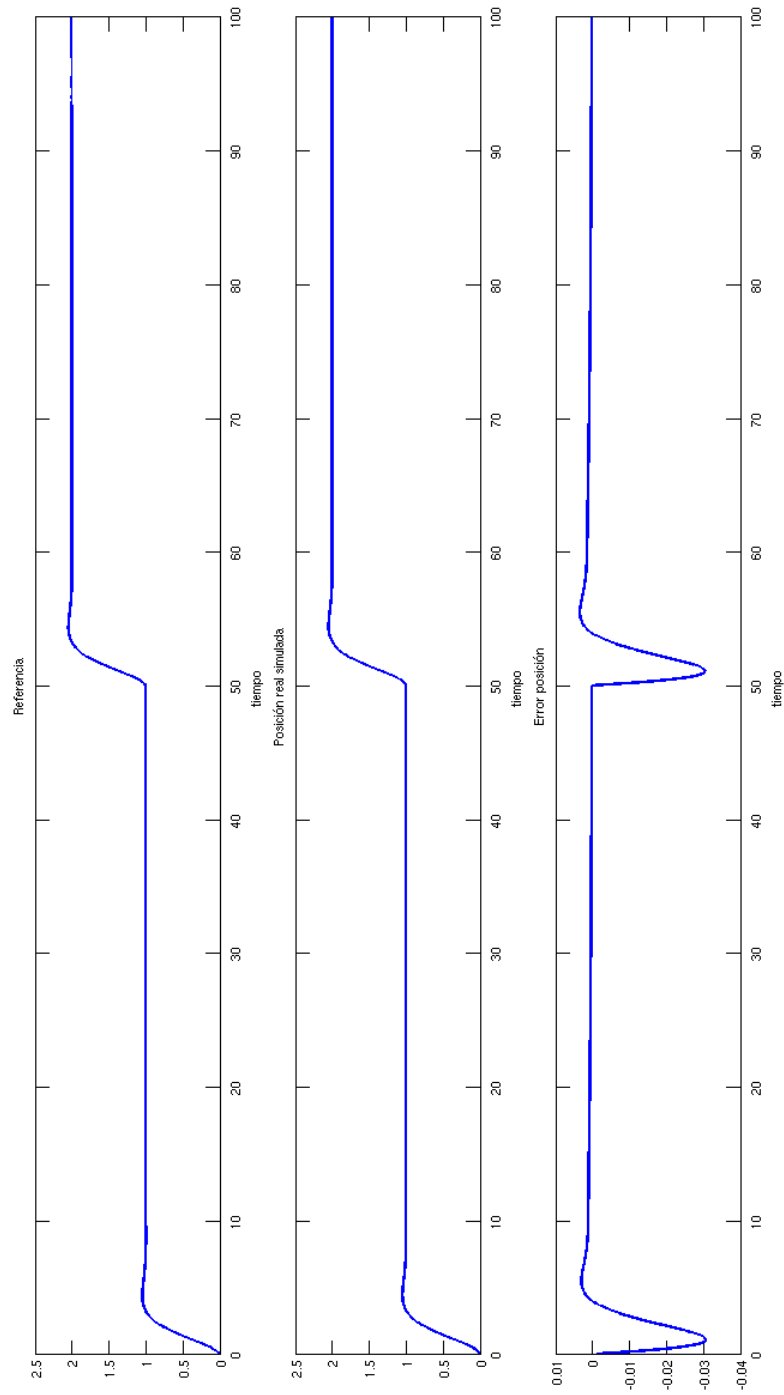


Figura 4.13: Regulación en posición de un controlador PID, para un sistema con histéresis de tipo Bouc-Wen. Posición referencia, real simulada y error.

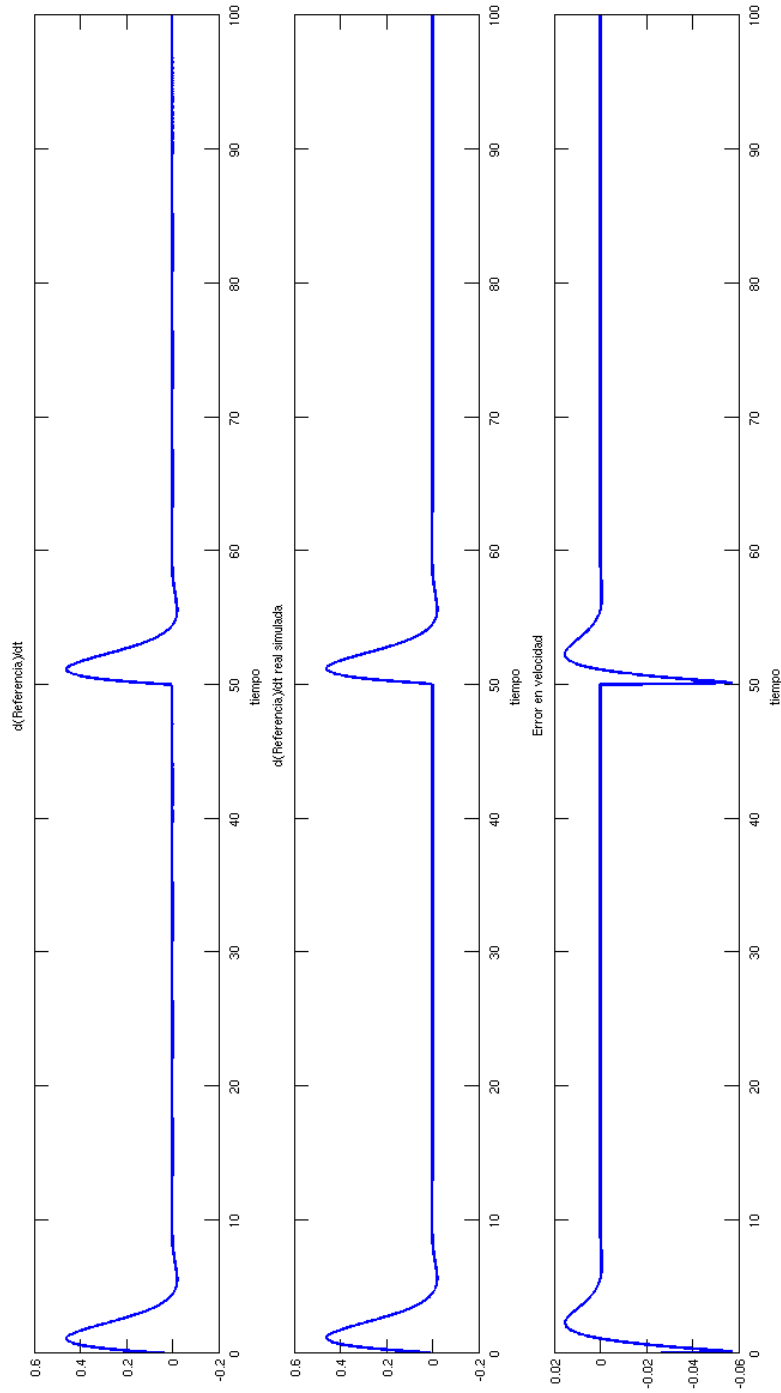


Figura 4.14: Regulación en velocidad de un controlador PID, para un sistema con histéresis de tipo Bouc-Wen. Velocidad referencia, real simulada y error cometido.

Capítulo **5**

Aleaciones con memoria de forma

5.1. Introducción a las SMA

Las SMA son un tipo de aleaciones metálicas deformables, y que cuando son sometidas a cambios de temperaturas en un determinado rango, recuperan el estado inicial no deformado, teniendo la capacidad de generar fuerzas durante dicha recuperación, efecto que es denominado **memoria de forma (SME)**. Por tanto, son un tipo de actuadores controlables eléctricamente mediante el calentamiento por efecto Joule, y con una actuación silenciosa, aunque con una baja velocidad de respuesta. Además, dentro de un determinado rango de temperaturas los materiales que las conforman pueden ser deformados hasta casi un 10 % [105] volviendo a su forma inicial cuando se descargan (Figura 5.1). Este efecto es el que se conoce como **superelasticidad**.



Figura 5.1: *Elongación en una SMA. Cortesía de autosplice® [106].*

El SME se descubrió en 1932, aunque hasta 1971 se creía común para todas las aleaciones sometidas a transformaciones martensíticas [107]. Las aleaciones más comunes que presentan este efecto son las que se presentan en la Tabla 5.1, aunque se continúa haciendo un esfuerzo considerable para descubrir nuevos materiales [108].

De todas las aleaciones anteriores sólo dos sistemas de aleación¹, CuZnAl y Ni-Ti, y sus combinaciones con cantidades mínimas de otros elementos tienen una importancia comercial considerable. Otras aleaciones son poco adecuadas para producirse bien porque sus elementos son demasiado caros o porque sólo se pueden usar en su forma de monocristal [109].

¹Las aleaciones basadas en Fe se utilizan sólo para aplicaciones muy simples debido a su bajo coste, tales como piezas de cierre o apriete.

Tabla 5.1: Materiales con memoria de forma. Cortesía de Liang [110].

Aleación	Composición	Rango de T^{as} de transformación (A_s) °C	Hist. de transf. °C
AgCd	44 ~ 49 de %Cd	-190 ~ 50	~ 15
AuCd	46,5 ~ 50 de %Cd	30 ~ 100	~ 15
CuAlNi	14 ~ 14,5 de %Al peso 3 ~ 4,5 de %Ni peso	-140 ~ 100	~ 35
CuSn	~ 15 de %X	-120 ~ 30	
CuZn	38,5 ~ 41,5 de %Zn peso	-180 ~ -10	~ 10
CuZn X (X=Si, Sn, Al)	pequeño %X peso	-180 ~ -200	~ 10
InTl	18 ~ 23 de %Tl	60 ~ 100	~ 4
NiAl	36 ~ 38 de %Al	-180 ~ 100	~ 10
TiNi	46,2 ~ 51 de %Ti	-50 ~ 110	~ 30
TiNi X (X=Pt, Pd)	50 de %Ni+X 5 ~ 50 de %X	-200 ~ 700	~ 100
TiNiCu	~ 15 de %Cu	-150 ~ 100	~ 50
TiNiNb	~ 15 de %Nb	-200 ~ 50	~ 125
TiNiAu	50 de %Ni+Au	20 ~ 610	
TiPd X (X=Cr, Fe)	50 de %Pd+X ~ 15 de %X	0 ~ 600	~ 50
MnCu	5 ~ 35 de %Cu	-250 ~ -180	~ 25
FeMnSi	32 % de Mn y 6 % de Si en peso	-200 ~ 150	~ 100
FePt	~ 25 de %Pt	~ -130	~ 4
FePd	~ 30 de %Pd	~ 50	
FeNi X (X=C, Co, Cr)	pequeño %X peso		

Las propiedades de las aleaciones de NiTi y CuZn son bastante distintas al resto debido a su diferente microestructura Tabla 5.2. Las aleaciones de NiTi presentan mayor resistencia, más deformación recuperable, mejor resistencia a la corrosión y mayor fiabilidad que las de CuZnAl, por ello son las elecciones estándar para el uso, entre otras, de aplicaciones espaciales. Para el caso particular de la presente tesis, se utilizará la aleación de **Nitinol**² y todos los resultados serán en base a ella

²La palabra Nitinol derivó de las iniciales de Níquel y Titanio y tiene su origen gracias a sus descubridores [107] en el *Naval Ordnance Laboratory*.

sino se especifica lo contrario.

Tabla 5.2: Comparación de las aleaciones NiTi/CuZnAl. Cortesía de Liang [109].

	NiTi	CuZnAl
Deformación recuperable	8 % máx.	4 % máx.
Tensión recuperable	400MPa máx.	200MPa máx.
Número de ciclos	10 ⁵ ($\epsilon = 2\%$) 10 ⁷ ($\epsilon = 0,5\%$)	10 ² ($\epsilon = 2\%$) 10 ⁵ ($\epsilon = 0,5\%$)
Resistencia a la corrosión	Buena	Problemática, rotura por corrosión
Facilidad de trabajo	Mala	Media
Procesado	Malo	Algo difícil

Las aleaciones con memoria de forma de Nitinol se desarrollaron por primera vez en 1962-1963 en el laboratorio de Artillería Naval de los Estados Unidos, y fue en esta fecha cuando se descubrió su propiedad única de memoria de forma por el investigador William J. Buehler [111] del mismo laboratorio de White Oak (Maryland). Este efecto fue descubierto por casualidad en una reunión de la dirección del laboratorio, en la cual una franja de Nitinol fue doblada numerosas veces y posteriormente calentada con un encendedor por el Dr. David S. Muzzey, cuando por sorpresa la tira recuperó su forma inicial [112].

De forma general, los SMAs, no son los únicos materiales que poseen la propiedad de memoria de forma, sino que se encuentran dentro de un grupo llamado "Materiales con Memoria de Forma", en el cual existen cuatro tipos de materiales, cuyas diferencias radican en la forma de activación así como los rangos y propiedades:

- Aleaciones metálicas con memoria de forma (SMAs).
- Aleaciones met. con memoria de forma inducida magnéticamente (FSMAs).
- Cerámicas con memoria de forma (SMCs).
- Polímeros con memoria de forma (SMPs).

Estos materiales no deben ser sobrecalentados, ya que se podría perder su capacidades de recuperación y tampoco se deben elongar por encima del 5 %, aunque el Nitinol pueden llegar a alcanzar un 10 % por riesgo de rotura. La fuerza máxima a la que deberían ser sometidos será de aproximadamente un tercio de su máxima fuerza de recuperación, para que presenten un funcionamiento repetitivo y sin perder sus capacidades de memoria de forma.

5.1.1. Usos de las SMA

Las SMA han sido utilizadas en una gran variedad de aplicaciones, especialmente por sus características termomecánicas, las que se revisarán brevemente en esta sección, y que principalmente pertenecen a los campos: militar, seguridad y robótica.

En el campo militar se han utilizado acopladores de Nitinol en los aviones de combate F-14 desde finales de 1960. Estos acopladores unen las líneas hidráulicas con fuerza y facilidad [113]. En cuanto al campo de la medicina, se pueden encontrar estos materiales en pinzas para extraer objetos extraños a través de pequeñas incisiones, ganchos para sujetar los tendones a los huesos (utilizados para la cirugía de hombro Orel Hershiser [114]) y alambres de ortodoncia (se reduce la necesidad de volver a apretar y ajustar el alambre). En el campo de la robótica también se pueden encontrar diversas aplicaciones, como por ejemplo en manos robóticas [115]. Un factor que lo hace más interesante es la baja conductividad eléctrica a pesar de ser una aleación de metal. En el campo de la construcción también se pueden ver estos materiales, como por ejemplo para evitar el desprendimiento de paredes o la separación de los diferentes tramos de un puente.

Dos aplicaciones de mucho éxito han sido la construcción de montura de gafas y antenas de teléfonos móviles. La ventaja de utilizar SMA es que después de deformaciones severas, se puede volver a la forma original debido a la propiedad de superelasticidad [116]. Además, las uniones mediante SMA se han vendido durante muchos años [117] y más de cien mil acoples del tipo mostrado en la Figura 5.2 han sido instalados en aviones de combate como el F-14 y no han reportado fallos.

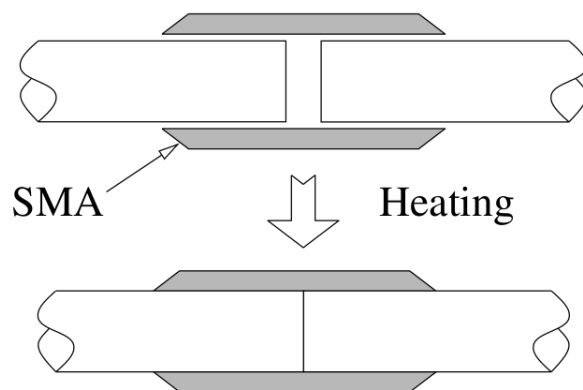


Figura 5.2: Unión mediante SMA. Cortesía de Huang [108].

También se han utilizado en amortiguadores de vibraciones [118] y aisladores [119] debido a la elevada fricción interna que presentan los SMA. Debido a que se requiere un tiempo elevado para enfriar la SMA y para conseguir la transformación martensítica, estos materiales no son aplicables para un control de alta frecuencia, pero si que se pueden usar en control de baja frecuencia o cuasi-estático. Maclean *et al.* [120] utilizan una SMA con control en realimentación para controlar las vibraciones de grandes estructuras. Rogers [121] demuestra que la frecuencia natural de una viga en voladizo con un soporte de muelle de SMA puede cambiarse incrementando la rigidez del muelle cuando se caliente el SMA.

Debido a su excelente bio-compatibilidad, el Nitinol se ha utilizado para realizar numerosos instrumentos médicos. Por ejemplo, en [122] se fabrican cánulas vasculares hechas de hilos de Nitinol que se pueden tejer para reforzar los vasos sanguíneos. Además el interés por los materiales con memoria de forma se ha incrementado en los últimos años y en la actualidad, las aleaciones de NiTi se emplean con éxito en aplicaciones industriales sustituyendo a los actuadores convencionales en muchos casos.

5.1.2. Tipos básicos de actuadores SMA

Los actuadores SMA se clasifican en función de si serán controlados en un sentido o en ambos, y por ello, sus formas de actuación son las que se muestran en la Figura 5.3. Aunque se pueden encontrar actuadores SMA de ambos sentidos, debido al efecto de doble memoria de forma, su tensión es de la mitad que los actuadores de un sólo sentido, y por ello se presentan otras soluciones basadas en un montaje agonista-antagonista.

- La Figura 5.3(a) muestra un actuador de un sólo sentido, en el cual el actuador es elongado inicialmente a temperatura baja y posteriormente calentado para mover el elemento P en la dirección de la flecha.
- La Figura 5.3(b) muestra un actuador con fuerza recuperadora capaz de mover el elemento P en ambos sentidos. El actuador SMA se deforma a baja temperatura, antes de conectarlo al muelle. Una vez calentado, la fuerza de recuperación hace que se estire el muelle y se almacene energía. Cuando se enfría, la energía almacenada en el muelle se libera y hace que la SMA recupere el estado anterior, completando el ciclo.
- La Figura 5.3(c) muestra un actuador de dos sentidos, formado por dos elementos SMA colocados de forma opuesta. El elemento P se puede mover

en ambos sentidos combinando enfriamientos y calentamientos adecuados sobre los dos actuadores.

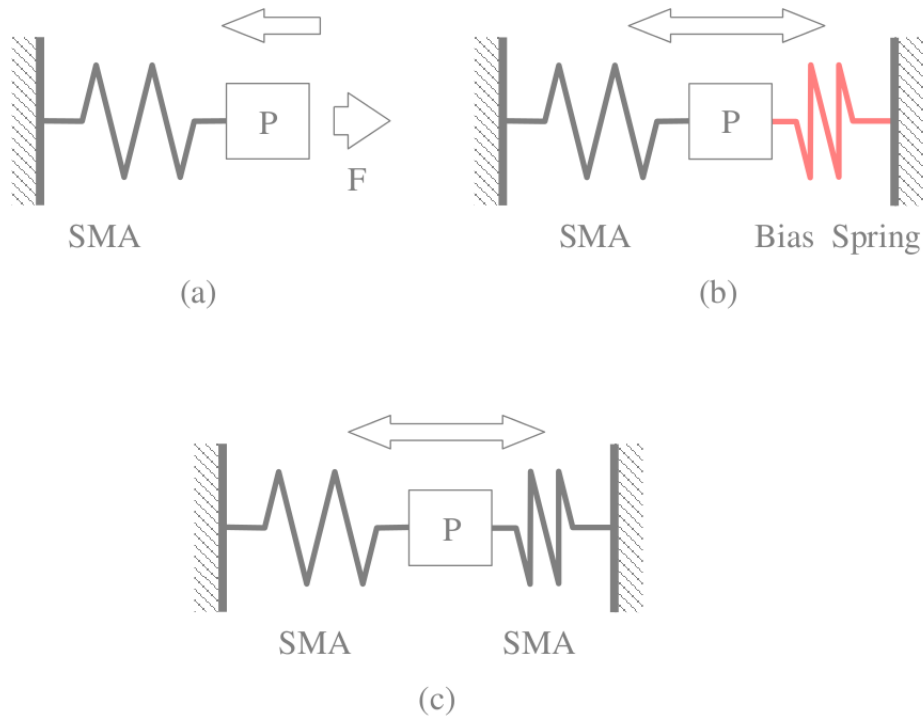


Figura 5.3: Tipos básicos de actuadores SMA. (a) Actuador de un sentido. (b) Actuador + fuerza recuperadora. (c) Actuador de ambos sentidos. Cortesía de Huang [108].

Los actuadores SMA se han comercializado con las siguientes formas:

1. Hilos. Para movimientos lineales pequeños pero con alta fuerza.
2. Forma helicoidal. Para movimientos grandes y pequeñas fuerzas, o grandes rotaciones y pequeño par.
3. Tubo o barra de torsión. Para grandes rotaciones y pequeño par.
4. Tiras de SMA en voladizo. Para grandes desplazamientos y pequeñas fuerzas.
5. Discos de tipo Beville. Para pequeños movimientos lineales y grandes fuerzas.

De forma general, sólo se pueden obtener de los SMA grandes deformaciones o grandes fuerzas, pero no ambos.

5.2. Funcionamiento del Nitinol

El Nitinol, mientras se encuentra por debajo de su temperatura de transición puede ser deformado y estirado con facilidad, sin daño permanente (dentro de los límites de elasticidad). Una vez que el material ha sido deformado, si es calentado por encima de su temperatura de transición (ya sea por corriente eléctrica o una fuente externa), la aleación recupera su forma predeterminada deshaciendo la deformación previa.

La razón por la que el nitinol presenta esta propiedad es que se trata de una transformación de fase cristalina, entre una de alta simetría y orden (austenita), en la que se presenta una estructura de cristal cúbico de cuerpo centrado B_2 , y otra de baja simetría y menor orden (martensita), donde se tiene una estructura de cristal monoclinica B_{19} . En algunas publicaciones se muestra la existencia de otra fase cristalina en algunas aleaciones de nitinol. Esta fase consiste en premartensita conocida como fase R, con simetría romboédrica que aparece durante la transformación [123] [124]. Esta nueva fase es termoelástica y martensítica, por lo que da lugar al efecto de memoria de forma y la superelasticidad.

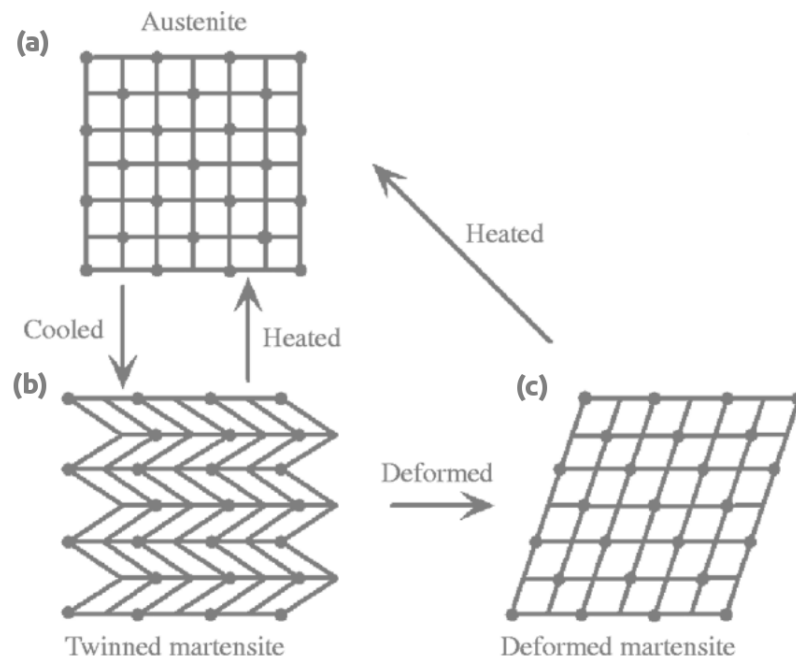


Figura 5.4: Fases de una SMA. (a) Austenita. (b) Martensita maclada. (c) Martensita demaclada. Cortesía de Asua [125].

En la Figura 5.4 se observa el porqué de esta deformación, donde cada cuadro representa un grano del material con sus respectivos límites. Los granos se orientan simétricamente a lo largo de los límites de grano, dando lugar a una estructura muy organizada [126]. Esta configuración permite el cambio del enrejado interno de cada grano, al mismo tiempo que se mantiene la misma interfase con los granos adyacentes. Es por esta razón por la cual las SMA pueden experimentar deformaciones macroscópicas mientras la estructura microscópica mantiene su orden.

El **efecto de memoria de forma** que se resume en la figura anterior, se describe de la siguiente forma: enfriando desde austenita (Figura 5.4(a)), se forman las variantes de martensita autoacomodadas (Figura 5.4(b)). Las fronteras de maclado migran durante la deformación, dando lugar a una distribución preferente de las variantes de martensita (o en el caso extremo mostrado en la Figura 5.4(c), una única variante). Sin importar la distribución de las variantes de martensita, sólo hay una posible estructura reversible (la de la (Figura 5.4(a)), y con la reversión a austenita debe volver a la forma original [105]. Por ello, la acomodación de forma debida a los movimientos de la frontera de maclado puede realizarse solamente por una estructura martensítica menos simétrica y, cuando la austenita, de estructura más simétrica, reaparece, la deformación por maclado debe también desaparecer [127].

No existe una determinada temperatura de transformación, sino un rango de temperaturas denominadas **Temperaturas de Transformación** fundamentales que caracterizan estas aleaciones [128], como se observa en la Figura 5.5. En el proceso de enfriamiento, la primera de estas temperaturas es la de inicio de transformación martensítica (M_s), a partir de la cual se empieza a formar martensita por temperatura. Esta transformación termina a medida que decrece la temperatura a una cercana a M_f (temperatura final de transformación martensítica). Los otros dos valores característicos son la temperatura de inicio de transformación austenítica (A_s) y final de austenita (A_f). La formación de esta fase austenita comienza a medida que la aleación durante el calentamiento alcanza la temperatura A_s . En este momento se comienza a formar una estructura cristalina cúbica centrada en las caras que se termina de formar en A_f . Por otro lado se define pico de austenita (A_p) y de martensita (M_p) como aquella temperatura a la cual se ha transformado el 50 % del material.

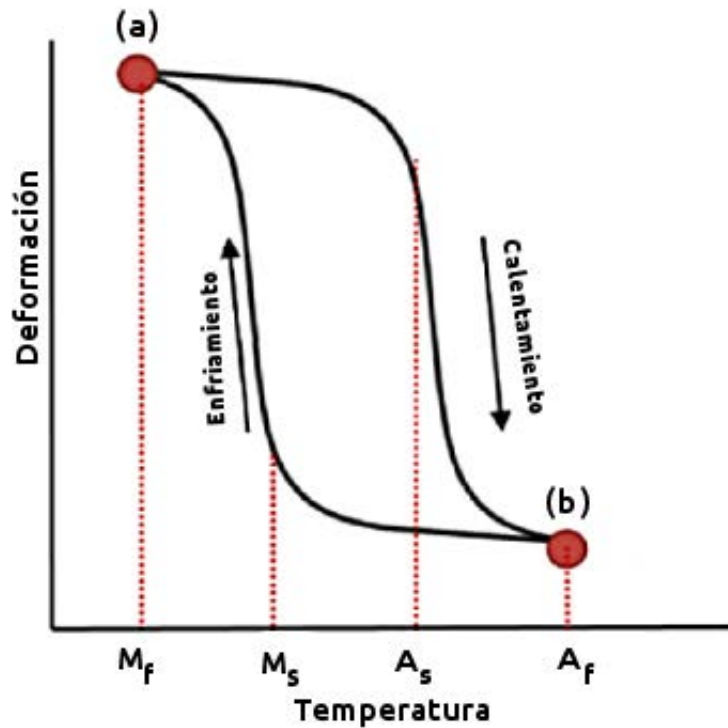


Figura 5.5: Temperaturas de transformación para una SMA. (a) Final transformación martensítica. (b) Final transformación austenítica.

La transformación de la estructura cristalina de la SMA durante el efecto de memoria de forma, no es un proceso termodinámicamente reversible, ya que debido a fricciones internas y a la aparición de defectos estructurales, se da una disipación de energía. La consecuencia de estas irreversibilidades es la aparición de **histéresis** en su comportamiento, lo cual hace que su manejo sea complejo y requiera de una estrategia de control muy bien definida.

5.2.1. Memoria de forma simple

El efecto memoria de forma es el que se describe en la Figura 5.6, donde no hay cambio en la forma de un elemento que se ha enfriado desde por encima de A_f a por debajo de M_f . Cuando este elemento se deforma a una temperatura inferior a M_f permanecerá con esta forma hasta que se caliente. La recuperación de la misma comenzará en A_s y se completará en A_f . Una vez que el elemento ha recuperado su forma en este punto, no habrá más cambios en la misma enfriándolo por debajo de M_f , o lo que es lo mismo, el efecto memoria de forma sólo ocurre una vez. Estas

deformaciones pueden alcanzar valores de hasta el 10 % en aleaciones SMA.

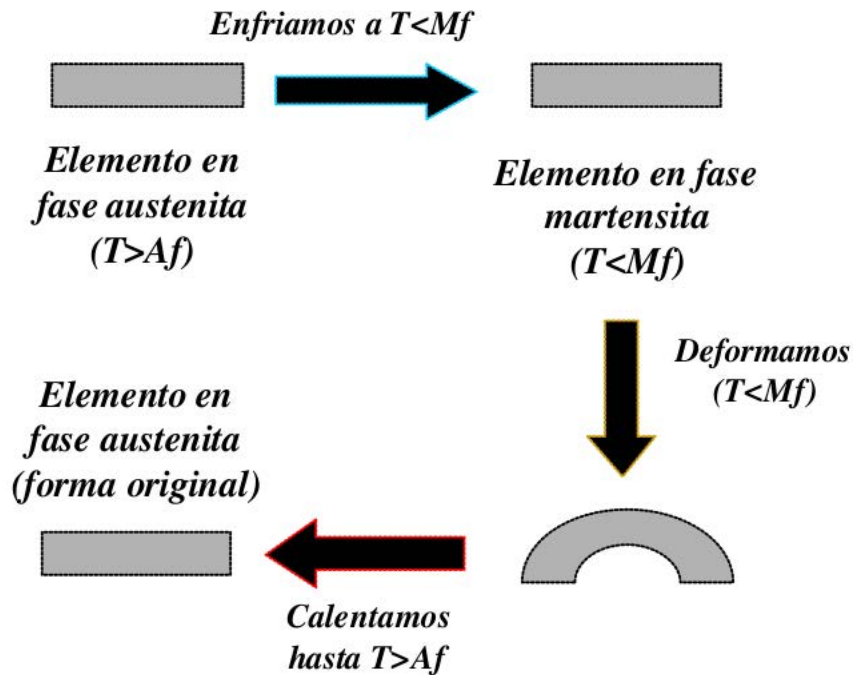


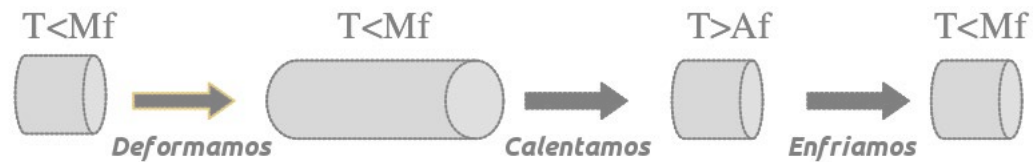
Figura 5.6: Efecto de memoria de forma. Cortesía de Flor [105].

5.2.2. Doble efecto memoria de forma

El efecto doble memoria de forma se representa en la Figura 5.7, donde un elemento que se encuentre contraído, si es calentado recuperará su forma original extendida, por encima de A_f , pero este efecto hace que su forma contraída se vuelva a recuperar una vez se enfríe por debajo de M_f . Este proceso se puede repetir indefinidamente hasta que el material *memorice* otra configuración.

Para conseguir este efecto de doble memoria, se necesita someter la SMA a un tratamiento térmico de adiestramiento [129] [130]. Este proceso consiste en inducir microtensiones en el material que tienden a perjudicar la nucleación y crecimiento del grano de la martensita, causando que algunas variantes se formen preferentemente. Al final, lo que se hace es someter numerosas veces al ciclo de memoria simple, con lo que el material consigue recordar ambas formas.

Efecto Memoria de forma simple



Efecto Doble Memoria de forma

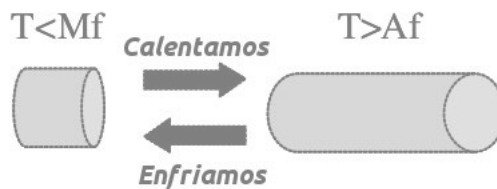


Figura 5.7: Efecto de memoria de forma simple vs doble por cortesía de Flor [105].

5.3. Efectos de la carga las transformaciones de fase

Además de la memoria de forma debida a la temperatura, en las SMA también se produce otro fenómeno llamado *superelasticidad*, mediante el cual se puede cambiar el punto de inicio de transformación martensítica M_s y por lo tanto acelerar su proceso sólo aplicando una tensión a la misma.

5.3.1. Superelasticidad

La *superelasticidad* es un fenómeno [131] que refiere a la habilidad del NiTi de volver a su forma original una vez retirada la carga que ha producido la deformación, parecido a la reacción que sufriría una goma elástica. Este fenómeno se produce por una formación de martensita debido a la carga a una temperatura mayor que M_s . Esta martensita se forma de forma paralela a la dirección de la carga aplicada. Cuando se retira la carga, la martensita se transforma de nuevo en austenita y la muestra recupera su forma original. Por ello se concluye que la carga es la encargada de producir la transformación en vez de la temperatura.

Esta martensita, se denomina *martensita inducida por tensión (SIM)*, y la temperatura de su formación variará con la temperatura linealmente por encima de

M_s . Este fenómeno sigue la ecuación de Clausius-Clapeyron (5.1).

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta H}{\Delta V} \quad (5.1)$$

Donde P es la presión, T es la temperatura, ΔH el calor latente de transformación, y ΔV el cambio volumétrico en la transformación. También podemos expresar la ecuación anterior como:

$$\frac{d\sigma}{dM_s} = -\frac{\Delta H}{\varepsilon_0} \quad (5.2)$$

Donde σ es la tensión aplicada, M_s la temperatura de formación de martensita y ε_0 la deformación de transformación a lo largo de la tensión aplicada. Esta *dificultad* para producir martensita por tensión, aumenta con la temperatura hasta M_d , que es la temperatura más alta a la cual se podrá obtener.

Representando esta relación en forma de gráfica tensión-temperatura, llamado **ratio de tensión** se obtiene la Figura 5.8, donde se observa el cambio de las temperaturas de transformación en función de la tensión aplicada.

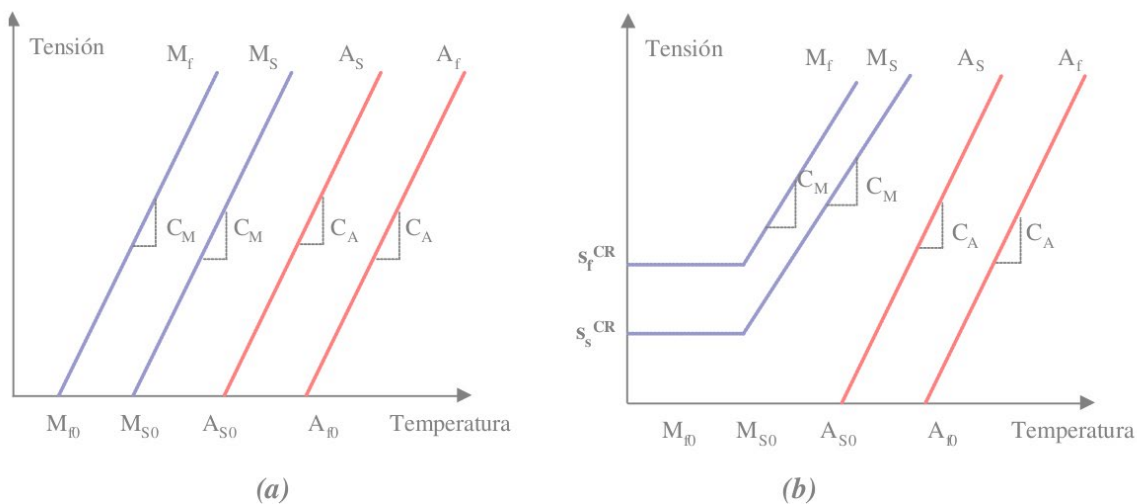


Figura 5.8: Diagrama tensión-temperatura. Variación de las temperaturas de transformación por encima de M_s (a), y por debajo (b) Cortesía de Flor [105].

5.4. Ventajas y desventajas de las SMA

Los actuadores basados en SMA suponen una alternativa a los actuadores convencionales, especialmente para su uso en sistemas robóticos. La característica que los hace muy atractivos es la relación fuerza-peso tan elevada que presentan. Un sistema de actuación basado en SMA se compone del actuador en sí, más un sistema de calentamiento y enfriamiento. El calentamiento se suele conseguir mediante una fuente externa de calor, o bien aportando una corriente eléctrica. Otra ventaja es su funcionamiento totalmente silencioso.

Como todo sistema de actuación, también presentan desventajas, entre las que se encuentran su pequeña eficiencia, ya que la conversión entre la energía térmica proporcionada y el trabajo producido es muy mala. Considerando al actuador como una máquina térmica, su eficiencia será menor que la del ciclo de Carnot trabajando entre esas temperaturas, o lo que es lo mismo, menor al 10% [132]. Además el ancho de banda de operación es bastante pequeño, lo que significa que son actuadores lentos en completar un ciclo de actuación. Este tiempo depende principalmente del enfriamiento del material.

La principal desventaja que presentan es su baja elongación, ya que rara vez se trabaja con contracciones mayores al 5% con Nitinol. Esto significa que los sistemas de actuación necesarios para generar un movimiento amplio deben ser diseñados para ampliar esta pequeña contracción, lo que conllevará a un aumento del tamaño final del sistema completo. Por último, otra de las desventajas es la dificultad de controlarlas, ya que el su elevada histéresis hace que la deformación, temperatura o transferencia de calor sean fenómenos no lineales.

5.5. Simulación del comportamiento de la SMA

En esta sección se propone un modelo matemático del comportamiento de un actuador SMA para su uso en tareas de simulación de sistemas de control. Para ello se plantea el modelo propuesto por [133] en el cual, mediante un análisis de los flujos de energía dentro y fuera del actuador, se plantea un modelo que simula la respuesta de los hilos SMA. Hay numerosas variables que tienen un impacto directo sobre este comportamiento, tales como la geometría, carga, condiciones ambientales, etc. que se podrán modificar una vez establecido el modelo, que a su vez servirá de base para los capítulos respectivos.

5.5.1. Balance energético

La activación de la SMA queda definida solamente por la velocidad de enfriamiento y calentamiento del material. Por otro lado hay numerosos factores que determinan el comportamiento dinámico del actuador tales como: la composición química, la geometría, las temperaturas de transformación, la posición dentro del ciclo de histéresis y el ancho del mismo, la corriente eléctrica suministrada y su forma, la carga mecánica y las condiciones ambientales. Estos parámetros son especialmente importantes si la intensidad de corriente tiene un perfil que varía con el tiempo, así como condiciones variables de carga, y por ello no se pueden despreciar ni hacer simplificaciones, sino que para caracterizar el comportamiento de la SMA se deben considerar todos los flujos de energía que pasan a través de la frontera, como se observa en la Figura 5.9.

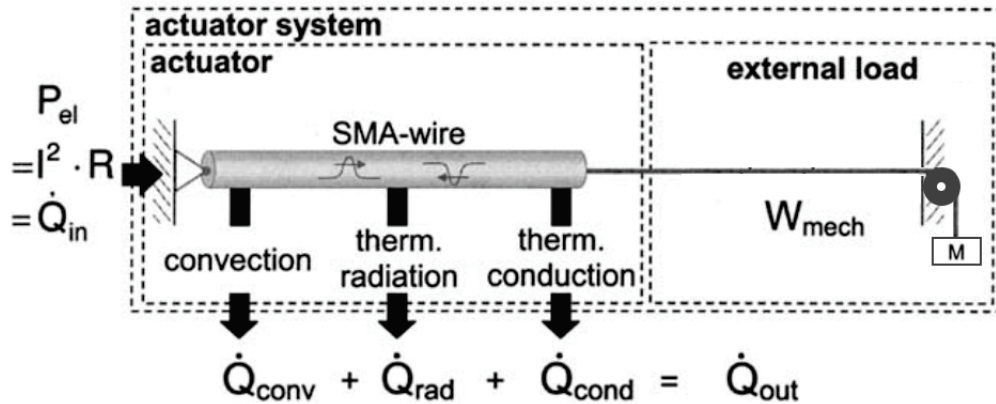


Figura 5.9: Balance energético en la SMA. Por cortesía Meier et al.[133].

La única fuente de energía durante la etapa de calentamiento es la fuente externa de corriente, que calienta la resistencia eléctrica de la SMA R_{el} . La baja influencia de la conducción debido al crimpado del hilo se puede despreciar. De acuerdo con la primera ley de la termodinámica, la ecuación de estado para la energía interna del actuador resulta de las siguientes relaciones de calentamiento y enfriamiento:

Calentamiento:

$$c_p \rho V_W \frac{dT_W}{dt} + h F_W (T_W - T_\infty) + \epsilon_m \sigma_{rad} F_W (T_W^4 - T_\infty^4) + \rho V_W \Delta H \left| \frac{d\xi}{dt} \right| + \frac{dW_{mec}}{dt} = I^2(t) R_{el} \quad (5.3)$$

Enfriamiento:

$$c_p \rho V_W \frac{dT_W}{dt} + h F_W (T_W - T_\infty) + \epsilon_m \sigma_{rad} F_W (T_W^4 - T_\infty^4) - \rho V_W \Delta H \left| \frac{d\xi}{dt} \right| - \frac{dW_{mec}}{dt} = 0 \quad (5.4)$$

Donde c_p es el calor específico, F_W la superficie de la SMA, I la corriente eléctrica, R_{el} la resistencia de la SMA, T la temperatura ambiente, T_W la temperatura del hilo, V_W el volumen, W_{mec} el trabajo mecánico, ΔH el calor latente de transformación, h el coeficiente de convección, ϵ_m la emisividad, ρ la densidad de la SMA, σ_{rad} la constante de Stefan-Boltzmann, ξ la fracción volumétrica de martensita.

Estas dos ecuaciones diferenciales de primer orden no pueden resolverse por métodos analíticos, por lo que la solución se debe calcular de forma numérica utilizando un método de aproximación.

5.5.2. Modelo numérico del sistema térmico

Las expresiones (5.3)-(5.4) y los parámetros relevantes del proceso se implementaron³ en MATLAB/SIMULINK® como se observa en la Figura 5.10. En este modelo todos los parámetros son modificables e importados de un fichero de constantes, el cual permite variar las condiciones de la simulación de forma muy flexible. Además, utilizando la metodología de bloques que ofrece el software utilizado, se pueden probar varias señales de entrada en intensidad, así como variar sus frecuencia y valores extremos. El coeficiente de convección natural utilizado es el que propone Yonas T. [134], obtenido de un ajuste experimental en condiciones similares a las que se utilizarán en la presente tesis.

Una vez ejecutado el modelo, se pueden obtener datos de cualquiera de las variables de estado del sistema, o adaptarlo a cualquier sistema de actuación para llevar a cabo las simulaciones pertinentes. Este modelo es el que se utilizará en las simulaciones de los métodos de control propuestos en la presente tesis sino se especifica lo contrario.

³Este trabajo fue realizado con la generosa colaboración de Álvaro Villoslada.

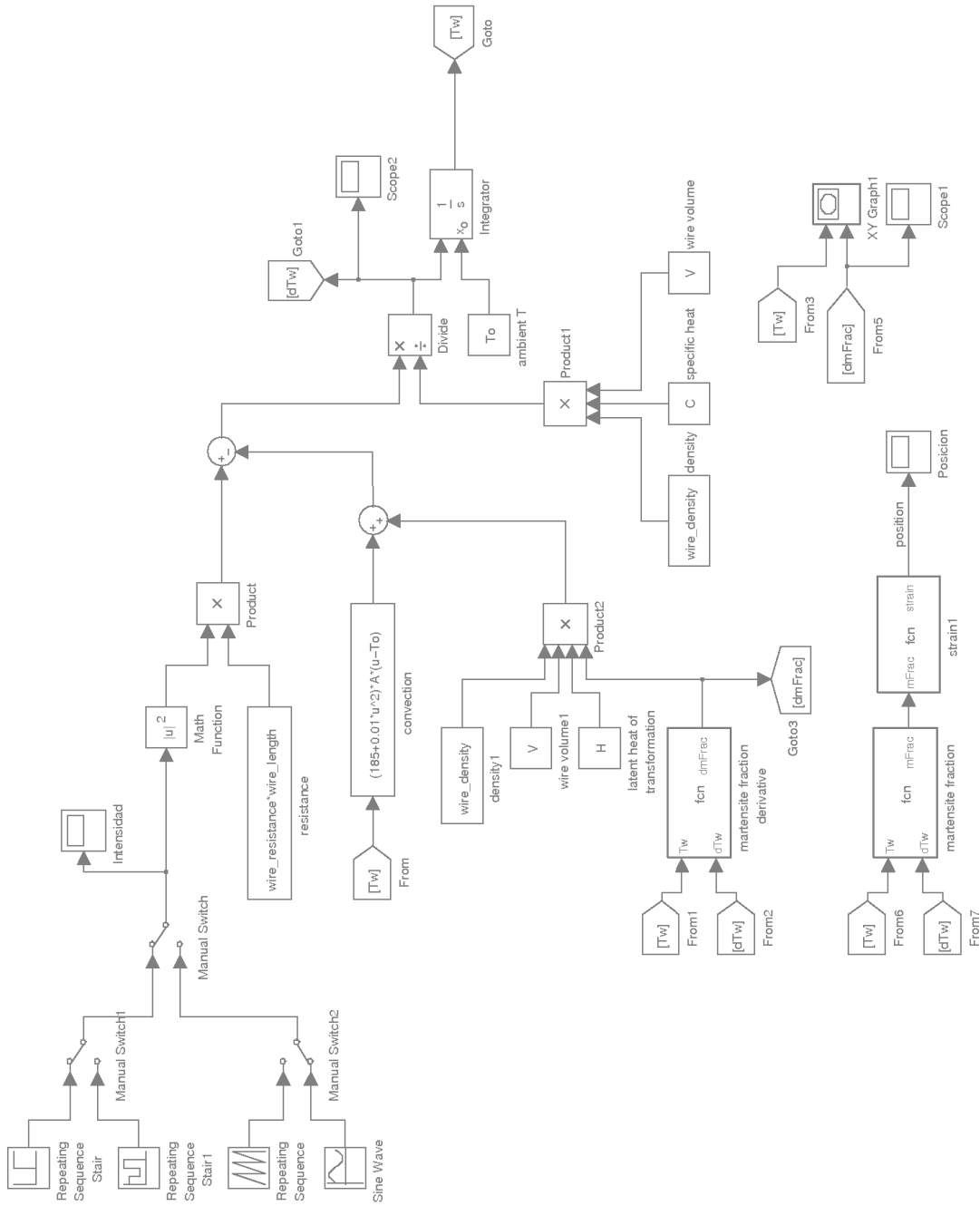


Figura 5.10: Modelo térmico de la SMA realizado en SIMULINK®.

5.6. Banco de pruebas

Para la realización de la presente tesis se desarrolló un banco de pruebas que permitiese probar todos los algoritmos de identificación y control, en una primera versión se construyó el que se observa en la Figura 5.11, que posteriormente evolucionó al mostrado en la Figura 5.12 (el usado en el desarrollo de esta tesis), y que permite el control de tres SMA simultáneas en tiempo real [135], así como el prototipado rápido de sistemas de control mediante el uso de una *toolbox* propia desarrollada para tal propósito⁴, utilizada en trabajos como el de Copaci [136] o Flores [137]. La SMA mueve un dedo robótico que a su vez recupera la posición mediante un muelle. Mediante este sistema, se probarán y validarán todos los algoritmos de control presentados durante la presente tesis. El banco permite probar varias configuraciones de actuadores SMA: actuador con una carga fija en su extremo móvil, SMA con un muelle de recuperación y la configuración agonista-antagonista de dos actuadores enfrentados (Figura 5.3(c)). Para la realización de todos los ensayos se utilizó la configuración con muelle recuperador sino se especifica lo contrario.

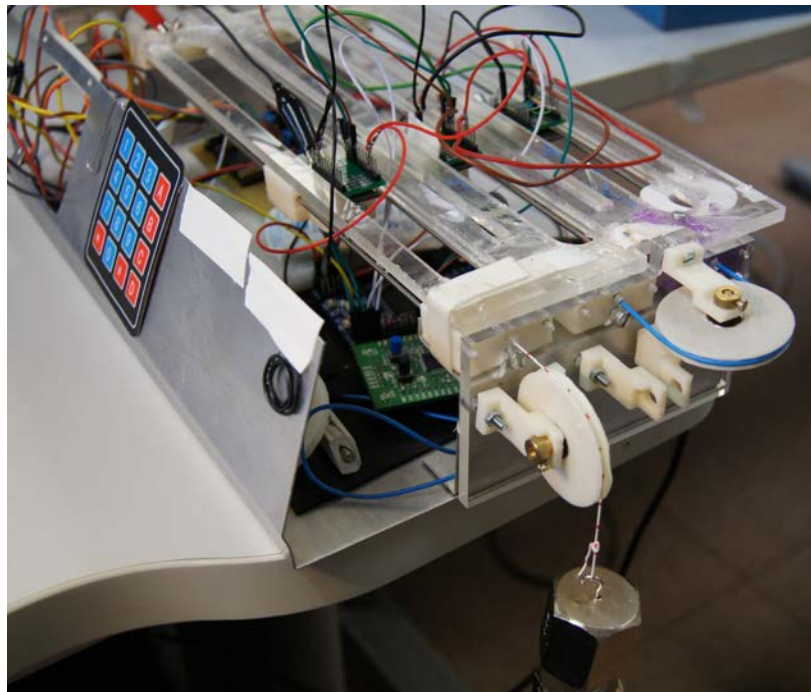


Figura 5.11: Banco de pruebas en su versión inicial.

⁴Parte del trabajo de investigación en el Robotics Lab de Antonio Flores, basado en el diseño y desarrollo de una metodología de prototipado rápido y test sobre el propio *hardware* de control.

Para medir la contracción del hilo, el banco dispone de un sensor magnético lineal basado en el efecto Hall, cuyo funcionamiento se basa en contar los pares de polos distintos que transcurren cuando hay un movimiento de esta tira magnética (Figura 5.13). Uno de los extremos del hilo SMA se encuentra fijo a la estructura del banco, mientras que el otro se encuentra crimpado a una parte móvil con una tira magnética sobre ella. Cuando el hilo se contrae, esta tira se desplaza, permitiendo al sensor cuantificarlo con una resolución de $0,488\mu\text{m}$ (Figura 5.14).

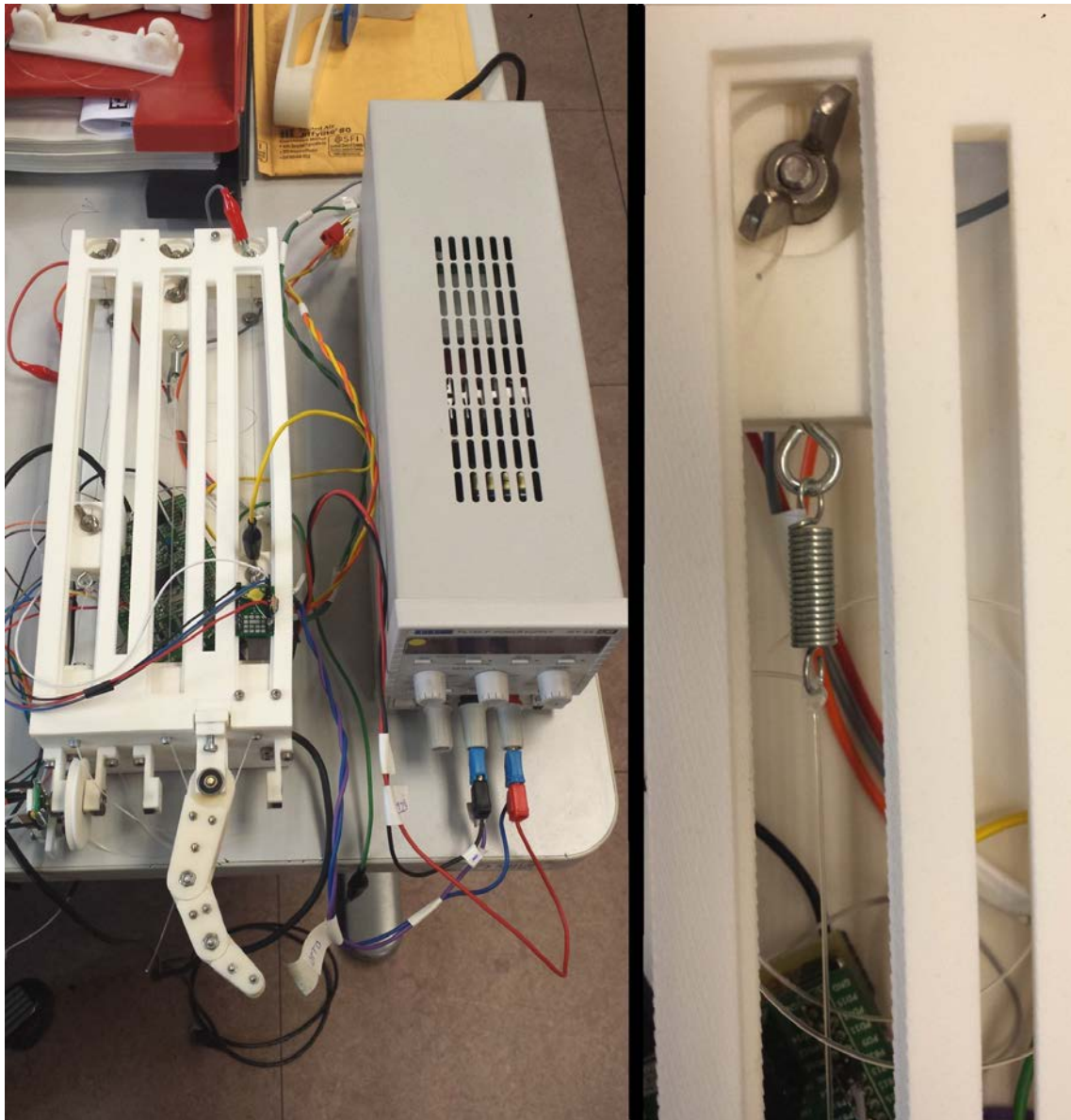


Figura 5.12: Banco de pruebas utilizado (izquierda). Detalle del muelle de recuperación (derecha).

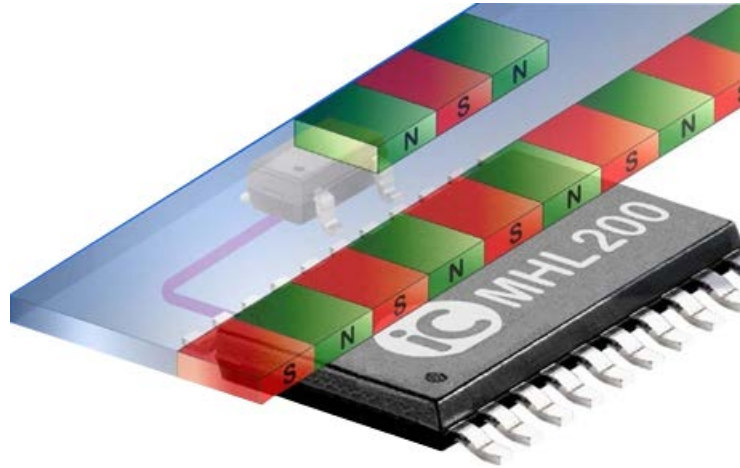


Figura 5.13: Sensor de posición lineal basado en el efecto Hall. Cortesía de iC-House GmbH.



Figura 5.14: Sensor de posición (izquierda) e hilo SMA crimpado (derecha).

Los sistemas de actuación se programan sobre un chip STM32F407 con un microcontrolador Cortex-M4 funcionando a 168MHz ⁵. La consigna de control se traduce finalmente a una señal PWM que regula la corriente que circula sobre el hilo SMA, calentándolo de este modo hasta alcanzar la contracción deseada. La programación y diseño de cualquier algoritmo de control se desarrollará mediante la programación visual Simulink[®] y la librería propia desarrollada para el hardware de control, lo que permite un rápido prototipado, generación de código y reducción de los tiempos de puesta en marcha sobre sistemas reales (Figura 5.15).

⁵Este tipo de hardware ya ha sido utilizado en otros proyectos del Robotics Lab, como la integración sobre una plataforma de sensores de presión [138][139].

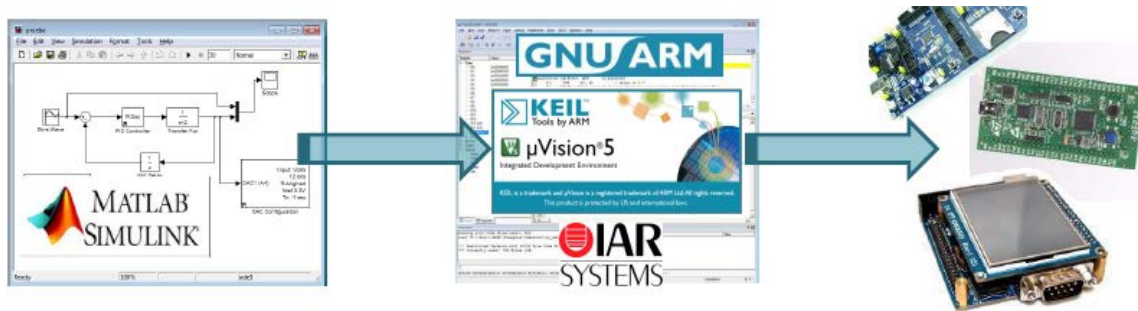


Figura 5.15: Método de modelado a través de Simulink®. De izquierda a derecha: generación del código necesario, compilación del mismo para el hardware de control y carga automática sobre la placa.

Capítulo **6**

Problema del Estado Inicial

Uno de los problemas que plantean este tipo de materiales con histéresis es conocer el estado en el que se encuentran inicialmente del ciclo de histéresis. Dependiendo de la historia de uso que hayan tenido, velocidades de enfriamiento, última tensión a la que fueron sometidas, número de ciclos, etc. su comportamiento será distinto. Es por estos motivos por los cuales es necesario partir desde un estado conocido, llamado *zero point* antes de iniciar cualquier procedimiento de identificación y/o control.

La técnica aplicada para esta *inicialización* consiste en aplicar una señal sinusoidal de amplitud decreciente y desplazada un *offset* determinado, como se observa en la Figura 6.1. Su necesidad de aplicación surgió por los numerosos problemas que se encontraron en las tareas de identificación, y en concreto por las diferencias que se encontraban al comparar ensayos en días diferentes, o sobre todo, en distintos hilos de SMA. Por ello se diseñó el siguiente proceso experimental de inicialización, cuya expresión matemática es la siguiente:

$$I(t)[A] = (at + b) \cdot \sin(\omega t) + C \quad (6.1)$$

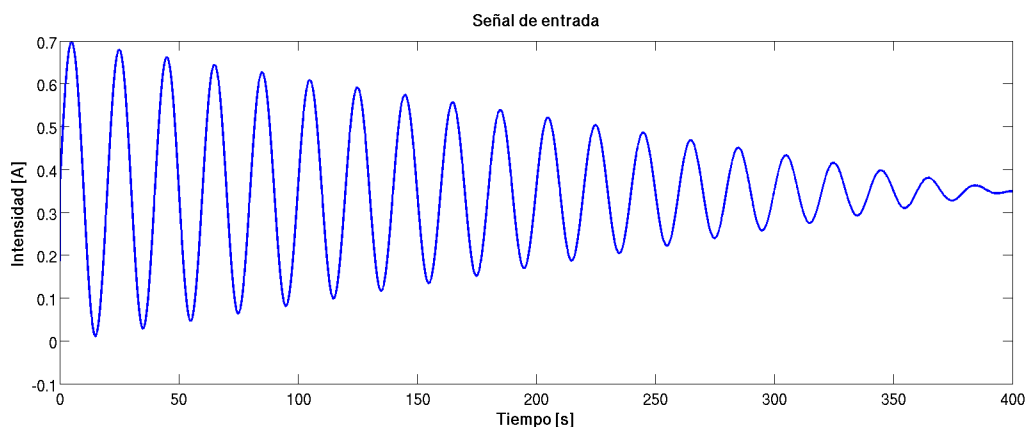


Figura 6.1: Señal de entrada para el proceso de inicialización.

Los parámetros a , b son los que corresponden a la amplitud de la señal sinusoidal, donde en función de la velocidad requerida para la inicialización se variarán en mayor o menor medida. Por otro lado ω es la velocidad de la señal.

La constante C es la que define el punto medio de trabajo de la SMA en intensidad. Para poder representar un ciclo con parte de subida y bajada, partiendo desde el origen, es necesario el cálculo o estimación de este punto. Por simplicidad se ha cogido el valor medio entre las intensidades máxima y mínima aplicadas, ya que

como primera aproximación es bastante acertada.

De forma más intuitiva, lo que se está haciendo es ir reduciendo los ciclos de histéresis que presenta el material hasta que se alcanza, en régimen permanente, el punto buscado que se observa en la Figura 6.2, donde la fibra SMA se encontraría lista para ejecutar cualquier tarea, ya sea de control o identificación.

Este proceso se ha realizado de forma muy lenta para evitar la aparición de otras no linealidades en el material, pero se puede acelerar bastante dependiendo de la aplicación. Para ello se debe proceder a variar las constantes a, b anteriores, así como ω , pero siempre se debe prestar especial atención a que la SMA realice al menos 2 o 3 ciclos completos. La aplicación de esta señal previa a cualquier ensayo de identificación hace que se normalicen los mismos, ya que así se tiene la certeza de partir siempre del mismo punto del ciclo de histéresis.

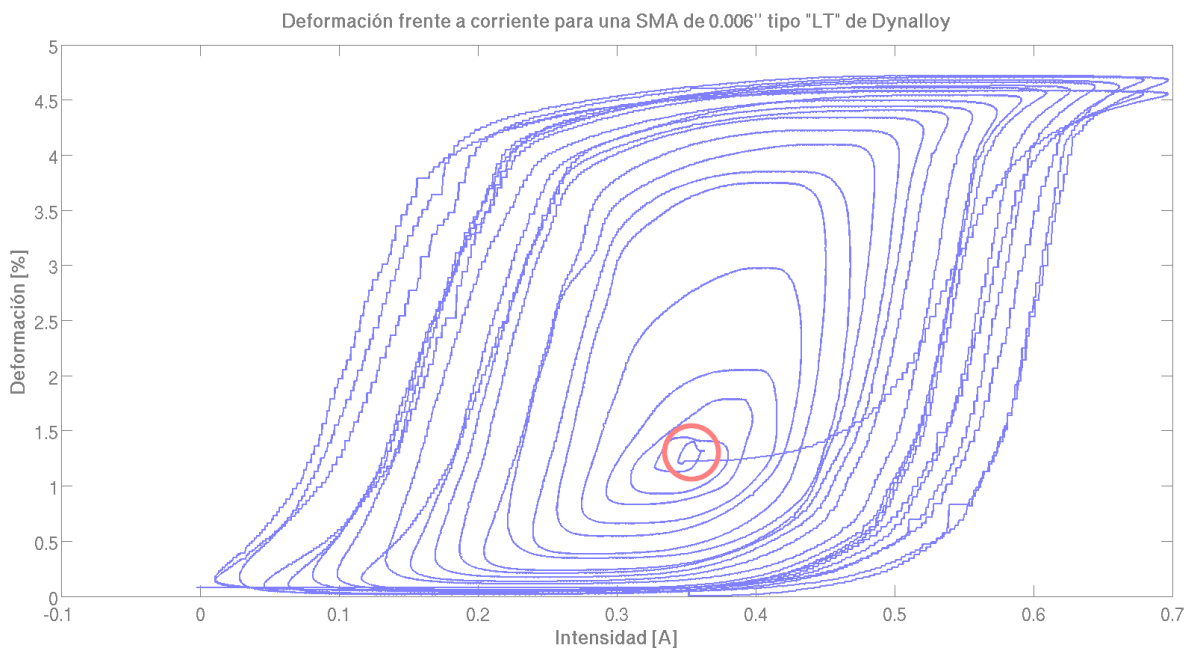


Figura 6.2: Búsqueda del punto inicial de partida del ciclo de histéresis (marcado en rojo).

Una vez se ha aplicado esta señal, se debe observar la temperatura final de la SMA, porque es posible no haber alcanzado un equilibrio y que ésta continúe subiendo por un exceso de frecuencia en la señal de entrada, es decir, podría suceder que los ciclos cada vez quedasen más desplazados a la parte superior derecha en la Figura 6.2. De otro modo, lo que se plantea, es que si la velocidad es

demasiado rápida, puede que la SMA no recupere lo suficiente, como se observa en la Figura 6.3. La frecuencia máxima de trabajo dependerá, en gran medida, del mecanismo de enfriamiento adoptado, o lo que es lo mismo, al equilibrio termodinámico en la SMA. A continuación se propone un estudio para establecer los valores, tanto de frecuencia como de intensidad necesarios para llevar a cabo la búsqueda del punto inicial.

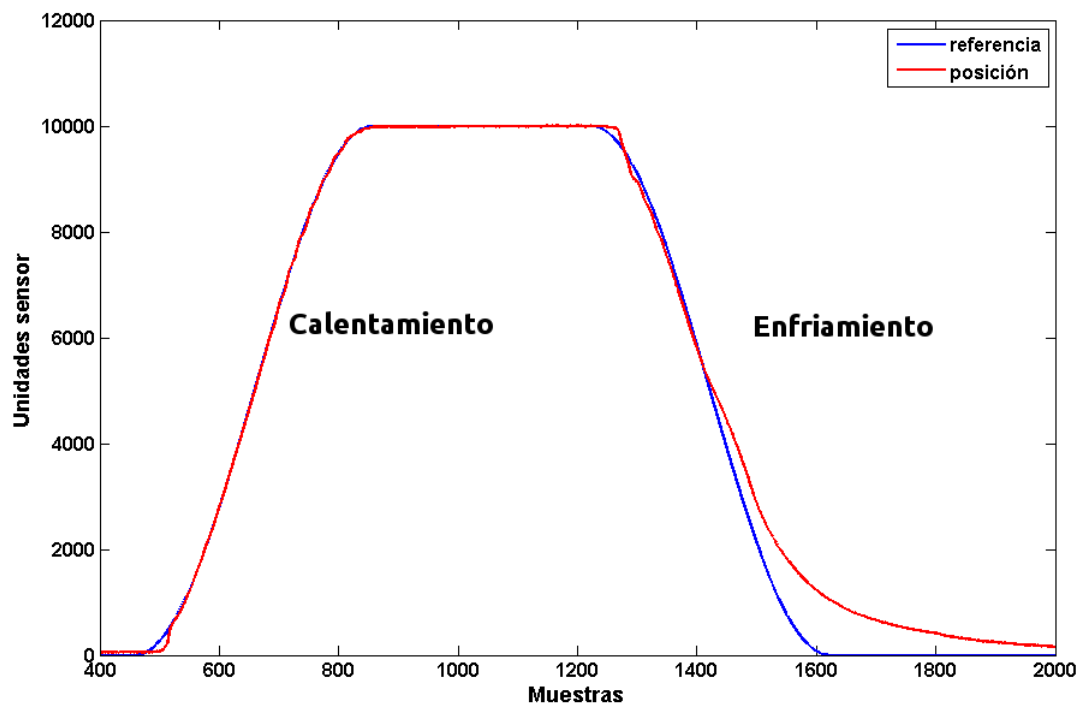


Figura 6.3: Calentamiento (0.5s) y enfriamiento (0.5s) de una SMA siguiendo a una señal de referencia hasta el 4% de contracción para una SMA Dynalloy de tipo "HT" de 0,15mm de diámetro.

6.1. Cálculos termodinámicos para la convección

La frecuencia máxima de trabajo está principalmente relacionada con la velocidad de enfriamiento debida a la convección de la SMA, es por ello por lo que se plantean unos cálculos termodinámicos previos para la estimación de la misma, aunque también se consideran otros fenómenos como la radiación. La pérdida de calor por conducción, entre el hilo y los mecanismos de crimpado se ha despreciado para el cálculo de dicha frecuencia, esto es debido al mínimo contacto que existe entre ambas superficies. Además, es conocido de antemano la escasa importancia que supone en fenómenos de transferencia de calor como el descrito, aunque no

obstante se mostrará un pequeño estudio del orden de magnitud del mismo. El balance energético térmico queda reflejado en la Figura 5.9.

6.1.1. Pérdida de calor por convección

La colocación de la SMA en todas las pruebas realizadas en esta tesis es en posición horizontal, esquemáticamente el banco de pruebas de la Figura 5.12 se representa en Figura 6.4 y por ello se aplican las correlaciones simplificadas siguientes [140] para calcular el coeficiente de convección h_{SMA} (en régimen de flujo laminar). Además se tomarán los parámetros y constantes del material presentes en el Apéndice C:

$$h_{SMA} = 1,18 \sqrt[4]{\frac{\Delta T}{d}} \left[\frac{W}{m^2 K} \right] \quad (6.2)$$

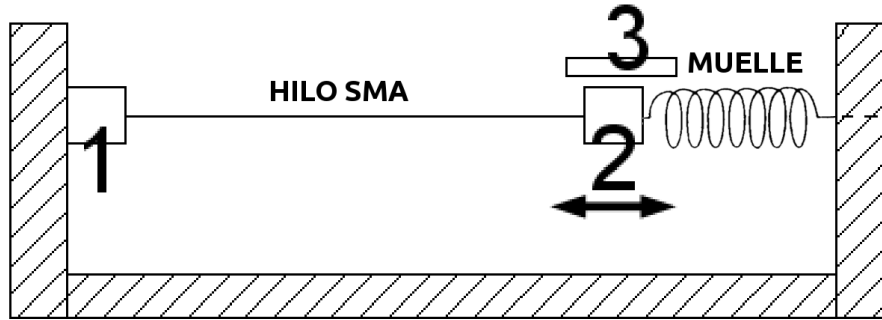


Figura 6.4: Banco de pruebas con la SMA en posición horizontal. 1. Parte fija. 2. Extremo móvil de la SMA. 3. Sensor lineal magnético.

Donde ΔT es la variación de temperatura media entre la SMA y el ambiente y d el diámetro de la SMA (para los ensayos se utiliza la de $0,15mm$). En vista de la Figura 6.5 se considerará $100^{\circ}C$ como la temperatura máxima que se alcanza para una SMA de tipo "HT", y como la mínima temperatura durante la etapa de inicialización se considerará $50^{\circ}C$, que según se observa, es la que recupera la SMA hasta aproximadamente el 0,25 % de deformación.

Entonces la temperatura media de la SMA se establece a $75^{\circ}C$, y la temperatura ambiente de $22^{\circ}C$, teniendo el actuador una longitud de $15cm$. Por lo tanto el coeficiente de convección promedio durante el enfriamiento resulta:

$$h_{SMA} = 1,18 \sqrt[4]{\frac{(75 - 22)}{0,15 \cdot 10^{-3}}} = 28,77 \left[\frac{W}{m^2 K} \right]$$

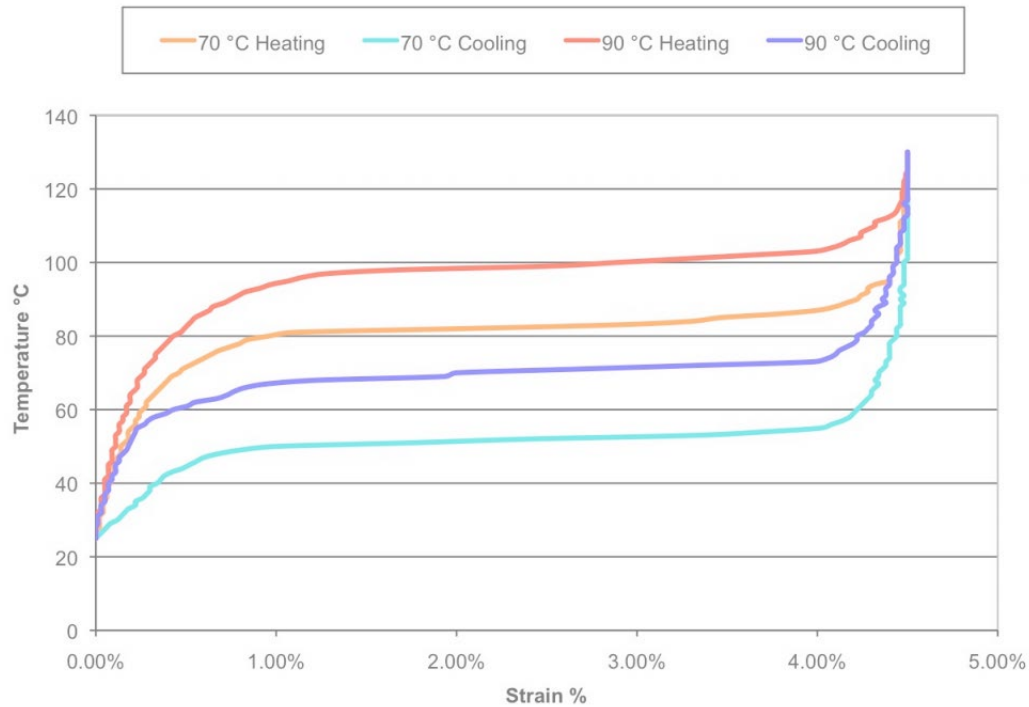


Figura 6.5: Temperatura frente a deformación para una SMA Dynalloy de tipo "LT" y de tipo "HT", comenzando en fase austenítica con una tensión de 172MPa. Cortesía de Dynalloy®[141].

Esta correlación es válida para flujos laminares en los cuales se cumplen las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} 10^{-6} < Ra_d < 10^9 \\ Pr > 0,5 \end{cases}$$

El número de Prandtl Pr es el que mide la relación entre las difusividades viscosa y térmica del fluido, y para el caso del aire se puede aproximar a 0,7.

Por otro lado se define el número de Grashof Gr como el que mide la relación entre las fuerzas de flotabilidad y las viscosas del fluido según la siguiente expresión:

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_{SMA} - T_{\infty}) \cdot D^3}{\nu^2} \quad (6.3)$$

Donde:

- g es la aceleración de la gravedad.

- β es el coeficiente de expansión térmica, que para gases ideales se puede aproximar a $\frac{1}{T_\infty}$, donde T_∞ es la temperatura media del aire que rodea a la SMA y se aproximará a $25^\circ C$.
- T_{SMA} es la temperatura media de la SMA, y se considerará de $75^\circ C$.
- D es el diámetro de la SMA.
- ν es la viscosidad cinemática del aire. A la temperatura de $25^\circ C$ ($298K$) se puede aproximar a $1,55 \cdot 10^{-5} \left[\frac{m^2}{s} \right]$

Sustituyendo en la expresión (6.3), se obtiene:

$$Gr = \frac{9,8 \cdot (75 - 25) \cdot (0,15 \cdot 10^{-3})^3}{298 \cdot (1,55 \cdot 10^{-5})^2} = 23,10 \cdot 10^{-3}$$

Para calcular el número de Rayleigh Ra , se debe establecer:

$$Ra = Gr \cdot Pr \quad (6.4)$$

Sustituyendo los resultados anteriores se obtiene:

$$Ra = 0,7 \cdot 23,10 \cdot 10^{-3} = 16,17 \cdot 10^{-3}$$

Lo cual indica la validez de la correlación propuesta. No obstante, la expresión (6.2), es una simplificación de la propuesta por Churchill & Chu [142], y debido al número de Rayleigh tan bajo para el proceso de convección, así como el diámetro minúsculo del SMA, se va a calcular de esta forma más precisa el número de Nusselt [143]:

$$\overline{Nu}_D = \left[0,60 + \frac{0,387 \cdot Ra_D^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right]^2 \quad (6.5)$$

La cual es válida para condiciones de flujo laminar, con temperatura de superficie constante y:

$$\begin{cases} 10^{-5} < Ra_d < 10^{12} \\ Pr > 0,5 \end{cases}$$

Sustituyendo se obtiene:

$$\overline{Nu}_D = \left[0,60 + \frac{0,387 \cdot (16,17 \cdot 10^{-3})^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{0,7} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right]^2 = 0,5797$$

Por otro lado y aplicando la expresión que relaciona el número de Nusselt con la convección (6.6), donde k_f denota la conductividad térmica del fluido, que para el aire se aproxima a $0,02 \left[\frac{W}{K \cdot m} \right]$.

$$Nu_D = \frac{h_{SMA} \cdot D}{k_f} \quad (6.6)$$

Despejando se obtiene el coeficiente de convección:

$$h_{SMA} = \frac{0,5797 \cdot 0,02}{0,15 \cdot 10^{-3}} = 77,29 \left[\frac{W}{m^2 K} \right]$$

Este nuevo coeficiente será el que se utilice en lo restante en lugar del simplificado. Experimentalmente, en [134], se propone la siguiente curva de ajuste para el coeficiente de convección:

$$h = 185 - 0,02 \cdot T^2 \left[\frac{W}{m^2 K} \right] \quad (6.7)$$

Siendo T [$^{\circ}C$] la temperatura de la SMA. Para la temperatura considerada, esta aproximación resulta:

$$h = 185 - 0,02 \cdot 75^2 = 72,5 \left[\frac{W}{m^2 K} \right] \quad (6.8)$$

La similitud entre los resultados experimentales y el calculado teóricamente valida los cálculos que se han realizado, y por lo tanto serán los utilizados en lo restante.

Para el caso de una SMA con temperatura de transformación más baja (tipo "LT"), repitiendo los cálculos de manera similar, se obtiene un coeficiente de convección un 1 % más pequeño, que a efectos prácticos se considerará igual.

Una vez determinada la constante de convección, se procede a calcular el flujo de calor que se pierde por el fenómeno de convección según la Ley de Enfriamiento de Newton:

$$\frac{dQ}{dt} = \dot{Q}_{CONV} = hA_S(T_{SMA} - T_{\infty}) \quad [W] \quad (6.9)$$

Donde:

- h es el coeficiente de convección del proceso, calculado anteriormente.
- A_S es el área de la SMA en contacto con el aire.
- T_{SMA} es la temperatura media de la SMA, y se considerará de $75^{\circ}C$.
- T_{∞} es la temperatura media del aire que rodea a la SMA y se se aproximará a $25^{\circ}C$.

Despejando en (6.9) se obtiene:

$$\dot{Q}_{CONV} = 27,32 \cdot 10^{-2} [W]$$

Para el tipo de SMA "LT" este valor es un 15 % menor.

6.1.2. Pérdida de calor por radiación

La ley que rige la pérdida de calor neta por radiación es la de Stefan-Boltzmann, la cual se expresa de la siguiente forma:

$$P = \dot{Q}_{RAD} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_S \cdot (T_{SMA}^4 - T_{\infty}^4) \quad [W] \quad (6.10)$$

Donde:

- ε es la emisividad de la superficie SMA, que se aproxima a 0,85.
- σ es la constante de Stefan-Boltzmann: $5,67 \cdot 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2K^4} \right]$
- A_S es el área de radiación (área de la SMA en contacto con el aire).
- T_{SMA} es la temperatura media de la SMA, y se considerará de $75^{\circ}C$.
- T_{∞} es la temperatura media del aire que rodea a la SMA y se se aproximará a $25^{\circ}C$.

Despejando en (6.10) se obtiene:

$$\dot{Q}_{RAD} = 23,10 \cdot 10^{-3} [W]$$

Para el tipo de SMA "LT" este valor es un 18 % menor.

6.1.3. Pérdida de calor por cambio de fase

Durante el enfriamiento, además de los dos procesos anteriores se produce un cambio de fase de la aleación Níquel-Titanio de fase austenita a martensita. Este cambio de fase lleva asociado un calor latente de transformación de $L_t = 24,16 \left[\frac{J}{g} \right]$.

6.1.4. Tiempo mínimo de enfriamiento natural

Según las ecuaciones (6.9)-(6.10), realizando las simplificaciones pertinentes se puede establecer la siguiente ley de enfriamiento sin tener en cuenta el cambio de fase:

$$\varepsilon \cdot \sigma \cdot A_S \cdot (T_{SMA}^4 - T_{\infty}^4) \cdot t_{enf} + h A_S (T_{SMA} - T_{\infty}) \cdot t_{enf} = \rho \cdot V \cdot C_e \cdot \Delta T \quad (6.11)$$

Donde:

- ρ es la densidad de la SMA y se toma como valor $6,45 \left[\frac{g}{cm^3} \right]$
- V es el volumen de la SMA.
- $C_e = 836 \left[\frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \right]$ es el calor específico de la SMA.
- ΔT es la variación de temperaturas que sufre la SMA durante el enfriamiento, y se tomará como $50^\circ C$
- Se considerará que el diámetro de la SMA no cambia con la contracción y su longitud es también constante e igual a $15cm$.

Sustituyendo, se obtiene:

$$23,10 \cdot 10^{-3} \cdot t_{enf} + 27,32 \cdot 10^{-2} \cdot t_{enf} = 71,47 \cdot 10^{-2}$$

$$t_{enf} = 2,41s$$

Ahora se va a calcular el tiempo necesario para que se de el cambio de fase, o de otro modo, el tiempo necesario para que se extraiga de la SMA el calor suficiente para terminar el cambio de fase de austenita a martensita:

$$\varepsilon \cdot \sigma \cdot A_S \cdot (T_{SMA}^4 - T_{\infty}^4) \cdot t_{cphase} + hA_S(T_{SMA} - T_{\infty}) \cdot t_{cphase} = \rho \cdot V \cdot L_t \quad (6.12)$$

Sustituyendo se obtiene:

$$23,10 \cdot 10^{-3} \cdot t_{cphase} + 27,32 \cdot 10^{-2} \cdot t_{cphase} = 41,31 \cdot 10^{-2}$$

$$t_{cphase} = 1,39s$$

La suma de estos dos tiempos se considera como el total para enfriar la SMA, y resulta de $t_{tot} \approx 3,8s$. Además se concluye que el enfriamiento viene determinado en un 92% por fenómenos de convección, mientras que en un 8% por los debidos a radiación, lo cual indica la importancia de fenómenos convectivos en cualquier proceso de enfriamiento al que esté sometido la fibra SMA, frente a otros mecanismos (en presencia de atmósfera).

Para el tipo de SMA "LT" este tiempo es un 17% mayor aproximadamente.

Las temperaturas que definen la transformación martensita-austenita [144] son A_s, A_f, M_s, M_f . Las cuales indican las temperaturas de inicio y las de final de las respectivas transformaciones tanto durante la fase de calentamiento como en la de enfriamiento, como se puede observar en la Figura 6.6.

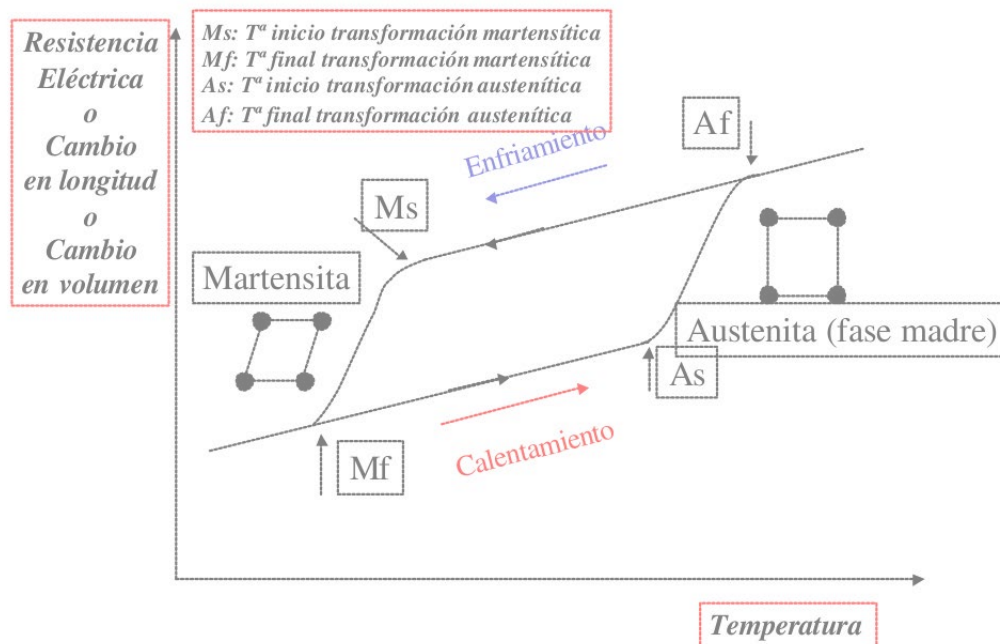


Figura 6.6: Temperaturas de inicio (A_s , M_s) y final (A_f , M_f) de la transformación austenita-martensita. Cortesía de Flor [105].

Por lo tanto el tiempo principal que define la frecuencia de trabajo será el que está determinado como el necesario para enfriar la SMA de la temperatura A_f a M_s , ya que una vez se llega a esta temperatura, la transformación con la SMA *carregada* se produce más rápido de lo calculado anteriormente por los fenómenos que se detallan a continuación.

Por otro lado, hay factores como el de la **superelasticidad**, ya explicado en la sección 5.3.1 que reducen este tiempo de enfriamiento principalmente por dos motivos:

- Generación de martensita a una temperatura más alta, lo cual hace que la temperatura de inicio de transformación sea más alta, y por lo tanto el tiempo para alcanzarla sea menor en el enfriamiento (Figura 5.8).
- Cambio de fase más rápido al producirse a mayor temperatura y por lo tanto a mayor enfriamiento por convección. $t'_{cfase} < t_{cfase}$

En vista de los resultados queda claro que la temperatura más importante y la que define la frecuencia máxima es la de cambio de fase, ya que una vez se ha alcanzado la transformación sucederá de forma rápida. El tiempo crítico, será aquel

que transcurre desde que la SMA comienza a enfriarse hasta que se llega a la temperatura de transformación. Para el caso estudiado, se considera de $1,39s$, aunque si el cambio de fase se realizara a mayor temperatura, este valor se vería reducido.

Además es importante calcular el tiempo necesario, para disminuir la SMA a la temperatura M_s de $80^\circ C$ desde $100^\circ C$, procedente de una contracción al 4% y añadirlo a los calculados anteriormente:

$$t_{enf} = \frac{\rho \cdot V \cdot C_e \cdot \Delta T}{hA_S(T_{SMA} - T_\infty) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_S \cdot (T_{SMA}^4 - T_\infty^4)} \quad (6.13)$$

Despejando se obtiene:

$$t_{enf} = \frac{28,58 \cdot 10^{-2}}{35,52 \cdot 10^{-2} + 32,29 \cdot 10^{-3}} = 0,73s$$

Si se añaden todos los tiempos necesarios de enfriamiento:

$$t_{tot} = 0,73s + 1,39s + 2,41s = 4,53s$$

En vista de este resultado, la frecuencia de trabajo en los ensayos de identificación deberá ser inferior a $0,25Hz$ (para esta SMA).

6.2. Pérdida de calor por conducción

Aunque para el propósito que se estudiará en lo restante este fenómeno carece de importancia, para otros entornos como misiones espaciales puede llegar a ser el principal mecanismo de transferencia de calor. Esta pérdida de energía térmica se debe al método de crimpado que se observa en la Figura 6.7, donde la SMA se introduce por un agujero pasante en un tornillo, que a su vez está prensada por medio de dos arandelas apretadas por una rosca de tipo mariposa.

Se puede simplificar el esquema de enfriamiento de este método a sólo una pérdida de flujo de calor por la longitud existente entre el centro del agujero pasante y el borde de la arandela, ya que el calor que se pierde por la cabeza y final del tornillo se puede despreciar al presentar una resistencia térmica mucho más elevada.

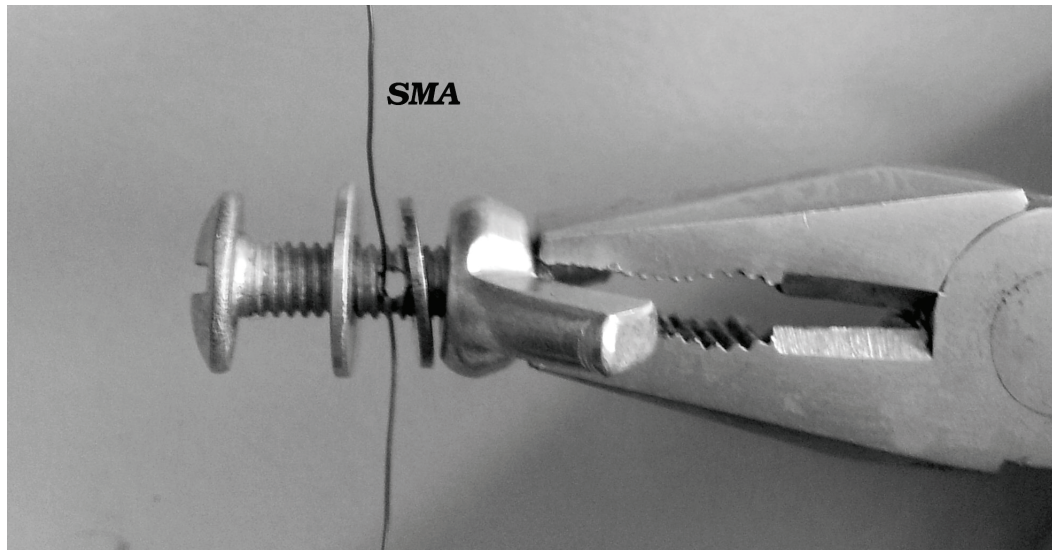


Figura 6.7: Método de crimpado de la SMA, mediante un agujero pasante en un tornillo y presionado por dos arandelas.

Si se aplica el principio de las resistencias térmicas para calcular el flujo de calor perdido por este fenómeno, se puede establecer el siguiente circuito térmico Figura 6.8.

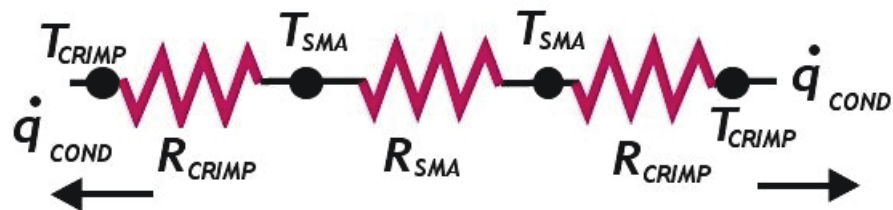


Figura 6.8: Esquema de resistencias térmicas para la pérdida de calor por conducción.

Si se establece la temperatura de la SMA en los extremos del crimpado interno a $70^{\circ}C$, como temperatura media entre las temperaturas mínima y máxima de transformación, y un grado menor en la parte exterior¹ se puede concluir la siguiente ley de transferencia de calor de Fourier [143]:

$$\dot{q} = k_{CRIMP} \cdot \frac{(T_{SMA} - T_{CRIMP})}{L_{CRIMP}} \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (6.14)$$

¹No se pudo medir con mayor exactitud, pero en la práctica hasta no alcanzar el régimen permanente, esta diferencia es bastante mayor. Para otras aplicaciones, como las espaciales, si es el principal mecanismo de transferencia de calor, se buscará aumentar esta diferencia (para conseguir trabajar a la mayor frecuencia posible del actuador).

Donde k_{CRIMP} es la conductividad térmica del material utilizado para crimpar la SMA y L_{CRIMP} la longitud de dicho material que hay entre la SMA y el ambiente. Se considerará el acero como material de crimpado, presentando una $k_{CRIMP} = 50 \left[\frac{W}{K \cdot m} \right]$, con una $L_{CRIMP} = 3mm$. Con lo cual, se concluye:

$$\dot{q}_{COND} = 50 \cdot \frac{(70 - 69)}{3 \cdot 10^{-3}} = 16,7 \cdot 10^3 \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

$$\dot{q}_{TOT} = 2 \cdot \dot{q}_{COND} = 33,4 \cdot 10^3 \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

$$\dot{Q}_{TOT} = \dot{q}_{TOT} \cdot A_{CONTACTO} = 46,7 \cdot 10^{-3} [W]$$

Este valor es un cálculo aproximado, para mejorarse debería de medirse con precisión las temperaturas en ambos lados del crimp, pero debido a su bajo valor respecto a la convección, se podría despreciar. No obstante para reducir las pérdida por conducción, en el caso de ser el mayor mecanismo de transferencia (caso de misiones espaciales), se podría cambiar el material de crimpado a un no conductor, con lo que se reduciría en un orden de magnitud este resultado.

6.3. Cálculo del punto medio de trabajo

Según se expresó en (6.1), se necesita estimar el punto medio de trabajo (C). Éste será el que encuentre el equilibrio entre la mitad de la contracción máxima que sufra la SMA. Suponiendo un rango de trabajo del 4%, entonces será la corriente que deje la SMA contraída al 2% en régimen permanente, y por lo tanto se consiga un equilibrio entre los flujos de calor con el exterior y el debido al cambio de fase.

Aplicando las expresiones utilizadas anteriormente e igualando los flujos de calor debidos a los fenómenos de radiación y convección con el calor aportado por la corriente, se puede establecer:

$$\varepsilon \cdot \sigma \cdot A_S \cdot (T_{SMA}^4 - T_{\infty}^4) + hA_S(T_{SMA} - T_{\infty}) = \frac{I^2 \cdot \rho_e \cdot l}{S} \quad (6.15)$$

Donde:

- I es la intensidad que circula por la SMA.
- ρ_e es la resistividad de la SMA. Cuyo valor es $\rho_{mart} \approx 80 [\mu\Omega \cdot cm]$, $\rho_{aus} \approx 100 [\mu\Omega \cdot cm]$.
- l es la longitud de la SMA, y se considera constante e igual a 15cm.

- S es la sección de la SMA.

Como la SMA, en ese equilibrio de transformación al 2% ya ha comenzado el cambio de fase, se considerará una resistividad intermedia entre las dos, siendo esta $\rho_e = 90 [\mu\Omega \cdot cm]$.

Sustituyendo con los valores anteriores, se obtiene:

$$23,10 \cdot 10^{-3} + 27,32 \cdot 10^{-2} = 7,64 \cdot I^2$$

$$I = 197mA$$

Este valor ha sido calculado utilizando los valores de convección y radiación anteriores. En realidad serían menores, ya que al no estar la SMA a la temperatura máxima del ciclo, el intercambio de calor con el ambiente sería inferior. Para mejorar este resultado, se debería medir la temperatura en ese estado de contracción, y posteriormente recalculer los valores. Esto resultaría en una intensidad menor, pero debido a la falta de medios experimentales se utiliza dicha aproximación.

No obstante, para mejorar este valor teórico, se ha realizado un ensayo en el cual se lleva la SMA hasta una contracción del 2%, y se mide para ese punto la corriente necesaria para ello. Utilizando el banco de pruebas presentado en la sección 5.6, se lleva al actuador hasta la posición deseada mediante una rampa senoidal (Figura 6.9). El resultado obtenido experimentalmente fue de $110mA$ de consumo. La diferencia respecto al obtenido analíticamente es considerable, pero se tomará como válido, ya que serán las condiciones sobre las que se aplicarán las técnicas de control propuestas a continuación. Sabiendo que la frecuencia de realización de los ensayos no será superior a $0,25Hz$.

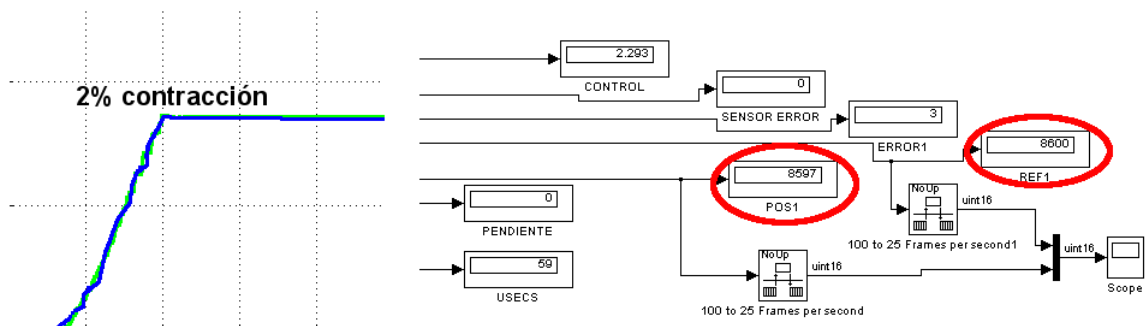


Figura 6.9: Configuración del banco de pruebas para el ensayo de contracción al 2%. A la izquierda la posición real y referencia hasta la llegada al punto deseado de contracción. En rojo la posición referencia y real de la SMA en unidades de sensor.

Capítulo **7**

Estrategias de control en aleaciones con memoria de forma

El objetivo final de este trabajo de investigación va enfocado al control de actuadores de tipo SMA y por ello, se plantean varias técnicas de control aplicadas a un actuador real y posteriormente se compararán y mostrará las ventajas e inconvenientes de cada una de ellas. Se utilizará un control PID convencional ajustado de manera experimental sobre el banco de pruebas como referencia para comparar con el resto de métodos presentados. La señal de referencia utilizada en todos los casos es una onda senoidal ajustada a la frecuencia de enfriamiento límite para lograr un control adecuado tanto en enfriamiento como en calentamiento del actuador SMA (calculada en el Capítulo 6).

7.1. Control PID

El punto de partida de todos los métodos de control que se presentarán es el PID convencional que se observa en la Figura 7.1. Este método aplica la siguiente consigna de control para asignar un valor a la intensidad (modulada en ancho de pulso) aplicada a la SMA en cada instante de tiempo:

$$\text{intensidad}(PWM) = K_p \cdot e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \cdot \frac{de}{dt} \quad (7.1)$$

Donde:

K_p : es la ganancia proporcional.

K_d : es la ganancia derivativa.

K_i : es la ganancia integral.

$e(t)$: la diferencia entre la posición de referencia y la real en el momento actual.

t : Momento actual.

τ : Variable de integración. Toma valores entre 0 y t .

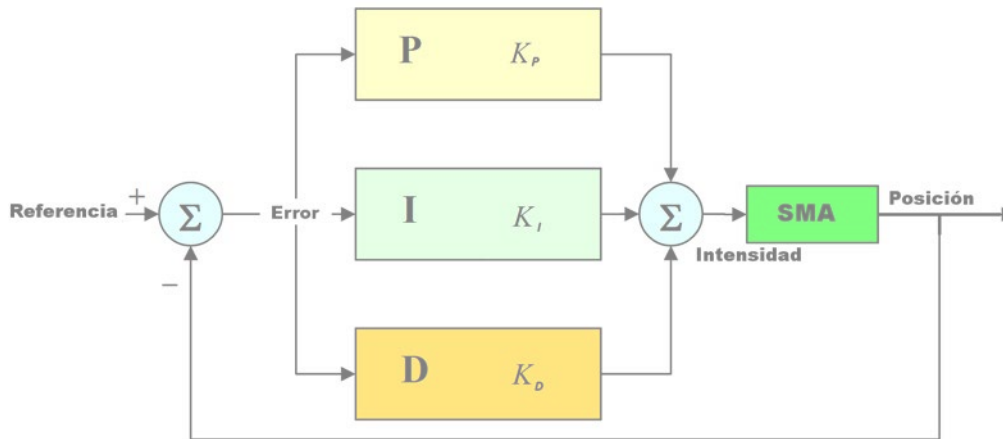


Figura 7.1: Esquema de control PID para la SMA alimentada en intensidad y realimentada en posición.

Este modelo de control se ajustó experimentalmente para minimizar las sobreoscilaciones y el error de seguimiento para una señal de referencia senoidal de $0,25Hz$. Su implementación sobre el diseño de control del banco de pruebas es el que se observa en la Figura 7.2.

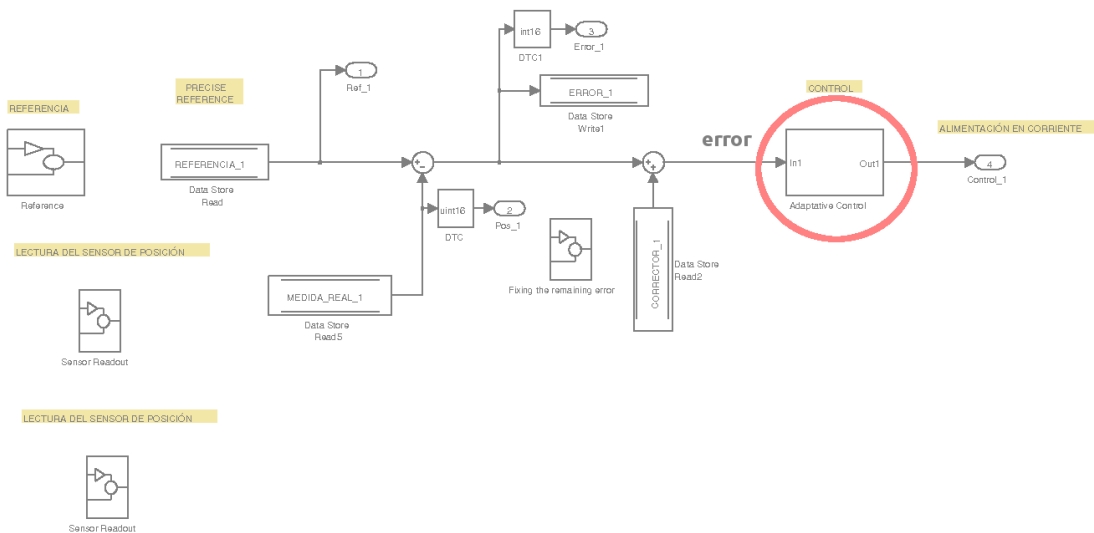


Figura 7.2: Implementación del control PID convencional sobre el banco de pruebas. En rojo el sistema de control PID.

Los resultados que se obtienen de este seguimiento son los que se muestran en la Figura 7.3.

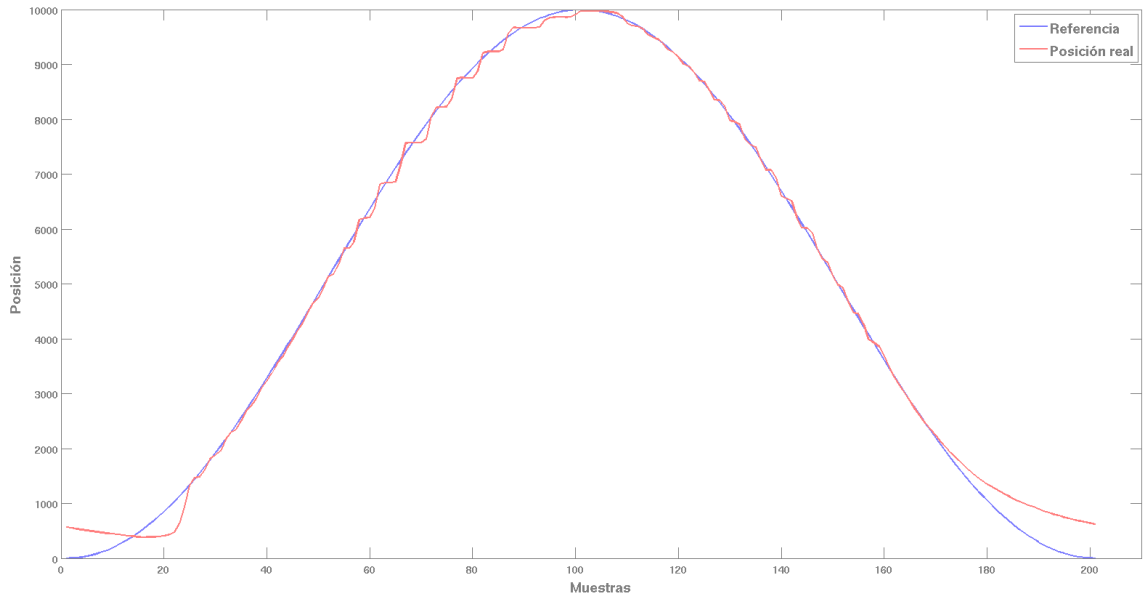


Figura 7.3: Control PID sobre una SMA Dynalloy de tipo "HT" de 0,15mm de diámetro siguiendo una referencia senoidal de 0,25Hz con una contracción máxima del 3% (calentamiento-enfriamiento).

Se observa como la posición sobreoscila durante la fase final del calentamiento, aún con los valores del controlador ajustados. Este problema es debido a los rozamientos de los hilos de nylon que mueven el dedo robótico, ya presentado en la sección 5.6 y que se observa en la Figura 5.12, pero que por motivos mecánicos no se pudieron resolver. Por otro lado, en la fase final de enfriamiento, no se logra alcanzar la referencia, ya que no se dispone de una refrigeración lo suficientemente buena como para conseguir la total recuperación, problema que se tendrán con todos los tipos de control utilizando la refrigeración natural.

Para medir la *calidad* de este método de control se utilizará la suma de diferencias cuadráticas y su valor medio, cuyos valores serán los empleados para futuras comparaciones entre los métodos de control que se proponen en lo restante (Tabla 7.1).

Tabla 7.1: Errores en el control PID para una referencia senoidal de 0,25Hz sobre una población de 200 muestras. El valor de posición viene dado en unidades de sensor, cuya resolución es de 0,488 μ m.

Suma dif. cuadráticas (L2)	Error cuadrático medio
11728094	58640

7.2. Metodología de control mediante el modelo Bouc-Wen

Esta estrategia se basa en lo expuesto en capítulos anteriores, donde mediante técnicas de identificación se obtienen en un primer paso los parámetros del modelo de Bouc-Wen normalizado y en un segundo se diseña un controlador de tipo PID para su implementación en el bucle de control del sistema.

7.2.1. Identificación I de la histéresis Bouc-Wen de una SMA

Una vez el sistema se encuentra en el estado inicial (*zero point*), se procede a la identificación de la histéresis, y consiste en excitar al sistema con dos señales triangulares con una separación entre ellas q como se observa en la Figura 7.4. Estas entradas se aplicarán en dos ensayos diferentes sobre la SMA (sólo variando el valor q), y se esperará varios ciclos hasta que se alcance un régimen con estabilidad aceptable.

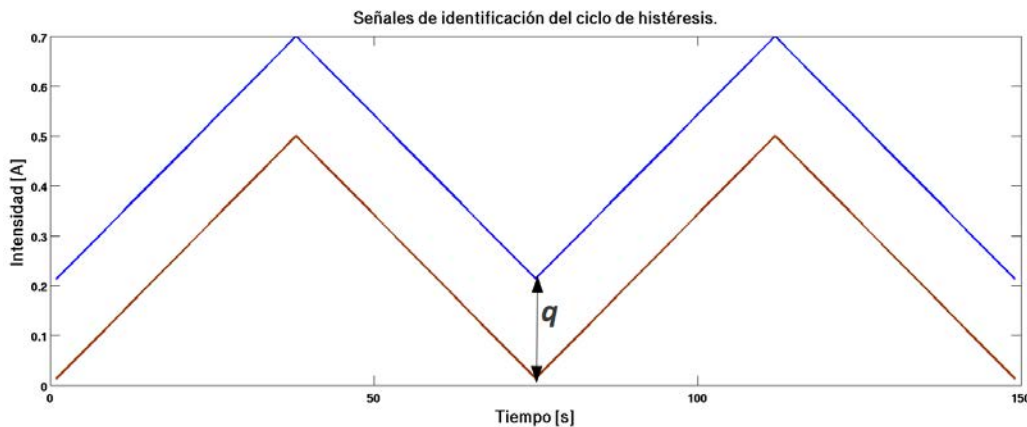


Figura 7.4: Señales triangulares desfasadas q para identificar la histéresis.

A continuación sólo se seleccionarán las partes de subida del ciclo de histéresis para ambas señales (Figura 7.5). Una vez filtradas estas señales se aplicará el proceso descrito en [3] para la identificación de los parámetros de la histéresis, cuya implementación en MATLAB[®], se encuentra en el Apéndice A.

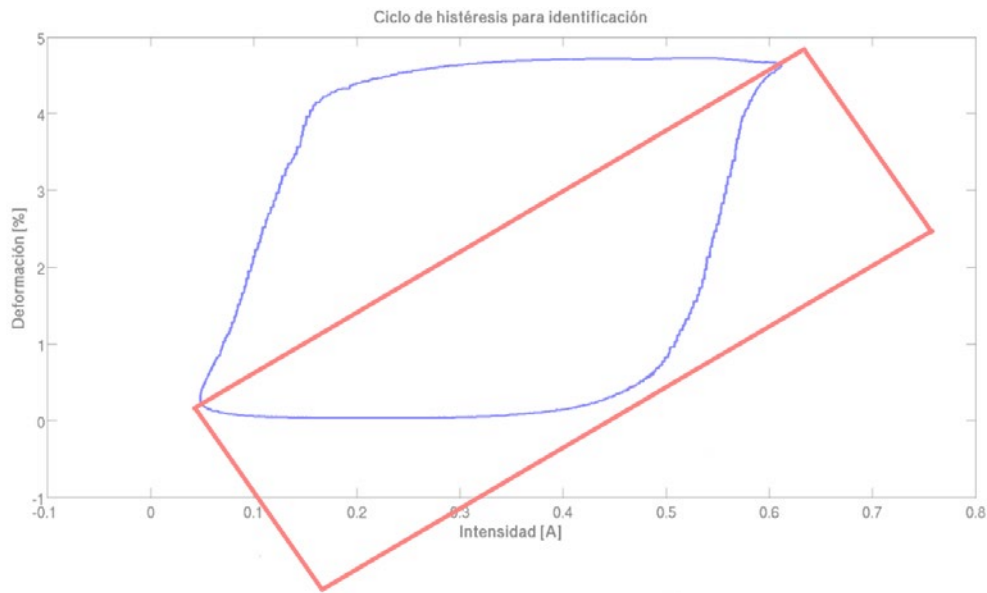


Figura 7.5: Ciclo de histéresis. En rojo, curva de subida (loading part) de un ciclo de histéresis.

En la función implementada,

```
[kx, kw, rho, sigma, n]=identification(input, hyst1, hyst2, q)
```

el vector **input** corresponde a la parte de la señal de entrada para el cual se consiguen las partes de subida del ciclo (parte creciente de la señal triangular). Las partes de subida del ciclo de histéresis se introducirán como **hyst1**, **hyst2** así como el desplazamiento **q** entre ambas. El resultado de la ejecución de este algoritmo son las cinco variables del modelo Bouc-Wen normalizado, que se utilizarán para el posterior diseño del controlador PID.

7.2.2. Identificación II de la histéresis Bouc-Wen de una SMA

Tal y como se expresó en capítulos anteriores, la técnica de Evolución Diferencial funciona bastante bien en lo que a identificación de parámetros se refiere, es por ello por lo que se plantea la siguiente metodología de identificación:

- **Elección de una señal de trabajo** adecuada para llegar al régimen permanente, donde el ciclo de histéresis se repite de forma idéntica. Se sugiere la utilización de señales sinusoidales y/o cuadradas, o una combinación de ambas para aligerar el enfriamiento de la SMA.

- **Determinación de la frecuencia de trabajo de la SMA.** Por motivos térmicos, la velocidad de funcionamiento está muy ligada al método de enfriamiento que se utilice, es por ello por lo que si se piensa utilizar convección natural se deberá de comprobar si es posible su uso.
- Una vez aplicada la señal durante varios ciclos hasta llegar a un ciclo estable, se extraerán los datos correspondientes a la salida de histéresis que se esté midiendo de un ciclo completo (subida y bajada).
- Aplicación del algoritmo de Evolución Diferencial para la obtención de los parámetros, donde la función de coste será la de diferencias cuadráticas (véase la ecuación 3.32).

7.2.2.1. Señal de entrada

Se eligió la señal que se observa en la Figura 7.6, y en concreto la parte donde vuelve a comenzar desde el *zero point* ya que se encuentra en un estado conocido y así se normaliza el inicio de todos los ensayos. Una vez llegado a este punto se excita a la SMA para que haga el ciclo principal de histéresis llegando a sus extremos de funcionamiento, pero evitando sobrecalentarla. Para ello, aunque se parte de una posición ya contraída, se continua hasta el límite, y una vez alcanzado se relajará la SMA y volverá a contraer hasta cerrar el ciclo de histéresis.

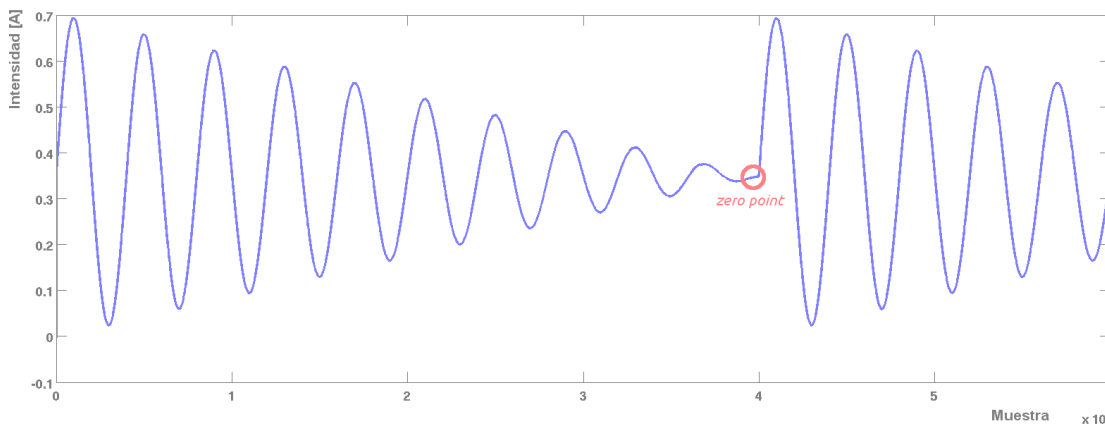


Figura 7.6: Señal de intensidad de entrada para el proceso de identificación con frecuencia de $0,25 Hz$.

7.2.2.2. Frecuencia del ensayo

La frecuencia utilizada es de $0,25 Hz$ ya que como se demuestra en el Capítulo 6 debe ser igual o menor a esta para que la relajación sea completa en la fase

de enfriamiento. Frecuencias mayores harán que en el extremo de contracción se sobrecaliente la SMA por no existir un equilibrio entre la convección y el tiempo necesario para el enfriamiento, como se observa en la Figura 7.7. Este fenómeno también puede suceder en el caso de seguir aportando calor una vez llegado al máximo de elongación, ya que lo único que se produce es un aumento de temperatura pero no de deformación, lo que hace que el enfriamiento sea más lento de lo habitual y no se llegue a la recuperación completa.

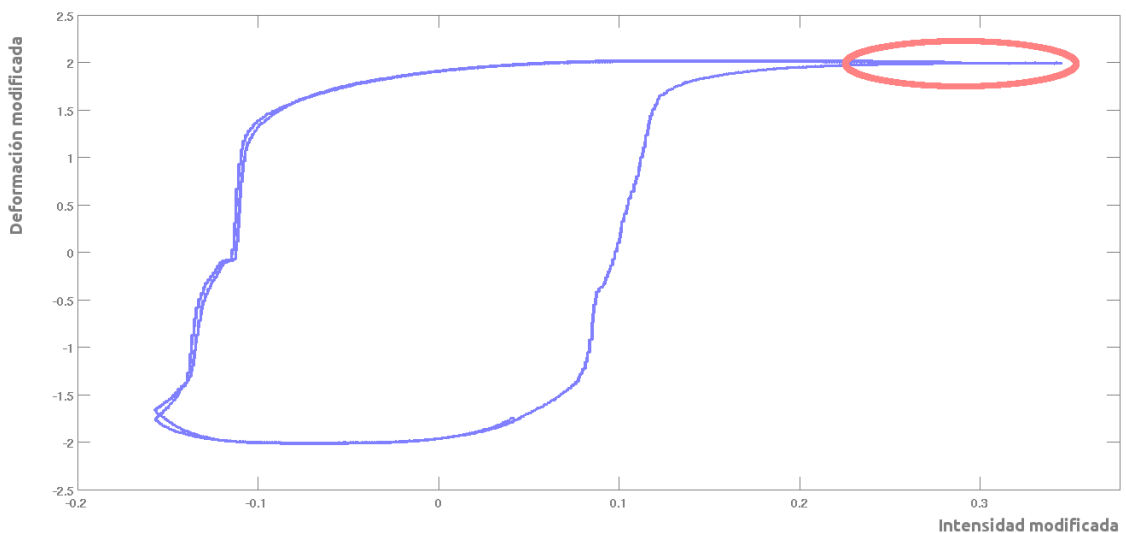


Figura 7.7: Saturación de la SMA para una frecuencia de 3Hz.

7.2.2.3. Ciclo principal para la identificación

Una vez se encuentra el actuador en la posición deseada se captura el ciclo obtenido de aplicar otra señal senoidal, llegando la SMA hasta la deformación máxima que se usará en su aplicación final. El ciclo capturado es el que se utilizará en la identificación posterior y se observa en la Figura 7.8.

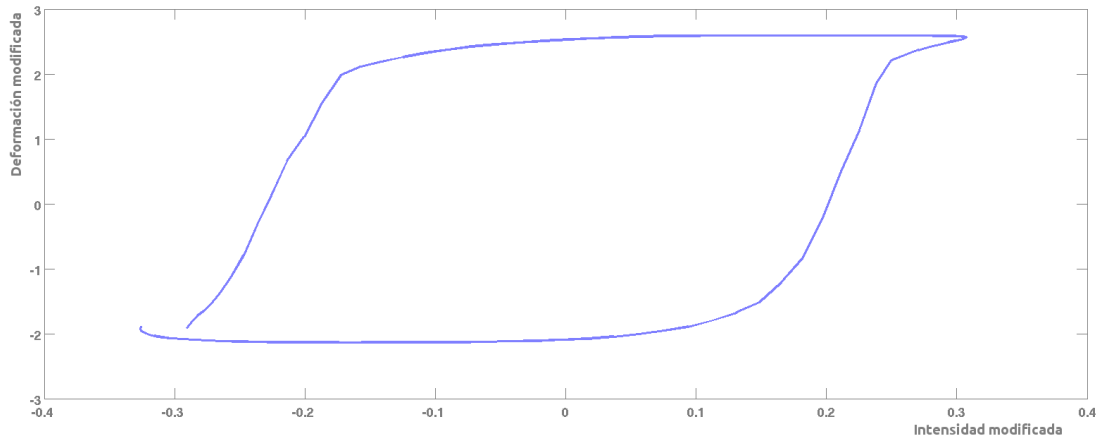


Figura 7.8: Ciclo de entrada para el proceso de identificación Bouc-Wen.

7.2.2.4. Identificación de parámetros

Para la identificación, se utilizó el algoritmo ED, con los parámetros siguientes:

- **I-itermax = 100** Valor máximo de iteraciones (generaciones).
- **F-weight = 0.85** El tamaño del paso de ED, su valor pertenece al siguiente intervalo $[0, 2]$.
- **F-CR = 0.6** Probabilidad de cruce, valor constante entre $[0, 1]$.
- **Strategy = 2** Se utilizará en todas las pruebas presentadas, la estrategia siguiente: DE/local-to-best/1 [103].

Para el cálculo de la función de coste, se utilizó la diferencia cuadrática respecto al ciclo teórico en cada iteración, obteniendo los siguientes resultados a medida que evolucionaba el algoritmo ED Figura 7.9.

La identificación no es muy precisa en los valores extremos de saturación del actuador, sin embargo este es el ciclo principal y los subciclos sin saturación se ajustarán más al modelo. El algoritmo se detuvo en apenas 100 iteraciones sin conseguir mejorar los resultados y los resultados que se obtuvieron son los siguientes:

$$\rho = 7,56 \mid \sigma = 5,00 \cdot 10^{-1} \mid k_x = 8,00 \cdot 10^{-2} \mid k_y = 2,23 \mid n = 7,38$$

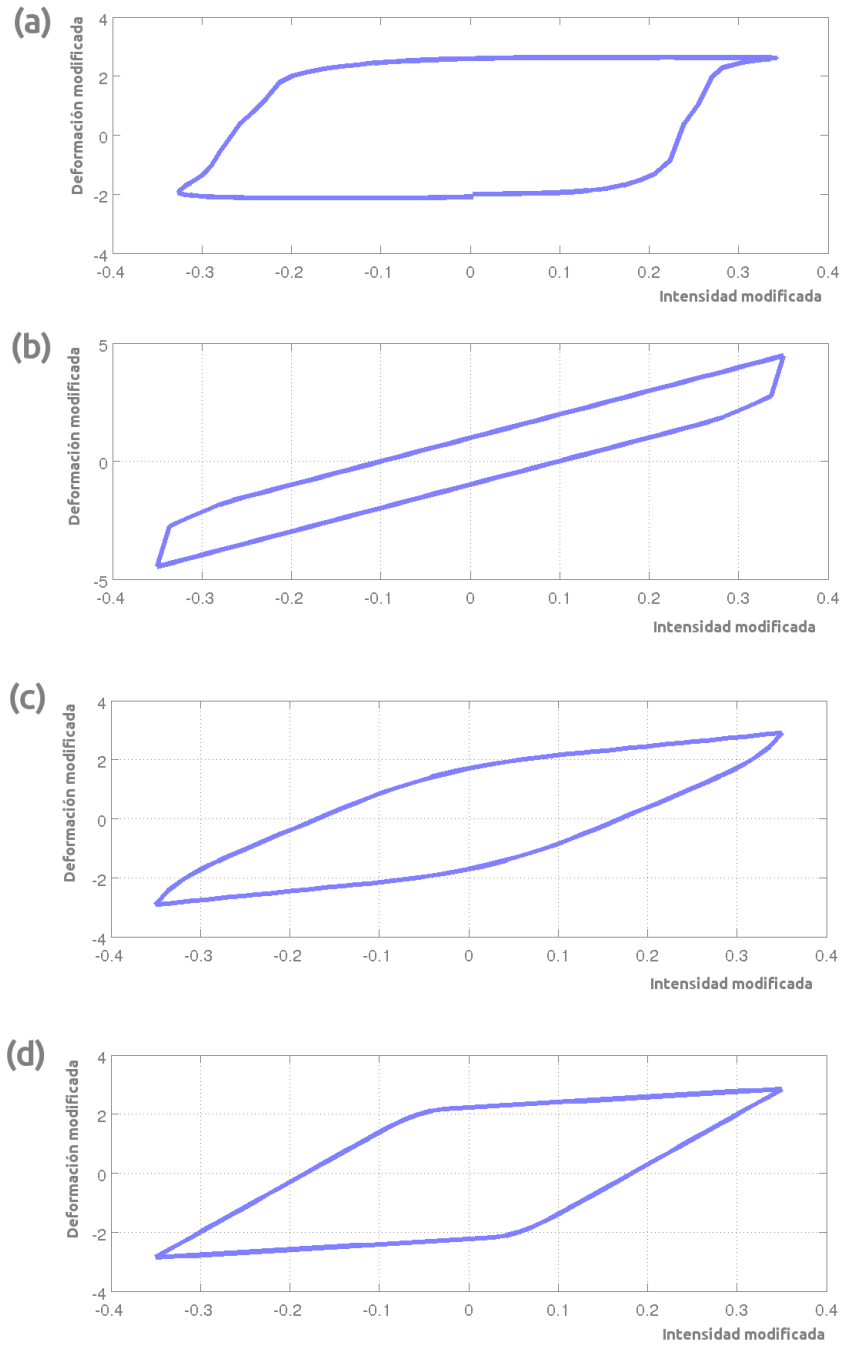


Figura 7.9: Evolución del algoritmo ED para distintas iteraciones. (a) Ciclo real. (b) Primera iteración. (c) Décima iteración. (d) Sexagésima iteración.

7.2.3. Implementación del modelo Bouc-Wen en el bucle de control

Una vez se han identificado los cinco parámetros del modelo Bouc-Wen normalizado, se plantea una estrategia de control basada en un regulador PID. Los parámetros de éste se calcularán siguiendo el procedimiento ya explicado en la Sección 4.12 y serán específicos sólo para señal de entrada utilizada en la identificación del ciclo de histéresis.

Con el nuevo ajuste del PID proporcionado mediante la identificación llevada a cabo, se obtiene la Figura 7.10, donde se observa que el control ha disminuido la sobreoscilación que presentaba el ajuste anterior, lo que teóricamente disminuirá el error de seguimiento.

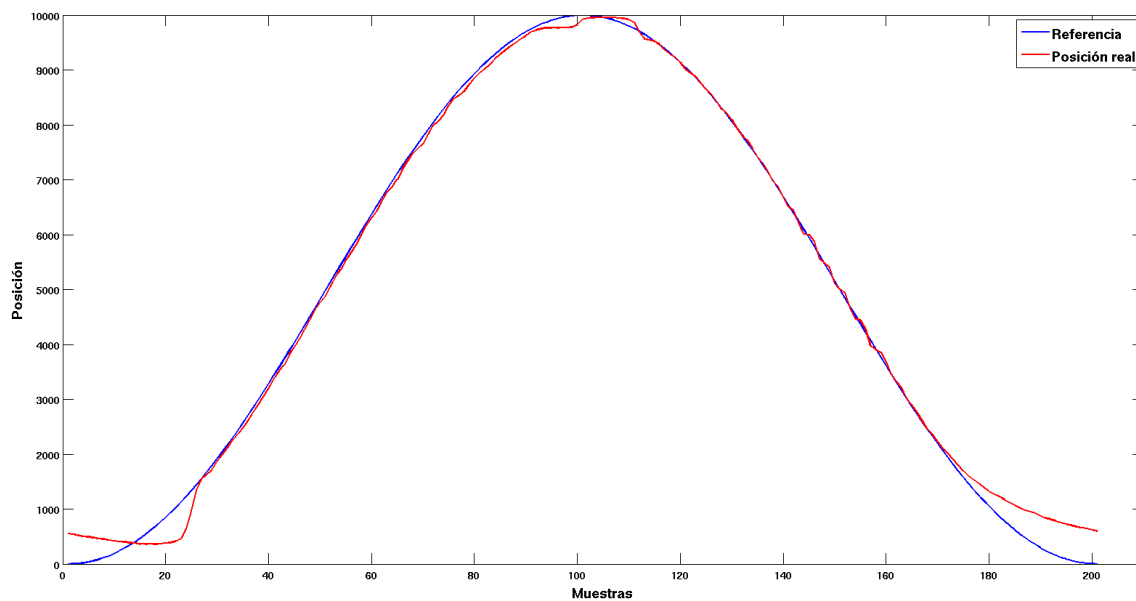


Figura 7.10: Control PID sobre una SMA Dynalloy de tipo "HT" de 0,15mm de diámetro siguiendo una referencia senoidal de 0,25Hz con una contracción máxima del 3% (calentamiento-enfriamiento).

Para medir la *calidad* del control, al igual que en el caso anterior se utilizará la suma de diferencias cuadráticas y su valor medio y se obtienen los valores de la Tabla 7.2.

Tabla 7.2: Errores en el control Bouc-Wen para una referencia senoidal de $0,25\text{Hz}$ sobre una población de 200 muestras. El valor de posición viene dado en unidades de sensor, cuya resolución es de $0,488\mu\text{m}$.

Suma dif. cuadráticas (L2)	Error cuadrático medio
11694679	58473

7.3. Metodología de control mediante el modelo Prandtl-Ishlinskii

Esta estrategia se basa en lo expuesto en capítulos anteriores, donde mediante técnicas de identificación se obtienen en un primer paso los parámetros del modelo de Prandtl-Ishlinskii y en un segundo se diseña un compensador en prealimentación para su implementación en el bucle de control del sistema.

7.3.1. Propuesta inicial de modelo Prandtl-Ishlinskii

Se parte de la utilización del modelo generalizado simétrico con función de envoltura lineal y diez operadores superpuestos de tipo *play*. El ensayo utilizado en la identificación es el mismo que en el caso anterior, sólo que se variarán entre uno o varios ciclos adquiridos, siempre partiendo del estado de *zero point* aunque no se observe en los resultados gráficos que se muestran.

Como primer ensayo (ensayo A) se utilizará un solo ciclo de histéresis, como se observa en la Figura 7.11, extraído de un ensayo del que se partió del punto inicial, y se aplicó una señal senoidal durante varios ciclos del cual sólo se utilizó uno de ellos. Como segundo ensayo (ensayo B) se utilizarán varios de los ciclos obtenidos en el mismo ensayo anterior (Figura 7.12. En función de los requisitos del sistema, se identificará la histéresis con un ensayo u otro, y ambos serán los utilizados en las comparativas y resultados restantes.

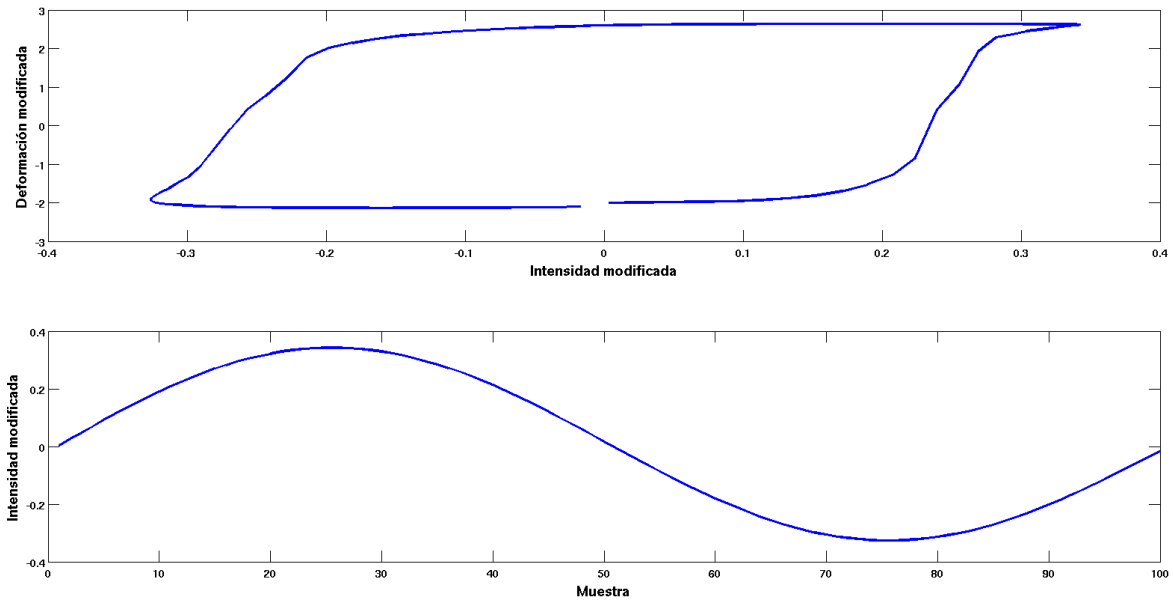


Figura 7.11: Ciclo de histéresis y señal de entrada utilizados, una vez se encuentra en zero point el actuador SMA Dynalloy de tipo "HT" y con carga de 300gr.

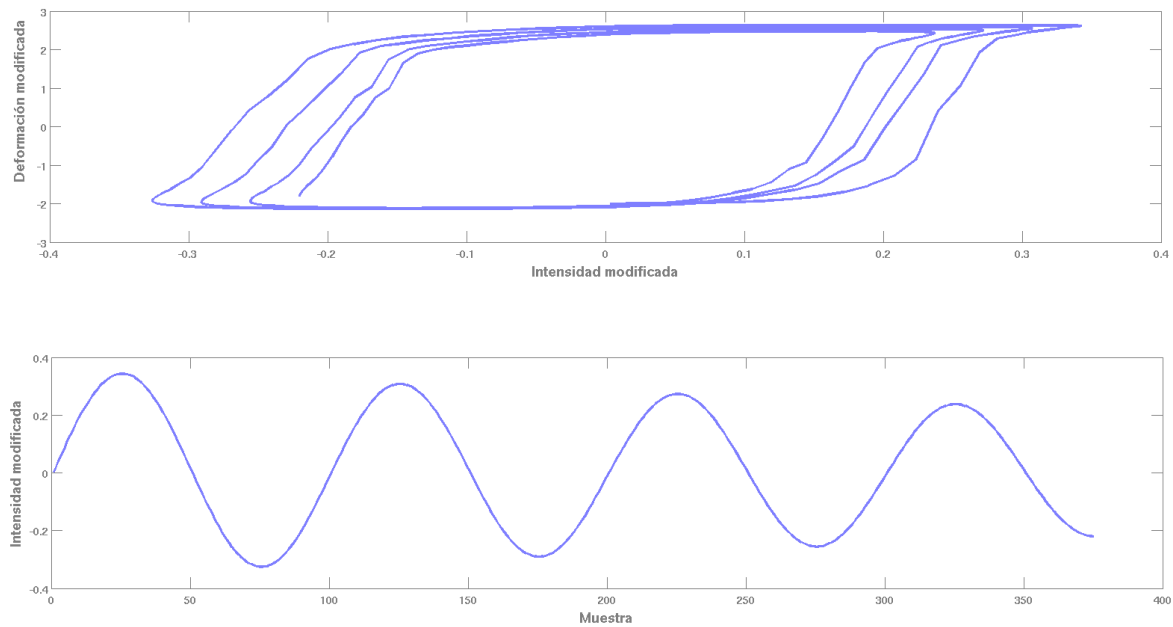


Figura 7.12: Varios ciclos de histéresis y señal de entrada utilizados, una vez se encuentra en zero point el actuador SMA Dynalloy de tipo "HT" y con carga de 300gr.

A continuación se procederá a la selección y ajuste de los parámetros del modelo de Prandtl-Ishlinskii con función de coste diferencia cuadrática, y partiendo de:

- **Número de operadores:** 10.
- **Función de envoltura:** $\gamma(v) = a_0 \cdot v + a_1$, con $a_0 > 0$, $a_1 > 0$ son los parámetros a identificar.
- **I-itermax = 500** Valor máximo de iteraciones (generaciones).
- **F-weight = 0.90** El tamaño del paso de ED, su valor pertenece al siguiente intervalo $[0, 2]$.
- **F-CR = 0.8** Probabilidad de cruce, valor constante entre $[0, 1]$.
- **Strategy = 1** Se utilizará en todas las pruebas presentadas la estrategia clásica DE/rand/1 [103].

7.3.2. Identificación de los parámetros del modelo Prandtl-Ishlinskii con función de envoltura lineal

Partiendo de los parámetros anteriores y la función de envoltura lineal, se procede a la identificación de los parámetros que conforman el modelo de Prandtl-Ishlinskii generalizado simétrico. En un primer paso, se identificarán los parámetros para el ensayo de varios ciclos, y posteriormente se afinará el resultado para sólo el ciclo principal de histéresis.

Para todos los casos, el valor identificado de q fue muy pequeño, y por ello se fijó a 0. Además, de este modo se evitan problemas en el cálculo del modelo inverso que posteriormente se implementará según las expresiones [3.22]-[3.25].

7.3.2.1. Ensayo B

Una vez se encuentra la posición de la SMA en el estado requerido, se procede a la aplicación de la entrada mostrada en la Figura 7.12 (**ensayo B**), donde el actuador recorre varios ciclos, comenzando por el principal de histéresis. Según evoluciona el algoritmo ED, se observa como el ajuste va mejorando hasta llegar al resultado de la Figura 7.13 (f), donde la parte superior del ciclo de histéresis no queda bien identificado.

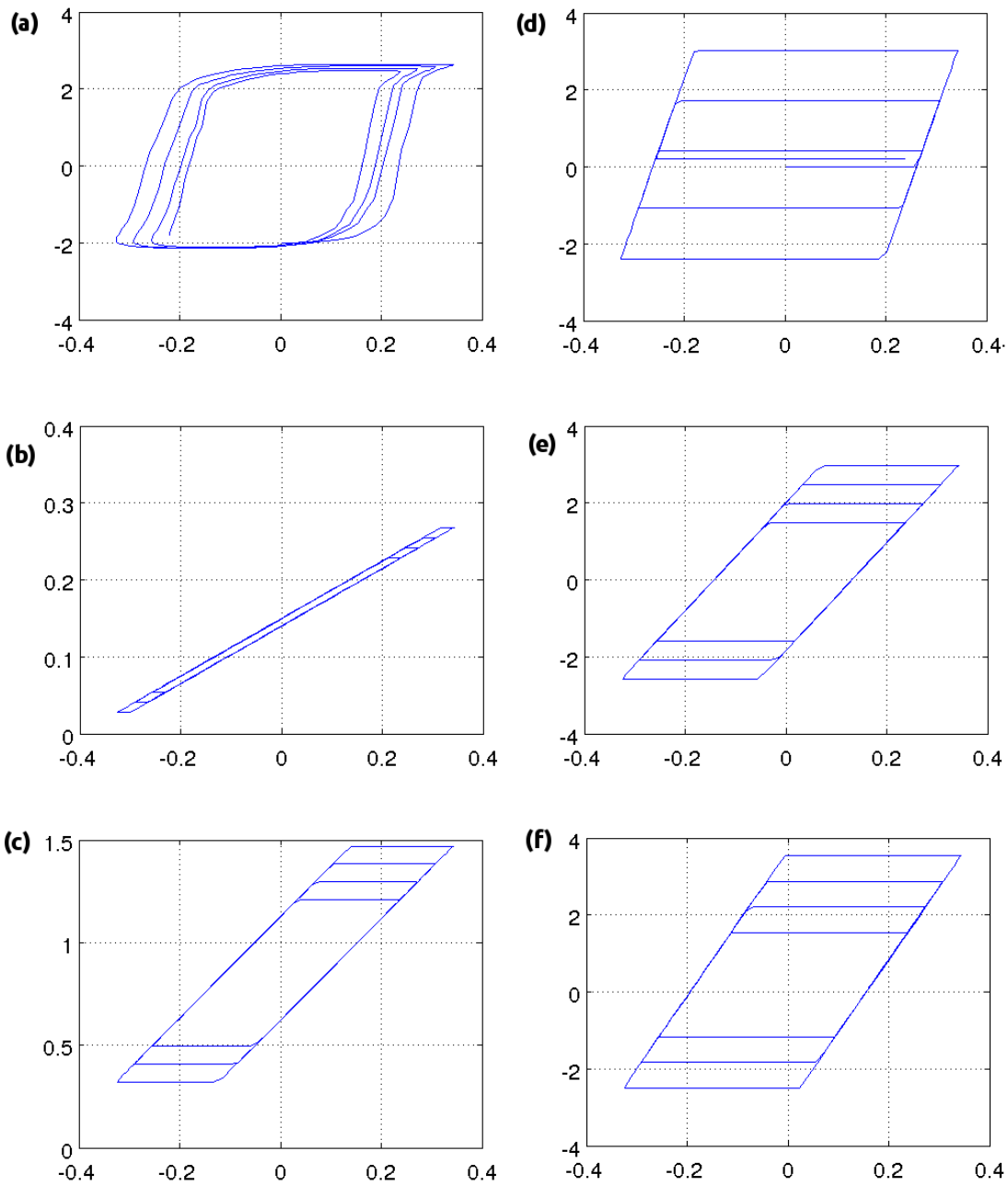


Figura 7.13: Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 10 operadores de tipo lineal en distintas iteraciones (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo real. (b) Primera iteración. (c) Décima iteración. (d) Vigésima iteración. (e) Iteración 50. (f) Iteración 400.

Los resultados del ajuste son los mostrados a continuación:

$$\begin{aligned} a_0 &= 3,90 \cdot 10^1 || a_1 = 7,08 \cdot 10^{-1} || c = 6,82 \cdot \\ \rho &= 3,77 || \tau = 3,01 \cdot 10^{-1} || q = 0 \\ \gamma_r(v) &= \gamma_l(v) = \gamma(v) || F_{coste} = 188,98 \end{aligned}$$

Realizando el mismo ensayo con 30 operadores, se obtuvo el mismo error de ajuste por lo que se procederá a reducir los mismos para llegar a una situación de compromiso entre error del ajuste y número de operadores utilizado. De forma análoga, para 5 operadores lineales se consiguieron los resultados de la Figura 7.14.

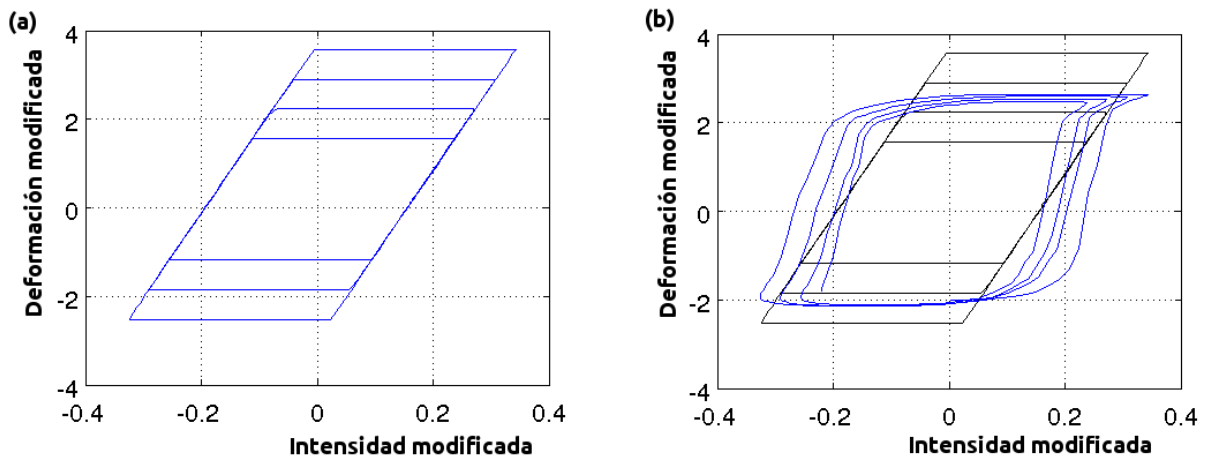


Figura 7.14: Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 5 operadores de tipo lineal tras 500 iteraciones (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo identificado. (b) Ciclo identificado (negro) y ciclo real (azul).

$$\begin{aligned} a_0 &= 3,18 \cdot 10^1 || a_1 = 5,86 \cdot 10^{-1} || c = 5,54 \cdot \\ \rho &= 1,06 \cdot 10^1 || \tau = 5,17 \cdot 10^{-1} || q = 0 \\ \gamma_r(v) &= \gamma_l(v) = \gamma(v) || F_{coste} = 189,11 \end{aligned}$$

Repitiendo los ensayos para distinto número de operadores se obtiene la gráfica mostrada en la Figura 7.15, donde el valor de 5 operadores es el que se considerará como el más adecuado para este tipo de modelo.

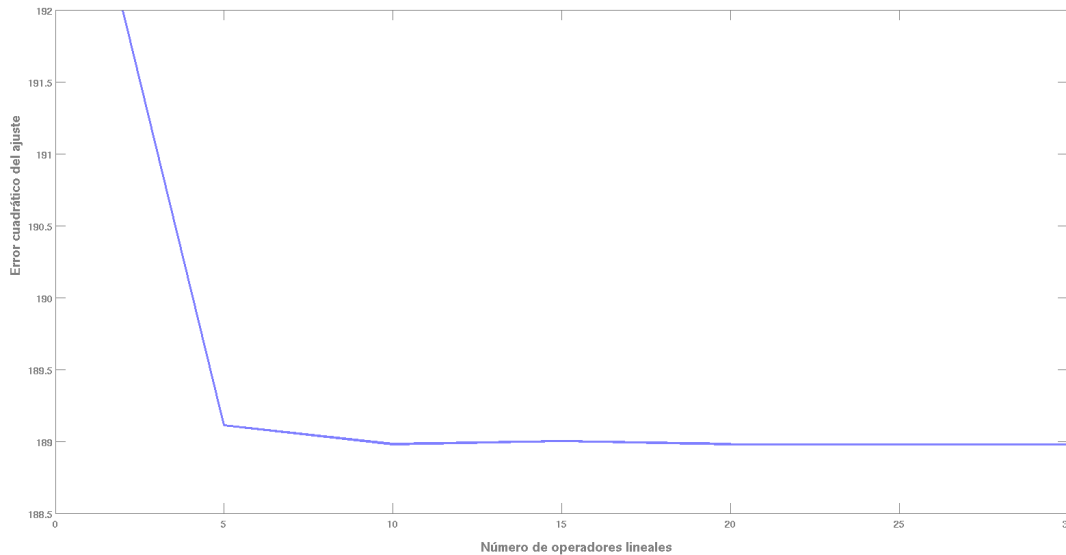


Figura 7.15: Error cuadrático vs número de operadores de tipo lineal para el ensayo B.

7.3.2.2. Ensayo A

Una vez se ha identificado la histéresis mediante el error en el ajuste sobre varios ciclos, se procede a la misma identificación pero sobre el ciclo principal de histéresis del actuador. El objetivo de este nuevo procedimiento es mejorar los resultados anteriores sobre un sólo ciclo de histéresis, para el caso de que se trabaje con señales de amplitud constante y que el ciclo que describa el actuador sea repetitivo. El resultado que se obtiene es el que se observa en la Figura 7.16.

Una vez realizado el ajuste se obtienen los siguientes resultados, donde se observa la mejora respecto a la identificación con el ensayo anterior. Realizando más identificaciones variando el número de parámetros para encontrar el valor mínimo de operadores que garantice un resultado de calidad. Se obtienen los resultados de la Figura 7.17, en el cual destaca el valor de 5 operadores para conseguir una calidad adecuada, no mejorable de manera apreciable aumentándose este valor.

$$\begin{array}{l}
 a_0 = 3,73 \cdot 10^1 || a_1 = 1,81 \cdot 10^{-5} || c = 9,84 \cdot \\
 \rho = 6,23 \cdot 10^{-2} || \tau = 2,92 \cdot 10^{-3} || q = 0 \\
 \gamma_r(v) = \gamma_l(v) = \gamma(v) || F_{coste} = 0,94
 \end{array}$$

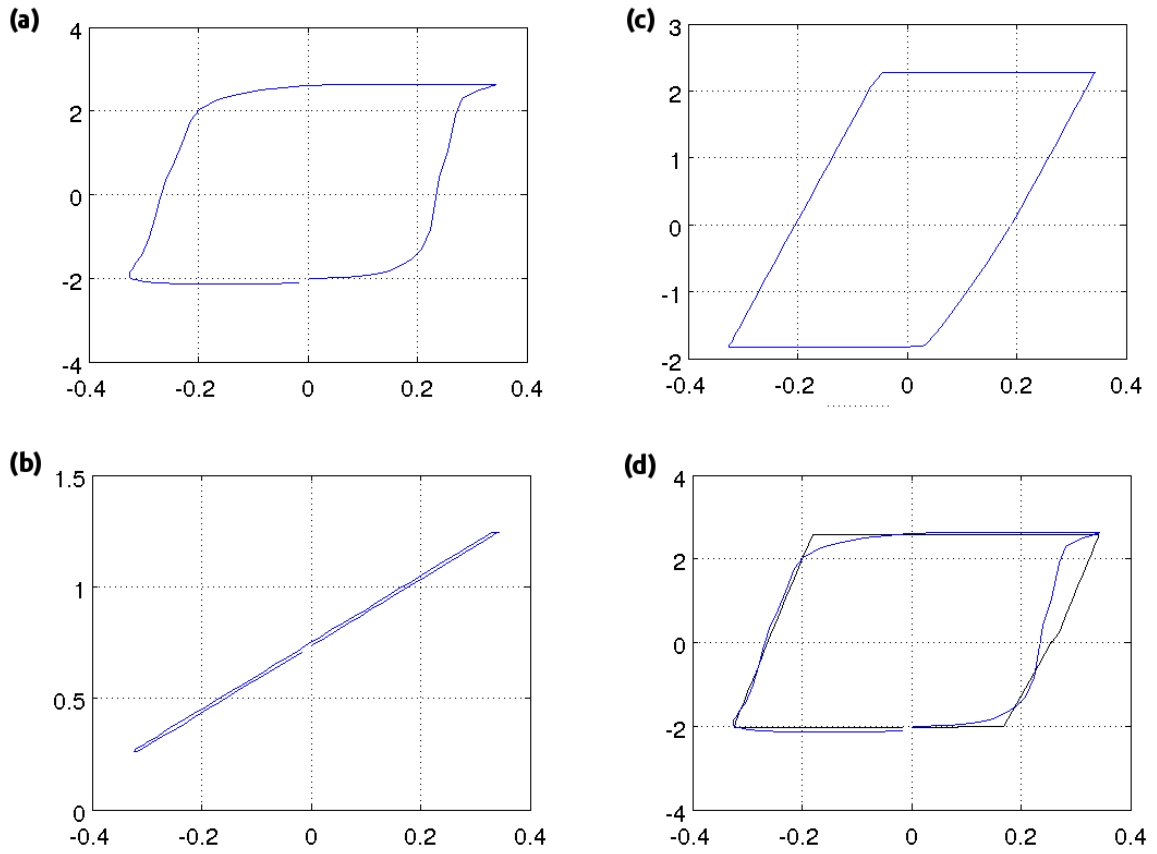


Figura 7.16: Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 10 operadores de tipo lineal en distintas iteraciones (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo real. (b) Primera iteración. (c) Vigésima iteración. (d) Iteración 400 (negro) sobre el ciclo real (azul).

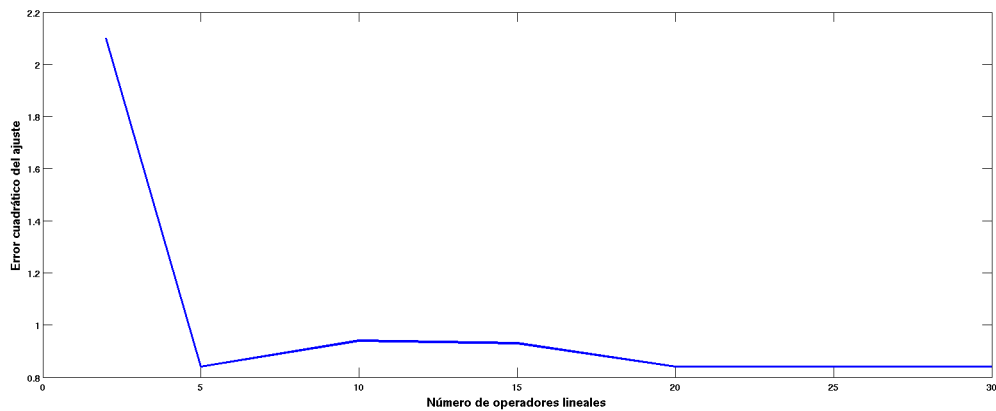


Figura 7.17: Error cuadrático vs número de operadores de tipo lineal para el ensayo A.

7.3.3. Identificación de los parámetros del modelo Prandtl-Ishlinskii con función de envoltura no lineal

Para identificar la parte de saturación de la SMA, se procede a utilizar la función de envoltura $\gamma(v) = a_0 \tanh(a_1 v + a_2) + a_3$, ya propuesta en el Capítulo 3, la cual a priori funciona mejor para ciclos que lleguen a los extremos de funcionamiento de la SMA, o aquellos cuya frecuencia de funcionamiento haga que se sobrecaliente el actuador.

7.3.3.1. Ensayo B

Aplicando el algoritmo de ED para el cálculo de estos parámetros sobre el **ensayo B** de varios ciclos Figura 7.18. Se observa como evoluciona el ajuste del modelo hasta llegar al resultado (f), donde se ajustan los fenómenos de saturación y relajación de forma adecuada. Las contracciones y relajaciones no logran diferenciarse, recorriendo todas ellas la misma curva.

Los parámetros que se obtienen son los siguientes:

$$\begin{aligned} a_0 &= 4,93 \cdot 10^1 || a_1 = 1,35 \cdot 10^1 || c = 4,86 \cdot 10^1 \\ \rho &= 3,94 \cdot 10^1 || \tau = 5,10 \cdot 10^{-2} || q = 0 \\ a_2 &= 0 || a_3 = 0 || \gamma_r(v) = \gamma_l(v) = \gamma(v) \\ F_{coste} &= 134,48 \end{aligned}$$

Aumentando el número de operadores a 30, se realiza el mismo ensayo B, para observar si se encuentra una mejora en la calidad de ajuste del modelo. El resultado tras quinientas iteraciones en el que se observa en la Figura 7.19, donde no mejora el resultado anterior.

$$\begin{aligned} a_0 &= 3,54 \cdot 10^1 || a_1 = 1,34 \cdot 10^1 || c = 3,48 \cdot 10^1 \\ \rho &= 3,60 \cdot 10^1 || \tau = 6,04 \cdot 10^{-2} || q = 0 \\ a_2 &= 0 || a_3 = 0 || \gamma_r(v) = \gamma_l(v) = \gamma(v) \\ F_{coste} &= 135,16 \end{aligned}$$

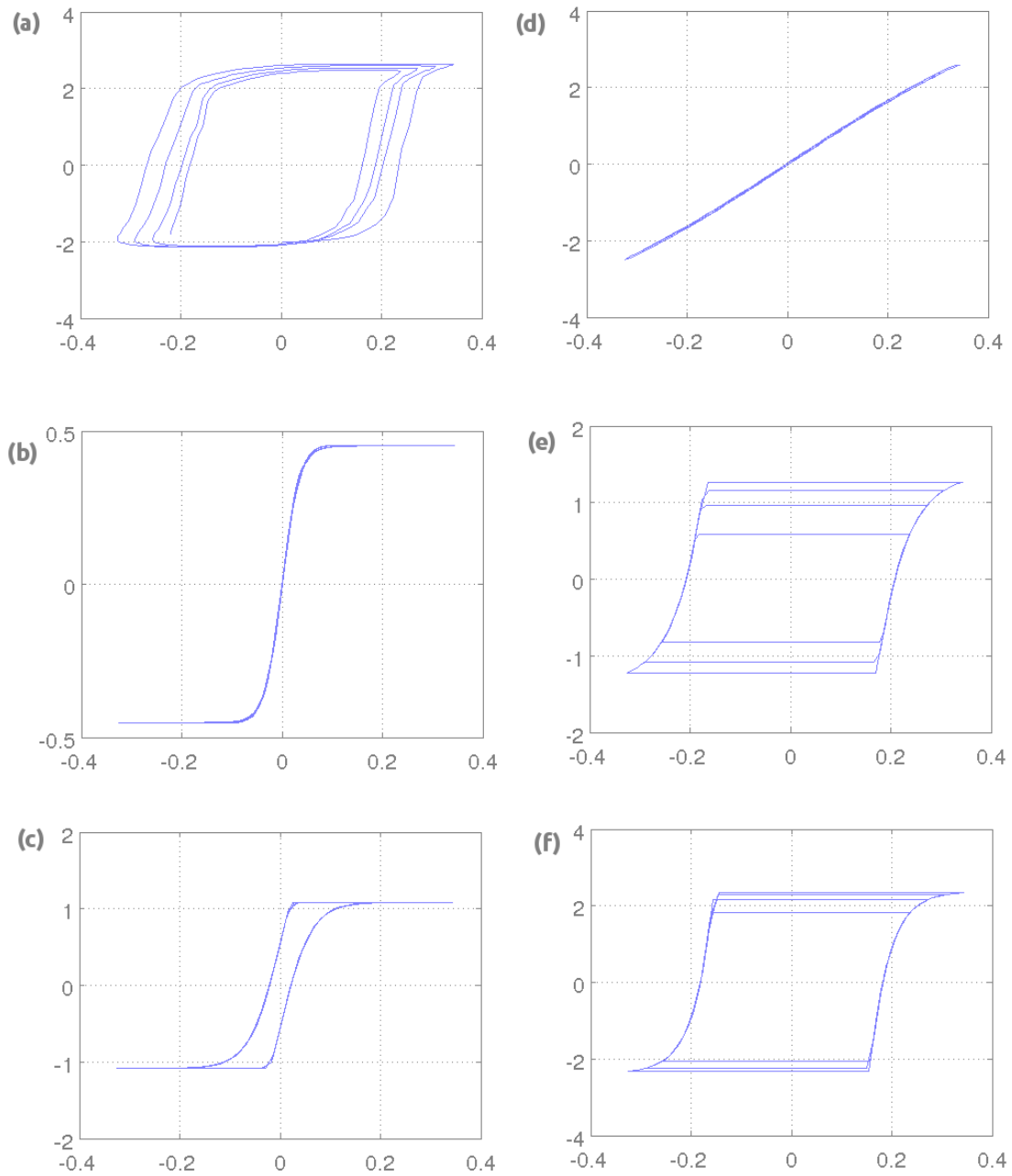


Figura 7.18: Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 10 operadores de tipo \tanh en distintas iteraciones (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo real. (b) Primera iteración. (c) Décima iteración. (d) Vigésima iteración. (e) Iteración 50. (f) Iteración 400.

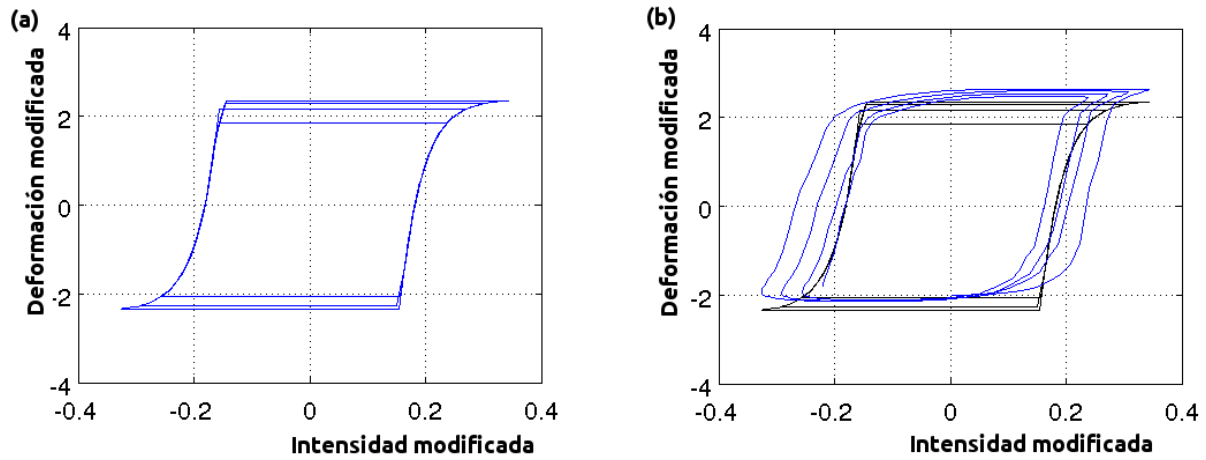


Figura 7.19: Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 30 operadores de tipo \tanh (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo identificado. (b) Ciclo identificado (negro) y ciclo real (azul) tras 500 iteraciones.

Al no mejorar el resultado se procede a disminuir el número de operadores para buscar una solución de compromiso entre el número de operadores y el tiempo de cómputo. De forma análoga se procede a realizar la misma identificación pero con 5 operadores, y se obtiene lo que se observa en la Figura 7.20.

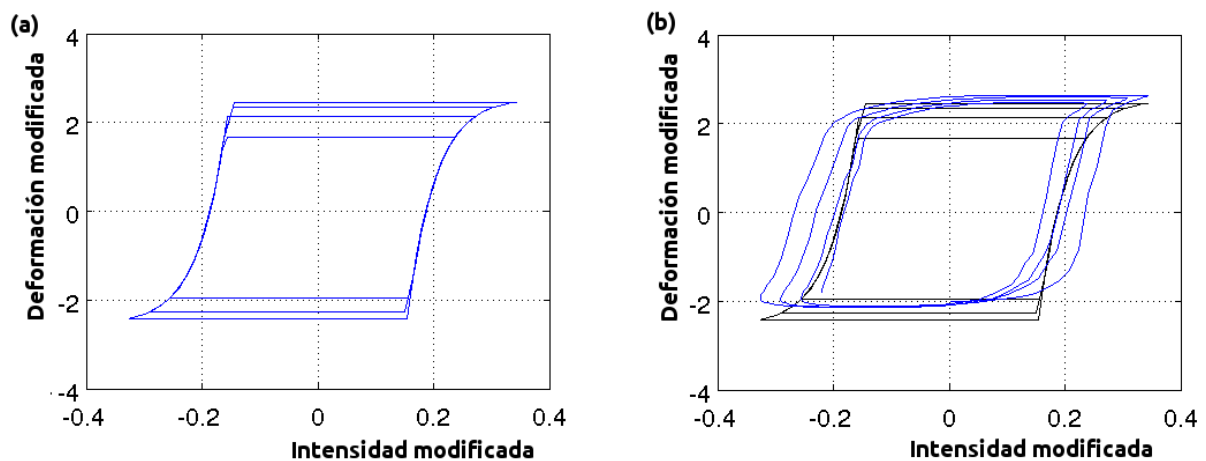


Figura 7.20: Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 5 operadores de tipo \tanh tras 500 iteraciones (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo identificado. (b) Ciclo identificado (negro) y ciclo real (azul).

$$\begin{aligned}
 a_0 = 4,61 \cdot 10^1 || a_1 = 1,06 \cdot 10^1 || c = 4,44 \cdot 10^1 \\
 \rho = 1,71 \cdot 10^1 || \tau = 5,57 \cdot 10^{-2} || q = 0 \\
 a_2 = 0 || a_3 = 0 || \gamma_r(v) = \gamma_l(v) = \gamma(v) \\
 F_{coste} = 135,68
 \end{aligned}$$

Para el ajuste mediante la función de envoltura de tipo *tanh* no se consigue mejorar a partir de 2 operadores, lo que se observa en la Figura 7.21, y por lo tanto serán los utilizados en las tareas de control para reducir el consumo de recursos máquina.

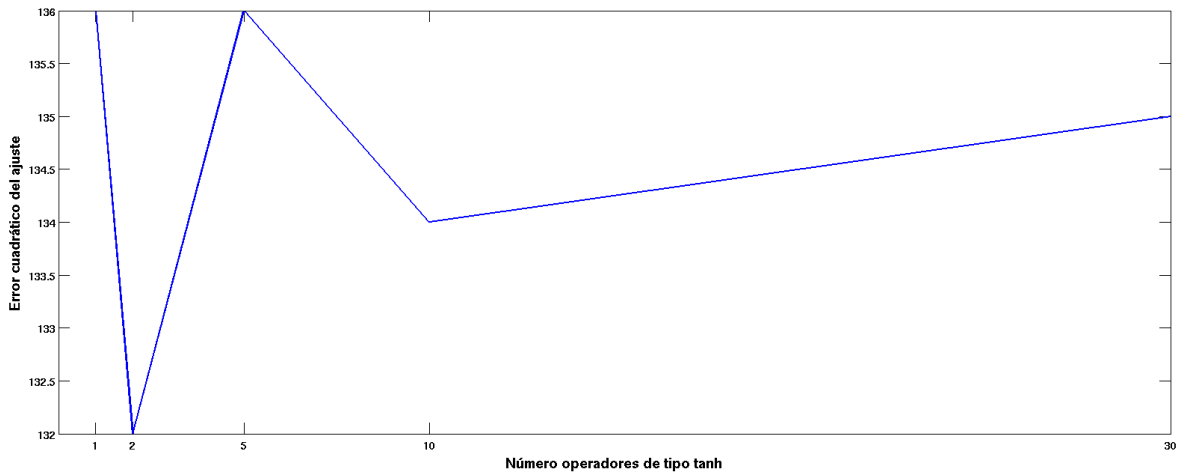


Figura 7.21: Error cuadrático vs número de operadores de tipo *tanh* para el ensayo B.

7.3.3.2. Ensayo A

El objetivo de este ensayo es aplicar la identificación sobre la curva del ciclo principal de la Figura 7.11, con el objetivo de mejorarlo para el caso de trabajar sobre los extremos de funcionamiento del actuador.

De forma análoga se obtiene la Figura 7.22, donde se observa como el ajuste para este ciclo principal es bastante más preciso que el caso anterior, lo que podrá aplicarse posteriormente para las tareas de control en el caso de que los valores de trabajo el actuador sean prácticamente los extremos del mismo. Los valores finales del ajuste son:

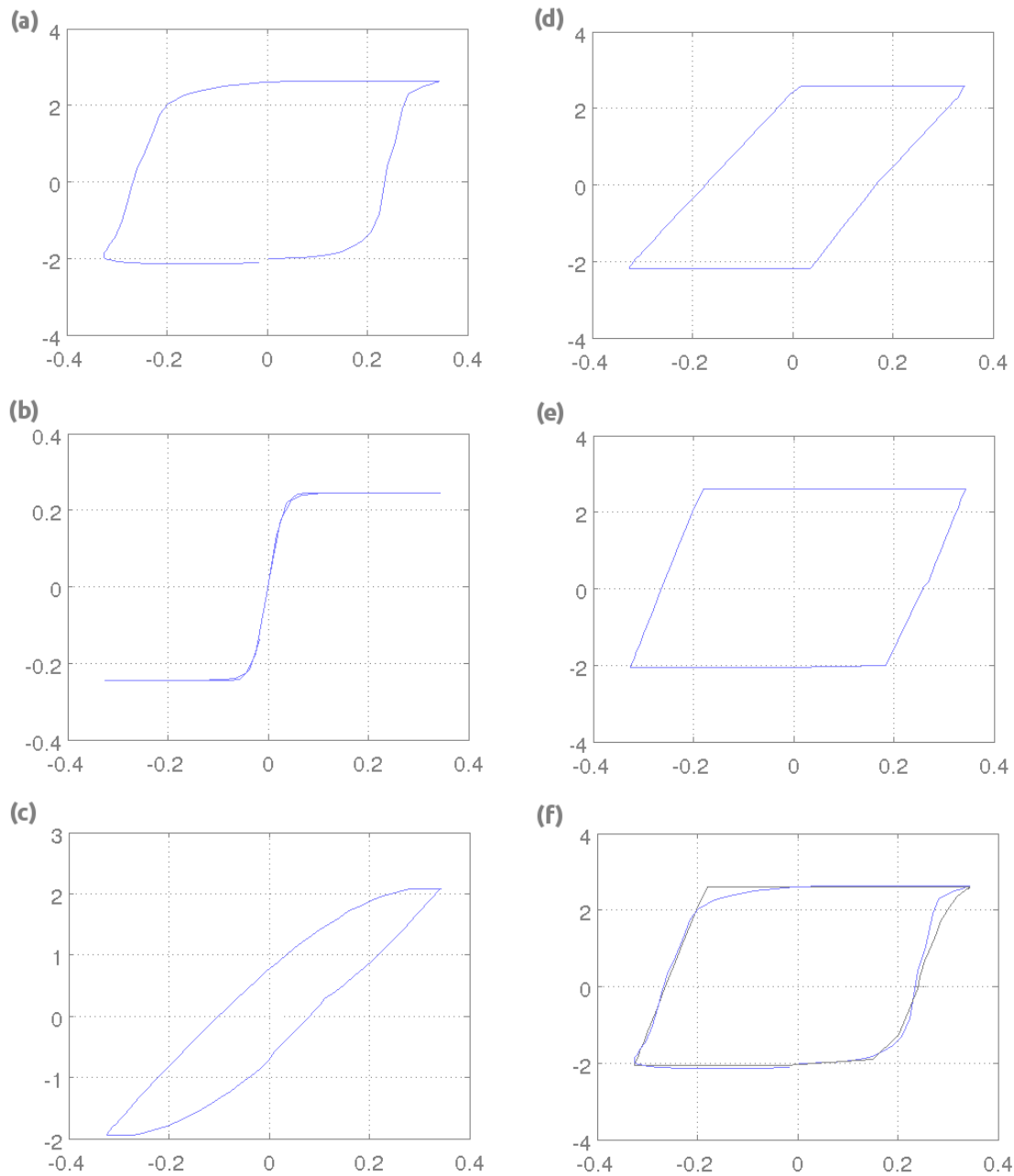


Figura 7.22: Evolución del algoritmo ED para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con 10 operadores de tipo \tanh en distintas iteraciones (Deformación modificada vs Intensidad modificada). (a) Ciclo real. (b) Primera iteración. (c) Décima iteración. (d) Vigésima iteración. (e) Iteración 50. (f) Iteración 400 (negro) sobre el ciclo real (azul).

$$\begin{aligned}
 a_0 = 3,30 \cdot 10^1 \parallel a_1 = 8,79 \cdot 10^{-2} \parallel c = 7,63 \cdot 10^{-1} \\
 \rho = 1,21 \cdot 10^1 \parallel \tau = 8,30 \cdot 10^{-2} \parallel q = 0 \\
 a_2 = 0 \parallel a_3 = 0 \parallel \gamma_r(v) = \gamma_l(v) = \gamma(v) \\
 F_{coste} = 0,85
 \end{aligned}$$

En este caso, tras realizar varios identificaciones variando el número de operadores de tipo *tanh* se obtiene Figura 7.23, donde se observa como para 10 operadores se obtiene el menor error del ajuste y a partir de este número aumenta el mismo, manteniéndose constante a partir de 20 operadores.

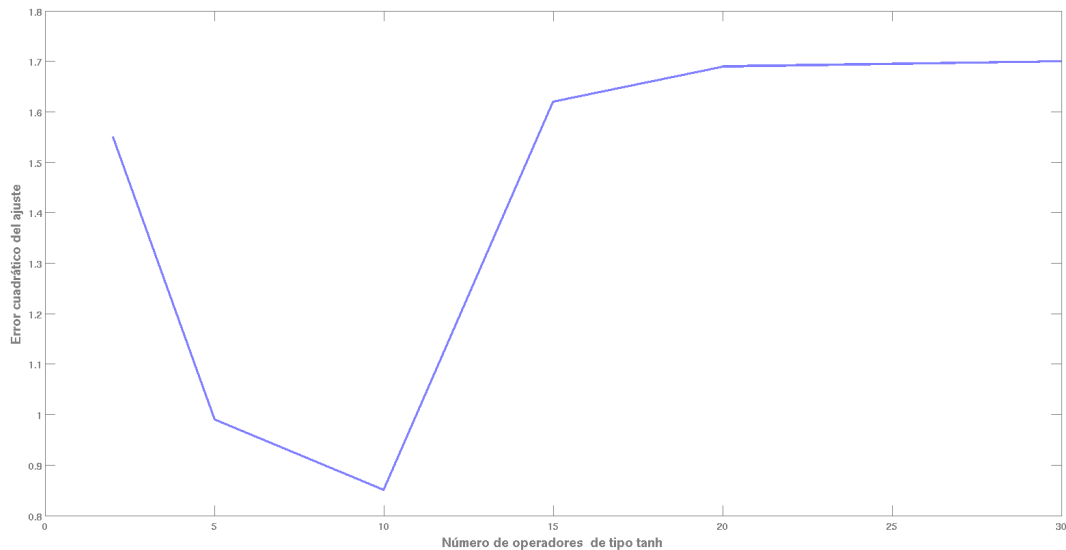


Figura 7.23: Error cuadrático vs número de operadores de tipo *tanh* para el ensayo A.

7.3.4. Implementación del modelo Prandtl-Ishlinskii en el bucle de control

Para implementar este modelo en el bucle de control se procede a la metodología del compensador de histéresis en prealimentación [145] [50], mediante el modelo inverso al que se le añade un controlador PID. El esquema de control implementado es el que se observa en la Figura 7.24 y ya propuesto en el capítulo 3.6, que invirtiendo el modelo de Prandtl-Ishlinskii se consigue una intensidad en prealimentación que minimiza los efectos de histéresis del modelo.

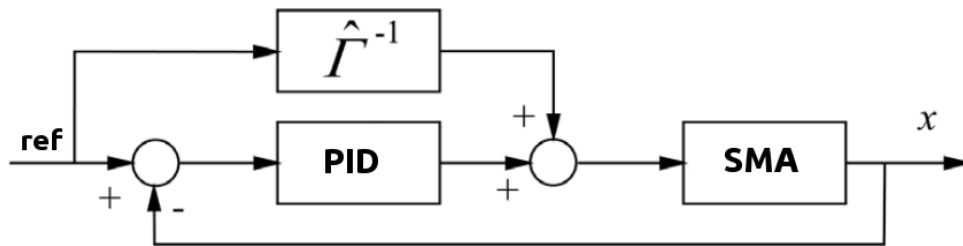


Figura 7.24: Estrategia de control en prealimentación mediante el uso del compensador de Prandtl-Ishlinskii.

La implementación sobre el banco de pruebas consiste en la suma del control PID más el bloque de Pradtl-Ishlinksii en prealimentación de la SMA, tanto para el modelo con función de envoltura lineal como el no lineal. El sistema completo implementado sobre el software utilizado se observa en la Figura 7.25.

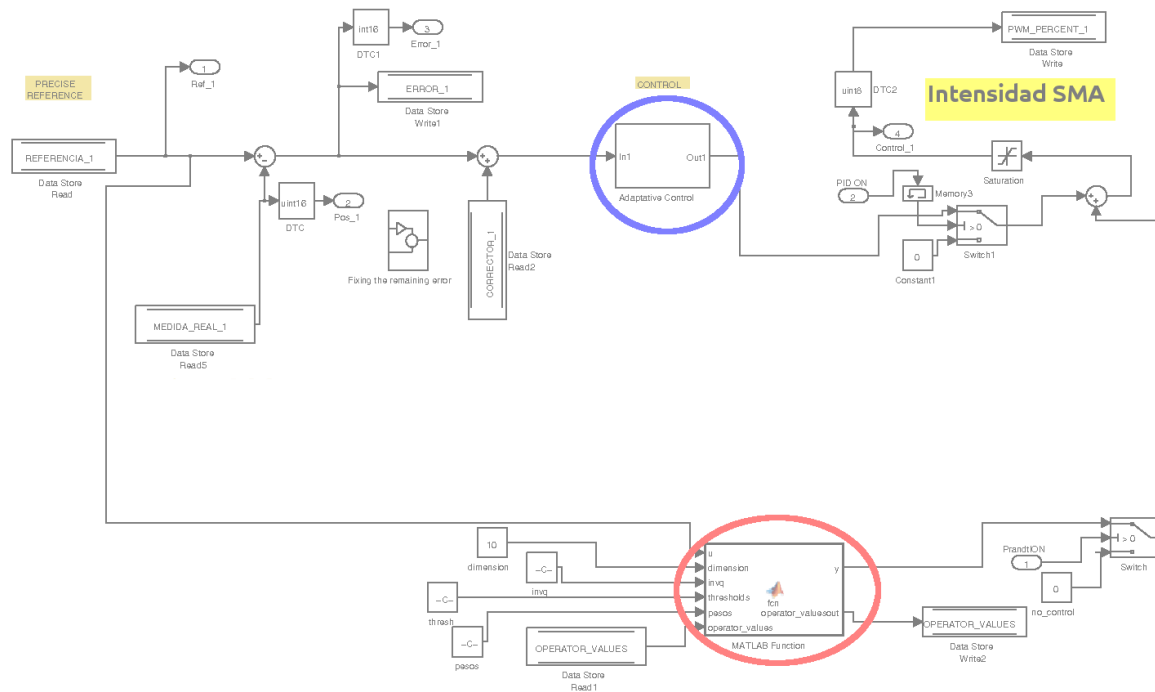


Figura 7.25: Implementación del control en prealimentación mediante el uso del compensador de Prandtl-Ishlinskii (rojo) y un controlador PID convencional (azul) sobre el banco de pruebas.

Para el modelo de Prandtl-Ishlinskii con función de envoltura lineal, si se utiliza una señal de referencia senoidal, se obtiene el resultado de seguimiento observado

en la Figura 7.26. En este caso se observa como el error ha disminuido al igual que las sobreoscilaciones, con el resultado numérico del error presentado en la Tabla 7.3.

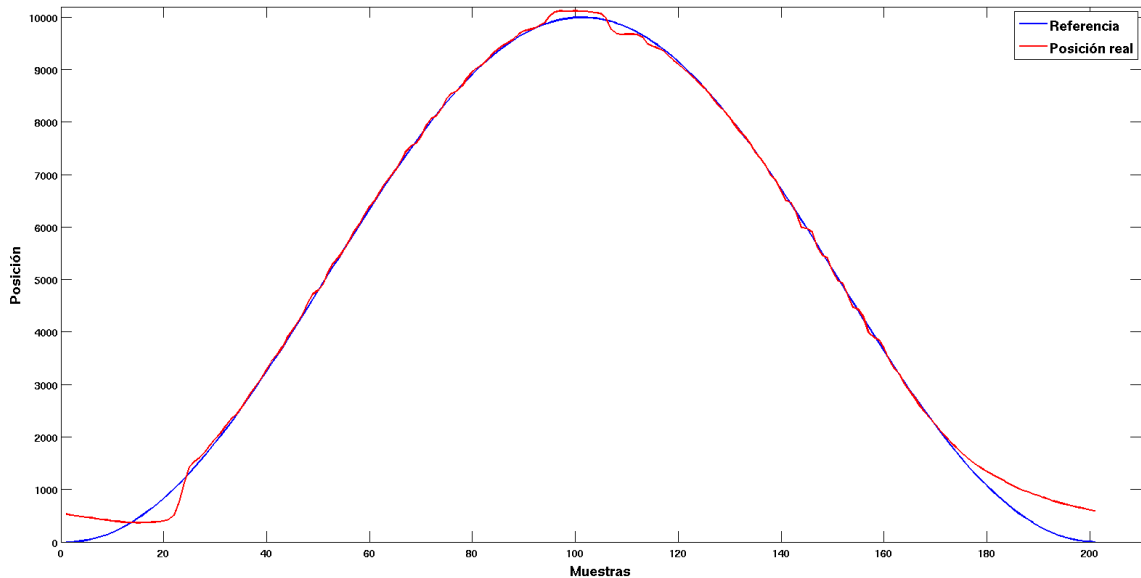


Figura 7.26: Control de Prandtl-Ishlinskii+PID con función de envoltura lineal y 10 operadores siguiendo una referencia senoidal de $0,25Hz$ con una contracción máxima del 3% (calentamiento-enfriamiento), para una SMA Dynalloy de tipo "HT" de $0,15mm$ de diámetro.

Tabla 7.3: Errores en el control de Prandtl-Ishlinskii+PID con función de envoltura lineal y 10 operadores, para una referencia senoidal de $0,25Hz$ sobre una población de 200 muestras. El valor de posición viene dado en unidades de sensor, cuya resolución es de $0,488\mu m$.

Suma dif. cuadráticas (L2)	Error cuadrático medio
9959809	49799

Análogamente, para el caso del modelo de Prandtl-Ishlinskii con función de envoltura no lineal (\tanh), se obtiene el seguimiento mostrado en la Figura 7.27 y los errores de la Tabla 7.4. El resultado es similar al anterior, pero con una ligera mejora en el principio de la etapa de calentamiento y principio de enfriamiento, donde las sobreoscilaciones son menores y el tiempo de establecimiento menor.

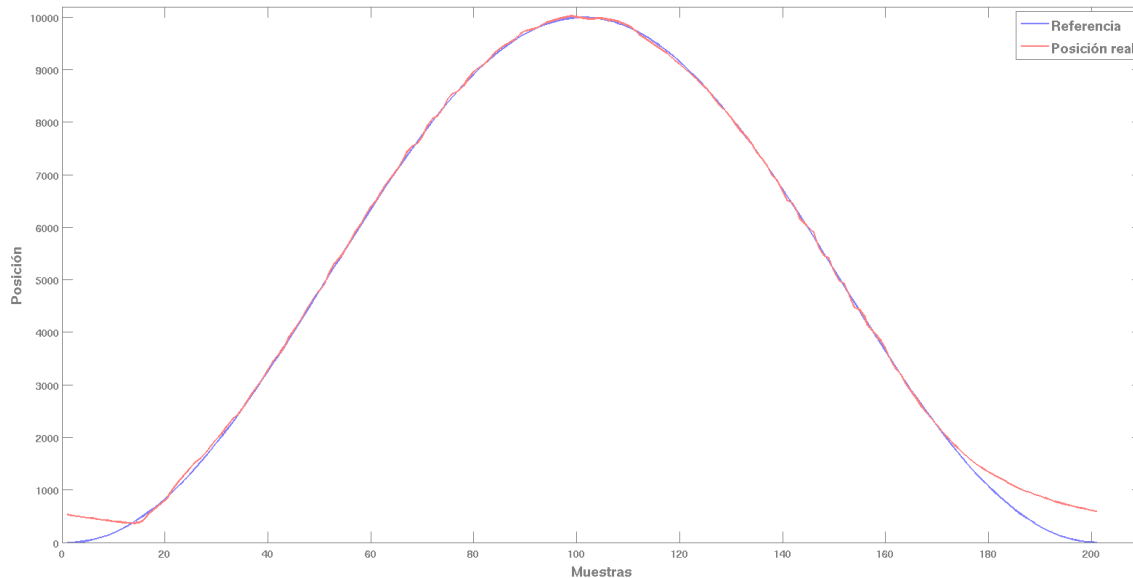


Figura 7.27: Control de Prandtl-Ishlinskii+PID con función de envoltura de tipo \tanh y 2 operadores siguiendo una referencia senoidal de $0,25\text{Hz}$ con una contracción máxima del 3% (calentamiento-enfriamiento), para una SMA Dynalloy de tipo "HT" de $0,15\text{mm}$ de diámetro.

Tabla 7.4: Errores en el control de Prandtl-Ishlinskii+PID con función de envoltura de tipo \tanh y 2 operadores, para una referencia senoidal de $0,25\text{Hz}$ sobre una población de 200 muestras. El valor de posición viene dado en unidades de sensor, cuya resolución es de $0,488\mu\text{m}$.

Suma dif. cuadráticas (L2)	Error cuadrático medio
7105800	35529

7.4. Control basado en PID autoajustable

El siguiente método de control se plantea como alternativo a los anteriores, en el caso de necesitar un control *menos fino* y de fácil y rápida implementación. El funcionamiento consiste en auto-ajustar un regulador PID mediante el algoritmo de ED descrito en [103] [93], sobre el que evolucionarán las variables K_p , K_i y K_d hasta encontrar el mejor valor según la función de coste.

El esquema genérico a optimizar consiste en el control convencional mediante un regulador PID como se observa en la Figura 7.30, donde la planta es el modelo del actuador SMA que se desea controlar. Para la simulación numérica de este tipo de control se utilizó el modelo térmico del actuador SMA, al que se le añadió un PID de valores variables para poder ser ajustado en cada iteración del algoritmo ED, tal y como se muestra en la Figura 7.28.

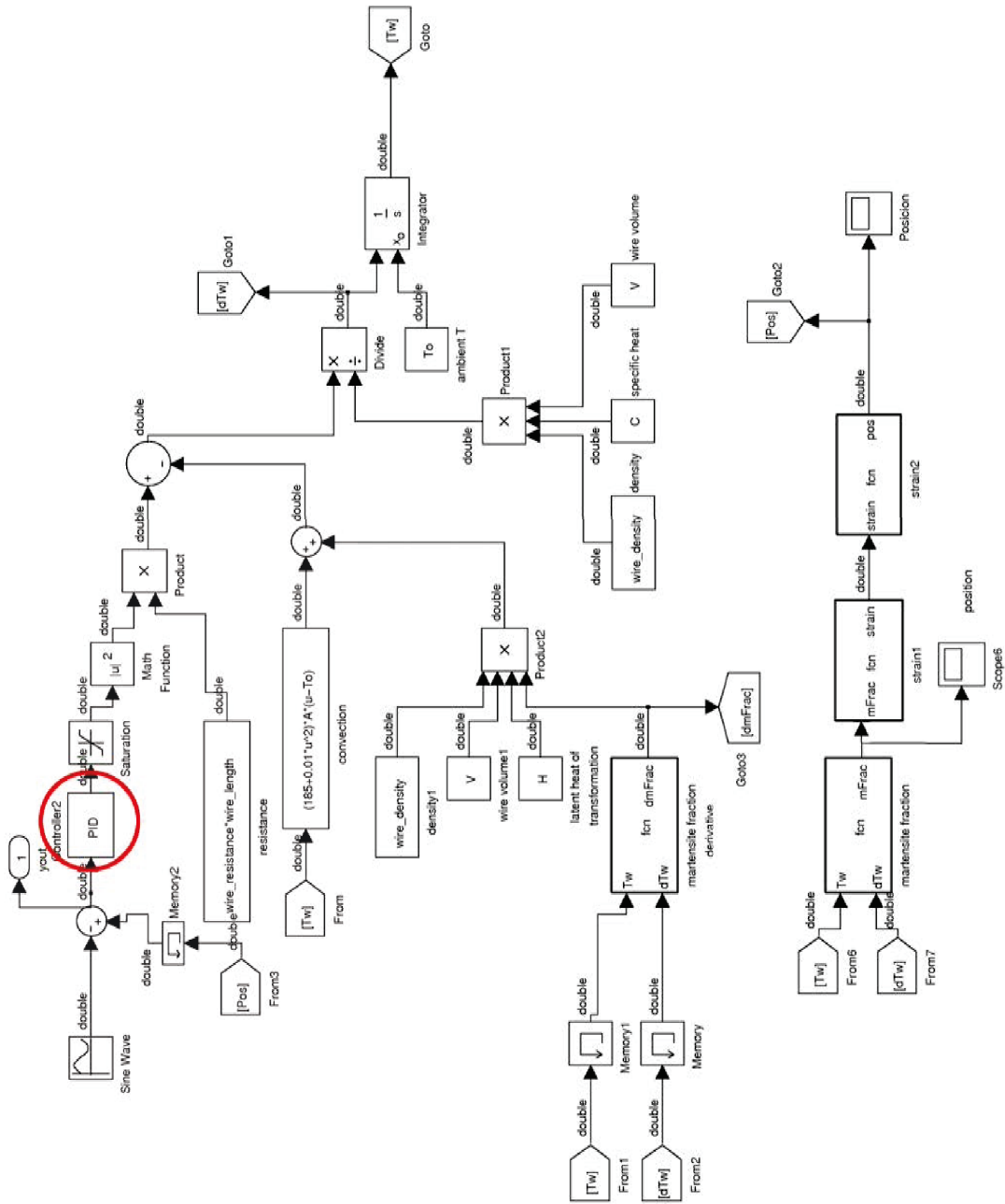


Figura 7.28: Modelo térmico de la SMA con control auto-ajustable PID (rojo).

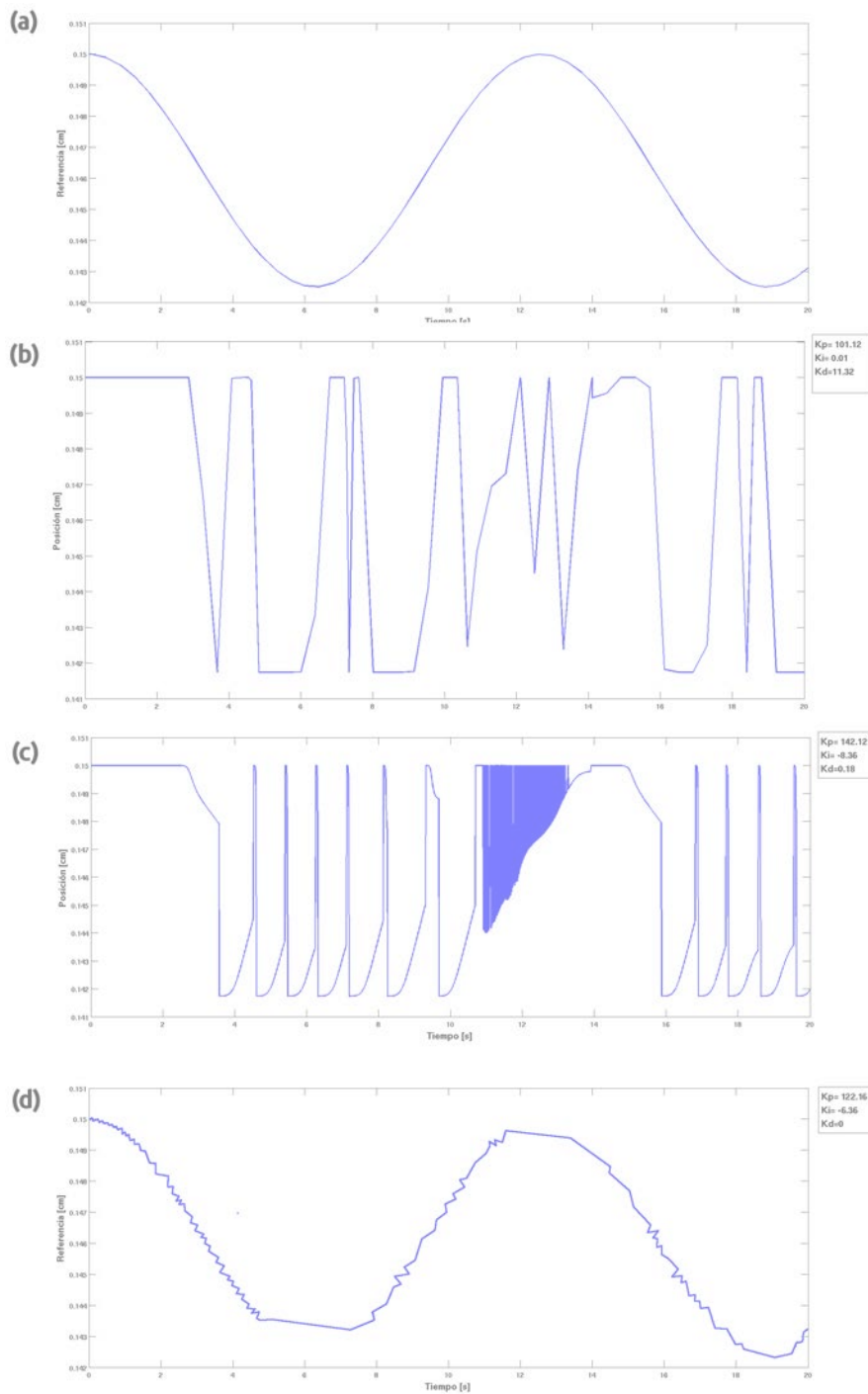


Figura 7.29: Evolución del algoritmo ED para el ajuste de un regulador PID en distintas iteraciones. (a) Referencia en posición. Ajuste en la quinta iteración (b), vigésima iteración (c) y tras 100 iteraciones (d).

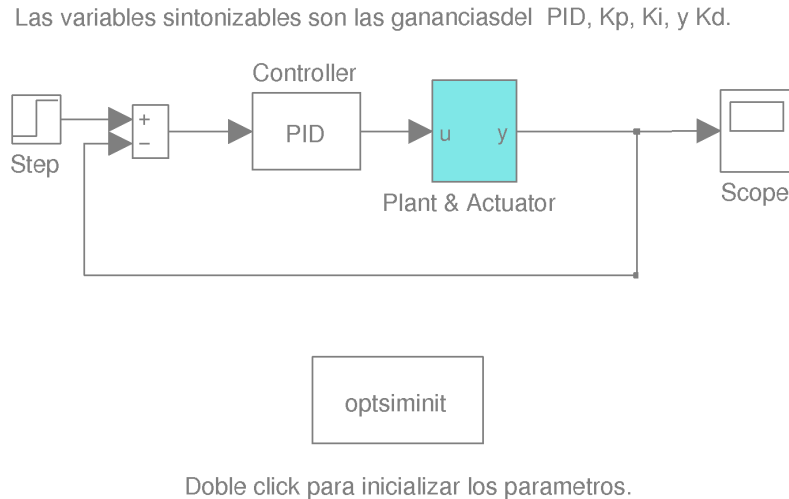


Figura 7.30: Esquema general de ajuste de las variables del regulador PID.

Si se utiliza como error la diferencia cuadrática entre el valor de referencia y la posición calculada a través del modelo térmico, se ajustarán los parámetros del PID a medida que avancen las iteraciones, obteniendo como resultado la Figura 7.29, y que serán los parámetros del regulador que se implementarán en el bucle de control.

7.4.1. Implementación del modelo auto-ajustable en el bucle de control

Los resultados que se obtuvieron del proceso detallado anteriormente no fueron mejores que los del PID convencional, lo que resulta bastante lógico por la falta de elementos que no se simularon en el modelo numérico propuesto (rozamientos, pérdidas de calor por conducción, rigidez del muelle variable, etc.), lo que llevó a un regulador PID no ajustado con mucha sobreoscilación y errores elevados.

El objetivo final de este método de control es su implementación sobre el actuador SMA y que mediante un ensayo de ajuste se obtengan las variables del regulador automáticamente, sin proceso de identificación, como en los modelos anteriores. Por este motivo, este modelo de control completamente automatizado se implementó en el banco de pruebas, pero debido a la falta de potencia de cómputo

disponible en el hardware de control, la adquisición de datos se realizó con un retardo considerable, lo que descartó la validez de los mismos y del ensayo propuesto. Sin embargo se ha planteado la posibilidad de desarrollar dichos experimentos mejorando el hardware de control en futuras revisiones.

7.5. Respuesta a entrada escalón

En este apartado se estudian las distintas respuestas ante una entrada escalón para los modelos de Prandtl-Ishlinskii con PID y el control Bouc-Wen. No se ha incluido la respuesta al modelo PID puesto que el modelo de Bouc-Wen consiste en este regulador ajustado según la metodología ya expuesta.

Para el caso del modelo Bouc-Wen se obtiene la Figura 7.31, donde se observa como la posición referencia no se llega a alcanzar en régimen permanente, teniendo un error del 1,1 % aproximadamente. El error cometido en el seguimiento, de manera análoga a los casos anteriores se observa en la Tabla 7.5.

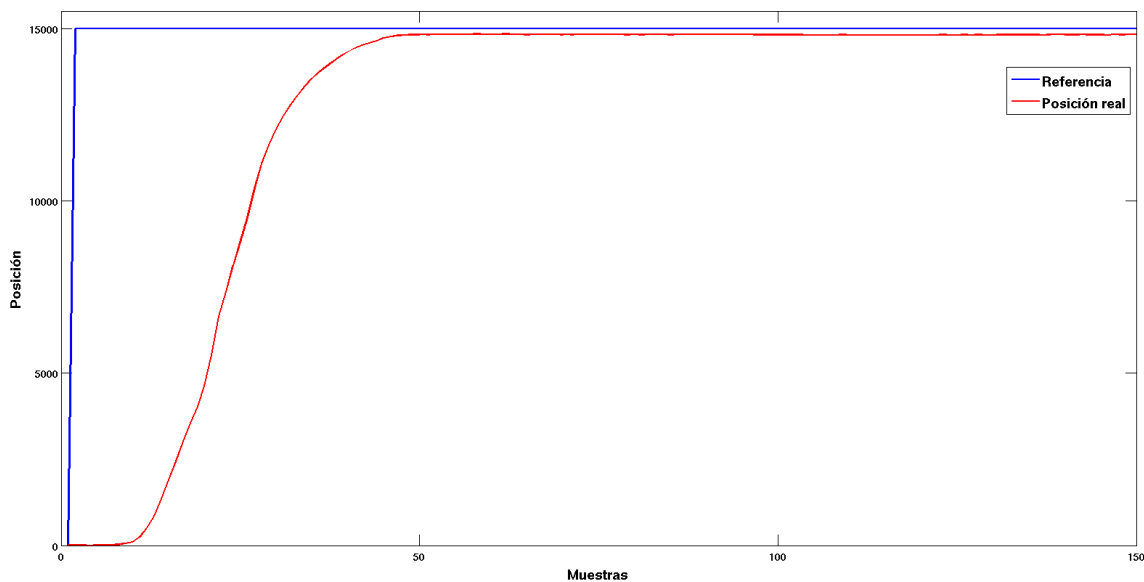


Figura 7.31: Respuesta ante entrada escalón utilizando el control Bouc-Wen hasta una contracción del 3,5 %, para una SMA Dynalloy de tipo "HT" de 0,15mm de diámetro. Tiempo de muestreo 0,02s.

Tabla 7.5: Errores en el control Bouc-Wen ante entrada escalón de contracción 3,5 % sobre una población de 100 muestras. Tiempo de muestreo 0,02s. El valor de posición viene dado en unidades de sensor, cuya resolución es de $0,488\mu\text{m}$.

Suma dif. cuadráticas (L2)	Error cuadrático medio
$4,0803 \cdot 10^9$	$4,0803 \cdot 10^7$

El control de tipo Prandtl-Ishlinskii, tanto para función de envoltura lineal como la de tipo *tanh* ofrecieron los mismos resultados ante este tipo de señal de entrada, por ello sólo se presentan los relativos a la función de envoltura lineal en la Figura 7.32. En este caso, la diferencia que se puede apreciar respecto al anterior es una pequeña sobreoscilación de apenas un 1 % del valor consigna, y un valor en régimen permanente algo mejor que en caso anterior (0,7 %). Los errores de seguimiento se detallan en la Tabla 7.6.

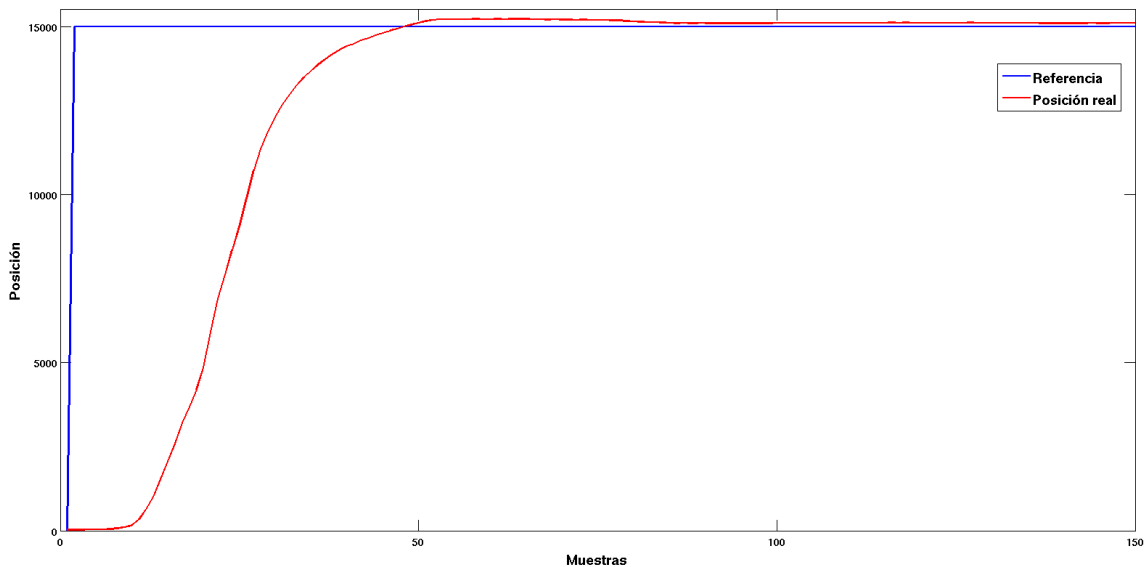


Figura 7.32: Respuesta ante entrada escalón utilizando el control Prandtl-Ishlinskii hasta una contracción del 3,5 %, para una SMA Dynalloy de tipo "HT" de 0,15mm de diámetro. Tiempo de muestreo 0,02s.

Tabla 7.6: Errores en el control Prandtl-Ishlinskii ante entrada escalón de contracción 3,5 % sobre una población de 100 muestras. Tiempo de muestreo 0,02s. El valor de posición viene dado en unidades de sensor, cuya resolución es de $0,488\mu\text{m}$.

Suma dif. cuadráticas (L2)	Error cuadrático medio
$3,9944 \cdot 10^9$	$3,9944 \cdot 10^7$

7.6. Fatiga por la acción de control

En esta sección se pretende estudiar la *suavidad* de la señal de intensidad aplicada al actuador SMA, en cada uno de los distintos tipos de control. Teóricamente el material se deteriorará menos con un control menos brusco y por lo tanto la vida útil del actuador aumentará¹. Para ello se propone la siguiente medida de acción de control, denominada *Medida de la Extenuación debida al Control* [MEC]:

$$MEC = \sum_{i=1}^{n-1} |y_{i+1} - y_i| \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7.2)$$

Donde y es la intensidad aplicada a la SMA, ya sea en intensidad o en ancho de pulso (PWM), en cada instante de tiempo y n el número de muestras de la medida.

Considerando el modelo de control basado en el PID sobre un ciclo completo de calentamiento-enfriamiento, se obtienen los valores de consigna de control que se observan en la Figura 7.33.

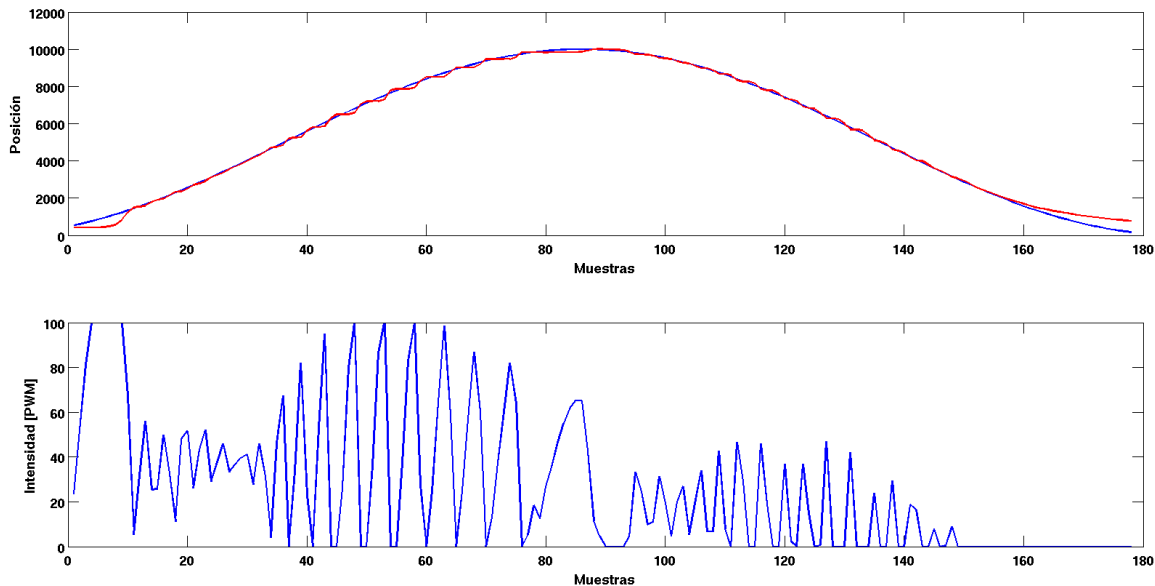


Figura 7.33: Señal de entrada a la SMA modulada en ancho de pulso (PWM), para una referencia senoidal (arriba en color azul) y la posición real (arriba en color rojo). Utilizando el control PID, sobre una SMA Dynalloy de tipo "HT" de 0,15mm de diámetro. Tiempo de muestreo 0,02s.

¹No demostrado experimentalmente todavía. En futuras revisiones del banco de pruebas se procederá a la realización del ensayo de fatiga por la acción de control.

Para el caso de el control Prandtl-Ishlinskii con función de envoltura lineal, se obtienen los siguientes resultados (Figura 7.34).

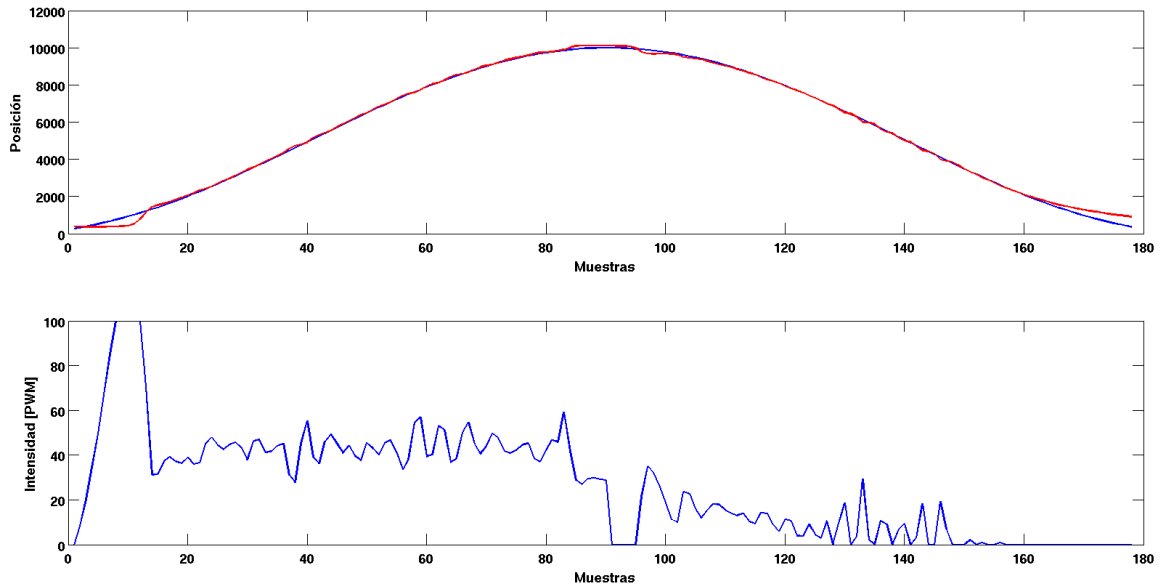


Figura 7.34: Señal de entrada a la SMA modulada en ancho de pulso (PWM), para una referencia senoidal (arriba en color azul) y la posición real (arriba en color rojo). Utilizando el control Prandtl-Ishlinskii con función de envoltura lineal y 10 operadores, sobre una SMA Dynalloy de tipo "HT" de 0,15mm de diámetro. Tiempo de muestreo 0,02s.

Aplicando la expresión (7.2), se obtienen los resultados de la Tabla 7.7, en la que se observa como para el caso del control Prandtl-Ishlinskii esta medida se reduce en un 71 % respecto al PID. Lo que prolongará la vida esperada del material por estar sometido a una menor fatiga por acción de control.

Tabla 7.7: MEC (Medida de la Extenuación debida al Control) del control PID y Prandtl-Ishlinskii ante entrada senoidal. Tiempo de muestreo 0,02s.

MEC_{PID}	$MEC_{Prandtl}$
3297	958

7.7. Comparativa entre las estrategias de control

A modo resumen de todos los resultados obtenidos en la realización de este capítulo, se propone la Tabla 7.8, donde se comparan los métodos de control

respecto al PID. Los errores de seguimiento se presentan también relativos a dicho control, utilizando para esta comparación las raíces cuadradas de los errores cuadráticos medios ya presentados anteriormente.

Tabla 7.8: Cuadro comparativo entre las estrategias de control PID, Bouc-Wen y Prandtl-Ishlinskii con función de envoltura lineal y no lineal. Los valores de error son relativos al control PID.

	Bouc-Wen	Prandtl-Is. lineal	Prandtl-Is. <i>tanh</i>
Identificación	Difícil ↑ coste comp.	Sencilla Alg. evolutivos	Sencilla Alg. evolutivos
Implementación algoritmo control	Sencilla (PID)	Laboriosa ↓ coste comp.	Difícil obt. modelo inv.
Error seguim. señal seno	Similar al PID Menor sobreosc.	8 % menor	22 % menor
Error seguim. escalón	Igual que PID	1,2 % menor	1,2 % menor
Fatiga por acción control	Igual que PID	71 % menor	71 % menor

De las estrategias presentadas cabe destacar la menor fatiga por acción de control para ambos métodos de Prandtl-Ishlinskii, lo que sumado a los mejores seguimientos de señales senoidales, hacen que sean los idóneos en aplicaciones donde la vida útil del actuador sea un factor importante. Por otro lado, el ajuste del control PID mediante la metodología de Bouc-Wen, no ofrece resultados considerablemente mejores que el ajuste experimental inicial del banco de pruebas, lo que descarta su uso respecto a las técnicas anteriores.

Capítulo 8

Conclusiones y trabajos futuros

Durante esta tesis se han aportado tres contribuciones principales al control de actuadores de tipo SMA, las cuales resuelven las siguientes dificultades: búsqueda de un estado inicial en el actuador, aplicación del algoritmo ED para la identificación del modelo de Prandtl-Ishlinskii y del Bouc-Wen y por último, la implementación y comparativa de varias estrategias de control sobre el sistema real.

8.1. Búsqueda del estado inicial

Uno de los problemas que existen a la hora de identificar los parámetros, de un cierto sistema con histéresis, es la búsqueda de un determinado estado conocido del que comenzar el proceso. Debido a la histéresis que presenta el actuador utilizado, conocer el estado en que se encuentra sin conocer su historia pasada, no es sencillo. Además, para inicializar los algoritmos de control, en muchos casos es necesario partir de este estado conocido, ya que los modelos matemáticos en los que se basan parten de esta premisa.

Para la resolución de este problema, se ha propuesto, probado y validado un ensayo de inicialización, que será aplicado previo a cualquier tarea de identificación o control. La idea consiste en la aplicación de una señal de amplitud decreciente, y que tras un tiempo determinado el actuador llegará a un estado conocido denominado *zero point*. Este punto, para un mismo actuador, dependerá sólo de las características de la señal aplicada, y por lo tanto será estable para los propósitos deseados.

8.2. Identificación de histéresis mediante ED

Una vez el actuador se encuentra en un estado conocido, se propone una identificación basada en algoritmos evolutivos (ED). Mediante el uso de métodos numéricos, se realizan una serie de simplificaciones que permiten parametrizar el modelo Bouc-Wen, y en concreto calcular los parámetros que forman el modelo de histéresis de la SMA, y que analíticamente no tenía solución directa. Además se presenta un estudio de sensibilidad acerca de las variables del modelo.

Por otro lado se proponen dos modelos de Prandtl-Ishlinskii, tanto lineal como no lineal, que presentan compatibilidad con el comportamiento de los actuadores SMA. Después de variar el número de operadores y otra serie de parámetros, sobre

los ensayos de identificación, se estudia el error cometido en cada ajuste.

8.3. Implementación de los modelos en el bucle de control

Una vez se encuentra identificado el sistema, se procede al control del actuador SMA mediante el uso de distintas técnicas, así como una comparación entre cada una de ellas. Para el caso de modelo Bouc-Wen, se presenta un ajuste de un PID mediante los parámetros que proporciona el modelo teórico. Tras su aplicación sobre la SMA no se observan mejoras respecto al ajuste experimental de referencia (PID).

Para el caso del modelo de Prandtl-Ishlinskii, se propone una metodología basada en prealimentación mediante el modelo inverso, más una realimentación PID. Para ambos modelos (lineal y no lineal), se estudió el número de operadores necesario para encontrar un equilibrio entre tiempo de cómputo y calidad del ajuste. Por último, después de una comparativa ante diversas señales de entrada, se concluye que el método de Prandtl-Ishlinskii mejora notablemente el control de histéresis de la SMA. Además se mejora la durabilidad de la misma al presentar un control más *fino*, y por lo tanto aportar una menor fatiga térmica al material.

8.4. Trabajos futuros

El trabajo aquí descrito, al formar parte de un proyecto mayor, se debe integrar y validar para su puesta en marcha sobre el sistema de actuación final. Por este motivo, a continuación se plantean una serie de trabajos que a corto y medio plazo serán se deberán realizar:

- Realización de un estudio de fatiga debido a la acción de control, para comparar el método de Prandtl-Ishlinskii respecto al PID convencional y validar los estudios presentados anteriormente.
- Integración de los algoritmos de identificación sobre el propio hardware de desarrollo, para poder funcionar de manera autónoma ante cambios de la SMA, sin depender de ningún PC externo.

- Desarrollo de una estrategia de control adaptativa basada en el modelo de Prandtl-Ishlinskii y que funcione para varias frecuencias y tipos de SMA.
- Desarrollo de una metodología basada en control borroso, que ajuste entre las técnicas presentadas, la más adecuada para cada señal de entrada.
- Prueba de otras funciones de envoltura invertibles en el modelo de Prandtl-Ishlinskii, cuya forma sea parecida al ciclo de histéresis. Aunque el uso de la función actual \tanh mejora el comportamiento, respecto al modelo de función lineal, su modelo inverso no parece mejorar en los casos donde la SMA no trabaja en saturación.
- Diseño de unos dispositivos de enfriamiento para el actuador SMA. Para mejorar los algoritmos de control y aumentar la frecuencia de funcionamiento de los mismos, se plantea el uso de dispositivos de enfriamiento por convección forzada basados en microventiladores y sopladores, aunque otros métodos como inmersión en aceite o contacto con grasas térmicas pueden ser evaluados.
- Migración de los algoritmos de control del banco de pruebas al dispositivo final que se presente en el proyecto HYPER.

Apéndice **A**

Código de identificación del modelo
Bouc-Wen

```
function [kx,kw,rho,sigma,n] = identification(input,hyst1,hyst2,q)

vectorkx = (hyst2-hyst1)/q;

kx = mean(vectorkx);

theta = hyst1-kx*input;

posicion = interp1(theta,1:length(theta),0);

xestrella = interp1(input,posicion);

posicion1 = randi(length(input)-2,1);
posicion2 = randi(length(input)-1,1);

while (input(posicion1) <= xestrella)
    posicion1 = randi(length(input)-2,1);
end

while input(posicion2) <= input(posicion1)
    posicion2 = randi(length(input)-1,1);
end

derivadatheta = diff(theta)./diff(input);

a = interp1(derivadatheta,posicion);

n = log((derivadatheta(posicion2) - a) / (derivadatheta(posicion1) - a));
n = n/log(theta(posicion2)/theta(posicion1));

b = (a-derivadatheta(posicion2)) / (theta(posicion2)^n);

kw = (a/b)^(1/n);

rho = a/kw;

omega = theta/kw;

aleatorio3 = randi(length(omega)-1,1);

while (omega(aleatorio3) >= 0)
    aleatorio3 = randi(length(omega)-1,1);
end

derivadaomega = diff(omega)./diff(input);
sigma = 0.5*((derivadaomega(aleatorio3)/rho-1)/(-omega(aleatorio3))^n+1);
```


Apéndice **B**

Identificación de los parámetros
mediante Evolución Diferencial

B.1. Optimización

La optimización es probablemente uno de los desafíos más importante con el que científicos y economistas se han enfrentado en las últimas décadas. ¿Cuál es la cantidad óptima de combustible en un coche de Fórmula 1? ¿Cuál es la localización exacta del robot Spirit tras meses moviéndose por la superficie marciana? Claramente, es necesario a día de hoy disponer de herramientas que permitan a los investigadores responder a estas y otras muchas preguntas de manera precisa, concisa y robusta.

En principio, la optimización y minimización no debería parecer un problema complejo de analizar, por ejemplo, si un ganadero lleva 50 años criando gallinas, sabe perfectamente la cantidad de pienso que debe suministrar a sus animales para alimentarlos al menor precio de coste y con la mayor producción. Nadie le ha dicho nunca cuantos kg debe darles y sin embargo considera *perfecto* el volumen aunque cada año posea un número variable de ellas. Sin embargo, no todos los problemas son posibles de resolver a partir de la experiencia. Existen casos como por ejemplo la selección de los parámetros que maximizan los niveles de producción de una central lechera (presión de las válvulas, temperatura de los componentes, velocidad de la mezcla) que son complejos de determinar *a priori*. Es decir, no es posible o conveniente *probar y equivocarse* hasta dar con la solución adecuada por tratarse de problemas altamente complejos y caros. Es por ello que se le da la oportunidad a las matemáticas para guiarse en busca de la mejor solución.

Se puede definir la optimización como el proceso de encontrar la mejor solución posible a un problema, bajo ciertas restricciones. Normalmente, existen D parámetros en una función $f(x) = f(x_0, x_1, x_2, \dots, x_{D-1})$ que modifican su comportamiento al intentar minimizarla. Esto significa que de alguna manera, para minimizar f será necesario comprender e interpretar el papel de cada variable dentro del sistema global. En el caso de la Figura B.1 se plantea como objetivo encontrar el mínimo de la función $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$.

Dado que se trata de una función *monomodal*, pues tan solo existe una solución óptima, resulta sencillo de encontrar su solución por métodos tradicionales como puede ser el método del gradiente, la secante o Gauss-Newton, fuerza bruta, Hooke and Jeeves en un entorno local. Si la optimización comienza cerca de un *cuenco* o mínimo, estos métodos darán resultados muy buenos. Además, es posible implementar un *paso adaptativo* que se reduzca a medida que la función se acerque al mínimo.

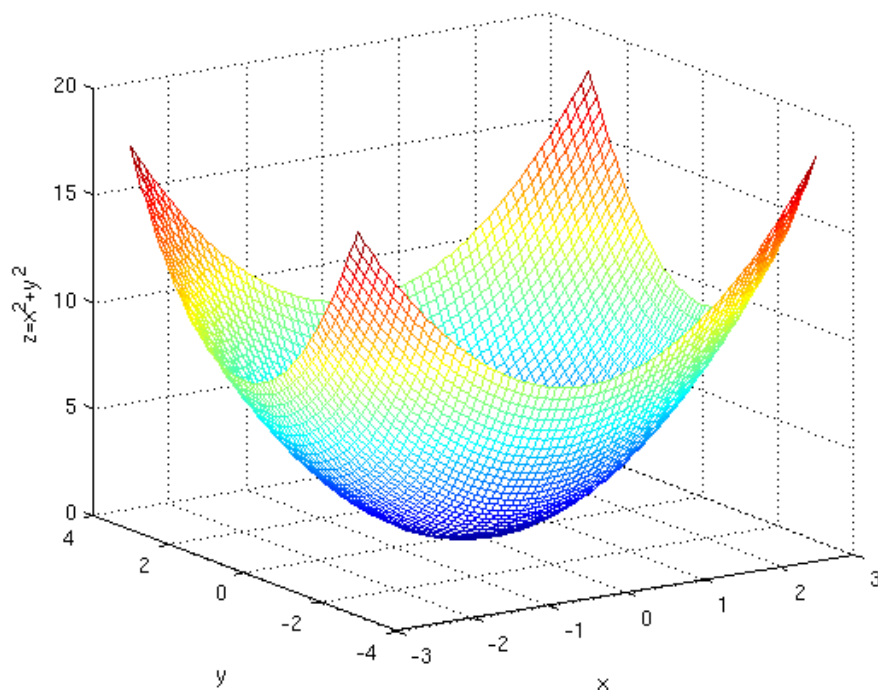


Figura B.1: Función monomodal. Búsqueda del punto óptimo.

Normalmente los problemas surgen en los sistemas no lineales de los cuales se desconocen su mecanismo interno. En estos casos, es muy común encontrarse con funciones que admiten más de una solución (o mínimo) local, creando un nuevo problema: la convergencia hacia otras soluciones peores (mínimos locales) de los algoritmos. Para solucionar este problema, será necesario implementar funciones de optimización que permitan realizar búsquedas en un entorno global, contrastando así los costes en toda la superficie y seleccionando el valor más representativo de la misma. Este tipo de algoritmos son menos precisos, pero ofrecen la ventaja de trabajar en funciones con numerosos mínimos locales como en el caso de la Figura B.2.

B.2. Evolución Diferencial

La evolución diferencial es principalmente un método de optimización que surgió en 1995 a partir de un algoritmo genético desarrollado por Kenneth Price. Se trata de un optimizador basado en poblaciones que ataca el problema inicial mediante la evaluación la función objetivo en múltiples puntos iniciales seleccionados aleatoriamente y evoluciona sobre las poblaciones anteriores de manera aleatoria.

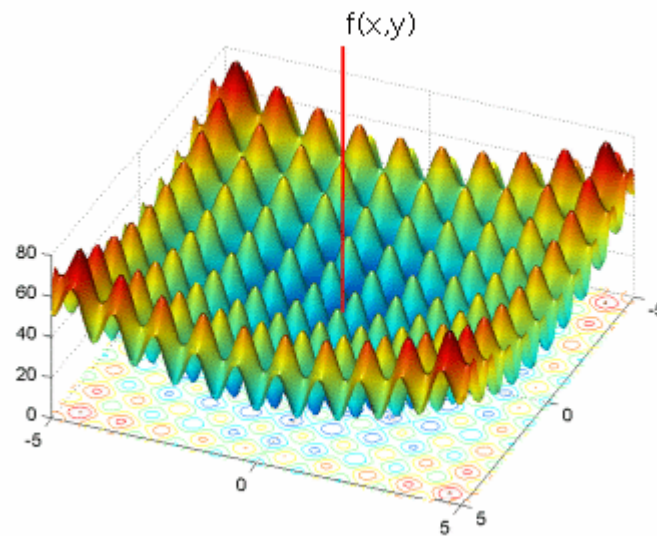


Figura B.2: Función multimodal a escala local. Búsqueda del mínimo global.

B.2.1. Motivación

Tal y como plantea [103], existen muchas formas de resolver el problema de optimización en funciones multimodales. Como es lógico, el principal problema que surge al abordar este tipo de funciones es el punto de inicio o arranque. Antes de desarrollar métodos basados en algoritmos genéticos o evolutivos, se plantearon soluciones más sencillas pero menos robustas y precisas:

1. *Recocido simulado (Simulated Annealing)* – Realiza una búsqueda heurística en el que en cada iteración, se evalúan los puntos cercanos y probabilísticamente se decide si se pasa a un nuevo estado s' o se mantiene en el mismo estado s buscando los puntos de menor energía [146]. Este procedimiento se realizará hasta que la energía sea menor a un valor establecido anteriormente. Este método posee como característica importante que la probabilidad de transición siempre es mayor que cero, y por lo tanto, elimina la posibilidad de estancarse en mínimos locales. Además, a medida que se va acercando a un mínimo global, la probabilidad disminuye asintóticamente.
2. *Múltiples puntos. Métodos basados en la derivada*– En los que se proponen varios puntos iniciales y se estima la energía partiendo de todos ellos. Con ello se consigue una optimización global. Normalmente estos métodos aplican la derivada, aunque no es estrictamente necesario, pudiéndose aplicar técnicas de búsqueda directa en casos donde la función no es derivable [147].

3. *Múltiples puntos. Métodos de Clustering* – Otra posibilidad que se ha planteado es lanzar diferentes puntos y establecer unas agrupaciones o clusters de manera que se agrupan los puntos en función de su base de atracción [148]. De esta manera, suponiendo que los mínimos se comportan como hiperelipsoides, es posible tras un clustering estimar el centro de los mismos y decidir cual es el mínimo global. El problema que surge al utilizar este método es el gran consumo de memoria que se produce pues requiere almacenar todos los valores y posiciones que se van encontrando durante el proceso.

B.2.2. Funcionamiento

El método de ED (*Evolución Diferencial*) es un optimizador basado en población que resuelve el problema de la selección del punto inicial mediante el muestreo de la función objetivo en múltiples puntos seleccionados aleatoriamente. En el **planteamiento inicial** se establecen el dominio de los parámetros de entrada x_m^{min} , x_m^{max} desde los cuales se generarán N_p vectores sobre esta población inicial tal como se muestra en la Figura B.3. Cada vector se indexa de manera que adquiera un valor entre 0 y $N_p - 1$

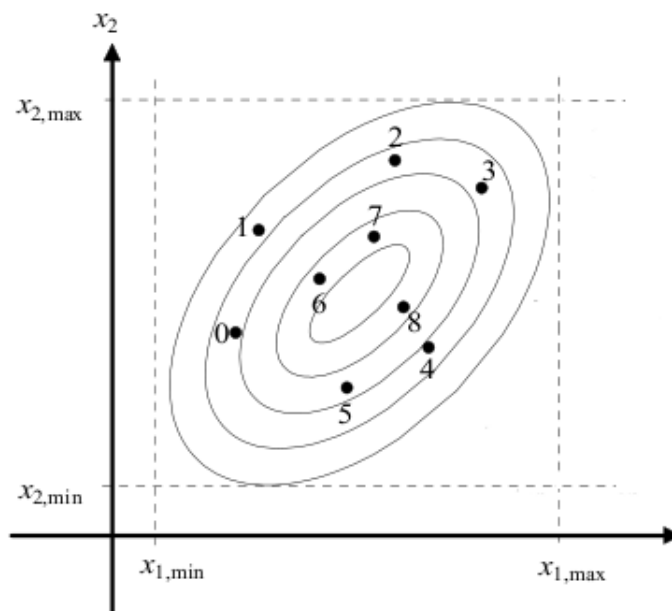


Figura B.3: *Evolución Diferencial. Planteamiento inicial del problema.*

Como en otros los métodos basados en población, ED **genera nuevos puntos**

(perturbaciones) basado en puntos anteriores. Estas desviaciones no son reflexiones tal y como plantean otras soluciones como *CRS* o *Nelder–Mead* [149], ni tampoco se basan en selección de puntos en funciones de probabilidad predefinidas, como en los algoritmos de Montecarlo. La gran diferencia estriba en que en este caso los nuevos valores se generan valiéndose de tres individuos seleccionados al azar. Dos de los elementos x_{r1}, x_{r2} se restan multiplicados por un peso (tasa e mutación) F y se suman al tercero x_{r3} produciendo el vector de prueba

$$u_0 = x_{r3} + F \cdot (x_{r1} - x_{r2})$$

tal y como se muestra en la Figura B.4

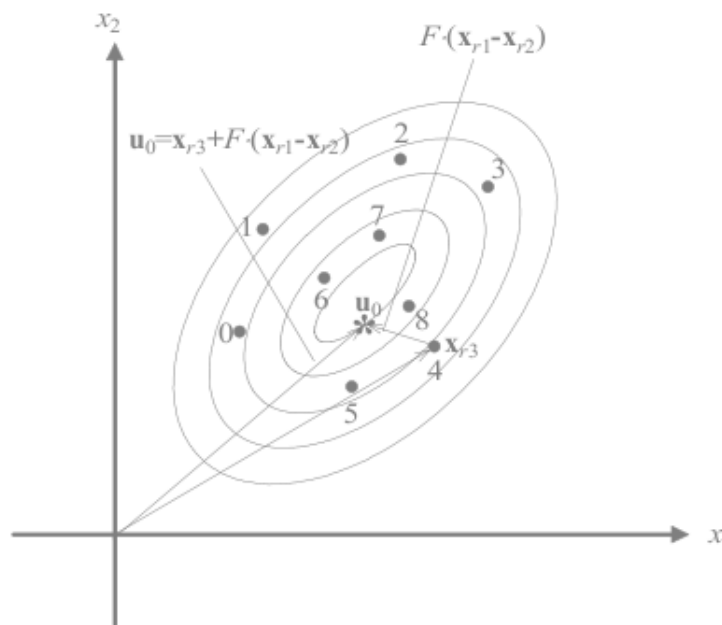


Figura B.4: Evolución Diferencial. Selección de la población con valores aleatorios y generación del vector de prueba u_0 .

Posteriormente, en la etapa de selección, el vector de prueba u_0 compite contra todos los vectores de población del mismo índice, que en el caso de la Figura B.5 es el número 0. En dicha representación se muestra el paso de **selección y almacenamiento** en el que se marca el vector con menor coste como miembro de la siguiente generación. Este proceso se realizará repetidamente hasta que una población de N_p vectores han competido contra un vector de prueba generado aleatoriamente. Una vez que el último vector de prueba ha sido probado, los vectores supervivientes de

las N_p competiciones entre pares pasan a ser los padres de la siguiente generación.

Cuando alguna de las condiciones de salida se cumplan, el algoritmo termina. Normalmente las restricciones son de tiempo, número de iteraciones/generaciones o precisión alcanzada. Dependiendo del uso que se le quiera dar al algoritmo, convendrá usar una u otra condición de salida. En el caso de este proyecto, dado que la búsqueda del óptimo se buscará una sola vez, la velocidad de convergencia no es crucial, siendo la máxima prioridad la precisión (dado que una vez se encuentre la red óptima se establecerán los valores óptimos como pesos y bias de la misma y no se volverá a optimizar).

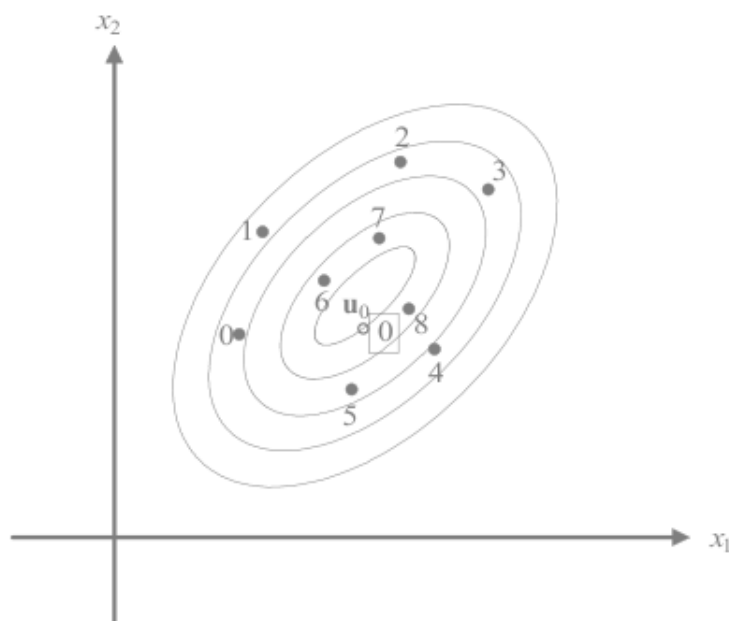


Figura B.5: Evolución Diferencial. Puesto que posee el menor coste, u_0 reemplaza el vector con índice 0 en la siguiente generación.

B.2.2.1. Mutación

Un proceso importante en el algoritmo de ED es la mutación. Ésta consiste en agregar un incremento generado aleatoriamente a una o más variables de un vector solución candidato. El objetivo de la mutación es generar nuevos candidatos tal y como se observa en la Figura B.4. Complementariamente a este proceso se encuentra también el de cruce, que consiste en intercambiar información de los vectores solución a sus descendientes.

B.2.3. Ventajas y desventajas del algoritmo de ED

Las principales ventajas de la ED son:

- Capaz de trabajar con funciones objetivo no lineales, no diferenciables y multimodales.
- Algoritmo fácilmente paralelizable, especialmente útil cuando la evaluación de la función objetivo es computacionalmente costosa.
- No es necesario predefinir distribuciones de probabilidad como en el caso de las estrategias evolutivas.
- Suele converger a un valor óptimo (posiblemente global), de una manera consistente a lo largo de una secuencia de ejecuciones independientes.

Por otro lado, la ED presenta una serie de desventajas propias de este tipo de estrategias como son la posible convergencia inestable en algunos casos, o la probabilidad de caer en puntos óptimos a nivel local.

B.2.4. Pseudo-Código del optimizador

El siguiente extracto contiene el pseudo-código para ED mostrando la sencillez del mismo y la base del mismo.

```
while (criterio de convergencia no es alcanzado)
{
    for (i=0; i<NP; i++)
    {
        r1 = rand(NP);
        r2 = rand(NP);
        r3 = rand(NP);

        ui = xr3 + F*(xr1 - xr2);
        if (f(ui) <= f(xi)){
            yi = ui;
        }
        else{
            yi = xi;
        }
    }
}
```


Apéndice **C**

Características de las SMA

NICKEL - TITANIUM ALLOY PHYSICAL PROPERTIES

1. Density	0.235 lb/in ³ (6.45 g/cm ³)
2. Specific Heat	0.20 BTU/lb * °F (0.2 cal/g * °C)
3. Melting Point	2370 °F (1300 °C)
4. Latent Heat of Transformation	10.4 BTU/lb (5.78 cal/g)
5. Thermal Conductivity	10.4 BTU/hr * ft * °F (0.18 W/cm * °C)
6. Thermal Expansion Coefficient Martensite Austenite	3.67x10 ⁻⁶ /°F (6.6x10 ⁻⁶ /°C) 6.11x10 ⁻⁶ /°F (11.0x10 ⁻⁶ /°C)
7. Electrical Resistivity (approx.) Martensite: Austenite:	32 micro-ohms * in (80 micro-ohms * cm) 39 micro-ohms * in (100 micro-ohms * cm)

Diameter Size inches (mm)	Resistance ohms/inch (ohms/meter)	Pull Force* pounds (grams)	Approximate** Current for 1 Second Contraction (mA)	Cooling Time 158°F, 70°C “LT” Wire *** (seconds)	Cooling Time 194°F, 90°C “HT” Wire *** (seconds)
0.001 (0.025)	36.2 (1425)	0.02 (8.9)	45	0.18	0.15
0.0015 (0.038)	22.6 (890)	0.04 (20)	55	0.24	0.20
0.002 (0.050)	12.7 (500)	0.08 (36)	85	0.4	0.3
0.003 (0.076)	5.9 (232)	0.18 (80)	150	0.8	0.7
0.004 (0.10)	3.2 (126)	0.31 (143)	200	1.1	0.9
0.005 (0.13)	1.9 (75)	0.49 (223)	320	1.6	1.4
0.006 (0.15)	1.4 (55)	0.71 (321)	410	2.0	1.7
0.008 (0.20)	0.74 (29)	1.26 (570)	660	3.2	2.7
0.010 (0.25)	0.47 (18.5)	1.96 (891)	1050	5.4	4.5
0.012 (0.31)	0.31 (12.2)	2.83 (1280)	1500	8.1	6.8
0.015 (0.38)	0.21 (8.3)	4.42 (2250)	2250	10.5	8.8
0.020 (0.51)	0.11 (4.3)	7.85 (3560)	4000	16.8	14.0

Figura C.1: Características de los hilos de Nitinol. Cortesía de DYNALLOY Inc. [150].

Bibliografía

- [1] M. M. Seron and J. H. Braslavsky, "Sistemas no lineales," *Departamento de Electrónica, Universidad Nacional de Rosario, Primer Cuatrimestre*, 2000.
- [2] J. Pons, *Wearable Robots: Biomechatronic Exoskeletons*. Wiley Online Library, 2008.
- [3] F. Ikhouane and J. Rodellar, *Systems with hysteresis: Analysis, Identification and Control using the Bouc-Wen Model*. Wiley-Interscience, 2007.
- [4] R. Sues and S. Mau, "Systems identification of degrading hysteretic restoring forces," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 114, p. 833, 1988.
- [5] C. Loh and S. Chung, "A three-stage identification approach for hysteretic systems," *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, vol. 22, no. 2, pp. 129–150, 1993.
- [6] J. Ha, R. Fung, and C. Han, "Optimization of an impact drive mechanism based on real-coded genetic algorithm," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 121, no. 2, pp. 488–493, 2005.
- [7] A. Kyprianou, K. Worden, and M. Panet, "Identification of hysteretic systems using the differential evolution algorithm," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 248, no. 2, pp. 289–314, 2001.
- [8] P. Xia, "An inverse model of MR damper using optimal neural network and system identification," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 266, no. 5, pp. 1009–1023, 2003.
- [9] J. Ching, J. Beck, and K. Porter, "Bayesian state and parameter estimation of uncertain dynamical systems," *Probabilistic Engineering Mechanics*, vol. 21, no. 1, pp. 81–96, 2006.

- [10] S. Masri, J. Caffrey, T. Caughey, A. Smyth, and A. Chassiakos, "Identification of the state equation in complex non-linear systems," *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 39, no. 7, pp. 1111–1127, 2004.
- [11] J. W. Macki, P. Nistri, and P. Zecca, "Mathematical models for hysteresis," *SIAM review*, vol. 35, no. 1, pp. 94–123, 1993.
- [12] I. Mayergoyz, *Mathematical models of hysteresis*. Springer-Verlag, 1991.
- [13] A. Visintin, *Differential models of hysteresis*. Springer Berlin, 1994.
- [14] L. Brinson and M. Huang, "Simplifications and comparisons of shape memory alloy constitutive models," *Journal of intelligent material systems and structures*, vol. 7, pp. 108–114, 1996.
- [15] D. C. Hughes and J. T. Wen, "Preisach modeling and compensation for smart material hysteresis," in *Symposium on Active Materials and Smart Structures: Society of Engineering Science 31st Annual Meeting*, pp. 50–64, International Society for Optics and Photonics, 1995.
- [16] G. Tao and P. V. Kokotovic, "Adaptive control of plants with unknown hysteresis," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 2, pp. 200–212, 1995.
- [17] R. C. Smith, "Inverse compensation for hysteresis in magnetostrictive transducers," *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 33, no. 1, pp. 285–298, 2001.
- [18] W. S. Galinaitis and R. C. Rogers, "Control of a hysteretic actuator using inverse hysteresis compensation," in *5th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials*, pp. 267–277, International Society for Optics and Photonics, 1998.
- [19] X. Tan, R. Venkataraman, and P. S. Krishnaprasad, "Control of hysteresis: Theory and experimental results," in *Proceedings of SPIE*, vol. 4326, pp. 101–112, SPEE, 2001.
- [20] C. Natale, F. Velardi, and C. Visone, "Modelling and compensation of hysteresis for magnetostrictive actuators," in *Proceedings of the International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, vol. 2, pp. 744–749, IEEE, 2001.
- [21] M. A. Krasnosel'skii and A. V. Pokrovskii, *Systems with hysteresis*. Springer Verlag, 1989.

- [22] M. Brokate, *Hysteresis and phase transitions*, vol. 121. Springer, 1996.
- [23] E. Della Torre and E. Della Torre, *Magnetic hysteresis*. IEEE press New York, 1999.
- [24] I. D. Mayergoyz, *Mathematical models of hysteresis and their applications*. Academic Press, 2003.
- [25] K. Tanaka, "A thermomechanical sketch of shape memory effect: one-dimensional tensile behavior," *Res Mechanica*, vol. 18, pp. 251–263, 1986.
- [26] Y. H. Teh, *A Control System For Achieving Rapid Controlled Motions From Shape Memory Alloy (SMA) Actuator Wires*. PhD thesis, PhD thesis, Dept. Engineering, The Australian National University, 2003.
- [27] C. Liang and C. Rogers, "One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials," *Journal of intelligent material systems and structures*, vol. 1, no. 2, pp. 207–234, 1990.
- [28] C. Liang and C. Rogers, "A multi-dimensional constitutive model for shape memory alloys," *Journal of Engineering Mathematics*, vol. 26, no. 3, pp. 429–443, 1992.
- [29] Z. Bo and D. C. Lagoudas, "Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading, Part IV: Modeling of minor hysteresis loops," *International Journal of Engineering Science*, vol. 37, no. 9, pp. 1205–1249, 1999.
- [30] K.-I. Funahashi, "On the approximate realization of continuous mappings by neural networks," *Neural networks*, vol. 2, no. 3, pp. 183–192, 1989.
- [31] K. S. Narendra and K. Parthasarathy, "Identification and control of dynamical systems using neural networks," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 1, no. 1, pp. 4–27, 1990.
- [32] E. Asua, V. Etxebarria, and A. García-Arribas, "Neural network-based micropositioning control of smart shape memory alloy actuators," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 21, no. 5, pp. 796–804, 2008.
- [33] J.-D. Wei and C.-T. Sun, "Constructing hysteretic memory in neural networks," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 30, no. 4, pp. 601–609, 2000.
- [34] K. K. Ahn and N. B. Kha, "Modeling and control of shape memory alloy actuators using Preisach model, genetic algorithm and fuzzy logic," *Mechanics*, vol. 18, no. 3, pp. 141–152, 2008.

- [35] B. Spencer, S. Dyke, M. Sain, and J. Carlson, "Phenomenological model for magnetorheological dampers," *Journal of engineering mechanics*, vol. 123, no. 3, pp. 230–238, 1997.
- [36] S. Bhowmik, *Modelling and Control of Magnetorheological Damper: Real-time implementation and experimental verification*. PhD thesis, DTU Mechanical Engineering: Department of Mechanical Engineering, 2011.
- [37] B. D. Coleman and M. L. Hodgdon, "On a class of constitutive relations for ferromagnetic hysteresis," *Archive for Rational Mechanics and analysis*, vol. 99, no. 4, pp. 375–396, 1987.
- [38] Y. Feng, C. A. Rabbath, and C.-Y. Su, "Inverse Duhem Model Based Robust Adaptive Control for Flap Positioning System with SMA actuators," in *World Congress*, vol. 18, pp. 8126–8131, 2011.
- [39] S. M. Dutta and F. H. Ghorbel, "Differential hysteresis modeling of a shape memory alloy wire actuator," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 10, no. 2, pp. 189–197, 2005.
- [40] D. Jiles and D. Atherton, "Theory of the magnetisation process in ferromagnets and its application to the magnetomechanical effect," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 17, no. 6, p. 1265, 1984.
- [41] S. Cao, B. Wang, R. Yan, W. Huang, and Q. Yang, "Optimization of hysteresis parameters for the Jiles-Atherton model using a genetic algorithm," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 14, no. 2, pp. 1157–1160, 2004.
- [42] X. Tan and R. V. Iyer, "Modeling and control of hysteresis," *Control Systems, IEEE*, vol. 29, no. 1, pp. 26–28, 2009.
- [43] R. B. Gorbet, *Control of hysteretic systems with Preisach representations*. Citeseer, 1998.
- [44] K. K. Ahn and N. B. Kha, "Improvement of the performance of hysteresis compensation in SMA actuators by using inverse Preisach model in closed-loop control system," *Journal of mechanical science and technology*, vol. 20, no. 5, pp. 634–642, 2006.
- [45] K. K. Ahn and N. B. Kha, "Internal model control for shape memory alloy actuators using fuzzy based Preisach model," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 136, no. 2, pp. 730–741, 2007.

- [46] C. Natale, F. Velardi, and C. Visone, "Identification and compensation of Preisach hysteresis models for magnetostrictive actuators," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 306, no. 1, pp. 161–165, 2001.
- [47] B. K. Nguyen and K. Ahn, "Feedforward control of shape memory alloy actuators using fuzzy-based inverse Preisach model," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17, no. 2, pp. 434–441, 2009.
- [48] A. Adly and S. Abd-El-Hafiz, "Using neural networks in the identification of Preisach-type hysteresis models," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 34, no. 3, pp. 629–635, 1998.
- [49] M. Zakerzadeh, H. Sayyaadi, and M. V. Zanjani, "Characterizing Hysteresis Nonlinearity Behavior of SMA Actuators by Krasnosel'skii-Pokrovskii Model," *Applied Mathematics*, vol. 1, no. 1, pp. 28–38, 2011.
- [50] K. Kuhnen, "Modeling, Identification and Compensation of Complex Hysteretic Nonlinearities: A modified Prandtl-Ishlinskii Approach," *European Journal of Control*, vol. 9, no. 4, pp. 407–418, 2003.
- [51] M. Al Janaideh, C.-Y. Su, and S. Rakheja, "Development of the rate-dependent Prandtl-Ishlinskii model for smart actuators," *Smart Materials and Structures*, vol. 17, no. 3, p. 035026, 2008.
- [52] Y. Shan and K. K. Leang, "Repetitive control with Prandtl-Ishlinskii hysteresis inverse for piezo-based nanopositioning," in *American Control Conference, 2009. ACC'09.*, pp. 301–306, IEEE, 2009.
- [53] H. J. Lee and J. J. Lee, "Time delay control of a shape memory alloy actuator," *Smart Materials and Structures*, vol. 13, no. 1, pp. 227–239, 2004.
- [54] H. Sayyaadi and M. R. Zakerzadeh, "Position control of shape memory alloy actuator based on the generalized Prandtl-Ishlinskii inverse model," *Mechatronics*, vol. 22, no. 1, pp. 945–957, 2012.
- [55] G. Webb, A. Kurdila, and D. Lagoudas, "Adaptive hysteresis model for model reference control with actuator hysteresis," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 23, no. 3, pp. 459–465, 2000.
- [56] E. Shameli, A. Alasty, and H. Salaarieh, "Stability analysis and nonlinear control of a miniature shape memory alloy actuator for precise applications," *Mechatronics*, vol. 15, no. 4, pp. 471–486, 2005.

- [57] S.-M. Yang, J.-H. Roh, J.-H. Han, and I. Lee, "Experimental studies on active shape control of composite structures using SMA actuators," *Journal of intelligent material systems and structures*, vol. 17, no. 8-9, pp. 767–777, 2006.
- [58] A. V. Popov, M. Labib, J. Fays, and R. M. Botez, "Closed-loop control simulations on a morphing wing," *Journal of Aircraft*, vol. 45, no. 5, pp. 1794–1803, 2008.
- [59] N. Ma and G. Song, "Control of shape memory alloy actuator using pulse width modulation," *Smart materials and structures*, vol. 12, no. 5, pp. 712–719, 2003.
- [60] G. Song and N. Ma, "Control of shape memory alloy actuators using pulse-width pulse-frequency (PWPF) modulation," *Journal of intelligent material systems and structures*, vol. 14, no. 1, pp. 15–22, 2003.
- [61] H. Ashrafiuon and V. REDDY JALA, "Sliding mode control of mechanical systems actuated by shape memory alloy," *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, vol. 131, no. 1, 2009.
- [62] M. H. Elahinia and M. Ahmadian, "Application of the extended Kalman filter to control of a shape memory alloy arm," *Smart materials and structures*, vol. 15, no. 5, pp. 1370–1384, 2006.
- [63] W. S. Galinaitis, *Two methods for modeling scalar hysteresis and their use in controlling actuators with hysteresis*. PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute State University, Blacksburg, Virginia, 1999.
- [64] K. K. Leang, S. Ashley, and G. Tchoupo, "Iterative and feedback control for hysteresis compensation in SMA," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 131, no. 1, p. 14502, 2009.
- [65] C. Ru, L. Chen, B. Shao, W. Rong, and L. Sun, "A hysteresis compensation method of piezoelectric actuator: Model, identification and control," *Control Engineering Practice*, vol. 17, no. 9, pp. 1107–1114, 2009.
- [66] A. Kumagai, T.-I. Liu, and P. Hozian, "Control of shape memory alloy actuators with a neuro-fuzzy feedforward model element," *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 17, no. 1, pp. 45–56, 2006.
- [67] G. Song, V. Chaudhry, and C. Batur, "A neural network inverse model for a shape memory alloy wire actuator," *Journal of intelligent material systems and structures*, vol. 14, no. 6, pp. 371–377, 2003.

- [68] A. Rezaeeian, B. Shasti, A. Doosthoseini, A. Yousefi-Koma, W. Mikhael, A. Caballero, N. Abatzoglou, M. Tabrizi, R. Leandre, M. Garcia-Planas, *et al.*, "ANFIS modeling and feed forward control of shape memory alloy actuators," in *WSEAS International Conference. Proceedings. Mathematics and Computers in Science and Engineering*, no. 10, World Scientific and Engineering Academy and Society, 2008.
- [69] S. Majima, K. Kodama, and T. Hasegawa, "Modeling of shape memory alloy actuator and tracking control system with the model," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 9, no. 1, pp. 54–59, 2001.
- [70] G. V. Webb, D. C. Lagoudas, and A. J. Kurdila, "Hysteresis modeling of SMA actuators for control applications," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 9, no. 6, pp. 432–448, 1998.
- [71] Y. Zhao and S. Jayasuriya, "Feedforward controllers and tracking accuracy in the presence of plant uncertainties," in *American Control Conference, 1994*, vol. 1, pp. 360–364, IEEE, 1994.
- [72] S. Mittal and C.-H. Menq, "Hysteresis compensation in electromagnetic actuators through Preisach model inversion," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 5, no. 4, pp. 394–409, 2000.
- [73] M. Boerlage, M. Steinbuch, P. Lambrechts, and M. van de Wal, "Model-based feedforward for motion systems," in *Proceedings of 2003 IEEE Conference on Control Applications*, vol. 2, pp. 1158–1163, IEEE, 2003.
- [74] K. Balasubramanian and K. S. Rattan, "Feedforward control of a non-linear pneumatic muscle system using fuzzy logic," in *The 12th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, vol. 1, pp. 272–277, IEEE, 2003.
- [75] Y.-S. Kung and R.-F. Fung, "Precision Control of a Piezoceramic Actuator Using Neural Networks," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 126, pp. 235–238, 2004.
- [76] S. Devasia, "Should model-based inverse inputs be used as feedforward under plant uncertainty?," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 47, no. 11, pp. 1865–1871, 2002.
- [77] C. J. Lee and C. Mavroidis, "Analytical dynamic model and experimental robust and optimal control of shape-memory-alloy bundle actuators," in *2002 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, pp. 10016–5990, 2002.

- [78] S. G. Shu, D. C. Lagoudas, D. Hughes, and J. T. Wen, "Modeling of a flexible beam actuated by shape memory alloy wires," *Smart Materials and Structures*, vol. 6, no. 3, pp. 265–277, 1997.
- [79] K. Ikuta, M. Tsukamoto, and S. Hirose, "Mathematical model and experimental verification of shape memory alloy for designing micro actuator," in *Micro Electro Mechanical Systems, 1991, MEMS'91, Proceedings. An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robots. IEEE*, pp. 103–108, IEEE, 1991.
- [80] J. Jayender, R. Patel, S. Nikumb, and M. Ostojic, "Modeling and control of shape memory alloy actuators," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 16, no. 2, pp. 279–287, 2008.
- [81] P. Krejci and K. Kuhnen, "Inverse control of systems with hysteresis and creep," *IEEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 148, no. 3, pp. 185–192, 2001.
- [82] M. Goldfarb and N. Celanovic, "Modeling piezoelectric stack actuators for control of micromanipulation," *Control Systems, IEEE*, vol. 17, no. 3, pp. 69–79, 1997.
- [83] M. Al Janaideh, J. Mao, S. Rakheja, W. Xie, and C.-Y. Su, "Generalized Prandtl-Ishlinskii Hysteresis model: Hysteresis modeling and its inverse for compensation in smart actuators," in *47th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 5182–5187, IEEE, 2008.
- [84] A. Janaideh and M. Farhan, *Generalized Prandtl-Ishlinskii hysteresis model and its analytical inverse for compensation of hysteresis in smart actuators*. PhD thesis, Concordia University, 2009.
- [85] M. Al Janaideh, S. Rakheja, and C.-Y. Su, "A generalized Prandtl–Ishlinskii model for characterizing the hysteresis and saturation nonlinearities of smart actuators," *Smart Materials and Structures*, vol. 18, no. 4, p. 045001, 2009.
- [86] M. K. A. Pokrovskii, "Systems with hysteresis," *Moscow, Nauka*, 1983.
- [87] M. Ó. Searcóid, *Metric spaces*. Springer, 2006.
- [88] M. Rakotondrabe, "Classical Prandtl-Ishlinskii modeling and inverse multiplicative structure to compensate hysteresis in piezoactuators," in *American Control Conference, 2012*, pp. 1646–1651, IEEE, 2012.

- [89] F. Martín, C. Gonzalez Uzcátegui, L. Moreno, and D. Blanco, "Accelerated Localization in Noisy 3D Environments using Differential Evolution," in *Proceedings of the International Conference on Genetic and Evolutionary Methods*, (Las Vegas, USA), pp. 166–172, 2010.
- [90] L. Moreno, S. Garrido, F. Martín, and M. L. Muñoz, "Differential Evolution approach to the grid-based localization and mapping problem," in *International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'07) IEEE/RSJ*, (San Diego, USA), pp. 3479–3484, 2007.
- [91] M.-J. Yang, G.-Y. Gu, and L.-M. Zhu, "Identification of Prandtl-Ishlinskii Hysteresis Models Using Modified Particle Swarm Optimization," in *Intelligent Robotics and Applications*, vol. 7507 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 291–300, Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [92] M. Farrokh and A. Joghataie, "Identification of Inelastic Shear Frames Using the Prandtl-Ishlinskii Model," *Scientia Iranica: Transaction A, Civil Engineering*, vol. 16, no. 1, pp. 43–49, 2009.
- [93] R. Storn and K. Price, "Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces," *Journal of global optimization*, vol. 11, no. 4, pp. 341–359, 1997.
- [94] A. Qing, *Differential Evolution: fundamentals and applications in electrical engineering*. Wiley-IEEE Press, 2009.
- [95] R. Bouc, "Modèle Mathématique d'hystérésis," *Acustica*, vol. 21, pp. 16–25, 1971.
- [96] G. Bertotti, *Hysteresis in magnetism: for physicists, materials scientists, and engineers*. Access Online via Elsevier, 1998.
- [97] H. Bray, "Elementary properties of the Stieltjes integral," *Annals of Mathematics*, pp. 177–186, 1919.
- [98] Y. Wen, "Method for random vibration of hysteretic systems," *Journal of the Engineering Mechanics Division*, vol. 102, no. 2, pp. 249–263, 1976.
- [99] K. Ogata, *Modern control engineering*. Prentice Hall PTR, 2001.
- [100] B. Kuo and F. Golnaraghi, *Automatic control systems*. John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- [101] S. Erlicher and N. Point, "Thermodynamic admissibility of Bouc-Wen type hysteresis models," *Comptes rendus Mécanique*, vol. 332, no. 1, pp. 51–57, 2004.

- [102] Y. Ni, J. Ko, and C. Wong, "Identification of non-linear hysteretic isolators from periodic vibration tests," *Journal of sound and vibration*, vol. 217, no. 4, pp. 737–756, 1998.
- [103] K. Price, R. Storn, and J. Lampinen, *Differential evolution: a practical approach to global optimization*. Springer Verlag, 2005.
- [104] F. Ikhouane and J. Rodellar, "On the hysteretic Bouc-Wen model. Part I: Forced limit cycle characterization," *Nonlinear Dynamics*, vol. 42, no. 1, pp. 63–78, 2005.
- [105] S. de la Flor López *et al.*, *Simulación numérica y correlación experimental de las propiedades mecánicas en las aleaciones con memoria de forma*. PhD thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, 2005.
- [106] "Portal web de la empresa autosplice." <http://www.autosplice.com>. En línea el 14 de Diciembre de 2013.
- [107] T. E. Dye, *An experimental investigation of the behavior of nitinol*. PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1990.
- [108] W. Huang, *Shape Memory Alloys and their Application to Actuators for Deployable Structures*. PhD thesis, University of Cambridge, 1998.
- [109] H. Funakubo and J. Kennedy, "Shape memory alloys," *Gordon and Breach Science Publishers*, 1987.
- [110] C. Liang, *The constitutive modeling of shape memory alloys*. PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1990.
- [111] W. J. Buehler, J. Gilfrich, and R. Wiley, "Effect of Low-Temperature Phase Changes on the Mechanical Properties of Alloys near Composition TiNi," *Journal of Applied Physics*, vol. 34, no. 5, pp. 1475–1477, 1963.
- [112] G. B. Kauffman and I. Mayo, "The story of nitinol: the serendipitous discovery of the memory metal and its applications," *The chemical educator*, vol. 2, no. 2, pp. 1–21, 1997.
- [113] L. C. Sacristán, "Estimación de carga en actuadores de tipo SMA controlados en posición," Master's thesis, Universidad Carlos III de Madrid, Junio 2013.
- [114] G. Kauffman and I. Mayo, "Memory Metal," *Chem Matters*, vol. 11, p. 4, 1993.

- [115] K. J. De Laurentis and C. Mavroidis, "Mechanical design of a shape memory alloy actuated prosthetic hand," *Technology and Health Care*, vol. 10, no. 2, pp. 91–106, 2002.
- [116] V. Brailovski and F. Trochu, "Review of shape memory alloys medical applications in Russia," *Bio-Medical Materials and Engineering*, vol. 6, no. 4, pp. 291–298, 1996.
- [117] K. Nagaya and Y. Hirata, "Analysis of a coupling made of shape memory alloy and its dynamic response due to impacts," *Journal of vibration and acoustics*, vol. 114, no. 3, pp. 297–304, 1992.
- [118] P. Witting and F. A. Cozzarelli, *Shape memory structural dampers: material properties, design and seismic testing*. National Center for earthquake engineering research, 1992.
- [119] E. Graesser and F. Cozzarelli, "Shape-memory alloys as new materials for aseismic isolation," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 117, no. 11, pp. 2590–2608, 1991.
- [120] B. Maclean, J. Draper, and M. Misra, "Development of a shape memory material actuator for adaptive truss applications," *Journal of intelligent material systems and structures*, vol. 2, no. 3, pp. 261–280, 1991.
- [121] C. A. Rogers, "Mechanics issues of induced strain actuation," in *Proceedings-SPIE*, pp. 163–175, SPIE The International Society for Optical Engineering, 1992.
- [122] F. Whitcher, "Simulation of in Vivo Loading Conditions of Nitinol Vascular Stent Structures," *Computers & structures*, vol. 64, no. 5, pp. 1005–1011, 1997.
- [123] N. Troisfontaine, P. Bidaud, and M. Larnicol, "Optimal design of micro-actuators based on SMA wires," *Smart materials and structures*, vol. 8, no. 2, pp. 197–203, 1999.
- [124] Z. Wang, X. Zu, X. Feng, L. Lin, S. Zhu, L. You, and L. Wang, "Design of TiNi alloy two-way shape memory coil extension spring," *Materials Science and Engineering*, vol. 345, no. 1, pp. 249–254, 2003.
- [125] E. Asua, V. Etxebarria, and A. Garcia-Arribas, "Micropositioning control using shape memory alloys," in *Computer Aided Control System Design, IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 3229–3234, IEEE, 2006.

- [126] A. Villoslada, "Diseño y aplicación de un actuador SMA en el control de manos robóticas," Master's thesis, Universidad Carlos III de Madrid, Noviembre 2010.
- [127] K. Otsuka and C. Wayman, "Mechanism of shape memory effect and superelasticity," *Shape Memory Materials*, pp. 27–49, 1998.
- [128] W. J. Buehler and F. E. Wang, "A summary of recent research on the nitinol alloys and their potential application in ocean engineering," *Ocean Engineering*, vol. 1, no. 1, pp. 105–120, 1968.
- [129] T. Duerig and R. Zadno, "An engineer's perspective of pseudoelasticity," *Butterworth-Heinemann, Engineering Aspects of Shape Memory Alloys(UK)*, 1990,, pp. 369–393, 1990.
- [130] R. Stalmans, J. Van Humbeeck, and L. Delaey, "The two way memory effect in copper-based shape memory alloys—thermodynamics and mechanisms," *Acta metallurgica et materialia*, vol. 40, no. 11, pp. 2921–2931, 1992.
- [131] K. C. Chen, "NiTi-Magic or Phase Transformation?," in *Proceedings of the ASEE Annual Conference & Exposition: Nashville, TN*, 2003.
- [132] A. Leppäniemi, "Shape memory alloys—applications and commercial aspects," 2000.
- [133] H. Meier and L. Oelschlaeger, "Numerical thermomechanical modelling of shape memory alloy wires," *Materials Science and Engineering*, vol. 378, no. 1, pp. 484–489, 2004.
- [134] Y. Tadesse, N. Thayer, and S. Priya, "Tailoring the response time of shape memory alloy wires through active cooling and pre-stress," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 21, no. 1, pp. 19–40, 2010.
- [135] A. Flores, D. S. Copaci, A. Martín, D. Blanco, and L. Moreno, "Smooth and Accurate control of multiple Shape Memory Alloys based actuators via low cost embedded hardware," in *International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2012)*, IEEE, 2012.
- [136] D. Copaci, A. Flores, A. Martín, D. Blanco, and L. Moreno, "Ultrasonic Motor Based Actuator for Elbow Joint Functional Compensation," in *ROBOT2013: First Iberian Robotics Conference*, vol. 252 of *Advances in Intelligent Systems and Computing*, pp. 181–194, Springer International Publishing, 2014.

- [137] A. Flores, A. Villoslada, A. Martín, D. Copaci, D. Blanco, and L. Moreno, "Innovative bendable Shape Memory Alloy based actuators for a lightweight wrist rehabilitation oriented device," *Robotics and Autonomous Systems. Special Issue on Wearable Robotics for Motion Assistance and Rehabilitation*, 2013.
- [138] J. Herrán, I. Fernández, E. Ochoteco, G. Cabanero, A. Flores, D. Copaci, D. Blanco, and L. Moreno, "Fully Integration of an Innovative Pressure Sensor Platform," in *Smart Systems Integration*, IEEE, 2014.
- [139] J. Herrán, I. Fernández, E. Ochoteco, G. Cabanero, A. Flores, D. Copaci, D. Blanco, and L. Moreno, "Innovative pressure sensor platform and its integration with an end-user application," *Sensors. Special Issue on State of the Art Sensor Technologies on Spain 2013*, vol. 1, 2014.
- [140] P. España Martínez, *Termodinámica básica y aplicada*. 1984.
- [141] "Technical characteristics of flexinol actuator wires." <http://www.dynalloy.com/pdfs/TCF1140.pdf>. En línea el 14 de Diciembre de 2013.
- [142] S. Churchill and M. Bernstein, "A correlating equation for forced convection from gases and liquids to a circular cylinder in crossflow," *Journal of Heat Transfer*, vol. 99, pp. 300–306, 1977.
- [143] F. P. Incropera, D. P. DeWitt, and R. Cruz, *Fundamentos de transferencia de calor*. Prentice Hall México, 1999.
- [144] T. W. Choon, A. S. Salleh, S. Jamian, and M. Ghazai, "Phase transformation temperatures for shape memory alloy wire," *Enformatika*, vol. 19, pp. 304–307, 2007.
- [145] M. Al Janaideh, S. Rakheja, J. Mao, and C.-Y. Su, "Inverse generalized asymmetric Prandtl-Ishlinskii model for compensation of hysteresis nonlinearities in smart actuators," in *Networking, Sensing and Control, 2009. ICNSC '09. International Conference on*, pp. 834–839, 2009.
- [146] S. Kirkpatrick, C. Gelatt, and M. Vecchi, "Optimization by simulated annealing," *science*, vol. 220, no. 4598, p. 671, 1983.
- [147] J. Sekhon and W. Mebane, "Genetic optimization using derivatives," *Political Analysis*, vol. 7, no. 1, p. 187, 1998.
- [148] A. Rinnooy Kan and G. Timmer, "Stochastic global optimization methods part I: Clustering methods," *Mathematical Programming*, vol. 39, no. 1, pp. 27–56, 1987.

- [149] J. Nelder and R. Mead, "A simplex method for function minimization," *The computer journal*, vol. 7, no. 4, p. 308, 1965.
- [150] "Technical Characteristics of Flexinol." <http://www.dynalloy.com>. En línea el 15 de Noviembre de 2013.