

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
Escuela Politécnica Superior - Leganés
INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN



PROYECTO DE FIN DE CARRERA

**Filtros con acoplamientos cruzados en
tecnología de guía de ondas integrada
en sustrato.**

AUTOR: ALEJANDRO PÉREZ CRUZ.
TUTOR: ALEJANDRO GARCÍA LAMPÉREZ.

Leganés, 2013

TÍTULO: *Filtros con acoplamientos cruzados en tecnología de guía de ondas integrada en sustrato.*

AUTOR: Alejandro Pérez Cruz.

TUTOR: Alejandro García Lampérez.

La defensa del presente Proyecto Fin de Carrera se realizó el día 29 de Octubre de 2013, siendo calificada por el siguiente tribunal:

PRESIDENTE: Sergio Llorente Romano.

SECRETARIO: Ignacio Martínez Fernández.

VOCAL: Mario Muñoz Organero.

Habiendo obtenido la siguiente calificación:

CALIFICACIÓN:

Presidente

Secretario

Vocal

*Vivir no es sólo existir,
sino existir y crear,
saber gozar y sufrir
y no dormir sin soñar.
Descansar, es empezar a morir.
Gregorio Marañón.*

Resumen

En el presente proyecto se realiza el estudio, diseño, construcción y caracterización experimental de filtros paso banda de microondas de resonadores acoplados entre sí, con acoplamientos cruzados y ceros de transmisión, construidos en tecnología de guía de ondas integrada en sustrato.

Se presenta la tecnología de guía de ondas integrada en sustrato (que es bastante nueva) como una alternativa planar a la guía de ondas convencional. Así pues, permite aunar las ventajas de las tecnologías planares (reducido tamaño, bajo peso y coste) y de la guía de ondas convencional (alto factor de calidad).

Plantaremos el diseño de dos filtros que implementan las características eléctricas dadas por la matriz de acoplos para satisfacer una respuesta de Chebyshev generalizada con la que se pueden introducir ceros de transmisión. Estos ceros de transmisión permiten mejorar la selectividad del filtro de manera notable.

Palabras clave: Matriz de acoplo, respuesta de Chebyshev generalizada, ceros de transmisión, acoplo inductivo, acoplo capacitivo, cavidad resonante, modo TE_{101} .

Abstract

In the present project the study, design, construction and experimental characterization of pass band microwave coupled resonator filters with cross couplings and transmission zeros built in substrate integrated waveguide technology is done.

The substrate integrated waveguide technology (which is quite new) is introduced as a planar alternative to the conventional waveguide. Therefore, this technology allow us to join the planar technologies advantages (reduced size, low weight and cost) and the conventional waveguide advantage (high quality factor).

We will outline the design of two filters that implement the electric characteristics given by de coupling matrix to satisfy a generalized Chebyshev response where transmission zeros can be inserted. These transmission zeros allow us to improve the filter selectivity in a notable way.

Keywords: Coupling matrix, generalized Chebyshev response, transmission zeros, inductive coupling, capacitive coupling, resonant cavity, TE_{101} mode.

Índice general

Índice general	x
1. Introducción.	1
2. Teoría de filtros.	3
2.1. Método de las pérdidas de inserción	4
2.1.1. Definiciones generales.	4
2.1.2. Tipos de filtros.	6
2.2. Transformación de frecuencia.	18
2.2.1. Transformación paso bajo.	19
2.2.2. Transformación paso alto.	20
2.2.3. Transformación paso banda.	21
2.2.4. Transformación banda eliminada.	22
2.3. Inversores de inmitancia.	23
2.3.1. Definiciones de inversores de inmitancia.	24
2.3.2. Filtros con inversores de inmitancia.	25
2.3.3. Realización práctica de inversores de inmitancia.	30
3. Síntesis de filtros.	33
3.1. Representación matricial	34
3.2. Síntesis de la matriz de acoplamientos	38
3.2.1. Síntesis de los polinomios característicos.	39
3.2.2. Síntesis de la matriz de acoplos.	45
3.3. Resonadores acoplados	58
3.3.1. Teoría general de acoplos.	58
3.3.2. Formulación general para extraer el coeficiente de acoplo k	65
3.3.3. Formulación para extraer el factor de calidad externo Q_e	66
4. Tecnologías empleadas.	71
4.1. Guía rectangular	72
4.1.1. Modos TE.	74

4.1.2. Modos TM.	79
4.2. Guía SIW	81
4.2.1. Características fundamentales.	82
4.2.2. Comparación con una guía de ondas convencional.	86
4.3. Línea microstrip	88
4.3.1. Características principales de la línea microstrip.	89
4.3.2. Transición línea microstrip - guía de ondas integrada en sustrato.	91
4.4. Cavity rectangular	92
4.5. Parámetros de diseño	96
4.5.1. Tamaño de la cavity.	97
4.5.2. Tipos de acoplos.	98
4.5.3. Factor de calidad externo.	101
5. Realizaciones de filtros.	103
5.1. Filtro de orden cuatro	104
5.2. Filtro de orden seis	114
6. Conclusiones y líneas futuras.	125
Bibliografía	131

Capítulo 1

Introducción.

En la actualidad, la escasez de recursos del espectro radioeléctrico y las crecientes exigencias en las especificaciones a la hora de fabricar filtros, están impulsando una nueva tecnología llamada *guía de ondas integrada en sustrato* (*SIW - Substrate Integrated Waveguide*, en inglés), la cual, pretende imitar a una guía de ondas sustituyendo las paredes verticales por taladros metalizados. Así pues, esta tecnología intenta aunar las bondades de las tecnologías planares y de la guía de ondas convencional. La guía de ondas integrada en sustrato permite la realización de filtros que presentan las siguientes características:

- Pérdidas de inserción bajas.
- Elevados factores de calidad. Mucho mayores que los que se pueden conseguir con las tecnologías planares tradicionales (microstrip y coplanar).
- Elevada selectividad con la inclusión de ceros de transmisión (los filtros en esta tecnología presentan mayor selectividad que los filtros realizados con otras tecnologías planares).
- Facilidad de integración con otras tecnologías planares. Este era uno de los principales problemas de la guía de ondas, por lo que podemos decir que la guía de ondas integrada en sustrato surge como solución.
- Tamaño y peso reducidos, lo que se traduce en un bajo coste.

En este sentido, el objetivo principal de este proyecto es el estudio, diseño, construcción y caracterización experimental de filtros paso banda de microondas de resonadores acoplados entre sí, con acoplamientos cruzados y ceros de transmisión, construidos en tecnología de guía de ondas integrada en sustrato.

Estructura del proyecto.

En el capítulo 2 presentamos la teoría básica sobre filtros. Mostramos las diferentes funciones de transferencia que podemos conseguir, entre la que destacamos la respuesta de Chebyshev generalizada por ser la utilizada en el diseño de nuestros filtros, y se presentan las transformaciones necesarias para generalizar la estructura de un filtro paso banda de manera que pueda ser implementado en cualquier tecnología.

En el capítulo 3 desarrollamos el método que se emplea para obtener la representación eléctrica de un filtro genérico. A continuación, presentamos la teoría necesaria sobre resonadores acoplados que nos permite conocer cómo calcular el factor de acoplo y extraer el factor de calidad externo de una estructura de microondas.

En el capítulo 4 profundizamos en las tecnologías que vamos a emplear en la construcción de nuestros filtros. Presentamos la guía de ondas integrada en sustrato como una guía equivalente a la guía de ondas convencional bajo ciertas restricciones y estudiamos los parámetros de diseño necesarios para crear un filtro paso banda implementado con cavidades en tecnología de guía de ondas integrada en sustrato.

En el capítulo 5 presentamos el proceso que seguimos para el diseño y construcción de un filtro paso banda con ceros de transmisión. A continuación, se presentan los resultados obtenidos con los diseños realizados.

En el capítulo 6 mostramos las conclusiones que sacamos de la realización de este proyecto y se especifican las posibles futuras líneas de investigación para continuar con el desarrollo del presente proyecto.

Capítulo 2

Teoría de filtros.

En este capítulo se expondrán los conceptos básicos y la teoría necesaria para la implementación de filtros. Partiremos de la descripción de las diferentes funciones de transferencia que se pueden implementar, haciendo uso del método de las pérdidas de inserción [1], para a continuación desarrollar en mayor profundidad aquellos aspectos más relevantes en los que nos apoyamos para el diseño de un filtro paso banda con elementos distribuidos. La idea es partir de las especificaciones paso banda, de las que se obtienen las especificaciones paso bajo, para acabar con la construcción de un filtro paso banda basado en resonadores acoplados.

Así pues, los pasos a seguir son los siguientes:

1. Elección de los parámetros del filtro.
2. Diseño del prototipo paso bajo con elementos concentrados según la respuesta (función de transferencia) deseada.
3. Generalización del prototipo paso bajo con inversores de inmitancia.
4. Transformación paso bajo - paso banda.
5. Realización del filtro paso banda con elementos distribuidos a partir del diseño con elementos concentrados.

Por lo tanto, a lo largo de este capítulo iremos desarrollando los diferentes aspectos de la teoría de filtros que nos permitan cumplimentar los pasos descritos anteriormente.

2.1. Diseño de filtros por el método de las pérdidas de inserción.

Si desearamos diseñar un filtro ideal, éste debería tener unas pérdidas de inserción nulas en la banda de paso, una atenuación infinita en la banda atenuada y una respuesta de fase lineal en la banda de paso para evitar distorsión. Por supuesto, este filtro es irrealizable, por lo que debemos llegar a un compromiso que nos permita satisfacer aquellas características que más nos interesen.

En este sentido, el método de las pérdidas de inserción permite tener un mayor grado de control sobre las características de amplitud y de fase en la banda de paso, así como en la banda atenuada, que el método de diseño de filtros por medio de los parámetros imagen (véase [1]). Más adelante veremos diferentes funciones de transferencia que permiten primar ciertas características frente a otras.

2.1.1. Definiciones generales.

En el método de las pérdidas de inserción, la respuesta del filtro viene definida por medio de sus pérdidas de inserción L_A , o *power loss ratio*, P_{LR} ¹:

$$P_{LR} = \frac{\text{Potencia disponible en la fuente}}{\text{Potencia entregada a la carga}} = \frac{P_{inc}}{P_{load}} = \frac{1}{1 - |\Gamma(w)|^2} \quad (2.1)$$

Tal y como viene indicado en [2] (además de en [1]), $|\Gamma(w)|^2$ es una función par en w y por lo tanto puede ser expresada como polinomio en w^2 . Así pues, podemos escribir:

$$|\Gamma(w)|^2 = \frac{M(w^2)}{M(w^2) + N(w^2)} \quad (2.2)$$

donde M y N son polinomios reales en w^2 . Sustituyendo en 2.1, obtenemos:

$$P_{LR} = 1 + \frac{M(w^2)}{N(w^2)} \quad (2.3)$$

¹Es equivalente la denominación de pérdidas de inserción o *power loss ratio* para un cuádrupolo sin pérdidas, si bien más adelante cuando nos refiramos a las pérdidas de inserción se aplicará la notación L_A .

Por lo tanto, para que un filtro sea realizable físicamente, sus pérdidas de inserción tienen que venir definidas de la forma 2.3. Si la fuente y la carga están adaptadas, las pérdidas de inserción pueden verse como el inverso del parámetro de dispersión $|S_{21}|^2$ y, por lo tanto, podemos utilizar éste para definir la función de transferencia de una red (filtro) de dos puertos como la descripción matemática de la respuesta del filtro, tal y como se hace en [3]. De este modo, el módulo de la función de transferencia al cuadrado de una red pasiva y sin pérdidas se puede definir como:

$$|S_{21}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_N^2(\Omega)} \quad (2.4)$$

donde ε es la constante de rizado, $F_N(\Omega)$ representa la función característica del filtro y Ω es la variable de frecuencia del prototipo paso bajo que presenta una frecuencia de corte $\Omega = \Omega_c$ para $\Omega_c = 1$ (rad/s).

Para una red lineal e invariante en el tiempo, la función de transferencia puede ser definida como una función racional de la forma:

$$S_{21}(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2.5)$$

donde $N(s)$ y $D(s)$ son polinomios en la variable compleja de frecuencia $s = \sigma + j\Omega$.

Para una función de transferencia dada por 2.4, las pérdidas de inserción $L_A(\Omega)$ de un filtro pueden ser calculadas como:

$$L_A(\Omega) = 10 \log \frac{1}{|S_{21}(j\Omega)|^2} dB \quad (2.6)$$

Para una red de dos puertos pasiva y sin pérdidas tenemos que $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1$. Por lo tanto, podemos definir las pérdidas de retorno del filtro como:

$$L_R(\Omega) = 10 \log [1 - |S_{21}(j\Omega)|^2] dB \quad (2.7)$$

Si podemos expresar la función de transferencia del filtro como se indica en 2.5, la respuesta en fase del filtro puede hallarse como:

$$\phi_{21} = \text{Arg } S_{21}(j\Omega) \quad (2.8)$$

Y de acuerdo a esta definición, el retardo de grupo de la red puede ser calculado como:

$$\tau_d(\Omega) = \frac{d\phi_{21}(\Omega)}{-d\Omega} \quad (2.9)$$

donde $\phi_{21}(\Omega)$ está en radianes y Ω está en radianes por segundo.

Cabe decir además, que el plano complejo (σ, Ω) donde se define la función de transferencia del filtro, presenta un eje horizontal (σ) llamado eje real y un eje vertical ($j\Omega$) llamado eje imaginario. Ambos ejes forman el también denominado *plano-s* y los valores de s para los que la función vale cero son llamados ceros de la función, mientras que los valores de s para los que la función tiende a infinito son denominados polos de la función. Es decir, que los ceros de $S_{21}(s)$ son las raíces del numerador $N(s)$ y los polos de $S_{21}(s)$ son las raíces del denominador $D(s)$.

Estos polos serán las frecuencias naturales del filtro cuya respuesta es descrita por $S_{21}(s)$. Para que el filtro sea estable, dichos polos han de distribuirse sobre el eje imaginario o en el semiplano izquierdo del *plano-s* (se dice que $D(s)$ es un polinomio de Hurwitz [4]), pues de lo contrario la respuesta sería la propia de un oscilador y no de una red pasiva. Por su parte, $N(s)$ puede tener sus ceros, llamados ceros de transmisión del filtro, por todo el plano complejo siempre que éstos aparezcan en parejas simétricas respecto al eje $j\Omega$ ($\pm\sigma + j\Omega$) o en el eje $j\Omega$.

2.1.2. Tipos de filtros.

En esta sección veremos los diferentes tipos de filtros que podemos realizar para conseguir una cierta respuesta, es decir, para implementar la función de transferencia deseada. Se estudiará el prototipo paso bajo de los filtros ya que es el punto de partida en el proceso de síntesis de un filtro. El prototipo paso bajo de un filtro se define, en general, como un filtro paso bajo cuyos elementos tienen valores normalizados para que la resistencia o la conductancia de la fuente tenga como valor la unidad ($g_0 = 1$) y la frecuencia angular de corte sea también la unidad ($\Omega_c = 1$ rad/s). Después, por medio de una transformación de frecuencias (tal y como se verá en el siguiente apartado) se puede mapear la respuesta del filtro con frecuencia de corte $\Omega_c = 1$ a la frecuencia deseada.

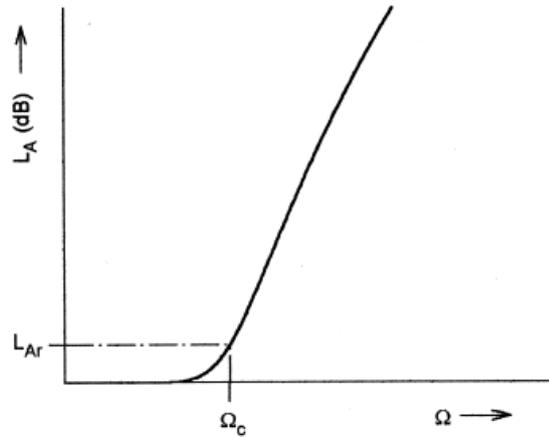


Figura 2.1: Respuesta paso bajo del filtro de Butterworth.

Respuesta paso bajo de un filtro de Butterworth.

El módulo de la función de transferencia al cuadrado de un filtro de Butterworth que presenta unas pérdidas de inserción $L_A = 3,01dB$ a la frecuencia de corte $\Omega_c = 1$ viene dado por:

$$|S_{21}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \Omega^{2N}} \quad (2.10)$$

donde N es el orden o grado del filtro, el cual corresponde con el número de elementos reactivos que se necesitan para el diseño del prototipo paso bajo del filtro. Este tipo de respuesta es también denominada como maximalmente plana, ya que el módulo de la función de transferencia al cuadrado definida en 2.10 posee $(2N - 1)$ derivadas en $\Omega_c = 0$. Por lo tanto, existe una aproximación maximalmente plana respecto al filtro ideal en el entorno de $\Omega = 0$, pero esta respuesta se va deteriorando conforme nos acercamos a la frecuencia de corte Ω_c , tal y como puede observarse en la figura 2.1. Así pues, un filtro de Butterworth proporciona la respuesta más plana posible en la banda de paso para un orden del filtro dado y su atenuación para $\Omega \gg \Omega_c$ es de $20N$ dB/década.

Es posible encontrar una función de transferencia racional construida a partir de 2.10 y es:

$$S_{21}(s) = \frac{1}{\prod_{i=1}^N (s - s_i)} \quad (2.11)$$

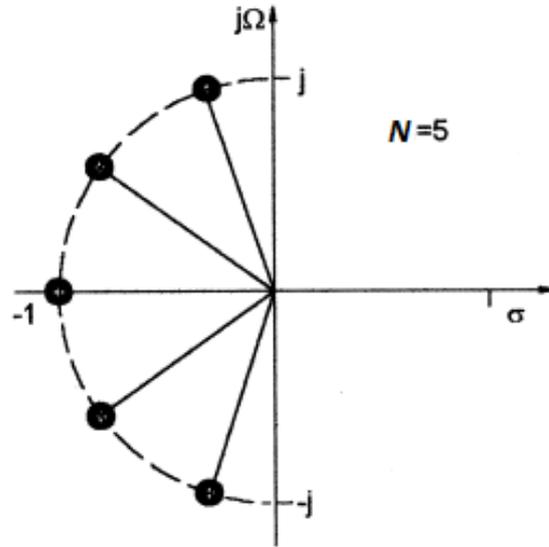


Figura 2.2: Distribución de los polos en un filtro de Butterworth.

donde

$$s_i = j \exp \left[\frac{(2i - 1)\pi}{2N} \right] \quad (2.12)$$

Como puede observarse, no existe la posibilidad de insertar ceros finitos de transmisión para este tipo de respuesta, por lo que todos los ceros de transmisión se encuentran en el infinito. Además, los polos s_i se encuentran equiespaciados en el semiplano izquierdo del círculo unidad ($|s_i| = 1$ y $\text{Arg } s_i = (2i - 1)\pi/2N$) tal y como puede verse en la figura 2.2.

Dos posibles diseños con elementos concentrados para este tipo de filtros denominados todo polos, ya que como podemos ver el numerador de la ecuación 2.11 es un 1, vienen representados en la figura 2.3. Ambas formas pueden ser usadas indistintamente puesto que son duales. Vemos pues, que donde en una aparece una inductancia serie, en la otra hay una capacitancia en paralelo y viceversa. La resistencia de la fuente se define como g_0 y la resistencia de carga se define como g_{N+1} . La unidades de los valores de g vienen dados en henrios para las inductancias, faradios para las capacitancias y ohmios para las resistencias.

El orden del filtro, que se denota con la letra N , puede ser determinado en función de la atenuación mínima en la banda atenuada (L_{As} dB para $\Omega = \Omega_s$ siendo $\Omega_s > 1$) por medio de la siguiente fórmula:

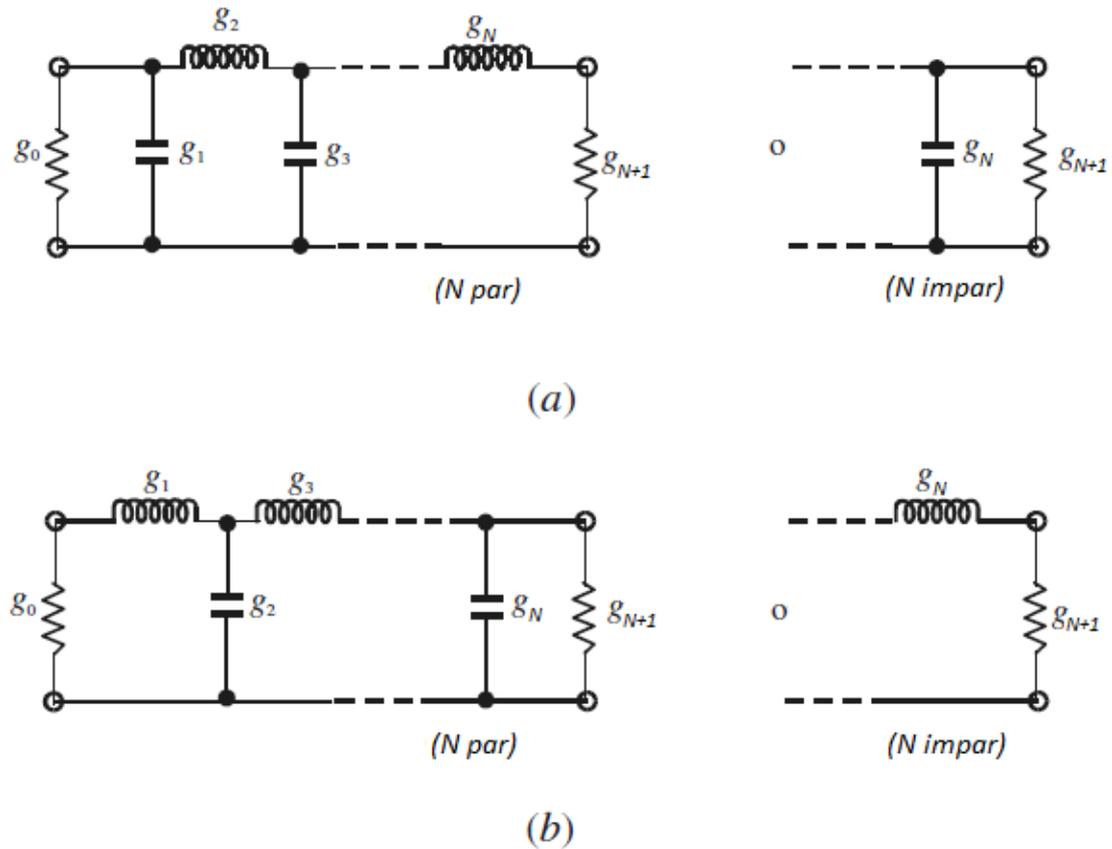


Figura 2.3: Prototipo paso bajo para filtros todo polos con (a) una red en escalera y (b) su dual.

$$N \geq \frac{\log(10^{0,1L_{As}} - 1)}{2 \log \Omega_s} \quad (2.13)$$

Del mismo modo, el orden necesario para el filtro puede ser obtenido por medio de gráficas, tal y como se indica en [1]. Además, los valores g_i de los elementos del filtro pueden ser obtenidos por medio de las ecuaciones que aparecen en [3] o por medio de tablas que aparecen en múltiples libros como [1, 2, 3].

Respuesta paso bajo de un filtro de Chebyshev.

La respuesta de Chebyshev exhibe equirrizado en la banda de paso y una respuesta maximalmente plana en la banda atenuada, tal y como se muestra en la figura

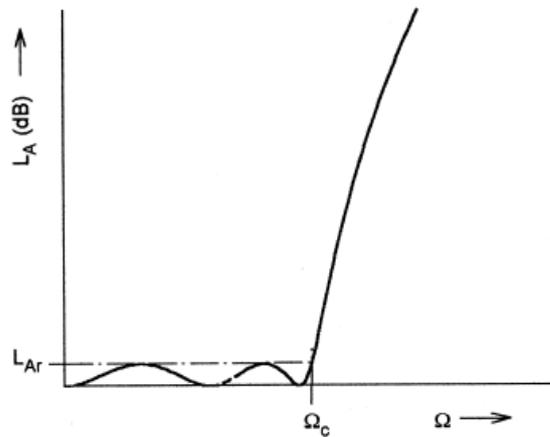


Figura 2.4: Respuesta paso bajo del filtro de Chebyshev.

2.4. El cuadrado del valor absoluto de la función de transferencia es descrita por la siguiente ecuación:

$$|S_{21}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_N^2(\Omega)} \quad (2.14)$$

donde la constante de rizado ϵ está relacionada con el rizado en la banda de paso L_{Ar} en dB de la siguiente forma:

$$\epsilon = \sqrt{10^{\frac{L_{Ar}}{10}} - 1} \quad (2.15)$$

$T_N(\Omega)$ es la función de Chebyshev de primer tipo de orden N , que se define como:

$$T_N(\Omega) = \begin{cases} \cos(N \cos^{-1}(\Omega)) & |\Omega| \leq 1 \\ \cosh(N \cosh^{-1}(\Omega)) & |\Omega| \geq 1 \end{cases} \quad (2.16)$$

La fórmula general de la función de transferencia racional es la siguiente:

$$S_{21}(s) = \frac{\prod_{i=1}^N [\eta^2 + \sin^2(i\pi/N)]^{1/2}}{\prod_{i=1}^N (s + s_i)} \quad (2.17)$$

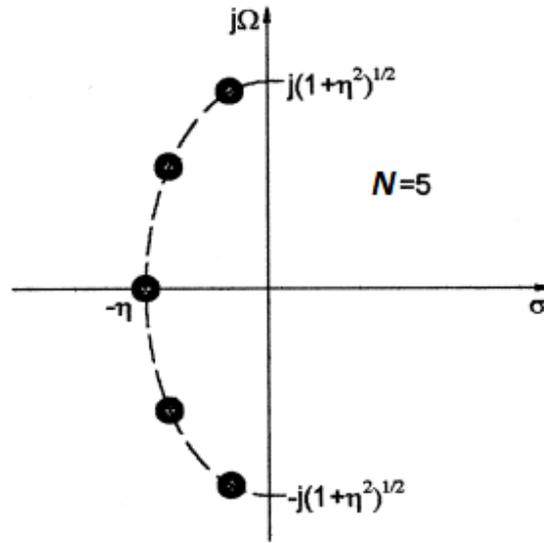


Figura 2.5: Distribución de los polos en un filtro de Chebyshev.

donde

$$s_i = j \cos \left[\sin^{-1} j\eta + \frac{(2i-1)\pi}{2N} \right]$$

$$\eta = \sinh \left(\frac{1}{N} \sinh^{-1} \frac{1}{\epsilon} \right)$$

De manera similar a la respuesta de Butterworth, los ceros de transmisión de la función de transferencia tipo Chebyshev se encuentran en el infinito. Por lo tanto, nos encontramos ante una función todo polos (cuyo prototipo paso bajo encaja con la descripción que se realiza en la figura 2.3), tal y como ocurría también para el caso de filtro de Butterworth. Sin embargo, la distribución de los polos es algo diferente en este caso, si bien, siguen estando emplazados en el semiplano izquierdo del *plano-s*. Dichos polos se encuentran distribuidos en una elipse cuyo eje mayor está sobre el eje $j\Omega$ con tamaño $\sqrt{1+\eta^2}$ y cuyo eje menor está sobre el eje σ con tamaño η . La distribución de los polos puede verse en la figura 2.5. Cabe decir además que, para un filtro con respuesta de Chebyshev, su atenuación en la banda eliminada es algo mayor a frecuencias cercanas a la frecuencia de corte que en la respuesta de Butterworth.

Los valores de los elementos del prototipo paso bajo de un filtro de Chebyshev pueden calcularse por medio de las ecuaciones que se encuentran en [3] o por medio de las tablas que aparecen en libros como [1, 2, 3].

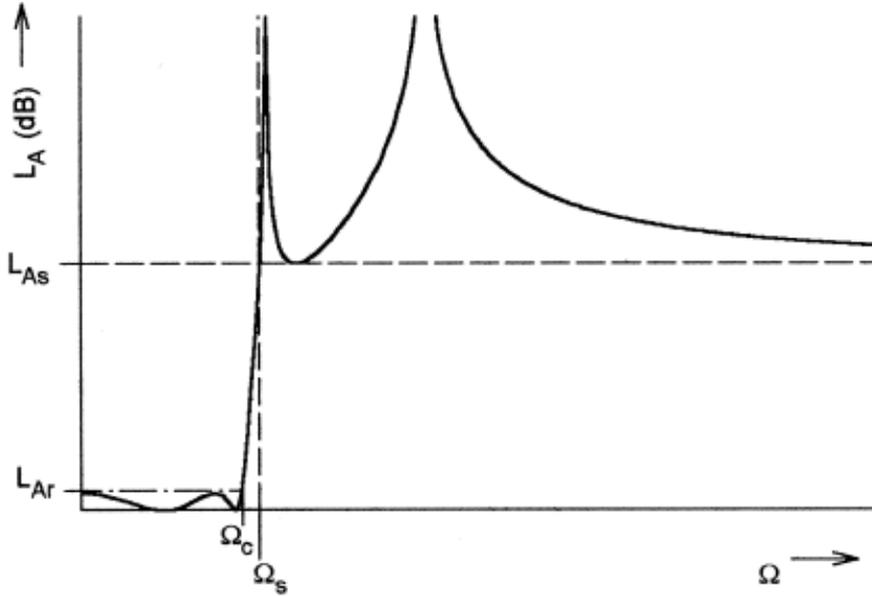


Figura 2.6: Respuesta paso bajo del filtro elíptico.

Para un rizado en la banda de paso de L_{Ar} dB, una atenuación mínima en la banda atenuada de L_{As} dB en $\Omega = \Omega_s$ y teniendo en cuenta que la frecuencia de corte del filtro se sitúa en $\Omega_c = 1$, podemos encontrar el orden necesario para que el filtro cumpla con las especificaciones por medio de la siguiente fórmula:

$$N \geq \frac{\cosh^{-1} \sqrt{\frac{10^{0,1L_{As}-1}}{10^{0,1L_{Ar}-1}}}}{\cosh^{-1} \Omega_s} \quad (2.18)$$

En comparación con un filtro de Butterworth, el orden necesario en un filtro de Chebyshev para obtener una atenuación dada suele ser menor.

A veces, se especifican las pérdidas de retorno mínimas L_R en la banda de paso en vez de el rizado en la banda de paso L_{Ar} , por lo que es necesario hacer una conversión. Si las pérdidas de retorno se definen según 2.7 y las pérdidas mínimas en la banda de paso son L_R dB ($L_R < 0$), el rizado en la banda de paso es:

$$L_{Ar} = -10 \log(1 - 10^{0,1L_R}) \text{ dB} \quad (2.19)$$

Respuesta paso bajo de un filtro elíptico.

La respuesta de un filtro elíptico exhibe equirrizado tanto en la banda de paso como en la banda atenuada, tal y como puede verse en la figura 2.6. La función de transferencia para este tipo de respuesta viene dada por:

$$|S_{21}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 F_N^2(\Omega)} \quad (2.20)$$

siendo

$$F_N(\Omega) = \begin{cases} A \frac{\prod_{i=1}^{N/2} (\Omega_i^2 - \Omega^2)}{\prod_{i=1}^{N/2} (\Omega_s^2 / \Omega_i^2 - \Omega^2)} & \text{para } N \text{ par} \\ B \frac{\Omega \prod_{i=1}^{(N-1)/2} (\Omega_i^2 - \Omega^2)}{\prod_{i=1}^{(N-1)/2} (\Omega_s^2 / \Omega_i^2 - \Omega^2)} & \text{para } N (\geq 3) \text{ impar} \end{cases} \quad (2.21)$$

donde ($0 < \Omega_i < 1$) y $\Omega_s > 1$ representan algunas frecuencias críticas (Ω_i son los ceros de transmisión); A y B son constantes que deben ser definidas en función de L_{As} y L_{Ar} [5]. $F_N(\Omega)$ oscilará entre ± 1 para $|\Omega| \leq 1$, y $|F_N(\Omega = \pm 1)| = 1$.

Si observamos $F_N(\Omega)$ en 2.21 podemos ver que los polos y los ceros son inversamente proporcionales, siendo Ω_s la constante de proporcionalidad. Una propiedad importante es que si Ω_i puede ser obtenida para que $F_N(\Omega)$ presente equirrizado en la banda de paso, automáticamente tendremos equirrizado en la banda atenuada. El parámetro Ω_s es la frecuencia a la cual el equirrizado de la banda atenuada empieza. Para N par necesitamos que $F_N(\Omega_s) = A$, lo cual puede usarse para definir el mínimo en la banda atenuada para una constante de rizado ϵ en la banda de paso dada.

El prototipo paso bajo para un filtro elíptico puede verse en la figura 2.7. En la primera figura se puede ver cómo los ceros finitos de transmisión se introducen gracias a la resonancia del resonador en paralelo que provoca una impedancia infinita (circuito abierto) impidiendo la transmisión. Para el caso dual, puede verse cómo los ceros finitos de transmisión se producen al resonar el resonador serie, lo que provoca un cortocircuito en esa rama y el consiguiente impedimento a la transmisión de la energía.

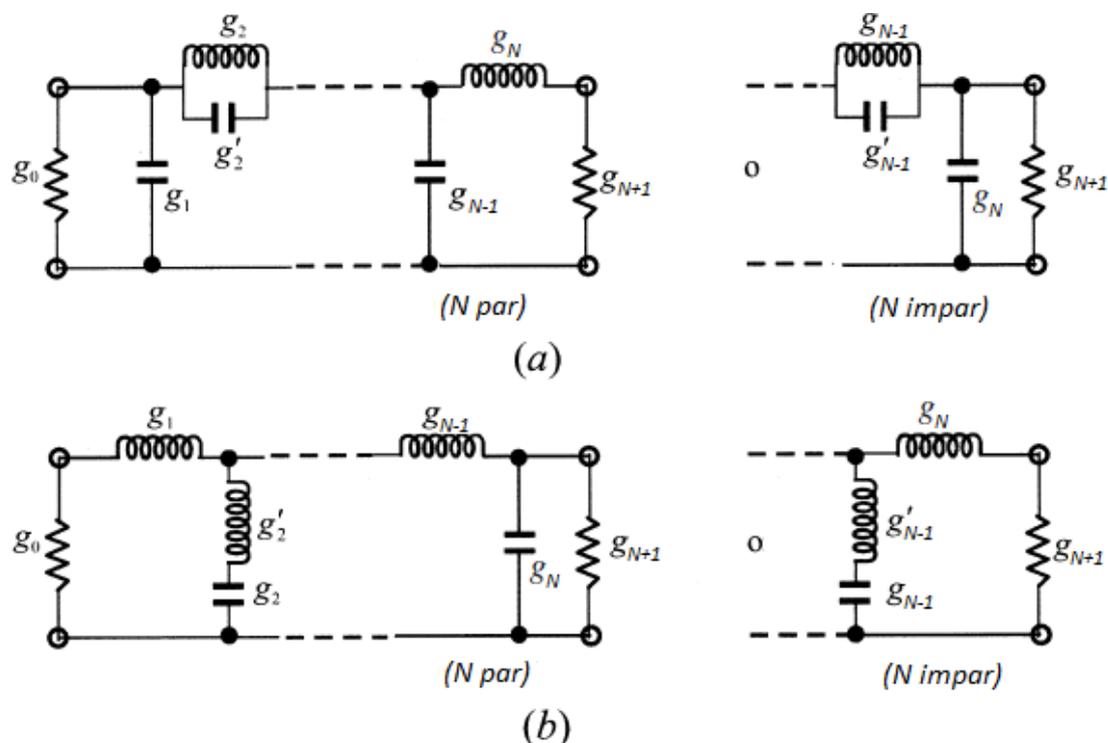


Figura 2.7: Prototipo paso bajo del filtro elíptico con (a) resonancia paralelo en la rama serie, (b) su dual con resonancia serie en la rama paralelo.

Cabe decir que los coeficientes para ese tipo de filtros pueden obtenerse a partir de tablas que aparecen en [3] y, de manera más extensa, en [6]. En este tipo de filtros, un Ω_s menor implica mayor selectividad del filtro a cambio de reducir el rechazo en la banda atenuada.

Respuesta paso bajo de un filtro Gaussiano.

La respuesta Gaussiana puede ser aproximada por la función racional de transferencia [5]:

$$S_{21}(s) = \frac{a_0}{\sum_{k=0}^N a_k p^k} \quad (2.22)$$

donde $s = \sigma + j\Omega$ es la variable en frecuencia normalizada y los coeficientes se obtienen de la siguiente forma:

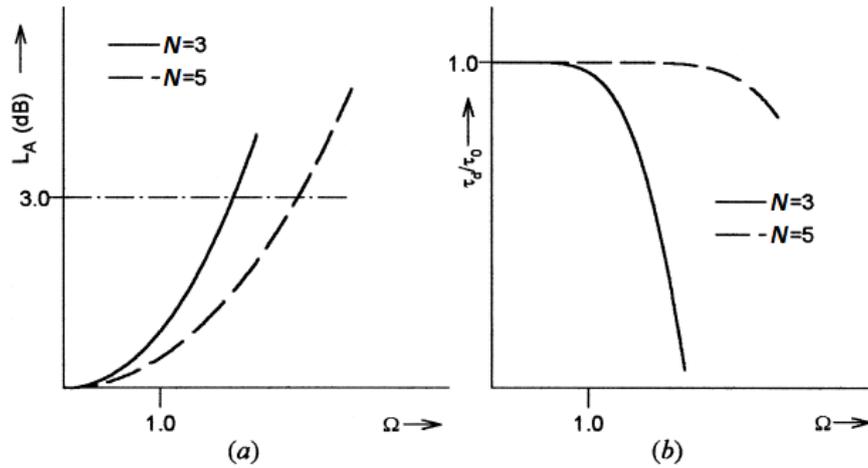


Figura 2.8: Respuesta Gaussiana: (a) amplitud y (b) retardo de grupo.

$$a_k = \frac{(2N - k)!}{2^{N-k} k! (N - k)!} \quad (2.23)$$

Esta función de transferencia presenta un retardo de grupo maximalmente plano en torno a $\Omega = 0$ y, por lo tanto, es considerada complementaria de la función de transferencia de Butterworth que presentaba una respuesta maximalmente plana en amplitud.

En la figura 2.8 podemos observar que los filtros Gaussianos presentan una pobre selectividad en amplitud. Al incrementar el orden del filtro N , obtenemos una ligera mejora en la selectividad y las pérdidas de inserción en decibelios se aproximan a la forma Gaussiana:

$$L_A(\Omega) = 10 \log e^{\frac{\Omega^2}{(2N-1)}} \text{ dB} \quad (2.24)$$

Haciendo uso de esta ecuación podemos obtener el ancho de banda 3 dB como:

$$\Omega_{3dB} \simeq \sqrt{(2N - 1) \ln 2} \quad (2.25)$$

la cual, es una buena aproximación para $N \geq 3$.

Sin embargo, los filtros Gaussianos poseen un retardo de grupo bastante plano, tal y como se ve en la figura 2.8(b), donde el retardo de grupo está normalizado

por τ_0 , que es el retardo a frecuencia cero y es inversamente proporcional al ancho de banda de la banda de paso. Así pues, al incrementar el orden del filtro, dicho retardo de grupo se vuelve plano sobre un rango mayor de frecuencias, lo cual, hace interesantes este tipo de filtros.

El prototipo paso bajo para un filtro de este tipo es igual al mostrado en la figura 2.3, ya que un filtro Gaussiano también es todo polos. Los valores de los elementos del filtro se obtienen normalmente por síntesis (véase [4]), aunque algunos valores más comunes pueden verse recogidos en tablas en [3].

Respuesta de Chebyshev generalizada.

Finalmente, veremos la respuesta que será implementada en el diseño de nuestro filtro. Esta respuesta de Chebyshev generalizada presenta rizado constante en la banda de paso y, además, permite la inclusión de ceros de transmisión y/o ecualización (aquellos que se encuentran por parejas simétricas fuera del plano $s = j\Omega$). Así pues, presenta una respuesta más selectiva en amplitud que un filtro de Butterworth o de Chebyshev y no presta tanta atención al retardo de grupo como puede hacerlo un filtro Gaussiano, puesto que no es el objeto primordial de diseño. Por otro lado, la respuesta elíptica es un caso particular de la respuesta de Chebyshev generalizada en la que los ceros de transmisión dan lugar a una banda atenuada equirrizada.

La expresión de un polinomio de Chebyshev de orden N es la siguiente:

$$T_N(\Omega) = \cosh [N \cosh^{-1}(\Omega)] \quad (2.26)$$

Esta función, que ya habíamos visto antes, presenta sus N polos en el infinito, por lo que es necesario modificarla para que puedan aparecer singularidades en frecuencias finitas. Al modificarla podemos hablar de polinomio de Chebyshev generalizado [7] y presenta la siguiente forma:

$$C_N(\Omega) = \cosh \left[\sum_{k=1}^N \cosh^{-1}(x_k(\Omega)) \right] \quad (2.27)$$

donde

$$x_k(\Omega) = \frac{\Omega - 1/\Omega_{z,k}}{1 - \Omega/\Omega_{z,k}} \quad (2.28)$$

siendo $j\Omega_{z,k} = s_{z,k}$ la posición del k -ésimo cero de transmisión en el plano complejo s , que corresponde con un polo de $C_N(\Omega)$. La función 2.28 presenta una serie de características que la hacen adecuada como respuesta similar a la de Chebyshev:

- Para $|\Omega| = 1$, $C_N(\Omega) = 1$
- Para $|\Omega| < 1$, $C_N(\Omega) \leq 1$
- Para $|\Omega| > 1$, $C_N(\Omega) > 1$
- Si los N ceros de transmisión se encuentran en el infinito, la expresión 2.27 se reduce a la del polinomio de Chebyshev de grado N , es decir:

$$x_k(\Omega) \Big|_{\Omega_{z,k} \rightarrow \infty} = \Omega \quad (2.29)$$

$$C_N(\Omega) \Big|_{\Omega_{z,k} \rightarrow \infty, \forall k} = \cosh [N \cosh^{-1}(\Omega)] = T_N(\Omega) \quad (2.30)$$

La expresión 2.27 es general, por lo que permite la inclusión de cualquier número de ceros de transmisión ($n_z \leq N$) en cualquier posición del plano complejo s . No obstante, para que el numerador y el denominador de $C_N(\Omega)$ tengan coeficientes reales, los ceros de transmisión han de distribuirse de forma simétrica respecto al eje imaginario $j\Omega$.

Así pues, la función generalizada de Chebyshev es equivalente a la que se incluye en [8]:

$$C_N(\Omega) = \begin{cases} \cos \left[(N - n_z) \cos^{-1}(\Omega) + \sum_{k=1}^{n_z} | \operatorname{Re} [\cos^{-1}(x_k(\Omega))] | \right] & |\Omega| \leq 1 \\ \cosh \left[(N - n_z) \cosh^{-1}(\Omega) + \sum_{k=1}^{n_z} | \operatorname{Re} [\cosh^{-1}(x_k(\Omega))] | \right] & \Omega > 1 \\ \cosh \left[(N - n_z) \cosh^{-1}(\Omega) - \sum_{k=1}^{n_z} | \operatorname{Re} [\cosh^{-1}(x_k(\Omega))] | \right] & \Omega < -1 \end{cases} \quad (2.31)$$

La función generalizada de Chebyshev que se presenta se encuentra normalizada (presenta un rizado en la banda de paso de valor unidad) y estará relacionada con la función característica del modelo paso bajo por medio de una constante de desnormalización ϵ :

$$|K(j\Omega)|^2 = \epsilon^2 C_N^2(\Omega) \quad (2.32)$$

Gracias a la relación entre la función característica $K(j\Omega)$ y el parámetro $S_{21}(j\Omega)$ del filtro, podemos obtener:

$$|S_{21}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + |K(j\Omega)|^2} = \frac{1}{1 + \epsilon^2 C_N^2(j\Omega)} \quad (2.33)$$

de donde puede despejarse el valor de ϵ de modo que las pérdidas de retorno en la banda de paso (L_R) sean las que se especifican:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{10^{-L_R(dB)/10}}{1 - 10^{-L_R(dB)/10}}} \quad (2.34)$$

Más adelante, en el apartado 3.2.1 veremos cómo se construye el polinomio generalizado de Chebyshev que permite obtener la respuesta de nuestro filtro.

2.2. Transformación de frecuencia.

Hasta ahora hemos visto algunas de las diferentes respuestas que podemos obtener con nuestro prototipo paso bajo. Si bien, éste viene expresado en el dominio Ω , mientras que para la realización práctica de nuestro filtro es necesario expresar su respuesta en el dominio ω . Por otro lado, podemos desear implementar, además de un filtro paso bajo, filtros paso banda, banda eliminada o paso alto, por lo que deberemos aplicar una transformación de frecuencia para que, a partir de nuestro prototipo paso bajo que tenía la frecuencia de corte normalizada $\Omega_c = 1$, podamos obtener un filtro con el tipo de respuesta deseada. Del mismo modo, este prototipo paso bajo se encontraba normalizado en resistencia/conductancia de fuente $g_0 = 1$, por lo que es necesario incluir una transformación de impedancias/admitancias para ajustar el valor $g_0 = 1$ al que se requiera para la realización práctica de nuestro filtro.

Para la formulación de este problema denominaremos Z_0 a la impedancia de la fuente, $Y_0 = 1/Z_0$ a la admitancia de la fuente y definiremos un factor de escalado de la impedancia γ_0 de la siguiente forma:

$$\gamma_0 = \begin{cases} Z_0/g_0 & \text{si } g_0 \text{ es resistencia} \\ g_0/Y_0 & \text{si } g_0 \text{ es conductancia} \end{cases} \quad (2.35)$$

Al aplicar este escalado de la impedancia sobre los elementos del prototipo paso bajo no modificamos la forma de la respuesta, si bien, dichos elementos se ven transformados de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} L &\rightarrow \gamma_0 L \\ C &\rightarrow C/\gamma_0 \\ R &\rightarrow \gamma_0 R \\ G &\rightarrow G/\gamma_0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

Además, si g es un término genérico que representa a un elemento del prototipo paso bajo, debido a su independencia con respecto a la transformación de frecuencia, puede aplicarse a cualquier tipo de filtro la siguiente transformación resistiva para dicho elemento:

$$\begin{aligned} R &= \gamma_0 g && \text{si } g \text{ representa a una resistencia} \\ G &= \frac{g}{\gamma_0} && \text{si } g \text{ representa a una conductancia} \end{aligned} \quad (2.37)$$

2.2.1. Transformación paso bajo.

La transformación de frecuencia de un prototipo paso bajo a un filtro paso bajo práctico que tiene una frecuencia de corte ω_c en el eje angular de frecuencia ω viene dada por:

$$\Omega = \left(\frac{\Omega_c}{\omega_c} \right) \omega \quad (2.38)$$

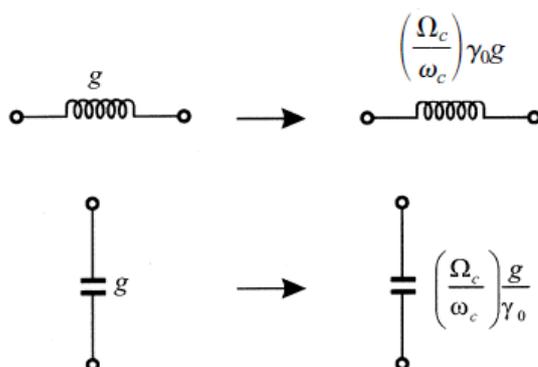


Figura 2.9: Transformación paso bajo.

Si aplicamos esta transformación junto al escalado en impedancia descrito anteriormente obtenemos (véase figura 2.9):

$$\begin{aligned}
 L &= \left(\frac{\Omega_c}{\omega_c}\right) \gamma_0 g && \text{si } g \text{ representa una inductancia} \\
 C &= \left(\frac{\Omega_c}{\omega_c}\right) \frac{g}{\gamma_0} && \text{si } g \text{ representa una capacitancia}
 \end{aligned}
 \tag{2.39}$$

2.2.2. Transformación paso alto.

Para obtener filtros paso alto con una frecuencia de corte ω_c en el eje ω , la transformación apropiada es la siguiente:

$$\Omega = -\frac{\omega_c \Omega_c}{\omega}
 \tag{2.40}$$

Aplicando esta transformación en frecuencia al elemento reactivo g en el prototipo paso bajo obtenemos:

$$j\Omega g \rightarrow \frac{\omega_c \Omega_c g}{j\omega}
 \tag{2.41}$$

Así pues, un elemento inductivo/capacitivo en el prototipo paso bajo se transforma inversamente en un elemento capacitivo/inductivo en el filtro paso alto.

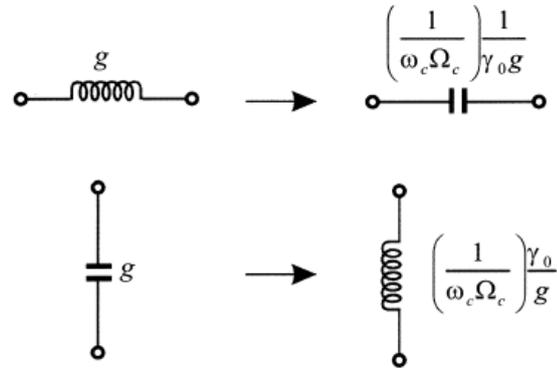


Figura 2.10: Transformación paso alto.

Aplicando el escalado en impedancia, la transformación de elementos es la siguiente (véase la figura 2.10):

$$\begin{aligned}
 C &= \left(\frac{1}{\omega_c \Omega_c}\right) \frac{1}{\gamma_0 g} && \text{si } g \text{ representa una capacitancia} \\
 L &= \left(\frac{1}{\omega_c \Omega_c}\right) \frac{\gamma_0}{g} && \text{si } g \text{ representa una inductancia}
 \end{aligned}
 \tag{2.42}$$

2.2.3. Transformación paso banda.

En este caso, la respuesta del prototipo paso bajo se transforma en una respuesta paso banda con una banda de paso $\omega_2 - \omega_1$, siendo ω_1 y ω_2 los extremos de la banda de paso. La transformación de frecuencia necesaria es:

$$\Omega = \frac{\Omega_c}{FBW} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)
 \tag{2.43}$$

siendo

$$\begin{aligned}
 FBW &= \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \\
 \omega_0 &= \sqrt{\omega_1 \omega_2}
 \end{aligned}
 \tag{2.44}$$

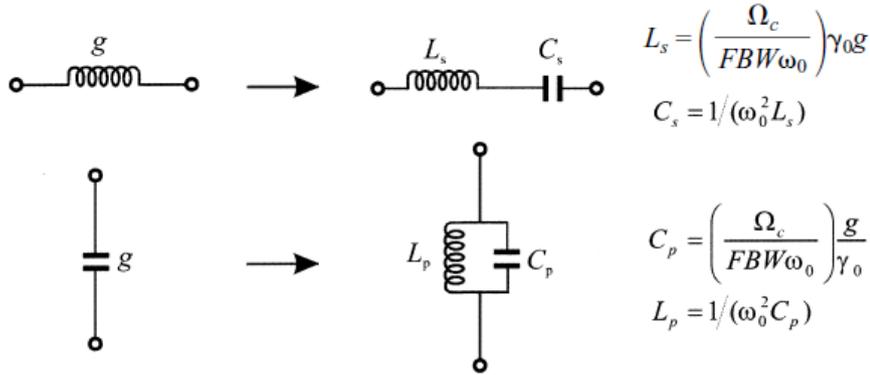


Figura 2.11: Transformación paso banda.

donde ω_0 es denominada la frecuencia central y FBW es denominado el ancho de banda relativo. Al aplicar esta transformación de frecuencias a un elemento reactivo g del prototipo paso bajo, obtenemos:

$$j\Omega g \rightarrow j\omega \frac{\Omega_c g}{FBW\omega_0} + \frac{1}{j\omega} \frac{\Omega_c \omega_0 g}{FBW} \quad (2.45)$$

Podemos ver en la ecuación 2.45 que un elemento inductivo/capacitivo en el prototipo paso bajo se transforma en un resonador serie/paralelo LC en el filtro paso banda, tal y como se observa también la figura 2.11. Así pues, si tenemos en cuenta la transformación de impedancias, los elementos del resonador serie (L_s , C_s) y los elementos del resonador paralelo (L_p , C_p) quedan:

$$\begin{cases}
 \text{si } g \text{ representa una inductancia} \\
 \text{si } g \text{ representa una capacitancia}
 \end{cases}
 \begin{cases}
 L_s = \left(\frac{\Omega_c}{FBW\omega_0} \right) \gamma_0 g \\
 C_s = \left(\frac{FBW}{\omega_0 \Omega_c} \right) \frac{1}{\gamma_0 g} \\
 C_p = \left(\frac{\Omega_c}{FBW\omega_0} \right) \frac{g}{\gamma_0} \\
 L_p = \left(\frac{FBW}{\omega_0 \Omega_c} \right) \frac{\gamma_0}{g}
 \end{cases} \quad (2.46)$$

2.2.4. Transformación banda eliminada.

La transformación de frecuencia a aplicar en este caso es la siguiente:

$$\Omega = \frac{\Omega_c FBW}{(\omega_0/\omega - \omega/\omega_0)} \quad (2.47)$$

Este tipo de transformación es la opuesta a la paso banda, por lo tanto, un elemento g inductivo/capacitivo del prototipo paso bajo se transforma en un resonador LC paralelo/serie en el filtro banda eliminada. Los elementos son transformados de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{si } g \text{ representa una inductancia} & \begin{cases} C_p = \left(\frac{1}{FBW\omega_0\Omega_c} \right) \frac{1}{\gamma_0 g} \\ L_p = \left(\frac{\Omega_c FBW}{\omega_0} \right) \gamma_0 g \end{cases} \\ \text{si } g \text{ representa una capacitancia} & \begin{cases} L_s = \left(\frac{1}{FBW\omega_0\Omega_c} \right) \frac{\gamma_0}{g} \\ C_s = \left(\frac{\Omega_c FBW}{\omega_0} \right) \frac{g}{\gamma_0} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.48)$$

2.3. Inversores de inmitancia.

En lo que llevamos de capítulo, hemos visto cómo es posible definir cualquier tipo de filtro (paso bajo, paso alto, paso banda o banda eliminada) a partir de la respuesta (función de transferencia) deseada para el prototipo paso bajo. Sin embargo, los elementos que han intervenido en la realización de dichos filtros son elementos concentrados y, por lo tanto, no válidos para altas frecuencias en las que el tamaño de los componentes del circuito es comparable con la longitud de onda λ (véase [9]). Así pues, deberemos usar elementos distribuidos.

Es en este punto en el que resulta interesante la utilización de inversores de inmitancia para aplicarlos a la teoría de filtros. Como veremos en esta sección, gracias al uso de inversores de inmitancia, podremos expresar nuestro filtro paso banda (es el tipo de filtro que se construirá) de elementos concentrados por medio de resonadores acoplados entre sí, contruidos estos últimos por medio de elementos distribuidos. De este modo, los inversores de inmitancia suponen un paso previo a la realización de nuestro filtro paso banda de elementos distribuidos que permite generalizar nuestro prototipo paso bajo de elementos concentrados.

2.3.1. Definiciones de inversores de inmitancia.

Un inversor de inmitancia es una red recíproca que puede actuar como un inversor de impedancia o un inversor de admitancia. Un inversor de impedancia, idealmente, es una red de dos puertos que posee una propiedad invariante a todas las frecuencias. De este modo, si el inversor de impedancia es cargado por una impedancia Z_2 en el puerto de salida, la impedancia Z_1 que se ve desde el puerto de entrada es:

$$Z_1 = \frac{K^2}{Z_2} \quad (2.49)$$

donde K es real y se define como la impedancia característica del inversor. Vemos pues que si Z_2 es inductiva/capacitiva, Z_1 se convertirá en capacitiva/inductiva, por lo que el inversor presenta un desfase de ± 90 grados o un múltiplo impar de esta cantidad. Los inversores de impedancia son conocidos también como *inversores K* y su matriz de parámetros ABCD es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mp jK \\ \pm \frac{1}{jK} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Del mismo modo, un inversor ideal de admitancia es una red de dos puertos que presenta una propiedad a todas las frecuencias de manera que si una admitancia Y_2 es conectada en un puerto, la admitancia Y_1 vista desde el otro puerto es tal que:

$$Y_1 = \frac{J^2}{Y_2} \quad (2.51)$$

donde J es real y se denomina admitancia característica del inversor. De manera similar, un inversor de admitancia provoca un desfase de ± 90 grados o un múltiplo impar de esta cantidad. Los inversores de admitancia son denominados *inversores J* y su matriz de parámetros ABCD es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \pm \frac{1}{jJ} \\ \mp jJ & 0 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

A partir de las expresiones que aparecen en 2.50 y 2.52, podemos decir que un inversor de impedancia es equivalente a un inversor de admitancia al darnos cuenta

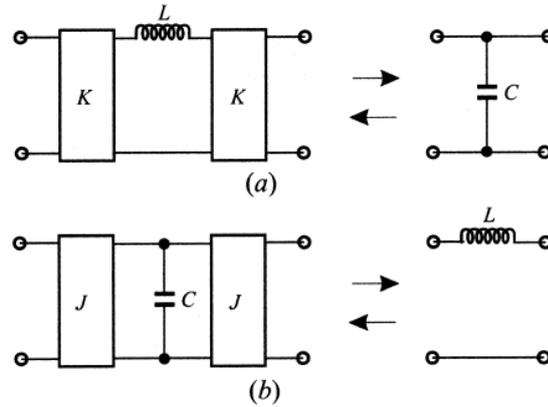


Figura 2.12: Equivalencia entre elementos concentrados y circuitos con inversores de inmitancia.

de la relación que existe entre ellos $K = J^{-1}$. Por eso hablamos de inversores de inmitancia, ya que un inversor de impedancia y un inversor de admitancia es lo mismo.

2.3.2. Filtros con inversores de inmitancia.

Haciendo uso del análisis de redes, puede comprobarse que una inductancia serie con un inversor de impedancia a cada lado se comporta como una capacitancia en paralelo, tal y como muestra la figura 2.12(a). Del mismo modo, una capacitancia en paralelo con un inversor de admitancia a cada lado presenta el mismo comportamiento que una inductancia en serie, tal y como se puede ver en la figura 2.12(b). Al aplicar la propiedad de dualidad que presentan los inversores de inmitancia [7, p. 50], podemos transformar una admitancia en paralelo en una impedancia en serie entre dos inversores idénticos. Identificando esta definición con el circuito de la figura 2.12(a) podemos decir que el valor de $Z_{serie} = j\omega L$ es igual al valor de $Y_{paralelo} = j\omega C$ y por lo tanto podemos concluir que el valor de C es igual al valor de L en los circuitos de la figura 2.12.

Además, gracias al uso de los inversores, podemos cambiar los niveles de impedancia o de admitancia de la red. Gracias a esto, podemos convertir un filtro en un circuito equivalente que sea más conveniente para implementarlo por medio de estructuras de microondas.

Así pues, el prototipo paso bajo del filtro que se muestra en la figura 2.3 puede convertirse a la forma que aparece en la figura 2.13, donde los valores de g_i son los valores originales de los elementos del prototipo que se ha definido con

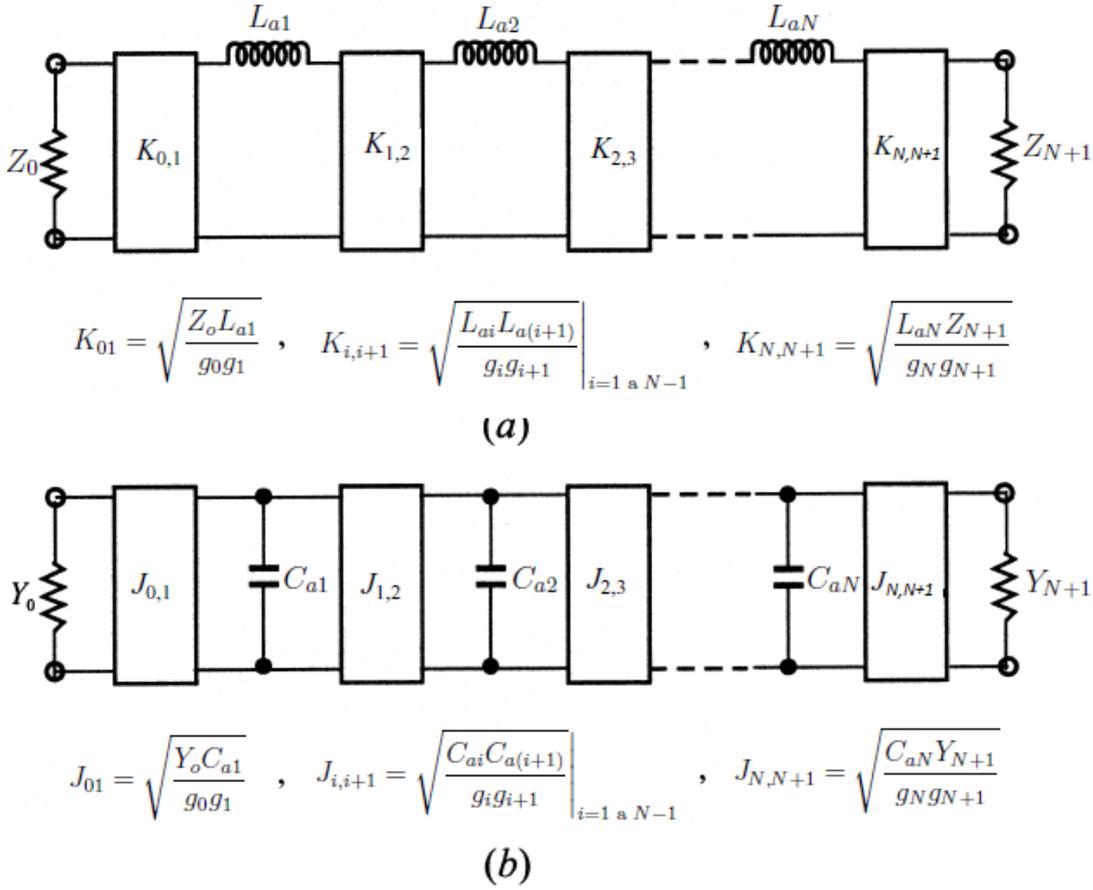


Figura 2.13: Prototipo paso bajo con inversores de inmitancia.

anterioridad. Los valores para los nuevos elementos (Z_0 , Z_{n+1} , L_{ai} , Y_0 , Y_{n+1} y C_{ai}) pueden ser escogidos de manera arbitraria y la respuesta del filtro será idéntica a la del prototipo original al calcular los parámetros $K_{i,i+1}$ y $J_{i,i+1}$ según se indica en las ecuaciones que aparecen en la figura 2.13.

Como, idealmente, los parámetros de los inversores de inmitancia son invariantes con la frecuencia, las redes paso bajo de la figura 2.13 pueden ser fácilmente transformadas a otro tipo de filtros aplicando la transformación de elementos necesaria, tal y como se describe en la sección 2.2. En nuestro caso, la transformación deseada es la paso banda, por lo que el circuito de la figura 2.13 se transforma en el de la figura 2.14.

La transformación de elementos de la figura 2.13(a) a la figura 2.14(a) se obtiene de la siguiente manera. Como asumimos que las impedancias de la fuente son iguales en ambos filtros, no es necesario el escalado de la impedancia, por lo que el factor de escalado queda $\gamma_0 = 1$. Ahora, tomando L_{ai} como un elemento g

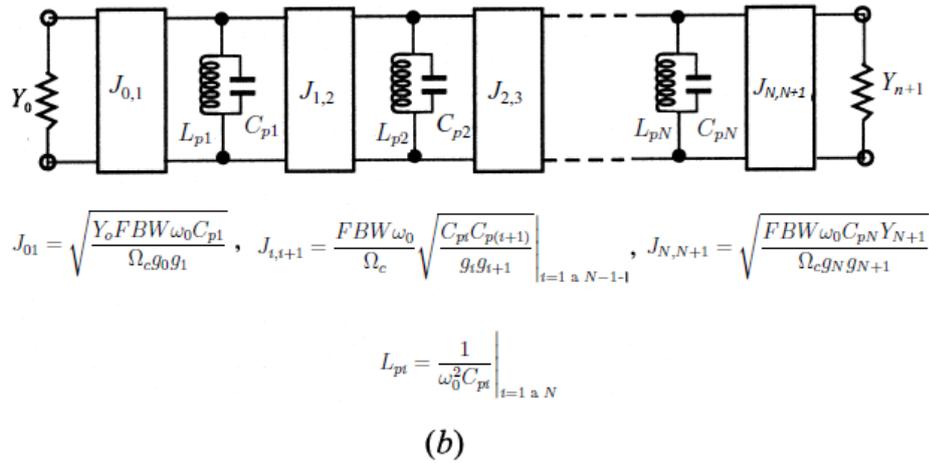
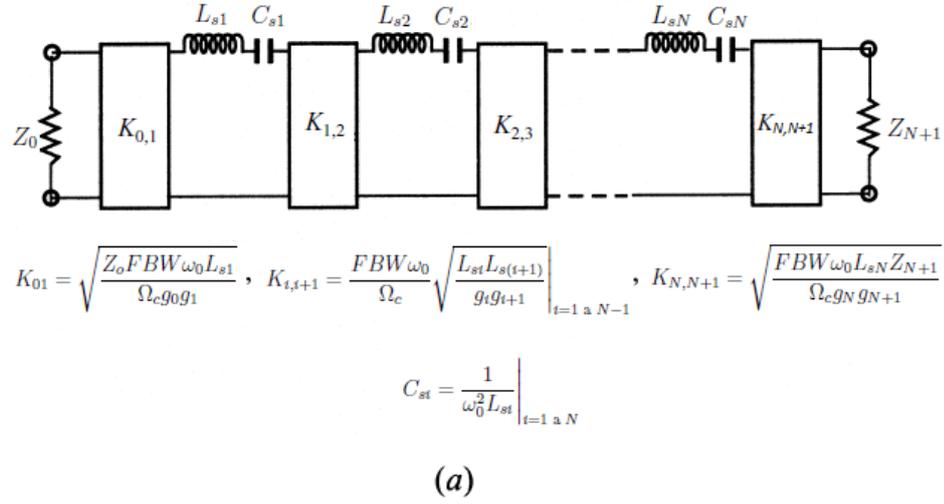


Figura 2.14: Filtro paso banda con inversores de inmitancia.

inductivo en la figura 2.11 y transformando los inductores serie del filtro paso bajo en resonadores serie para el filtro paso banda, obtenemos:

$$L_{si} = \left(\frac{\Omega_c}{FBW \omega_0} \right) L_{ai} \tag{2.53}$$

$$C_{si} = \frac{1}{\omega_0^2 L_{si}}$$

Como se ha dicho anteriormente, los parámetros K se mantienen invariables frente a la transformación en frecuencia. Reemplazando L_{ai} en las ecuaciones de la figura 2.13 con el valor de L_{ai} que se puede despejar de la ecuación 2.53, obtenemos las

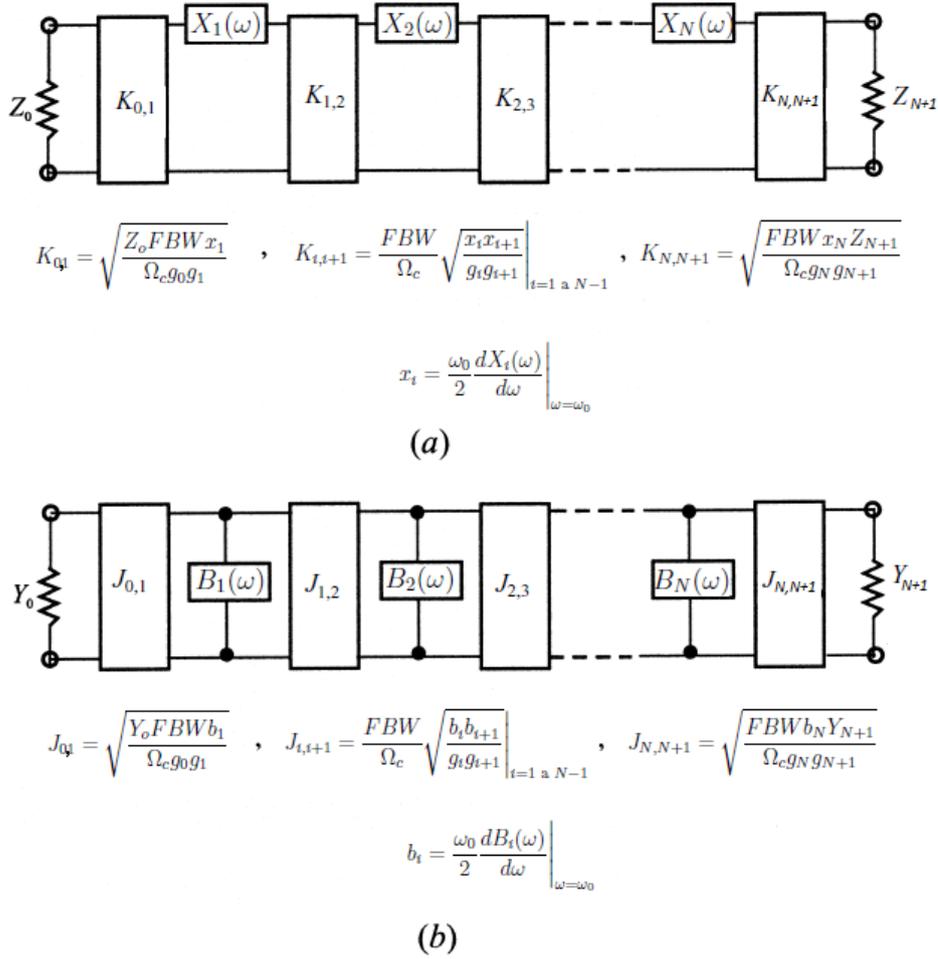


Figura 2.15: Filtro paso banda generalizado (incluyendo elementos distribuidos) utilizando inversores de inmitancia.

ecuaciones de la figura 2.14(a). Haciendo la transformación dual obtenemos las ecuaciones para la figura 2.14(b).

Dos generalizaciones importantes, mostradas en la figura 2.15, se obtienen al reemplazar los resonadores LC compuestos por elementos concentrados [10]. Circuitos con elementos distribuidos pueden ser implementados por medio de cavidades de microondas (como es nuestro caso), resonadores microstrip o por cualquier otra estructura resonante adecuada. Idealmente, las reactancias o susceptancias de los circuitos de elementos distribuidos deberían ser iguales a aquellas que posean los resonadores compuestos por elementos concentrados para todas las frecuencias. En la práctica, éstos aproximan las reactancias y susceptancias de los resonadores compuestos por elementos concentrados sólo cuando nos encontramos cerca de resonancia. Sin embargo, esto es suficiente para los filtros paso banda de banda

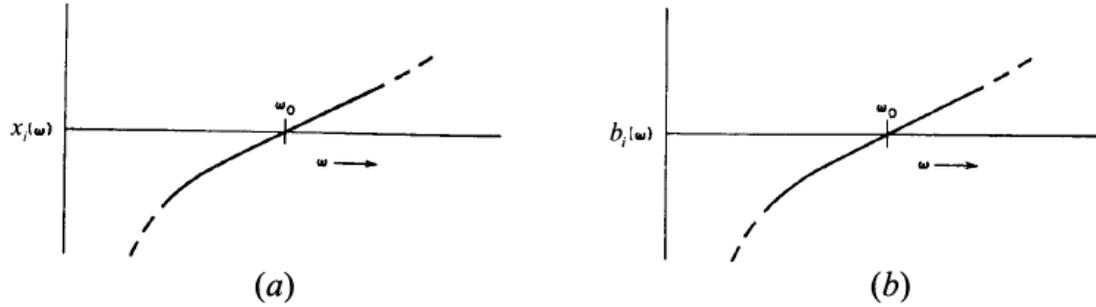


Figura 2.16: (a) Reactancia del resonador i -ésimo. (b) Susceptancia del resonador i -ésimo.

estrecha (tal y como es nuestro caso).

Por conveniencia, la reactancia/susceptancia del resonador distribuido y la pendiente de la reactancia/susceptancia se hacen iguales a su correspondiente valor del resonador de elementos concentrados en el centro de la banda. Para ello, dos cantidades, denominadas la pendiente de la reactancia y la pendiente de la susceptancia respectivamente, son introducidas. Para resonadores serie (presentan reactancia cero a la frecuencia central ω_0 , tal y como vemos en la figura 2.16), el parámetro de la pendiente de la reactancia se define como:

$$x = \frac{\omega_0}{2} \frac{dX(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \quad (2.54)$$

donde $X(\omega)$ es la reactancia del resonador distribuido. Para el caso dual, la susceptancia vale cero a la frecuencia central y el parámetro de la pendiente de la susceptancia ω_0 se define por:

$$b = \frac{\omega_0}{2} \frac{dB(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \quad (2.55)$$

donde $B(\omega)$ es la susceptancia del resonador distribuido. Se puede comprobar que la pendiente de la reactancia para un resonador serie LC formado por elementos concentrados es igual a $\omega_0 L$ y que la pendiente de la susceptancia para un resonador LC paralelo formado por elementos concentrados es $\omega_0 C$. Así pues, reemplazando $\omega_0 L_{si}$ y $\omega_0 C_{pi}$ en las ecuaciones de la figura 2.14 con los términos generales x_i y b_i como acabamos de definir y teniendo en cuenta la condición de resonancia $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, obtenemos el resultado que viene dado en las ecuaciones de la figura 2.15.

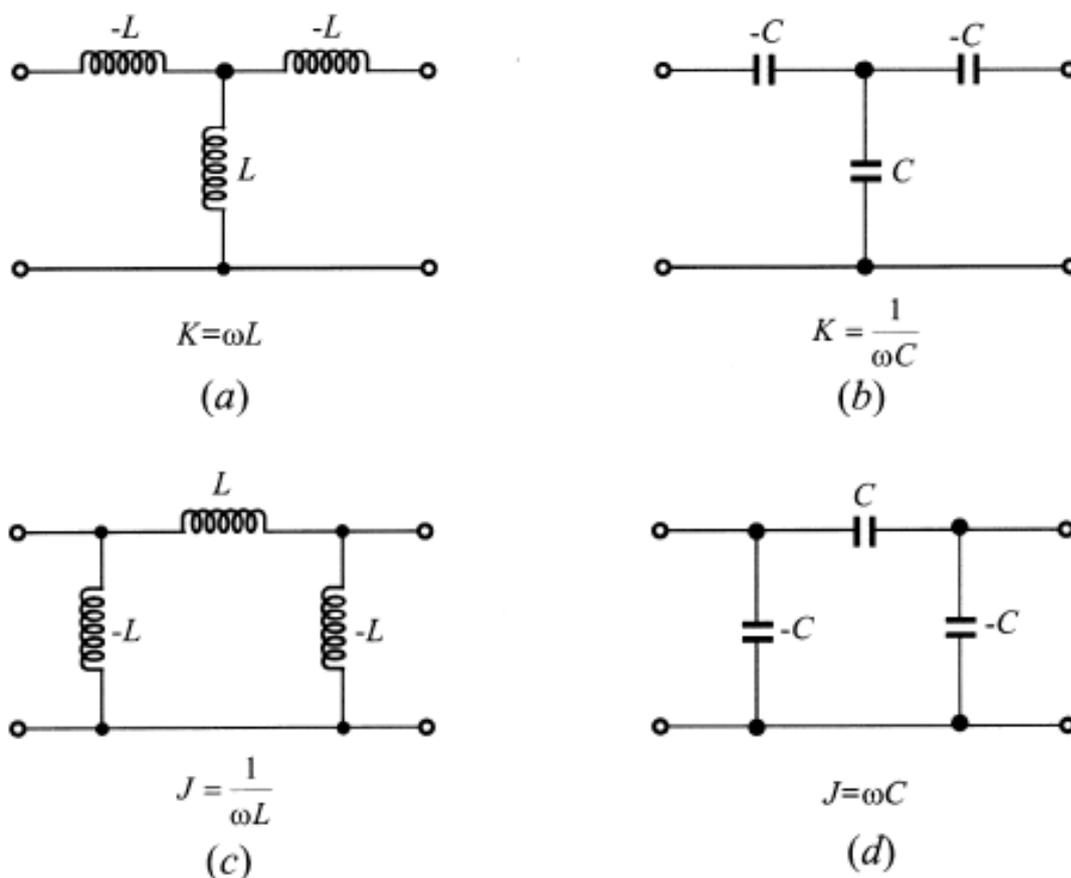


Figura 2.17: Inversores de inmitancia con elementos concentrados.

2.3.3. Realización práctica de inversores de inmitancia.

Entre las realizaciones prácticas más simples de un inversor de inmitancia se encuentra una línea de transmisión $\lambda/4$. Se puede comprobar fácilmente que se adecúa a la expresión 2.49 y puede servir tanto de inversor de impedancia, como de inversor de admitancia. Si bien, este tipo de inversor funciona solo relativamente bien en banda estrecha.

Además de la línea de transmisión $\lambda/4$, existen numerosos circuitos que actúan como inversores de inmitancia. Lo necesario es que produzcan un desfase de ± 90 grados o un múltiplo impar. En la figura 2.17 podemos ver cuatro ejemplos de inversores de inmitancia muy típicos. Los inversores de la figura 2.17(a) y (b) son inversores de impedancia (*inversores K*) y los inversores de la figura 2.17(c) y (d) son inversores de admitancia (*inversores J*). Esto es debido a que los elementos negativos de los inversores pueden ser incluidos en elementos adyacentes en filtros

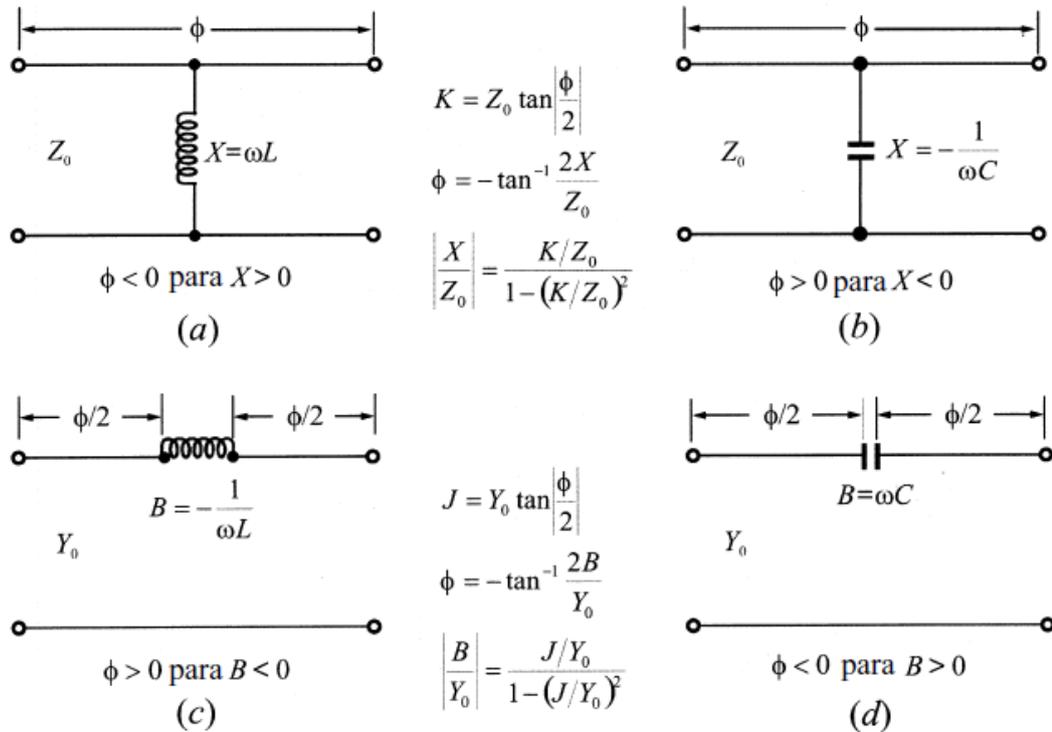


Figura 2.18: Inversores de inmitancia con elementos concentrados y líneas de transmisión.

prácticos. Puede demostrarse que los inversores de la figura 2.17(a) y (d) tienen un desfase (fase del parámetro S_{21}) de +90 grados, mientras que los de la figura 2.17(b) y (c) tienen un desfase de -90 grados.

Otro tipo de inversores de inmitancia prácticos son aquellos formados por una mezcla de elementos concentrados y líneas de transmisión, tal y como se muestra en la figura 2.18, donde Z_0 y Y_0 son la impedancia característica y la admitancia característica de la línea respectivamente y ϕ denota la longitud eléctrica de la línea. En la práctica, la línea de longitud eléctrica negativa o positiva puede añadirse o quitarse de líneas adyacentes de la misma impedancia/admitancia característica.

En definitiva, numerosos circuitos pueden construirse de forma que cumplan con 2.50 o con 2.52 en la banda de operación. Cabe recordar que, en realidad, los inversores de inmitancia son dependientes en frecuencia, por lo que debemos tomar en consideración la aproximación de banda estrecha (válida para filtros paso banda de banda estrecha) a la hora de realizar nuestros diseños de manera rigurosa.

Capítulo 3

Síntesis de filtros paso banda de banda estrecha con respuesta de Chebyshev generalizada.

En este capítulo se detalla en profundidad la teoría empleada para la síntesis de filtros paso banda, de banda estrecha, con respuesta de Chebyshev generalizada. En el proceso de síntesis partimos de unas especificaciones (frecuencia central del filtro, ancho de banda, posición de los ceros finitos de transmisión y/o ecualización, etc.) para obtener una estructura eléctrica que, posteriormente, puede ser implementada en la tecnología deseada (con guías de ondas integradas en sustrato en nuestro caso).

Así pues, veremos la importancia que tiene la matriz de acoplos para la representación de nuestro filtro y cómo a partir de ella podemos llegar a desarrollar una estructura que implemente la función de transferencia deseada. En este sentido, partiremos de una expresión de la red por medio de los polinomios característicos del prototipo paso bajo y explicaremos el proceso de síntesis que nos permite obtener al final una matriz de acoplamiento que representa las interacciones que debe haber entre los diferentes resonadores, implementados como cavidades, para conseguir la estructura filtrante deseada.

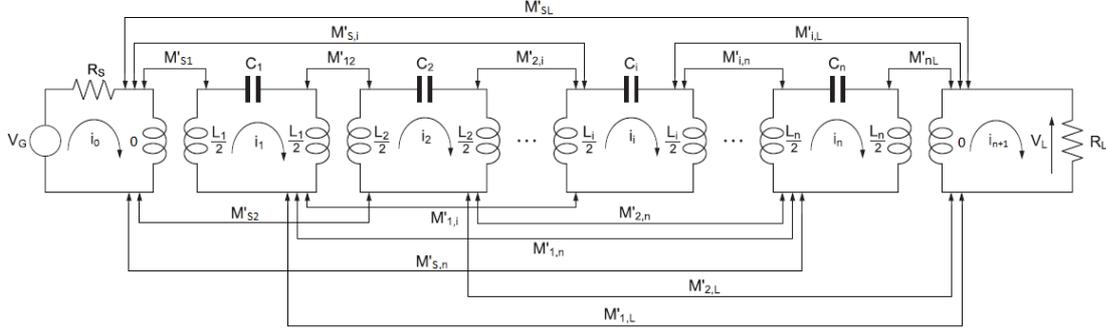


Figura 3.1: Estructura genérica extendida de resonadores serie acoplados.

3.1. Representación matricial del prototipo paso bajo.

El circuito de la figura 3.1 supone una generalización del circuito presentado en la figura 2.14(a), ya que ahora se permiten inversores entre resonadores no contiguos que vienen representados con flechas. En este apartado, por mantener la notación de la referencia [7] de donde ha sido extraído, se denominará con la letra n al número de resonadores del circuito, mientras que anteriormente y posteriormente se usa la letra N para referirnos al mismo.

Si nos fijamos en la figura 3.1, podemos expresar la ecuación de la tensión en la malla i -ésima de la red de la siguiente forma:

$$V_i(\omega) = j \left(\omega L_i - \frac{1}{\omega C_i} \right) I_i + j\omega \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n M'_{ik} I_k + j\omega M'_{Si} I_0 + j\omega M'_{iL} I_{n+1} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.1)$$

donde

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{L_i C_i}} \quad (3.2)$$

es la frecuencia de resonancia de la cavidad i . Para no perder generalidad, consideramos que la frecuencia de resonancia de cada resonador puede ser diferente (sintonía asíncrona), por lo que no es posible realizar directamente la transformación paso bajo - paso banda habitual donde $FBW = \Delta\omega/\omega_0$:

$$s = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (3.3)$$

Así pues, se debe modificar la ecuación 3.1 para separar la inductancia de la malla en dos partes que cumplan:

$$\begin{aligned} L_i &= L'_i + L''_i \\ \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{L'_i C_i}} \quad \sqrt{\frac{L'_i}{C_i}} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = Z_0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

por lo que la ecuación 3.1 queda:

$$\begin{aligned} V_i(\omega) &= j \left(\omega L'_i - \frac{1}{\omega C_i} \right) I_i + j\omega L''_i I_i + j\omega \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n M'_{ik} I_k + j\omega M'_{S_i} I_0 + j\omega M'_{iL} I_{n+1} \\ &= j \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) I_i + j\omega L''_i I_i + j\omega \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n M'_{ik} I_k + j\omega M'_{S_i} I_0 + j\omega M'_{iL} I_{n+1} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Sin embargo, si aplicamos la aproximación de banda estrecha a nuestro filtro, podemos aproximar la inductancia L'' por medio de una impedancia invariante con la frecuencia. En este sentido, podemos considerar también que los acoplamientos entre cavidades son constantes dentro del ancho de banda del filtro, con lo que su valor será igual al que tomen a la frecuencia central ω_0 .

$$\begin{aligned} \omega L''_i &\approx \omega_0 L''_i = X_i \\ \omega M'_{ik} &\approx \omega_0 M'_{ik} = M_{ik} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Con todo ello, la ecuación 3.5 queda:

$$V_i(\omega) = j \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) I_i + j X_i I_i + j \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n M_{ik} I_k + j\omega M'_{S_i} I_0 + j\omega M'_{iL} I_{n+1} \quad (3.7)$$

Analizando la expresión anterior, podemos considerar que $X_i = M_{ii}$ y verlo como una reactancia o una susceptancia invariante con la frecuencia que representa al factor de autoacoplamiento del resonador, el cual, viene a indicar la desviación en la frecuencia de resonancia de dicho resonador con respecto a la frecuencia central del filtro. De este modo, la ecuación de la malla i -ésima se simplifica de la siguiente manera:

$$V_i(\omega) = j \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) I_i + j \sum_{k=1}^n M_{ik} I_k + j\omega M'_{Si} I_0 + j\omega M'_{iL} I_{n+1} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.8)$$

En este momento ya es posible aplicar la transformación paso bajo - paso banda, con lo que obtenemos:

$$V_i(s) = sI_i(s) + j \sum_{k=1}^n \bar{M}_{ik} I_k(s) + j\omega \bar{M}'_{Si} I_0 + j\omega \bar{M}'_{iL} I_{n+1} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.9)$$

En todas estas ecuaciones, los símbolos con barra representan los elementos del prototipo paso bajo y el resto son elementos del filtro paso banda.

Finalmente, añadimos las expresiones correspondientes a las mallas de entrada y salida:

$$\begin{aligned} V_0 &= R_S I_0 + j\omega \sum_{i=1}^n \bar{M}_{Si} I_i + j\omega \bar{M}_{SL} I_{n+1} \\ V_{n+1} &= j\omega \bar{M}_{SL} I_0 + j\omega \sum_{i=1}^n \bar{M}_{iL} I_i + R_L I_{n+1} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Gracias a las inductancias de valor 0 que se pueden ver en la figura 3.1 tanto la impedancia de fuente como la impedancia de carga quedan normalizadas ($R_S = R_L = 1$) debido al transformador que se forma con el primer y último resonador.

Así pues, podemos escribir las ecuaciones de las $n+2$ mallas de la red de forma matricial en una expresión más compacta:

$$\mathbf{V} = [j\mathbf{M} + s\mathbf{L} + \mathbf{R}] \cdot \mathbf{I} \quad (3.11)$$

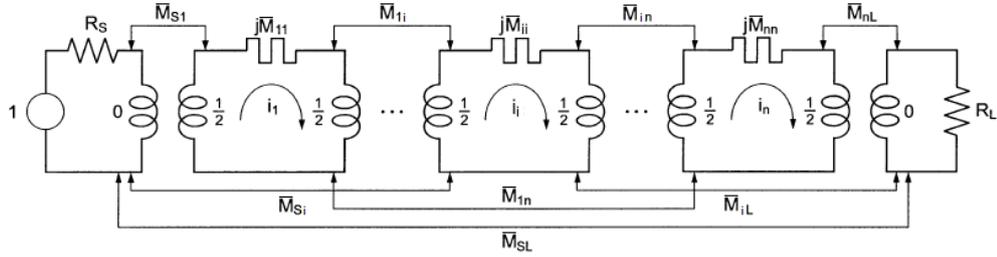


Figura 3.2: Prototipo paso bajo extendido de resonadores serie acoplados.

donde

$$\begin{aligned}
 V &= [v_0, 0, 0, \dots, 0]^t \\
 I &= [i_0, i_1, i_2, \dots, i_{n+1}]^t \\
 R &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 L &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 M &= \begin{bmatrix} 0 & \bar{M}_{S1} & \bar{M}_{S2} & \dots & \bar{M}_{Sn} & \bar{M}_{SL} \\ \bar{M}_{1S} & \bar{M}_{11} & \bar{M}_{11} & \dots & \bar{M}_{1n} & \bar{M}_{1L} \\ \bar{M}_{2S} & \bar{M}_{21} & \bar{M}_{22} & \dots & \bar{M}_{2n} & \bar{M}_{2L} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \bar{M}_{nS} & \bar{M}_{n1} & \bar{M}_{n2} & \dots & \bar{M}_{nn} & \bar{M}_{nL} \\ \bar{M}_{LS} & \bar{M}_{L1} & \bar{M}_{L2} & \dots & \bar{M}_{Ln} & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Tenemos que \mathbf{V} e \mathbf{I} son vectores de dimensión $(n + 2)$. \mathbf{R} , \mathbf{L} y \mathbf{M} son matrices de dimensión $(n + 2) \times (n + 2)$, mientras que $[\cdot]^t$ denota la matriz traspuesta.

En la figura 3.2 podemos ver el prototipo paso bajo extendido que se corresponde con el filtro de la figura 3.1. Para el caso de filtros de sintonía síncrona, los valores \bar{M}_{ii} se anularán. Por lo tanto, vemos que podemos definir el prototipo paso bajo por medio de la impedancia del generador, la impedancia de la carga y la matriz

de acoplos \mathbf{M} que incluye en su diagonal el efecto de la sintonía asíncrona de los resonadores.

3.2. Síntesis basada en la matriz de acoplamientos extendida.

Como hemos visto en el apartado anterior, para tener una representación eléctrica de nuestro circuito debemos generar la matriz de acoplos del mismo. En este apartado veremos cómo se realiza este proceso partiendo de los polinomios característicos que conforman las funciones de reflexión y de transferencia de nuestra red. El proceso que vamos a describir se desarrolla en profundidad en [11].

Este nuevo método de síntesis permite generar N ceros de transmisión para una red de grado N , lo que permite incluir algunas características filtrantes útiles que requieren acoplos de entrada/salida múltiples. Así pues, este método presenta la síntesis de una matriz completamente canónica¹ o matriz de acoplo doblada $(N + 2) \times (N + 2)$, que permite superar las deficiencias de la matriz de acoplos $N \times N$ convencional. En este sentido, la matriz $(N + 2) \times (N + 2)$ o extendida añade un par de filas (por encima y por debajo) y un par de columnas (a derecha e izquierda) que engloban a la matriz de acoplo $N \times N$ y que representan los acoplos de entrada y salida entre los resonadores y las resistencias de generador y de carga.

El método descrito en [11] es más simple que el que se utiliza para sintetizar la matriz de acoplos $N \times N$ (véase [12]) al no necesitar la etapa de ortonormalización por el método de Gram-Schmidt. La aproximación empleada para sintetizar la matriz $(N + 2) \times (N + 2)$ consiste en construir la matriz de admitancias en cortocircuito $[Y_N]$ para una red de dos puertos de dos maneras distintas:

1. A través de operaciones puramente algebraicas, por medio de los coeficientes de los polinomios racionales que forman los parámetros de dispersión de transferencia y de reflexión (S_{21} y S_{11}) que representan las características del filtro que se desea sintetizar.
2. A través de operaciones circuitales, por medio de los elementos circuitales del array transversal de la red.

¹Una estructura canónica es aquella que proporciona un número dado de ceros finitos de transmisión para un número dado de resonadores con el menor número de acoplamientos cruzados permitiendo controlar su posición.

Al igualar la matriz $[Y_N]$ obtenida por medio de ambos métodos, los elementos de la matriz de acoplos asociados con el array transversal de la red pueden ser relacionados con los coeficientes de los polinomios de los parámetros S_{21} y S_{11} .

3.2.1. Síntesis de los polinomios característicos.

Los polinomios de las funciones de transferencia y reflexión que son generados para obtener una respuesta de Chebyshev generalizada tiene la siguiente forma:

$$S_{21}(s) = \frac{P(s)}{\epsilon E(s)} \quad S_{11}(s) = \frac{F(s)}{\epsilon_R E(s)} \quad (3.13)$$

donde

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{L_R/10} - 1}} \cdot \frac{P(s)}{F(s)_{s=j}} \quad (3.14)$$

L_R son las pérdidas de retorno en decibelios y se asume que los polinomios $E(s)$, $F(s)$ y $P(s)$ han sido normalizados respecto a su coeficiente de mayor grado. $E(s)$ y $F(s)$ son polinomios de grado N , mientras que $P(s)$, que contiene la posición de los ceros finitos de transmisión, es de grado n_{fz} , siendo n_{fz} el número de ceros finitos de transmisión que se especifican. Recordamos en este punto que para que la red sea realizable se debe cumplir que $n_{fz} \leq N$.

ϵ_R es unitario para todos los casos excepto para funciones del filtro completamente canónicas, en las que todos los ceros de transmisión se encuentran a frecuencias finitas ($n_{fz} = N$). En este caso, el valor en decibelios del parámetro S_{21} es finito cuando nos aproximamos a infinito en frecuencia y, si el coeficiente de mayor grado de los polinomios $E(s)$, $F(s)$ y $P(s)$ está normalizado para cada polinomio, ϵ_R tendrá un valor ligeramente superior a la unidad, siendo calculado como:

$$\epsilon_R = \frac{\epsilon}{\sqrt{\epsilon^2 - 1}} \quad (3.15)$$

Además, es importante asegurar que los vectores de transferencia y reflexión son ortogonales para satisfacer las condiciones unitarias (consideramos el cuadripolo sin pérdidas) de la matriz de dispersión [13]:

$$\begin{aligned}
S_{11} \cdot S_{11}^* + S_{21} \cdot S_{21}^* &= 1 \\
S_{22} \cdot S_{22}^* + S_{12} \cdot S_{12}^* &= 1 \\
S_{11} \cdot S_{12}^* + S_{21} \cdot S_{22}^* &= 0
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Así pues, tenemos que $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = |S_{22}|^2 + |S_{12}|^2 = 1$. Además, de la ecuación 3.16 puede derivarse (véase [2, p. 255]) que las fases ϕ , θ_1 y θ_2 de los vectores $S_{21}(s)$, $S_{11}(s)$ y $S_{22}(s)$ respectivamente, están relacionadas por medio de la siguiente ecuación:

$$\phi - \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \Delta_\varphi = \frac{\pi}{2}(2k \pm 1) \tag{3.17}$$

donde k es un entero.

La ecuación 3.17 indica que la diferencia Δ_φ entre la fase del vector S_{21} y la media de las fases de los vectores S_{11} y S_{22} debe ser un múltiplo impar de $\pi/2$ radianes. Para que esta condición se cumpla para cualquier valor de s , los n_{fz} ceros de transmisión de $S_{21}(s)$ deben posicionarse de manera simétrica con respecto al eje imaginario ($j\omega$) o sobre el mismo eje. De manera similar, el patrón de los N ceros de $S_{22}(s)$ debe ser coincidente con los de $S_{11}(s)$ en el eje imaginario o deben colocarse en parejas en espejo en torno al eje imaginario respecto a los ceros del parámetro $S_{11}(s)$ que se encuentren fuera del eje.

Como $S_{21}(s)$, $S_{11}(s)$ y $S_{22}(s)$ tienen en común el denominador $E(s)$, sólo es necesario considerar sus numeradores para que se cumpla 3.17. Los múltiplos de $\pi/2$ radianes a los que nos referimos dependen, por lo tanto, del número de ceros de transmisión finitos n_{fz} que tiene el polinomio $P(s)$ (que es el numerador de $S_{21}(s)$) y del grado N de los polinomios $F(s)$ y $F^*(s)$ (que son los numeradores de $S_{11}(s)$ y $S_{22}(s)$, respectivamente). Teniendo esto en cuenta, para que el término a la izquierda en 3.17 produzca un múltiplo impar de $\pi/2$ radianes, la cantidad entera $N - n_{fz}$ debe ser impar en sí misma. Por lo tanto, para asegurar la ortogonalidad entre los vectores $F(s)$ y $P(s)$ (para que Δ_φ sea múltiplo impar de $\pi/2$ radianes) es necesario multiplicar al polinomio $P(s)$ por j cuando $N - n_{fz}$ sea un entero par.

Para hallar los polinomios $F(s)$, $P(s)$ y $E(s)$ seguimos el procedimiento recursivo descrito en [12]. Aplicando la fórmula de conservación de la energía para una red sin pérdidas ($|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1$) y 3.13 obtenemos:

$$|S_{21}(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon_R^2 C_N^2(\omega)} = \frac{1}{(1 + j\epsilon_R C_N(\omega))(1 - j\epsilon_R C_N(\omega))} \tag{3.18}$$

donde

$$C_N(\omega) = \frac{F_N(\omega)}{P_N(\omega)} \quad (3.19)$$

siendo $C_N(\omega)$ el polinomio de Chebyshev generalizado de grado N que presentamos en 2.1.2. Así pues, podemos recordar que

$$C_N(\omega) = \cosh \left[\sum_{n=1}^N \cosh^{-1}(x_n) \right] \quad (3.20)$$

donde

$$x_n = \frac{\omega - 1/\omega_n}{1 - \omega/\omega_n} \quad (3.21)$$

siendo $j\omega_n = s_n$ la posición del cero n -ésimo de transmisión en el plano complejo s .

El primer paso en el proceso de síntesis de polinomios es reemplazar el término \cosh^{-1} en 3.20 por su identidad:

$$C_N(\omega) = \cosh \left[\sum_{n=1}^N \ln(a_n + b_n) \right] \quad (3.22)$$

donde $a_n = x_n$ y $b_n = (x_n^2 - 1)^{1/2}$. Entonces,

$$\begin{aligned} C_N(\omega) &= \frac{1}{2} \left[\exp \left(\sum_{n=1}^N \ln(a_n + b_n) \right) + \exp \left(- \sum_{n=1}^N \ln(a_n + b_n) \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\prod_{n=1}^N (a_n + b_n) + \frac{1}{\prod_{n=1}^N (a_n + b_n)} \right] \end{aligned} \quad (3.23)$$

Multiplicando tanto el numerador como el denominador de 3.23 por $\prod_{n=1}^N (a_n - b_n)$ obtenemos:

$$C_N(\omega) = \frac{1}{2} \left[\prod_{n=1}^N (a_n + b_n) + \prod_{n=1}^N (a_n - b_n) \right] \quad (3.24)$$

ya que $\prod_{n=1}^N (a_n + b_n) \cdot \prod_{n=1}^N (a_n - b_n) = \prod_{n=1}^N (a_n^2 - b_n^2)$ en el numerador del segundo término será siempre la unidad. Esto es fácilmente verificable sustituyendo a_n y b_n en 3.22. La ecuación 3.24 puede ser reescrita sustituyendo a_n , b_n y x_n usando 3.21 y 3.22 obteniendo:

$$C_N(\omega) = \frac{1}{2} \left[\frac{\prod_{n=1}^N (c_n + d_n) + \prod_{n=1}^N (c_n - d_n)}{\prod_{n=1}^N \left(1 - \frac{\omega}{\omega_n}\right)} \right] \quad (3.25)$$

donde

$$\begin{aligned} c_n &= \omega - \frac{1}{\omega_n} \\ d_n &= \omega' \left(1 - \frac{1}{\omega_n^2}\right)^{1/2} \\ \omega' &= (\omega^2 - 1)^{1/2} \end{aligned}$$

siendo ω' una variable de transformación de frecuencia.

Por comparación con 3.19, podemos ver que el denominador de $C_N(\omega)$ es $P_N(\omega)$, el polinomio del numerador de $S_{21}(\omega)$ generado por medio de los ceros de transmisión ω_n deseados. Además, podemos ver que el numerador de $C_N(\omega)$ es el numerador $F_N(\omega)$ de $S_{11}(\omega)$ y parece ser una mezcla de dos polinomios de grado finito, uno en variable ω , mientras que el otro tiene cada coeficiente multiplicado por la variable transformada ω' . Sin embargo, los coeficientes que son multiplicados por ω' se cancelarán cuando multipliquemos en 3.25. Quedarán sólo factores que contengan números pares de los elementos d_n y, por lo tanto, ω' que es el

multiplicador común para todos los elementos de d_n será elevado solo a potencias pares, lo que produce polinomios en la variable ω únicamente. Así pues, el numerador de $C_N(\omega)$ será un polinomio estrictamente en la variable ω .

Teniendo en cuenta estas consideraciones, el numerador de 3.25 puede ser reescrito de la siguiente manera:

$$\text{Num}[C_N(\omega)] = F_N(\omega) = \frac{1}{2} [G_N(\omega) + G'_N(\omega)] \quad (3.26)$$

donde

$$\begin{aligned} G_N(\omega) &= \prod_{n=1}^N [c_n + d_n] = \prod_{n=1}^N \left[\left(\omega - \frac{1}{\omega_n} \right) + \omega' \left(\omega - \frac{1}{\omega_n^2} \right)^{1/2} \right] \\ G'_N(\omega) &= \prod_{n=1}^N [c_n - d_n] = \prod_{n=1}^N \left[\left(\omega - \frac{1}{\omega_n} \right) - \omega' \left(\omega - \frac{1}{\omega_n^2} \right)^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (3.27)$$

El método para calcular los coeficientes de $F_N(\omega)$ es básicamente una técnica recursiva en la que la solución para el grado N se construye a partir de la solución para el grado $(N - 1)$. Considerando primero el polinomio $G_N(\omega)$, éste puede ser reorganizado en dos polinomios $U_N(\omega)$ y $V_N(\omega)$, donde el polinomio $U_N(\omega)$ contiene sólo los coeficientes de los términos en la variable ω , mientras que cada coeficiente del polinomio auxiliar $V_N(\omega)$ es multiplicado por la variable transformada ω' de la siguiente forma:

$$G_N(\omega) = U_N(\omega) + V_N(\omega) \quad (3.28)$$

siendo

$$\begin{aligned} U_N(\omega) &= u_0 + u_1\omega + u_2\omega^2 + \cdots + u_n\omega^N \\ V_N(\omega) &= \omega'(v_0 + v_1\omega + v_2\omega^2 + \cdots + v_n\omega^N) \end{aligned} \quad (3.29)$$

El ciclo de recursión se inicia con el término que corresponde al primer cero de transmisión ω_1 introduciendo $n = 1$ en 3.27 y 3.29 de la siguiente forma:

$$G_1(\omega) = [c_1 + d_1] = \left(\omega - \frac{1}{\omega_1}\right) + \omega' \left(1 - \frac{1}{\omega_1^2}\right)^{1/2} = U_1(\omega) + V_1(\omega) \quad (3.30)$$

Para el segundo ciclo del proceso, $G_1(\omega)$ tiene que ser multiplicado por los términos que corresponden al segundo cero de transmisión ω_2 como sigue:

$$\begin{aligned} G_2(\omega) &= G_1(\omega) \cdot [c_2 + d_2] \\ &= [U_1(\omega) + V_1(\omega)] \left[\left(\omega - \frac{1}{\omega_2}\right) + \omega' \left(1 - \frac{1}{\omega_2^2}\right)^{1/2} \right] \\ &= [U_2(\omega) + V_2(\omega)] \end{aligned} \quad (3.31)$$

Multiplicando y reagrupando los términos puramente en ω para $U_N(\omega)$, los términos multiplicados por ω' para $V_2(\omega)$ y dándose cuenta de que $\omega'V_N(\omega)$ se corresponde a $(\omega^2 - 1) \cdot (v_0 + v_1\omega + v_2\omega^2 + \dots + v_n\omega^N)$, que es un polinomio estrictamente en ω y, por lo tanto, puede ser distribuido para $U_N(\omega)$ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} U_2(\omega) &= \omega U_1(\omega) - \frac{U_1(\omega)}{\omega_2} + \left(1 - \frac{1}{\omega_2^2}\right)^{1/2} \omega' V_1(\omega) \\ V_2(\omega) &= \omega V_1(\omega) - \frac{V_1(\omega)}{\omega_2} + \left(1 - \frac{1}{\omega_2^2}\right)^{1/2} \omega' U_1(\omega) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Habiendo obtenido estos nuevos polinomios $U_2(\omega)$ y $V_2(\omega)$, el ciclo puede ser repetido con el tercer cero de transmisión y los demás (incluidos los ceros que se encuentren en el infinito si el número de ceros de transmisión implementados es distinto del orden del filtro) hasta llegar a N , por lo que son necesarios $(N - 1)$ ciclos. Si el mismo proceso se repite para $G'_N(\omega)$, obtendríamos que $U'_N(\omega) = U_N(\omega)$, $V'_N(\omega) = -V_N(\omega)$ y puede verse que el numerador de $F_N(\omega)$ es igual a $U_N(\omega)$ tras $(N - 1)$ ciclos del método de recursión. Ahora los ceros de reflexión pueden obtenerse calculando las raíces de $G_N(\omega)$ y el polinomio $E_N(\omega)$ puede obtenerse empleando, por ejemplo, el principio alternativo de la singularidad que se describe en [14] o aplicando la ecuación de Feldtkeller [10] que establece:

$$E_N(s)E_N^*(-s) = F_N(s)F_N^*(-s) + P_N(s)P_N^*(-s) \quad (3.33)$$

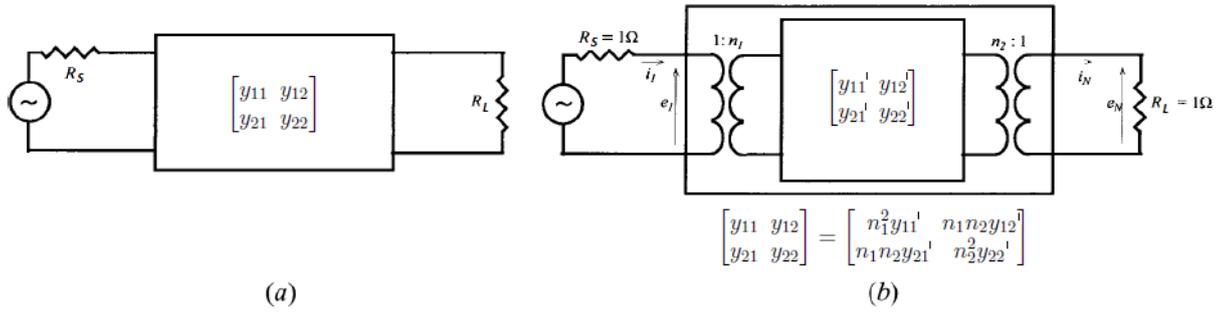


Figura 3.3: (a) Cuadripolo genérico. (b) Cuadripolo con impedancias de generador y de carga normalizadas.

Empleando las propiedades de los polinomios característicos, podemos reescribir la ecuación anterior como:

$$E_N(s)E_N^*(-s) = \begin{cases} F_N(s)F_N(s) - P_N(s)P_N(s) = (F_N(s) + P_N(s)) \cdot (F_N(s) - P_N(s)) & N \text{ impar} \\ F_N(s)F_N(s) + P_N(s)P_N(s) = (F_N(s) + jP_N(s)) \cdot (F_N(s) - jP_N(s)) & N \text{ par} \end{cases} \quad (3.34)$$

3.2.2. Síntesis de la matriz de acoplos.

En este apartado mostraremos el procedimiento que permite sintetizar los polinomios racionales para los parámetros de admitancia en cortocircuito y_{21} e y_{11} a partir de los polinomios que forman los parámetros de transferencia y reflexión $E(s)$, $F(s)$ y $P(s)$. Este proceso es importante ya que el proceso de síntesis de la matriz de acoplos se desarrolla a partir de estos parámetros de admitancia en cortocircuito.

Así pues, para una red (filtro) de dos puertos sin pérdidas como la que se muestra en la figura 3.3(a), la impedancia de entrada en función de los parámetros en cortocircuito y circuito abierto es:

$$Z_{11}(s) = \frac{z_{11}[1/y_{22} + R_L]}{z_{22} + R_L} = \frac{z_{11}[1/y_{22} + 1]}{z_{22} + 1} \quad (3.35)$$

si R_L es normalizada a 1Ω tal y como indica la figura 3.3(b). Además, si $R_S = 1 \Omega$, la impedancia de entrada puede escribirse como:

$$Z_{11}(s) = \frac{1 - S_{11}(s)}{1 + S_{11}(s)} = \frac{E(s) \pm F(s)}{E(s) \mp F(s)} = \frac{m_1 + n_1}{m_2 + n_2} \quad (3.36)$$

donde m_1 , m_2 , n_1 y n_2 son polinomios complejos par e impar, respectivamente, en la variable s construidos a partir de $E(s)$ y $F(s)$.

Para el caso de orden par, sacando como factor común a n_1 en el numerador de [3.36](#) obtenemos:

$$Z_{11}(s) = \frac{n_1[m_1/n_1 + 1]}{m_2 + n_2} \quad (3.37)$$

Comparando [3.37](#) y [3.35](#), puede verse que:

$$\begin{aligned} y_{22}(s) &= y_{22n}(s)/y_d(s) = n_1(s)/m_1(s), & \text{para } N \text{ par} \\ y_{21}(s) &= y_{21n}(s)/y_d(s) = (P(s)/\epsilon)/m_1(s) \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} y_{22}(s) &= y_{22n}(s)/y_d(s) = m_1(s)/n_1(s), & \text{para } N \text{ impar} \\ y_{21}(s) &= y_{21n}(s)/y_d(s) = (P(s)/\epsilon)/n_1(s) \end{aligned}$$

siendo

$$\begin{aligned} m_1 &= \operatorname{Re}(e_0 + f_0) + j\operatorname{Im}(e_1 + f_1)s + \operatorname{Re}(e_2 + f_2)s^2 + \dots \\ n_1 &= j\operatorname{Im}(e_0 + f_0) + \operatorname{Re}(e_1 + f_1)s + j\operatorname{Im}(e_2 + f_2)s^2 + \dots \\ m_2 &= j\operatorname{Im}(e_0 - f_0) + \operatorname{Re}(e_1 - f_1)s + j\operatorname{Im}(e_2 - f_2)s^2 + \dots \\ n_2 &= \operatorname{Re}(e_0 - f_0) + j\operatorname{Im}(e_1 - f_1)s + \operatorname{Re}(e_2 - f_2)s^2 + \dots \end{aligned} \quad (3.39)$$

siendo e_i y f_i para $i = 0, 1, 2, \dots, N$ los coeficientes complejos de $E(s)$ y $F(s)/\epsilon_R$ respectivamente.

Así pues, los parámetros de admitancia en cortocircuito para la red de dos puertos que vemos en la figura [3.3\(a\)](#) son:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_1 \\ e_N \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Estos parámetros pueden ser escalados por medio de los transformadores que se muestran en la figura 3.3(b) para conseguir que las impedancias sean unitarias y, de este modo, representar la estructura interna de la figura 3.2. Refiriendonos a las redes de las figuras 3.3(b) y 3.2, podemos presentar las ecuaciones de las mallas en forma de matriz, tal y como se hace en [15] e hicimos en 3.11:

$$[j\mathbf{M} + s\mathbf{L} + \mathbf{R}] \cdot [i_0, i_1, i_2, \dots, i_{N+1}]^t = [v_0, 0, 0, \dots, 0]^t \quad (3.41)$$

Si se utilizan resonadores en paralelo, la formulación correcta es:

$$[j\mathbf{M} + s\mathbf{L} + \mathbf{G}] \cdot [v_0, 0, 0, \dots, 0]^t = [i_0, i_1, i_2, \dots, i_{N+1}]^t$$

El parámetro de admitancia en cortocircuito $y_{21}(s)$ puede ser ahora determinado sustituyendo $s = j\omega$, $R_S = 0$ y $R_L = 0$ (es decir, $\mathbf{R} = 0$) y resolviendo 3.41 para i_{N+1} de la manera siguiente:

$$y_{21}(s) = \left. \frac{i_{N+1}}{v_0} \right|_{R_S, R_L=0} = j[-\mathbf{M} - \omega\mathbf{I}]_{N+1,0}^{-1} \quad (3.42)$$

y de modo similar (poniendo la fuente de voltaje en la otra terminación de la red):

$$y_{22}(s) = \left. \frac{i_{N+1}}{v_{N+1}} \right|_{R_S, R_L=0} = j[-\mathbf{M} - \omega\mathbf{I}]_{N+1,N+1}^{-1} \quad (3.43)$$

Este es el paso esencial en el procedimiento de síntesis de la red, ya que relaciona la función de transferencia expresada en términos estrictamente matemáticos (expresada como polinomios racionales) con el mundo real de la matriz de acoplos, en la cual, cada elemento corresponde únicamente a un elemento físico de acoplo en el filtro implementado.

Como \mathbf{M} es real y simétrica en torno a su diagonal principal, todos sus autovalores son reales. Por lo tanto, existe una matriz \mathbf{T} de dimensión $(N + 2) \times (N + 2)$ formada por filas de vectores ortonormales que satisfacen la ecuación:

$$-\mathbf{M} = \mathbf{T} \cdot \Lambda \cdot \mathbf{T}^t \quad (3.44)$$

donde $\Lambda = \text{diag}[\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{N+1}]$, λ_i son los autovalores de $-\mathbf{M}$ y \mathbf{T}^t es la transpuesta de la matriz \mathbf{T} , de modo que $\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}$ es igual a la matriz identidad. Sustituyendo 3.44 en 3.43 obtenemos:

$$\begin{aligned} y_{21}(s) &= j[-\mathbf{T} \cdot \Lambda \cdot \mathbf{T}^t - \omega \mathbf{I}]_{N+1,0}^{-1} \\ y_{22}(s) &= j[-\mathbf{T} \cdot \Lambda \cdot \mathbf{T}^t - \omega \mathbf{I}]_{N+1,N+1}^{-1} \end{aligned} \quad (3.45)$$

El problema de inversión de la matriz $[-\mathbf{T} \cdot \Lambda \cdot \mathbf{T}^t - \omega \mathbf{I}]$ tiene como solución, para el elemento general i, j ($i, j = 1, \dots, N$):

$$[-\mathbf{T} \cdot \Lambda \cdot \mathbf{T}^t - \omega \mathbf{I}]_{ij}^{-1} = \sum_{k=1}^N \frac{T_{ik} T_{jk}}{\omega - \lambda_k} \quad (3.46)$$

Por lo tanto, obtenemos que:

$$\begin{aligned} y_{21}(s) &= j \sum_{k=1}^N \frac{T_{(N+1)k} T_{0k}}{\omega - \lambda_k} \\ y_{22}(s) &= j \sum_{k=1}^N \frac{T_{(N+1)k}^2}{\omega - \lambda_k} \end{aligned} \quad (3.47)$$

En 3.47 podemos ver que los autovalores λ_k de $-\mathbf{M}$ son también las raíces del polinomio del denominador común a $y_{21}(s)$ y $y_{22}(s)$. Además, podemos desarrollar la primera y la última fila (T_{0k} y $T_{(N+1)k}$) de la matriz ortogonal \mathbf{T} al igualar los residuos de $y_{21}(s)$ y $y_{22}(s)$ con $T_{0k} T_{(N+1)k}$ y $T_{(N+1)k}^2$, respectivamente, en los correspondientes polos λ_k (los polos son los autovalores). Conociendo en numerador y el denominador de $y_{21}(s)$ y $y_{22}(s)$, sus residuos $r_{21k}(s)$ y $r_{22k}(s)$ pueden determinarse por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} T_{(N+1)k} &= \sqrt{r_{22k}} \\ T_{0k} &= \frac{r_{21k}}{T_{(N+1)k}} = \frac{r_{21k}}{\sqrt{r_{22k}}}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Expresando los residuos en forma matricial obtenemos la ecuación para la matriz de admitancias $[Y_N]$ de la red global:

$$\begin{aligned} [Y_N] &= \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{y_d(s)} \begin{bmatrix} y_{11n}(s) & y_{12n}(s) \\ y_{21n}(s) & y_{22n}(s) \end{bmatrix} \\ &= j \begin{bmatrix} 0 & K_0 \\ K_0 & 0 \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^N \frac{1}{(s - j\lambda_k)} \cdot \begin{bmatrix} r_{11k}(s) & r_{12k}(s) \\ r_{21k}(s) & r_{22k}(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.49)$$

donde la constante real $K_0 = 0$, excepto para el caso de matriz completamente canónica donde el número de ceros finitos de transmisión n_{fz} es igual al grado del filtro N . En este caso, el grado del numerador de $y_{21}(s)$ es igual al grado de su denominador $y_d(s)$ y K_0 tiene que ser obtenido de $y_{21}(s)$ tras haber reducido en uno el grado del polinomio de su numerador $y_{21n}(s)$ antes de obtener sus residuos r_{21k} . Cabe decir que en el caso completamente canónico, donde $N - n_{fz} = 0$ es par, es necesario multiplicar $P(s)$ por j para asegurar que las condiciones unitarias de la matriz de dispersión se cumplan. Independientemente de s , K_0 puede ser evaluado en $s = j\infty$ de la manera siguiente:

$$jK_0 = \left. \frac{y_{21n}(s)}{y_d(s)} \right|_{s=j\infty} = \left. \frac{jP(s)/\epsilon}{y_d(s)} \right|_{s=j\infty} \quad (3.50)$$

El proceso de generar y_n (véase 3.38 y 3.39) deriva en que el coeficiente de mayor grado tiene valor $1 + 1/\epsilon_R$ y, como el valor del coeficiente de mayor grado de $P(s)$ es uno, el valor de K_0 puede ser obtenido de este modo:

$$K_0 = \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{1}{(1 + 1/\epsilon_R)} = \frac{\epsilon_R}{\epsilon} \cdot \frac{1}{(\epsilon_R + 1)} \quad (3.51)$$

El nuevo polinomio numerador $y'_{21n}(s)$ puede ser obtenido así:

$$y'_{21n}(s) = y_{21n}(s) - jK_0 y_d(s) \quad (3.52)$$

que será de grado $N - 1$ y los residuos r_{21k} de $y'_{21}(s) = y'_{21n}(s)/y_d(s)$ pueden ser obtenidos ahora de manera normal.

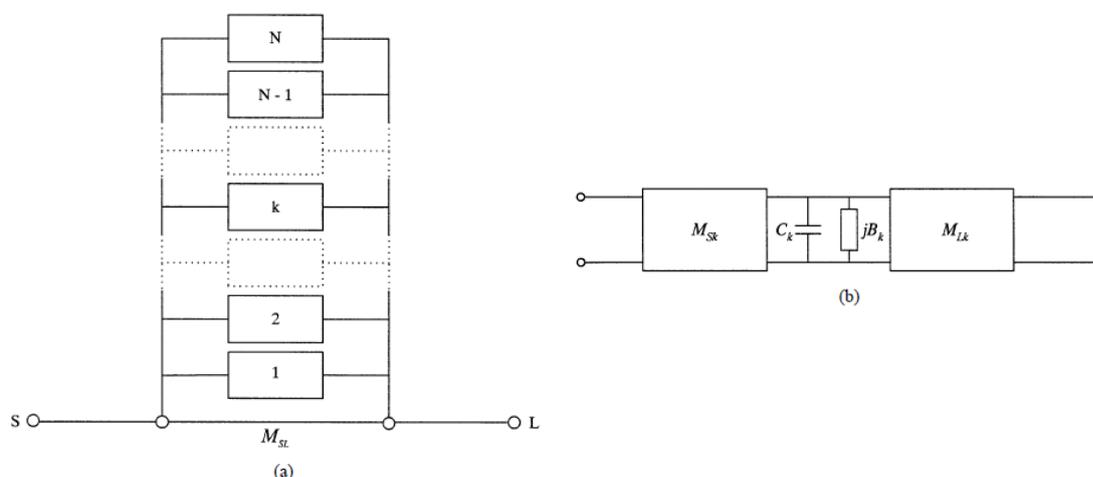


Figura 3.4: Array canónico transversal. (a) Array de N resonadores con acoplo directo entre generador y carga M_{SL} . (b) Circuito equivalente del resonador paso bajo k -ésimo del array.

Síntesis de $[Y_N]$. Aproximación circuital.

La matriz de admitancias en cortocircuito $[Y_N]$ para la red completa también puede ser sintetizada directamente a partir de la red transversal completamente canónica, cuya forma general se muestra en 3.4(a). Dicha red consta de una serie de N secciones individuales paso bajo de primer orden conectadas en paralelo entre las terminaciones de la fuente y de la carga, pero no entre ellas. El inversor acoplado entre la carga y el generador M_{SL} es incluido para permitir la realización de funciones de transferencia completamente canónicas. De acuerdo con la regla del *mínimo camino*, el número de ceros de transmisión que pueden ser sintetizados por la red es $N - n_{min}$, donde n_{min} es el número de resonadores que hay en el camino más corto entre las terminaciones del generador y de la carga. Así pues, en redes completamente canónicas $n_{min} = 0$ y, por lo tanto, el número máximo de ceros de transmisión que pueden ser sintetizados $n_{fz\ max}$ es igual al grado de la red N .

Cada una de las N secciones paso bajo está formada por un condensador C_k conectado en paralelo y una susceptancia B_k invariante con la frecuencia conectada a través de inversores de admitancia que presentan una admitancia característica M_{Sk} y M_{Lk} hacia las terminaciones del generador y de la carga, respectivamente. El circuito de la sección paso bajo k -ésima se muestra en la figura 3.4(b).

El inversor directo entre el generador y la carga M_{SL} de la figura 3.4(a) es cero excepto para las funciones completamente canónicas, en las que el número de ceros

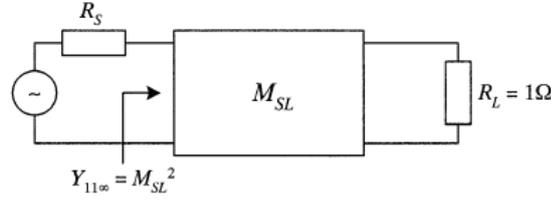


Figura 3.5: Circuito equivalente del array transversal en $s = \pm j\infty$.

finitos de transmisión es igual al orden del filtro. En frecuencia infinita ($s = \pm j\infty$), todos los condensadores C_k se convierten en cortocircuitos en paralelo, lo que aparece como un circuito abierto en los puertos del generador y de la carga a través de los inversores M_{Sk} y M_{Lk} . Así pues, el único camino entre el generador y la carga es vía el inversor de admitancia invariante con la frecuencia M_{SL} .

Si la impedancia de carga es 1Ω , la admitancia $Y_{11\infty}$ vista hacia el puerto de entrada será (3.5):

$$Y_{11\infty} = M_{SL}^2 \quad (3.53)$$

Por lo tanto, el coeficiente de reflexión a la entrada $S_{11}(s)$ en $s = j\infty$ es:

$$S_{11}(s)|_{s=j\infty} \equiv |S_{11\infty}| = \frac{1 - Y_{11\infty}}{1 + Y_{11\infty}} \quad (3.54)$$

Sustituyendo $|S_{11\infty}|$ en la ecuación de conservación de la energía tenemos:

$$|S_{21\infty}| = \sqrt{1 - |S_{11\infty}|^2} = \frac{2\sqrt{Y_{11\infty}}}{(1 + Y_{11\infty})} = \frac{2M_{SL}}{(1 + M_{SL}^2)} \quad (3.55)$$

Resolviendo para M_{SL} :

$$M_{SL} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - |S_{21\infty}|^2}}{|S_{21\infty}|} = \frac{1 \pm |S_{11\infty}|}{|S_{21\infty}|} \quad (3.56)$$

A frecuencia infinita $|S_{21}(j\infty)| = (P(j\infty)/\epsilon)/E(j\infty) = 1/\epsilon$ ya que, para funciones completamente canónicas, P y E son polinomios de grado N con su coeficiente de mayor grado normalizado a uno. De manera similar, $|S_{11}(j\infty)| = (F(j\infty)/\epsilon_R)/E(j\infty) = 1/\epsilon_R$. Por lo tanto,

$$M_{SL} = \frac{\epsilon(\epsilon_R \pm 1)}{\epsilon_R} \quad (3.57)$$

Como ϵ_R es ligeramente mayor que uno para redes completamente canónicas, escogiendo el signo negativo obtenemos un valor relativamente pequeño para M_{SL} :

$$M_{SL} = \frac{\epsilon(\epsilon_R - 1)}{\epsilon_R} \quad (3.58)$$

de este modo obtenemos que $M_{SL} = 0$ para filtros no canónicos en los que $\epsilon_R = 1$. Podemos ver que para el signo positivo obtenemos una segunda solución $M'_{SL} = 1/M_{SL}$, pero esta será un número grande, por lo que no se usa en la práctica.

Por otro lado, podemos calcular la matriz de admitancias $[Y_N]$ para la red de dos puertos a partir de los elementos circuitales. Colocando en cascada los elementos de la figura 3.4(b) obtenemos la matriz de transferencia utilizando los *parámetros ABCD* para el resonador paso bajo k -ésimo de la manera siguiente:

$$[ABCD]_k = - \begin{bmatrix} \frac{M_{Lk}}{M_{Sk}} & \frac{(sC_k + jB_k)}{M_{Sk}M_{Lk}} \\ 0 & \frac{M_{Sk}}{M_{Lk}} \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

esta matriz puede ser convertida directamente en la matriz equivalente de *parámetros y* en cortocircuito:

$$\begin{aligned} [y_k] &= \begin{bmatrix} y_{11k}(s) & y_{12k}(s) \\ y_{21k}(s) & y_{22k}(s) \end{bmatrix} = \frac{M_{Sk}M_{Lk}}{(sC_k + jB_k)} \cdot \begin{bmatrix} \frac{M_{Sk}}{M_{Lk}} & 1 \\ 1 & \frac{M_{Lk}}{M_{Sk}} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{(sC_k + jB_k)} \cdot \begin{bmatrix} M_{Sk}^2 & M_{Sk}M_{Lk} \\ M_{Sk}M_{Lk} & M_{Lk}^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.60)$$

La matriz de admitancias en cortocircuito $[Y_N]$ de la red de dos puertos para el array transversal conectado en paralelo es la suma de las matrices de *parámetros y* para las N secciones individuales, más la matriz de *parámetros y* $[y_{SL}]$ para el inversor M_{SL} que acopla directamente el generador con la carga:

$$\begin{aligned}
[Y_N] &= \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) \end{bmatrix} = [y_{SL}] + \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} y_{11k}(s) & y_{12k}(s) \\ y_{21k}(s) & y_{22k}(s) \end{bmatrix} \\
&= j \begin{bmatrix} 0 & M_{SL} \\ M_{SL} & 0 \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^N \frac{1}{(sC_k + jB_k)} \cdot \begin{bmatrix} M_{S_k}^2 & M_{S_k}M_{L_k} \\ M_{S_k}M_{L_k} & M_{L_k}^2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.61}$$

Ahora las dos expresiones que tenemos para $[Y_N]$, la primera en término de los residuos de la función de transferencia 3.49 y la segunda en término de los elementos del circuito del array transversal 3.61, pueden ser igualadas. Puede verse rápidamente que $M_{SL} = K_0$ y para los elementos 21 y 22 en las matrices que se encuentran en el lado derecho en 3.49 y en 3.61 tenemos:

$$\begin{aligned}
\frac{r_{21k}}{s - j\lambda_k} &= \frac{M_{S_k}M_{L_k}}{sC_k + jB_k} \\
\frac{r_{22k}}{s - j\lambda_k} &= \frac{M_{L_k}^2}{sC_k + jB_k}
\end{aligned} \tag{3.62}$$

Los residuos r_{21k} y r_{22k} , y los autovalores λ_k han sido previamente calculados a partir de los polinomios de S_{21} y S_{22} (véase 3.38 y 3.39). Por lo tanto, igualando las partes reales e imaginarias en 3.62 es posible relacionar dichos residuos y autovalores con los parámetros circuitales:

$$\begin{aligned}
C_k &= 1 & \text{y} & & B_k (\equiv M_{kk}) &= -\lambda_k \\
M_{L_k}^2 &= r_{22k} & \text{y} & & M_{S_k}M_{L_k} &= r_{21k} \\
&\vdots & & & & \\
M_{L_k} &= \sqrt{r_{22k}} = T_{(N+1)k} \\
M_{S_k} &= \frac{r_{21k}}{\sqrt{r_{22k}}} = T_{0k}
\end{aligned} \tag{3.63}$$

En este punto, se puede ver que M_{S_k} y M_{L_k} constituyen los vectores T_{0k} y $T_{(N+1)k}$ de la matriz ortogonal $[\mathbf{T}]$ que habíamos definido anteriormente.

Como los condensadores C_k de las redes en paralelo son unitarios, las susceptancias invariantes con la frecuencia $B_k = -\lambda_k$ representan los autoacoplamientos $M_{11} \rightarrow M_{NN}$, los acoplos de entrada M_{S_k} , los acoplos de salida M_{L_k} y el acoplo directo entre el generador y la carga M_{SL} son todos conocidos, es posible construir la matriz de acoplos $[\mathbf{M}]$ recíproca y transversal $N + 2$ que representa a la red de la figura 3.4(a). M_{S_k} representa los N acoplos de entrada que ocupan

	S	1	2	3	..	k	..	$N-1$	N	L
S		M_{S1}	M_{S2}	M_{S3}	..	M_{Sk}	..	$M_{S,N-1}$	M_{SN}	M_{SL}
1	M_{1S}	M_{11}								M_{1L}
2	M_{2S}		M_{22}							M_{2L}
3	M_{3S}			M_{33}						M_{3L}
:	:				.					:
k	M_{kS}					M_{kk}				M_{kL}
:	:						.			:
$N-1$	$M_{N-1,S}$							$M_{N-1,N-1}$		$M_{N-1,L}$
N	M_{NS}								M_{NN}	M_{NL}
L	M_{LS}	M_{L1}	M_{L2}	M_{L3}	..	M_{Lk}	..	$M_{L,N-1}$	M_{LN}	

Figura 3.6: Matriz $N + 2$ completamente canónica para el array transversal.

la primera fila y columna de la matriz desde la posición 1 hasta la N (véase la figura 3.6). Del mismo modo, M_{Lk} representa los acoplos de salida que ocupan la última fila y columna de la matriz desde la posición 1 hasta la N . Todas las demás entradas son cero. M_{S1}^2 y M_{LN}^2 son equivalentes a las impedancias R_S y R_L , respectivamente.

Reducción de la matriz de acoplos.

Teniendo N acoplos de entrada y salida, la topología transversal es irrealizable para la mayoría de los casos y debe ser transformada a una topología más adecuada para que sea de uso práctico. Una forma más conveniente es la denominada configuración doblada (véase [16]) que puede ser realizada directamente o usada como punto de inicio para más transformaciones a otras topologías más apropiadas para la tecnología que se va a usar en la realización del filtro.

El procedimiento que se aplica para reducir la matriz transversal a la forma doblada supone aplicar una serie de transformaciones de semejanza sobre la matriz $N + 2$ para eliminar los acoplos indeseados alternativamente de derecha a izquierda en filas y de arriba a abajo en columnas, comenzando con las filas y columnas

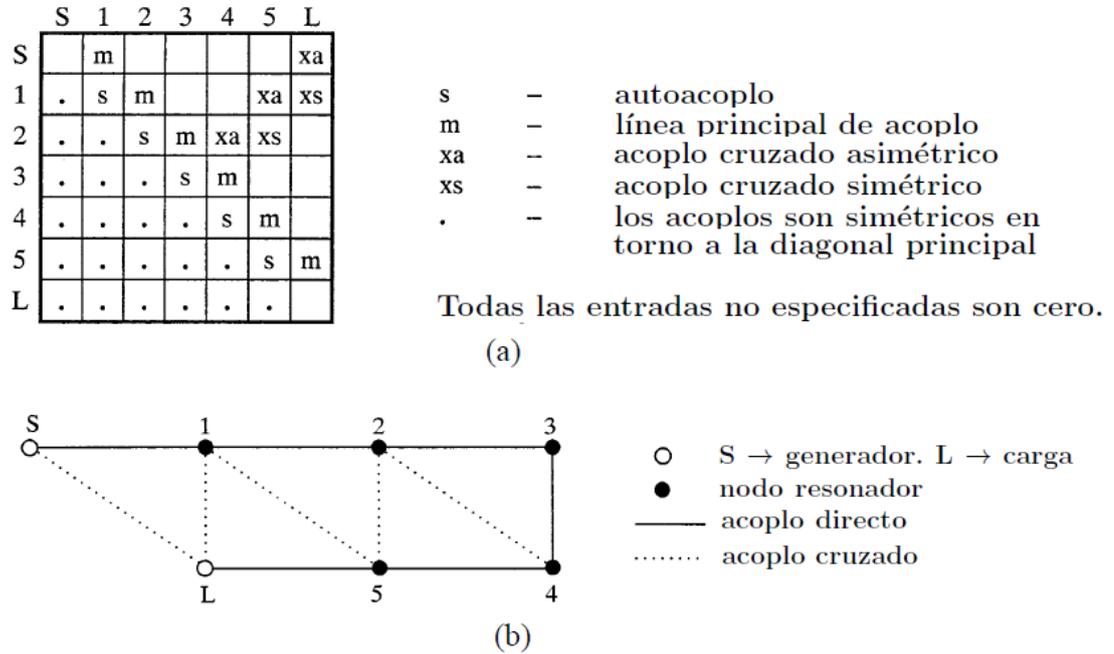


Figura 3.7: Matriz de acoplo de una red canónica doblada. (a)Matriz de acoplos. (b)Esquemático de los acoplos.

más exteriores y moviéndonos hacia el centro de la matriz hasta que sólo queden acoplos que puedan ser realizados por un filtro basado en resonadores dispuestos en una estructura doblada como se muestra en la figura 3.7.

Así pues, para obtener una topología realizable es necesario transformar la matriz de acoplos M . Para que la nueva matriz tenga el mismo comportamiento, es condición necesaria y suficiente que conserve los mismos autovalores y autovectores. Por lo tanto, vamos a realizar una serie de transformaciones denominadas *transformaciones de semejanza*. Partiendo de una matriz cuadrada M_0 la transformación se realiza premultiplicando y posmultiplicando por una matriz de rotación R y su transpuesta R^t de la siguiente manera:

$$M_1 = R_1 \cdot M_0 \cdot R_1^t \tag{3.64}$$

donde M_0 es la matriz original, M_1 es la matriz tras la transformación y R es la matriz de rotación que se define como sigue:

$$R_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_r & \cdots & -s_r & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & s_r & \cdots & c_r & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

El *pivote* $[i, j]$ ($i \neq j$) de la matriz R_r quiere decir que los elementos $R_{ii} = R_{jj} = \cos \theta_r$, $R_{ji} = -R_{ij} = \sin \theta_r$ ($i, j \neq 1$ o N) siendo θ_r el ángulo de rotación. Las demás entradas, a parte de la diagonal principal, son cero.

Los autovalores de la matriz M_1 tras la transformación son exactamente iguales que los de la matriz original M_0 , por lo que se pueden suceder una serie de transformaciones arbitrariamente largas con pivotes y ángulos que pueden ser definidos arbitrariamente. Cada transformación en la serie toma la forma:

$$M_r = R_r \cdot M_{r-1} \cdot R_r^t \quad r = 1, 2, 3, \dots, R \quad (3.66)$$

Finalmente, la matriz M_r resultante de la serie de transformaciones tendrá exactamente el mismo comportamiento que la matriz M_0 original.

Cuando aplicamos una transformación de semejanza con el pivote $[i, j]$ y el ángulo $\theta_r (\neq 0)$ a la matriz de acoplo M_{r-1} , los elementos en las filas i y j y en las columnas i y j de la matriz resultante M_r cambian de valor con respecto al valor del elemento correspondiente en M_{r-1} . Los cambios en los elementos de la matriz M_{r-1} se corresponden con la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned} [M_r]_{ii} &= c_r^2 [M_{r-1}]_{ii} + s_r^2 [M_{r-1}]_{jj} - s_r c_r ([M_{r-1}]_{ij} + [M_{r-1}]_{ji}) \\ [M_r]_{jj} &= s_r^2 [M_{r-1}]_{ii} + c_r^2 [M_{r-1}]_{jj} + s_r c_r ([M_{r-1}]_{ij} + [M_{r-1}]_{ji}) \\ [M_r]_{ij} &= s_r c_r ([M_{r-1}]_{ii} - [M_{r-1}]_{jj}) + c_r^2 [M_{r-1}]_{ij} - s_r^2 [M_{r-1}]_{ji} \\ [M_r]_{ji} &= s_r c_r ([M_{r-1}]_{ii} - [M_{r-1}]_{jj}) - s_r^2 [M_{r-1}]_{ij} + c_r^2 [M_{r-1}]_{ji} \\ [M_r]_{ik} &= c_r [M_{r-1}]_{ik} - s_r [M_{r-1}]_{jk}, & \text{fila } i \\ [M_r]_{jk} &= s_r [M_{r-1}]_{ik} + c_r [M_{r-1}]_{jk}, & \text{fila } j \\ [M_r]_{ki} &= c_r [M_{r-1}]_{ki} - s_r [M_{r-1}]_{kj}, & \text{columna } i \\ [M_r]_{kj} &= s_r [M_{r-1}]_{ki} + c_r [M_{r-1}]_{kj}, & \text{fila } j \end{aligned} \quad (3.67)$$

donde $k = 1, \dots, N(k \neq i, j)$, $c_r = \cos \theta_r$ y $s_r = \sin \theta_r$. El resto de los elementos de M_r son iguales que los de M_{r-1} .

Hay dos propiedades interesantes de la transformación de semejanza que deben ser destacadas:

1. Sólo aquellos elementos de las filas y columnas i y j del pivote $[i, j]$ de una transformación pueden ser afectadas por dicha transformación. El resto, permanecerán con sus valores previos.
2. Si dos elementos M_{ik} y M_{jk} son nulos (ambos) antes de la rotación, tras la misma permanecerán invariantes independientemente del ángulo de rotación θ_r .

Transformación paso bajo - paso banda.

Finalmente, cabe decir que la matriz de acoplos M que hemos obtenido en este apartado aplica al prototipo paso bajo, por lo que debemos realizar la transformación de los coeficientes para obtener los parámetros de acoplo en el diseño paso banda. Así pues, las expresiones que proporcionan dicha transformación son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 k_{ij} &= FBW \cdot M_{ij} && \text{siendo FBW el ancho de banda relativo} \\
 Q_{e,in} &= \frac{1}{FBW \cdot M_{S1}^2} && Q_{e,out} = \frac{1}{FBW \cdot M_{LN}^2} \\
 f_i &= f_0 \left(\sqrt{1 + \left(\frac{FBW}{2} M_{ii} \right)^2} - \frac{FBW}{2} M_{ii} \right)
 \end{aligned} \tag{3.68}$$

donde k_{ij} representa el factor de acoplo en el diseño paso banda, mientras que $Q_{e,in}$ y $Q_{e,out}$ representan el factor de calidad externo del filtro a la entrada y a la salida respectivamente. Por otro lado, f_i es la frecuencia de resonancia del resonador i -ésimo, f_0 es la frecuencia central del filtro y M_{ii} es el valor en la diagonal de la matriz de acoplos que representa la desintonía del resonador i -ésimo. Estos son los parámetros de diseño necesarios para la realización del filtro paso banda, tal y como veremos posteriormente.

3.3. Circuitos basados en resonadores acoplados.

Una vez que sabemos obtener la representación eléctrica de la red que deseamos implementar por medio de su matriz de acoplos M , es necesario saber calcular el factor de acoplo necesario entre las diferentes cavidades de una estructura física deseada (los k_{ij} de la matriz de acoplo para el filtro paso banda). Así pues, en esta sección presentaremos la teoría general de acoplos que permite calcular dicho factor de acoplo y los factores de calidad externo a la entrada y a la salida para una estructura basada en resonadores acoplados, los cuales pueden ser implementados en cualquier tecnología.

3.3.1. Teoría general de acoplos.

Una vez conocemos la matriz de acoplos, es necesario establecer la relación entre el valor de cada coeficiente de acoplamiento que necesitamos y la estructura física del resonador acoplado para establecer las dimensiones físicas requeridas en la fabricación del filtro.

En general, el coeficiente de acoplo (k) para un resonador de RF/microondas acoplado a otro puede definirse en base a la relación entre la energía que se acopla frente a la energía almacenada:

$$k = \frac{\iiint \epsilon \bar{E}_1 \cdot \bar{E}_2 dv}{\sqrt{\iiint \epsilon |\bar{E}_1|^2 dv \times \iiint \epsilon |\bar{E}_2|^2 dv}} + \frac{\iiint \mu \bar{H}_1 \cdot \bar{H}_2 dv}{\sqrt{\iiint \mu |\bar{H}_1|^2 dv \times \iiint \mu |\bar{H}_2|^2 dv}} \quad (3.69)$$

donde \bar{E}_1 y \bar{H}_1 representan los vectores de campo eléctrico y magnético, respectivamente, del primer resonador, mientras que \bar{E}_2 y \bar{H}_2 pertenecen al segundo resonador.

El primer término de la ecuación 3.69 representa el acoplo eléctrico y el segundo término representa el acoplo magnético. Puede verse además, que la interacción entre los resonadores acoplados se describe matemáticamente por medio del producto escalar de sus vectores de campo, lo que permite que los acoplos puedan tener signo positivo o negativo. Un signo positivo implica que el acoplo aumenta la energía almacenada del resonador desacoplado, mientras que un signo negativo implica una reducción de dicha energía almacenada. Obviamente, la evaluación

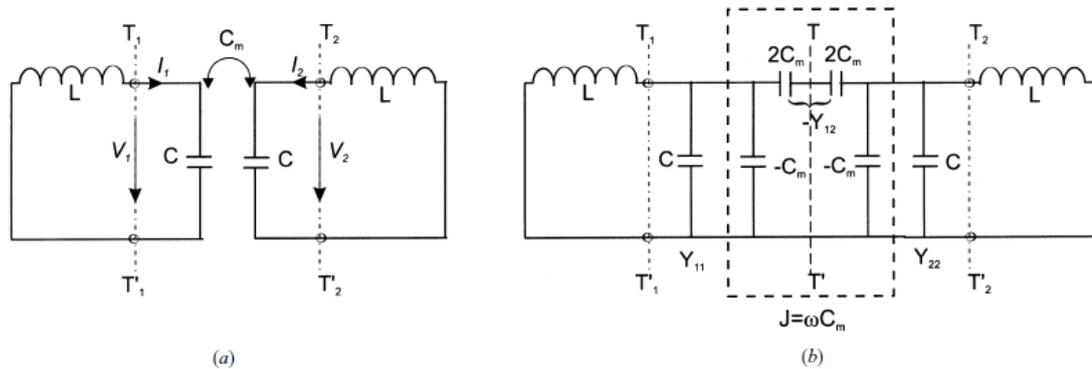


Figura 3.8: (a) Resonador acoplado de sintonía síncrona con acoplo eléctrico. (b) Circuito equivalente con un inversor de admitancia $J = \omega C_m$ representando el acoplo.

directa del coeficiente de acoplo según se presenta en 3.69 requiere del conocimiento de las distribuciones de campo y del comportamiento de las integrales espaciales, lo cual no es una tarea fácil a menos que exista una solución analítica para los campos.

Así pues, resulta más fácil utilizar un simulador electromagnético para encontrar algunas frecuencias características² asociadas con el acoplo de los resonadores, o bien, obtenerlas experimentalmente. De este modo, podemos determinar la relación entre el coeficiente de acoplo y la estructura física del resonador por medio de dichas frecuencias características. El modelo que se expone a continuación para encontrar la relación buscada se basa en circuitos formados por elementos concentrados, pero bajo la aproximación de banda estrecha, puede ser aplicado a estructuras de acoplo basadas en elementos distribuidos. Desarrollaremos la teoría para circuitos de sintonía síncrona³ puesto que son el caso de estudio. Para ampliar la información véase [3].

Acoplamiento eléctrico.

En la figura 3.8(a) podemos ver el modelo circuital compuesto por elementos concentrados para un resonador acoplado eléctricamente, en el cual, L y C son la autoinductancia y la autocapacitancia del resonador, de modo que $(LC)^{-1/2}$ es igual a la frecuencia angular de resonancia del resonador desacoplado, y C_m representa la capacitancia mutua. Ahora, si miramos en los planos de referencia

²La frecuencia característica de un resonador es aquella a la que se produce resonancia.

³En un circuito de sintonía síncrona todos los resonadores tienen la misma frecuencia de resonancia.

$T_1 - T'_1$ y $T_2 - T'_2$, podemos ver una red de dos puertos que puede ser descrita por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} I_1 &= j\omega CV_1 - j\omega C_m V_2 \\ I_2 &= j\omega CV_2 - j\omega C_m V_1 \end{aligned} \quad (3.70)$$

Podemos decir que la autocapacitancia C es la capacitancia vista en una malla resonante de la figura 3.8(a) cuando la capacitancia en la malla adyacente es cortocircuitada. De este modo, el segundo término que aparece en la parte derecha de la ecuación 3.70 son las corrientes inducidas que resultan del incremento del voltaje en las mallas resonantes 2 y 1 respectivamente. Así pues, los *parámetros* Y de la red se presentan a continuación:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= Y_{22} = j\omega C \\ Y_{21} &= Y_{12} = -j\omega C_m \end{aligned} \quad (3.71)$$

Aplicando la teoría de redes, podemos encontrar un equivalente circuital a la figura 3.8(a) que aporta los mismos *parámetros* Y . Dicho circuito equivalente se muestra en la figura 3.8(b). En él podemos ver que el acoplo eléctrico entre los dos resonadores se representa por medio de un inversor de admitancia $J = \omega C_m$. Si el plano de simetría $T - T'$ en la figura 3.8(b) es reemplazado por un muro eléctrico (o un cortocircuito), el circuito resultante tiene una frecuencia de resonancia:

$$f_e = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C + C_m)}} \quad (3.72)$$

Esta frecuencia de resonancia es menor que la que se obtiene con un sólo resonador desacoplado. La explicación física es que el efecto del acoplo mejora la capacidad de almacenar carga del resonador aislado cuando el muro eléctrico se inserta en el plano de simetría. De manera similar, reemplazando el plano de simetría de la figura 3.8(b) por un muro magnético (o un circuito abierto) se obtiene un circuito resonante que tiene una frecuencia de resonancia que viene dada por la siguiente expresión:

$$f_m = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C - C_m)}} \quad (3.73)$$

En este caso, el efecto del acoplo reduce la capacidad de almacenar carga, por lo que la frecuencia de resonancia se incrementa.

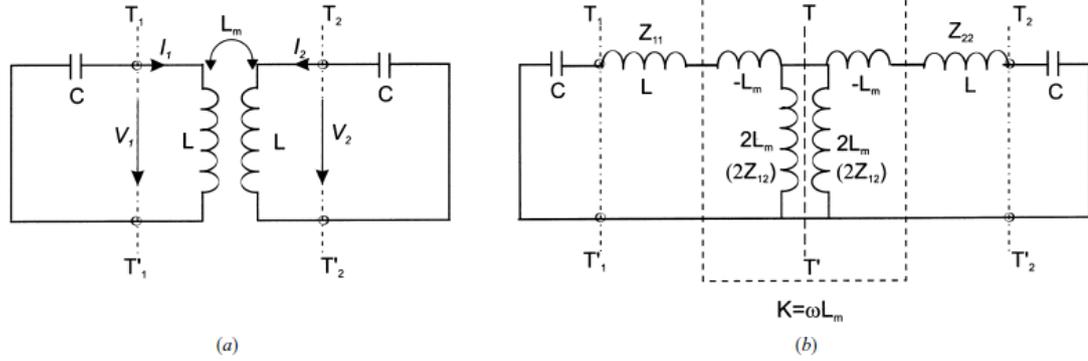


Figura 3.9: (a) Resonador acoplado de sintonía síncrona con acoplo magnético. (b) Circuito equivalente con un inversor de impedancia $K = \omega L_m$ representando el acoplo.

Las ecuaciones 3.72 y 3.73 pueden usarse para encontrar el coeficiente eléctrico de acoplo k_E

$$k_E = \frac{f_m^2 - f_e^2}{f_m^2 + f_e^2} = \frac{C_m}{C} \quad (3.74)$$

Así pues, vemos que el coeficiente de acoplo se puede determinar por medio de las frecuencias de resonancia de los circuitos resultantes de incluir un muro magnético o eléctrico por el plano de simetría. De modo general, estas serán las dos primeras resonancias que aparecen cuando se analiza una estructura con un simulador circuital para extraer sus autovalores y corresponden con las resonancias del modo par y del modo impar.

Acoplamiento magnético.

En la figura 3.9(a) se muestra el modelo circuital equivalente implementado con elementos concentrados para resonadores acoplados magnéticamente, en la cual, L y C representan la autoinductancia y la autocapacitancia, mientras que L_m representa la inductancia mutua. En este caso, las ecuaciones que describen la red de dos puertos en los planos de referencia $T_1 - T'_1$ y $T_2 - T'_2$ son:

$$\begin{aligned} V_1 &= j\omega L I_1 + j\omega L_m I_2 \\ V_2 &= j\omega L I_2 + j\omega L_m I_1 \end{aligned} \quad (3.75)$$

Estas ecuaciones implican que la autoinductancia L es la inductancia que se ve en una malla resonante de la figura 3.9(a) cuando la malla adyacente se encuentra en circuito abierto. Así pues, el segundo término de la parte derecha de la ecuación 3.75 son los voltajes inducidos que resultan del incremento de la corriente en las mallas 2 y 1 respectivamente. Puede verse que las dos corrientes de las mallas de la figura 3.9(a) circulan en sentidos opuestos, por lo que las caídas de voltaje debido a la inductancia mutua tienen signo positivo. Para esta red podemos describir sus *parámetros* Z de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} Z_{11} &= Z_{22} = j\omega L \\ Z_{12} &= Z_{21} = j\omega L_m \end{aligned} \quad (3.76)$$

Una forma alternativa del circuito equivalente de la figura 3.9(a), la cual tiene los mismos parámetros de la red, se presenta en la figura 3.9(b). Podemos ver que el acoplo magnético entre los resonadores se representa por medio del inversor de impedancia $K = \omega L_m$. Si el plano de simetría $T - T'$ es reemplazado por un muro eléctrico (o un cortocircuito), el circuito resonante que obtenemos tiene una frecuencia de resonancia:

$$f_e = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L - L_m)C}} \quad (3.77)$$

Se puede ver que el incremento de la frecuencia de resonancia se debe al efecto del acoplo que reduce el flujo almacenado en el circuito resonante cuando el muro eléctrico es introducido en el plano de simetría. Si un muro magnético (o un circuito abierto) reemplaza al plano de simetría en la figura 3.9(b), el circuito resonante que se obtiene posee una frecuencia de resonancia:

$$f_m = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L + L_m)C}} \quad (3.78)$$

En este caso vemos que el efecto del acoplo incrementa el flujo de energía almacenado, por lo que la frecuencia de resonancia disminuye.

De manera similar, las ecuaciones 3.77 y 3.78 pueden emplearse para obtener el coeficiente de acoplo magnético k_M :

$$k_M = \frac{f_e^2 - f_m^2}{f_e^2 + f_m^2} = \frac{L_m}{L} \quad (3.79)$$

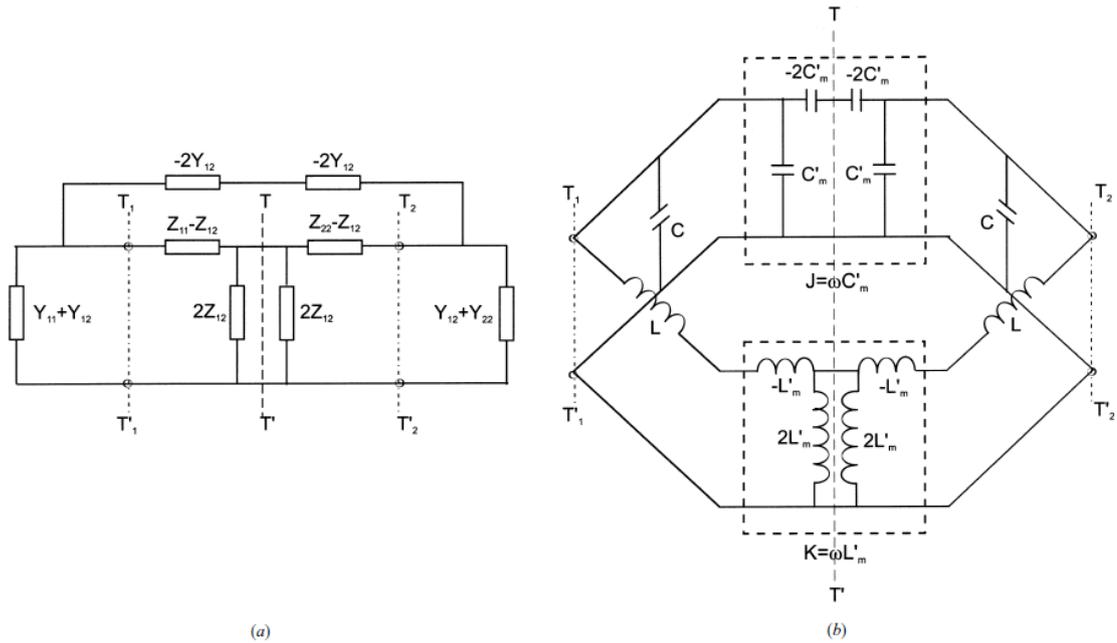


Figura 3.10: (a) Resonador de sintonía síncrona con acoplo mixto. (b) Circuito equivalente con un inversor de impedancia $K = \omega L'_m$ y un inversor de admitancia $J = \omega C'_m$ que representan los acoplos magnético y eléctrico respectivamente.

Como ya dijimos en el apartado del acoplo eléctrico, las frecuencias de resonancia de los circuitos resultantes de incluir un muro magnético o eléctrico por el plano de simetría serán las dos primeras resonancias que aparecen cuando se analiza una estructura con un simulador circuital para extraer sus autovalores y corresponden con las resonancias del modo par y del modo impar.

Acoplamiento mixto.

En la figura 3.10(a) viene representada una red que presenta acoplo eléctrico y magnético. Podemos ver que los *parámetros* Y son los parámetros de la red de dos puertos que se sitúa en la parte izquierda del plano de referencia $T_1 - T'_1$ y en la parte derecha del plano de referencia $T_2 - T'_2$, mientras que los *parámetros* Z son los parámetros de la otra red de dos puertos que se sitúa a la derecha del plano de referencia $T_1 - T'_1$ y a la izquierda del plano de referencia $T_2 - T'_2$. Dichos parámetros se definen a continuación:

$$\begin{aligned}
Y_{11} &= Y_{22} = j\omega C \\
Y_{12} &= Y_{21} = j\omega C'_m \\
Z_{11} &= Z_{22} = j\omega L \\
Z_{12} &= Z_{21} = j\omega L'_m
\end{aligned} \tag{3.80}$$

donde C , L , C'_m y L'_m son la autocapacitancia, la autoinductancia, la capacitancia mutua y la inductancia mutua del circuito equivalente compuesto por elementos concentrados que se muestra en la figura 3.10(b). Se puede identificar un inversor de impedancia $K = \omega L'_m$ y un inversor de admitancia $J = \omega C'_m$ que representan el acoplo magnético y el acoplo eléctrico respectivamente.

Si insertamos un muro eléctrico y magnético respectivamente en el plano de simetría del circuito equivalente de la figura 3.10(b) obtenemos:

$$\begin{aligned}
f_e &= \frac{1}{2\pi\sqrt{(L - L'_m)(C - C'_m)}} \\
f_m &= \frac{1}{2\pi\sqrt{(L + L'_m)(C + C'_m)}}
\end{aligned} \tag{3.81}$$

Como podemos ver en este caso, tanto el acoplo magnético como el acoplo eléctrico tienen el mismo efecto sobre la frecuencia de resonancia. De la ecuación 3.81 podemos obtener el coeficiente de acoplo mixto k_X de la siguiente forma:

$$k_X = \frac{f_e^2 - f_m^2}{f_e^2 + f_m^2} = \frac{CL'_m + LC'_m}{LC + L'_m C'_m} \tag{3.82}$$

Es razonable asumir que $L'_m C'_m \ll LC$, por lo que la ecuación 3.82 se convierte en:

$$k_X \approx \frac{L'_m}{L} + \frac{C'_m}{C} = k'_M + k'_E \tag{3.83}$$

que claramente indica que el acoplo mixto resulta de la superposición del acoplo eléctrico y del acoplo magnético. Si bien, hay que tener cuidado ya que el acoplo eléctrico es de signo opuesto al magnético y, por lo tanto, tenderán a cancelarse.

En la práctica, el acoplamiento mixto es el caso general de acoplo ya que es imposible obtener un acoplo que sea puramente eléctrico o puramente magnético. Por lo tanto, lo que se hace es nombrar al acoplo como magnético o eléctrico en función del comportamiento que domina.

Como hemos dicho anteriormente, para extraer las frecuencias fundamentales de manera sencilla se analiza con un simulador electromagnético la estructura completa (en vez de una mitad colocando un muro magnético o eléctrico) y se encuentran dos picos de resonancia en la respuesta en frecuencia que se corresponden con las frecuencias naturales de resonancia asociadas a f_e y f_m que nos permiten calcular el factor de acoplo.

Por lo tanto, el procedimiento general que se realiza para la extracción del coeficiente de acoplo entre dos resonadores para una estructura es el siguiente:

1. Se diseña cada resonador por separado en un simulador electromagnético y se realiza una simulación para obtener las frecuencias de resonancia (autovalores) de cada resonador desacoplado (f_{01} y f_{02}).
2. Se diseña la estructura que engloba a ambos resonadores con el simulador electromagnético. Esta estructura estará compuesta por los dos resonadores entre los que existirá algún elemento que permita el acoplo de energía entre ellos (un iris, un slot, etc.).
3. Se realiza una simulación electromagnética que permita sacar los autovalores de la estructura diseñada. Los dos primeros autovalores se corresponderán con las dos primeras frecuencias de resonancia (frecuencias características f_{p1} y f_{p2}) de la estructura.
4. Se introducen los elementos en la ecuación 3.84 para obtener el coeficiente de acoplo k . Si además se desea conocer el signo del acoplo, éste se identificará como positivo si la frecuencia de resonancia que corresponde con el primer autovalor obtenido viene dada por un modo resonante par, siendo negativo si viene dada por un modo resonante impar⁴.

3.3.2. Formulación general para extraer el coeficiente de acoplo k .

Para la extracción del coeficiente de acoplo en función de las frecuencias características de los resonadores acoplados es posible utilizar una fórmula general que

⁴Los modos resonantes par e impar se verán con mayor claridad en el capítulo siguiente cuando hablemos de los tipos de acoplos que empleamos.

engloba a circuitos de sintonía síncrona y asíncrona y que sirve para el acoplo magnético, el acoplo eléctrico y el mixto. Dicha fórmula es la siguiente:

$$k = \pm \frac{1}{2} \left(\frac{f_{02}}{f_{01}} + \frac{f_{01}}{f_{02}} \right) \sqrt{\left(\frac{f_{p2}^2 - f_{p1}^2}{f_{p2}^2 + f_{p1}^2} \right)^2 - \left(\frac{f_{02}^2 - f_{01}^2}{f_{02}^2 + f_{01}^2} \right)^2} \quad (3.84)$$

donde f_{0i} son las frecuencias de resonancia de cada resonador desacoplado y f_{pi} son las frecuencias características de los resonadores acoplados. Para los casos que hemos estudiado (sintonía síncrona) f_{p1} y f_{p2} se corresponden con f_e y f_m .

El signo del acoplo sólo puede ser un problema para filtros con acoplos cruzados entre resonadores. Sin embargo, para diseño de filtros, el significado de acoplo positivo o negativo es bastante relativo. Esto quiere decir que si nos referimos a un acoplo particular como positivo, entonces el acoplo negativo implicaría que su fase es la opuesta a la del acoplo positivo. De todos modos existe una forma de determinar cuándo dos acoplos presentan el mismo signo o no. Consiste en aplicar un muro magnético o un muro eléctrico para encontrar f_m y f_e para ambas estructuras acopladas. Si el desplazamiento en frecuencia de f_m y f_e con respecto a la frecuencia de resonancia del resonador desacoplado se produce en la misma dirección, entonces el acoplo es del mismo signo, si no, los acoplos son de signos opuestos.

En nuestro caso utilizamos la tecnología de guías de ondas integradas en sustrato (*SIW - Substrate Integrated Waveguide*) para la realización de nuestro filtro paso banda de banda estrecha. Así pues, consideraremos que los acoplos inductivos (magnéticos) son positivos y que los acoplos capacitivos (eléctricos) son negativos, puesto que, como hemos dicho, lo único necesario es que sean de signo opuesto independientemente de saber cuál es realmente positivo o negativo. Los acoplos inductivos serán aquellos que presenten a la primera frecuencia de resonancia, cuando se realiza el análisis de los autovalores de la estructura, un modo par y los acoplos capacitivos serán aquellos que presenten un modo impar a la primera frecuencia de resonancia que aparece en el análisis de los autovalores. Esto se verá de manera más clara en el siguiente capítulo.

3.3.3. Formulación para extraer el factor de calidad externo Q_e .

El factor de calidad externo de un circuito resonante indica cómo intercambia la energía dicho circuito con los circuitos a los que se conecta. Lo que nos resulta

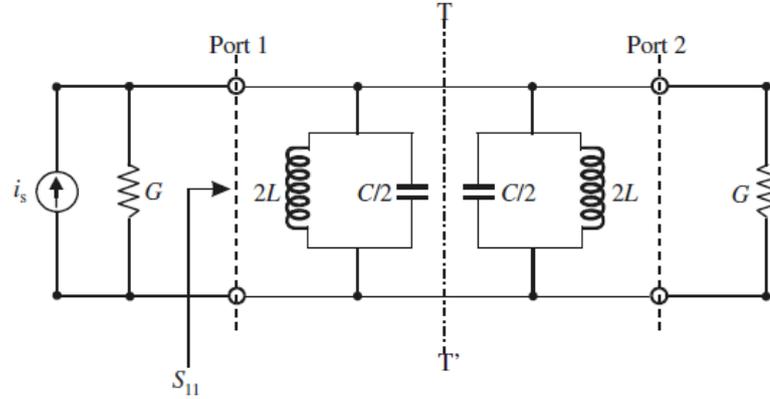


Figura 3.11: Circuito equivalente para el resonador de entrada/salida doblemente cargado.

interesante es ver cómo debemos entrar a nuestro filtro para que cumplamos con las especificaciones. Debemos recordar en este punto que el factor de calidad externo viene dado por la matriz de acoplos \mathbf{M} que se construye a partir de la respuesta deseada para nuestro filtro.

En [3] se pueden ver dos métodos diferentes para la obtención del factor de calidad externo de un resonador. El primero se basa en un resonador cargado sólo por un extremo y el segundo se basa en un resonador cargado por ambos extremos. En esta memoria sólo desarrollaremos la teoría necesaria para extraer el factor de calidad externo por medio del segundo método, puesto que es el que ha sido utilizado en la realización de este proyecto. Además, el segundo método es más sencillo al basarse en la medida del módulo del parámetro de transmisión S_{21} y no en medidas de fase, que resultan más delicadas, del parámetro S_{11} .

En principio, el factor de calidad externo Q_e se define para un resonador cargado sólo por un extremo, pero si dicho resonador es simétrico, se puede añadir otra carga simétrica o puerto para formar una red de dos puertos como la que se ve en la figura 3.11. La línea $T-T'$ representa el plano de simetría y el resonador ha sido separado en dos partes simétricas. Cuando el plano de simetría es cortocircuitado tenemos que:

$$\begin{aligned} Y_{ino} &= \infty \\ S_{11o} &= \frac{G - Y_{ino}}{G + Y_{ino}} = -1 \end{aligned} \quad (3.85)$$

donde Y_{ino} y S_{11o} son la admitancia de entrada del modo impar y el coeficiente de reflexión en el puerto 1 respectivamente. Si ahora reemplazamos el plano $T-T'$

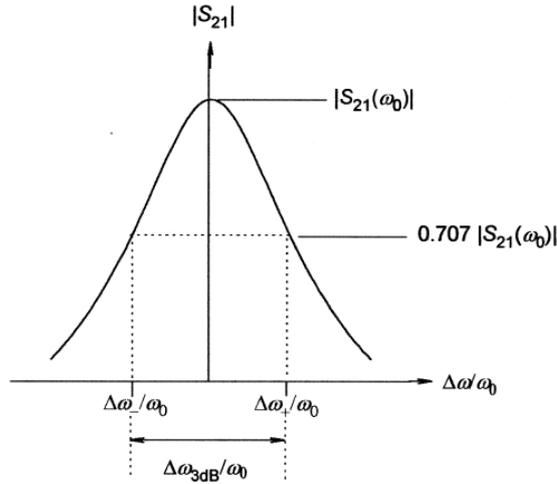


Figura 3.12: Respuesta de la amplitud del parámetro S_{21} para el circuito de la figura 3.11.

por un circuito abierto, obtenemos los parámetros correspondientes al modo par:

$$\begin{aligned} Y_{ine} &= j\omega_0 C \Delta\omega / \omega_0 \\ S_{11e} &= \frac{G - Y_{ine}}{G + Y_{ine}} = \frac{1 - jQ_e \Delta\omega / \omega_0}{1 + jQ_e \Delta\omega / \omega_0} \end{aligned} \quad (3.86)$$

donde $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ y se ha realizado la aproximación $(\omega^2 - \omega_0^2)/\omega \approx 2\Delta\omega$ con $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$. Aplicando el análisis de redes obtenemos:

$$S_{21} = \frac{1}{2}(S_{11e} - S_{11o}) = \frac{1}{1 + jQ_e \Delta\omega / \omega_0} \quad (3.87)$$

De este modo, la amplitud del parámetro S_{21} es:

$$|S_{21}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (Q_e \Delta\omega / \omega_0)^2}} \quad (3.88)$$

La amplitud del parámetro S_{21} se muestra en la figura 3.12. En resonancia, $\Delta\omega = 0$ y, por lo tanto, $|S_{21}|$ alcanza su máximo valor, siendo este $|S_{21}(\omega_0)| = 1$. Cuando la frecuencia se desplaza de manera que

$$Q_e \frac{\Delta\omega_{\pm}}{\omega_0} = \pm 1 \quad (3.89)$$

el valor de $|S_{21}|$ cae a 0.707 (o -3 dB) veces el valor de su máximo. Así pues, podemos definir el ancho de banda de la manera siguiente:

$$\Delta\omega_{3dB} = \Delta\omega_+ - \Delta\omega_- = \frac{\omega_0}{(Q_e/2)} \quad (3.90)$$

donde ω_{3dB} es el ancho de banda, en el cual, el parámetro S_{21} sufre una atenuación de 3 dB respecto al punto en el que se encuentra la frecuencia de resonancia. Por lo tanto, despejando el factor de calidad externo de la ecuación anterior obtenemos:

$$Q_e = \frac{2 \cdot \omega_0}{\Delta\omega_{3dB}} \quad (3.91)$$

A continuación, exponemos el método a seguir para calcular el factor de calidad externo de un resonador paso a paso:

1. Construimos el resonador en nuestro simulador electromagnético. A este resonador se le añade un puerto de entrada y otro de salida de manera que mantengamos en todo momento la simetría del circuito.
2. Realizamos una simulación para obtener el parámetro de transmisión S_{21} de nuestra estructura.
3. Dibujamos el módulo de nuestro parámetro de transmisión. El máximo de la función se corresponderá con la frecuencia de resonancia y debemos identificar las frecuencias (ω_2 y ω_1) a las que la amplitud cae 0.707 veces el valor del máximo (o cae 3dB si hemos representado la respuesta en decibelios).
4. Con estos valores de frecuencia utilizamos la ecuación 3.91 para obtener el factor de calidad externo de nuestro circuito, siendo $\Delta\omega_{3dB} = \omega_2 - \omega_1$.

Capítulo 4

Estudio de las tecnologías empleadas en el proyecto.

En este capítulo se presentarán las características esenciales de las diferentes tecnologías empleadas en el diseño de nuestros filtros paso banda de banda estrecha y se argumentará el por qué de la elección de ambas tecnologías. Además, presentaremos un estudio detallado de los parámetros de diseño e ilustraremos los resultados con gráficas que nos serán útiles para la realización de nuestros filtros. Para dicho diseño empleamos líneas microstrip y guías de ondas integradas en sustrato¹.

- Las líneas microstrip nos permitirán realizar la transición/acoplo de entrada y salida, ya que nuestro diseño esta pensado para aprovechar la facilidad de integración que presentan las guías de ondas integradas en sustrato con otras tecnologías planares. Veremos las posibilidades que tenemos para acoplar la energía a la entrada/salida de nuestro filtro de cavidades utilizando líneas microstrip y argumentaremos la elección que fue tomada.
- Los filtros de cavidades serán realizados con guía de ondas integrada en sustrato. Esta tecnología pretende imitar de manera bastante razonable a una guía de ondas, sustituyendo las paredes verticales por taladros metalizados, la cual es muy utilizada para realizar filtros con altos factores de calidad. Veremos bajo qué condiciones las guías de ondas integradas en sustrato representan una buena aproximación a una guía de ondas y explicaremos las ventajas que éstas presentan.

¹SIW - Substrate Integrated Waveguide

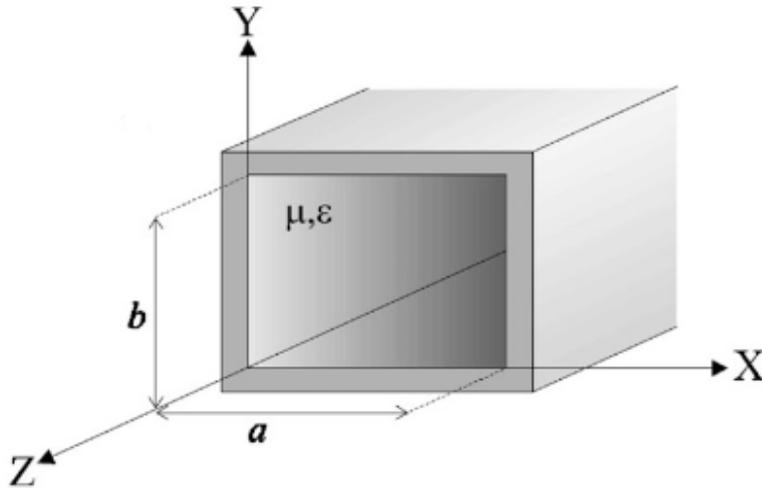


Figura 4.1: Geometría de una guía rectangular.

Así pues, empezaremos con una descripción del comportamiento de una guía de ondas y, a continuación, presentaremos la guía de ondas integrada en sustrato como alternativa eficaz a ésta bajo unas ciertas condiciones. Continuaremos con la presentación de la línea microstrip y estudiaremos las transiciones entre la línea microstrip y la guía de ondas integrada en sustrato. Además, presentaremos cómo se implementan los resonadores que permiten la realización de un filtro por medio de cavidades acopladas y, finalmente, veremos un estudio de los parámetros de diseño para la realización del filtro en cuestión.

4.1. Guía de ondas rectangular.

Una guía de ondas rectangular es un tubo metálico relleno de un dieléctrico de permitividad eléctrica ϵ y permeabilidad magnética μ cuya sección es rectangular, tal y como puede verse en la figura 4.1. Al estar compuesto por un sólo conductor, no soporta modos TEM (Transversal Electro-Magnético) para la propagación de la onda², por lo que únicamente podemos tener soluciones a las ecuaciones de Maxwell para ondas con modos TE(Transversal Eléctrico) o TM(Transversal Magnético), es decir, sólo ondas de los modos TE y TM se pueden propagar dentro de la guía.

Los diferentes modos se denominarán con dos subíndices, por ejemplo TE_{mn} , que indica el número de máximos de la onda estacionaria que existen en una sección

²Para más información sobre las soluciones generales de propagación de una onda para modos TEM, TE y TM véase [1, Cap. 3]

de la guía para cada componente transversal (m para la dirección x y n para la dirección y según la figura 4.1). Además, para cada modo habrá una frecuencia de corte f_c , por debajo de la cual, dicho modo no puede ser propagado y se dice que está al corte. Esta frecuencia de corte dependerá de la geometría de la sección transversal. Una vez se determina la frecuencia de corte, la constante de propagación β puede ser obtenida de la siguiente forma:

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} \quad (4.1)$$

donde $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ y $k_c = 2\pi f_c\sqrt{\mu\epsilon}$. Por otro lado, la longitud de onda en la guía es:

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \lambda_0^2/\lambda_c^2}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - f_c^2/f^2}} > \lambda_0 = \frac{c}{f} \quad (4.2)$$

siendo λ_0 la longitud de onda en el vacío de una onda plana, la cual, en el caso de que nuestra guía esté rellena de un dieléctrico con $\epsilon_r \neq 1$ debe ser modificada como $\lambda = \lambda_0/\sqrt{\epsilon_r}$ para que pueda ser usada en la ecuación 4.2.

La velocidad de grupo³ se define de la siguiente forma:

$$v_g = \left(\frac{d\omega}{d\beta} \right) = \frac{\lambda_0}{\lambda_g} c \quad \text{donde utilizaremos } \lambda \text{ si la guía está rellena.} \quad (4.3)$$

Así pues, como $\lambda_g > \lambda_0$, tal y como puede verse en la ecuación 4.2, la velocidad de la onda que se propaga por el interior de la guía es menor que la velocidad de la luz en el vacío c . Además, como β y v_g vienen dadas en función de la frecuencia, cualquier señal compuesta por diferentes frecuencias será dispersada espacialmente y temporalmente a lo largo de su recorrido a través de la guía. De este modo, si la guía es muy larga puede producirse una distorsión de la señal considerable. Decimos pues, que una guía de ondas es un medio dispersivo.

³La velocidad de grupo es aquella a la que una señal, que consiste en componentes de frecuencia de banda muy estrecha, se propaga.

4.1.1. Modos TE.

Los modos TE se caracterizan por tener nulo el vector de campo magnético en la dirección de propagación de la onda ($E_z = 0$), mientras que H_z debe satisfacer la ecuación de onda de Helmholtz:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_z = 0 \quad (4.4)$$

siendo $H_z(x, y, z) = h_z(x, y)e^{-j\beta z}$. Esta ecuación puede ser reducida a una ecuación de onda bidimensional para h_z :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) h_z(x, y) = 0 \quad (4.5)$$

donde $k_c^2 = k^2 - \beta^2 \neq 0$. Esta ecuación debe resolverse ahora para las condiciones de contorno específicas de la guía. Para ello, con guías rectangulares, aplicamos el método de separación de variables:

$$h_z(x, y) = X(x)Y(y) \quad (4.6)$$

Sustituyendo en 4.5 obtenemos:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + k_c^2 = 0 \quad (4.7)$$

Después, siguiendo el procedimiento de separación de variables, cada uno de los términos de 4.7 debe ser igual a una constante, por lo que definimos las constantes de separación k_x y k_y de modo que:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 X}{dx^2} + k_x^2 X &= 0 \\ \frac{d^2 Y}{dy^2} + k_y^2 Y &= 0 \\ k_x^2 + k_y^2 &= k_c^2 \end{aligned} \quad (4.8)$$

La solución general para h_z puede escribirse como:

$$h_z(x, y) = (A \cos k_x x + B \sin k_x x)(C \cos k_y y + D \sin k_y y) \quad (4.9)$$

Ahora, para evaluar las constantes de 4.9 debemos aplicar las condiciones de contorno sobre las componentes del campo eléctrico tangencial a las paredes de la guía.

$$\begin{aligned} e_x(x, y) &= 0, & \text{en } y = 0, b. \\ e_y(x, y) &= 0, & \text{en } x = 0, a. \end{aligned} \quad (4.10)$$

A partir las ecuaciones de Maxwell expresadas para cada componente (x,y,z) de los campos eléctrico y magnético, asumimos que se propaga un modo TE ($E_z = 0$ y $H_z \neq 0$) para poder obtener e_x y e_y de h_z :

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial h_z}{\partial y} = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} k_y (A \cos k_x x + B \sin k_x x)(-C \sin k_y y + D \cos k_y y) \\ e_y &= \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial h_z}{\partial x} = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} k_x (-A \sin k_x x + B \cos k_x x)(C \cos k_y y + D \sin k_y y) \end{aligned} \quad (4.11)$$

En este punto, de 4.10 y 4.11 podemos ver que $D = 0$ y $k_y = n\pi/b$ para $n = 0, 1, 2, \dots$. Por otro lado, $B = 0$ y $k_x = m\pi/a$ para $m = 0, 1, 2, \dots$. Por lo tanto, la solución final para H_z es:

$$H_z(x, y, z) = A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (4.12)$$

donde A_{mn} es una constante de amplitud arbitraria compuesta por las constantes A y C de 4.9. Ahora podemos calcular las componentes transversales de campo del modo TE_{mn} de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
E_x &= \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \\
E_y &= \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{-j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \\
H_x &= \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \\
H_y &= \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

La constante de propagación es:

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \tag{4.14}$$

la cual, es real para los modos propagantes en los que:

$$k > k_c = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \tag{4.15}$$

Cada modo tiene una frecuencia de corte, por debajo de la cual la onda no se propaga a través de la guía, que viene dada por la expresión:

$$f_{c,mn} = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \tag{4.16}$$

El modo con la frecuencia de corte más baja es el TE_{10} y es denominado *modo dominante*. Como hemos asumido que $a > b$, la frecuencia de corte para el TE_{10} ($m = 1, n = 0$) viene dada por:

$$f_{c10} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}} \tag{4.17}$$

A una frecuencia de operación f , sólo aquellos modos cuya frecuencia de corte sea menor que la frecuencia de operación podrán propagarse a través de la guía. Así pues, aquellos modos cuya frecuencia de corte sea mayor que la frecuencia de operación tendrán una constante de atenuación α real, lo que indica que la

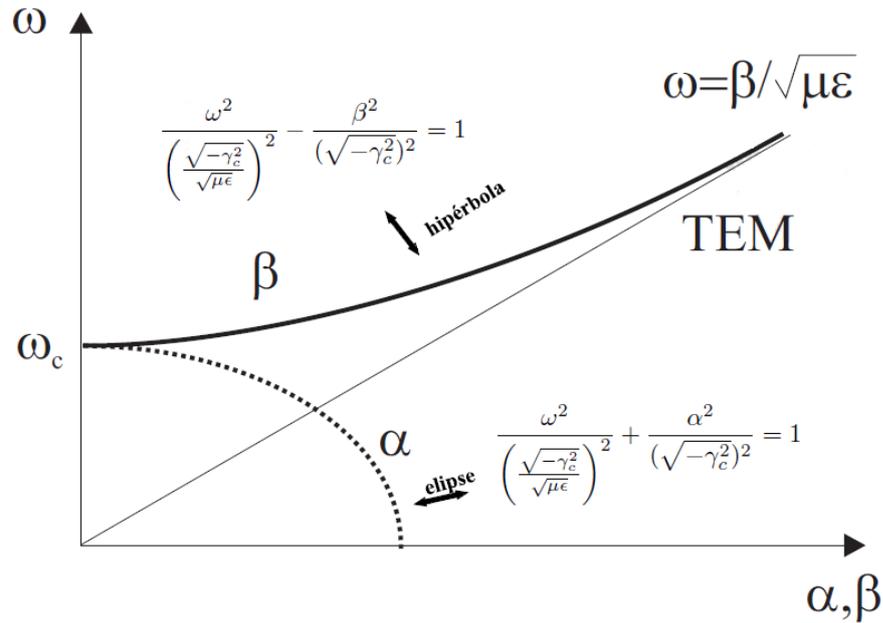


Figura 4.2: Diagrama de Brillouin.

onda decae exponencialmente. A estos modos se les denomina como *modos evanescentes*. Por otro lado, si incluimos las pérdidas de la estructura, la constante de propagación compleja se define como:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (4.18)$$

donde α es la constante de atenuación y β es la constante de fase. En la figura 4.2 podemos ver ilustrado cómo a partir de la frecuencia de corte el modo deja de ser evanescente y se convierte en un modo propagado cuya constante de fase se aproxima a la de un modo TEM. También se puede ver que un modo TEM no tiene frecuencia de corte, por lo que la onda se propaga desde frecuencia cero.

Además, se define como *ancho de banda monomodo* a aquella franja de frecuencias para las que sólo existe un modo propagándose en la guía. Cabe decir que nuestros filtros se diseñarán para que sólo el modo TE_{10} pueda ser propagado y evitar así efectos indeseados debido a la interacción que pueda haber con otros modos.

En este punto podemos definir la impedancia de modo, la cual relaciona los campos transversales eléctrico y magnético de la siguiente forma:

$$Z_{TE} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{k\eta}{\beta} \quad (4.19)$$

siendo $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ la impedancia intrínseca del material que rellena la guía de ondas. Hay que destacar que Z_{TE} es real cuando β es real (modo propagante), mientras que es imaginaria cuando β lo es (modo evanescente).

En cuanto a la atenuación en una guía rectangular, ésta puede venir dada por pérdidas en el conductor y por pérdidas en el dieléctrico ($\alpha = \alpha_c + \alpha_d$).

Las pérdidas en el dieléctrico para un medio homogéneo pueden calcularse a partir de la constante de propagación compleja sin tener en cuenta las pérdidas en el conductor. De este modo:

$$\gamma = \alpha_d + j\beta = \sqrt{k_c^2 - k^2} = \sqrt{k_c^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r (1 - j \tan \delta)} \quad (4.20)$$

Como en la práctica la mayoría de los materiales dieléctricos tienen muy bajas pérdidas ($\tan \delta \ll 1$) la expresión anterior puede ser simplificada utilizando los dos primeros términos de la expansión de Taylor:

$$\sqrt{a^2 + x^2} \simeq a + \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{a} \right) \quad \text{para } x \ll a. \quad (4.21)$$

De este modo, la ecuación 4.20 puede reducirse a:

$$\gamma = \sqrt{k_c^2 - k^2 + jk^2 \tan \delta} \simeq \sqrt{k_c^2 - k^2} + \frac{jk^2 \tan \delta}{2\sqrt{k_c^2 - k^2}} = \frac{k^2 \tan \delta}{2\beta} + j\beta \quad (4.22)$$

donde se ha considerado que $\sqrt{k_c^2 - k^2} = j\beta$. En estos resultados, $k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r$ es el número de onda en ausencia de pérdidas. La ecuación 4.22 muestra que cuando las pérdidas son pequeñas, la constante de fase β no cambia, mientras que la constante de atenuación debido a las pérdidas en el dieléctrico viene dada como:

$$\alpha_d = \frac{k^2 \tan \delta}{2\beta} Np/m \quad \text{para ondas TE o TM.} \quad (4.23)$$

Las pérdidas en el conductor pueden determinarse por medio del método de perturbación descrito en [1, Cap. 1]. Estas pérdidas dependen de la distribución de

campo en la guía, por lo que cada modo tendrá unas pérdidas diferentes. Para el caso del modo fundamental de la guía TE_{10} las pérdidas en el conductor son:

$$\alpha_c = \frac{R_s}{a^3 b \beta k \eta} (2b\pi^2 + a^3 k^2) Np/m \quad (4.24)$$

donde R_s es la resistencia superficial de las paredes de la guía. Finalmente, el flujo de potencia que atraviesa la guía para el modo TE_{10} puede calcularse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P_{10} &= \frac{1}{2} \text{Re} \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b \bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}^* \cdot \hat{z} dy dx = \frac{1}{2} \text{Re} \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b E_y \times H_x^* dy dx \\ &= \frac{\omega \mu a^2}{2\pi^2} \text{Re}(\beta) |A_{10}|^2 \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b \sin^2 \frac{\pi x}{a} dy dx = \frac{\omega \mu a^3 |A_{10}|^2 b}{4\pi^2} \text{Re}(\beta) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Se puede ver que se obtiene potencia real no nula sólo cuando β es real, es decir, sólo cuando nos encontramos ante un modo propagante.

4.1.2. Modos TM.

Los modos TM se caracterizan por tener nulo el vector de campo eléctrico en la dirección de propagación de la onda ($H_z = 0$), mientras que E_z debe satisfacer la ecuación de onda de Helmholtz:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_z = 0 \quad (4.26)$$

siendo $E_z(x, y, z) = e_z(x, y)e^{-j\beta z}$. Esa ecuación puede ser reducida a una ecuación bidimensional para e_z :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) e_z(x, y) = 0 \quad (4.27)$$

donde $k_c^2 = k^2 - \beta^2$. La ecuación 4.27 puede ser resuelta por medio de la técnica de separación de variables, tal y como se hizo para los modos TE. Por lo tanto, la solución general es:

$$e_z(x, y) = (A \cos k_x x + B \sin k_x x)(C \cos k_y y + D \sin k_y y) \quad (4.28)$$

Las condiciones de contorno pueden ser aplicadas directamente a e_z :

$$\begin{aligned} e_z(x, y) &= 0, & \text{en } x = 0, a \\ e_z(x, y) &= 0, & \text{en } y = 0, b. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Aplicando 4.29 a 4.28, podemos ver que $A = 0$ y $k_x = m\pi/a$ para $m = 1, 2, 3 \dots$. De manera similar, podemos ver que $C = 0$ y $k_y = n\pi/b$ para $n = 1, 2, 3 \dots$. Por lo tanto, la solución para E_z se reduce a:

$$E_z(x, y, z) = B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (4.30)$$

donde B_{mn} es una constante arbitraria de amplitud.

Las componentes transversales de campo para el modo TM_{mn} quedan:

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{-j\beta m\pi}{k_c^2 a} B_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \\ E_y &= \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{-j\beta n\pi}{k_c^2 b} B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \\ H_x &= \frac{j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \\ H_y &= \frac{-j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{-j\omega\epsilon m\pi}{k_c^2 a} B_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \end{aligned} \quad (4.31)$$

Como en los modos TE, la constante de propagación es:

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (4.32)$$

siendo β real para modos propagantes, mientras que para modos evanescentes es imaginaria. La frecuencia de corte para los modos TM_{mn} es la misma que para los modos TE_{mn} y puede calcularse por medio de la ecuación 4.16.

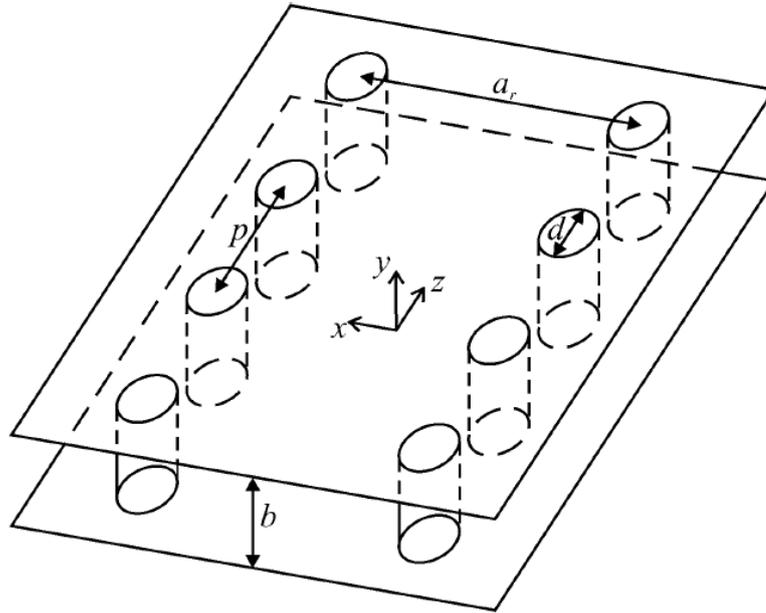


Figura 4.3: Vista tridimensional de una guía de ondas integrada en sustrato.

El primer modo TM que tenemos es el TM_{11} y su frecuencia de corte es:

$$f_{c_{11}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2} \quad (4.33)$$

Se puede ver que su frecuencia de corte es superior a la frecuencia de corte del modo TE_{10} . Para hacernos una idea, si $a = 2b$ las primeras frecuencias de corte en orden ascendente se distribuyen: $f_c(TE_{10}) < f_c(TE_{01}) = f_c(TE_{20}) < f_c(TE_{11}) = f_c(TM_{11}) \dots$

Finalmente, la impedancia de modo queda como:

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\beta\eta}{k} \quad (4.34)$$

4.2. Guía de ondas integrada en sustrato.

Una guía de ondas integrada en sustrato⁴ es una estructura periódica que intenta aunar las bondades de las guías de onda y de las tecnologías planares. Como

⁴SIW - Substrate Integrated Waveguide, en inglés.

puede verse en la figura 4.3, la estructura de una guía de ondas integrada en sustrato está compuesta por dos filas de cilindros metálicos, embebidos en un sustrato dieléctrico, que conectan dos planos metálicos paralelos. La idea es conseguir una estructura que imite a una guía de ondas convencional (por eso es una estructura cerrada casi por completo por elementos metálicos) y orientada a que se propaguen modos del tipo TE_{m0} en los que la altura del sustrato no afecta a la propagación de la onda (véanse las fórmulas expuestas en la sección 4.1.1), por lo que se puede reducir a medidas típicas para tecnologías planares. Como la altura del sustrato es muy pequeña en comparación con la distancia entre las filas de postes, los modos del tipo TE_{mn} con n diferente de cero tendrán una frecuencia de corte muy elevada, lo que sitúa a estos modos lejos de la frecuencia a la que trabajaremos (aquella en la que se propague únicamente el modo TE_{10}).

Así pues, esta estructura permite una implementación de menor coste y peso de una guía de ondas convencional. Hereda de ésta las bajas pérdidas (por lo menos son más bajas que para otras tecnologías planares) y permite una fácil integración con otros circuitos planares (línea microstrip, línea coplanar, etc.), muy usados en la actualidad, en el mismo sustrato. Existen numerosas referencias para modelar y caracterizar esta estructura, si bien, uno de los más precisos y que se ajusta bastante bien a la realidad es [17].

4.2.1. Características fundamentales.

La primera característica que debe ser señalada es que, en una guía de ondas integrada en sustrato, las discontinuidades que presentan las paredes laterales formadas por los cilindros, evitan que existan corrientes que circulen en el eje \hat{z} (véase la figura 4.3). Por lo tanto, todos los modos que tengan el campo magnético en la dirección \hat{y} , como el TE_{0n} , el TE_{mn} o el TM_{mn} , presentarán significativas pérdidas por fugas si son excitados. De este modo, los modos que deben ser empleados en este tipo de estructura son aquellos de la forma TE_{m0} .

Por otro lado, la pared formada por los cilindros es equivalente eléctricamente a una pared metálica como la que presenta una guía de ondas, si bien, la anchura de la guía de ondas equivalente es, en general, diferente de la distancia entre los centros de los postes que conforman las filas que hacen de paredes laterales a_r . Así pues, podemos establecer una relación entre ambas definiendo el parámetro κ :

$$\kappa = \frac{a_{eq}}{a_r} \quad (4.35)$$

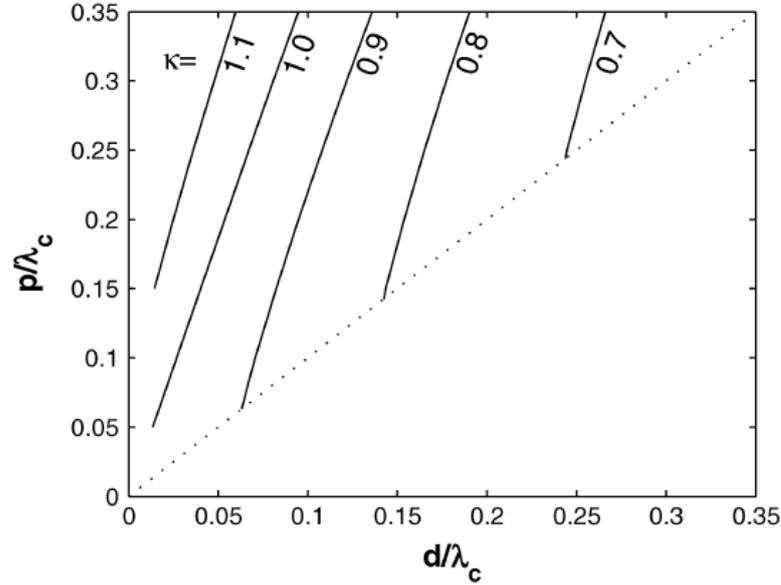


Figura 4.4: Parámetro κ en función de la distancia entre postes y del diámetro de los postes (normalizado a la longitud de onda de corte).

donde a_{eq} es la anchura de la guía de ondas equivalente y a_r es la distancia entre las filas de postes. Las curvas para diferentes valores de κ pueden verse en la figura 4.4, donde el parámetro κ viene dado en función de la distancia entre postes consecutivos de una misma fila normalizada a la longitud de onda de corte de la guía rectangular equivalente (p/λ_c) y en función del diámetro de los postes normalizado a la longitud de onda de corte (d/λ_c), siendo $\lambda_c = 1/f_c\sqrt{\epsilon_r\epsilon_0\mu_0}$. En la gráfica, la línea de puntos delimita una zona que imposibilita la realización física de la estructura por ser mayor el diámetro de los postes que la distancia entre ellos ($d > p$), lo que implicaría que los cilindros se superponen. La figura 4.4 nos da una descripción cualitativa interesante del comportamiento de una guía de ondas integrada en sustrato. Como podemos ver, lo más normal es que el parámetro κ sea menor que 1, lo que supone que la anchura de la guía equivalente es menor que la distancia entre los postes de ambas filas.

Para que la estructura permita el confinamiento de las ondas hay que tener cuidado con la elección de la distancia de separación entre los postes de la fila p . En este sentido, una separación excesiva producirá pérdidas por fugas que imposibilitarán que la estructura funcione como una guía de ondas. Estas pérdidas vienen caracterizadas por el parámetro α_l . En la figura 4.5(a) se pueden ver curvas que representan dichas pérdidas por fugas. Los valores que aparecen han sido obtenidos para el modo TE_{10} funcionando en el centro del ancho de banda de operación ($k_0 = 1,5k_c$, siendo $k_c = 2\pi/\lambda_c$). Así pues, debe escogerse bien el valor de p y d para que las pérdidas por fugas sean asumibles.

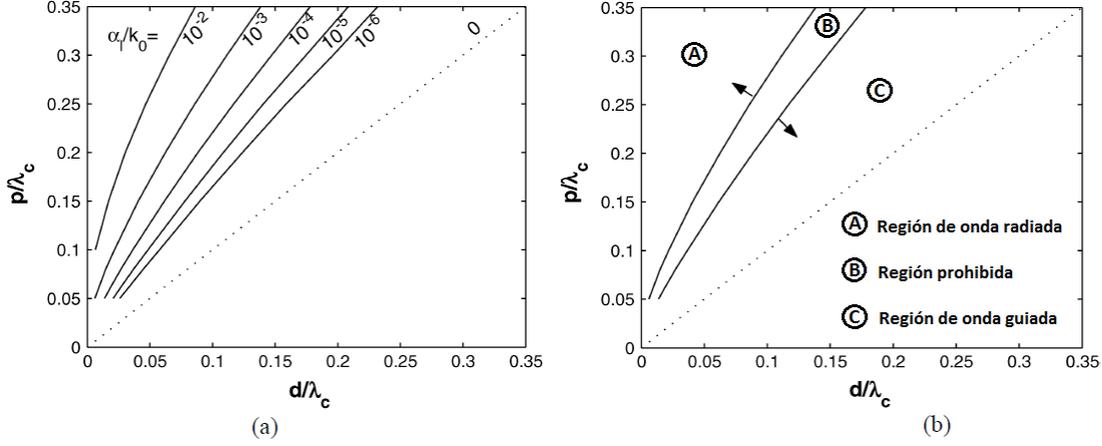


Figura 4.5: (a) Pérdidas por fugas. (b) Regiones de operación.

Las otras pérdidas existentes son las presentes en el dieléctrico y en el conductor. Para calcularlas debemos reescribir las fórmulas empleadas en el apartado 4.1.1 para adaptarse a la nueva estructura (véase [18]). De este modo el resultado es:

$$\alpha_d = \frac{k_0^2 \tan \delta}{2k_z}$$

$$\alpha_c = \frac{R_m}{a_{eq}\eta\sqrt{1 - \frac{k_c^2}{k_0^2}}} \left[\frac{a_{eq}}{b} + 2\frac{k_c^2}{k_0^2} \right] \quad (4.36)$$

donde k_z (la constante de propagación en la guía) y a_{eq} pueden ser obtenidos por el método descrito en [17], $R_m = \sqrt{\omega\mu_0/2\sigma}$, $\eta = \mu_0/\epsilon_r\epsilon_0$, $\tan \delta$ representa el factor de pérdidas en el dieléctrico y σ es la conductividad del metal. Finalmente, las pérdidas totales de la estructura viene dadas como:

$$\alpha = \alpha_l + \alpha_d + \alpha_c \quad (4.37)$$

En la figura 4.5(b) podemos ver las diferentes regiones en las que podemos clasificar a la estructura en función del diámetro de sus postes y de la distancia entre ellos. Vemos que las gráficas que aparecen en la figura 4.5 pueden complementarse. Así pues, si las pérdidas por fugas son muy superiores a las pérdidas debidas al dieléctrico y al conductor, podemos emplear la estructura a modo de antena. Para utilizar la estructura como guía de ondas las pérdidas han de ser bajas y, por lo tanto, deberemos escoger los parámetros p y d para que nos encontremos en la región 3 de la figura 4.5(b). Por el contrario, la región 2 se debe evitar puesto que

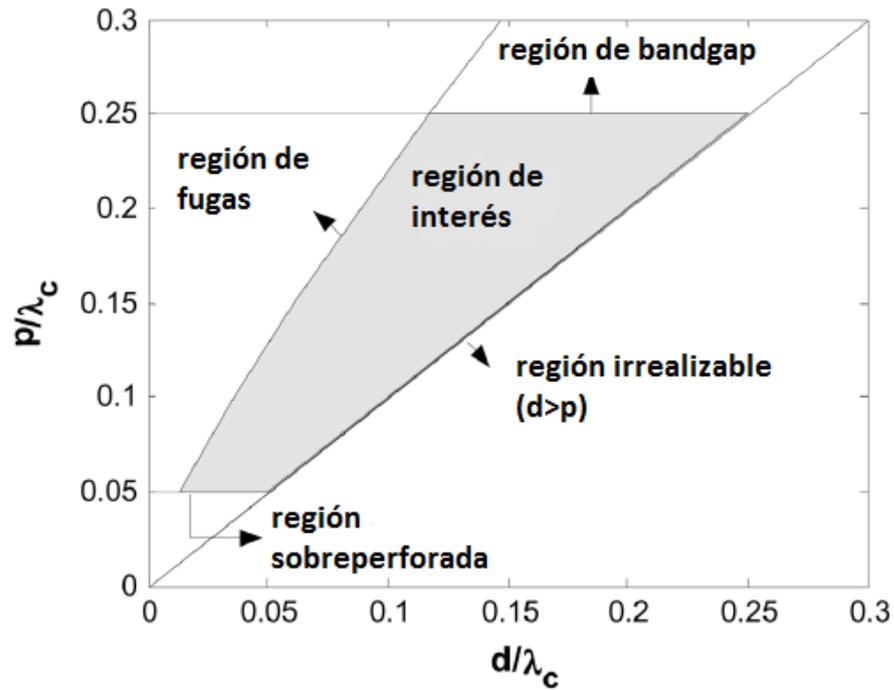


Figura 4.6: Región de interés para el diseño de una guía de ondas integrada en sustrato.

las pérdidas por fugas son muy pequeñas para que funcione bien como antena y son muy elevadas para que actúe como una guía de ondas.

Otro efecto indeseado es el denominado *efecto de bandgap*, el cual, es muy habitual en estructuras periódicas. Son incrementos en las pérdidas que se producen debido a la periodicidad de la estructura. Estos picos se sitúan en $\beta p = n\pi$. Para evitarlo debemos hacer que el primer *bandgap* aparezca en el borde del ancho de banda de operación ($k_0 = 2k_c$). La condición necesaria para que el *bandgap* esté centrado en $2f_c$ es:

$$\frac{p}{\lambda_c} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \quad (4.38)$$

Con todo lo mencionado anteriormente podemos establecer unas reglas de diseño que nos permiten definir una región en la que podemos encontrar los valores válidos para el diámetro de los postes y la separación entre los postes de la fila, tal y como podemos ver en la figura 4.6. Dichas reglas pueden ser agrupadas de la siguiente manera:

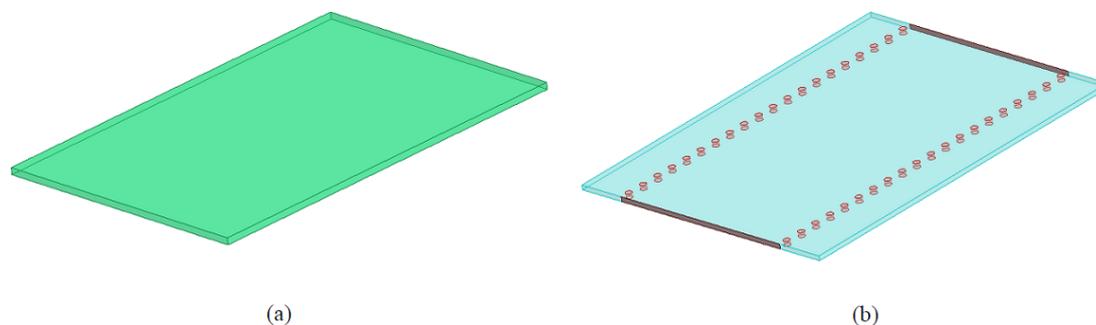


Figura 4.7: (a) Guía de ondas convencional. (b) Guía de ondas integrada en sustrato (SIW).

$$\begin{aligned}
 p &> d \\
 \frac{p}{\lambda_c} &< 0,25 \\
 \frac{\alpha_l}{k_0} &< 10^{-4} \\
 \frac{p}{\lambda_c} &> 0,05
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

La primera regla indica la imposibilidad de fabricar una estructura en la que el diámetro de los postes sea mayor que la distancia entre estos, puesto que los cilindros se superpondrían. La segunda regla permite evitar que el *bandgap* entre dentro del ancho de banda de operación. La tercera regla indica que para que la estructura actúe como una guía de ondas, las pérdidas por fugas deben ser bajas. Finalmente, la cuarta regla busca minimizar el número de cilindros que se usan por el mero hecho de que la estructura no pierda rigidez debido a un elevado número de agujeros (indica un máximo de 20 cilindros por longitud de onda).

4.2.2. Comparación con una guía de ondas convencional.

La equivalencia entre una guía de ondas convencional y una guía de ondas integrada en sustrato fue comprobada por medio de un simulador electromagnético⁵. Así pues, se diseñaron dos guías como las que aparecen en la figura 4.7, con la misma altura del sustrato ($b = 0,508mm$) que tiene una permitividad eléctrica relativa $\epsilon_r = 2,2$. La anchura de la guía de ondas convencional es de 20 mm y la

⁵El simulador usado es el ANSYS HFSS.

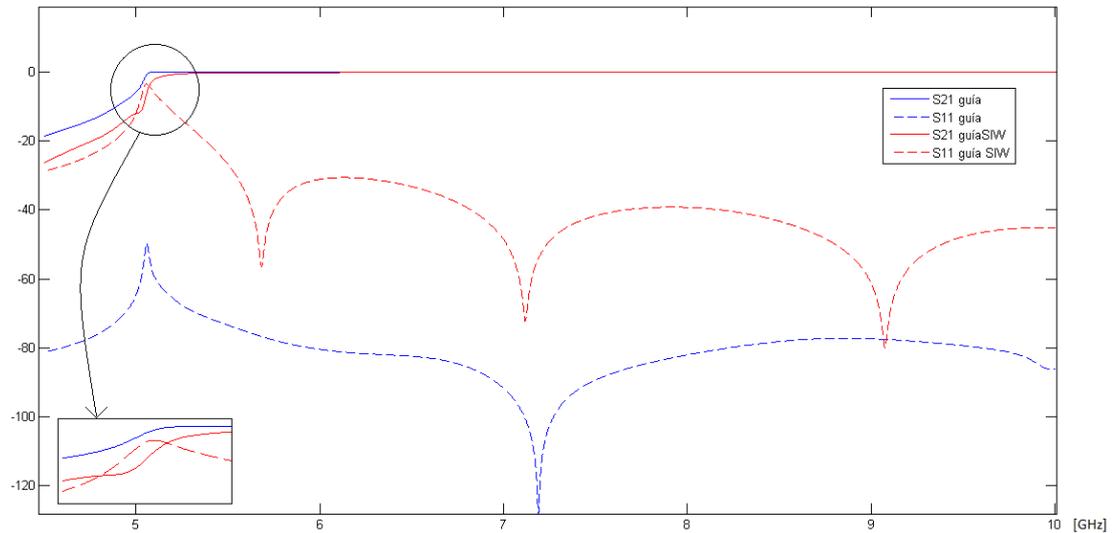


Figura 4.8: Parámetros S de la simulación de ambas estructuras.

distancia entre las filas de postes $a_r = 20mm$. Además, el diámetro de los postes es de $0.7mm$ y la distancia entre los postes de la misma fila $p = 2mm$, por lo que se cumplen las reglas de diseño expuestas en el apartado 4.2.1. Para la simulación se excita el modo TE_{10} y se observan los parámetros S de reflexión y transmisión que pueden verse en la figura 4.8.

Básicamente nos fijaremos en que la frecuencia de corte de la guía de ondas integrada en sustrato es ligeramente superior a la de la guía de ondas, por lo que la anchura equivalente a_{eq} debe ser algo inferior a $20mm$, tal y como se desprende de la ecuación 4.16. La interpretación física de este hecho es que la onda impacta de manera suave con el cilindro penetrando levemente en el espacio entre postes, pero sin adentrarse mucho, de manera que queda confinada en el interior de la estructura.

En concreto, la frecuencia de corte teórica de la guía de ondas convencional es $f_{c_{guia}} = 5,0565GHz$. En la simulación se ha obtenido una frecuencia de corte a 3 dB de valor $f_{c_{guia}} = 5,0360GHz$, mientras que para la guía de ondas integrada en sustrato ésta ha sido $f_{c_{SIW}} = 5,0843GHz$. Si introducimos estos valores en la ecuación 4.17 tenemos que:

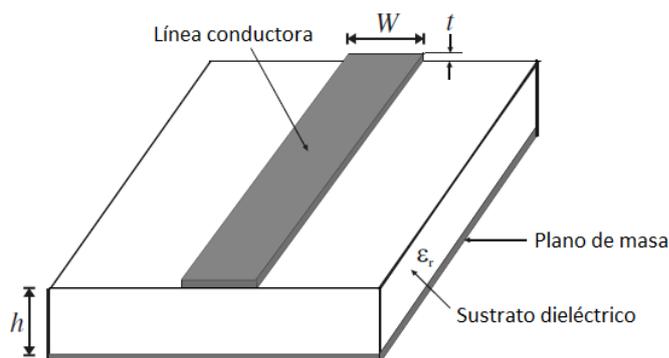


Figura 4.9: Estructura de una línea microstrip.

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{c}{2f_{c_{guia}}\sqrt{\epsilon_r}} = 20,08mm && \text{para la guía de ondas convencional.} \\
 a_{eq} &= \frac{c}{2f_{c_{SIW}}\sqrt{\epsilon_r}} = 19,89mm && \text{para la guía de ondas integrada en sustrato.}
 \end{aligned}
 \tag{4.40}$$

siendo c la velocidad de propagación de la luz en el vacío.

Lo importante de este apartado es ver cómo la guía de ondas integrada en sustrato es equivalente en transmisión a la guía de ondas convencional cuya anchura es algo menor a la separación entre las filas de postes de la guía de ondas integrada en sustrato. En la figura 4.8 podemos ver representados también los parámetros S_{11} para ambos tipos de estructuras, si bien, estos no son relevantes para el estudio que se lleva a cabo.

4.3. Línea microstrip.

La línea microstrip o microtira es una de las líneas de transmisión planares que gozan de mayor popularidad. Esto es debido a la facilidad de fabricación y a la facilidad de integración con otros circuitos de microondas. Para este proyecto éstas líneas resultan útiles pues permiten acoplar la energía a las cavidades resonantes del filtro implementadas en tecnología de guía de ondas integrada en sustrato y permiten el montaje de los conectores. La geometría de la línea microstrip se muestra en la figura 4.9. Vemos pues que se trata de una línea metálica de anchura W y espesor t que se encuentra sobre un sustrato de altura h y permitividad relativa ϵ_r , en cuya parte inferior hay un plano de masa.

En esta estructura, la mayor parte de las líneas de campo se encuentran dentro del dieléctrico, pero hay una pequeña parte que se encuentra en la zona de aire que rodea la línea. Así pues, tenemos que buena parte del campo viajará por dentro del dieléctrico a velocidad $c/\sqrt{\epsilon_r}$, pero otra parte viajará por el aire a velocidad c . De este modo es imposible tener un modo TEM puro, si bien, podemos realizar una aproximación por medio de la teoría de circuitos y definir lo que se denomina modo *cuasi-TEM*. Por lo tanto, en una estructura no homogénea como es la línea microstrip, que posee dos conductores, existe un modo guiado con frecuencia de corte nula que pueden considerarse prácticamente como un modo TEM, ya que la componente longitudinal es muy pequeña frente a la componente transversal. Este modo cuasi-TEM tendrá una velocidad de fase y una constante de propagación que se definen de la manera siguiente:

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \quad (4.41)$$

$$\beta = k_0 \sqrt{\epsilon_{ef}}$$

siendo ϵ_{ef} la constante dieléctrica efectiva de la línea microstrip. Ya que parte de las líneas de campo se encuentran en el dieléctrico y otra parte en el aire, esta constante cumple con la relación:

$$1 < \epsilon_{ef} < \epsilon_r \quad (4.42)$$

4.3.1. Características principales de la línea microstrip.

La constante dieléctrica efectiva de una línea microstrip puede aproximarse como:

$$\epsilon_{ef} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12h/W}} \quad (4.43)$$

Esta constante dieléctrica efectiva puede interpretarse como la constante dieléctrica de un medio homogéneo que reemplaza a las regiones de aire y dieléctrico de la línea microstrip, tal y como puede verse en 4.10.

Conocidas las dimensiones de la línea microstrip puede conocerse la impedancia característica de la manera siguiente:

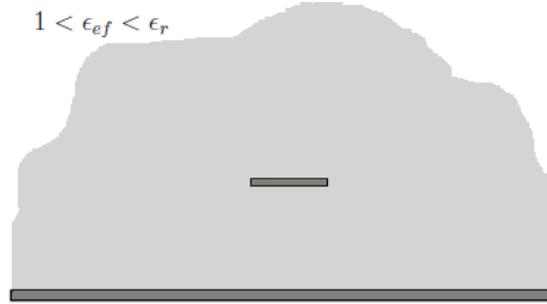


Figura 4.10: Modelo con medio homogéneo de permitividad efectiva ϵ_{ef} .

$$Z_0 = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{ef}}} \ln \left(\frac{8h}{W} + \frac{W}{4h} \right) & \text{para } W/h \leq 1 \\ \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{ef}} [W/h + 1,393 + 0,667 \ln(W/h + 1,444)]} & \text{para } W/h \geq 1 \end{cases} \quad (4.44)$$

Si lo que conocemos es la impedancia característica de la línea Z_0 y la constante dieléctrica ϵ_r , podemos establecer la relación W/h de la siguiente forma:

$$\frac{W}{h} = \begin{cases} \frac{8e^A}{e^{2A} - 2} & \text{para } W/h < 2 \\ \frac{2}{\pi} \left[B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \{ \ln(B - 1) + 0,39 - \frac{0,61}{\epsilon_r} \} \right] & \text{para } W/h > 2 \end{cases} \quad (4.45)$$

donde

$$A = \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0,23 + \frac{0,11}{\epsilon_r} \right)$$

$$B = \frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\epsilon_r}}$$

Considerando la línea microstrip con un modo cuasi-TEM, la atenuación debida a las pérdidas en el dieléctrico viene dada como:

$$\alpha_d = \frac{k_0 \epsilon_r (\epsilon_{ef} - 1) \tan \delta}{2\sqrt{\epsilon_{ef}} (\epsilon_r - 1)} Np/m \quad (4.46)$$

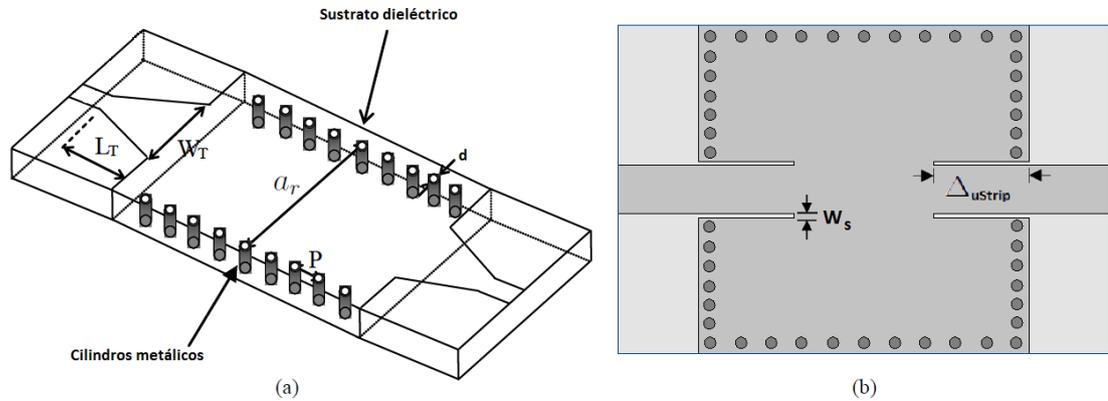


Figura 4.11: (a) Transición entre una línea microstrip y una guía de ondas integrada en sustrato. (b) Transición entre una línea microstrip y una cavidad en tecnología de guía de ondas integrada en sustrato.

siendo $\tan \delta$ la tangente de pérdidas del dieléctrico. Por otro lado, las pérdidas en el conductor pueden ser calculadas de manera aproximada según la siguiente ecuación:

$$\alpha_c = \frac{R_s}{Z_0 W} N p / m \quad (4.47)$$

donde $R_s = \sqrt{\omega \mu_0 / 2 \sigma}$ es la resistividad superficial del conductor. Cabe decir que en la mayoría de las líneas microstrip predominan las pérdidas en el conductor sobre las pérdidas en el dieléctrico.

4.3.2. Transición línea microstrip - guía de ondas integrada en sustrato.

La línea microstrip, tal y como hemos dicho anteriormente, nos sirve para introducir y extraer la energía a nuestro filtro. Existen dos configuraciones muy utilizadas para elaborar el acoplo de entrada/salida que se pueden ver en la figura 4.11. Si bien, la configuración (b) permite un mayor rango de factores de acoplo (permite acoplar más energía).

La transición que aparece en la figura 4.11(a) se denomina taper. Esta configuración es muy usada para elaborar filtros in-line con guía de ondas integrada en sustrato. Para que la adaptación de la onda a la guía de ondas integrada en sustrato sea la correcta deben cumplirse las siguientes reglas [19]:

$$\frac{W_T}{(a_r - d)} \approx 0,4 \quad (4.48)$$

$$\frac{\lambda_g}{2} < L_T < \lambda_g$$

Vemos pues que esto provoca que haya que añadir un tramo de línea de longitud considerable (mayor de $\lambda_g/2$) y un pequeño tramo de guía de ondas integrada en sustrato antes del primer resonador, por lo que el tamaño de la estructura global se incrementa considerablemente.

Como alternativa se plantea el diseño de la figura 4.11(b), que será el que utilizemos en nuestro proyecto. En este diseño la línea microstrip se introduce directamente en el primer y el último resonador, por lo que no es necesario un tramo mayor que una línea $\lambda_g/4$ para adaptar impedancias y, sobre todo, para evitar la propagación de modos superiores (darle espacio a los modos evanescentes para que dejen de propagarse) y tener espacio suficiente para la conexión del conector coaxial que colocamos a la entrada y a la salida de nuestro filtro. Así pues, con este diseño, la estructura es mucho más compacta, por lo que es deseable para filtros de cavidades en tecnología de guía de ondas integrada en sustrato. Además, tal y como veremos más adelante, este tipo de acoplo de entrada permite obtener valores de acoplos mucho mayores a los de la línea taper ya que permite introducir la energía allí donde el campo es más intenso para el modo TE_{10} , el centro del resonador.

4.4. Cavidad rectangular de guía de ondas.

En el diseño de nuestro filtro se utilizan cavidades cuadradas en tecnología de guía de ondas integrada en sustrato. Puesto que la guía de ondas integrada en sustrato reúne las características de una guía de ondas convencional para el modo TE_{10} , analizaremos las principales características de la cavidad rectangular a fin de comprender el funcionamiento de una cavidad realizada por medio de guía de ondas integrada en sustrato.

La geometría de una cavidad rectangular se muestra en la figura 4.12. Como se puede ver, la cavidad rectangular consiste en una guía de ondas de longitud d cortocircuitada en ambos extremos ($z = 0, d$). Analizaremos primero las frecuencias de resonancia de la cavidad asumiendo que ésta es sin pérdidas y después añadiremos las pérdidas para el cálculo del factor de calidad Q .

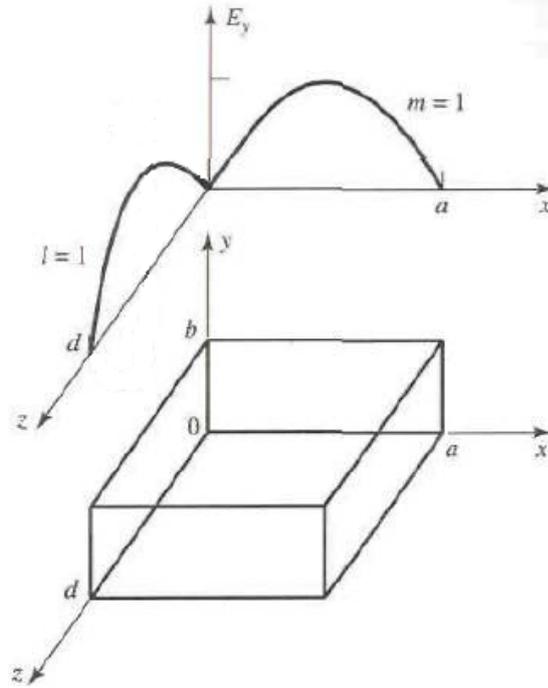


Figura 4.12: Cavidad rectangular resonante y la distribución de campo eléctrico para el modo resonante TE_{101} .

Como vimos en el apartado 4.1, los campos eléctricos transversales (E_x, E_y) para los modos TE_{mn} o TM_{mn} de la guía rectangular pueden expresarse como:

$$\bar{E}_t(x, y, z) = \bar{e}(x, y) [A^+ e^{-j\beta_{mnl}} + A^- e^{-j\beta_{mnl}}] \quad (4.49)$$

donde $\bar{e}(x, y)$ es la variación transversal del modo y A^+, A^- son las amplitudes arbitrarias de las ondas que viajan en sentido positivo y negativo según el eje \hat{z} . La constante de propagación puede obtenerse por medio de 4.32.

Aplicando la condición de contorno $\bar{E}_t = 0$ en $z = 0$ a 4.49, tenemos que $A^+ = -A^-$. Posteriormente, la condición $\bar{E}_t = 0$ en $z = d$ implica que:

$$\bar{E}_t(x, y, d) = -\bar{e}(x, y) A^+ 2j \sin \beta_{mnl} = 0 \quad (4.50)$$

La única solución no trivial para la ecuación anterior se produce cuando:

$$\beta_{mnl} d = l\pi, \quad l = 1, 2, 3, \dots \quad (4.51)$$

lo que implica que la cavidad debe tener como longitud un múltiplo entero de $\lambda_g/2$ a la frecuencia de resonancia. Así pues, los modos resonantes de la cavidad se denominan como TE_{mnl} y TM_{mnl} , donde los índices indican el número de variaciones en el patrón de onda estacionaria en los ejes x, y, z, respectivamente. La frecuencia de resonancia para los modos de la cavidad rectangular se calcula como:

$$f_{mnl} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2} \quad (4.52)$$

Si $b < a < d$, el modo dominante es el TE_{101} que corresponde al modo dominante TE_{10} de una guía de ondas cortocircuitada de longitud $\lambda_g/2$. El modo TM dominante es el TM_{110} . A nosotros nos interesarán los modos TE_{m0l} ya que los modos TM no pueden ser propagados en una guía de ondas integrada en sustrato y puesto que la altura del sustrato es pequeña, por lo que la frecuencia de resonancia de modos TE_{mnl} , con n diferente de cero, será elevada y no nos afectará. De este modo, el campo será constante verticalmente (tendremos un problema bidimensional).

Para calcular el factor de calidad para el modo TE_{10l} partimos de las ecuaciones planteadas en el apartado 4.1.1, de la ecuación 4.49 y del hecho de que $A^- = -A^+$. Los campos totales para el modo resonante TE_{10l} pueden escribirse como:

$$\begin{aligned} E_y &= E_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{l\pi z}{d} \\ H_x &= \frac{-jE_0}{Z_{TE}} \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{l\pi z}{d} \\ H_z &= \frac{j\pi E_0}{k\eta a} \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{l\pi z}{d} \end{aligned} \quad (4.53)$$

donde $E_0 = -2jA^+$. Podemos ver que los campos forman ondas estacionarias dentro de la cavidad, por lo que podemos calcular el factor de calidad al hallar la energía magnética y eléctrica almacenada y las pérdidas de potencia en las paredes del conductor y en el dieléctrico.

La energía eléctrica almacenada es:

$$W_e = \frac{\epsilon}{4} \int_V E_y E_y^* dv = \frac{\epsilon abd}{16} E_0^2 \quad (4.54)$$

mientras que la energía almacenada es:

$$W_m = \frac{\mu}{4} \int_V (H_x H_x^* + H_z H_z^*) dv = \frac{\mu abd}{16} E_0^2 \left(\frac{1}{Z_{TE}^2} + \frac{\pi^2}{k^2 \eta^2 a^2} \right) \quad (4.55)$$

Como $Z_{TE} = k\eta/\beta$ y $\beta = \beta_{10} = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$, la expresión entre paréntesis puede ser reducida:

$$\left(\frac{1}{Z_{TE}^2} + \frac{\pi^2}{k^2 \eta^2 a^2} \right) = \frac{\beta^2 + (\pi/a)^2}{k^2 \eta^2} = \frac{1}{\eta^2} = \frac{\epsilon}{\mu}$$

y, por lo tanto, $W_e = W_m$. De este modo, la energía eléctrica y magnética almacenada es igual en resonancia, de manera análoga a lo que ocurre con resonadores RLC.

Para pérdidas pequeñas, podemos encontrar la potencia disipada en las paredes de la cavidad empleando el método de perturbación descrito en [1, Cap. 2]. Así pues, la potencia que se pierde por las paredes metálicas de la cavidad es:

$$P_c = \frac{R_s}{2} \int_{\text{paredes}} |H_t|^2 ds \quad (4.56)$$

donde $R_s = \sqrt{\omega\mu_0/2\sigma}$ es la resistividad superficial de las paredes metálicas y H_t es la componente tangencial del campo magnético en la superficie de las paredes. Introduciendo H_x y H_z de la ecuación 4.53 en la fórmula anterior, tenemos que:

$$\begin{aligned} P_c &= \frac{R_s}{2} \left\{ 2 \int_{y=0}^b \int_{x=0}^a |H_x(z=0)|^2 dx dy + 2 \int_{z=0}^d \int_{y=0}^b |H_z(x=0)|^2 dy dz \right. \\ &\quad \left. + 2 \int_{z=0}^d \int_{x=0}^a [|H_x(y=0)|^2 + |H_z(y=0)|^2] dx dz \right\} \quad (4.57) \\ &= \frac{R_s E_0^2 \lambda^2}{8\eta^2} \left(\frac{l^2 ab}{d^2} + \frac{bd}{a^2} + \frac{l^2 a}{2d} + \frac{d}{2a} \right) \end{aligned}$$

donde se ha usado la simetría de la cavidad para hacer dobles las contribuciones de las paredes en $x = 0$, $y = 0$ y $z = 0$, teniendo en cuenta de este modo las

contribuciones de las paredes en $x = a$, $y = b$ y $z = d$. En este momento, el factor de calidad debido a las pérdidas en los conductores Q_c puede ser calculado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} Q_c &= \frac{2\omega_0 W_e}{P_c} = \frac{k^3 abd\eta}{4\pi^2 R_s} \frac{1}{[(l^2 ab/d^2) + (bd/a^2) + (l^2 a/2d) + (d/2a)]} \\ &= \frac{(kad)^3 b\eta}{2\pi^2 R_s} \frac{1}{(2l^2 a^3 b + 2bd^3 + l^2 a^3 d + ad^3)} \end{aligned} \quad (4.58)$$

Para calcular ahora las pérdidas en el dieléctrico tendremos en cuenta que un dieléctrico con pérdidas presenta una conductividad efectiva $\sigma = \omega\epsilon'' = \omega\epsilon_r\epsilon_0 \tan \delta$, donde $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon_r\epsilon_0(1 - j \tan \delta)$ y $\tan \delta$ es la tangente de pérdidas del material. Así pues, la potencia disipada en el dieléctrico es:

$$P_d = \frac{1}{2} \int_V \bar{J} \bar{E} * dv = \frac{\omega\epsilon''}{2} \int_V |\bar{E}|^2 dv = \frac{abd\omega\epsilon'' |E_0|^2}{8} \quad (4.59)$$

donde \bar{E} viene dado en la ecuación 4.53. Después, podemos calcular el factor de calidad Q_d debido a las pérdidas en el dieléctrico de la siguiente manera:

$$Q_d = \frac{2\omega W_e}{P_d} = \frac{\epsilon'}{\epsilon''} = \frac{1}{\tan \delta} \quad (4.60)$$

Finalmente, el factor de calidad Q que engloba las pérdidas presentes en el conductor y en el dieléctrico es:

$$Q = \left(\frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d} \right)^{-1} \quad (4.61)$$

4.5. Estudio de los parámetros de diseño.

En este apartado presentamos un estudio de los parámetros de diseño que serán utilizados posteriormente para la implementación de nuestros filtros. Así pues, mostraremos cómo se obtienen las dimensiones de cada uno de los elementos de nuestra estructura para obtener una respuesta dada. El primer paso será ver cómo conseguimos una cierta frecuencia de resonancia para nuestra cavidad a

partir de las dimensiones de la misma. A continuación, veremos los diferentes tipos de acoplos que podemos conseguir y mostraremos un estudio del factor de acoplo que se obtiene para diferentes separaciones de los postes. Finalmente, veremos un estudio del factor de calidad externo que nos indica cuánta energía intercambia nuestro circuito con el exterior y que es necesario para realizar el acoplo de entrada y de salida.

4.5.1. Tamaño de la cavidad.

La frecuencia de resonancia de nuestra cavidad variará en función del tamaño de la misma. Del mismo modo que demostramos que, bajo ciertas condiciones, una guía de ondas integrada en sustrato era equivalente a una guía de ondas convencional, ahora diremos que una cavidad en tecnología de guía de ondas integrada en sustrato se comporta de manera equivalente a una cavidad construida a partir de una guía de ondas convencional para el modo resonante TE_{101} , que es el que nos interesa. Así pues, la frecuencia de resonancia de la cavidad en guía de ondas integrada en sustrato puede determinarse de la siguiente manera [20]:

$$f_0 = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\frac{1}{a_{eq}^2} + \frac{1}{l_{eq}^2}} \quad (4.62)$$

donde:

$$a_{eq} = a - \frac{1,08d^2}{p} + \frac{0,1d^2}{a} \quad l_{eq} = l - \frac{1,08d^2}{p} + \frac{0,1d^2}{l} \quad (4.63)$$

a y l son la anchura y la longitud de una cavidad de guía de ondas integrada en sustrato para el modo TE_{101} . a_{eq} y l_{eq} son la anchura y la longitud que tendría una cavidad rectangular de guía de ondas convencional para que su frecuencia de resonancia fuera la misma. En nuestro caso, como implementaremos nuestros filtros con cavidades cuadradas para tener menos variables en el diseño, tendremos que $a = l$. Finalmente, recordar que d es el diámetro del cilindro, p es la separación entre dos cilindros consecutivos de una misma fila, c es la velocidad de la luz en el vacío y ϵ_r es la permitividad dieléctrica relativa del sustrato.

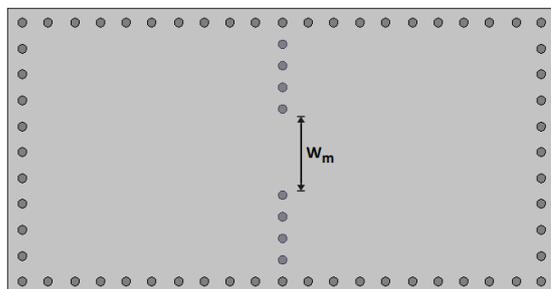


Figura 4.13: Acoplo inductivo(magnético) entre cavidades.

4.5.2. Tipos de acoplos.

En el capítulo 3 vimos que la matriz de acoplos M nos permitía establecer una representación eléctrica de nuestro filtro de cavidades. Así pues, en este apartado veremos cómo podemos obtener los coeficientes de acoplo que integran dicha matriz de acoplos para la tecnología de guía de ondas integrada en sustrato. Veremos dos tipos de acoplos que nos permitirán realizar acoplos con signo positivo y con signo negativo. El primero se trata de un acoplo inductivo, que para nosotros será positivo, y el segundo es un acoplo mixto en el que haremos que predomine el acoplo capacitivo sobre el inductivo para conseguir que el acoplo sea negativo.

Para este estudio se utilizan conductores perfectos para las vías cilíndricas, así como para las láminas de metal que cierran el sustrato por arriba y por abajo. El sustrato es Duroid ($\epsilon_r = 2,2$) sin pérdidas ($\tan \delta = 0$) de altura $h = 0,787mm$, el diámetro de las vías cilíndricas es $d = 0,6mm$ y la separación entre ellas es de $1,5mm$. El estudio se ha realizado para el entorno de los 8GHz (será la frecuencia central de los diseños posteriores) con dieléctrico y conductor perfectos para agilizar las simulaciones [con el programa Ansys High Frequency Structure Simulator (HFSS)] y porque se ha comprobado que no afecta demasiado al resultado final.

Acoplo inductivo.

En la figura 4.13 podemos ver la configuración que tiene un acoplo inductivo (magnético). Como observamos, existe una fila de cilindros que divide ambas cavidades de manera que permite el intercambio de energía entre ellas por medio de una apertura o iris de anchura W_m . Conforme aumentemos la anchura W_m disminuyendo la distancia entre los postes que dividen las cavidades, el acoplo será más intenso, pero debemos tener cuidado porque esto hace que ambas cavidades sean más grandes eléctricamente puesto que el campo se desborda a través

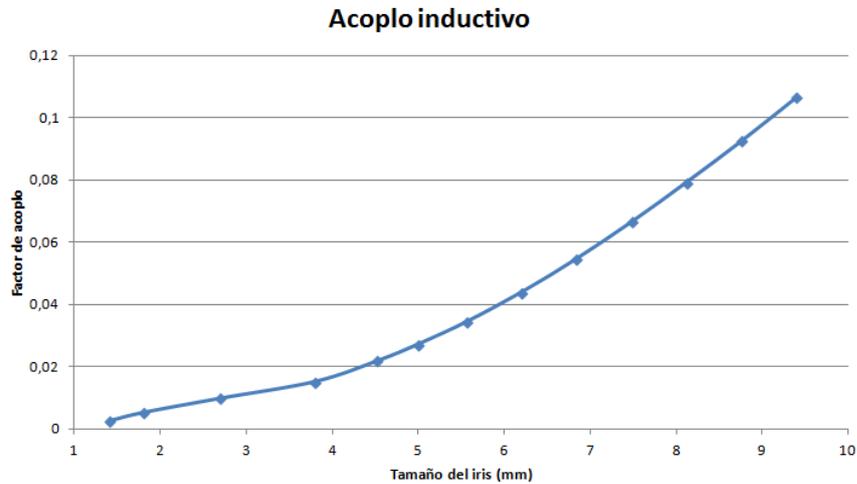


Figura 4.14: Factor de acoplo en función del tamaño del iris (apertura entre los postes centrales).

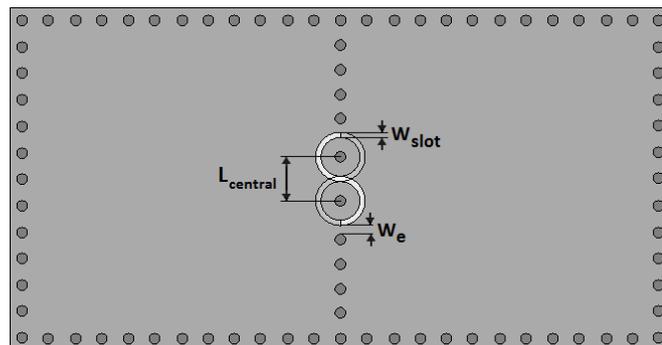


Figura 4.15: Acoplo mixto entre cavidades.

de la abertura central y, por lo tanto, este hecho puede variar la frecuencia de resonancia de la cavidad.

Para extraer el acoplo se realizan simulaciones para obtener los autovalores del circuito cambiando el valor de W_m . Las dos primeras frecuencias que aparecen en dicho análisis son aquellas que deben introducirse en la ecuación 3.79. Los resultados obtenidos en diferentes simulaciones se muestran en la figura 4.14.

Acoplo mixto.

La estructura empleada para hacer el acoplo mixto [21] se muestra en la figura 4.15. Nosotros empleamos esta estructura para lograr que el acoplo sea predomi-

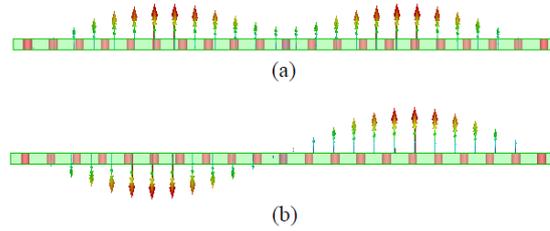


Figura 4.16: (a) Modo de resonancia par. (b) Modo de resonancia impar.

nantemente capacitivo (eléctrico). Como podemos ver, entre los postes centrales aparece un slot en forma de S que se coloca tanto en la capa superior de metal, como en la capa inferior, pero estando en espejo una S con respecto a la otra. Es como dibujar un ocho en dos pasos, dibujando primero una S y después la S espejo de la dibujada. Entre este slot y la vía cilíndrica más cercana de la pared que divide ambas cavidades se crea un acoplo eléctrico que es más intenso cuanto más cerca se encuentren.

Por otro lado tenemos un acoplo inductivo que se crea por medio del iris que existe entre la vía central y la primera vía del muro que divide ambas cavidades. Este acoplo inductivo será más intenso cuanto mayor sea la separación entre ambos postes. Así pues, a medida que el acoplo inductivo aumenta, al separar ambos postes, el acoplo capacitivo disminuye hasta que llegan a cancelarse y, después, pasa a predominar el acoplo inductivo. Esta situación es la que intentaremos evitar, pues como hemos dicho, utilizamos el acoplo mixto para lograr un acoplo que sea predominantemente capacitivo. Además, a medida que separamos las vías centrales que se encuentran por dentro de los slots conseguimos que el acoplo capacitivo sea mayor al ser mayor la longitud de los slots.

Para las simulaciones empleamos una anchura para los slots $W_{slot} = 0,3mm$. Lo que hacemos es probar con diferentes distancias entre las vías centrales que se encuentran por dentro de los slots ($L_{central}$) y, para cada distancia, vamos haciendo mayor la separación entre el slot y el primer poste de la pared que divide ambas cavidades (vamos incrementando W_e). Al ir incrementando W_e vamos debilitando el acoplo eléctrico y fortaleciendo el acoplo magnético hasta que llega un punto en el que éste último se impone. Esta situación no nos interesa, por lo que cuando el acoplo inductivo sea mayor dejaremos de incrementar la distancia W_e . Para identificar cuándo un acoplo es inductivo o cuándo capacitivo se utilizan los modos par e impar de la resonancia, que pueden verse en la figura 4.16. Si la primera resonancia (la de más baja frecuencia) se corresponde con el modo par resonante, entonces tenemos un acoplo inductivo y la segunda frecuencia resonancia se corresponderá con el modo impar resonante. Sin embargo, si la primera frecuencia de resonancia está asociada al modo impar de la resonancia, el acoplo

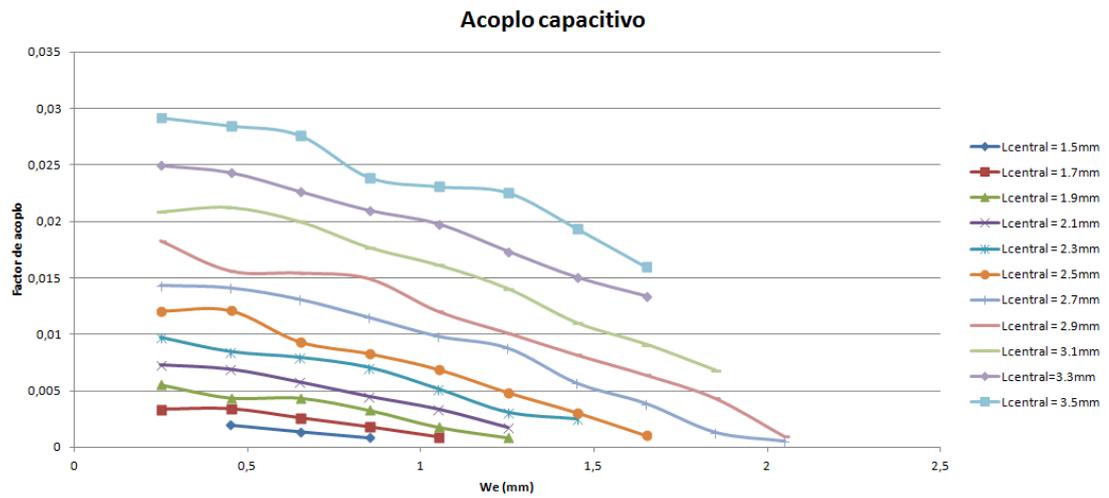


Figura 4.17: Factor de acoplo en función de la distancia del slot al primer poste lateral.

será capacitivo y la segunda frecuencia de resonancia se corresponderá con un modo par.

En la figura 4.17 se pueden ver los resultados obtenidos en las simulaciones para varias separaciones entre las vías centrales que se encuentran por dentro de los slots. Como habíamos mencionado anteriormente, el factor de acoplo disminuye conforme W_e aumenta y es mayor cuanto más grande es la distancia entre los postes centrales $L_{central}$ ya que el tamaño de los slots también aumenta. Para calcular el factor de acoplo se utiliza la ecuación 3.82, donde f_e es la primera frecuencia de resonancia que obtenemos por medio del análisis de autovalores del circuito de la figura 4.15 y f_m es la segunda frecuencia de resonancia que aparece.

4.5.3. Factor de calidad externo.

Para extraer el factor de calidad externo al circuito de la figura 4.11(b) con $W_s = 0,2mm$, aplicamos el método descrito en la sección 3.3.3. El factor de calidad externo nos indica cómo se inserta y se extrae energía del circuito, por lo que es un parámetro de diseño fundamental. En nuestro caso, nos indica cómo debemos acoplar la energía al primer y al último resonador utilizando la configuración de la figura 4.11(b). En este punto podemos añadir que se realizó un estudio de cómo influye la dimensión de W_s para valores de 0.2mm, 0.25mm y 0.3mm. El resultado es que apenas varía el factor de calidad externo, por lo que se debe elegir un valor suficientemente grande para que sea posible su construcción y lo suficientemente pequeño para que no afecte a la resonancia de la cavidad.

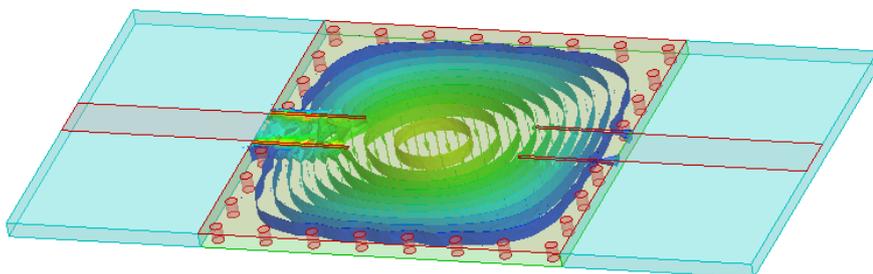


Figura 4.18: Vista del acoplo de energía de la línea microstrip a la cavidad resonante.

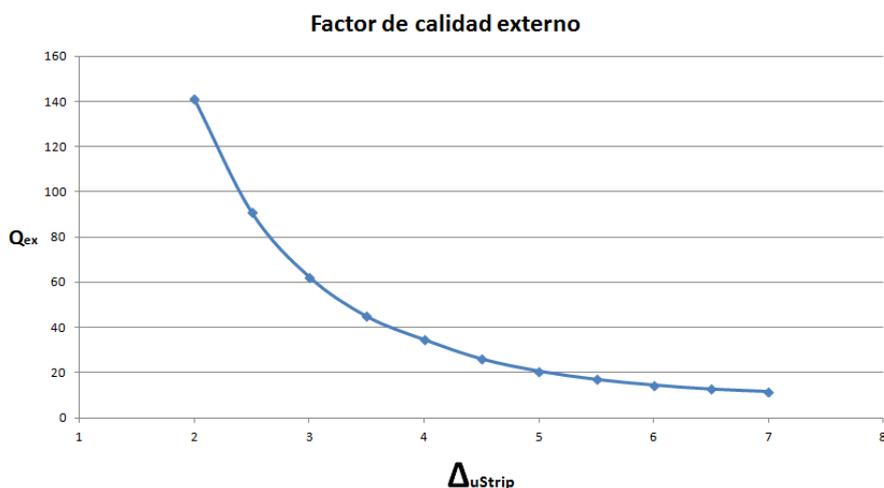


Figura 4.19: Factor de calidad externo en función de lo que se prolonga la línea microstrip.

Para las simulaciones empleamos una línea microstrip de 50Ω que se introduce hacia el centro de la cavidad. Con esto logramos acoplar más energía a la cavidad consiguiendo unos factores de acoplo altos (o factor de calidad externo bajos) que no pueden implementarse por medio de la línea en taper que presentamos en 4.3.2. Así pues, la idea de este tipo de acoplo de entrada/salida es que la línea microstrip pueda llegar a la zona en la que el campo es más intenso dentro de la cavidad resonante, tal y como vemos en la figura 4.18. Cuando más se introduzca la línea microstrip en la cavidad, menor será el factor de calidad externo y más energía se podrá acoplar.

Los resultados de las simulaciones pueden verse en la figura 4.19. Manteniendo las dimensiones de la cavidad y la anchura del slot W_s constantes, variamos el parámetro Δ_{uStrip} permitiendo que la línea microstrip se introduzca más en la cavidad.

Capítulo 5

Realizaciones de filtros.

En este capítulo mostraremos el proceso de realización de dos filtros paso banda con respuesta de Chebyshev generalizada. Los filtros desarrollados son de orden cuatro, que será construido y medido, y de orden seis, el cual será sólo simulado. Ambos son filtros simétricos que presentan dos ceros de transmisión y cuatro ceros de transmisión respectivamente. Para la obtención de la matriz de acoplos \mathbf{M} y de las frecuencias de resonancia de cada cavidad se ha hecho uso del software desarrollado por el departamento de teoría de la señal de la universidad que implementa la teoría que presentamos en el apartado 3.2.

Así pues, los pasos seguidos para la realización de nuestros filtros pueden resumirse de la siguiente manera:

1. Elección de los parámetros de diseño: orden del filtro N , rizado del parámetro S_{11} en la banda de paso (son las pérdidas de retorno L_R en la banda de paso), posición de los ceros de transmisión, frecuencia central f_0 y ancho de banda Δf ($FBW = \Delta f / f_0$).
2. Se introducen los parámetros de diseño en el software desarrollado por el departamento [7]. Como resultado se obtiene la matriz de acoplos extendida \mathbf{M} , de dimensiones $(N+2) \times (N+2)$, así como las frecuencias de resonancia de cada cavidad.
3. Haciendo uso de las fórmulas y tablas que desarrollamos en el apartado 4.5 obtenemos los parámetros de diseño de nuestro filtro (dimensión de las cavidades, factores de calidad externo a la entrada y a la salida de nuestro filtro y factores de acoplo, con su signo, entre las distintas cavidades).

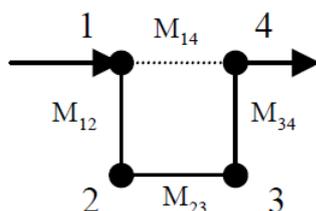


Figura 5.1: Diagrama de un filtro de orden 4 con dos ceros de transmisión simétricos.

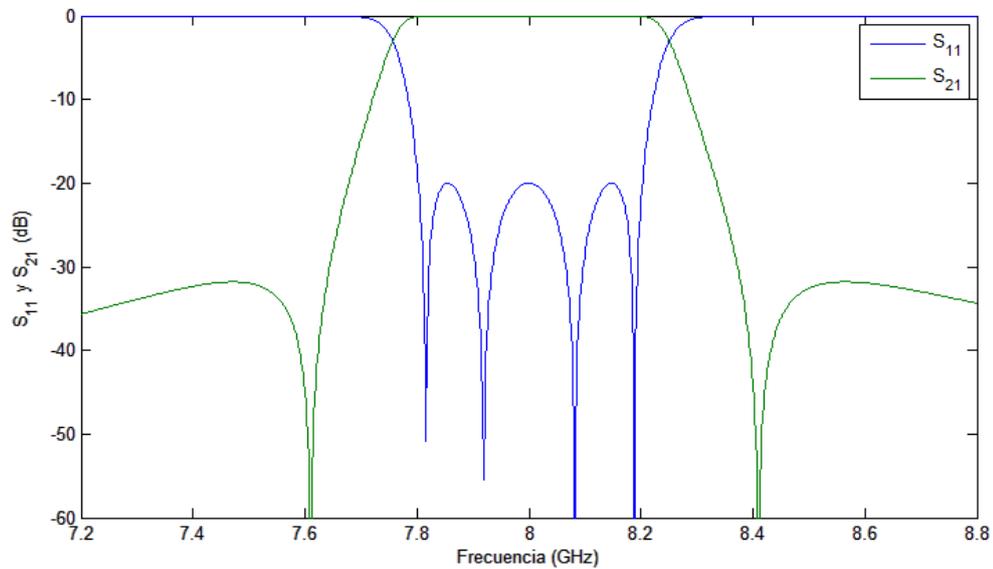
4. Diseño y simulación (obtención de los parámetros de dispersión S) de nuestro filtro por medio del software *Ansys High Frequency Structure Simulator (HFSS)*. Los materiales empleados en este paso son: sustrato de RT/duroid 5880, metalizaciones de cobre y vías (postes) de estaño.
5. Optimización de la respuesta obtenida variando levemente las variables del diseño (incremento de la línea microstrip hacia el interior de la cavidad de entrada/salida, anchura de las cavidades, tamaño del iris entre cavidades, etc.) hasta conseguir la respuesta deseada.
6. Construcción física del filtro y medida de los parámetros de dispersión S .

Las características comunes a ambos diseños pueden resumirse de la manera siguiente:

- El sustrato empleado es RT/duroid 5880 de altura $h = 0,787mm$, permitividad eléctrica relativa $\epsilon_r = 2,2 \pm 0,02$ y tangente de pérdidas $\tan \delta = 0,009$.
- Las metalizaciones han sido fabricadas en cobre de espesor $t = 35\mu m$ y conductividad $\sigma = 58000000$ siemens/m.
- Las vías o postes de diámetro $d = 0,6mm$ han sido fabricados con estaño de conductividad $\sigma = 8670000$ siemens/m.

5.1. Filtro de orden cuatro.

El primero de los diseños es un cuadruplete, es decir, un filtro de orden cuatro simétrico con dos ceros de transmisión como el que representado en la figura 5.1. Como vemos, presenta un acoplo cruzado M_{14} , que es el que nos permite establecer los ceros de transmisión (*controla* la posición los ceros de transmisión

Figura 5.2: Parámetros S ideales.

de modo que si el acoplo es más intenso éstos se acercan a la frecuencia central), y tres acoplos directos M_{12} , M_{23} y M_{34} , de los cuales $M_{12} = M_{34}$ al ser el filtro simétrico. Además, dicha simetría implica que las frecuencias de resonancia de cada cavidad f_i serán iguales a la frecuencia central del filtro f_0 , por lo que el filtro se denomina de sintonía síncrona.

Los parámetros elegidos para el diseño de este filtro son:

Orden del filtro	$N = 4$
Pérdidas de retorno en la banda de paso	$L_R = 20$ dB
Ceros de transmisión	$(+2,0j, -2,0j)$
Frecuencia central del filtro	$f_0 = 8$ GHz
Ancho de banda	$\Delta f = 400$ MHz

Hay que señalar que la banda de paso viene a ser el ancho de banda de nuestro filtro, por lo que exigimos que las pérdidas de retorno estén en un valor de 20 dB en una franja de 400MHz en torno a la frecuencia central. Por otro lado, los ceros de transmisión se definen de forma relativa al ancho de banda, por lo que al situarse en $(+2,0j, -2,0j)$ estarán posicionados 400MHz a derecha e izquierda de la frecuencia central de nuestro filtro. Con estas especificaciones el resultado que obtenemos para la matriz de acoplos al usar el software desarrollado por el departamento e implementado en Matlab es:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0,2289 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2289 & 0 & 0,0435 & 0 & -0,0085 & 0 \\ 0 & 0,0435 & 0 & 0,0384 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0384 & 0 & 0,0435 & 0 \\ 0 & -0,0085 & 0 & 0,0435 & 0 & 0,2289 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2289 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Esta matriz de acoplos se encuentra desnormalizada (ya ha sido multiplicada por ancho de banda fraccional FBW), por lo que los valores de los acoplos obtenidos ya son paso banda. Además, podemos ver que la matriz de acoplos es simétrica con respecto a la diagonal secundaria, tal y como debe ser puesto que el cuadruplete es un circuito recíproco. Por otro lado, a partir de la matriz de acoplos \mathbf{M} podemos sacar los factores de calidad externos para la entrada/salida empleando la ecuación 3.68 y teniendo en cuenta la desnormalización que se ha llevado a cabo en la matriz de acoplos:

$$Q_{ex,in} = \frac{1}{M_{S1}^2} = \frac{1}{0,2289^2} = 19,0857 = \frac{1}{M_{4L}^2} = Q_{ex,out} \quad (5.2)$$

Como el filtro es simétrico las frecuencias de resonancia de cada filtro son iguales a la frecuencia central, por lo tanto los valores obtenidos son $f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = f_0 = 8GHz$.

La respuesta ideal que obtenemos a partir del programa de Matlab es la que podemos ver en la figura 5.2. En ella podemos ver que la respuesta está centrada en 8GHz, teniendo un cero de transmisión en 7.6GHz y su simétrico en 8.4GHz. La pérdidas de retorno en la banda de paso se mantienen por encima de los 20 dB en la banda de paso y se aprecian los cuatro ceros de reflexión en la banda de paso ya que tenemos cuatro resonadores.

Así pues, teniendo en cuenta que las cavidades que deseamos implementar son cuadradas ($a_{eq} = l_{eq}$) podemos hacer uso de las ecuaciones 4.62 y 4.63 para encontrar el ancho de la cavidad de guía de ondas integrada en sustrato ($a = l$) para una distancia entre vías $p = a/10$ y un diámetro de los postes $d = 0,6mm$. Estas ecuaciones pueden ser reescritas despejando el valor de la anchura de la cavidad del siguiente modo:

$$a_{eq} = \frac{c\sqrt{2}}{2f_0\sqrt{\epsilon_r}} \quad a = \frac{a_{eq} + \sqrt{a_{eq}^2 + 4 \cdot 10,7d^2}}{2} \quad (5.3)$$

Resolviendo las ecuaciones, obtenemos que la anchura de la cavidad es $a = 17,87mm$.

Para obtener los factores de acoplo positivos, haremos uso del acoplo inductivo. De este modo, nos fijaremos en las figuras 4.13 y 4.14 para establecer las dimensiones de los diferentes elementos que intervienen en el acoplo inductivo. La distancia entre las vías que forman el iris se establece fijando el valor del iris necesario en función del factor de acoplo, fijando el número de vías a cada lado del iris a cuatro y estableciendo la distancia entre las vías de tal forma que se respete tanto el iris necesario como la anchura de la cavidad. Como notación utilizaremos p_{ij} para identificar a la distancia entre los postes que forman el iris que se establece entre el resonador i y el resonador j , es decir, $p_{ij} = [(a - w_{m_{ij}})/2 - d/2]/4$. Los valores de diseño obtenidos se recogen en la siguiente tabla:

Factor de acoplo	Iris - $w_{m_{ij}}$	Separación entre vías p_{ij}
$M_{12} = M_{34} = 0,0435$	$w_{m_{12}} = w_{m_{34}} = 6,4mm$	$p_{12} = p_{34} = 1,35875mm$
$M_{23} = 0,0384$	$w_{m_{12}} = 5,9mm$	$p_{23} = 1,42125mm$

Para obtener el acoplo negativo se empleará el acoplo mixto que será predominantemente capacitivo. De este modo nos fijaremos en las figuras 4.15 y 4.17 para obtener los parámetros de diseño. El único acoplo capacitivo será el que se produce entre el resonador 1 y el resonador 4. La diferencia en el signo entre el M_{14} , que pertenece al acoplo cruzado, y el M_{23} , que se encuentra en el camino principal de acoplo, hace que podamos tener un par de ceros de transmisión, ya que si ambos acoplos fueran del mismo signo tendríamos un par de ceros de ecualización situados de manera simétrica con respecto al eje $s = j\Omega$. Siguiendo el mismo procedimiento que empleamos para los acoplos inductivos (con $p_{14} = [a/2 - L_{central} - w_{slot}/2 - w_{e_{14}} - d/2]/4$) establecemos los siguientes valores:

Factor de acoplo	$L_{central}$	w_{slot}	$w_{e_{ij}}$	p_{ij}
$M_{14} = -0,0085$	$2,3mm$	$0,3mm$	$w_{e_{14}} = 0,35mm$	$p_{14} = 1,45875mm$

Finalmente, a partir de las figuras 4.11(b) y 4.19 podemos extraer los valores de los parámetros que intervienen en la transición entre la línea microstrip y la primera y última cavidad de guía de ondas integrada en sustrato, permitiéndonos obtener el factor de calidad externo que se requiere y que hemos calculado en 5.2. La distancia entre los postes que hay a derecha e izquierda de la línea microstrip de entrada/salida es $p_{in/out} = 1,3mm$. El resto de valores se recogen en la siguiente tabla:

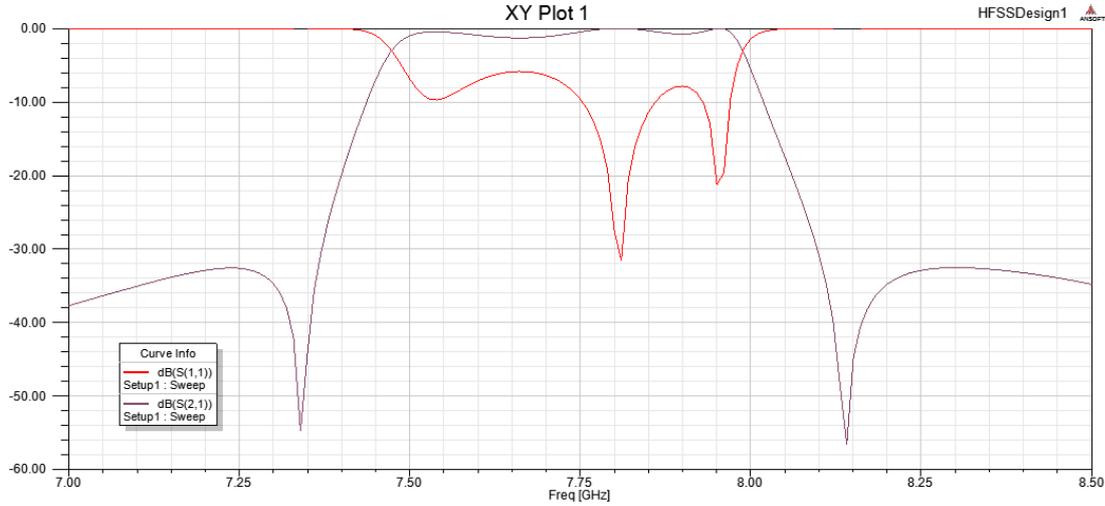


Figura 5.3: Parámetros S del diseño inicial en el HFSS.

$Q_{externo}$	w_s	Δ_{uStrip}
19,0857	0,2mm	5,2mm

La línea microstrip se ha diseñado para que tenga una impedancia de 50Ω a la frecuencia central del filtro $f_0 = 8GHz$ (la tabla para extraer el factor de calidad externo se ha realizado también para que el pico de resonancia esté en torno a esa frecuencia y las líneas empleadas son de 50Ω a esa frecuencia). Por lo tanto, empleando las fórmulas que aparecen en el apartado 4.3 podemos obtener la anchura de la línea microstrip $W = 2,4mm$. La longitud se elige algo superior a $\lambda_g/4$ para que los posibles modos evanescentes que sean excitados tengan espacio suficiente para desaparecer y para tener un margen extra para colocar el conector. Utilizando las ecuaciones 4.2 y 4.16 (para el modo TE_{10}) $\lambda_g/4 = 6,8mm$, por lo que elegimos una longitud de $10mm$ para la línea microstrip.

Una vez tenemos todos los parámetros de diseño definidos, pasamos al diseño de nuestro filtro con la herramienta *Ansys High Frequency Structure Simulator (HFSS)*. El siguiente paso es simular nuestro diseño para obtener los parámetros de dispersión. Como en toda herramienta de simulación, existe un compromiso entre la precisión de la simulación y el tiempo de computación, por lo que al principio refinaremos el diseño realizando simulaciones sin pérdidas (con $\tan \delta = 0$ para el sustrato y con conductor perfecto para las metalizaciones) y con un número de puntos más reducido para que tarden menos. Al final ya introducimos las pérdidas de los diferentes materiales y buscaremos una mayor resolución. Con todo esto, el primer diseño nos permite obtener la respuesta que vemos en la figura 5.3.

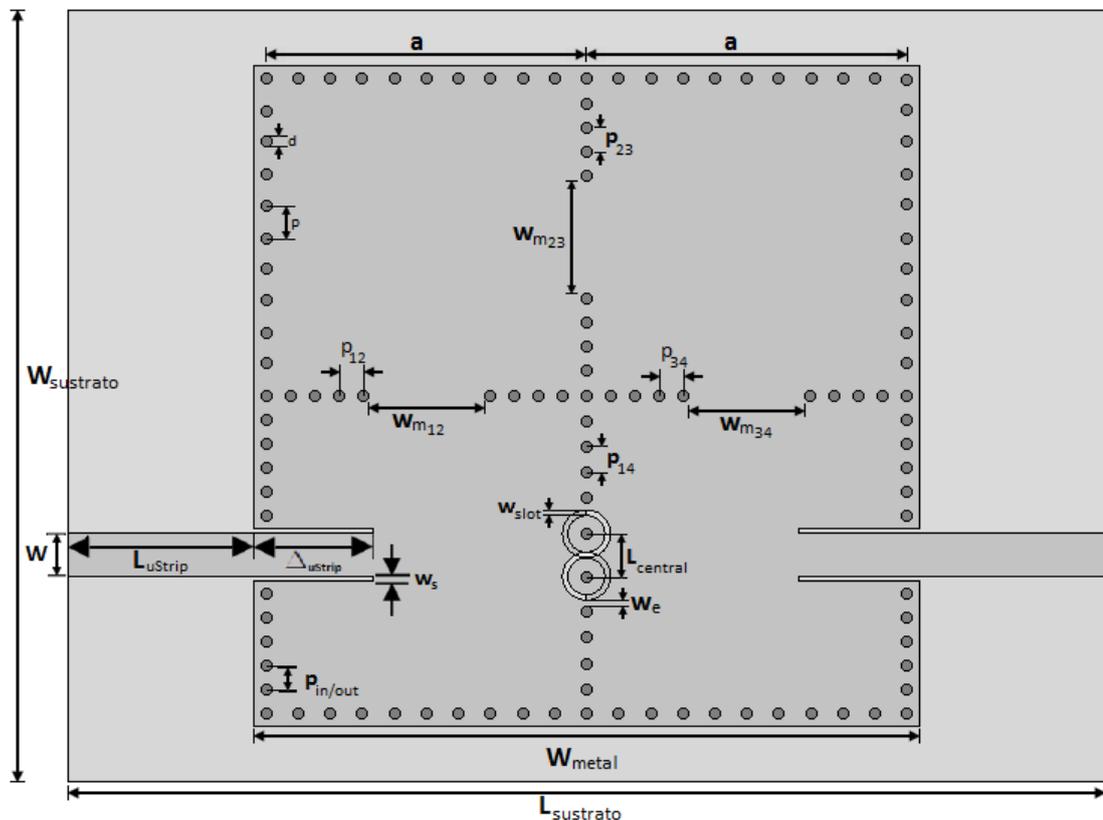


Figura 5.4: Diseño final del cuadruplete.

Como podemos observar, en la primera simulación estamos lejos de obtener el diseño final, si bien, ya se pueden observar los ceros de transmisión y algunos de los ceros de reflexión. Además, se observa una desviación en frecuencia de unos 250MHz. Esto se debe a que la anchura de la cavidad se calcula para una cavidad completamente cerrada, cosa que evidentemente no ocurre al haber aperturas que permiten el acoplamiento entre cavidades. Así pues, el campo se desborda algo a través de estas aperturas, lo que provoca que la cavidad sea eléctricamente más grande y, por lo tanto, su frecuencia de resonancia sea algo menor. Para compensar este efecto, lo que debemos hacer es disminuir la anchura de la cavidad, así como la distancia entre los postes que forman los iris que separan cavidades contiguas. Para conseguir todos los ceros de reflexión y obtener la respuesta deseada habrá que optimizar los parámetros de diseño por medio de varias simulaciones.

Tras las correcciones oportunas podemos ver el diseño final en la figura 5.4. Los valores finales se recogen en la siguiente tabla:

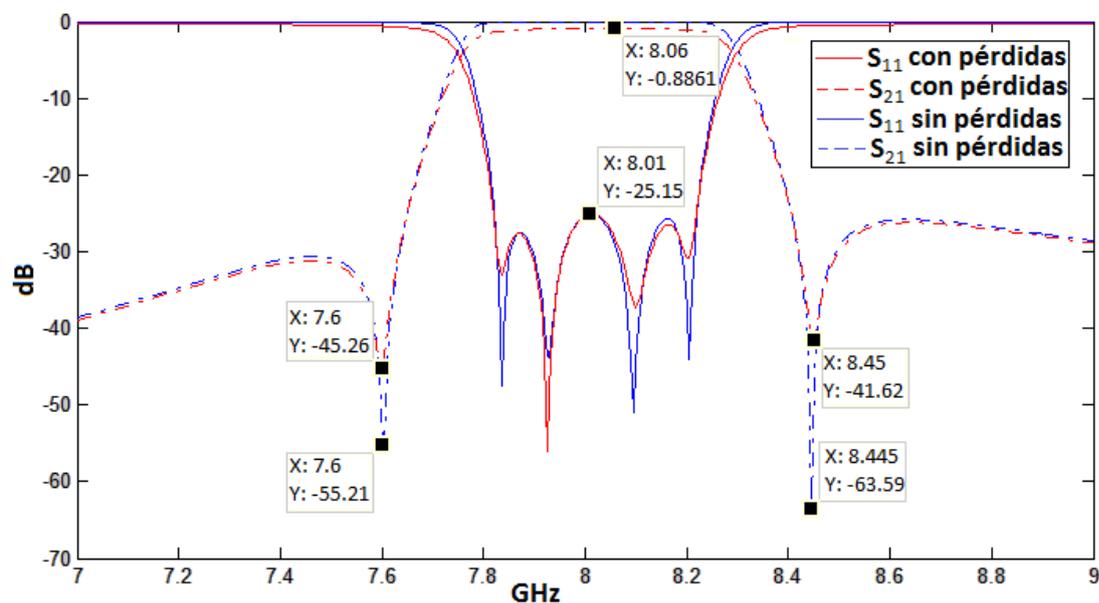


Figura 5.5: Simulación con pérdidas vs. simulación ideal.

Símbolo	Valor (mm)	Símbolo	Valor (mm)	Símbolo	Valor (mm)
$W_{sustrato}$	41.8	$L_{sustrato}$	55.8	w_e	0.35
a	17.2	p	1.72	d	0.6
w	2.4	L_{uStrip}	10	Δ_{uStrip}	6.45
$p_{in/out}$	1.3	$p_{12} = p_{34}$	1.29	p_{23}	1.33
w_s	0.2	$w_{m12} = w_{m34}$	6.28	w_{m23}	5.96
$L_{central}$	2.3	w_{slot}	0.3	p_{14}	1.375

Si comparamos los valores del diseño final con los valores del diseño inicial, se puede apreciar que básicamente ha habido un reescalado de las distancias entre los postes y de la anchura de las cavidades para permitir que el filtro se centre en torno a 8GHz. Así pues, vemos que el valor de las aperturas (iris) es muy parecido entre el diseño inicial y el final. Por otro lado, el parámetro que sí ha cambiado considerablemente es Δ_{uStrip} que valía 5.2mm y ahora vale 6.45mm. Esto se debe a que se ha podido comprobar que al incrementar este valor, la adaptación en la banda de paso mejora fácilmente (hasta un límite) a costa de reducir algo el ancho de banda. Además, se puede destacar el parámetro W_{metal} (cuyo valor es de 35.8mm) que aparece en la figura 5.4 y que viene a indicar que se deja un cierto margen entre los cilindros y el final de la metalización superior (en concreto, son 0.7mm de margen entre el final del cilindro y el final de la metalización superior).

Finalmente, se realiza una simulación con pérdidas y con una buena resolución para comprobar que nuestro filtro presenta los niveles de diseño que se requieren

y para poder comparar con las medidas del filtro ya construido. En la figura 5.5 podemos ver una comparación entre el diseño ideal y el diseño con pérdidas (introduciendo la $\tan \delta$ para el sustrato y sustituyendo los conductores perfectos por sus materiales correspondientes). Así pues, se puede ver que el diseño con pérdidas presenta una respuesta bastante parecida a la ideal. Para el diseño con pérdidas tenemos unas pérdidas de transmisión de 0.8861dB, lo que supone un valor bastante aceptable. A partir de este valor podemos realizar una estimación del factor de calidad de nuestro diseño gracias al programa del departamento desarrollado en Matlab. Dicho software te permite introducir un factor de calidad distinto de infinito (infinito correspondería con un filtro ideal) para introducir pérdidas. De este modo, estimaremos el valor del factor de calidad comparando las pérdidas de transmisión que se obtienen en Matlab y las pérdidas de transmisión de nuestra simulación con HFSS. Con este procedimiento, podemos decir que el factor de calidad (Q) de nuestro diseño con pérdidas es próximo a 8100, lo que supone un valor muy elevado y se verá reducido considerablemente en el filtro que construyamos.

Por otro lado, las pérdidas de retorno se mantienen superiores a 25dB en la banda de paso para ambas simulaciones, lo que supone cumplir con creces con el parámetro de diseño, el cual establecía un valor de 20dB. El ancho de banda¹ que presentan ambas simulaciones se encuentra en torno a 413MHz, por lo que cumplimos con las especificaciones en este sentido. Por su parte, los ceros de transmisión no son simétricos exactamente en torno a 8GHz, si bien, están bien marcados. Esta cierta asimetría de la respuesta es muy común debido al comportamiento dispersivo de la guía de ondas integrada en sustrato y a la influencia de la segunda banda de paso.

Una vez hemos comprobado la validez de nuestro filtro con materiales reales, el paso siguiente es construir nuestro diseño. En la figura 5.6 podemos ver cómo queda nuestro cuadruplete y podemos hacernos una idea del tamaño reducido que tiene al comparar con una moneda de un euro. Debemos mencionar también, que en la figura 5.7(b) se puede observar que para acoplar el conector a la línea microstrip ha sido necesario retirar las esquinas de la línea microstrip para formar una especie de taper. Esto ha sido así porque la anchura de la línea es tal que hace que la parte externa del coaxial (que es el tipo de conector) se aproxime mucho y casi toque a la línea microstrip, lo cual no debe producirse bajo ningún concepto ya que supondría cortocircuitar el coaxial.

Los resultados obtenidos en el laboratorio al medir el cuadruplete que hemos construido pueden verse en la figura 5.8, donde son comparados con la simulación

¹Definiremos el ancho de banda en función del rizado en la banda de paso, es decir, será definido como el rango de frecuencias para las cuáles el nivel de rizado se encuentra por debajo del especificado, siendo 20dB en nuestro caso.

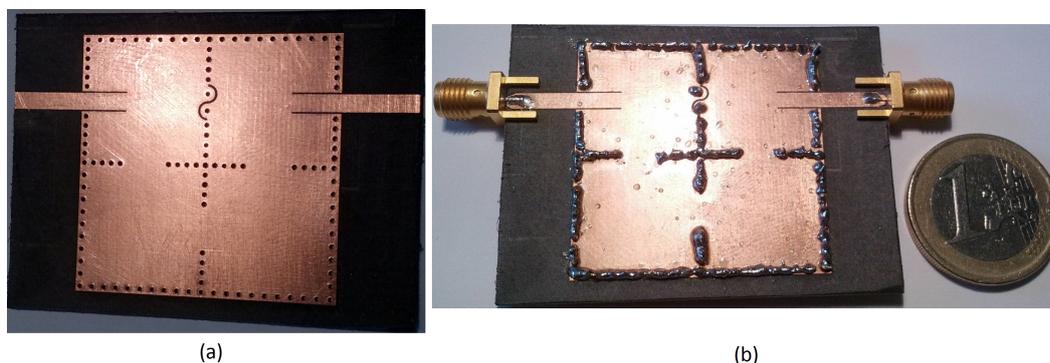


Figura 5.6: Filtro de orden 4 construido. (a) Sólo con los taladros y slots. (b) Con conectores y soldaduras.

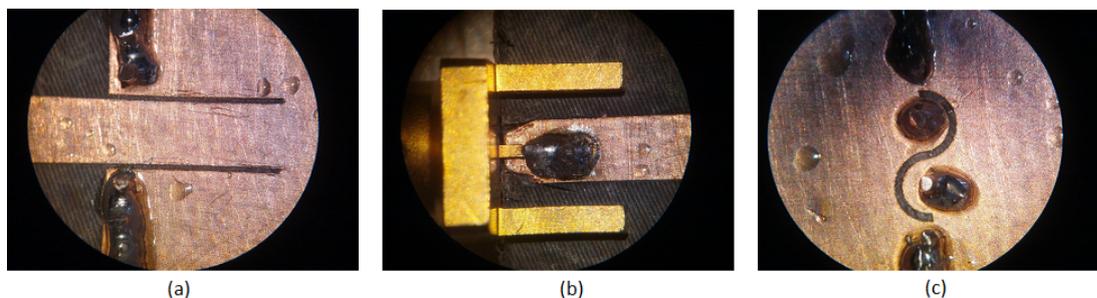


Figura 5.7: Detalles del filtro de orden 4. (a) Ranuras de la línea microstrip de entrada/salida. (b) Taper realizado para acoplar al conector. (c) Slot del acoplo eléctrico.

con pérdidas que realizamos anteriormente. Una de las cosas que nos llama la atención es que el nivel de adaptación ha empeorado de manera notable, lo que se debe, sobre todo, a las transiciones entre el coaxial y la línea microstrip. En este sentido, debemos decir que el conductor interno del coaxial es muy fino en comparación con la línea microstrip (que es casi tan ancha como el conductor externo del coaxial). Además, la frecuencia de trabajo de 8GHz empieza a ser alta para los conectores de 3.5mm y esto puede afectar a la respuesta.

Por otro lado, vemos que existe un ligero desplazamiento en frecuencia, así como un ensanchamiento de la banda de paso. El desplazamiento en frecuencia (de unos 80MHz) puede deberse a que existe una tolerancia en la ϵ_r del sustrato (el fabricante da el dato de $\epsilon_r = 2,2 \pm 0,02$) que puede influir. Del mismo modo, existe una tolerancia para el diámetro de las vías (de hecho las vías que se colocaron en el filtro no son exactamente de 0.6mm de diámetro, sino que su diámetro ronda los 0.56mm) que afecta directamente a las dimensiones de la cavidad y, por extensión, a la frecuencia de resonancia de nuestro filtro. En cuanto al ensanchamiento de

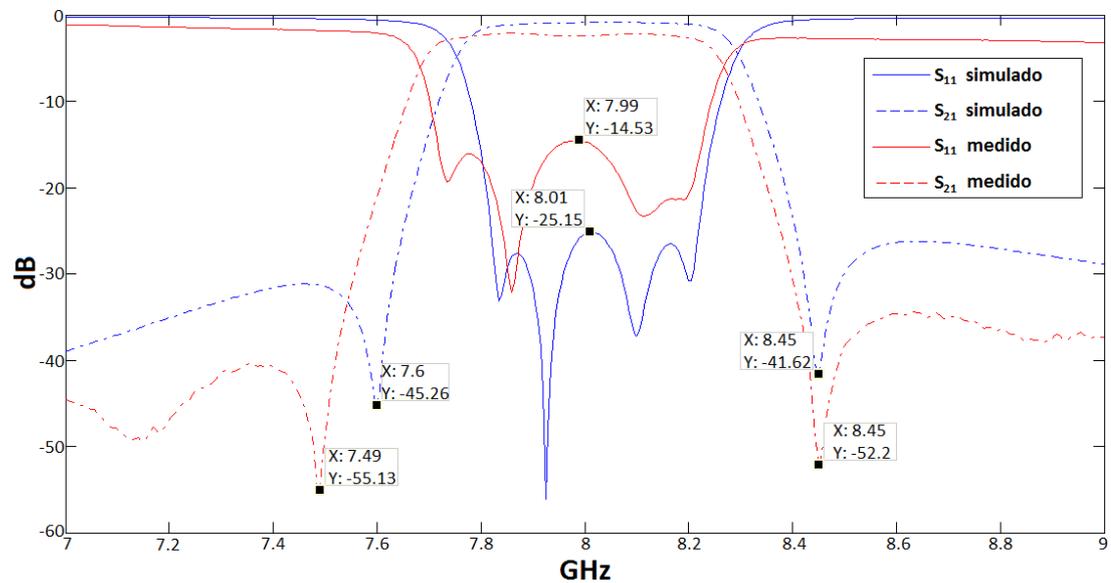


Figura 5.8: Filtro de orden 4. Comparación entre los parámetros S simulados y los parámetros S medidos en el laboratorio.

la banda de paso, podemos decir que es probable que se deba a que los acoplos inductivos son algo más intensos en el circuito fabricado como consecuencia del menor diámetro de las vías, lo que supone aumentar ligeramente el tamaño del iris entre cavidades.

En la figura 5.9 podemos ver con mayor detalle las pérdidas de transmisión y se observa que éstas son peores en el filtro medido en el laboratorio (2.12dB frente a los 0.8861dB de la simulación con pérdidas). Esto puede deberse, principalmente, a la transición entre el coaxial y la línea microstrip que se ha colocado a la entrada y salida de nuestro filtro para poder realizar las medidas en el laboratorio. Empleando la técnica anteriormente descrita, podemos establecer que el factor de calidad del cuadruplete fabricado es aproximadamente de 3300, el cual es un valor más que respetable (cabe señalar que con tecnología microstrip suelen conseguirse factores de calidad de unas cuantas centenas).

Por último, con el propósito de observar el comportamiento de nuestro filtro en un rango amplio de frecuencias se realizó una simulación con pérdidas y se midió posteriormente en el laboratorio el parámetro S_{11} y el parámetro S_{21} desde 5GHz hasta 20GHz. Este barrido amplio de frecuencias, que puede verse en la figura 5.10, nos permite ver las diferentes bandas de paso que presenta nuestro filtro. Si bien, el comportamiento es considerablemente mejor en la primera banda de paso (la de 8GHz, en la que tenemos el modo TE_{101}) que es para la que ha sido diseñado. Podemos destacar que la segunda banda de paso (modo TE_{201} y modo

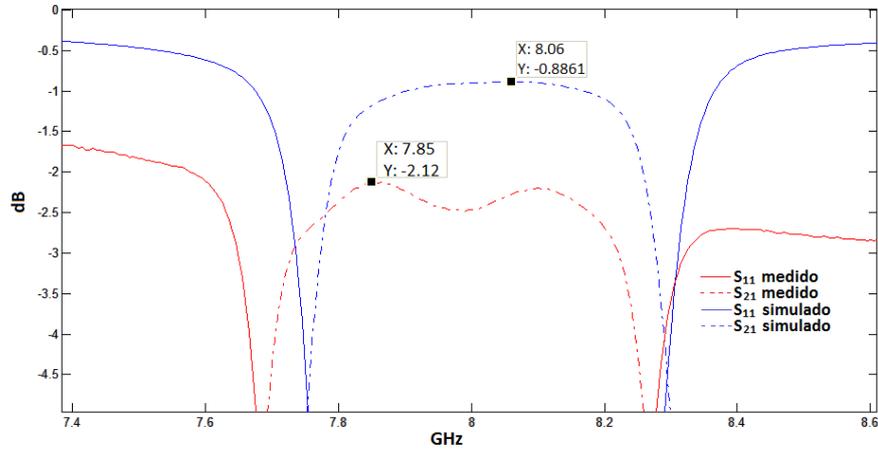


Figura 5.9: Comparación en detalle de las pérdidas de transmisión de las medidas del laboratorio y de la simulación con pérdidas.

TE_{102} que presentan la misma frecuencia de resonancia ya que las cavidades son cuadradas), que se encuentra en torno a 13.2GHz, presenta también un comportamiento filtrante si observamos los parámetros S medidos en el laboratorio (en la respuesta de la simulación no se aprecia tanto). Hay un intento de tercera (modo TE_{202}) y cuarta banda de paso (modo TE_{301} y modo TE_{103}) hacia 17GHz y hacia 18.8GHz, pero no existe la posibilidad de que sean aprovechables.

Cabe destacar que el comportamiento del circuito fabricado emula casi perfectamente al comportamiento simulado, lo cual supone un gran logro, sobre todo para frecuencias superiores a los 15GHz donde los conectores pueden no ser muy fiables pues se encuentran fuera de su rango de funcionamiento. Simplemente existe una ligera discrepancia entre el parámetro S_{11} simulado y el S_{11} medido en torno a 10.5GHz, donde se puede ver que el parámetro de reflexión disminuye ligeramente estando fuera de la banda de paso sin que el parámetro de transmisión aumente significativamente, por lo que hay algún elemento de la estructura que provoca pérdidas. Quizá en ese punto exista algún tipo de pérdidas por radiación.

5.2. Filtro de orden seis.

El segundo diseño ha sido un filtro canónico de orden seis² con dos acoplos cruzados que nos permiten tener cuatro ceros de transmisión por parejas simétricas.

²A diferencia del filtro de orden 4, el filtro de orden 6 ha sido sólo diseñado para comprobar que es posible realizar diseños más complicados con éxito.

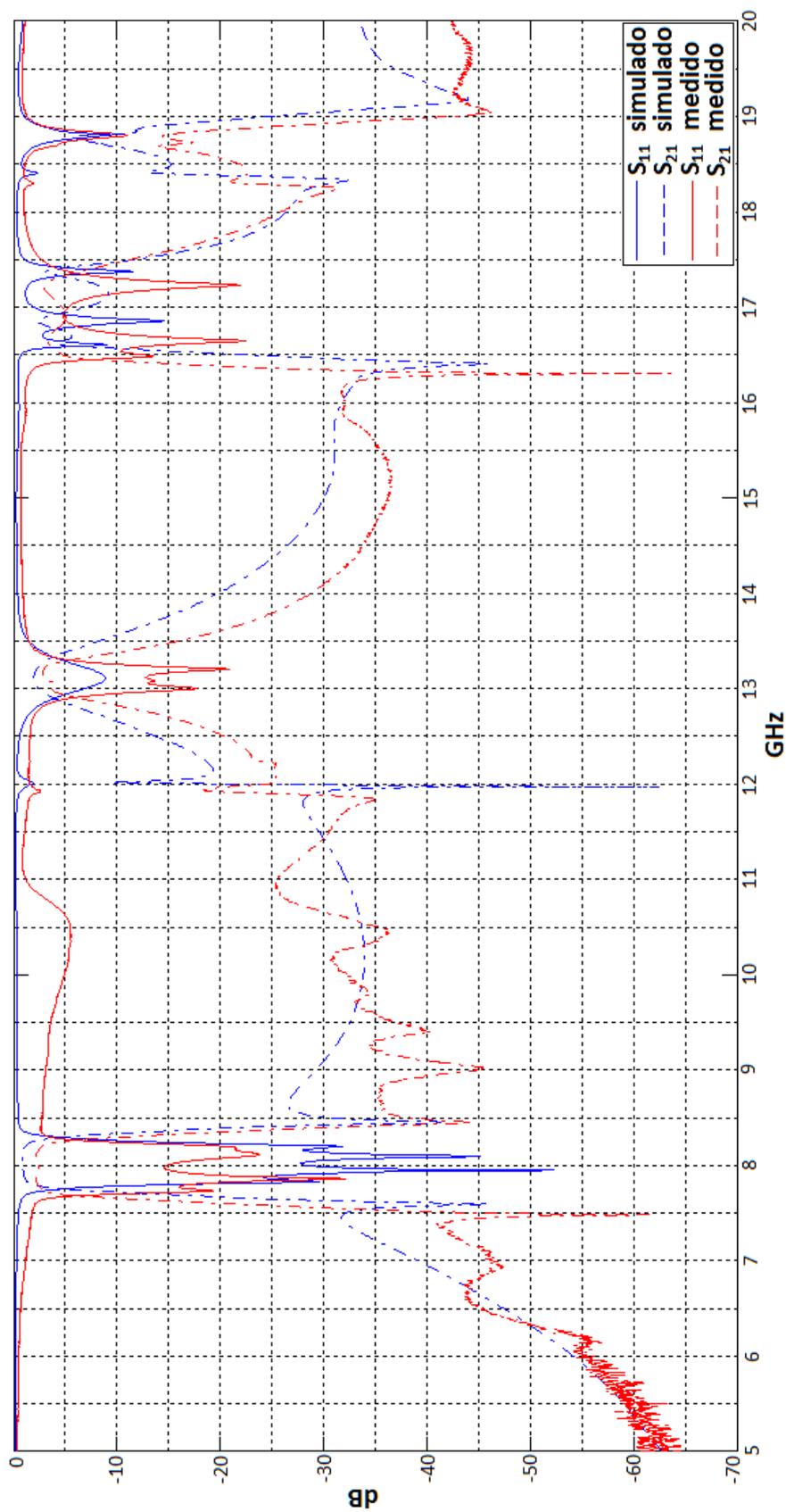


Figura 5.10: Comparación de los parámetros de transmisión medidos y simulados desde 5GHz hasta 20GHz.

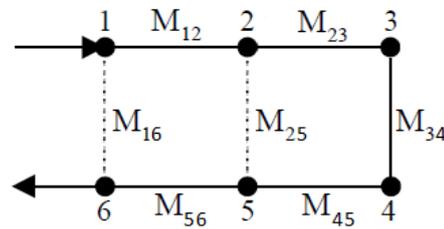


Figura 5.11: Diagrama de un filtro canónico de orden 6 con dos acoplos cruzados.

En este sentido, el parámetro M_{16} afecta en mayor medida a la posición del par de ceros de transmisión externos, mientras que el parámetro M_{25} afecta en mayor medida a la posición de la pareja de ceros internos. Cuanto mayor es el factor de acoplo, más se acerca la posición de los ceros a la frecuencia central del filtro y cuanto menor es el factor de acoplo, más se aleja la posición de los ceros.

Como puede verse en el diagrama de la figura 5.11, este filtro también es recíproco, por lo que obtendremos una matriz de acoplos \mathbf{M} simétrica con respecto a la diagonal secundaria. Además, como es un filtro de sintonía síncrona, las frecuencias de resonancia de todos los resonadores serán igual a la frecuencia central del filtro. El procedimiento de diseño sigue los pasos que se detallan al comienzo del capítulo, pero a diferencia del cuadruplete, este diseño no ha sido construido y medido.

Así pues, lo primero que haremos es definir los parámetros de diseño de nuestro filtro de orden seis, los cuales se presentan en la siguiente tabla:

Orden del filtro	$N = 6$
Pérdidas de retorno en la banda de paso	$L_R = 20$ dB
Ceros de transmisión	$(\pm 1,5j; \pm 1,8j)$
Frecuencia central del filtro	$f_0 = 8$ GHz
Ancho de banda	$\Delta f = 400$ MHz

Estos parámetros de diseño se introducen en el software desarrollado por el departamento dando lugar a la siguiente matriz de acoplos:

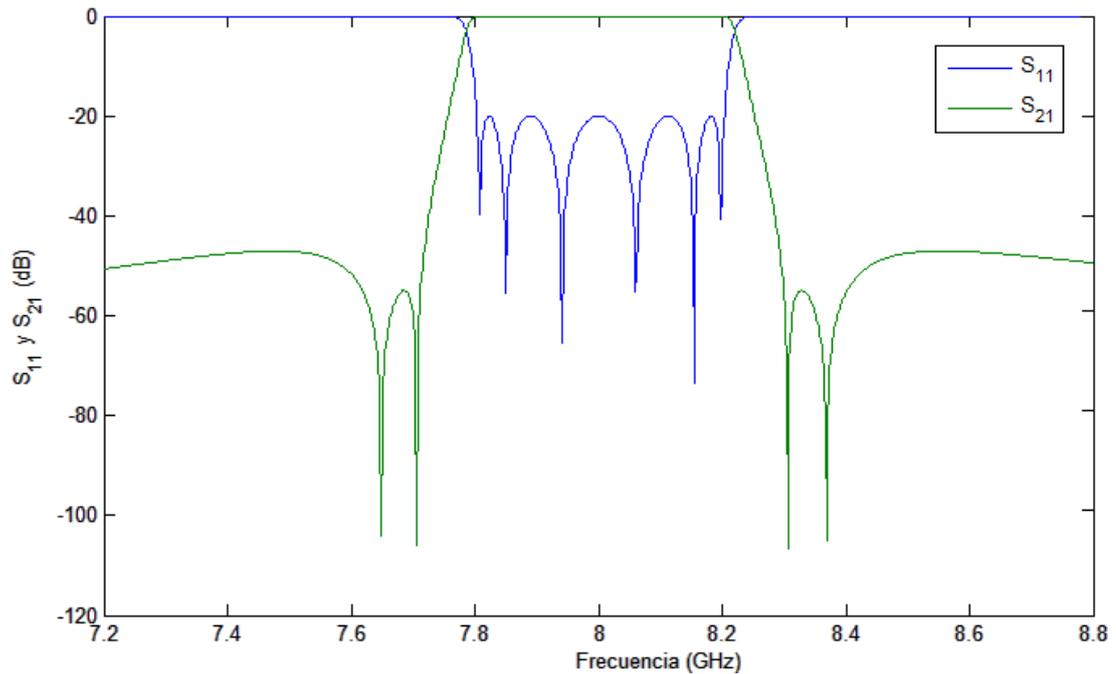


Figura 5.12: Parámetros S ideales.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0,2222 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2222 & 0 & 0,0413 & 0 & 0 & 0 & 0,0017 & 0 \\ 0 & 0,0413 & 0 & 0,0283 & 0 & -0,0105 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0283 & 0 & 0,0368 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0368 & 0 & 0,0283 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0105 & 0 & 0,0283 & 0 & 0,0413 & 0 \\ 0 & 0,0017 & 0 & 0 & 0 & 0,0413 & 0 & 0,2222 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2222 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

En la figura 5.12 podemos ver los parámetros S de la respuesta ideal que nos genera el programa de Matlab. Como toda respuesta ideal es un objetivo inalcanzable, pero hay que intentar que nuestra respuesta se parezca lo más posible.

Como se ha dicho antes, nuestro filtro es de sintonía síncrona por lo que las frecuencias de resonancia de cada cavidad obtenidas son iguales a la frecuencia central del filtro $f_i = f_0 = 8GHz$. Por lo tanto, nos encontramos en la misma situación que para el filtro de orden cuatro, por lo que la anchura de cada cavidad cuadrada puede ser calculada según 5.3, lo que nos da un resultado de $a = 17,87mm$. Si bien, tal y como vimos para el cuádruplete, esta es la anchura que tendría una cavidad cuadrada completamente cerrada para resonar a 8GHz,

pero en nuestro caso existen aperturas que provocan que eléctricamente la cavidad sea de mayor tamaño. En este sentido se deberá aplicar una corrección para cada cavidad en función de lo *abiertas* que estén para que su frecuencia de resonancia sea efectivamente de 8GHz. Este proceso será descrito con más detalle más adelante.

Una vez obtenida la matriz de acoplos, estamos en disposición de calcular el factor de calidad externo para la entrada/salida de nuestro filtro.

$$Q_{ex,in} = \frac{1}{M_{S1}^2} = \frac{1}{0,2222^2} = 20,16 = \frac{1}{M_{6L}^2} = Q_{ex,out} \quad (5.5)$$

Así pues, a partir de las figuras 4.11(b) y 4.19, la transición entre la línea microstrip (línea de 50Ω y 10mm de longitud) y la cavidad de entrada/salida puede ser diseñada con los valores que se recogen en la siguiente tabla:

$Q_{externo}$	w_s	Δ_{uStrip}
20,16	0,2mm	5mm

Del mismo modo, los acoplos inductivos (aquellos que presentan valores positivos en la matriz de acoplos \mathbf{M}) pueden obtenerse fijándonos en las figuras 4.13 y 4.14. Por lo tanto, siguiendo con la notación descrita para el cuádruplete, podemos resumir los los parámetros de diseño en la siguiente tabla:

Factor de acoplo	Iris - $w_{m_{ij}}$	Separación entre vías p_{ij}
$M_{12} = M_{56} = 0,0413$	$w_{m_{12}} = w_{m_{56}} = 6,2mm$	$p_{12} = p_{56} = 1,384mm$
$M_{23} = M_{45} = 0,0283$	$w_{m_{23}} = w_{m_{45}} = 5,1mm$	$p_{23} = p_{45} = 1,521mm$
$M_{34} = 0,0368$	$w_{m_{34}} = 5,7mm$	$p_{34} = 1,44625mm$
$M_{16} = 0,0017$	$w_{m_{16}} = 2mm$	$p_{16} = 1,527mm$

En la tabla anterior se ha tenido en cuenta que para el acoplo entre las cavidades 1 y 6 habrá cinco vías en vez de cuatro a cada lado del iris debido a que el acoplamiento que se necesita es muy bajo y con sólo cuatro vías a cada lado el pequeño campo que se atraviesa los espacios entre las vías afecta. De hecho, se ha simulado el efecto que tiene colocar una fila de vías equiespaciadas entre la cavidad 1 y la cavidad 6, es decir, sin apertura o iris y se ha comprobado que también se obtiene la pareja de ceros de transmisión que proporciona este acoplo cruzado. Si bien, la posición de los ceros no está controlada por el factor de acoplo que se requiere según la matriz de acoplos \mathbf{M} . En este sentido se comprobó en

simulación que para que no exista campo que atravesase los espacios entre postes, por débil que sea éste, es necesario colocar una lámina de conductor perfecto (se simuló así por comodidad, aunque no tiene por qué ser perfecto) que atravesase el sustrato pasando por el centro de las vías que forman la pared entre cavidades 1 y 6.

Por otro lado, vemos también que sólo se necesita un acoplo eléctrico, por lo que a partir de las figuras 4.15 y 4.17 obtendremos los siguientes parámetros:

Factor de acoplo	$L_{central}$	w_{slot}	$w_{e_{ij}}$	p_{ij}
$M_{25} = -0,0105$	$2,7mm$	$0,3mm$	$w_{e_{16}} = 1mm$	$p_{16} = 1,19625mm$

Una vez tenemos los parámetros de diseño de nuestro filtro bien definidos, procedemos a su modelado en HFSS y realizamos una primera simulación. Como se dijo anteriormente, para las primeras simulaciones no importa mucho la precisión sino que se vea una respuesta válida. Por lo tanto, se emplean materiales ideales (sustrato con $\tan \delta = 0$ y conductores perfectos) y un número de puntos para la simulación no muy elevado para que el proceso no sea muy pesado.

Tal y como era de esperar, puesto que habíamos dicho que era necesario reducir el tamaño de las cavidades acorde a lo *abiertas* que están, en la primera simulación se obtuvo un intento de banda de paso que en nada se parece a la respuesta ideal de la figura 5.12. Por lo tanto, se disminuyeron las anchuras de las cavidades (manteniendo siempre la simetría del filtro) en función de las aperturas que tuvieran. En este sentido, las cavidades 2 y 5 presentaban tres aperturas (dos acoplos inductivos y uno capacitivo), por lo que serían las que deberían tener menor anchura. A continuación irían las cavidades 3 y 4 que presentan dos acoplos inductivos y, finalmente, las cavidades que deben quedar con mayor anchura son la 1 y la 6 puesto que sólo tienen un acoplo inductivo, a parte del acoplo de entrada/salida que no afecta demasiado.

Así pues, siguiendo esta estrategia y reescalando la distancia entre los postes que están entre las cavidades para que el iris se mantenga constante se consiguió obtener un filtro con una respuesta parecida a la deseada, si bien, aún estaba lejos de los resultados esperados. Posteriormente, se fueron realizando más simulaciones en las que se cambiaba ligeramente algún parámetro de diseño (longitud de la tira microstrip que se adentra en la cavidad, tamaño de los iris - factores de acoplo) con el fin de mejorar la respuesta.

Con todo esto se obtuvo la respuesta que se muestra en la figura 5.13. En ella podemos ver que los ceros de transmisión que obtenemos se asemejan bastante a lo esperado. Sin embargo, el nivel de adaptación que se ha conseguido (15.1957dB)

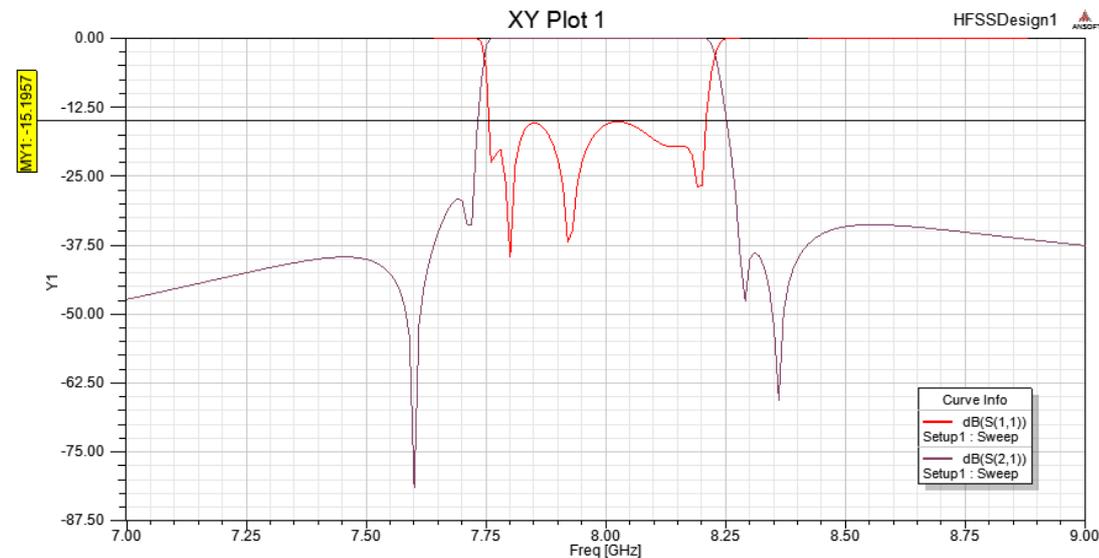


Figura 5.13: Parámetros S del diseño parcial.

dista bastante del valor que se ha fijado como objetivo (20dB) y, además, no se aprecian todos los ceros de reflexión que debería haber (vemos que algunos de ellos se han agrupado y se forma un lóbulo grande). Por lo tanto, hay que buscar un método que nos permita mejorar la respuesta obtenida sin tener que realizar un número elevado de simulaciones de prueba y error.

El método de optimización empleado para ajustar los parámetros de diseño de nuestro filtro viene analizado en profundidad en [22]. El proceso de optimización parte de la respuesta (*parámetros S*) de nuestro filtro para intentar encontrar las correcciones en los parámetros de diseño que permitan obtener la respuesta deseada. Así pues, este método intenta extraer un modelo circuital a partir de un conjunto de muestras a ciertas frecuencias de la respuesta de nuestro filtro de microondas. Para obtener el modelo se busca extraer la función característica del filtro K que mejor se adapta a las muestras minimizando el error del modelo en el sentido de mínimos cuadrados. A continuación, se crea un nuevo modelo mejorado por medio de la inclusión de más ceros de reflexión (por lo tanto, se incrementa el orden del modelo) que vienen a reflejar las no idealidades de nuestro filtro y, así, conseguimos evitar limitaciones asociadas al grado de los polinomios de la función racional para intentar ajustarnos a la respuesta de nuestro filtro. Ambos modelos pueden describirse por medio de sus matrices de acoplo, las cuales son comparadas para asociarlas un vector de error. A partir de ese vector de error es posible generar un vector de corrección de los parámetros físicos de nuestro filtro de microondas. Por lo tanto, a partir de este vector de correcciones podemos ajustar nuestro filtro para obtener una nueva respuesta. Finalmente, este proceso puede repetirse tantas veces se quiera hasta que el error obtenido sea inferior al

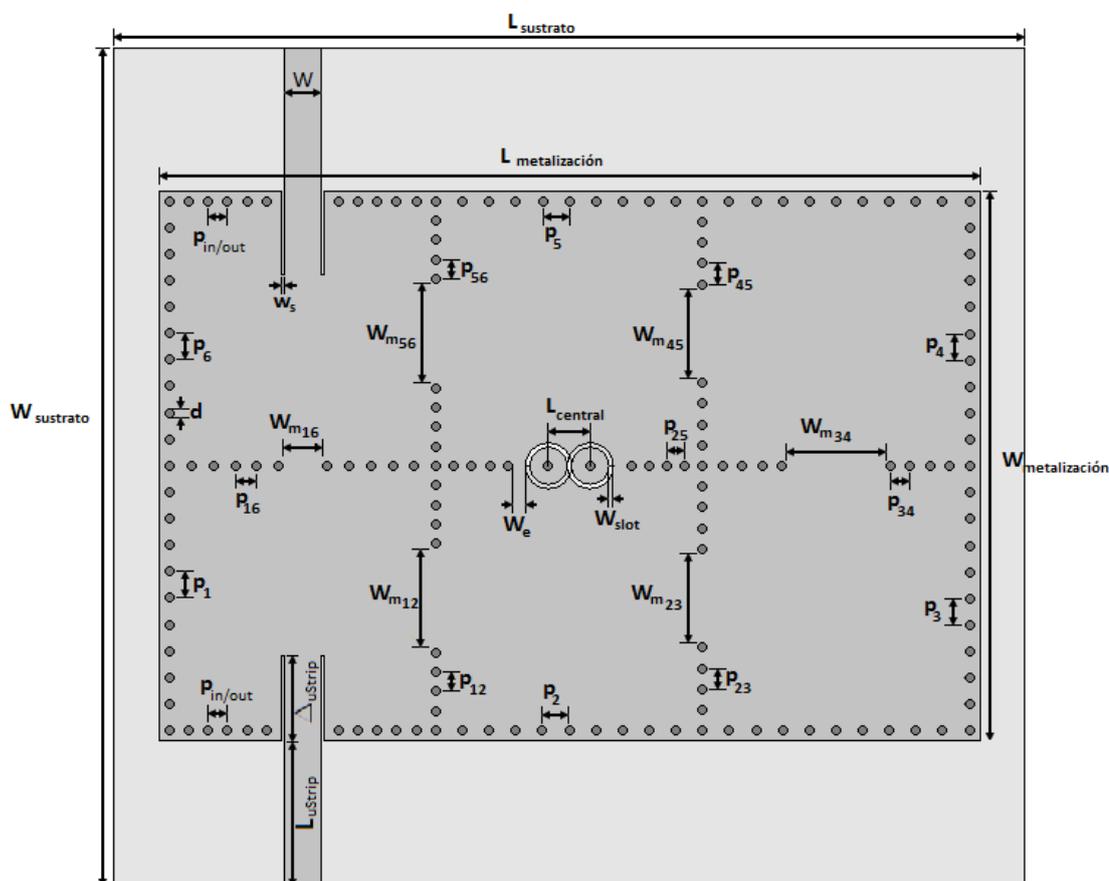


Figura 5.14: Diseño final del filtro de orden 6.

deseado.

Tras el proceso de optimización conseguimos mejorar la respuesta de nuestro filtro notablemente. El diseño final se presenta en la figura 5.14. En dicha figura se observa que el filtro mantiene la simetría respecto a la línea horizontal que puede trazarse por el medio (salvo por el slot en forma de S que utilizamos para el acoplamiento eléctrico). Por lo tanto, los parámetros de diseño de la cavidad 1 serán los mismos que los de la cavidad 6, los de la cavidad 2 serán los mismos que los de la cavidad 5 y los de la cavidad 3 serán los mismos que los de la cavidad 4. En este sentido, la anchura de la cavidad 1 y 6 (recordar que son cavidades cuadradas) es de 17.465mm, la anchura de la cavidad 2 y 5 es de 16.825mm y la anchura de la cavidad 3 y 4 es de 17.362mm. Podemos ver además que, tal y como indica la matriz de acoplos, el acoplo capacitivo (negativo) se establece entre las cavidades 2 y 5. Además, el acoplo entre las cavidades 1 y 6 que se necesitaba era muy débil, por lo que el iris que hay entre ambas es bastante estrecho. Así pues, el diámetro de los postes es de 0.6mm y el resto de los parámetros finales de diseño

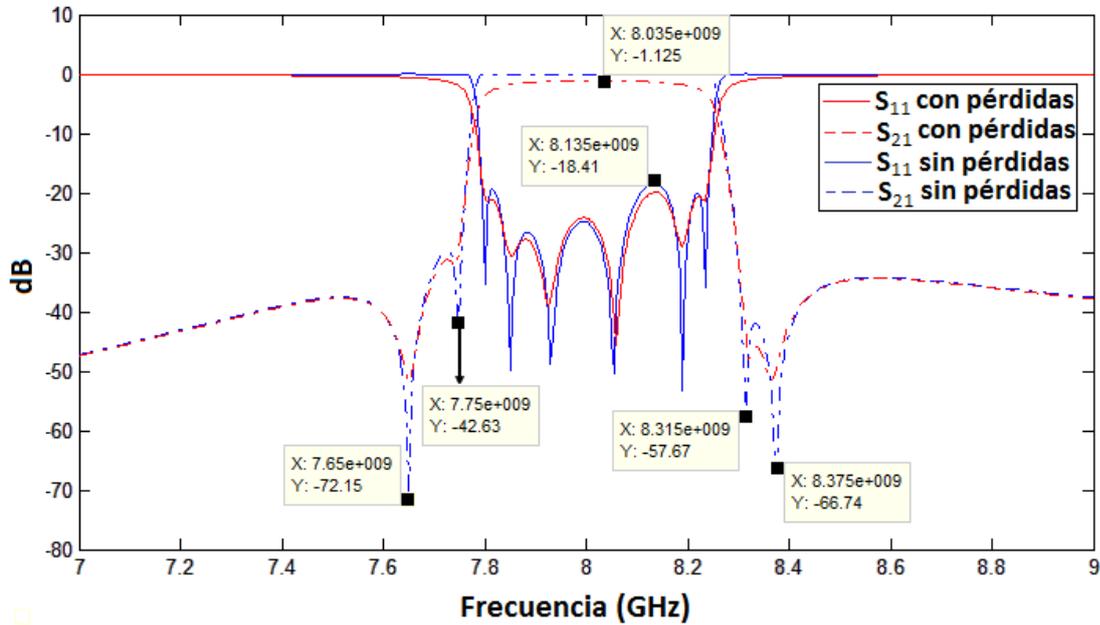


Figura 5.15: Parámetros S del filtro de orden 6 con y sin pérdidas.

se recogen en la siguiente tabla:

Símbolo	Valor (mm)	Símbolo	Valor (mm)	Símbolo	Valor (mm)
$W_{sustrato}$	56.33	$L_{sustrato}$	63.052	$W_{metalización}$	36.33
$L_{metalización}$	53.052	W	2.43	Δ_{uStrip}	5.2
$p_{in/out}$	1.3	L_{uStrip}	10	w_s	0.2
w_{m16}	2.165	$p_1 = p_6$	1.743	p_{16}	1.47
$p_2 = p_5$	1.687	$w_{m12} = w_{m56}$	6.185	$p_{12} = p_{56}$	1.335
w_e	0.3625	w_{slot}	0.3	$L_{central}$	2.8
p_{25}	1.2	$p_{23} = p_{45}$	1.385	$w_{m23} = w_{m45}$	5.145
$p_3 = p_4$	1.742	p_{34}	1.33	w_{m34}	6.122

Para el diseño descrito anteriormente se realizaron dos simulaciones, una sin pérdidas ($\tan \delta = 0$ para el sustrato y metalizaciones de conductor perfecto) y otro con pérdidas (materiales reales). El resultado de ambas simulaciones puede verse en la figura 5.15. En ella podemos ver que la posición de los ceros de transmisión es prácticamente la misma que para la respuesta ideal (la obtenida con Matlab). Por otro lado, la adaptación que conseguimos es de 18.41dB, lo que supone una gran mejora con respecto a los 15.1957dB obtenidos antes del proceso de optimización. Además, podemos apreciar todos los ceros de reflexión de una forma clara. La respuesta con y sin pérdidas es bastante parecida, siendo incluso algo mejor esta

última. Finalmente, podemos apreciar que las pérdidas de transmisión para la simulación con pérdidas son de 1.125dB, lo que supone que este diseño presenta un factor de calidad en torno a 10600, el cual es muy elevado. En la realidad este factor será inferior, si bien, podemos apreciar que obtenemos un factor de calidad mayor que para el cuádruplete.

Por último, para apreciar el comportamiento de nuestro filtro en un amplio rango de frecuencias, se realizaron simulaciones con y sin pérdidas desde 5GHz hasta 20GHz. Las respuestas se pueden observar en la figura 5.16. Vemos que aparece una estrechísima banda de paso hacia 12 GHz que apenas tendrá influencia y que el resto de las bandas de paso superiores empiezan a partir de 16GHz.

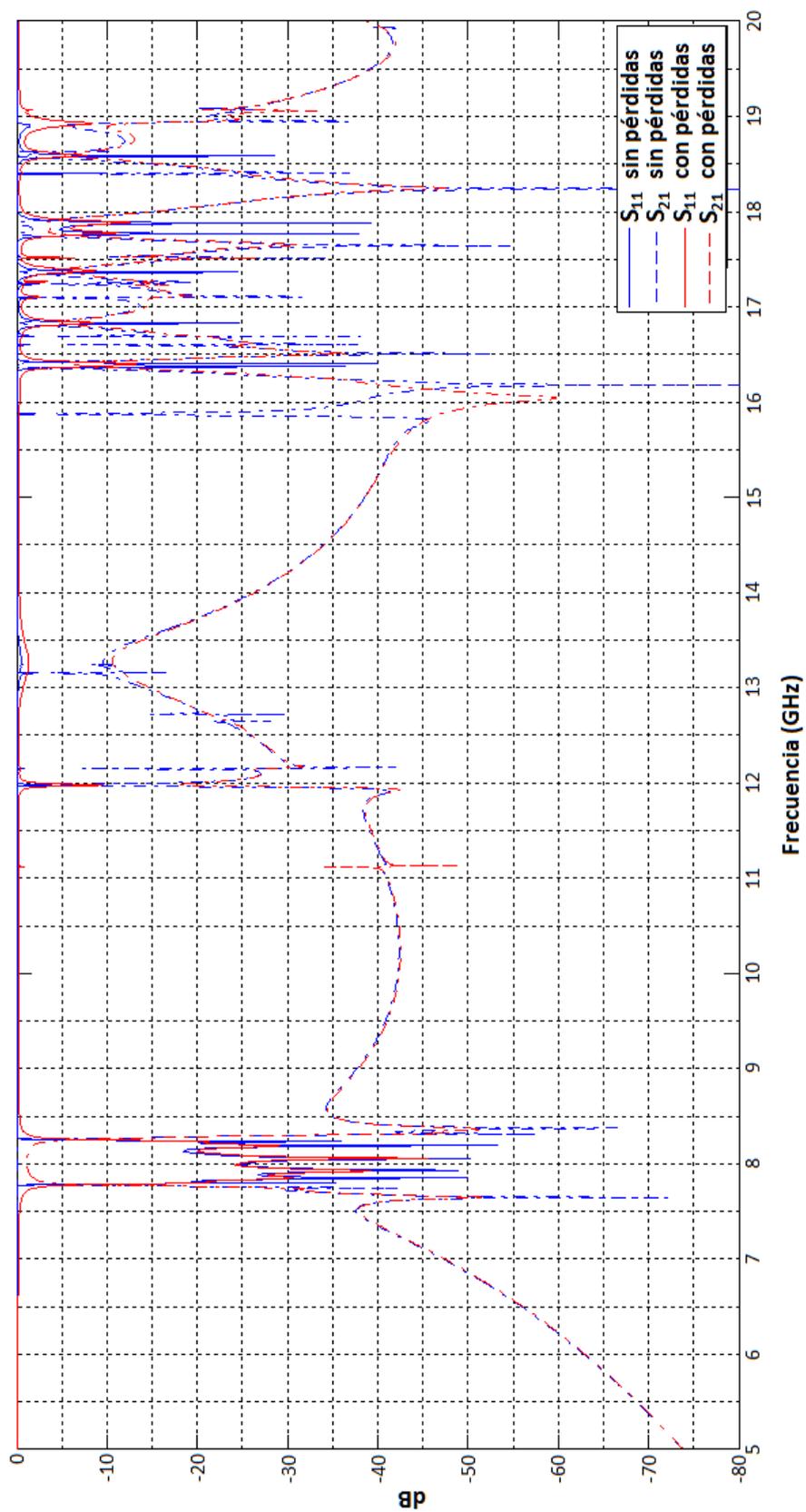


Figura 5.16: Simulación con y sin pérdidas desde 5GHz hasta 20GHz.

Capítulo 6

Conclusiones y líneas futuras de investigación.

A lo largo de los diferentes capítulos de este proyecto se han presentado distintos tipos de filtros en función de su función de transferencia y nos hemos centrado en filtros paso banda, de banda estrecha, con respuesta de Chebyshev generalizada. Se ha desarrollado un método general que nos permite obtener una representación eléctrica de nuestro filtro (llamada matriz de acoplamientos \mathbf{M}) que cumpla con la función de transferencia deseada. Así pues, se ha presentado un método general para el desarrollo de filtros paso banda independiente de la tecnología empleada para la construcción del mismo.

Posteriormente, hemos presentado la tecnología con la que hemos llevado a cabo nuestras realizaciones de filtros basados en resonadores de microondas acoplados entre sí, de manera que permitimos la inclusión de ceros de transmisión por medio de acoplamientos cruzados. Esta tecnología, denominada guía de ondas integrada en sustrato (*SIW - Substrate Integrated Waveguide*, en inglés) presenta características a medio camino entre la guía de ondas, que tiene altos factores de calidad, y el resto de tecnologías planares, que presentan bajos costes de fabricación, son ligeras y permiten una fácil integración entre diferentes tecnologías planares.

Además, hemos realizado un estudio de esta tecnología para poder emplearla para elaborar filtros paso banda, de banda estrecha, por medio de cavidades. En este sentido se han estudiado los diferentes tipos de acoplos y de transiciones con tecnología microstrip para relacionar los parámetros físicos de diseño con la respuesta eléctrica que se requiere.

Una vez presentadas la herramientas necesarias para la elaboración de nuestros filtros, hemos procedido al diseño, construcción y caracterización experimental de un filtro de orden cuatro con dos ceros de transmisión simétricos (cuadruplete). Se ha presentado la metodología de diseño y ajuste del mismo para cumplir con las especificaciones. Finalmente, se ha diseñado y simulado un filtro de orden seis para comprobar que es posible realizar filtros de mayor orden con éxito y se ha presentado un método de optimización que permite mejorar considerablemente la respuesta de nuestro filtro de un modo *más inteligente*.

Por medio de las simulaciones se ha podido comprobar que:

- La frecuencia de resonancia de cada cavidad viene marcada por el tamaño *eléctrico* de la misma, es decir, influye el tamaño físico de la misma, pero además influye la distancia entre las vías y el diámetro de éstas ya que pueden permitir que mayor o menor cantidad de energía desborde a través de ellas.
- El acoplamiento de entrada elegido para adaptar la energía de la línea microstrip al resonador de entrada/salida nos permite obtener un diseño muy compacto y versátil, ya que permite conseguir diferentes factores de calidad externo fácilmente al cambiar la longitud del tramo de línea microstrip que se introduce en el resonador de entrada/salida.
- El tamaño de la apertura (iris) que empleamos en los acoplamientos inductivos provoca que la frecuencia de resonancia de los resonadores implicados cambie ligeramente, ya que permitimos que las cavidades sean *eléctricamente* algo mayores gracias al campo que se desborda por acción de la apertura. Este efecto ha de ser compensado por medio de la reducción del tamaño físico de las cavidades afectadas.
- Los acoplamientos cruzados permiten controlar la posición de los ceros de transmisión. Dichos ceros de transmisión se acercan a la frecuencia central del filtro (hasta cierto límite) a medida que intensificamos el acoplo y se alejan a medida que hacemos que el acoplo se debilite.
- La energía radiada por el slot es despreciable ya que conseguimos unas pérdidas de transmisión bastante buenas.
- El comportamiento real de esta tecnología es bastante fiable, ya que hemos comprobado que cumple casi con total fidelidad con la respuesta esperada y obtenida en simulación.
- El factor de calidad de los filtros implementados por medio de esta tecnología es muy superior al que puede conseguirse por medio de otras tecnologías planares.

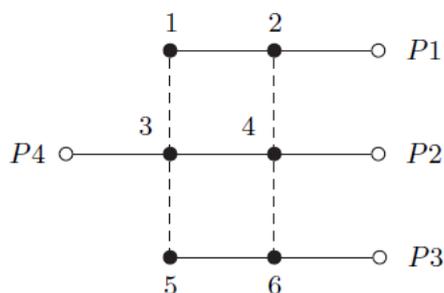


Figura 6.1: Ejemplo de un multiplexor.

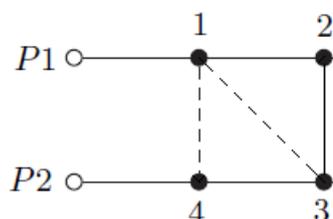


Figura 6.2: Filtro de orden 4 con acoplamiento en diagonal.

Líneas futuras de investigación.

Como líneas futuras de investigación para la ampliación de este proyecto podemos destacar las siguientes:

- En este proyecto se ha realizado un estudio, diseño, construcción y caracterización de filtros paso banda de banda estrecha con respuesta de Chebyshev generalizada. Así pues, un paso más sería la construcción de multiplexores empleando estos filtros como componentes fundamentales. Para su construcción hace falta añadir más puertos de entrada/salida de modo que se

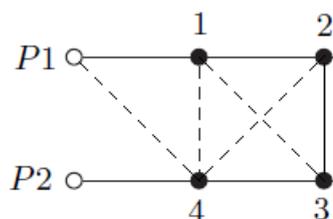


Figura 6.3: Filtro de orden 4 con 3 ceros de transmisión.

creen múltiples caminos para la propagación de la energía pudiendo controlar la interacción entre los distintos canales [23]. Un ejemplo puede verse en la figura 6.1.

- Además, podemos estudiar acoplamientos en diagonal. Estos acoplamientos introducen asimetría en nuestro circuito, tal y como podemos ver en la figura 6.2, por lo que permiten realizar filtros con respuesta asimétrica en torno a la frecuencia central.
- Por otro lado, se puede profundizar en la teoría descrita en el apartado 3.2, donde se nos presentaba una matriz de acoplamientos de dimensión $(N + 2) \times (N + 2)$. En el proyecto hemos construido filtros empleando empleando la parte interna de la matriz, como si sólo trabajáramos con una matriz de dimensión $N \times N$, es decir sin múltiples acoplamientos entre la entrada/salida y los diferentes resonadores o con acoplo directo entre entrada y salida. Por lo tanto, se puede explotar esa utilidad de la matriz de acoplos extendida para diseñar filtros con $(N - 1)$ ceros de transmisión (véase al figura 6.3) o de incluso N ceros de transmisión.
- Otro aspecto que puede ser estudiado es la realización de filtros con nodos no resonantes como el que aparece en la figura 6.4, el cual posee dos ceros de transmisión. Este tipo de nodo permite incluir estructuras físicas cuyo comportamiento no varíe con la frecuencia o, al menos, no varíe dentro de la banda de interés. En el filtro de la figura 6.4, los nodos no resonantes vienen identificados por los números 1 y 2. Son resonadores muy desintonizados, es decir, su tamaño es tal que su frecuencia de resonancia es muy superior o muy inferior a la banda de trabajo (suelen tener una frecuencia de resonancia muy grande ya que, de este modo, la estructura es de menor tamaño).
- También se puede realizar un estudio de otros tipos de acoplamientos eléctricos con el fin de ver cuál es el más adecuado para cada tipo de aplicación. En la figura 6.5 se muestran dos alternativas a la empleada en este proyecto para la realización de un acoplo eléctrico. En la figura 6.5(a) (véase [24]) se muestra un triplete en el que el acoplo cruzado viene implementado por un acoplo eléctrico que es más intenso cuanto más pequeña sea la separación S entre el resonador que se encuentra separado y los otros dos. Por otro lado, en la figura 6.5(b) (véase [25]) se muestra un filtro triplete en el que el acoplo eléctrico que implementa el acoplo cruzado viene dado por medio de la inserción de un resonador microstrip que se acopla a las otras dos cavidades de guía de ondas integrada en sustrato. Se trata, por lo tanto, de un filtro híbrido microstrip - guía de ondas integrada en sustrato.

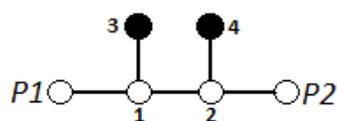


Figura 6.4: Filtro con dos nodos no resonantes internos.

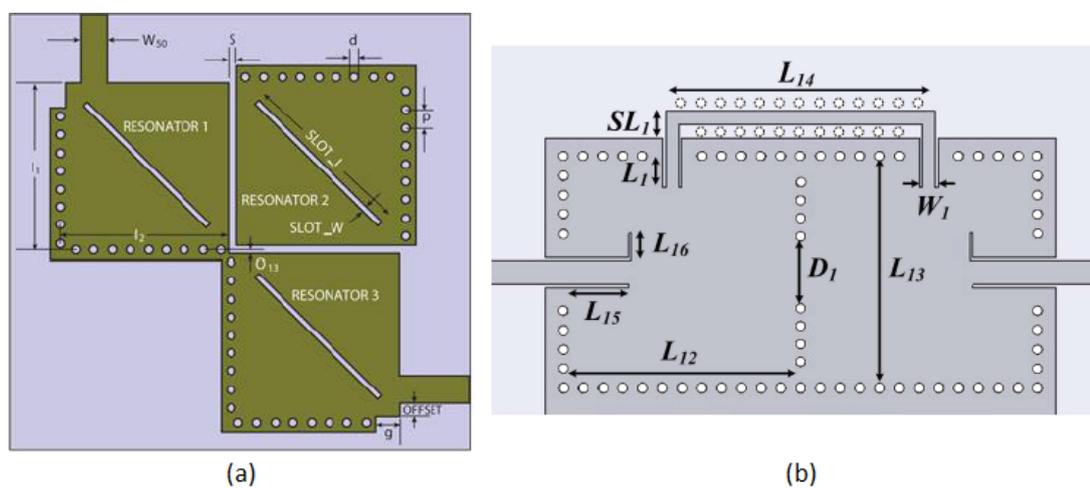


Figura 6.5: Alternativas para realizar un acoplo eléctrico.

Bibliografía

- [1] D. M. Pozar, *Microwave Engineering, 2nd edition*. John Wiley & Sons, Inc, 1998, ch. 8.
- [2] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering, 2nd edition*. McGraw Hill, 1992, ch. 8.
- [3] J.-S. Hong and M. Lancaster, *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*. John Wiley & Sons, Inc, 2001.
- [4] J. Helszajn, *Synthesis of Lumped Element, Distributed and Planar Filters*. McGraw Hill, 1990.
- [5] L. Weinberg, *Network Analysis and Synthesis*. McGraw Hill, 1962.
- [6] R. Saal and E. Ulbrich, *On the design of filters by synthesis*. IRE Trans., 1958, pp. 284–327.
- [7] A. García Lampérez, “Herramienta de diseño de filtros paso banda de resonadores con topologías de acoplo generalizadas,” E.T.S.I. Telecomunicación, Universidad Politécnica de Madrid, Octubre 2000.
- [8] J. C. Cáceres Casero, “Desarrollo de una herramienta de diseño asistida por ordenador para la síntesis de filtros paso banda a resonadores en tecnologías de microondas,” E.T.S.I. Telecomunicación, Universidad Politécnica de Madrid, Octubre 2000.
- [9] K. L. Kaiser, *Electromagnetic compatibility handbook*. CRC Press, 2004.
- [10] G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*. Artech House, 1980.
- [11] R. J. Cameron, “Advanced coupling matrix synthesis techniques for microwave filters,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 51, no. 1, Enero 2003.

- [12] —, “General coupling matrix synthesis methods for chebyshev filtering functions,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, no. 4, Abril 1999.
- [13] S. Amari, “Direct synthesis of folded symmetric resonator filters with source-load coupling,” *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 11, pp. 264–266, Junio 2001.
- [14] J. Rhodes and A. Alseyab, “The generalized chebychev low pass prototype filter,” *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 8, pp. 113–125, 1980.
- [15] A. Atia and A. Williams, “New types of bandpass filters for satellite transponders,” *COMSAT Technical Review*, vol. 1, pp. 21–43, 1971.
- [16] J. Rhodes, “A low-pass prototype network for microwave linear phase filters,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-18, pp. 290–300, Junio 1970.
- [17] D. Deslandes and K. Wu, “Accurate modeling, wave mechanisms, and design considerations of a substrate integrated waveguide,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 54, no. 6, Junio 2006.
- [18] K. W. y. T. C. L. Yan, W. Hong, “Investigations on the propagation characteristics of the substrate integrated waveguide based on the method of lines,” *Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings*, vol. 152, pp. 35–42, Febrero 2005.
- [19] H. Kumar, R. Jadhav, and S. Ranade, “A review on substrate integrated waveguide and its microstrip interconnect,” *Journal of Electronics and Communication Engineering*, vol. 3, pp. 36–40, Octubre 2012.
- [20] F. Xu and K. Wu, “Guided-wave and leakage characteristics of substrate integrated waveguide,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 53, pp. 66–73, Enero 2005.
- [21] X.-P. Chen and K. Wu, “Substrate integrated waveguide cross-coupled filter with negative coupling structure,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 56, no. 1, Enero 2008.
- [22] A. García Lampérez, S. Llorente Romano, M. Salazar Palma, and T. K. Sarkar, “Efficient electromagnetic optimization of microwave filters and multiplexers using rotational models,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, no. 2, Febrero 2004.

- [23] A. García Lampérez, “Métodos avanzados de síntesis y optimización de filtros y multiplexores de microondas,” E.T.S.I. Telecomunicación, Universidad Politécnica de Madrid, 2004.
- [24] G. Yang, W. Liu, F. Liu, and S. Zhang, “A cascaded triplet SIW bandpass filter,” *Microwave Journal*, Noviembre 2012.
- [25] W. Shen, W.-Y. Yin, X.-W. Sun, and L.-S. Wu, “Substrate-integrated waveguide bandpass filters with planar resonators for system-on-package,” *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, vol. 3, no. 2, Febrero 2013.