"DESIGUALDAD Y POBREZA EN ESPAÑA, DE 1980-81 A 1990-91"

Universidad Carlos III de Madrid
Departamento de Economía

TESIS DOCTORAL

Autora: Coral del Río Otero
Director: Javier Ruiz-Castillo Ucelay

Mayo 1996

Índice

Agradecimientos

Con las siguientes líneas quiero dejar constancia de mi agradecimiento a todas aquellas personas e instituciones que me han ayudado a la hora de realizar este trabajo.

En primer lugar a mi director de tesis, Javier Ruiz-Castillo, por su labor de dirección y apoyo. Las innumerables conversaciones con él mantenidas a lo largo de estos años me han guiado de forma acertada por los entresijos de la labor investigadora. Su espíritu crítico ha sido una constante fuente de superación, y una lección de rigor y responsabilidad.

En segundo lugar, quiero expresar mi más profundo agradecimiento al Departamento de Economía Aplicada de la Universidade de Vigo, y en particular a José Carlos Álvarez Villamarín y Alberto Gago. Sin su trabajo y apoyo no habría sido posible llevar a buen puerto esta Tesis, la cual es parte de un ambicioso proyecto común que ya empieza a dar sus primeros frutos.

Asimismo, estoy en deuda con Olga Alonso Villar por sus reiterados comportamientos de apoyo y comprensión. Su mente analítica ha sido, además, de gran ayuda en la superación de diversos escollos con los que me he ido encontrando.

Por último, deseo agradecer el soporte financiero proporcionado por la Universidade de Vigo durante todos estos años.

Introducción General

En la mayoría de las sociedades actuales, la reducción de las desigualdades económicas es un objetivo básico en los programas de numerosas formaciones políticas. Resulta evidente la preocupación de buena parte de la opinión pública por conocer los niveles de desigualdad existentes. También en el mundo económico, y al amparo de la creciente aparición de fuentes estadísticas microeconómicas, los estudios centrados en la medición de los niveles de desigualdad son cada vez más frecuentes. Sin embargo, como apuntó Kolm (1976a, pág. 416): "Tales ideas son bastante poco operativas, estériles e incluso vacuas en tanto en cuanto no se establezca con precisión a qué se llama desigualdad. Esto es necesario ya que las distintas medidas de desigualdad producen resultados ampliamente divergentes y puede que incluso opuestos. (...) así, uno puede tomar como referencia cualquier país y probar que a lo largo de un período de tiempo la desigualdad ha aumentado o disminuido (...) escogiendo medidas de desigualdad diferentes que, a primera vista, parecerían igualmente buenas y valiosas".

Hasta hace relativamente poco tiempo, los economistas interesados en el problema de la desigualdad dirigieron sus esfuerzos a dar respuesta a preguntas del tipo: ¿es la distribución de la renta actual más equitativa que las existentes en el pasado?, ¿se caracterizan los países pobres por unos mayores niveles de desigualdad?, ¿cuál es el impacto distributivo del sistema impositivo?, ..., etc. Sin embargo, concedieron poca importancia a los problemas conceptuales asociados a las medidas de desigualdad, siendo escasas las contribuciones teóricas que, durante ese período, permitieron desvelar la relación subyacente entre cada medida de desigualdad y el concepto de bienestar social asociado.

Desde 1970 la comparación intertemporal de distribuciones de renta ha estado enmarcada en una rica literatura de fuerte contenido analítico, iniciada por Atkinson (1970), Sen (1973) y Kolm (1976a, 1976b)[1]. Como es sabido, la clave de este enfoque radica en situar el análisis y la medición empírica de la desigualdad en un marco de Economía del Bienestar. De esta forma se tomó plena conciencia de que en economía carece de sentido medir fenómenos de esta naturaleza sin utilizar juicios de valor sobre las propiedades que, desde el punto de vista social, deben satisfacer los instrumentos de medida.

En la actualidad podemos distinguir dos grandes enfoques complementarios en la medición de la desigualdad. Por un lado, contamos con un buen número de indicadores completos que nos permiten ordenar todas las distribuciones de renta concebibles. Tomando como referencia las funciones de bienestar que se encuentran tras toda medida de desigualdad, utilizar instrumentos con la propiedad de completitud permite dar una solución concreta a la tensión entre las consideraciones en favor de la eficiencia, medidas por la media de la distribución, y las consideraciones de índole distributivo, estimadas a través de índices de desigualdad. Ahora bien, el precio que hay que pagar por alcanzar completitud es tener que aceptar un amplio abanico de juicios de valor, los cuales generalmente no suscitarán un acuerdo unánime.

Dentro de este amplio conjunto de indicadores podemos distinguir, asimismo, dos corrientes que se diferencian en el concepto mismo de desigualdad que pretenden medir. En primer lugar está una corriente *positivista*, cuya preocupación se centra en cuantificar la dispersión de la distribución de rentas individuales. Constituyen lo que en la literatura se conoce como "medidas objetivas de desigualdad"[2]; siendo sus representantes más utilizados: el coeficiente de variación, la desviación relativa media, la varianza de los logaritmos y el índice de Gini, por un lado, y la medida de Theil, por otro. Para la mayoría de ellos la medición de la desigualdad se centra en la determinación el grado de concentración de las distribuciones de renta objeto de estudio, con un carácter marcadamente descriptivo. Aunque la familia de índices de Theil, por su origen a partir de conceptos propios de la teoría de la información y sus excelentes propiedades, se desmarca un poco del resto de integrantes de

[1] Inspirados en el trabajo pionero de Dalton (1920).

[2] Utilizando la terminología introducida por Sen (1973).

este grupo (los denominados *índices objetivos tradicionales*).

En segundo lugar están los llamados "índices éticos o normativos", que miden la desigualdad en términos de la pérdida de bienestar social debida a la dispersión de las rentas. Estos índices tratan de cuantificar el coste potencial que la desigualdad ocasiona, utilizando para ello alguna Función de Bienestar Social (FBS de aquí en adelante) que necesariamente incorpora un conjunto de juicios de valor de forma explícita. Este ideal de transparencia es, precisamente, lo que sus defensores echan de menos en los índices tradicionales, ya que detrás de su pretendida objetividad subyace siempre alguna noción de bienestar social cuyas implicaciones éticas no se hacen, a menudo, todo lo explícitas que debieran. La corriente normativa tiene sus raíces en el índice de Dalton (1920), y en los índices de Atkinson (1970), Kolm (1976a y b) y Sen (1973) a sus representantes más destacados. Debemos reseñar que también sobre este tipo de medidas se han vertido algunas críticas, fundamentalmente relacionadas con los problemas planteados a la hora de yuxtaponer las nociones de equidad y bienestar[3].

En cualquier caso, la utilización de uno u otro tipo de índices completos está ampliamente respaldada en la literatura, por lo que no es extraño encontrarse con trabajos empíricos que usan indistintamente índices pertenecientes a ambas corrientes. Ahora bien, la posible incoherencia de los resultados, derivada de la amplia variedad de posibilidades existente, hace sensato someter el criterio de selección de los índices a la naturaleza del caso empírico en el que nos encontremos. Así, como apunta Ruiz-Castillo (1986, pág. 18): "... parece obvio que para protegernos de las peores consecuencias de la lógica pretensión de ordenar todas las distribuciones en litigio, es conveniente trabajar con una batería de medidas. Pero en lugar de concluir que las discrepancias que puedan producirse son esencialmente arbitrarias, sostendremos que en cada situación concreta será siempre fructífero juzgar acuerdos y divergencias a la luz de las propiedades diferenciales de los indicadores que se utilicen". Esta filosofía de trabajo ha sido la que ha fomentado la investigación de las propiedades axiomáticas de los índices existentes, y en última instancia, justifica la utilización

[3] Ver Zubiri (1985).

de índices diversos.

De todas formas existen razones intelectuales que nos invitan a reflexionar sobre un segundo enfoque, complementario a la utilización de índices completos. Un enfoque en el que no estamos dispuestos a afirmar que haya habido mejora del bienestar si no hay, simultáneamente, mejora de la media y mejora de la desigualdad. Así, si ambas magnitudes se mueven en direcciones contrarias, diremos que las dos distribuciones objeto de estudio son no comparables. Se trata de un enfoque incompleto en el que, en ocasiones, no podremos ofrecer una evaluación social. Pero a cambio, se necesitan muchos menos juicios de valor, por lo que se amplía la admisibilidad ética y política de los resultados que se puedan obtener. Ya que ésta ha sido la metodología utilizada a lo largo de todo este trabajo, merece la pena detenerse en alguno de sus aspectos con un poco más de calma.

En la tradición dominante en Economía Normativa, se suele evaluar el bienestar económico de una población teniendo en cuenta dos tipos de consideraciones. El interés por la eficiencia que, en nuestro contexto, implica una preferencia por la mayor renta agregada posible; y el interés por una mejor distribución de ese total. De hecho, conocemos formalmente las condiciones bajo las cuales todos los juicios de valor que nos merezca cualquier distribución de la renta pueden resumirse a través de la valoración de sólo dos estadísticos de tal distribución: la media y un índice de desigualdad[4]. Evidentemente, habrá unanimidad en que el bienestar social ha mejorado si la media ha aumentado y la desigualdad ha disminuido. Ahora bien, los resultados citados nada dicen sobre cómo resolver la dificultad que se plantea cuando, por ejemplo, la mejora de la media va acompañada de un deterioro de la desigualdad.

Independientemente del país y del período involucrado, manifestarse sobre este tipo de *trade offs* es una cuestión éticamente delicada. Por nuestra parte, sólo estaremos dispuestos a decir que el bienestar en España es mayor (menor) en 1990-91 en relación con 1980-81, si y sólo si han mejorado (empeorado) tanto la media como la desigualdad. En otro

---

[4] Véanse los resultados de Dutta y Esteban (1992) y la literatura allí citada.

caso, es decir, si han aumentado (disminuido) tanto la media como la desigualdad, diremos que las dos situaciones son no comparables.

Afortunadamente, la literatura reciente en Economía del Bienestar ha desarrollado métodos operativos para determinar en la práctica si, entre dos situaciones, una de ellas es mejor que otra, o ambas son no comparables en el sentido indicado. Para ello, los procedimientos disponibles parten de cuatro supuestos generalmente aceptados. Los instrumentos de medida deben ser continuos, de manera que si una distribución sólo se diferencia de otra por una pequeña perturbación, las estimaciones de la desigualdad o el bienestar de las dos distribuciones deben ser también muy parecidas (*Continuidad*). Si se produce una pequeña redistribución de renta desde un hogar más rico a otro más pobre, sin que varíe ni la media de la distribución original ni la ordenación relativa de los dos hogares implicados, la desigualdad debe disminuir y el bienestar debe aumentar (*Principio de transferencias de Pigou-Dalton*). Una modificación en la distribución de rentas que sólo ocasione permutaciones en la posición de los individuos no debe afectar a nuestras mediciones de desigualdad y bienestar (*Simetría* o *Anonimidad*). Por último, si replicamos exactamente una población, de manera que por cada hogar original haya ahora otro hogar adicional con la misma renta e idénticas características, la desigualdad o el bienestar de la nueva población debe ser el mismo que el de la población original (*Principio de la población de Dalton*).

A continuación, es preciso dar un paso éticamente comprometido. Hay que optar por alguna de las concepciones alternativas de desigualdad existentes. Dos son las nociones más utilizadas en esta literatura. La primera es la llamada desigualdad relativa, según la cual la desigualdad permanece constante siempre que una variación de la renta media se distribuya de forma proporcional entre todos los hogares. Así, si la proporción entre ricos y pobres es la misma en dos distribuciones, ambas deben exhibir la misma desigualdad. La segunda es la llamada desigualdad absoluta, según la cual la desigualdad permanece constante sólo si la variación en la renta media se reparte a partes iguales entre todos los hogares.

Para mostrar el carácter político de la opción entre estos dos tipos de desigualdad, basta recordar que, en su contribución clásica, Kolm tachó de "índices derechistas" a los índices relativos, e "índices izquierdistas" a los absolutos. La siguiente cita ilustra elocuentemente sus razones: "En Mayo de 1968 en Francia, los estudiantes radicales precipitaron una revuelta estudiantil que condujo a una huelga obrera general. Todo ello acabó en los acuerdos de Grenelle que decretaron un 13 por ciento de incremento en todos los salarios. Así, los trabajadores que ganaban 80 libras al mes recibieron 10 más, mientras que los ejecutivos que ganaban 800 libras mensuales recibieron 100 más. Los Radicales se sintieron amargamente engañados; en su opinión, esta medida aumentó considerablemente la desigualdad de la renta. Sin embargo, esta solución al conflicto hubiera dejado invariable cualquier índice de desigualdad relativa ... En otros países, ..., los sindicatos son más astutos y, en lugar de incrementos relativos, insisten a menudo en incrementos absolutos para evitar el efecto anterior. Conozco mucha gente -de opiniones moderadas- que piensa que un incremento igual en términos absolutos en todas las rentas es el que no aumenta la desigualdad, mientras que un incremento equiproporcional hace la distribución menos igualitaria"; (Kolm, 1976a, pág. 419).

Volviendo a la literatura analítica existente, Shorrocks (1983) sugiere dos clases de medidas admisibles de bienestar. Ambas satisfacen las cuatro propiedades ya comentadas, y se diferencian por la forma de enunciar un quinto supuesto. Este último axioma recoge la preferencia social por la eficiencia de manera congruente con las dos nociones de desigualdad que acabamos de presentar. Por un lado, se propone que el bienestar aumente siempre que todas las rentas aumenten proporcionalmente; es decir, manteniendo la desigualdad relativa constante. Gráficamente, el bienestar aumenta a medida que nos movemos en sentido ascendente por rayos que parten del origen de coordenadas. Por otro lado, se sugiere que el bienestar aumente sólo si todas las rentas aumentan en la misma cantidad absoluta; es decir, manteniendo la desigualdad absoluta constante a lo largo de líneas paralelas a la bisectriz, en un ejemplo con dos individuos.

Denominemos esas dos clases de medidas de bienestar por W_R y W_A, respectivamente. El mérito de la contribución de Shorrocks es proporcionar procedimientos operativos para contrastar empíricamente si este tipo de criterios se cumple en la realidad[5]. Esencialmente, dadas dos distribuciones de renta x e y, se trata de verificar si una de ellas, por ejemplo x, satisface simultáneamente las dos condiciones que exigimos para concluir que se ha producido una mejora del bienestar: exhibir una menor desigualdad relativa o absoluta, de acuerdo al correspondiente criterio de dominancia de Lorenz que se discutirá más adelante, y tener mayor media. Entonces, los resultados teóricos de Shorrocks nos aseguran que podemos estar seguros de que para cualquier medida que satisfaga las cinco condiciones mencionadas, es decir, que pertenezca a las clases W_R o W_A, según el caso, siempre ocurrirá que la distribución x arrojará mayor bienestar que la y.

En la práctica, uno debe empezar por investigar si entre dos distribuciones una domina a la otra desde el punto de vista de la clase W_A que, como hemos visto, es el más exigente de los dos desde el punto de vista ético. En ese caso, habremos terminado la tarea: una distribución tiene simultáneamente mayor media y menor desigualdad absoluta. De otro modo, se debe contrastar si se satisface el criterio relativo de desigualdad.

En el primer capítulo de esta Tesis, titulado "Ordenaciones de Bienestar e inferencia estadística", hemos llevado a la práctica el programa analítico, ya clásico, discutido anteriormente. Es decir, hemos comparado las distribuciones de 1980-81 y 1990-91[6] desde la perspectiva de las clases de medidas de bienestar W_A y W_R.

Un primer límite de esta metodología es que el criterio de dominancia de Lorenz es incompleto, es decir, no permite ordenar todas las distribuciones concebibles desde el punto de vista de la desigualdad. Puede muy bien ocurrir que las curvas de Lorenz de dos distribuciones se corten. En esa situación, el procedimiento declarará que las dos distribuciones son no comparables. Para paliar, en parte, este problema nuestro estudio

---

[5] Junto a Shorrocks (1983) debemos citar aquí a Moyes (1987), Dasgupta, Sen y Starret (1973) y Chakravarty (1988). Todos ellos desarrollan métodos empíricos para identificar ordenaciones de distribuciones de renta consistentes con los miembros de amplias clases de Funciones de Bienestar Social, que satisfacen las condiciones anteriormente mencionadas.

[6] Estas distribuciones han sido extraídas de las dos ultimas Encuestas de Presupuestos Familiares elaboradas por el INE, para 1980-81 y 1990-91.

empírico se ha realizado siguiendo procedimientos estadísticos recientes que permiten determinar bandas de confianza en torno a estadísticos como la curva de Lorenz[7]. En consecuencia, es posible hacer verdadera inferencia estadística y evitar los males de los procedimientos meramente numéricos afectados, como están, por la variabilidad inherente a los datos muestrales. De esta forma, pretendemos llegar a conclusiones empíricamente válidas sobre la población de referencia y obviar cruces de curvas que no son estadísticamente significativos. Sobre esta importante cuestión volveremos con cuidado en los próximos capítulos, donde se detallan las técnicas utilizadas.

Por otra parte, los estudios empíricos en este área han de adoptar una larga serie de decisiones metodológicas que, naturalmente, podrán afectar a los resultados. Estas decisiones, que sólo comentaremos aquí brevemente al ser defendidas más adelante en apartados expresamente dedicados a estos aspectos, se refieren a:

- la variable unidimensional que mejor represente el nivel de vida de los hogares, dada la información con que se cuente; es decir, el concepto de "renta" que se vaya a utilizar;

- las comparaciones interpersonales de bienestar en el caso heterogéneo en el que, por tener necesidades distintas, reconocemos que los hogares no son éticamente equivalentes y, por tanto, sus rentas no son directamente comparables;

- las comparaciones intertemporales de renta de hogares que se enfrentan a vectores de precios relativos distintos en dos momentos del tiempo, lo que exige expresar las distribuciones que se pretende comparar a pesetas constantes; y por último,

- la unidad de análisis que define lo que entendemos por un "individuo" y, por tanto, el tipo de distribución que se va a comparar: típicamente, la distribución de renta (ajustada o equivalente) del hogar, o la distribución personal en que a cada persona se le asigna la

---

[7] Referencias fundamentales en este campo son, entre otras: Beach y Davidson (1983), Bishop, Formby y Thistle (1989) y Bishop, Chakraborti y Thistle (1994).

renta (ajustada) del hogar al que pertenece.

Detengámonos brevemente en algunas de estas cuestiones. En un primer momento identificamos el nivel de vida del hogar con su consumo total en bienes y servicios privados. Conscientes de la necesidad de buscar resultados robustos ante cambios en la definición de esta variable central, consideramos también un conjunto de alternativas que incluyen el gasto total del hogar antes y después de sustraer el gasto en la adquisición de ciertos bienes duraderos, el alquiler real o imputado de la vivienda, y ciertas imputaciones que el INE realiza por el autoconsumo y el autosuministro, el salario en especie, las comidas subvencionadas en el lugar de trabajo o en el establecimiento propiedad del hogar. Como en todos los casos las comparaciones intertemporales conducen a las mismas conclusiones, en lo sucesivo nos referiremos a la variable escala que nos parece más adecuada: el gasto total del hogar, neto de los gastos corrientes en la adquisición de determinados bienes duraderos.

En segundo lugar, a lo largo de todo el trabajo consideraremos el tamaño del hogar como la única característica diferenciadora éticamente relevante. De forma que ajustaremos la variable escala elegida en cada caso para tener en cuenta estas diferencias. Pero en lugar de seleccionar un método de ajuste particular, seguimos a Coulter, Cowell y Jenkins (1992a y 1992b) y parametrizamos el procedimiento, usando un amplio abanico de hipótesis sobre la importancia que deseamos conceder a las economías de escala en el consumo dentro del hogar[8].

En tercer lugar, conviene indicar que las estimaciones del consumo de los hogares se expresan a precios constantes por medio de índices de precios estadísticos, específicos para cada hogar, en cuya construcción se utilizó el sistema oficial de índices de precios de consumo con base en 1983. Naturalmente, un índice de precios de este tipo sólo proporciona una aproximación al verdadero índice del coste de la vida, para cuya estimación necesitaríamos conocer las preferencias de la población restringidas al espacio de bienes. En

---

[8] De todo lo anterior se desprende que en este trabajo no abordaremos la estimación de las escalas de equivalencia. Este proyecto está plagado de dificultades importantes que el enfoque econométrico aún no ha podido resolver, a menos que acudamos a supuestos poco atractivos.

el primer capítulo solamente ofrecemos los resultados referidos a pesetas constantes del Invierno de 1991 para la encuesta del 80[9].

Y en cuarto lugar, trabajamos con dos tipos de distribuciones: la distribución del gasto equivalente del hogar, y la distribución personal donde cada hogar aparece ponderado por su tamaño de manera que cada persona recibe el gasto equivalente del hogar al que pertenece.

Los resultados estadísticamente significativos más destacables son los siguientes: 1) durante la década de los 80 se constata un crecimiento importante en el gasto medio en términos reales, que oscila entre el 21 y el 31 por ciento[10] a medida que restamos importancia a las economía de escala en el consumo; 2) la desigualdad relativa ha mejorado durante el período; 3) dado el fuerte incremento en la media registrado durante el período, la desigualdad absoluta ha aumentado; y 4) los resultados obtenidos en el caso homogéneo, dentro de la partición por tamaño del hogar, confirman los resultados anteriores en lo referente a la media, la desigualdad relativa y la desigualdad absoluta. No obstante, los hogares menores (de hasta tres miembros) son los que presentan una evolución más favorable desde el punto de vista social.

Así pues, tanto los hogares clasificados por su tamaño como la población en su conjunto experimentan una mejora del bienestar de acuerdo con cualquier indicador en la clase W_R. Por otra parte, la mejora de la media y el aumento de la desigualdad absoluta no permite llegar a una conclusión unánime desde el punto de vista de la clase W_A.

Estos resultados merecen tres comentarios. En primer lugar, hay que destacar lo extraordinario de los mismos en el contexto internacional. Como es sabido, durante los años 80 se ha producido un aumento de la desigualdad relativa en Estados Unidos, el Reino Unido

[9] Los datos de gasto del 90 no pudieron se ajustados en ese primer capítulo, al no contar en el momento de su realización con los índices individuales de la EPF de 1990-91.

[10] En posteriores capítulos, y una vez que dispusimos de índices individuales para la encuesta del 90, se comprobó que el crecimiento fue de entre el 24% y el 34%.

y otros países de la O.C.D.E[11]. que constituyen el entorno al que España pertenece.

En segundo lugar, de acuerdo con los resultados de Foster y Shorrocks (1988) la mejora del bienestar de acuerdo con cualquier indicador en la clase W_R tiene implicaciones muy positivas sobre el fenómeno de la pobreza. En particular, independientemente de como definamos los pobres, la pobreza en España ha disminuido a lo largo de este período de acuerdo a una clase importante de índices de pobreza, denominados índices de distancia de renta per capita (*per capita income gap*).

En tercer lugar, la experiencia española durante esta década constituye un caso de libro de texto que reclama el uso de conceptos intermedios o centristas de desigualdad. Tanto en el caso homogéneo como en el heterogéneo, para el país en su conjunto, se ha producido una mejora de la desigualdad relativa pero un empeoramiento de la desigualdad absoluta. La cuestión inmediata es: ¿cómo abordar conceptual y empíricamente esta situación para conseguir saber si estamos "cerca" o "lejos" del rayo relativo sin incluir nuevos juicios de valor?

Naturalmente, si se utilizaran indicadores completos de desigualdad siempre obtendríamos conclusiones cuantitativas sobre la mejora (o el deterioro) porcentual de la desigualdad relativa (o absoluta). De hecho, en la medida que tales indicadores resuelven el *trade off* entre media y desigualdad, podríamos también salir de dudas sobre si el aumento de la media en esta década compensa el aumento de la desigualdad absoluta.

No se pretende aquí, poner en duda el interés de esa cuantificación. Ahora bien, es indispensable ser muy conscientes del precio a pagar: 1) por resolver la tensión entre media y desigualdad cuando varían en la misma dirección; 2) por estar dispuestos a dotar de fuerza cardinal a indicadores de desigualdad o bienestar que son esencialmente ordinales; y, en su caso, 3) por aceptar la separabilidad aditiva de los instrumentos de medida para descomponer convenientemente la estimación de la desigualdad global, por ejemplo, en la desigualdad

[11] Véase, por ejemplo, Jenkins y Cowell (1993), Jenkins (1991), Coulter *et al* (1992b) y Slesnick (1991, 1993).

existente dentro de los miembros de una partición y la desigualdad entre los mismos.

En nuestra opinión, existen tres razones para intentar poner en práctica una nueva perspectiva en este trabajo:

i) Desde el punto de vista teórico, parece importante tratar endógenamente las nociones de desigualdad intermedia que responden a juicios de valor alternativos a los mantenidos habitualmente en los dos casos polares.

ii) Desde el punto de vista empírico, conviene recordar que la inmensa mayoría de la amplísima literatura existente se concentra en la medición de la desigualdad relativa. Seguramente, debido a la propiedad de independencia de la unidad de medida y, tal vez, por responder a valores políticos razonables, a la par que moderados, a los que la práctica profesional parece adscribirse sin apenas excepciones. El hecho es que, si bien existen varias propuestas para medir la desigualdad intermedia, no existe un sólo estudio empírico al respecto.

iii) Desde el punto de vista de la experiencia empírica en nuestro país, todo conspira para realizar un intento de medición que incorpore nuevos conceptos alternativos a los habituales. La década 1980-81 a 1990-91 constituye un período de características políticas extraordinarias, que merece sin duda un esmero especial a la hora de evaluar la evolución de la desigualdad con el mínimo posible de juicios de valor. Así, las conclusiones que podamos alcanzar en el enfoque minimalista que propugnamos, podrán ser tal vez mejor aceptadas por personas de diferentes convicciones políticas y sociales.

Desde luego, existen propuestas interesantes para ocupar parte de ese espacio centrista o intermedio entre los dos extremos habituales. Conocemos la propuesta del propio Kolm (1976b), la de Bossert y Pfingsten (1990) y la de Pfingsten y Seidl (1994), todas las cuales versan sólo sobre el caso homogéneo. Como veremos posteriormente, de la lectura de este último trabajo se desprenden críticas importantes a todas las medidas propuestas[12].

Por otra parte, sólo contamos con un procedimiento operativo, análogo a los de Shorrocks (1983) y Moyes (1987), en la contribución de Chakravarty (1988) sobre la μ-desigualdad de Bossert y Pfingsten. Debemos poner de manifiesto que no existe ningún trabajo empírico que utilice, ni la metodología propuesta en esta última referencia, ni indicadores completos de la μ-desigualdad como los caracterizados por Bossert y Pfingsten. En cuanto a la mejor de las alternativas existente en la literatura, el concepto de α-desigualdad propuesto por Pfingsten y Seidl, no es obvio cómo interpretar en términos económicos los resultados de una posible estimación del vector α.

Así, en el segundo capítulo titulado "Desigualdad intermedia y bienestar", presentamos un nuevo concepto denominado $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad y, siguiendo a Chakravarty (1988), desarrollamos procedimientos operativos que nos permitieron aplicar este concepto intermedio a un caso empírico concreto: analizamos la evolución del bienestar económico en España durante la década de los 80.

En el caso homogéneo, dada una distribución de la renta **x** en una población de H hogares, tomemos otra distribución **y** que tenga menos desigualdad relativa y más desigualdad absoluta que **x**. Denotemos por m(.) la función que proporciona la media de una distribución y supongamos, sin pérdida de generalidad, que m(**y**) > m(**x**). Decimos que las dos distribuciones tienen la misma $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad si y sólo si **y** puede obtenerse desde **x** repartiendo la cantidad adicional de renta, H(m(**y**) - m(**x**)), de la manera siguiente: un π por ciento manteniendo las proporciones individuales respecto de la renta total que se dan en **x**, y un $(1 - \pi)$ por ciento en cantidades absolutas iguales entre todos los individuos.

Hemos cuidado de subrayar que la $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad, como las demás nociones de desigualdad intermedia, sólo puede concebirse a partir de una situación inicial determinada.

---

[12] En relación a la noción de μ-desigualdad introducida por Bossert y Pfingsten, Pfingsten y Seidl (1994) demuestran que cualquier noción intermedia representada por ésta, se aproxima necesariamente a la posición relativa cuando la renta media aumenta. Siendo éste, un defecto del que también adolece el concepto intermedio presentado en Kolm (1976b).

Lo cual es congruente con la asimetría propia del problema que estamos analizando. La razón es que, en el continuo entre lo relativo y lo absoluto, todos tenemos visiones diferentes dependiendo de que lo que se trate sea cómo repartir los frutos del desarrollo o cómo repartir la carga de un impuesto sobre la renta. Por lo demás, esta diferencia no es de preocupar pues, cualquiera que sea la distribución de la que partamos, se está capturando geométricamente el mismo rayo intermedio que pasa por ambas.

En cuanto al caso heterogéneo, todo lo anterior es aplicable interpretando $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ como distribuciones de renta equivalente. Como veremos posteriormente, la dificultad radica en cómo resolver el problema de las comparaciones interpersonales de bienestar de forma consistente con la noción de $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad que se esté utilizando. En la práctica, cualquiera que sea la noción de desigualdad que se decida mantener, buscamos procedimientos de ajuste de las rentas originales tales que, para cada subgrupo éticamente homogéneo en la partición básica, la desigualdad de que se trate no varíe con el ajuste. Es decir, dentro de cada uno de tales subgrupos, la desigualdad de la renta equivalente debe ser la misma que la desigualdad de la renta original. Luego para cada noción de desigualdad hay que utilizar un procedimiento de ajuste distinto.

En nuestro caso, supongamos que, para cada noción de $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad, ajustamos debidamente las rentas originales con objeto de tratar conjuntamente hogares de distinto tamaño. Entonces, tanto en el caso homogéneo como en el heterogéneo, el problema formal consiste siempre en evaluar, desde una posición original que resulte natural, un par de distribuciones éticamente comparables. En las comparaciones intertemporales parece apropiado tomar la perspectiva de la situación inicial; en nuestro caso, el período 1980-81. En las comparaciones dentro de un mismo período, por ejemplo, entre Comunidades Autónomas, una referencia útil será la Comunidad con menor renta media y mayor desigualdad relativa.

Pues bien, tanto para el caso homogéneo como para el heterogéneo, y bajo el supuesto de que se ha resuelto la elección del origen desde el cual debe realizarse cada evaluación, nuestra propuesta puede formularse de la manera siguiente: para cada par de distribuciones que se deseen comparar, se trata de construir procedimientos operativos que permitan encontrar el valor de π^* tal que la distribución de 1990-91 tenga la misma $(\mathbf{x},\pi^*)$-desigualdad que la inicial de 1980-81. En la medida que la renta media haya aumentado durante este período, concluiremos que la distribución de 1990-91 es al menos tan buena como la de 1980-81 desde el punto de vista de todas las medidas de bienestar que incorporen la $(\mathbf{x},\pi^*)$-desigualdad.

Para personas de opiniones más moderadas, caracterizadas por nociones de desigualdad entre la relativa y la $(\mathbf{x},\pi^*)$-desigualdad, habremos mejorado sin ambigüedad. Por el contrario, pensemos en personas para las que la desigualdad sólo se mantiene constante si una proporción mayor del $(1 - \pi^*)$ por ciento de los incrementos de renta se reparte en términos *per capita* iguales. Para tales personas habremos empeorado en desigualdad, y dependerá de su *trade off* entre eficiencia y equidad el hablar o no de mejora en bienestar. El mérito del enfoque radica en que no se juzga *a priori* la noción de desigualdad políticamente correcta. Así, son los datos los que determinan el tipo de desigualdad intermedia para la cual las distribuciones de 1980-81 y 1990-91 son equivalentes.

Una vez estimados los valores de π para la población total y para cada uno de los grupos de la partición por tamaño del hogar, nos planteamos la conveniencia de completar este cuadro en las dos direcciones siguientes:

1) Por un lado, después de comprobar las ventajas de la $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad sobre otros conceptos intermedios, nos pareció razonable estudiar su versatilidad a la hora de definir nuevas medidas situadas fuera del mundo intermedio. Y de esta forma, dada una distribución inicial, poder cardinalizar distribuciones dominadas en el sentido de Lorenz por su rayo relativo, y distribuciones que la dominen, a ella y a cualquier otra obtenida a partir del reparto igualitario entre todos los individuos de unidades de renta extra. El interés por estos dos espacios situados al margen de las nociones relativa y absoluta no sólo se planteó como una cuestión teórica, centrada en la búsqueda de nuevas nociones de desigualdad, sino también como una cuestión empírica si tomamos como punto de partida algunos de los

resultados del segundo capítulo. Así, en el estudio de la partición básica[13] se constató la presencia de grupos de hogares para los cuales el valor estimado de π no se ciñó al intervalo [0,1], sobrespasándolo. Por lo que con las herramientas existentes hasta ese momento nos vimos incapacitados para ordenarlos.

2) Por otro lado, una vez que desarrollamos nuevas medidas de desigualdad que permiten abarcar un mayor espacio de distribuciones, nos pareció apropiado completar el análisis empírico realizado hasta ese momento y definir nuevas particiones de interés socioeconómico de acuerdo a la Comunidad Autónoma y el municipio de residencia, y el nivel educativo y la categoría socioeconómica del sustentador principal del hogar. De esta forma podríamos comprobar la generalidad de los resultados obtenidos hasta ese momento, e identificar los grupos que más han mejorado y los que peor han evolucionado, a lo largo de la década de los 80.

De acuerdo con todo lo anterior, en el tercer capítulo titulado "Desigualdad intermedia y desigualdad paretiana: un estudio sobre particiones", se abordan ambas cuestiones. La aportación teórica de este trabajo se centra en la definición de un nuevo concepto de desigualdad denominado $(\mathbf{x},\delta)$-desigualdad, lo que viene a ser una extensión natural de la $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad aplicado en un sub-espacio de distribuciones con mayor desigualdad relativa que la inicial. La metodología que incorpora este nuevo concepto es deudora del anterior, aunque para su definición ha sido necesario decantarse por algún conjunto de juicios de valor paretianos. Tomando esta recta paretiana y la recta relativa como fronteras de este nuevo espacio *intermedio*, con la $(\mathbf{x},\delta)$-desigualdad volvemos a concentrar nuestra atención sólo en aquellas medidas que tienen una clara interpretación económica. Así, por ejemplo, dadas dos distribuciones $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ con igual $(\mathbf{x},\delta)$-desigualdad[14], con $\delta=0.3$ y siendo la media

---

[13] Como ya hemos mencionado, la única característica éticamente válida a la hora de valorar las diferentes necesidades de los hogares ha sido el número de miembros de los mismos. Por lo que la partición básica esta compuesta por grupos de hogares de igual tamaño.

[14] La definición de la $(\mathbf{x},\delta)$-desigualdad requiere la elección de una línea de pobreza implícita, $0 \leq p \leq H$; donde H es el número total de hogares, y p es el número de hogares situados en la cola de la distribución que, según el juicio de valor paretiano adoptado, no participan en el reparto de unidades de renta extra.

de y mayor que la de x, esto significa que la diferencia de renta total que las separa se ha distribuido de la forma siguiente: un 30 por ciento exclusivamente entre los (H-p) hogares con mayor renta en la población (siendo realizado el reparto de forma proporcional a su renta inicial relativa dentro de este grupo); y el 70 por ciento restante se ha asignado respetando las proporciones individuales de renta de la distribución x. Por el momento dejemos esto aquí, relegando para el capítulo correspondiente los detalles de este concepto y el análisis de los resultados obtenidos en cada una de las particiones.

En el cuarto y último capítulo titulado "Ordenaciones de pobreza mediante la Inversa de la curva de Lorenz Generalizada (IGL)", se abandona el tema de la desigualdad para abordar la problemática de la pobreza en nuestro país. Para lo cual, volvimos a hacer uso de la información muestral contenida en las dos últimas Encuestas de Presupuestos Familiares elaboradas por el INE. Aun siendo plenamente conscientes de las limitaciones que tienen dichas encuestas en la medición de este fenómeno, no pudimos resistirnos a la atractiva propuesta metodológica presentada por Jenkins y Lambert en un trabajo reciente, todavía no publicado. Así, decidimos aplicar esta metodología para medir la evolución de los niveles de pobreza en España durante la década de los 80, y comparar nuestros resultados con los que ellos obtuvieron para el Reino Unido.

Al igual que en la literatura sobre desigualdad, también el análisis de la pobreza cuenta con un amplio abanico de indicadores que satisfacen en mayor o menor medida un conjunto de propiedades consideradas deseables[15]. Por lo que, nuevamente, en el análisis empírico se hacía necesaria la estimación de una batería de medidas a partir de líneas de pobreza alternativas, para a continuación estudiar la robustez de las conclusiones obtenidas en cada uno de los casos. La metodología desarrollada por Jenkins y Lambert (1995)[16] da un salto cualitativo al ofrecer procedimientos para caracterizar situaciones en las que las distribuciones de renta pueden ser ordenadas ante una variedad de juicios de valor. Siguiendo la sugerencia de Atkinson (1987), estos autores desarrollan condiciones de dominancia cuyos

[15] El artículo pionero en el tratamiento axiomático de la pobreza se debe a Sen (1976).

[16] Siguiendo los pasos de Atkinson (1987), y Foster y Shorrocks (1988a y b).

órdenes parciales son robustos al nivel de la línea de pobreza y a la medida de pobreza elegida. Y lo que es más importante, aumentan la robustez del ejercicio al obtener resultados teóricos que relacionan estos criterios de dominancia con órdenes de pobreza unánimes, aun cuando las líneas de pobreza de las distribuciones objeto de estudio son diferentes y variables.

Nuestra aportación se centra en dos aspectos. En primer lugar, nos propusimos un tratamiento detallado de la heterogeneidad de los hogares objeto de estudio. Así, primero analizamos la evolución de la pobreza en la población total, bajo distintos supuestos sobre la escala de equivalencia[17]; y a continuación nos detuvimos en cada uno de los grupos de hogares éticamente equivalentes. Y en segundo lugar, incorporamos a este contexto los procedimientos de inferencia estadística existentes en el campo de la desigualdad (ya utilizados en anteriores capítulos). Para la construcción de estos intervalos de confianza proponemos la utilización de resultados existentes en el contexto de Curvas de Lorenz Generalizadas, mostrando que su aplicabilidad a este caso es inmediata.

De esta forma, aun cuando este último capítulo supone un cambio temático en relación con los tres anteriores, es evidente la unidad metodológica que caracteriza a todos ellos. Lo que, sin duda, constituye su principal atractivo.

[17] Esto es, bajo distintas hipótesis sobre las economías de escala presentes en el consumo de los hogares.

Bibliografía

Atkinson, A.B. (1970), "On the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory*, **2**: 244-263.

Atkinson, A.B. (1987), "On the Measurement of Poverty", *Econometrica*, **55**: 749-764.

Beach, C.M. y R. Davidson (1983), "Distribution-Free Statistical Inference with Lorenz Curves and Income Shares", *Review of Economic Studies*, **50**: 723-735.

Bishop, J.A., S. Chakraborti y P.D. Thistle (1994), "Relative Inequality, Absclute Inequality, and Welfare: Large Sample Tests for Partial Orders", *Bulletin of Economic Research,* vol. **46**, núm. 1: 41-59.

Bishop, J.A., J.P. Formby y P.D. Thistle (1989), "Statistical Inference, Income Distributions, and Social Welfare", *Research on Economic Inequality*, **1**: 49-82.

Bossert, W. y A. Pfingsten (1990), "Intermediate Inequality: Concepts, Indices, and Welfare Implications," *Mathematical Social Sciences*, **19**: 117-134.

Chakravarty, S. (1988), "On Quasi-Orderings of Income Profiles", University of Paderborn, Methods of Operations Research, 60, XIII Symposium on Operations Research.

Coulter, F., F. Cowell y S. Jenkins (1992a), "Differences in Needs and Assesment of Income Distributions", *Bulletin of Economic Research*, **44**: 77-124.

Coulter, F., F. Cowell y S. Jenkins (1992b), "Equivalence scale relativities and the extent of inequality and poverty", *Economic Journal*, **102**: 1067-1082.

Dalton, H. (1920), "The Measurement of Inequality of Income", *Economic Journal*, **30**: 348-361.

Dasgupta, P., A. Sen y D. Starret (1973), "Notes on the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory*, **6**: 180-187.

Dutta, B. y J. Esteban (1992), "Social Welfare and Equality", *Social Choice and Welfare*, **9**: 267-276.

Foster, J.E. y A. Shorrocks (1988a), "Poverty orderings and welfare dominance", *Social Choice and Welfare*, **5**: 179-198.

------ (1988b), "Poverty Orderings", *Econometrica*, **56**: 173-178.

Jenkins, S. P. (1991), "Income Inequality and Living Standards: changes in the 70's and 80's", *Fiscal Studies*, **12**: 1-28.

Jenkins, S. y F. Cowell (1993), "The Changing Pattern of Income Inequality. The US in the 1980s", *Economic Journal*, **105**(429): 421-430.

Jenkins, S. y P. Lambert (1995), "Poverty dominance, poverty gaps, and poverty lines", Universidad de Essex, Working Paper 95-20.

Kolm, S. C. (1976a), "Unequal Inequalities I", *Journal of Economic Theory*, **12**: 416-442.

------ (1976b), "Unequal Inequalities II", *Journal of Economic Theory*, **13**: 82-111.

Moyes, P. (1987), "A New Concept of Lorenz Domination", *Economics Letters*, **23**: 203-207.

Pfingsten, A. y C. Seidl (1994), "Ray Invariant Inequality Measures", mimeo.

Ruiz-Castillo, J. (1986), "Problemas conceptuales en la medición de la desigualdad", *Hacienda Pública Española*, **101**: 17-31.

Sen, A. (1973), *On Economic Inequality*. Oxford: Clarendon Press.

Sen, A. (1976), "Poverty: an ordinal approach to measurement", *Econometrica*, **44**: 219-231.

Shorrocks, A. (1983), "Ranking Income Distributions", *Economica*, **50**: 3-17.

Slesnick, D. (1991), "The Standard of Living in the United States", *Review of Income and Wealth*, **37**(4): 363-386.

Slesnick, D. (1993), "Gaining Ground: Poverty in the Postwar United States", *Journal of Political Economy*, **10**: 1-38.

Zubiri, I. (1985), "Una introducción al problema de la medición de la desigualdad", *Hacienda Pública Española*, **95**: 291-317.

Capítulo 1

Ordenaciones de Bienestar e Inferencia Estadística

1.1 Introducción

Aproximemos el nivel de vida de los individuos por una variable unidimensional que llamaremos renta y, de acuerdo con la tradición dominante en Economía normativa, evaluemos el bienestar económico de una población desde el punto de vista social a través de dos estadísticos de la distribución de esa variable: la media y un índice de desigualdad relativo o absoluto. Según la noción relativa, la desigualdad permanece constante siempre que una variación en la renta media se distribuya de forma proporcional entre todos los hogares. Por su parte, un índice absoluto muestra idénticos niveles de desigualdad cuando la variación de la renta media se reparte a partes iguales entre todos los individuos (y por tanto, independientemente de cuales sean sus posiciones en la distribución inicial).

En este contexto, el objetivo de este trabajo es ofrecer una respuesta a la pregunta "¿Qué ha ocurrido con el bienestar económico en España entre 1980-81 y 1990-91?". Se utiliza para ello la información contenida en las dos últimas Encuestas de Presupuestos Familiares (EPF de aquí en adelante) elaboradas por el Instituto Nacional de Estadística.

Independientemente del país y del período involucrado, cualquier respuesta a una pregunta de este tipo entraña la elección de variables e instrumentos de medida que influirán, necesariamente, en los resultados. Por eso parece especialmente apropiado seguir una triple estrategia. En primer lugar, minimizar el conjunto de juicios de valor utilizados, sin necesidad de ceñirse a una función de bienestar social concreta cuya caracterización requiere una lista de propiedades más extensa. En segundo lugar, aplicar procedimientos recientes de inferencia estadística que resuelven los problemas que la variabilidad muestral causa en los procedimientos meramente numéricos. Por último, estudiar la robustez de las conclusiones ante definiciones alternativas de la variable que mejor aproxima el nivel de vida del hogar, y ante distintas convenciones metodológicas para tratar la heterogeneidad de las unidades de análisis. Detengámonos ahora, aunque sea brevemente, en cada de estos tres aspectos.

Supongamos por un momento que tenemos una población de individuos homogéneos. Supongamos, asimismo, que decidimos que una distribución es superior a otra si y sólo si es preferida por una amplia clase de funciones de bienestar social cuyos miembros satisfacen un conjunto mínimo de postulados éticos generalmente aceptados. Los resultados de Shorrocks (1983) y Moyes (1987) dan lugar a procedimientos operativos para contrastar si este tipo de criterios se cumple en la realidad. Esencialmente, dadas dos distribuciones de renta, se trata de verificar si una de ellas satisface simultáneamente dos condiciones: exhibir una menor desigualdad relativa o absoluta, de acuerdo al correspondiente criterio de dominancia de Lorenz que se precisará más adelante, y tener mayor media.

Si este fuera el caso, por ejemplo, en la distribución del 90-91, podríamos hablar de un incremento en el bienestar económico a lo largo de la década de los 80. Además, gracias a los resultados de Foster y Shorrocks (1988), esto significaría que la distribución del 90-91 exhibe sin ambigüedad un menor nivel de pobreza según una amplia clase de medidas de pobreza que presentaremos más adelante.

La principal limitación de este enfoque es que sólo conduce a órdenes parciales de las distribuciones posibles y que, cuando es aplicable, no nos permite establecer por cuánto una distribución es preferida a otra. Como veremos, la falta de completitud del procedimiento no constituye una restricción en el caso que nos ocupa.

Desde hace bastante tiempo, en el trabajo aplicado se han utilizado comparaciones numéricas para extraer conclusiones a partir de la información muestral sobre distribuciones de renta. Más recientemente, se han desarrollado procedimientos de inferencia estadística que parten del reconocimiento de que una curva de Lorenz, por ejemplo, no es más que un estadístico[1]. Tales procedimientos son independientes de la distribución subyacente en el sentido de que, asintóticamente, la distribución de los tests estadísticos no depende del proceso estocástico generador de los datos. Por tanto, no es necesario suponer que las distribuciones objeto de estudio siguen una determinada especificación paramétrica. Las aplicaciones empíricas demuestran que estos métodos tienen un valor añadido: gracias a su utilización es posible ordenar más distribuciones de lo que es usual empleando comparaciones numéricas.

Eliminemos ahora el supuesto de una población homogénea. Los individuos se agrupan en hogares con diferentes características y, por tanto, con diferentes necesidades. En consecuencia, sus rentas totales no son directamente comparables. Para avanzar en el análisis es preciso seleccionar una partición de la sociedad de acuerdo con algún conjunto de características éticamente relevantes. Como todos los hogares pertenecientes a un subgrupo tienen las mismas necesidades, resulta siempre conveniente investigar por separado cada uno de los subgrupos de esta partición básica. Ahora bien, la evaluación social dentro de cada grupo puede no proporcionarnos resultados unánimes y, en cualquier caso, es fundamental extraer conclusiones para el total de la población. En consecuencia, es inevitable enfrentarse al problema de la comparabilidad de las rentas de hogares con distintas características básicas.

En este trabajo consideraremos el tamaño del hogar como la única característica diferenciadora éticamente relevante. Los hogares de mayor tamaño tienen mayores necesidades y también mayores oportunidades para alcanzar economías de escala en el consumo. Así pues, siguiendo una práctica muy extendida, ajustaremos nuestra medida del nivel de vida de los hogares teniendo en cuenta el tamaño del hogar. Sin embargo, en lugar de seleccionar un método de ajuste particular, seguimos a Coulter, Cowell y Jenkins (1992a, 1992b) y parametrizamos el procedimiento. De esta forma, es posible estudiar la robustez

[1] Gail y Gastwirth (1978), Beach y Davidson (1983), Gastwirth y Gail (1985), Bishop, Formby y Thistle (1989), y Bishop, Chakraborti y Thistle (1988a, 1988b, 1989, 1994).

de los resultados para un amplio rango de valores del parámetro que expresa el peso que se desee otorgar a las economías de escala en el consumo. El coste de esta estrategia son las restricciones que implica sobre las preferencias incondicionales de los hogares en el espacio de bienes de consumo y tamaño del hogar.

Identificaremos el nivel de vida del hogar con alguna medida del consumo total en bienes y servicios privados. Consideraremos un conjunto de variables que incluyen el gasto total del hogar antes y después de sustraer el gasto en la adquisición de ciertos bienes duraderos, el alquiler real o imputado, y ciertas imputaciones por salarios en especie, comidas subvencionadas en el lugar de trabajo, autoconsumo y autosuministro. A efectos comparativos, se incluyen también los ingresos totales del hogar. En todo caso se estudian dos tipos de distribuciones: la distribución del gasto (o el ingreso) ajustado del hogar, y la distribución en la que a cada persona se le asigna el gasto (o el ingreso) ajustado del hogar al que pertenece.

Finalmente, las estimaciones del consumo de los hogares se expresan a precios constantes por medio de índices de precios específicos para cada hogar. Aunque se trate de índices estadísticos que sólo constituyen una aproximación a la construcción teórica ideal, nos permitirán estudiar las implicaciones distributivas del cambio en los precios relativos. Ya que el problema de los números índice está implícito en cualquier comparación intertemporal, sería interesante expresar las variables monetarias a precios de ambas situaciones. Como veremos, este objetivo sólo ha sido parcialmente cubierto hasta el momento.

Las conclusiones más destacables son las siguientes:

1. En el período 1980-81 a 1990-91 se constata un crecimiento importante en el gasto medio en términos reales, que oscila entre el 21 por ciento y el 31 por ciento a medida que restamos importancia a las economías de escala en el consumo.

2. En ambas encuestas, la inclusión de las imputaciones en el concepto de gasto reduce la desigualdad relativa. Al contrario que los gastos de inversión, cuya presencia

aumenta la desigualdad. También se comprueba que las variables de ingresos totales presentan menor desigualdad relativa que las de gastos totales.

3. A diferencia del período 1973-74 a 1980-81, durante la década de los 80 los precios relativos fueron distribucionalmente neutrales, no beneficiando a ningún grupo en particular. Por lo que la desigualdad monetaria coincide con la desigualdad real.

4. La desigualdad relativa ha mejorado durante esta década. Lo que nos permite afirmar que el bienestar económico agregado ha aumentado. Este resultado es robusto tanto a la elección del parámetro que determina la importancia concedida a las economías de escala en el consumo, como a la unidad de análisis y a la variable escala utilizadas en el estudio.

5. Los resultados obtenidos en la partición según el tamaño del hogar confirman lo anterior, siendo los hogares de menor tamaño (de hasta tres miembros) los más beneficiados.

6. Todo ello permite concluir que, independientemente de como definamos los pobres, la pobreza ha disminuido a lo largo de este período de acuerdo con la clase de índices relativos de pobreza denominados *índices de distancia de renta per capita* (*per capita income gap*).

7. Sin embargo, a diferencia de lo ocurrido en el período 1973-74 a 1980-81, la utilización de una noción absoluta a la hora de medir la desigualdad no permite hablar de un mayor bienestar, ni en el agregado ni en ninguno de los grupos por tamaño del hogar.

8. Valerse de procedimientos estadísticos en la comparación de curvas de Lorenz ha permitido obtener resultados de dominancia o equivalencia en todos los casos exepto en uno. Así, del total de 172 comparaciones realizadas a lo largo del estudio, 19 presentaron cruces atendiendo únicamente a criterios numéricos afectados por la variabilidad muestral. Sin embargo, sólo uno de estos cruces resultó ser estadísticamente significativo.

El resto del trabajo está organizado como sigue. La sección 1.2 contiene un breve resumen del marco conceptual donde se establecen las comparaciones de bienestar entre hogares. En la sección 1.3 se revisan los criterios de dominancia entre distribuciones. En la sección 1.4 se presentan los tests estadísticos utilizados. En la sección 1.5, dedicada a la implementación empírica, se discuten las diferentes variables para aproximar el nivel de vida de los hogares y la unidad de análisis elegida. En la sección 1.6 se ofrecen los resultados empíricos. Por último, en la sección 1.7 se incluye un breve resumen y una revisión de las posibles extensiones.

1.2 El marco conceptual

1.2.1 Comparaciones de bienestar entre hogares

Supongamos que tenemos una población de H hogares, que se enfrentan a un mismo vector de precios p en R^L_+. Consideremos el caso más sencillo en el que, a la hora diferenciar a los hogares en función de sus necesidades, la única característica éticamente relevante es su tamaño. Así, los hogares pueden diferir en renta x^h y/o en el número de miembros del hogar s^h.

Supongamos además que existe una función de utilidad incondicional común a todos ellos, U, definida sobre el espacio de bienes y el tamaño del hogar, esto es, sobre los pares (q,s) en $R^L_+ \, x \, R_+$. Si denotamos por φ a la función indirecta de utilidad y por c a la función de gasto, entonces para toda muestra dada de hogares precio aceptantes y maximizadores de la utilidad, los datos observados de precios, rentas, características y demandas de bienes para cada h están relacionados por

$$u^h = U(q^h, s^h) = \varphi(x^h, p, s^h) \quad ,$$

y

$$x^h = c(u^h, p, s^h) \quad .$$

En la teoría de la distribución de la renta no podemos tratar simétricamente las rentas de los hogares, ya que cada una de ellas sirve a necesidades diferentes. Para abordar este problema, es habitual el uso de un conjunto de escalas de equivalencia definidas como sigue en términos de la función de gasto:

$$d(s^h, s^0; p, u) = \frac{c(u,p,s^h)}{c(u,p,s^0)} \ .$$

Si como hogar de referencia, s^0, tomamos a un adulto aislado, la función d nos proporciona el número de adultos equivalentes existentes en un hogar de tamaño s^h que disfrutan de un nivel de utilidad u a los precios p. Así, podemos definir la renta ajustada de cada hogar por:

$$z^h = \frac{x^h}{d(s^h, s^0; p, u^h)} = c(u^h, p, s^0) \ ,$$

que no es más que la renta necesaria para que un adulto disfrute del nivel de utilidad u^h a los precios p. Alternativamente podemos definir la función de compensación,

$$d^*(s^h, s^0; p, u) = c(u,p,s^h) - c(u,p,s^0) \ ,$$

que nos proporciona la renta que debemos sustraer a un hogar de características s^h para que un adulto alcance el mismo nivel de utilidad u a los precios p con la renta que le queda. Entonces podemos definir[2]:

$$z^h = x^h - d^*(s^h, s^0; p, u^h) = c(u^h, p, s^0) \ .$$

En nuestro caso, además, queremos comparar dos poblaciones que se enfrentan a vectores de precios diferentes, P_τ, en las situaciones $\tau = 1,2$. Idealmente, podemos expresar ambas distribuciones a precios comunes usando un verdadero índice del coste de la vida, por

[2] Como veremos más adelante, según el concepto de desigualdad con el que trabajemos nos interesará una u otra transformación a la hora de ajustar los gastos muestrales por hogar. Una noción relativa exigirá una transformación proporcional, mientras que la naturaleza de la noción absoluta demanda transformaciones aditivas del segundo tipo.

ejemplo de tipo Paasche, definido como:

$$P(p_\tau, p_0; u, s) = \frac{c(u, p_\tau, s)}{c(u, p_0, s)} \ .$$

La función P compara la mínima renta necesaria para alcanzar el nivel de utilidad u para un hogar de tamaño s al nivel de precios de la situación τ, con la renta que sería necesaria a los precios del año base. Alternativamente podemos definir la función:

$$P^*(p_\tau, p_0; u, s) = c(u, p_\tau, s) - c(u, p_0, s) \ .$$

Las expresiones que deberíamos utilizar para homogeneizar las distribuciones a pesetas de un año 0 son:

$$x_{\tau 0}^h = \frac{x_\tau^h}{P(p_\tau, p_0; u_\tau^h, s_\tau^h)} \ ,$$

o bien,

$$x_{\tau 0}^h = x_\tau^h - P^*(p_\tau, p_0; u_\tau^h, s_\tau^h) \ .$$

Atendiendo a todo lo anterior, definimos la renta equivalente por hogar en la situación τ a pesetas del año 0 como,

$$z_{\tau 0}^h = \frac{x_\tau^h}{P(p, p_0; u_\tau^h, s_\tau^h)\, d(s_\tau^h, s^0; p_0, u_\tau^h)} \ ,$$

o bien,

$$z_{\tau 0}^h = x_\tau^h - P^*(p, p_0; u_\tau^h, s_\tau^h) - d^*(s_\tau^h, s^0; p_0, u_\tau^h) \ .$$

Obsérvese que, para cada hogar, se cumple que:

$$u_\tau^h = \varphi(x_\tau^h, p_\tau, s_\tau^h) = \varphi(z_{\tau 0}^h, p_0, s^0) \ ,$$

por lo que:

$$z_{\tau 0}^{h} \geq z_{\tau 0}^{k} \Leftrightarrow c(u_{\tau}^{h}, p_0, s^0) \geq c(u_{\tau}^{k}, p_0, s^0) \Leftrightarrow u_{\tau}^{h} \geq u_{\tau}^{k} \ .$$

Es decir, la renta ajustada al cambio en los precios y a las diferentes necesidades de los hogares proporciona un indicador comparable del bienestar del hogar.

1.2.2 Supuestos sobre las preferencias de los agentes

Es bien sabido que la estimación de modelos econométricos de escalas de equivalencia está plagada de un buen número de dificultades. Como apuntan Coulter *et al* (1992a, 1992b), no hay un conjunto de escalas que sea el *correcto*. Para superar la situación, se sugieren las dos alternativas que hemos seguido en el presente trabajo. Por un lado, agrupar los hogares que se consideran homogéneos y estudiarlos por separado. Por otro lado, si insistimos en agrupar hogares con diferentes características por medio de escalas de equivalencia para extraer conclusiones para el conjunto de la población, entonces debemos contrastar la robustez de los resultados repitiendo nuestros cálculos para diferentes valores de los parámetros que determinan las escalas. En el caso relativo las preferencias serán parametrizadas[3] de forma tal que nuestra renta ajustada será:

$$z_{\tau 0}^{h}(\theta) = \frac{x_{\tau 0}^{h}}{(s_{\tau}^{h})^{\theta}} \ , \qquad h=1_{\tau}, \ldots, H_{\tau} \ y \ \theta \in [0,1] \ .$$

Cuando $\theta=0$, la renta ajustada coincide con la renta original del hogar; mientras que si $\theta=1$ estaríamos trabajando con la renta *per capita*. En el caso absoluto[4] la renta ajustada será:

---

[3] Suponemos que en el caso relativo las preferencias son del tipo:

$$c(u,p,s^{h}) = f(u,p)\ [1/(s^{h})^{\Theta}] \ , \qquad \Theta \in [0,1] \ ,$$

de forma que las escalas de equivalencia siguen la expresión:

$$d(s^{h}, s^{0}; u, p) = (s^{h})^{\Theta} \ .$$

[4] En este caso las preferencias serán parametrizadas por:

$$c(u,p,s^{h}) = f^{*}(u,p) + \lambda s^{h} \ , \qquad \lambda \in [0, \lambda^{*}] \ ,$$

de manera que,

$$d^{*}(s^{h}, s^{0}; u, p) = \lambda (s^{h} - 1) \ .$$

$$z_{\tau 0}^{h}(\lambda) = x_{\tau 0}^{h} - \lambda (s_{\tau}^{h} - 1) , \qquad h=1_{\tau},\ldots,H_{\tau} \text{ y } \lambda \in [0,\lambda^{*}] ,$$

donde el parámetro λ puede ser interpretado como el coste de un adulto.

Obsérvese que, para los hogares de un mismo tamaño, m, la desigualdad relativa (absoluta) del vector de rentas ajustadas $z^m(\theta)$ ($z^m(\lambda)$) será igual a la desigualdad relativa (absoluta) del vector de rentas originales x^m. Es decir, para cualquier índice de desigualdad relativo I,

$$I(z^{m}(\theta)) = I\left(\frac{x^{m}}{m^{\theta}}\right) = I(x^{m}) ,$$

mientras que para cualquier índice de desigualdad absoluta A,

$$A(z^{m}(\lambda)) = A(x^{m} - \lambda(m-1)) = A(x^{m}) .$$

En cuanto a las expresiones utilizadas para transformar las distribuciones en unidades monetarias comparables, hay que mencionar que no hemos estimado los verdaderos índices de precios (P o P^*) a partir de las preferencias de los hogares. En su lugar hemos optado por utilizar índices estadísticos de precios específicos para cada hogar, en cuya construcción se ha utilizado el sistema oficial de índices de precios que toma 1983 como año base. Como se indica en Higuera y Ruiz-Castillo (1992), para comparar los precios de un año dado, t, con los del año base 1983 (para un hogar h), se estimaron los índices de precios individuales del tipo:

$$I(p_{t}, p_{83}; w_{\tau}^{h}) = \sum_{j} w_{j\tau}^{h} I_{jt} ,$$

donde $w_{j\tau}^{h}$ es la proporción del gasto total destinada al bien j (j=1,...,58) por el hogar h en el año de la encuesta τ; y I_{jt} es el índice oficial de precios para el bien j en el año t. Así, para expresar una distribución dada, x_1, en términos monetarios del año 2, utilizaremos la expresión:

$$x_{12}^{h} = \frac{x_1^{h}}{P^{\#}(p_1, p_2; w_1^{h})} ,$$

donde

$$P^{\#}(p_1, p_2; w_1^{h}) = \frac{I(p_1, p_{83}; w_1^{h})}{I(p_2, p_{83}; w_1^{h})} .$$

Ya que tenemos datos de precios recogidos mensualmente desde 1978 en adelante, y conocemos además el trimestre en el que cada hogar fue entrevistado, es posible seleccionar uno de ellos como situación 1, en nuestro caso el Invierno de 1981; y de forma análoga el Invierno de 1991 como situación 2. Con esta información nos propusimos un doble objetivo. En primer lugar, homogeneizar las rentas de ambas encuestas en pesetas de un mismo Invierno para poder realizar comparaciones tanto a precios de la situación 2, como de la situación 1. Y en segundo lugar, estudiar el impacto distributivo que la evolución de los precios relativos ha podido ejercer a lo largo de la década.

Así, la comparación de las distribuciones de renta de una misma EPF, expresadas a precios de ambos Inviernos, nos indicará si éstos están jugando a favor de los pobres o si, por el contrario, son los estratos de mayor renta los más beneficiados. Un incremento en la desigualdad al expresar la renta de la situación a precios del Invierno del 91 significa que para mantener el consumo a los niveles alcanzados en el Invierno del 81, los más ricos necesitarían unos incrementos en sus rentas superiores a los que exigirían los hogares más pobres. Y por consiguiente, que los precios de los bienes mayormente consumidos por aquellos se han elevado más que los bienes consumidos por los pobres.

Estos objetivos, sin embargo, sólo se han visto cumplidos parcialmente. La única comparación posible en este momento es la que relaciona la EPF del 80-81 a precios del Invierno del 91, con la EPF del 90-91 a sus propios precios corrientes. Queda pendiente, por tanto, pasar las rentas de estos hogares tanto al Invierno del 91 como al Invierno del 81.

1.3. Criterios de dominancia

Una Función de Bienestar Social (FBS de aquí en adelante) es una función real-valuada, W, definida en el espacio de rentas ajustadas, R^H, y que contiene toda la información socialmente relevante a la hora de valorar diferentes distribuciones de rentas. Así, para cada distribución $z=(z^1,...,z^H)$, W(z) nos proporciona el bienestar social, o simplemente el bienestar agregado desde un punto de vista normativo.

Tradicionalmente, en Economía del Bienestar se juzgan los resultados en términos de dos tipos de consideraciones: la preferencia por la eficiencia, según la cual la variable más importante es el nivel de la renta media (el *tamaño del pastel*); y la preferencia por la equidad, donde la variable relevante es la desigualdad vertical. En este estudio el criterio de bienestar agregado será el siguiente: dadas dos distribuciones de renta, A y B, diremos que A contiene un mayor bienestar social que B si y sólo si A no tiene menor renta media y presenta una menor desigualdad en su reparto.

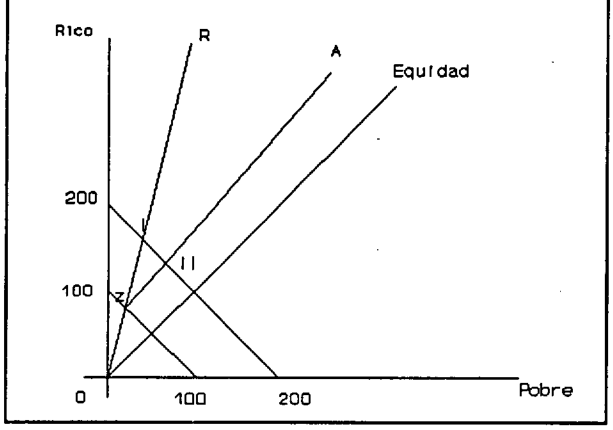
Para hacer operativo este criterio debemos decantarnos por algún concepto de desigualdad. En este trabajo los conceptos de desigualdad utilizados son los dos siguientes:

1) Una noción relativa, de acuerdo con la cual la desigualdad permanece constante si la proporción de ricos y pobres no cambia. Esto es, si todo incremento en el nivel de la renta se reparte proporcionalmente entre todos los individuos según su renta inicial.

2) Y una noción absoluta, según la cual la desigualdad sólo permanece constante si cada hogar experimenta el mismo cambio absoluto en su renta, es decir, si todo incremento de renta se reparte a partes iguales entre todos los agentes.

En la Figura 1, y para el caso de dos agentes, se observa como estos criterios reflejan alternativamente la preferencia por funciones de bienestar social crecientes ante incrementos proporcionales de renta (condición que denominaremos A2 de aquí en adelante), o funciones crecientes sólo ante repartos igualitarios (condición A3). Todos los puntos de la recta R representan distribuciones en las que se conservan las proporciones iniciales. En cambio, la recta A muestra distribuciones en las que las unidades extra de renta se reparten a partes iguales entre todos los agentes.

FIGURA 1. Desigualdad Relativa y Absoluta



Junto a estos dos principios alternativos, sólo aceptaremos FBS continuas que también cumplan las dos condiciones siguientes: el principio de transferencias de Pigou-Dalton (según el cual una transferencia de un *rico* a un *pobre* que mantenga inalterada la renta media, siempre aumenta el bienestar); y el principio de anonimidad (según el cual las permutaciones entre los agentes no modifican el nivel de bienestar, ya que sólo su posición en la escala de rentas es relevante). Hablamos por tanto de FBS S-cóncavas (condición que denominaremos A1). Para comparar distribuciones provenientes de poblaciones de diferente tamaño, también exigiremos que nuestras FBS cumplan el principio de réplicas poblacionales (condición A4).

Siguiendo a Shorrocks (1983), denotaremos por W_2 y W_3 a todas la FBS que satisfacen las dos condiciones A1, A4, y A2 ó A3, respectivamente. Entonces, dadas dos distribuciones z y z', diremos que z es al menos tan buena como z' de acuerdo al i-ésimo criterio (i=2,3), si y sólo si no proporciona menos bienestar para toda y cada una de las FBS pertenecientes a ese conjunto. Así escribimos:

$$z R_i z' \Leftrightarrow W(z) \geq Z(z') \quad para\ todo\ W(\cdot) \in W_i \ .$$

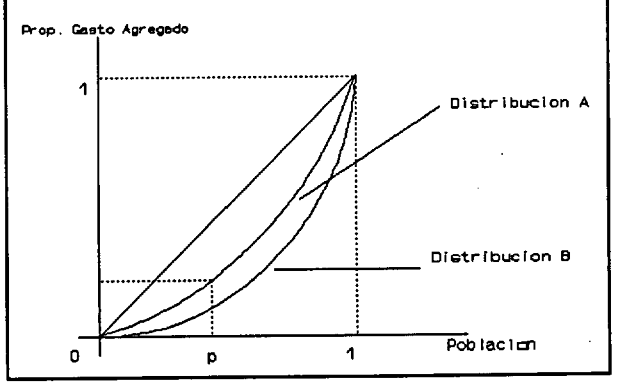
Basándonos en estos juicios de valor, los criterios existentes a la hora de evaluar distribuciones de renta son bien conocidos:

A) En desigualdad relativa contamos con el criterio de dominancia de Lorenz para el cual sabemos que dada una FBS cualquiera W perteneciente a W_2, y dadas dos distribuciones z y z', decimos que z es al menos tan buena como z' según W cuando su media y cada una de las ordenadas de su curva de Lorenz no son inferiores a las de z'[5]. En cada uno de los cuantiles donde es estimada, la curva de Lorenz representa la proporción de renta acumulada por el porcentaje (h_i/H) de hogares más pobre de la población objeto de estudio, en relación a la renta total existente en la economía. Esto es:

$$L_z(h_i/H) = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{H} z_i}\right) \cdot \sum_{i=1}^{h_i} z_i \ ,$$

donde los hogares, i=1,...,H, están ordenados de menor a mayor según el nivel de sus rentas ajustadas. Según este criterio, la Figura 2 muestra una distribución A con una menor desigualdad relativa que la distribución que hemos denominado B.

FIGURA 2. Curvas de Lorenz Relativas



B) En desigualdad absoluta tenemos el criterio de dominancia de Lorenz-absoluto para el que se demuestra que dada una FBS W perteneciente a W_3, una distribución z es al menos

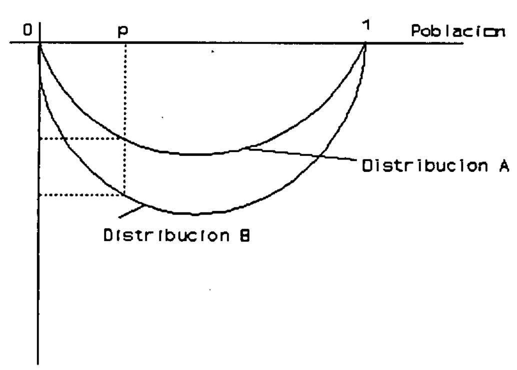
[5] Véase Shorrocks (1983).

tan buena como otra z' según W, cuando su media y cada una de las ordenadas de su curva de Lorenz Absoluta no son inferiores. La curva de Lorenz Absoluta, propuesta por Moyes (1987), se calcula en cada cuantil como la diferencia de rentas en relación a la media, (μ_z), acumuladas y divididas por el tamaño muestral, para el porcentaje (h_i/H) más pobre de la población. Esto es:

$$A_z(h_i/H) = \left(\frac{1}{H}\right)\cdot\sum_{i=1}^{h}(z_i-\mu_z) \ .$$

Como se muestra en la Figura 3, siempre será no positiva, siendo decreciente cuando las rentas son inferiores a la media, y después creciente hasta valer nuevamente 0 para el total de la población.

FIGURA 3. Curvas de Lorenz Absolutas



Es evidente que una mejoría en el bienestar según este criterio implica necesariamente una mejoría según el criterio relativo: cualquier reparto de renta que beneficie por igual a todos los hogares se traduce necesariamente en un incremento de renta proporcional similar para todos ellos más un *extra* que redundará en las capas de la población que parten de unos niveles de renta más bajos.

Hay una importante conexión entre dominancia en bienestar y dominancia en pobreza que nos va a permitir ampliar las conclusiones de este estudio. Una medida de pobreza es una función real valuada P definida sobre $R_{++}^{L} x R_{++}$, cuya imagen P(z;l) indica el grado de pobreza asociado a la distribución z cuando la línea de pobreza está situada al nivel l. Una de tales medidas es la llamada *distancia de renta per capita* (*per capita income gap*), y se define por:

$$P_2(z;l) = \left[\frac{1}{H \cdot l}\right] \sum_{h=1}^{r(z;l)} (l - z^{h*}) ,$$

donde r(z;l) es el número de hogares cuya renta no excede l, y z^* es la versión ordenada de z, tal que $z^{1*} \leq \ldots \leq z^{H*}$.

Dada una línea de pobreza l_1, el índice de pobreza P_2 induce una ordenación completa sobre el conjunto de distribuciones posibles, de forma tal que $P_2(z;l_1) < P_2(z';l_1)$ indica que z presenta menor pobreza que z'. Sin embargo, si $P_2(z;l_2) > P_2(z';l_2)$ para algún otro nivel de pobreza l_2, sería erróneo afirmar que la pobreza es menor en z que en z'. Todo lo cual conduce al siguiente criterio, incompleto pero libre de ambigüedades: decimos que una distribución z exhibe sin ambigüedad menos pobreza que otra distribución z' de acuerdo con la medida P_2, $z\zeta_2 z'$, si y sólo si

$$P_2(z;l) \leq P_2(z';l) \quad para\ todo\ l\ en\ R_{++}$$

$$y$$

$$P_2(z;l) < P_2(z';l) \quad para\ algún\ l\ en\ R_{++} .$$

Definiendo W_1 como el conjunto de FBS S-cóncavas y crecientes en todos sus argumentos, Foster y Shorrocks (1988) demuestran que las ordenaciones de bienestar para la clase de FBS pertenecientes a W_1 son equivalentes a las ordenaciones de pobreza proporcionadas por los índices de distancias entre rentas per capita. Es decir:

$$z\ \zeta_2\ z' \Leftrightarrow z\ R_1\ z' .$$

La conexión con los criterios anteriores es inmediata, puesto que:

$$zR_3 z' \Rightarrow zR_2 z'$$

y

$$zR_2 z' \Rightarrow zR_1 z' .$$

1.4 Inferencia estadistica

En esta sección se presentan los procedimientos desarrollados en Bishop, Formby y Thistle (1989) y en Bishop, Chakraborti y Thistle (1989, 1994) para contrastar conjuntamente la igualdad de las ordenadas de diferentes curvas de Lorenz (ya sean absolutas o relativas). El atractivo de estos procedimientos descansa en tres hechos fundamentales. En primer lugar, como la distribución asintótica de los tests estadísticos bajo la hipótesis nula no depende de la distribución de la renta subyacente, esta aproximación no se ve afectada por las restricciones implícitas en la elección *a priori* de una forma paramétrica para las funciones de distribución. En segundo lugar, nos permiten superar resultados basados en simples comparaciones numéricas de las ordenadas de las curvas de Lorenz (absolutas o relativas), cuyos cruces con frecuencia se deben más a la variabilidad muestral que a las características intrínsecas de las distribuciones de renta. Por último, en contraste con los test clásicos aplicados a este problema, que sólo proporcionan una partición del espacio muestral en dos regiones (aceptación y rechazo), los procedimientos conjuntos que se van a utilizar permiten identificar tres regiones diferentes que hacen posible distinguir entre dominancia, cruce o igualdad entre curvas de Lorenz. Además, estos procedimientos nos facilitan información cuantil a cuantil.

Comencemos presentando algunas definiciones básicas. Las ordenadas de las curvas de Lorenz empíricas serán estimadas en K puntos, $0<p_1<\ldots<p_{k-1}<p_k=1$, donde $p_i=h_i/H$ es el i_{th} cuantil poblacional. La media acumulada (γ_i) es la media de las rentas menores que z_i, esto es $\gamma_i=E[Z|Z\leq z_i]$, y la varianza acumulada (λ_i^2) es la varianza de las rentas menores que z_i, $\lambda_i^2=E[(Z-\gamma_i)^2|Z\leq z_i]$, para $i=1,\ldots,K$. Para $i=1,\ldots,K-1$, no son más que la media y la varianza de la renta del $100p_i$ por ciento más pobre de la población, mientras que γ_K y λ_K^2 coinciden con la media y la varianza poblacionales, μ y σ^2.

Multiplicando las medias acumuladas, γ_i, por p_i definimos el vector:

$$G = (p_i\gamma_i, \ldots, p_{K-1}\gamma_{K-1}, p_K\gamma_K) \quad ,$$

conocido como el vector de ordenadas de la curva de Lorenz Generalizada, que representa la renta acumulada *per capita* hasta p_i[6]. Denotaremos por $\hat{G}$ al estimador muestral de G, donde tanto p_i como γ_i son sustituidos por sus análogos muestrales.

Una vez definido G es sencillo obtener el vector de ordenadas de la curva de Lorenz Relativa, con sólo dividir cada uno de sus elementos por la media poblacional. Como es sabido, la ordenada K-ésima del vector de Lorenz relativo es igual a uno independientemente de la distribución de la renta subyacente, por lo que sólo los K-1 primeros elementos varían libremente y son susceptibles de comparación a la hora de enjuiciar los cambios en desigualdad. Siguiendo a Bishop, Formby y Thistle (1989), denotaremos a este K-1 vector de variables por:

$$L = (L_1, L_2, \ldots, L_{K-1})' = \left(\frac{p_1\gamma_1}{\mu}, \ldots, \frac{p_{K-1}\gamma_{K-1}}{\mu}\right) ,$$

y por

$$L^{+} = (L', \mu) = \left(\frac{p_1\gamma_1}{\mu}, \ldots, \frac{p_{K-1}\gamma_{K-1}}{\mu}, \mu\right) ,$$

al que denominaremos vector de ordenadas de Lorenz aumentado, donde el K-ésimo elemento ha sido sustituido por la media poblacional. De esta forma, cuando desarrollemos los tests para contrastar la igualdad de dos vectores de Lorenz, no sólo comprobaremos la evolución de la desigualdad en el reparto de la renta, sino que contrastaremos si la renta media en ambas situaciones es significativamente diferente. Como en el caso anterior las medias y los cuantiles serán consistentemente estimados por sus análogos muestrales. Denotaremos por $\hat{L}_j$ al estimador de L_j.

Las ordenadas de la curva de Lorenz Absoluta pueden obtenerse a partir de G, restando $p_i\mu$ de cada uno de sus elementos. De nuevo, solamente los K-1 primeros elementos varían libremente ya que el último siempre será igual a 0, por lo que denotaremos por A a este vector de K-1 elementos:

---

[6] Aunque en el presente trabajo no se utiliza el concepto de dominancia según el criterio de la curva de Lorenz Generalizada, este vector nos será de gran utilidad a la hora de estimar otras curvas de Lorenz.

$$A = (A_1, A_2, \ldots, A_{K-1})' = (p_1(\gamma_1-\mu), \ldots, p_{K-1}(\gamma_{K-1}-\mu)) \;,$$

y por A^+,

$$A^+ = (A', \mu)' = (p_1(\gamma_1-\mu), \ldots, p_{K-1}(\gamma_{K-1}-\mu), \mu) \;,$$

al vector de ordenadas de Lorenz absoluto aumentado.

Los supuestos que estableceremos sobre nuestra información muestral son los habituales en este tipo de análisis. Supondremos que las observaciones son independientes pero no idénticamente distribuidas, ya que como es sabido las EPF son muestras ponderadas. Además, para poder utilizar estas técnicas es necesario que las muestras hayan sido extraídas de distribuciones de renta continuas, estrictamente monótonas, dos veces diferenciables y con medias y varianzas finitas. Bajo estas condiciones, en Bishop, Chakraborti y Thistle (1994) se muestra que $\sqrt{N}(\hat{L}^+-L^+)$ y $\sqrt{N}(\hat{A}^+-A^+)$ se distribuyen asintóticamente como una Normal $N(0,[\varphi_{ij}])$ y $N(0,[\psi_{ij}])$, respectivamente, y se proporcionan expresiones para las varianzas y covarianzas, φ_{ij} y ψ_{ij}[7]. Aquí no nos detendremos en más detalles. Será suficiente observar que las φ_{ij} y las ψ_{ij} no requieren conocer la función de distribución acumulada subyacente, sino solamente los cuantiles y las medias y varianzas acumuladas, lo que facilitará enormemente su estimación.

Todos estos resultados permiten construir tests de unión-intersección para determinar si, y dónde, dos vectores de ordenadas de curvas de Lorenz Relativas (Absolutas) difieren. Se trata de contrastar las siguientes sub-hipótesis:

$$H^1_{0,i}:\ L_i^{+a} = L_i^{+b} \quad \texttt{frente a} \quad H^1_{A,i}:\ L_i^{+a} \neq L_i^{+b}$$

y/o

$$H^2_{0,i}:\ A_i^{+a} = A_i^{+b} \quad \texttt{frenta a} \quad H^2_{A,i}:\ A_i^{+a} \neq A_i^{+b}$$

para $i=1,\ldots,K$, donde *a* y *b* representan dos muestras independientes que estamos interesados

---

[7] Gail and Gastwirth (1978), Beach and Davidson (1983) and Gastwirth and Gail (1985) obtienen resultados similares con muestras aleatorias simples.

en comparar. Bajo la hipótesis nula, $H_{0,i}$, y para muestras independientes, los estadísticos:

$$T_i = \frac{(\hat{L}_i^a - \hat{L}_i^b)}{\left[\dfrac{\hat{\varphi}_{ii}^a}{N^a} + \dfrac{\hat{\varphi}_{ii}^b}{N^b}\right]^{1/2}}$$

y

$$U_i = \frac{(\hat{A}_i^a - \hat{A}_i^b)}{\left[\dfrac{\hat{\Psi}_{ii}^a}{N^a} + \dfrac{\hat{\Psi}_{ii}^b}{N^b}\right]^{1/2}}$$

siguen asintóticamente una distribución Normal standard para cada uno de los $i=1,\ldots,K$, y pueden ser utilizados como tests individuales para contrastar la igualdad de cada una de las ordenadas de las curvas de Lorenz Absolutas o Relativas. Obsérvese que tanto T_K como U_K no son más que los habituales tests utilizados para contrastar la igualdad de las medias de dos muestras independientes.

Debemos recordar que no estamos interesados en contrastes individuales, que sólo nos pueden informar sobre la evolución de la desigualdad en cada cuantil por separado, sino en tests conjuntos que nos permitan extraer conclusiones sobre la población en su totalidad. Obsérvese, sin embargo, que la hipótesis nula relevante para nuestros propósitos, esto es H_0^1: $L^{+a}=L^{+b}$ (H_0^2: $A^{+a}=A^{+b}$), no es más que la intersección de las hipótesis nulas individuales, $H_{0,i}^1$ ($H_{0,i}^2$). Y nuestra hipótesis alternativa conjunta, H_A^1: $L^{+a}\neq L^{+b}$ (H_A^2: $A^{+a}\neq A^{+b}$), es la unión de las hipótesis alternativas individuales: $H_{A,i}^1$ ($H_{A,i}^2$). Así, siguiendo los procedimientos desarrollados por Richmond (1982) para construir intervalos de confianza conjuntos, Bishop, Chakraborti y Thistle (1988a, 1988b, 1989) desarrollaron tests múltiples para aplicar los criterios de Lorenz Generalizado, Absoluto y Relativo. Lo cual se consigue contrastando la hipótesis nula global mediante los tests T_i y U_i, que bajo ese supuesto siguen una distribución conocida como del Máximo Módulo Studentizado (SMM), con K e infinitos grados de libertad. Para deciles, el valor crítico al 5 por ciento es 2.8; y para el 1 por ciento es 3.29[8]. El contraste mediante los test T_i y U_i como distribuciones SMM nos permite contrastar las sub-hipótesis conjuntamente, mientras que el tamaño del test global puede permanecer fijo al mismo nivel que los individuales.

Con estos elementos, la ordenación parcial siguiendo el criterio de Lorenz Relativo y el criterio de las medias se determina como sigue[9]. Si es imposible descartar la hipótesis nula, $H_{0,i}^1$ para todo i (i=1,...,K), entonces no podemos rechazar la hipótesis nula global, H_0^1, y debemos concluir que ambas distribuciones son estadísticamente equivalentes, $Z^a =_{RL} Z^b$. El rechazo de $H_{0,i}^1$ para cualquier i implica el rechazo de H_0^1, y según la dirección en la que se produzca nos permitirá diferenciar entre dominancia y no-comparabilidad. Por ejemplo, si nuestro estadístico T_i es mayor que el valor crítico en la distribución SMM correspondiente, $T_i > m_\alpha(K, \propto)$ (es decir, se encuentra en la región de rechazo positiva al menos para un i), y no es menor que el opuesto del valor crítico en el resto, $T_i \geq -m_\alpha(K, \propto)$, entonces la distribución *a* domina a la *b*, $Z^a >_{RL} Z^b$. En otros términos, si hay al menos una diferencia positiva estadísticamente significativa, y no hay diferencias estadísticamente significativas negativas, concluiremos que la distribución *a* domina a la distribución *b* según el criterio de Lorenz Relativo y el criterio de la media. Por el contrario, si comprobamos la existencia de diferencias significativas positivas y negativas, concluiremos que ambas distribuciones no son comparables[10].

Con estas herramientas podemos distinguir entre dominancia y no-comparabilidad, y además podemos conocer la razón viendo los resultados de los tests para los diferentes cuantiles.

---

[8] Ver Miller (1981) para los detalles de la distribución SMM, y Stoline y Ury (1979) donde se encuentran las tablas.

[9] La ordenación parcial siguiendo el criterio de dominancia según la curva de Lorenz Absoluta y el criterio de las medias se determina de una forma análoga, reemplazando los tests T_i por los U_i.

[10] Obsérvese que es imposible llegar a la conclusión de que una distribución domina a otra si su media es significativamente menor, ya que el contraste sobre el último elemento del vector aumentado es un contraste sobre la igualdad de las medias, e impediría una dominancia en este sentido aunque en el resto de los i-es se verifique una distribución de la renta más equitativa.

1.5 Implementación empírica

1. La medición del nivel de vida de los hogares.

Varias son las consideraciones que debemos hacer a la hora de elegir nuestra variable escala. En cuanto a la disyuntiva entre el gasto o la renta total del hogar, nuestra preferencia es clara[11]. Desde el punto de vista conceptual, hay buenos argumentos para sostener que el gasto corriente aproxima mejor el consumo permanente del hogar que la renta corriente; por otro lado, aunque las EPF incluyen una batería de preguntas sobre los ingresos percibidos, el objetivo central de estas encuestas es estimar el gasto anual del hogar; además, determinados grupos sociales pueden ser proclives a infravalorar sus ingresos. Sin embargo, ninguno de ellos tiene por qué ser particularmente renuente a declarar sus gastos.

Por otro lado, el gasto total del hogar incluye las transferencias hechas por el hogar e imputaciones varias, como el autoconsumo, el autosuministro, el salario en especie, las comidas subsidiadas en el lugar de trabajo (a todas las cuales denominaremos imputaciones del tipo 1) o el alquiler de mercado estimado por el propietario o el ocupante de las viviendas en propiedad o cedidas por todos los conceptos. Dados los problemas que todo ejercicio de imputación conlleva, parece aconsejable comprobar si la presencia de estas partidas tiene efectos distributivos dignos de mención. A estos efectos, cuando se deduce el alquiler imputado de la vivienda, pensamos que hay que deducir también el alquiler real sufragado por los ocupantes de viviendas en arrendamiento. En otro caso, éstos últimos tendrían un mayor nivel de vida como consecuencia de no detentar una vivienda en propiedad o cedida por razón de trabajo u otros conceptos.

También interesa investigar el impacto de considerar como inversión (y por lo tanto al margen del consumo corriente) ciertos gastos discontinuos que los hogares realizan en determinados bienes duraderos. En este caso se encuentra la adquisición corriente de automóviles, motocicletas y otros medios de transporte privado, así como las reparaciones

---

[11] Véase Atkinson (1990) y Ruiz-Castillo (1987, 1993, 1994a y 1994b).

de la vivienda tanto en régimen de alquiler como de propiedad.

No habiendo una alternativa claramente superior, nos pareció oportuno no restringirnos en principio a una sola variable. Así, hemos utilizado ocho conceptos diferentes para intentar medir la posición económica permanente de los hogares españoles, x_r^h:

- Gasto total (GT).
- Gasto tipo 1 (gasto total menos las imputaciones del tipo 1, GT tipo 1).
- Gasto monetario (gasto tipo 1 menos los alquileres reales o imputados de la vivienda, GTM).
- Gasto neto (gasto total menos gastos en inversión, GN).
- Gasto neto tipo 1 (gasto neto menos las imputaciones del tipo 1, GN tipo 1).
- Gasto neto monetario (gasto neto tipo 1 menos los alquileres reales o imputados de la vivienda, GNM).
- Ingresos totales (rentas percibidas por todos los conceptos, IT).
- Ingresos monetarios (ingresos totales menos todas la imputaciones y los alquileres reales de la vivienda en arrendamiento, ITM).

2. La unidad de análisis.

Los datos de gasto (e ingreso) de las EPF vienen típicamente agregados a nivel del hogar. Los ajustes realizados en función de las necesidades garantizan la comparabilidad del gasto o los ingresos totales de los hogares, por lo que parece razonable identificar a éstos con los *individuos* de nuestro estudio. Sin embargo, nos pareció conveniente ampliar la investigación considerando también a las personas como unidad de análisis. En este caso, a falta de una alternativa mejor, seguimos la práctica habitual de estudiar la distribución que asigna a cada persona el gasto total *equivalente* del hogar al que pertenece[12].

[12] Esto supone aceptar la hipótesis según la cual no existen desigualdades dentro del hogar, lo cual ha sido rebatido por varios autores. Véase Haddad y Kambur (1990) y las referencias allí citadas.

1.6 Resultados empíricos

Comencemos el análisis en la tabla 1[13] donde se muestra, a efectos ilustrativos, el gasto equivalente por hogar para diferentes valores de θ, partiendo de una cantidad de referencia de 2,400,000 para un hogar unipersonal. Si tomamos, por ejemplo, un hogar de 4 miembros, las cifras de la fila revelan el impacto no lineal sobre el gasto total de variar θ desde 0 a 1, manteniendo el nivel de vida constante. Para un θ dado, las cifras por columna indican el incremento del gasto total para mantener el nivel de vida constante a medida que se va aumentando el tamaño del hogar. O si se quiere, el coste adicional de un miembro más, para el supuesto correspondiente sobre las economías de escala en el consumo.

Presentemos a continuación algunas conclusiones que se desprenden del estudio meramente descriptivo de ambas encuestas. La tabla 2 nos permite apreciar la evolución de la población desde un punto de vista demográfico. Se comprueba que los hogares de menor tamaño han aumentado su peso tanto en relación al total de hogares de la muestra, como al de la población de hogares o personas (estimada con los factores de elevación facilitados por el INE). Así, por ejemplo, los hogares de hasta cuatro miembros pasa del 71 por ciento al 78 por ciento, posiblemente como consecuencia de unos menores índices de natalidad y de una mayor proporción de hogares constituidos por personas de la tercera edad.

En la tabla 3 se presentan las medias de los gastos netos por hogar, ajustadas según diferentes valores del parámetro θ, para cada uno de los grupos de la partición básica. Para apreciar el impacto de los ajustes por tamaño del hogar, la tabla 4 proporciona los índices de cada grupo en relación con la media poblacional. Obsérvese que, como era de esperar, cuando θ aumenta (y se otorga cada vez menos importancia a las economías a escala en el consumo dentro del hogar), la situación de los hogares pertenecientes a los grupos extremos se invierte.

¿Qué ha sucedido con el gasto neto ajustado en términos reales? La tabla 5 nos

[13] Todas las Tablas y Figuras referenciadas en el texto pueden encontrarse en el Anexo.

proporciona información para la partición relevante y para la población total, a precios del Invierno de 1991. Todos los grupos mejoran en términos reales, con un rango de variación que va desde los hogares de siete miembros, que mejoran en un 15.3 por ciento, a los hogares unipersonales cuya media aumenta en un 34.5 por ciento. Naturalmente, para cada subgrupo de la partición, estos resultados son independientes del parámetro θ. En cambio, para la población en su conjunto la tasa media de crecimiento aumenta desde el 21 por ciento al 31 por ciento a medida que θ varía de 0 a 1[14].

Volvamos ahora la atención hacia las cuestiones relacionadas con la equidad. En primer lugar, parece relevante comparar entre sí las distintas variables escala en términos de desigualdad. Para la encuesta del 80-81 y para todas las variables de que partamos -gasto total, gasto neto o ingresos totales-, la detracción progresiva de las imputaciones genera distribuciones con una desigualdad relativa mayor: la curva de Lorenz del GNM (GTM, ITM) se sitúa a la derecha y fuera de las bandas de confianza de la del GN tipo 1 (GT tipo 1), y ésta a su vez de la del GN (GT, IT). Así, partiendo de las variables monetarias y añadiendo progresivamente alquileres (reales e imputados) y el resto de imputaciones, llegamos a distribuciones que presentan un mayor grado de equidad. Para la encuesta del 90-91 estos resultados se mantienen con la sola diferencia de que las imputaciones tipo 1 no tiene efectos distributivos significativos.

Por nuestra parte, consideramos preferible mantener todo tipo de imputaciones en la variable escala porque representan bienes y servicios efectivamente consumidos por los hogares, independientemente de que se hayan sido fruto o no de una transacción monetaria.

La comparación realizada entre el gasto y los ingresos extraídos de ambas EPF corrobora los sorprendentes resultados obtenidos por otros autores[15], en el sentido de que

[14] Dado el perfil mostrado por los subgrupos de la partición, puede resultar sorprendente la evolución del comportamiento de la población. Pero debe observarse que el incremento medio en el gasto es el resultado de dos términos: la media ponderada de los incrementos de los distintos grupos de la partición (que es independiente de θ), y un término que captura el impacto de los cambios demográficos que sí está afectado por el valor del parámetro.

[15] Véase Ayala, *et al* (1993).

los ingresos totales presentan menor desigualdad relativa que los gastos totales. Incluso al compararlos con los gastos netos, esto también se verifica para los valores más bajos del parámetro θ[16]. Lo cual confirma nuestras reservas sobre la bondad de la variable ingresos, y es una razón añadida a la hora de dejarla al margen y centrarnos, únicamente, en variables que reflejen el gasto.

Como cabía esperar, con la exclusión de los *gastos de inversión* disminuye la desigualdad. La utilización de una u otra variable, GT o GN, es una cuestión por la que no queremos decantarnos en este momento, pues si bien el gasto en estos bienes puede estar distorsionando el total para ciertos hogares, su eliminación parece una solución extrema. Posiblemente sería mejor imputar un flujo de servicios *corriente* tanto a la adquisición de estos bienes como al stock de duraderos obtenido en períodos anteriores. A la espera de desarrollar esta metodología, en el resto de este trabajo se utilizan ambas variables.

A diferencia de lo sucedido entre 1973-74 y 1980-81, en donde se comprueba que los cambios en los precios relativos fueron favorables a los estratos más bajos de la distribución[17], durante la década de los 80 la evolución de los precios relativos fue distribucionalmente neutral. La figura 4 nos muestra las curvas de Lorenz relativas extraídas de las distribuciones de gasto de la EPF del 80-81 a precios del Invierno del 81 y del 91. Los resultados de los tests corroboran la impresión visual de que ambas curvas son indistinguibles. En los 9 contrastes no relacionados con la media no se puede rechazar la hipótesis nula de igualdad de ambas distribuciones, a un nivel de significación del 5 por ciento[18]. Este resultado nos autoriza en el futuro a utilizar un mismo índice de precios para todos los hogares para expresar las variables del Invierno del 81 en pesetas del Invierno del

---

[16] La comparación realizada con $\theta=0.4$, ha sido la única de todo el estudio en la que hemos carecido de criterio de dominancia, al ser el cruce entre ambas curvas de Lorenz significativo estadísticamente.

[17] Véase Ruiz-Castillo (1993).

[18] Estos resultados se mantienen independientemente de la unidad de análisis utilizada y del valor del parámetro θ. Incluso en la partición por tamaño del hogar, para cada uno de los grupos todos los tests muestran que las curvas de Lorenz relativas son estadísticamente iguales, aunque (como en el caso general) las curvas a precios del Invierno del 81 siempre se sitúen numéricamente por encima de la curva a precios del Invierno del 91.

91[19].

La tabla 6 incluye la información básica, por deciles y a precios comunes, relacionada con los resultados distributivos del período objeto de estudio. Hay dos tipos de columnas. En las dos primeras se presentan, para ambas encuestas, las medias correspondientes a cada decil y al total de la población de hogares en el caso $\theta=0.4$, y en la tercera columna numérica, la tasa de crecimiento porcentual. Las dos columnas restantes proporcionan los resultados de los tests relativos y absolutos. Para cada uno de los nueve deciles se presentan los resultados de los tests sobre las subhipótesis nulas de igualdad en cada uno de los puntos donde han sido estimadas las curvas de Lorenz. En la última fila se ofrecen los resultados de los tests conjuntos. La interpretación de los símbolos es la siguiente. En todos ellos, un signo (+) significa que la distribución del 90 domina a la del 80; un signo (-) lo contrario; un signo (=) que ambas son indistinguibles desde un punto de vista estadístico, y un signo (~) indica que no tenemos criterio concluyente (en nuestros resultados esto siempre se ha producido porque la desigualdad y el nivel medio de la renta se han movido en sentido contrario). Todos los resultados se obtienen con un nivel de significación del 5 por ciento.

Las Figuras 5 ilustran los resultados básicos. En ellas se comprueba que todas los estratos de la población ven incrementados sus gastos en términos porcentuales, pero que este crecimiento es más acentuado en los hogares más pobres (un 37 por ciento en el primer decil frente a un 22 por ciento en el último, para $\theta=0.4$). Como consecuencia, como se muestra en la parte superior de la Figura 6 y según los resultados de los tests, la distribución de gastos ajustados de los hogares de 1990-91 domina a la de 1980-81 en el sentido de Lorenz relativo, siendo además su renta media significativamente superior (1,466,107 frente a 1,168,964 pesetas). Por lo que podemos hablar de un incremento en el bienestar económico y una mejoría en el nivel de pobreza en los términos presentados en la sección II.

En la parte inferior de la Figura 6 se ilustra el caso absoluto, para $\lambda=90{,}000$ y $\lambda=225{,}000$. Se comprueba que, de acuerdo con los resultados de los tests, el 80 domina al

---

[19] Lo que será de gran utilidad a la hora comparar la EPF del 73-74 con la del 90-91, al ser imposible la construcción de índices individuales que relacionen directamente ambos períodos.

90 en el sentido de Lorenz absoluto. Recordemos, sin embargo, que las curvas de Lorenz absolutas no son invariantes a cambios de escala. De hecho, dado cualquier nivel de desigualdad relativa, una mayor media genera una mayor desigualdad absoluta. De ahí que, en épocas de fuerte crecimiento en las rentas de los hogares (como es ésta), se trate de un criterio muy exigente. Este resultado contrasta con el obtenido en Ruiz-Castillo (1994b), donde se estima que durante el período 1973-74 a 1980-81 se produce una mejora en la desigualdad real, tanto en un sentido relativo como absoluto.

A nivel agregado, esta visión de la evolución de la desigualdad absoluta y relativa es robusta a las parametrizaciones en términos de θ y λ, a la variable de gasto -GT o GN-, y a la unidad de análisis[20]. Sin embargo, es importante estudiar el fenómeno en la partición según el tamaño del hogar. Los principales resultados se presentan en la tabla 7. Cada columna da el resultado de los tests para cada subgrupo, y los deciles que lo han determinado. Así por ejemplo, para los hogares de tamaño 5, la columna (3) indica que el decil 1 se sitúa significativamente por encima en la ordenada de Lorenz relativa del 90 respecto a la del 80, y que los otros 7 deciles en los que se comparan las curvas, no presentan diferencias significativas. La renta media de ese subgrupo es también significativamente mayor, por lo que el test conjunto nos indica una mejoría en términos de desigualdad relativa.

Los resultados muestran que en los 80, para todos los tipos de hogares los gastos medios y la desigualdad absoluta han aumentado, excepto para los hogares de 7 miembros, donde las curvas son indistinguibles (probablemente debido a que el incremento en media ha sido, en este caso, bastante pequeño). En el caso de la desigualdad relativa, los resultados son mucho más contundentes en los hogares de menor tamaño. Los hogares de hasta tres miembros presentan resultados unánimes para nueve de los diez tests, en los que se verifica una mejoría en la desigualdad relativa y en la media. En los hogares de más miembros, o bien exhiben un grado similar de desigualdad (4, 6 o 7 miembros), o la mejoría se produce sólo en algún decil (5 miembros).

---

[20] Los valores de los parámetros utilizados han sido los siguientes. Para θ: 0.0, 0.2, 0.4, 0.7 y 1.0. Para λ: 0, 45,000, 90,000, 135,000, 180,000, 225,000, 270,000 y 390,000.

1.7 Conclusiones y extensiones

En este trabajo se ha estudiado la evolución reciente del nivel de vida en España, a la luz de las EPF de 1980-81 y 1990-91.

Todo estudio de este tipo lleva consigo la elección de variables e instrumentos de medida que necesariamente influirán en los resultados. En nuestro caso, el nivel de vida de hogares y personas se ha identificado con el gasto corriente en bienes y servicios de consumo, y con el gasto corriente neto de ciertas inversiones. Estas medidas han sido ajustadas para tener en cuenta las diferencias en el tamaño del hogar usando un amplio abanico de hipótesis sobre la importancia que deseamos conceder a las economías de escala en el consumo. Los procedimientos de ajuste utilizados implican fuertes restricciones en las preferencias incondicionadas de los hogares en el espacio de bienes y tamaño del hogar. Las comparaciones intertemporales en términos reales han sido posibles gracias a la utilización de índices de precios específicos para cada hogar, que proporcionan una aproximación a la construcción teórica ideal.

Hemos comparado el bienestar económico agregado de dos distribuciones utilizando solamente la media y el grado de desigualdad, basándonos en los poderosos resultados analíticos que sustentan dicha estrategia. Los criterios de desigualdad utilizados abarcan tanto los aspectos relativos como absolutos. Asimismo se han empleado sistemáticamente procedimientos rigurosos de inferencia estadística que mejoran sustancialmente los procedimientos numéricos habituales.

Para la población en su conjunto, los principales resultados que caracterizan esta década son el importante incremento de la media en términos reales, los nulos efectos distributivos de la evolución de los precios relativos y la mejoría experimentada por la desigualdad relativa. Así pues, podemos hablar de un aumento en el bienestar económico de la sociedad y de un descenso de la pobreza, de acuerdo con una amplia clase de indicadores relativos cuyas propiedades han quedado explícitas en el texto. En todo caso, este resultado no puede mantenerse si se desea medir la desigualdad en términos absolutos.

Los resultados anteriores son robustos ante diferentes unidades de análisis, y para diferentes valores de los parámetros que determinan el peso que se le quiere conceder a las economías de escala en el consumo dentro del hogar. Tanto en el caso relativo como en el absoluto, el estudio de la partición relevante confirma los resultados anteriores en cada uno de los subgrupos. Los hogares de menor tamaño son, en términos comparativos, los más beneficiados.

Hay que destacar, sin embargo, que estos resultados son provisionales y deberían tomarse con precaución hasta que hayan sido abordadas las siguientes cuestiones:

i) Es necesario expresar las distribuciones del 90-91 en pesetas del Invierno del 81 y del 91. Sólo entonces podremos calibrar la importancia del problema de números índice a lo largo de esta década.

ii) Debemos disponer de variables de gasto definitivas en las que se tenga en cuenta la posible influencia de observaciones anómalas. Y en el caso de la EPF del 90-91, necesitamos una solución definitiva al problema de imputación que surge con la compra en grandes cantidades de alimentos y bebidas para el consumo en un momento ulterior al de su adquisición.

iii) Es preciso mejorar el tratamiento dado a la heterogeneidad existente en la población, ya sea mediante el estudio de nuevas particiones, o mediante la utilización de procedimientos más sofisticados en la agregación de los subgrupos determinados en función de sus características demográficas.

iv) Sería muy ilustrativo aplicar conceptos de desigualdad intermedios entre los absolutos y los relativos, con el fin de delimitar exactamente para qué juicios de valor las dos distribuciones son equivalentes, y para cuáles se ha producido una mejora o un empeoramiento en el continuo que va desde la noción relativa más habitual, a la noción absoluta éticamente más exigente. En otros términos, se trata de localizar en qué punto de la recta I-II de la Figura 1 nos encontramos.

Bibliografía

Atkinson, A.B. (1990), "Comparing Poverty Rates Internationally: Lessons from Recent Studies in OCDE Countries", London School of Economics, The Welfare State Programme, *Discussion Paper* WSP/53.

Ayala, L., R. Martínez y J. Ruiz-Huerta (1993), "La distribución de la renta en España en los años ochenta: una perspectiva comparada", en J. Almunia y L. Gutiérrez (eds.), Primer simposio sobre igualdad y distribución de la renta y la riqueza, *La distribución de la Renta*, Volumen II, Fundación Argentaria, págs: 101-136.

Beach, C.M. y R. Davidson (1983), "Distribution-Free Statistical Inference with Lorenz Curves and Income Shares", *Review of Economic Studies*, **50**: 723-735.

Bishop, J.A., S. Chakraborti y P.D. Thistle (1988a), "Relative Inequality, Absolute Inequality, and Welfare: Some Statistical Tests", *Economic Letters*, **26**: 291-294.

Bishop, J.A., S. Chakraborti y P.D. Thistle (1988b), "Large Sample Tests for Absolute Lorenz Dominance", *Economic Letters*, **26**: 291-294.

Bishop, J.A., S. Chakraborti y P.D. Thistle (1989), "Asymptotically Distribution-Free Statistical Inference for Generalized Lorenz Curves", *Review of Economics and Statistics*, **71**: 725-727.

Bishop, J.A., S. Chakraborti y P.D. Thistle (1994), "Relative Inequality, Absolute Inequality, and Welfare: Large Sample Tests for Partial Orders", *Bulletin of Economic Research,* **46**(1): 41-59.

Bishop, J.A., J.P. Formby y P.D. Thistle (1989), "Statistical Inference, Income Distributions, and Social Welfare", *Research on Economic Inequality*, **1**: 49-82.

Coulter, F., F. Cowell y S. Jenkins (1992a), "Differences in Needs and Assesment of Income Distributions", *Bulletin of Economic Research*, **44**: 77-124.

Coulter, F., F. Cowell y S. Jenkins (1992b), "Equivalence Scale Relativities and the Extent of Inequality and Poverty", *Economic Journal*, **102**: 1067-1082.

Foster, J. E., y A. Shorrocks (1988), "Poverty Orderings", *Econometrica*, **56**: 173-178.

Gail, M.H. y J.L. Gastwirth (1978), "A Scale-Free Goodness-of-Fit Test for the Exponential Distribution Based on the Lorenz Curves", *Journal of the American Statistical Association*, **73**: 787-793.

Gastwirth, J.L. y M.H. Gail (1985), "Simple Asymptotically Distribution-Free Methods for Comparing Lorenz Curves and Gini Indices Obtained from Complete Data", en Basmann, R.L. y Rhodes, G.F.Jr. (eds.), *Advances in Econometrics*, Vol. 4, Greenwich, JAI Press.

Haddad, L. y R. Kambur (1990), "How Serious Is the Neglect of Intra-Household Inequality?", *Economic Journal*, **100**: 866-881.

Higuera, C. y J. Ruiz-Castillo (1992), "Indices de precios individuales para la economía española con base 1976 y 1983", Universidad Carlos III de Madrid, División de Economía, *Documentos de Trabajo*, núm. 92-07.

Miller, R.G. (1981), *Simultaneous Statistical Inference*. New York: Wiley, 2ª edición.

Moyes, P. (1987), "A New Concept of Lorenz Domination", *Economic Letters*, **23**: 203-207.

Richmond, J. (1982), "A General Method for Constructing Simultaneous Confidence Intervals", *Journal of the American Statistical Association*, **77**: 455-460.

Ruiz-Castillo, J. (1987), "La medición de la pobreza y la desigualdad en España, 1980-81", Banco de España, *Estudios Económicos*, **42**: 1-159.

Ruiz-Castillo, J. (1993), "La distribución del gasto en España de 1973-74 a 1980-81", en J. Almunia y L. Gutiérrez (eds.), Primer simposio sobre igualdad y distribución de la renta y la riqueza, *La distribución de la Renta*, Volumen II, Fundación Argentaria, Madrid, pp. 51-89. Existe una versión inglesa bajo el título "The Anatomy of Money and Real Income Inequality in Spain, 1973-74 to 1980-81", próximo a aparecer en *Journal of Income Distribution*, **5**, (1995).

Ruiz-Castillo, J. (1994a), "Características geográficas y socioeconómicas en la evolución del nivel de vida en España, 1973-74 a 1980-81", Universidad Carlos III de Madrid, *Documentos de trabajo*, núm. 94-09, próximo a aparecer en *Hacienda Pública Española.*

Ruiz-Castillo, J. (1994b), "The Evolution of the Standard of Living in Spain, 1973-74 to 1980-81", Universidad Carlos III de Madrid, *Working Paper*, núm. 94-10, Economic Series 04.

Shorrocks, A.F. (1983), "Ranking Income Distributions", *Economica*, **50**: 3-17.

Stoline, M.R. y H.K. Ury (1979), "Table of the Studentized Maximum Modulus Distribution and an Application to Multiple Comparisons among Means", *Technometrics*, **21**: 87-93.

APÉNDICE

Tablas y Gráficos

TABLA 1. GASTOS EQUIVALENTES POR HOGAR PARA DIFERENTES VALORES DEL PARÁMETRO θ

	DIFERENTES VALORES DEL PARÁMETRO θ				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TAMAÑO DEL HOGAR					
1	2,400,000	2,400,000	2,400,000	2,400,000	2,400,000
2	2,400,000	2,756,876	3,166,819	3,898,812	4,800,000
3	2,400,000	2,989,754	3,724,429	5,178,406	7,200,000
4	2,400,000	3,166,819	4,178,643	6,333,638	9,600,000
5	2,400,000	3,311,351	4,568,769	7,404,406	12,000,000
6	2,400,000	3,434,326	4,914,414	8,412,346	14,400,000
7	2,400,000	3,541,856	5,226,975	9,370,869	16,800,000
8	2,400,000	3,637,720	5,513,752	10,289,025	19,200,000

TABLA 2. POBLACIÓN SEGUN EL TAMAÑO DEL HOGAR

EPF 1980-81

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	PORCENT	HOGARES	PORCENT	PERSONAS	PORCENT
TAMAÑO DEL HOGAR						
1	1,945	8.12	779,135	7.77	779,135	2.10
2	5,145	21.47	2,116,476	21.12	4,232,951	11.42
3	4,408	18.39	1,866,104	18.62	5,598,312	15.10
4	5,478	22.86	2,364,574	23.59	9,458,297	25.52
5	3,562	14.86	1,490,503	14.87	7,452,513	20.10
6	1,899	7.92	774,309	7.73	4,645,852	12.53
7	842	3.51	359,818	3.59	2,518,725	6.79
8 o más personas	687	2.87	271,414	2.71	2,383,123	6.43
TOTAL	23,966	100.00	10,022,332	100.00	37,068,908	100.00

TABLA 2. (continuación)

EPF 1990-91

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	PORCENT	HOGARES	PORCENT	PERSONAS	PORCENT
TAMAÑO DEL HOGAR						
1	2,174	10.28	1,128,990	9.99	1,128,990	2.93
2	4,735	22.38	2,519,291	22.30	5,038,581	13.09
3	4,427	20.93	2,347,041	20.77	7,041,124	18.29
4	5,052	23.88	2,821,017	24.97	11,284,067	29.31
5	2,822	13.34	1,493,602	13.22	7,468,011	19.40
6	1,206	5.70	614,983	5.44	3,689,897	9.59
7	471	2.23	245,154	2.17	1,716,075	4.46
8 o más personas	268	1.27	128,432	1.14	1,127,260	2.93
TOTAL	21,155	100.00	11,298,509	100.00	38,494,006	100.00

TABLA 3. GASTO NETO MEDIO AJUSTADO POR HOGAR

EPF 1980-81 a precios del Invierno del 81

	DIFERENTES VALORES DEL PARÁMETRO θ				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TAMAÑO DEL HOGAR					
1	358,352	358,352	358,352	358,352	358,352
2	599,550	521,938	454,374	369,066	299,775
3	826,538	663,497	532,616	383,070	275,513
4	977,919	741,124	561,667	370,562	244,480
5	1,059,793	768,116	556,715	343,512	211,959
6	1,120,249	782,860	547,084	319,601	186,708
7	1,236,907	838,142	567,934	316,788	176,701
8 o más personas	1,313,235	851,269	552,126	288,695	151,128
TOTAL	863,216	664,331	515,898	359,518	256,526

TABLA 3. (continuación)

EPF 1990-91

	DIFERENTES VALORES DEL PARÁMETRO θ				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TAMAÑO DEL HOGAR					
1	1,093,526	1,093,526	1,093,526	1,093,526	1,093,526
2	1,679,482	1,462,074	1,272,809	1,033,842	839,741
3	2,349,376	1,885,942	1,513,924	1,088,849	783,125
4	2,876,480	2,179,964	1,652,104	1,089,982	719,120
5	3,029,497	2,195,718	1,591,412	981,955	605,899
6	3,227,288	2,255,316	1,576,076	920,729	537,881
7	3,255,597	2,206,028	1,494,829	833,800	465,085
8 o más personas	3,661,425	2,369,891	1,535,116	801,400	419,001
TOTAL	2,378,395	1,859,162	1,466,107	1,045,251	762,968

TABLA 4. GASTO NETO AJUSTADO EN LA PARTICIÓN POR TAMAÑO DEL HOGAR

EPF 1980-81 a precios del Invierno del 81

	DIFERENTES VALORES DEL PARÁMETRO θ				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TAMAÑO DEL HOGAR					
1	41.5	53.9	69.5	99.7	139.7
2	69.5	78.6	88.1	102.7	116.9
3	95.8	99.9	103.2	106.6	107.4
4	113.3	111.6	108.9	103.1	95.3
5	122.8	115.6	107.9	95.5	82.6
6	129.8	117.8	106.0	88.9	72.8
7	143.3	126.2	110.1	88.1	68.9
8	152.1	128.1	107.0	80.3	58.9
ALL	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 4. (continuación)

EPF 1990-91

	DIFERENTES VALORES DEL PARÁMETRO θ				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TAMAÑO DEL HOGAR					
1	46.0	58.8	74.6	104.6	143.3
2	70.6	78.6	86.8	98.9	110.1
3	98.8	101.4	103.3	104.2	102.6
4	120.9	117.3	112.7	104.3	94.3
5	127.4	118.1	108.5	93.9	79.4
6	135.7	121.3	107.5	88.1	70.5
7	136.9	118.7	102.0	79.8	61.0
8 o más personas	153.9	127.5	104.7	76.7	54.9
TOTAL	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 5. CAMBIOS PORCENTUALES EN LAS MEDIAS EN TÉRMINOS REALES

1990-91 versus 1980-81 a precios del Invierno del 91

	DIFERENTES VALORES DEL PARÁMETRO θ				
	$\theta=0.0$	$\theta=0.2$	$\theta=0.4$	$\theta=0.7$	$\theta=1.0$
TAMAÑO DEL HOGAR					
1	34.54	34.54	34.54	34.54	34.54
2	24.43	24.43	24.43	24.43	24.43
3	25.62	25.62	25.62	25.62	25.62
4	29.66	29.66	29.66	29.66	29.66
5	26.03	26.03	26.03	26.03	26.03
6	26.60	26.60	26.60	26.60	26.60
7	15.32	15.32	15.32	15.32	15.32
8 o más personas	23.08	22.75	22.45	22.08	21.77
	DIFERENTES VALORES DEL PARÁMETRO θ				
	$\theta=0.0$	$\theta=0.2$	$\theta=0.4$	$\theta=0.7$	$\theta=1.0$
TOTAL HOGARES	21.53	23.47	25.42	28.36	31.36
TOTAL PERSONAS	21.16	23.36	25.53	28.75	31.93

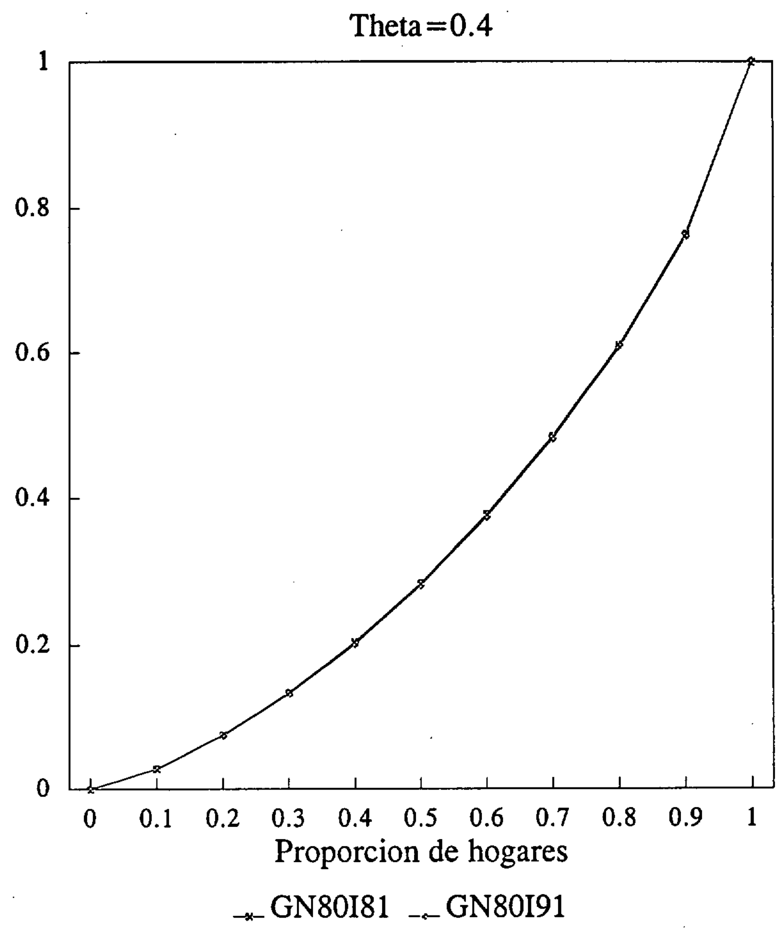
TABLA 6. Gasto medio por deciles a precios del Invierno de 1991, y tests de desigualdad para la población de hogares. Los casos $\theta=0.4$ y $\lambda=90{,}000$

				Test de desigualdad	
	Gasto medio		Incr. porcentual	Absoluta	Relativa
DECILES	1990-91 (1)	1980-81 (2)	(3)	(4)	(5)
1	448,024	327,132	36.95	-	+
2	701,750	533,521	31.53	-	+
3	874,248	678,118	28.92	-	+
4	1,034,510	807,709	28.08	-	+
5	1,196,698	939,254	27.41	-	+
6	1,372,644	1,081,122	26.96	-	+
7	1,573,173	1,249,933	25.86	-	+
8	1,831,068	1,467,034	24.81	-	+
9	2,211,238	1,800,790	22.79	-	+
				Test conjunto	Test conjunto
Total de hogares	1,466,107	1,168,964	25.42	~	+

TABLA 7. Desigualdad en la partición por tamaño del hogar

	Situación 2 versus 1 a precios del Invierno de 1991			
	Desigualdad Absoluta		Desigualdad Relativa	
Tamaño hogar	Resultados por deciles	Test conjuntos	Resultados por deciles	Test conjuntos
1	- (1-7) = (8,9) + (10)	~	= (1) + (2-10)	+
2	- (1-9) + (10)	~	= (9) + (1-8,10)	+
3	- (1-9) + (10)	~	= (9) + (1-8,10)	+
4	- (1-9) + (10)	~	= (1-9) + (10)	+
5	- (1-9) + (10)	~	= (2-9) + (1,10)	+
6	- (1-9) + (10)	~	= (1-9) + (10)	+
7	= (1-9) + (10)	+	= (1-9) + (10)	+

FIGURA 4. CURVAS DE LORENZ RELATIVAS



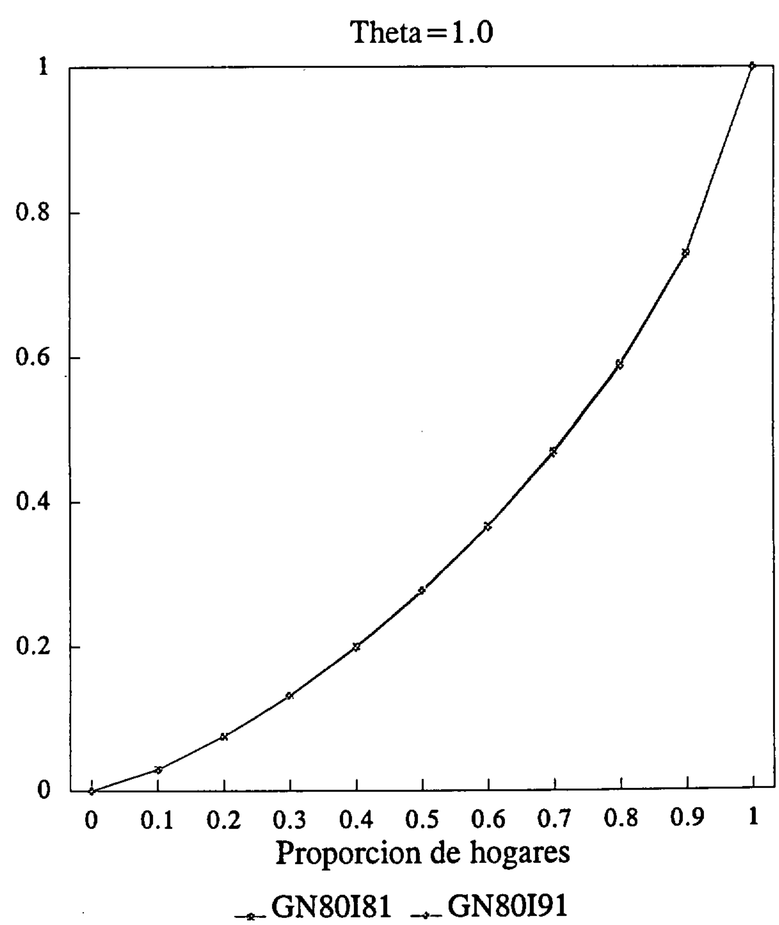
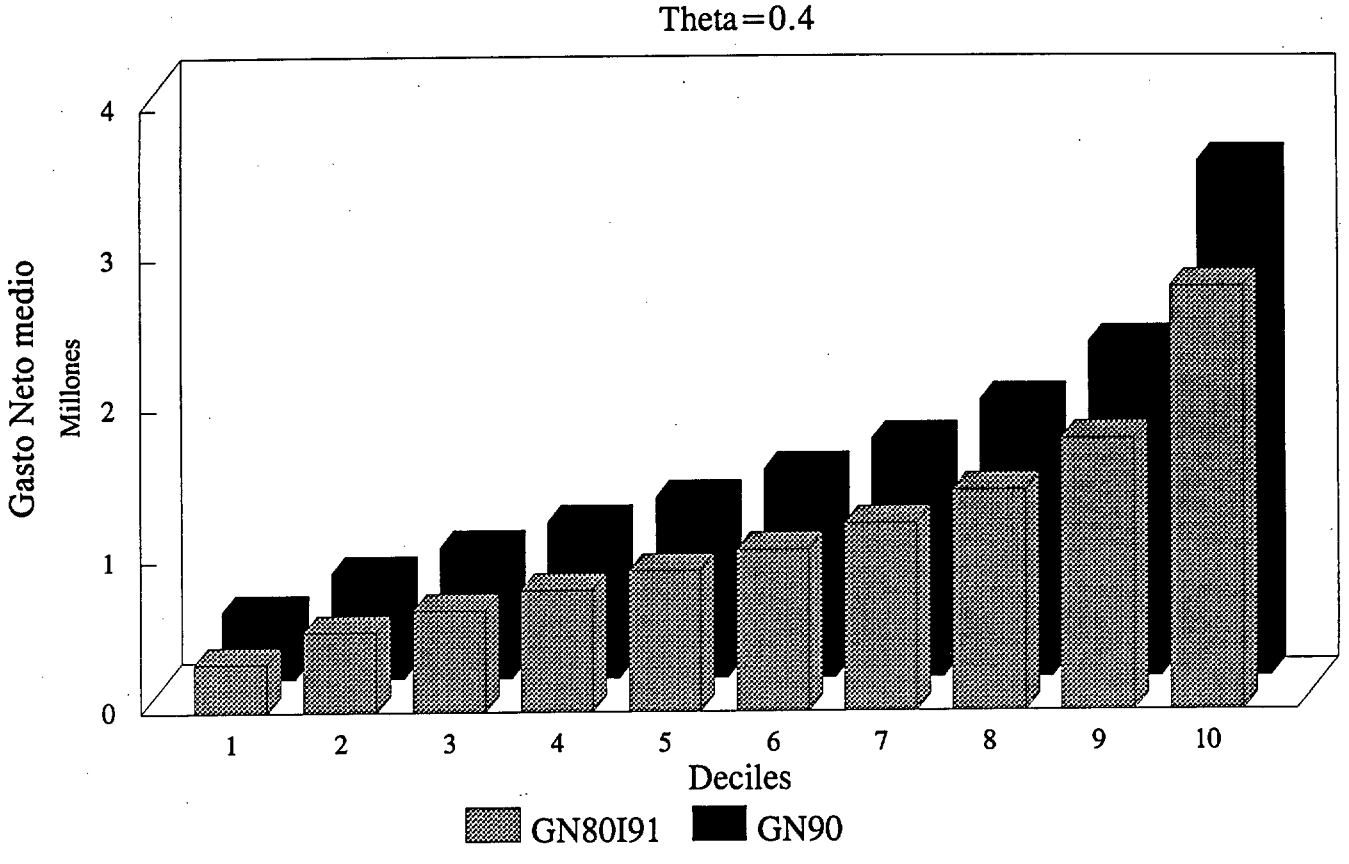


FIGURA 5. (i) Medias por Deciles



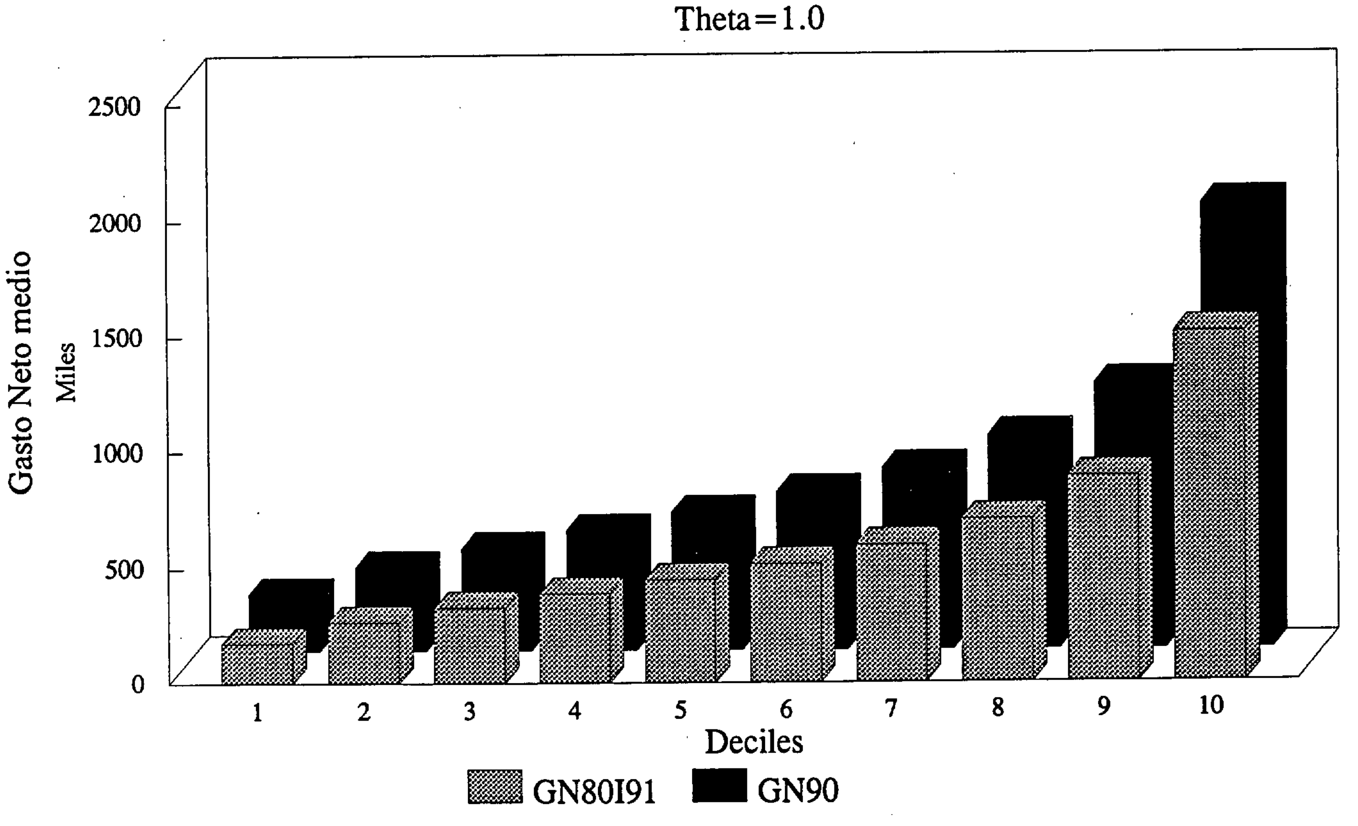
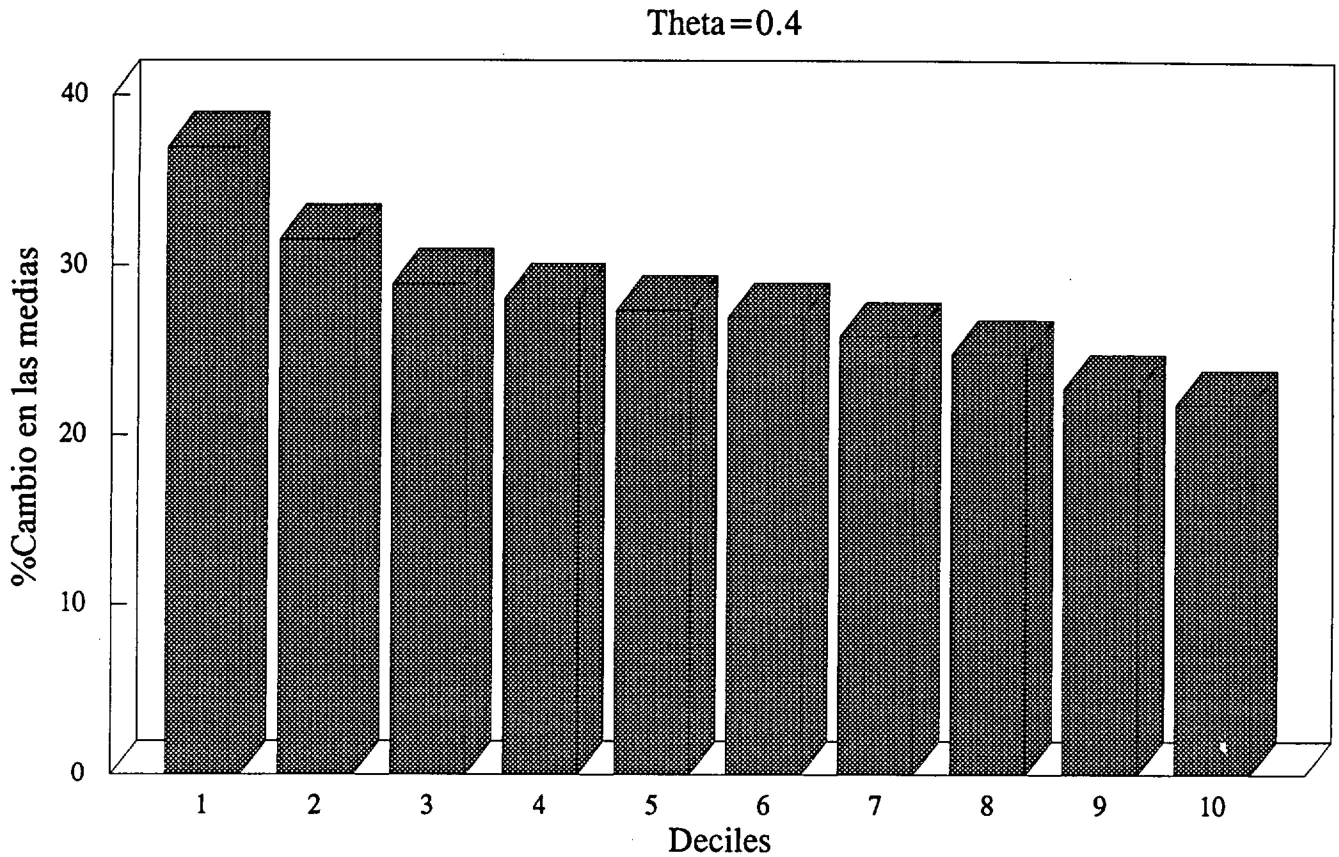


FIGURA 5. (ii) Crecimiento porcentual en las medias



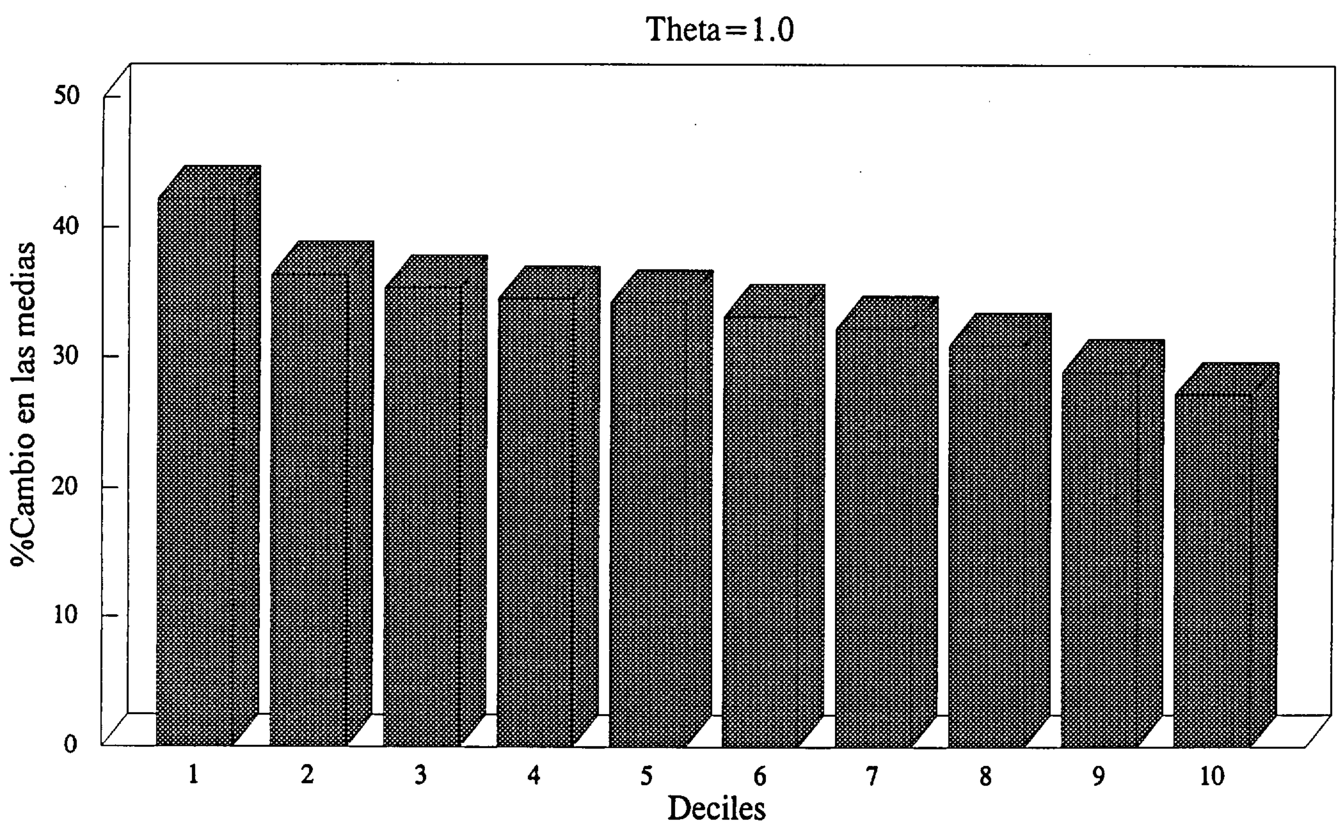


FIGURA 6. (i) CURVAS DE LORENZ RELATIVAS

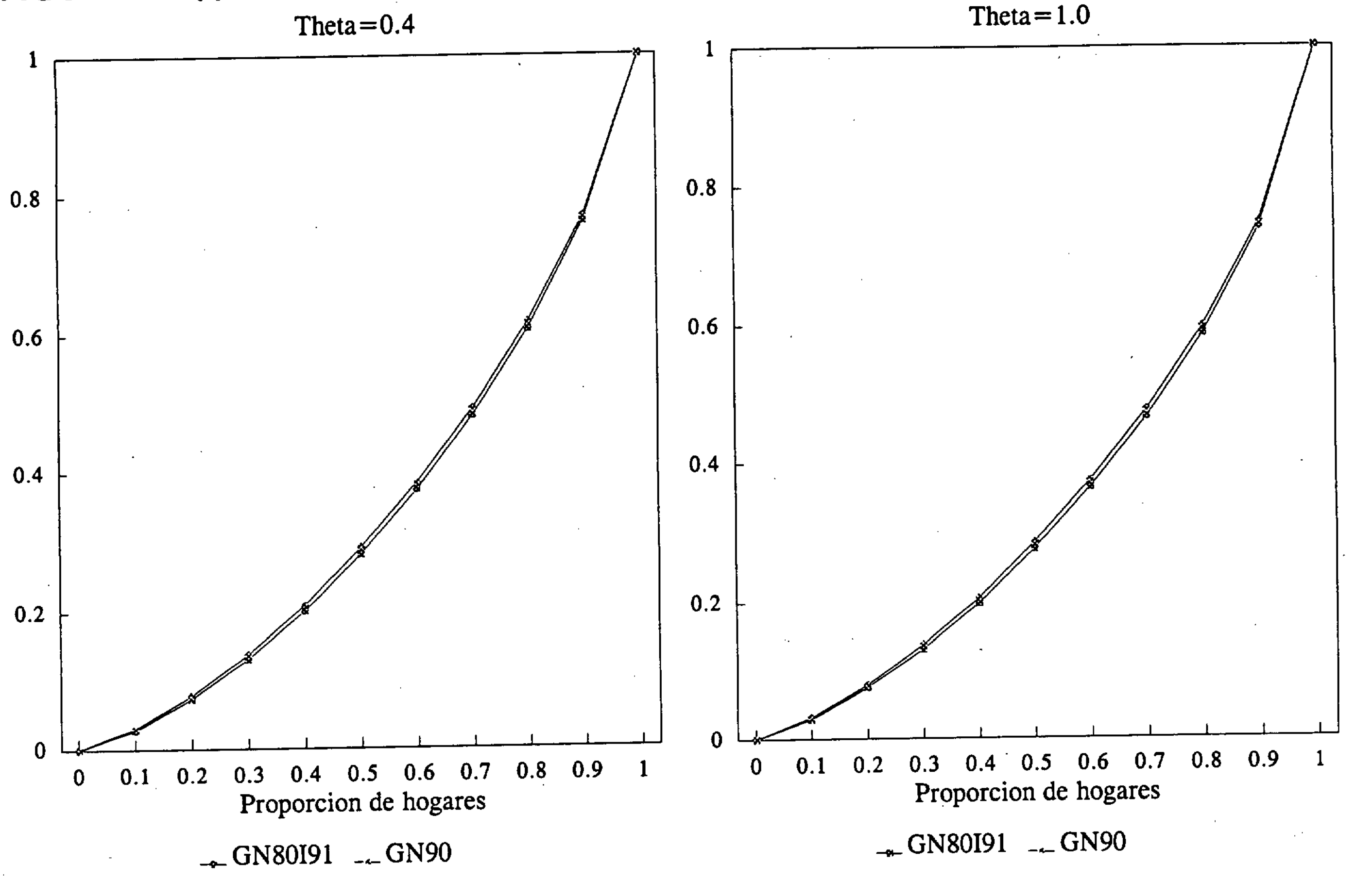
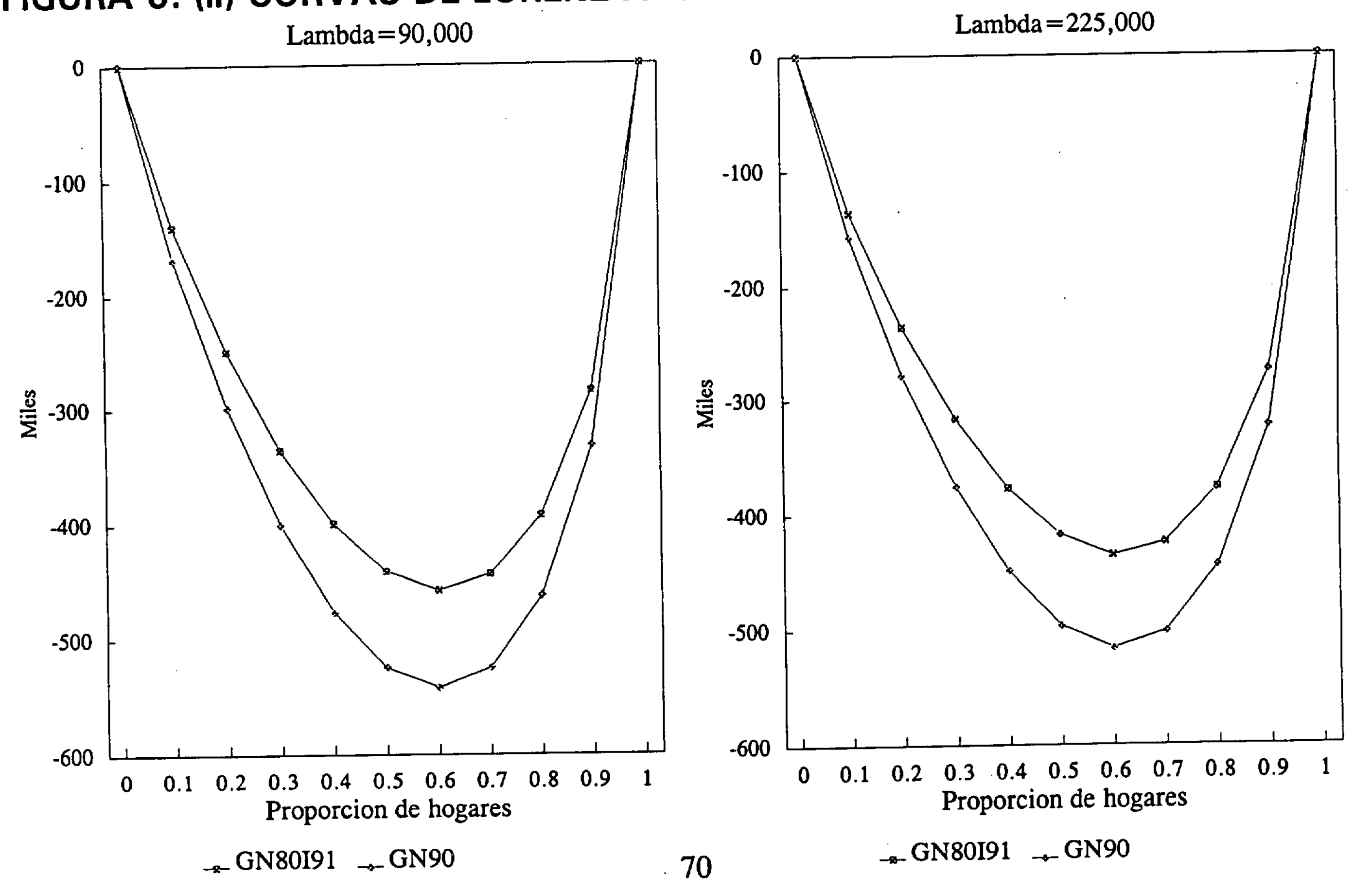


FIGURA 6. (ii) CURVAS DE LORENZ ABSOLUTAS



Capítulo 2

Desigualdad Intermedia y Bienestar

2.1 Introducción

Supongamos que tenemos una población de individuos homogéneos, cuyos niveles de vida están adecuadamente representados por una variable unidimensional que llamaremos renta. Tradicionalmente, en Economía del Bienestar estamos interesados en métodos de evaluación que tengan preferencia por la eficiencia, entendida como mayor renta, y preferencia por la equidad, entendida como menor desigualdad vertical. Más aún, queremos que nuestros métodos incorporen un mínimo de juicios de valor. En particular, queremos ordenaciones no ambiguas de acuerdo a las cuales el bienestar social sólo se incremente si tanto la eficiencia como la distribución mejoran.

Existe acuerdo en que las Funciones de Bienestar Social admisibles (FBS de aquí en adelante) deben satisfacer continuidad, invarianza ante réplicas poblacionales y preferencia por la equidad representada por el axioma de la S-concavidad. Shorrocks (1983) sugiere dos amplias clases de FBS, según un supuesto extra de monotonicidad que captura (i) una preferencia por mayores rentas siempre que se mantenga constante la noción relativa de desigualdad, de forma que la proporción de individuos ricos y pobres no cambie; o (ii) una más exigente noción absoluta, de acuerdo a la cual la desigualdad sólo se mantiene constante si cada hogar experimenta el mismo cambio de renta absoluta. Denotaremos por W_R y W_A a estas dos clases de funciones, respectivamente. El mérito de la contribución de Shorrocks es que desarrolla métodos operacionales, basados en las usuales curvas de Lorenz, para descubrir si una distribución es sin ambigüedad mejor que otra de acuerdo a todas las FBS pertenecientes a W_R o W_A[1].

Sin embargo, tal vez pueda mejorarse la metodología actual. En este trabajo nosotros nos aliamos con la minoría que argumenta que hay un conjunto de posiciones intermedias o "centristas" todavía no suficientemente exploradas, entre las situaciones "derechista" (relativa) e "izquierdista" (absoluta), según la terminología de Kolm. El interés conceptual de tales actitudes ha sido reforzado por recientes encuestas basadas en cuestionarios los cuales indican que la gente no es modo alguno unánime en sus elecciones entre las nociones de desigualdad absoluta, relativa o intermedia[2]. Por otro lado, consideremos una situación en la cual la distribución de la renta **y** tiene menos desigualdad relativa pero más desigualdad absoluta que la distribución **x**. La siguiente cuestión empírica no puede ser respondida con las herramientas actuales: es la distribución **y** "escasamente mejor" que la distribución **x** desde el punto de vista relativo, y consecuentemente se encuentra alejada desde el punto de vista absoluto; o es "tan extremadamente mejor" desde la perspectiva relativa que es "casi equivalente" a **x** desde el punto de vista absoluto? En otras palabras, los métodos actuales sólo permiten responder si o no a los casos polares, pero en situaciones como las del ejemplo anterior no pueden ayudarnos a saber si las mejora en términos relativos (o la pérdida de desigualdad absoluta) es "grande" o "pequeña".

Para proporcionar una cierta respuesta a esta cuestión, en este trabajo introducimos una nueva noción de desigualdad centrista o intermedia, denominada $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad, la cual depende de la distribución inicial **x** y del valor del parámetro π, situado en el intervalo unidad. Diremos que **x** e **y** tienen la misma $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad si la diferencia de rentas totales entre ambas distribuciones es asignada entre los individuos de la siguiente forma: un π por ciento preservando las proporciones existentes en **x**, y un $(1-\pi)$ por ciento en iguales

---

[1] Moyes (1987) desarrolla criterios análogos, basados en curvas de Lorenz absolutas, para establecer si una distribución es mejor que otra, sin ambigüedad, de acuerdo a todas las FBS pertenecientes a W_A.

[2] Ver, por ejemplo, Amiel y Cowell (1992) y Harrison y Seidl (1990). En el caso español, Ballano y Ruiz-Castillo (1993) obtuvieron que, para la submuestra que mostró un grado aceptable de consistencia a lo largo de todo el cuestionario, sólo el 31 por ciento estuvo a favor de la noción relativa de desigualdad, el 24 por ciento defendió una noción absoluta, y el 27 por ciento una noción intermedia (el resto defendió posturas más extremas).

cantidades absolutas. Correspondientemente, sugerimos un supuesto de monotonicidad para las FBS el cual captura la preferencia por mayores rentas que mantienen la $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad constante. Denotaremos esta clase de FBS por $W_{(x,\pi)}$.

Se puede observar que las medidas de $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad son una variante de las medidas de desigualdad invariantes en los rayos α propuestas por Pfingsten y Seidl (1994), o PS para acortar. Nuestra razón para defender la nueva noción es sencilla. En primer lugar, tiene una más clara interpretación económica que las medidas α-invariantes, pero mantiene sus buenas propiedades que la distinguen de las nociones de desigualdad intermedias propuestas por Kolm (1976) y Bossert y Pfingsten (1992)[3]. En segundo lugar, a diferencia de otras medidas invariantes en los rayos α, puede hacerse operacional. Así, siguiendo con las ideas expuestas en Chakravarty (1988) nuestros métodos permiten estimar a partir de los datos el rango de valores de π para el cual la distribución $\mathbf{x}$ tiene más o menos $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad que la distribución $\mathbf{y}$[4]. Así, teniendo en cuenta el cambio en media producido al pasar de $\mathbf{x}$ a $\mathbf{y}$, podremos decir sin ambigüedad si la distribución $\mathbf{y}$ es superior, inferior o no-comparable a la distribución $\mathbf{x}$ para todas las FBS pertenecientes a la clase $W_{(x,\pi)}$ para ese rango de valores de π. Nótese que nosotros no sugerimos el concepto de $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad "políticamente correcto", sino que permitimos que sean los datos los que nos informen de para qué valores de π, digamos (π_1,π_2) en el intervalo $[0,1]$, las dos distribuciones de renta $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ son no comparables desde le punto de vista de la $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad. Para aquellas personas con opiniones respecto a la desigualdad representadas por valores de π en el intervalo $[0,\pi_1]$, habría habido una pérdida en la $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad, mientras que para las personas con opiniones representadas en el intervalo $[\pi_2,1]$, habría habido una mejora.

Hasta este momento, hemos presentado el caso homogéneo en el cual todas las rentas individuales son comparables. En la práctica, sin embargo, debemos reconocer que los

---

[3] En relación a los defectos de la μ-desigualdad de Bossert y Pfingsten y a la medida centrista de Kolm γ-desigualdad), véase PS (1994) donde se presenta una discusión detallada.

[4] Alternativamente, los datos revelan el rango de valores de π para el cual la distribución $\mathbf{x}$ tiene más o menos $(\mathbf{y},\pi)$-desigualdad que la distribución $\mathbf{y}$. Como veremos, ambos conceptos representan exactamente la misma actitud centrista en relación a la desigualdad.

individuos vienen agrupados en hogares con diferentes necesidades no-monetarias. Nuestros métodos pueden ser fácilmente extendidos al caso heterogéneo. Para ese propósito, deberíamos primero decidir que características de los hogares deben ser elegidas como éticamente relevantes para nuestros propósitos de evaluación social. Después, las comparaciones de bienestar entre hogares deberán ser realizadas de forma consistente con el concepto de desigualdad relativo, absoluto o intermedio que deseemos utilizar en cada caso.

En Del Río y Ruiz-Castillo (1995) aplicamos procedimientos standard para analizar la evolución del nivel de vida en España entre 1980-81 y 1990-91, un interesante período en el que un partido socialista ocupó el poder, por medios democráticos, por primera vez en los últimos 40 años. Elegimos el tamaño del hogar como la única característica del hogar éticamente relevante a la hora de considerar el conjunto de necesidades no-monetarias. Para agrupar a todos los hogares en una distribución común, seguimos a Coulter, Cowell y Jenkins (1992a y b) y parametrizamos la importancia dada al tamaño del hogar en nuestra definición de renta ajustada o equivalente. Finalmente, siguiendo una literatura reciente[5], comparamos curvas de Lorenz a través de procedimientos de inferencia estadística. Los principales resultados para el conjunto de la población, así como dentro de cada grupo de hogares homogéneos, fueron los siguientes. Ha habido: (i) un importante incremento en el gasto medio de los hogares en términos reales; (ii) una reducción estadísticamente significativa en la desigualdad relativa; (iii) y un incremento en la desigualdad absoluta. Estos resultados nos proporcionan un ejemplo de libro de texto que sugiere la conveniencia de aplicar una aproximación centrista.

El principal resultado obtenido de esta aproximación, usando nuestra noción de $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad y tomando como $\mathbf{x}$ a la distribución de 1980-81, son los siguientes: 1) para la población en su conjunto, cuando las economías de escala en el consumo son bastante importantes, el rango de valores de π para el cual ambas distribuciones son $(\mathbf{x},\pi)$ equivalentes en desigualdad, es (0.75,0.90) tanto en el caso no ponderado como en aquél en el que los hogares son ponderados por su tamaño en la construcción de las distribuciones de

[5] Ver Beach y Davidson (1983) y, para aplicaciones, Bishop *et al* (1989).

renta; 2) cada grupo en la partición básica por tamaño del hogar es también investigado. En el grupo de hogares con tres miembros, que es el que presenta la mejor situación, el rango de valores de π para el cual ambas distribuciones son equivalentes en $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad, es (0.52,0.82).

El resto del trabajo está organizado en cuatro secciones. La sección 2.2 presenta las medidas de desigualdad invariantes en los rayos α sugeridas por PS, e introduce nuestro concepto de $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad, haciendo énfasis en su interpretación económica. La sección 2.3 define cómo hacer operacional nuestro concepto de desigualdad. La sección 2.4 contiene los resultados empíricos para el caso español. La sección 2.5 contiene las conclusiones. Y las demostraciones se incluyen en el apéndice.

2.2 Conceptos de desigualdad invariantes a lo largo de rayos

2.2.1 Notación

Denotemos por $\mathbf{x}=(x^1,\dots,x^H)\in\mathbb{R}^H_{++}$, $2\leq H\leq\infty$, a una distribución de rentas cualquiera. Entonces $D:=\mathbb{R}^H_{++}$ representa el conjunto de todas las distribuciones posibles de renta, y S el simplex H-dimensional. Para cualquier $\mathbf{x}\in D$, sea $\mathbf{v}_x=(v^1,\dots,v^H)\in S$ el vector de proporciones de renta con $v^h=x^h/X$, donde $X=\sum_h x^h$ es la renta agregada. $\mathbf{1}$ denota al vector fila cuyos componentes son todos unos, mientras que $\mathbf{e}$ denota al vector $(1/H)\mathbf{1}$ en S. Para dos vectores cualesquiera $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}\in D$, denotaremos por $\mathbf{v}_x$ L $\mathbf{v}_y$ la dominancia débil de Lorenz.

Cualquier función real I definida sobre D que satisfaga continuidad, S-convexidad y el principio de invarianza ante réplicas poblacionales se denomina una medida de desigualdad de las renta. $I(\cdot)$ es invariante en escala cuando $I(\mathbf{x})=I(\lambda\mathbf{x})$ para todo $\mathbf{x}\in D$ y para todo $\lambda>0$. $I(\cdot)$ es invariante ante traslaciones cuando $I(\mathbf{x})=I(\mathbf{x}+\eta\mathbf{1})$ para todo $\mathbf{x}\in D$ y para todo $\eta\in\mathbb{R}$ tal que $(\mathbf{x}+\eta\mathbf{1})\in D$. Si una medida de desigualdad es invariante en escala o ante traslaciones se dice que es una medida de desigualdad relativa o absoluta, respectivamente.

2.2.2 Nociones de desigualdad intermedias

Es fácilmente constatable que, por razones técnicas o de otro tipo, la gran mayoría de los especialistas prefieren la noción relativa. Sin embargo, Kolm (1976) observó que mucha gente percibe que el crecimiento equiproporcional en todas las rentas aumenta la desigualdad, y que incrementos iguales en términos absolutos en todas las rentas disminuye la desigualdad. Él llamó a tales actitudes, centristas. Como se indico en las conclusiones de Ballano y Ruiz-Castillo (1993), si la gente en gran número se declara a favor de conceptos de desigualdad absolutos o intermedios, tal vez sea el momento de cambiar el consenso y utilizar con mayor frecuencia otros tipos de medidas de desigualdad, como Kolm mismo o Bossert y Pfingsten (1990), por ejemplo, han recomendado.

Como se apuntó en PS, una actitud de desigualdad centrista puede ser modelada de varias formas. Para todo $x \in D$, existe un conjunto de distribuciones de renta E(x) tal que, primero, toda distribución $y \in E(x)$ se percibe igualmente distribuida que x, segundo, para $\lambda x > x$ y $(x+\eta\mathbf{1}) > x$ toda distribución $y \in E(x)$ se percibe más equitativamente distribuida que λx y menos equitativamente distribuida que $(x+\eta\mathbf{1})$, y tercero, para $\lambda x < x$ y $(x+\eta\mathbf{1}) < x$ toda distribución $y \in E(x)$ se percibe menos igualitariamente distribuida que λx y más igualitariamente distribuida que $(x+\eta\mathbf{1})$. Dada una actitud de desigualdad centrista de este tipo, la cuestión es saber si existen medidas de desigualdad de la renta E-invariantes, esto es, $I(x)=I(y)$ para todo $y \in E(x)$.

Como indican PS, un caso sencillo de modelizar es suponer que E(x) está constituido por rayos que pasan por x. Al conjunto, $E_\alpha(x)$, de rayos α que pasan a través de x lo definiremos por:

$$E_\alpha(\boldsymbol{x}) = \{\boldsymbol{y} \in D: \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} + \tau\alpha,\ \tau \in \mathbb{R}\} .$$

De acuerdo con las ideas centristas, PS exigen que los rayos α cumplan dos condiciones: primero, que dominen en el sentido de Lorenz a la distribución original; y segundo, que representen distribuciones con más desigualdad que la que tendría una traslación, a partir de la distribución original, x. De esta forma dada una distribución $x \in D$, definimos a $\Omega(x)$ como el conjunto de juicios de valor[6] que representan una mejora en términos de desigualdad relativa pero una pérdida en desigualdad absoluta en relación a la distribución original, x:

$$\Omega(\boldsymbol{x}) = \{\alpha \in S: \boldsymbol{e} L \alpha L \boldsymbol{v_x}\} \ .$$

En otras palabras, dados $x \in D$ y $\alpha \in \Omega(x)$, cada distribución $y \in E_\alpha(x)$ es obtenida a partir de x superponiéndole una distribución de la renta "más igualitaria" según el criterio de Lorenz.

Para comprender en qué sentido x y α co-determinan el dominio de las funciones invariantes en rayos-α, definimos el conjunto $\Gamma(\beta)$ de distribuciones de renta para las cuales $\alpha \in S$ representa una actitud centrista entre los criterios relativo y absoluto

$$\Gamma(\alpha) = \{\boldsymbol{x} \in D: \alpha L \boldsymbol{v_x}\} \ .$$

Por lo tanto, si $x \in D$ y $\alpha \in S$ pero $\alpha \notin \Omega(x)$ o $x \notin \Gamma(\alpha)$ no estamos ante una relación de desigualdad centrista. De acuerdo a todo esto, decimos que una función real $F_\alpha: D \rightarrow \mathbb{R}$ es α-invariante en $\Gamma(\alpha)$ si y sólo si para cada $x \in \Gamma(\alpha)$,

$$F_\alpha(\boldsymbol{x}) = F_\alpha(\boldsymbol{y}) \quad para\ todo\ \boldsymbol{y} \in E_\alpha(\boldsymbol{x}) \ .$$

Dada una función α-invariante, $I_\alpha(\cdot)$, decimos que es una medida de desigualdad invariante en rayos α si, además, es continua, S-convexa y satisface el axioma de réplicas poblacionales.

En relación con la existencia de tales medidas, PS muestran que para cualquier $\alpha \in S$ existe un conjunto no vacío de distribuciones de renta $\Gamma(\alpha)$ sobre el cual $I_\alpha(\cdot)$ es una función α-invariante; y para cualquier $x \in D$ existe un conjunto no-vacío de juicios de valor $\Omega(x)$ tales que para cualquier $\alpha \in \Omega(x)$, pueden ser definidas medidas de desigualdad α-invariantes.

En general, la invarianza en los rayos α requiere que la medida de desigualdad no cambie ante cualquier modificación de la renta que sea distribuida de acuerdo al juicio de valor representado por patrón relativo α. Así, sea $x=(200,800)$, de forma que $v_x=(0.2,0.8)$,

[6] Expresados en forma de proporciones de renta.

y, por ejemplo, sea $\alpha=(0.4,0.6)$ con lo que se cumple la condición e L α L v_x. Entonces,

$$E_\alpha(\boldsymbol{x}) = \{\boldsymbol{y}\in\mathbb{R}^2_{++} : \boldsymbol{y}=(200,800)+\tau(0.4,0.6),\ \tau\in\mathbb{R}\}$$

Así, si hay 100 unidades de renta extra para asignar, para preservar la invarianza en rayos α debemos añadir el vector (40,60) al **x** para alcanzar el (240,860).

2.2.3 Funciones de Bienestar Social

Una Función de Bienestar Social (FBS para acortar) es una función real W definida en D, de forma que para cada distribución de renta x, W(x) representa el bienestar "social" o simplemente agregado desde el punto de vista normativo. En el área del análisis de distribuciones de la renta, hay coincidencia al aceptar que las FBS deben manifestar una preferencia por perfiles más equitativos y preferencia por mayores rentas, *ceteris paribus*. Estos juicios de valor se denominan "preferencia por la equidad" y "preferencia por la eficiencia", respectivamente.

En el apartado **2.2.2** hemos presentado el concepto de desigualdad intermedio o centrista propuesto por PS. Debemos ahora incorporar la preferencia por la eficiencia. Como ya apuntamos en la Introducción, Shorrocks (1983) hizo dos sugerencias a este respecto. La primera condición es que

$$W(\lambda\boldsymbol{x}) \geq W(\boldsymbol{x}) \quad \textit{para cualquier escalar } \lambda\geq 1 \,,$$

esto es, el bienestar aumente si todas las rentas son incrementadas proporcionalmente. Esto se corresponde con una preferencia por rentas mayores siempre que preserven la desigualdad relativa. La segunda condición es que

$$W(\boldsymbol{x}+\eta\mathbf{1}) \geq W(\boldsymbol{x}) \quad \textit{para cualquier escalar } \eta\geq 0 \,,$$

de forma que el bienestar aumente si todas las rentas aumentan en la misma cantidad. Esto se corresponde con una preferencia por rentas mayores siempre que preserven la desigualdad absoluta.

La extensión natural en nuestro contexto es como sigue. Decimos que una FBS, $W:D \rightarrow \mathbb{R}$, es monotónica a lo largo de los rayos α en $\Gamma(\alpha)$, si y sólo si para cada $x \in \Gamma(\alpha)$,

$$W(\boldsymbol{x}+\tau\alpha) \geq W(\boldsymbol{x}) \quad \textit{para cualquier escalar } \tau \geq 0 \ .$$

Esta propiedad de monotonicidad a lo largo de los rayos α se corresponde con una preferencia por rentas más elevadas siempre que mantengan la desigualdad α-invariante, constante. Par cualquier $\alpha \in S$, denotaremos por W_α a la clase de FBS que satisfacen continuidad, invarianza ante réplicas poblaiconales, S-concavidad y monotonicidad a lo largo de los rayos α.

2.2.4 Un nuevo concepto de desigualdad intermedia

En principio, dadas dos distribuciones, $\mathbf{t},\mathbf{u} \in D$, podríamos buscar los valores de τ^* y α^* tales que $\mathbf{u}$ sea equivalente en desigualdad α^*-invariante a $\mathbf{t}$, esto es $\mathbf{u}=\mathbf{t}+\tau^*\alpha^*$. Supongamos, sin pérdida de generalidad, que $\tau^* \geq 0$. Entonces los individuos con nociones de desigualdad menos o como mucho tan exigentes como la representada por la α^* dirían que la sociedad está mejor en $\mathbf{u}$ que en $\mathbf{t}$, mientras que personas con criterios más exigentes que aquellos representados por α^*-desigualdad dirían que $\mathbf{t}$ y $\mathbf{u}$ son no comparables. Nosotros no seguiremos este camino por dos razones. Primero, en la práctica τ^* no es más que la diferencia de rentas totales entre las dos distribuciones que se comparen, pero no sabemos como encontrar el vector α^* para el cual $\mathbf{u}$ es estadísticamente equivalente a $\mathbf{t}$ en α^*-desigualdad. Segundo, incluso si tales juicios de valor, α^*, fuesen encontrados, no es obvio como interpretarlos.

Estos problemas no afectan a nuestro concepto de desigualdad, el cual pasamos a presentar. Nosotros concentraremos nuestra atención en aquellas medidas de desigualdad α-invariantes que posean una clara interpretación económica. Por lo que dada una distribución inicial, $x_0 \in D$, y un valor de $\pi \in [0,1]$, sólo consideraremos rayos que pasen por $x \in D$ construidos de tal forma que el π por ciento de la renta extra se asigne entre los individuos según las proporciones existentes en x_0, y el $(1-\pi)$ por ciento restante se distribuya a partes iguales entre todos ellos. Esto es, definimos

$$P_{(\boldsymbol{x}_0,\pi)}(\boldsymbol{x}) = \{\boldsymbol{y}\in D: \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}+\tau(\pi \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{x}_0}+(1-\pi)\boldsymbol{e}), \tau\in\mathbb{R}\} .$$

Ciertamente, si $\alpha_0=\pi v_{x_0}+(1-\pi)e$, entonces

$$P_{(\boldsymbol{x}_0,\pi)}(\boldsymbol{x}) = E_{\alpha_0}(\boldsymbol{x}) .$$

Consiguientemente, nos restringiremos a un subconjunto $\Gamma'(\alpha_0)$ de $\Gamma(\alpha_0)$, constituido por distribuciones de renta para las cuales α_0 representa una actitud centrista:

$$\Gamma'(\alpha_0) = \{\boldsymbol{x}\in D: \pi'\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}}+(1-\pi')\boldsymbol{e}=\alpha_0 \text{ } \mathit{para\ algun}\ \pi'\in[0,1]\} .$$

Así, para cualquier $x\in\Gamma'(\alpha_0)$, se comprueba que α_0 L v_x. Decimos que una función real, $I_{(x_0,\pi)}(\cdot):D\rightarrow\mathbb{R}$, es una medida de desigualdad (x_0,π) en $\Gamma'(\alpha_0)$ si y sólo si es la restricción a $\Gamma'(\alpha_0)$ de las medidas de desigualdad invariantes en rayos α, I_{α_0}. En ese caso, desde luego, se cumplirá que

$$I_{(\boldsymbol{x}_0,\pi)}(\boldsymbol{x}) = I_{(\boldsymbol{x}_0,\pi)}(\boldsymbol{y}) \quad \mathit{para\ todo}\ \boldsymbol{y}\in P_{(\boldsymbol{x}_0,\pi)}(\boldsymbol{x}) ,$$

o lo que es lo mismo,

$$I_{\alpha_0}(\boldsymbol{x}) = I_{\alpha_0}(\boldsymbol{y}) \quad \mathit{para\ todo}\ \boldsymbol{y}\in E_{\alpha_0}(\boldsymbol{x}) .$$

En general, el conjunto $\Gamma'(\alpha_0)$ es claramente no-vacío[7], de forma que las medidas de desigualdad (x_0,π) están bien definidas. Lo que significan que todas ellas gozan de las buenas propiedades discutidas por PS para las medidas de desigualdad invariantes en rayos α. Dado un $x_0\in D$, cambios en la renta total en una cuantía τ son asignados según una combinación lineal de los vectores e y v_{x_0} pertenecientes a S. Si $x_0=(200,800)$ como antes, y $\pi=0.5$, entonces el 50 por ciento de la diferencia en la renta total será signada de acuerdo al vector de proporciones (1/5,4/5), y el 50 por ciento restante en cantidades iguales entre todos los individuos, esto es, según las proporciones (1/2,1/2). Así, el rayo (x_0,π) de distribuciones de renta asociado a x_0 está dado por:

[7] De forma similar, el subconjunto $\Omega'(x_0)$ de $\Omega(x_0)$, definido como

$$\Omega'(\boldsymbol{x}_0) = \{\alpha\in S: \pi'\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}_0}+(1-\pi')\boldsymbol{e}=\alpha \text{ } \mathit{para\ algun}\ \pi'\in[0,1]\} ,$$

también es no-vacío.

$$P_{(x_0,\pi)}(x_0) = \{y \in \mathbb{R}^2_{++}: y = x_0 + \tau(\frac{7}{20} + \frac{13}{20}), \tau \in \mathbb{R}\},$$

de forma que 100 unidades extra de renta son asignadas siguiendo el patrón (35,65), para alcanzar la nueva distribución (235,865). Por otro lado, adviértase que si $\pi=1$, la (x_0,π)-desigualdad se transforma en la desigualdad relativa, mientras que si $\pi=0$ estamos en el caso absoluto.

La dependencia de las medidas de desigualdad intermedias o centristas de la situación inicial de la que partamos, debe ser destacada. En nuestro caso, dados $x_0 \in D$ y $\pi \in [0,1]$, $\alpha_0 = \pi v_{x_0} + (1-\pi)e$ está unívocamente determinado. Entonces, para todo $y \in \Gamma'(\alpha_0)$ existe algún $\pi' \in [0,1]$ tal que $\alpha_0 = \pi' v_y + (1-\pi')e$. Así, la (y,π')-desigualdad coincide con la (x_0,π)-desigualdad para todo $y \in \Gamma'(\alpha_0)$. La interpretación es sencilla. Supongamos primero que $y \in \Gamma'(\alpha_0)$ y x_0 tienen la misma (x_0,π)-desigualdad. Supongamos, además que $Y-X_0>0$ (sin pérdida de generalidad). Entonces, como se muestra en las Proposiciones 1 y 2 del Apéndice, $\pi' \geq \pi$. Esto significa que la misma actitud centrista es capturada cuando, comenzamos desde x_0 y el π por ciento del total de la renta que excede de X_0 es asignada de acuerdo a v_{x_0} y el $(1-\pi)$ por ciento restante en cantidades iguales, que cuando comenzando por y, el π' por ciento de la diferencia $Y-X_0$ es substraída a los individuos de acuerdo a v_y y el $(1-\pi')$ restante en cantidades absolutas iguales. Esto es comprensible, ya que y tiene mayor media pero la misma desigualdad centrista que x_0 y, así, menos desigualdad relativa. De forma que descender hasta x_0 partiendo de y, manteniendo la desigualdad intermedia, nos obliga a seguir más de cerca el patrón de reparto representado por v_y, que el patrón v_{x_0} cuando partimos de x_0 y queremos desplazarnos hasta y. Por otro lado, supongamos que $y \in \Gamma'(\alpha_0)$ y x_0 tienen la misma media, pero y, por ejemplo, tiene mayor o igual (x_0,π)-desigualdad que x_0. Entonces, como se muestra en la Proposición 1 del Apéndice, $\pi' \leq \pi$. Dado que y tiene mayor desigualdad relativa que x, para mantener la misma desigualdad centrista a partir de y, un π' por ciento más pequeño del exceso de renta total debe ser asignado de acuerdo a v_y, a lo largo del rayo relativo que pasa por y.

En el caso bidimensional, dado cualquier $x_0 \in D$ y $\pi \in [0,1]$, todas las distribuciones y pertenecientes a $\Gamma(\alpha_0)$, donde $\alpha_0=\pi' v_{x_0}+(1-\pi')e$, tienen la propiedad de que $\alpha_0=\pi' v_y+(1-\pi')e$ para algún $\pi'\in[0,1]$. Esto significa que $\Gamma'(\alpha_0)$ y $\Gamma(\alpha_0)$ coinciden, en cuyo caso la (x_0,π)-desigualdad y la α_0-desigualdad son conceptos equivalentes. En general, desde luego, el conjunto $\Gamma(\alpha_0)$ es mucho más rico que el $\Gamma'(\alpha_0)$. Sin embargo, como veremos en la próxima sección, la estructura de $\Gamma'(\alpha_0)$ permite que nuestro nuevo concepto de desigualdad pueda ser operacional.

Finalmente, dado $x_0\in D$ y $\pi\in[0,1]$, tal que $\alpha_0=\pi v_{x_0}+(1-\pi)e$, una FBS W: $D\rightarrow\mathbb{R}$ decimos que es monotónica a lo largo de los rayos (x_0,π) en $\Gamma'(\alpha_0)$ si y sólo si:

$$W(\boldsymbol{x}+\tau\alpha_0) \geq W(\boldsymbol{x}) \ ,$$

para todo escalar $\tau\geq 0$ y todo $x\in\Gamma'(\alpha_0)$. Esta propiedad de monotonicidad a lo largo de rayos (x_0,π) se corresponde con una preferencia por rentas más elevadas que mantengan constante la (x_0,π)-desigualdad. Para cualquier $x_0\in D$ y $\pi\in[0,1]$, denotamos por $W_{(x_0,\pi)}$ a la clase de FBS que satisfacen continuidad, invarianza ante réplicas poblacionales, S-concavidad y monotonicidad a lo largo de los rayos (x_0,π).

2.3 Métodos operacionales

2.3.1 El caso homogéneo

Una situación empírica en la que los conceptos de desigualdad intermedios podrían ser útiles sería aquella en la que dadas dos distribuciones $\mathbf{t},\mathbf{u}\in D$, una de ellas, la distribución $\mathbf{u}$ domine en el sentido relativo de Lorenz a $\mathbf{t}$, pero que a la vez esta última domine a la distribución $\mathbf{u}$ en el sentido absoluto. Definamos los rayos relativos y absolutos que pasan por $\mathbf{t}$ como los conjuntos R($\mathbf{t}$) y A($\mathbf{t}$):

$$R(\boldsymbol{t}) = \{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{t}+\tau\boldsymbol{v}_t,\ \tau\in\mathbb{R}\} \ ,$$

y

$$A(\boldsymbol{t}) = \{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{t}+\tau\boldsymbol{e},\ \tau\in\mathbb{R}\},$$

respectivamente. Sea m(·) la función media de la distribución de rentas, y denotemos por **r** y **a** las distribuciones pertenecientes a R(t) y A(t), respectivamente, con media m(**u**). Entonces, esta situación podría resumirse en la siguiente expresión: $\mathbf{v}_a$ L $\mathbf{v}_u$ L $\mathbf{v}_r$. El siguiente teorema, inspirado en Chakravarty (1988), resume la conexión entre dominancia de Lorenz y FBS pertenecientes a la clase $W_{(t,\pi)}$.

Teorema 1

Sean **u**,**t**$\in$D. Entonces las siguientes afirmaciones son equivalentes:

(1.i) m(**u**)$\geq$m(**t**), y

(1.ii) $\mathbf{v}_u$ L $\mathbf{v}_z$, para algún $\pi^{\#}\in[0,1]$, siendo

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{t} + [U-T]\ (\pi^{\#}\boldsymbol{v}_t+(1-\pi^{\#})\boldsymbol{e})\ .$$

2) W(**u**)$\geq$W(t) para todo W$\in W_{(t,\pi\#)}$.

<u>Corolario.</u> Bajo las condiciones del Teorema anterior,

$$W(\boldsymbol{u}) > w(\boldsymbol{t})\quad \textit{para todo}\ W\in W_{(\boldsymbol{x},\pi)}\ \textit{con}\ \pi\in(\pi^{\#},1]\ .$$

Supongamos, sin pérdida de generalidad que τ^{*}=U-T>0, de forma que **r**=**t**+τ^{*}**v**$_t$ y **a**=**t**+τ^{*}e. Definimos el segmento lineal {**r**,**a**} en el espacio H-dimensional, como:

$$\{\boldsymbol{r},\boldsymbol{a}\} = \{\boldsymbol{z}\in D\colon \boldsymbol{z}=\boldsymbol{t}+\tau^{*}(\pi\boldsymbol{v}_t+(1-\pi)\boldsymbol{e}),\ \textit{para algún}\ \pi\in[0,1]\}.$$

Se trata de un subconjunto de $\cup_{\alpha\in\Omega(t)}E_\alpha(t)$, con la siguiente estructura: se compone de todas las distribuciones de renta con media igual a m(**u**), y que pueden ser alcanzadas a través de rayos (**t**,π) que pasen por **t**. Supongamos primero, que la relación de dominancia de Lorenz $\mathbf{v}_a$ L $\mathbf{v}_u$ L $\mathbf{v}_r$ es estricta. Entonces deben existir dos valores $\pi^{*}_1\in[0,1)$ y $\pi^{*}_2\in[\pi^{*}_1,1]$ que inducen la siguiente partición en {**r**,**a**}:

$$\{a, z_1^*\} = \{z \in \{r, a\} : z = t + \tau^*(\pi V_t + (1-\pi)e),\ \pi \in [0, \pi_1^*]\};$$

$$\{z_1^*, z_2^*\} = \{z \in \{r, a\} : z = t + \tau^*(\pi V_t + (1-\pi)e),\ \pi \in (\pi_1^*, \pi_2^*)\};$$

$$\{z_2^*, r\} = \{z \in \{r, a\} : z = t + \tau^*(\pi V_t + (1-\pi)e),\ \pi \in [\pi_2^*, 1]\};$$

Esta partición tiene la siguiente propiedad:

v_z L v_u para todo $z \in \{a, z_1^*\}$;
v_u L v_z para todo $z \in \{z_2^*, r\}$; y
v_u es no comparable a v_z para todo $z \in \{z_1^*, z_2^*\}$.

Así, por ejemplo, siendo

$$\{a, z_1^*\} = \bigcup_{\pi \in [0, \pi_1^*]} P_{(t,\pi)}(t) \cap \{z \in D : m(z) = m(u)\},$$

se comprueba que para cada $z \in \{a, z^*_1\}$, $I_{(t,\pi)}(z) = I_{(t,\pi)}(t)$ para algún $\pi \in [0, \pi_1^*]$. Por todo lo cual se ha de cumplir que:

$$I_{(t,\pi)}(u) \geq I_{(t,\pi)}(t) \text{ para todo } \pi \in [0, \pi_1^*].$$

Similarmente,

$$I_{(t,\pi)}(u) \leq I_{(t,\pi)}(t) \text{ para todo } \pi \in [\pi_2^*, 1],$$

mientras que para todo $\pi \in (\pi_1^*, \pi_2^*)$, **u** y **t** son no-comparables desde el punto de vista de la (t,π)-desigualdad. Nótese que si v_u fuese estadísticamente equivalente a v_z en el sentido de Lorenz, entonces $\pi_1^* = \pi_2^* = \pi^*$ con $z = t + \tau^*(\pi^* v_t + (1-\pi^*)e)$. En ese caso,

$$I_{(t,\pi^*)}(u) = I_{(t,\pi^*)}(t) \ .$$

Finalmente, si v_a es Lorenz equivalente a v_u, entonces $\pi^*_1 = \pi^*_2 = 0$; pero si v_a es no-comparable con v_u, entonces no existe un $\pi^*_1 \in [0,1]$. Similarmente si v_u es Lorenz equivalente a v_t, entonces $\pi^*_1 = \pi^*_2 = 1$, mientras que si v_u es no-comparable con v_t, entonces no existirá ningún $\pi^*_2 \in [0,1]$.

2.3.1 El caso heterogéneo

Admitamos, ahora, que tenemos una población de h=1,...,H hogares que se pueden diferenciar en renta, x^h, y/o en un vector de características del hogar. En este trabajo, supondremos que los hogares con igual tamaño tienen las mismas necesidades y, así, sus rentas serán directamente comparables. Los hogares grandes tienen mayores necesidades, pero también mayores oportunidades para alcanzar economías de escala en el consumo. Supongamos que hay k=1,...,K tamaños de hogar diferentes. Siguiendo a Coulter, Cowell y Jenkins (1992a, 1992b), para cada hogar, h, de tamaño k definimos la renta ajustada en el caso relativo por:

$$z^h(\theta) = \frac{x^h}{k^\theta}, \qquad \theta \in [0,1] .$$

Cuando $\theta=0$, la renta ajustada coincide con la renta original del hogar; mientras que si $\theta=1$ estaríamos trabajando con la renta *per capita*. Tomando a un adulto como el tipo de referencia, la expresión k^θ puede ser interpretada como el número de adultos equivalentes en un hogar de tamaño k. Así, cuanto mayor sea θ, menores serán las economías de escala dentro del hogar o mayor el número de adultos equivalentes. Nótese que, dado θ, el número de adultos equivalentes no es una función lineal creciente de k.

En el caso absoluto, dado θ, para cada hogar, h, de tamaño k definimos la renta ajustada por

$$z^h(\lambda^k) = x^h - \lambda^k (k-1) ,$$

donde λ^k es tal que

$$m(\boldsymbol{z}^k(\lambda^k)) = m(\boldsymbol{z}^k(\theta)) .$$

Es fácil comprobar que

$$\lambda^k = \frac{[m(\boldsymbol{z}^k(\theta))(k^\theta-1)]}{(k-1)} = \frac{[m(\boldsymbol{x}^k)(k^\theta-1)]}{[(k-1)k^\theta]} .$$

El parámetro λ^k puede ser interpretado como el coste de un adulto cuando el tamaño del hogar es k. Desde luego, cuanto mayor sea θ, mayor será λ^k y menores las economías de escala dentro del hogar.

Nótese que si I es cualquier índice de desigualdad relativo, para cada k

$$I(\mathbf{z}^k(\theta)) = I\left(\frac{\mathbf{x}^k}{k^\theta}\right) = I(\mathbf{x}^k) \quad .$$

De forma similar, si A es cualquier índice absoluto de desigualdad, entonces se cumplirá que

$$A(\mathbf{z}^k(\lambda)) = A(\mathbf{x}^k - \lambda^k(k-1)) = A(\mathbf{x}^k) \; .$$

Así, en ambos casos, dentro de cada subgrupo éticamente homogéneo la desigualdad de la renta ajustada es igual a la desigualdad de la renta original, independientemente de las rentas individuales y los precios.

A continuación nosotros extendemos este procedimiento de ajuste al caso de la $(\mathbf{x}^k,\pi)$-desigualdad. Sea X_k y H_k la renta total y el número de hogares de tamaño k. Dado un π y un θ, para cada hogar, h, de tamaño k definimos su renta ajustada por

$$\mathbf{z}^k(\tau^k) = \mathbf{x}^k - \tau^k[\pi\frac{\mathbf{x}^h}{X^k} + \frac{(1-\pi)}{H^k}] \quad ,$$

donde τ^k es tal que

$$m(\mathbf{z}^k(\tau^k)) = m(\mathbf{z}^k(\theta)) \quad .$$

O lo que es lo mismo:

$$\mathbf{z}^h(\tau^k) = \pi(\mathbf{z}^h(\theta)) + (1-\pi)(\mathbf{z}^h(\lambda^k)) \quad .$$

Se puede mostrar que

$$\tau^k = \frac{[(k^\theta-1)X^k]}{k^\theta} \quad .$$

De nuevo, cuanto mayor sea θ, mayor será τ^k y menores serán las economías de escala dentro del hogar. Finalmente, si para cada π y x^k, $I_{(x^k,\pi)}$ es un índice de desigualdad intermedio (x^k,π), tenemos que:

$$I_{(x^k,\pi)}(z^k(\tau^k)) = I_{(x^k,\pi)}(x^k) \ .$$

2.4 Resultados empíricos

2.4.1 Los datos

Nuestros datos provienen de dos Encuestas de Presupuestos Familiares (EPF de aquí en adelante) elaboradas por el Instituto Nacional de Estadística (INE), en 1980-81 y 1990-91. Las EPF son grandes y comparables encuestas de 23972 y 21155 observaciones, respectivamente, para una población aproximada de 10 o 11 millones de hogares. La información demográfica básica se encuentra en la Tabla 1. Las distribuciones por hogares y por personas han sido estimadas teniendo en cuenta los factores de elevación proporcionado en las mismas.

Los hogares más pequeños, compuestos de 1 a 4 personas, son más importantes al final de la década, y lo contrario ocurre con los hogares más grandes. Así, mientras que la población de hogares crece en más de un 10 por ciento, el número de personas se incrementa solamente en un 4 por ciento. De acuerdo con ello, el tamaño del hogar medio decrece también desde el 3.7 de 1980-81 al 3.41 de 1990-91.

Por razones explicitadas en otros trabajos[8], creemos que el bienestar de los hogares se puede aproximar por una medida del consumo corriente, digamos el gasto total del hogar en bienes privados y servicios, neto de gastos en la adquisición de ciertos bienes duraderos,

[8] Ver Del Río y Ruiz-Castillo (1995) y las referencias allí citadas.

pero que sí incluye las imputaciones por el autoconsumo, los salarios en especie, las comidas subsidiadas en el lugar de trabajo, y la imputación del alquiler que el propietario de la vivienda haga. Nosotros expresamos el gasto total del hogar a precios constantes del Invierno de 1991 por medio de índices de precios estadísticos específicos.

TABLA 1. Población de hogares y personas por tamaño del hogar en 1980-81 y 1990-91

Tamaño del Hogar	1980-81				1990-91			
	Hogares	%	Personas	%	Hogares	%	Personas	%
1 persona	779.135	7,8	779.135	2,1	1.128.990	10,0	1.128.990	2,9
2 persona	2.116.476	21,1	4.232.951	11,4	2.519.291	22,3	5.038.581	13,1
3 persona	1.866.104	18,6	5.598.312	15,1	2.347.041	20,8	7.041.124	18,3
4 persona	2.364.574	23,6	9.458.297	25,5	2.821.017	25,0	11.284.067	29,3
5 persona	1.490.503	14,9	7.452.513	20,1	1.493.602	13,2	7.468.011	19,4
6 persona	774.309	7,7	4.645.852	12,5	614.983	5,4	3.689.897	9,7
7 persona	359.818	3,6	2.518.725	6,8	245.154	2,2	1.716.075	4,5
8 o mas p	271.414	2,7	2.383.123	6,4	128.432	1,1	1.127.260	2,9
TOTAL	10.022.332	100,0	37.068.908	100,0	11.298.509	100,0	38.494.006	100,0

2.4.2 Resultados previos en Del Río y Ruiz-Castillo (1995)

La Tabla 2 contiene el cambio porcentual en términos reales del gasto de hogares con diferente tamaño. La Tabla 3 presenta la misma información para otras dos distribuciones: la distribución del gasto de los hogares, ajustada según el tamaño del hogar, y la distribución en la que a cada persona se le asigna la renta ajustada del hogar al que pertenece. En ambos casos, el cambio en media se ofrece como función del parámetro θ, el cual determina el peso que le damos al tamaño del hogar en la definición de gasto ajustado: $z^h(\theta)=x^h/k^\theta$, con $\theta \in [0,1]$, donde x^h es el gasto original y k es el tamaño del hogar.

TABLA 2. Porcentaje de cambio en la media del gasto real de los hogares, por tamaño del hogar

Número de personas	1	2	3	4	5	6	7	8 o más
En porcentaje:	37,8	27,3	28,3	32,5	28,8	29,2	17,8	25,1

TABLA 3. Cambio porcentual en el gasto medio ajustado en términos reales como función de θ (cuanto mayor es θ, menores economías de escala en el consumo)

Valores de θ	0,0	0,2	0,4	0,7	1.0
Hogares	24,2	26,2	28,2	31,2	34,3
Personas	23,8	26,0	28,3	31,6	34,8

Desde el punto de vista de la eficiencia, es evidente que ha habido una importante mejora a lo largo de la década para todos los tipos de hogares. Los hogares con un solo miembro y los hogares compuestos por 4 personas experimentaron un crecimiento por encima del 30 por ciento. En el extremo opuesto, los hogares grandes de 7 o más personas crecieron sólo entre el 17 y el 25 por ciento. El incremento en el resto de hogares se situó en un rango entre el 27 y el 29 por ciento. Para la población como un todo, las tasas de crecimiento son bastante similares para personas y hogares. En ambos casos, cuanto menores sean las economías de escala, mayor es el crecimiento en el gasto medio ajustado, que varía entre e 24 y el 34 por ciento de cambio.

En lo que concierne a la desigualdad, los principales resultados son los siguientes: (i) Ha habido una reducción estadísticamente significativa en la desigualdad relativa a precios constantes. Así, el bienestar real agregado ha mejorado según todas las FBS pertenecientes a la clase W_R. Este resultado es robusto a la parametrización del peso dado a las economías de escala, la unidad de análisis -ya sea el hogar o la persona- y a la variable escala utilizada para aproximar el nivel de vida de los mismos. (ii) Aunque estos resultados también se obtienen en cada uno de los subgrupos que forman la partición por tamaño del hogar, son los hogares más pequeños (de hasta 3 miembros) los que presentan mejoras más importantes. (iii) Se ha producido un incremento en la desigualdad absoluta, tanto para la población total como en cada uno de los subgrupos de la partición por tamaño del hogar.

2.4.3 Resultados sobre desigualdad intermedia: el caso homogéneo

Los resultados ya comentados nos proporcionan un ejemplo de libro de texto que exige una aplicación de la aproximación centrista. Comenzaremos con el análisis de cada subgrupo dentro de la partición por tamaño del hogar. Denotemos por **t** y por **u** a las distribuciones de 1980-81 y 1990-91, respectivamente. Ya hemos visto que **u** tiene mayor media que **t** para todos los subgrupos. En términos de la notación introducida en el apartado **2.3**, debemos buscar un par de valores $0 \leq \pi^*_1 \leq \pi^*_2 \leq 1$, donde al menos la primera o la última desigualdad es estricta. Nuestro propósito es afirmar que:

- **t** y **u** son estadísticamente no-comparables desde el punto de vista de la desigualdad $(\mathbf{t},\pi)$, para todo $\pi \in (\pi^*_1, \pi^*_2)$;
- **t** tiene menor o igual $(\mathbf{t},\pi)$-desigualdad que **u** para todo $\pi \in [0,\pi^*_1]$; y
- **t** tiene mayor o igual $(\mathbf{t},\pi)$-desigualdad que **u** para todo $\pi \in [\pi^*_2, 1]$.

Entonces podremos concluir que:

(i) **t** presenta menor bienestar que **u** para todas las FBS pertenecientes a la clase de FBS $W_{(t,\pi)}$ para todo $\pi \in [\pi^*_1, 1]$;

(ii) **t** es no comparable a **u** para todas las FBS pertenecientes a la clase $W_{(t,\pi)}$ para todo $\pi \in [0,\pi^*_1]$.

Los resultados se muestran en la Tabla 4. Los tamaños de hogar son ordenados, primero, por el mínimo valor de π^*_2, y después por el mínimo valor de π^*_1. Comentemos brevemente el caso de los hogares constituidos por tres miembros. Para el rango de valores [0,82;1,0] del parámetro π, la $(\mathbf{t},\pi)$-desigualdad en **t** es mayor que en **u**. Ya que el gasto medio también es mayor, en un 28,33 por ciento exactamente, el bienestar social de los hogares de tres personas ha aumentado de forma no-ambigua para ese rango de actitudes centristas de desigualdad. Para el rango [0;0,52] de valores de π, la $(\mathbf{t},\pi)$-desigualdad en **t** es menor que en **u**. Así, no podemos decir nada en relación con el bienestar social para este conjunto de juicios de valor.

TABLA 4. Desigualdad intermedia en la partición básica: 1980-81 vs. 1990-91

Tamaño del Hogar	π^*_2	π^*_1
3 personas	0,82	0,52
1 persona	0,85	0,75
2 personas	0,89	0,67
5 personas	0,99	0,64
7 personas	1,00	0,18
6 personas	1,00	0,66
4 personas	1,00	0,85

2.4.4 Resultados sobre desigualdad intermedia: el caso heterogéneo

Todos los resultados que se presentan en la Tabla 5 están en términos de los valores del parámetro θ, de acuerdo a los diferentes supuestos sobre la importancia de las economías de escala en la definición de la gasto ajustado.

TABLA 5. Desigualdad intermedia para el conjunto de la población en función del parámetro θ

Valores del parámetro	Hogares		Personas	
	π^*_2	π^*_1	π^*_2	π^*_1
$\theta = 0,0$	0,92	0,81	0,91	0,78
$\theta = 0,2$	0,90	0,78	0,91	0,75
$\theta = 0,4$	0,89	0,75	0,89	0,74
$\theta = 0,7$	0,88	0,76	0,89	0,75
$\theta = 1,0$	0,91	0,79	0,90	0,78

Las dos principales conclusiones son claras. En primer lugar, cuando θ aumenta y disminuimos la importancia de las economías de escala, se produce una mejora en la desigualdad intermedia, hasta que alcanzamos el último intervalo de θ (donde ya estamos en valores de 0,7 y 1,0), en donde se produce un ligero deterioro en la desigualdad. En segundo lugar, las diferencias obtenidas con las distribuciones de hogares y personas son despreciables.

2.5 Conclusiones

Los métodos empíricos existentes en la actualidad, iniciados por Shorrocks (1983), nos permiten contrastar si una distribución de rentas **y** proporciona, de forma no ambigua, un mayor bienestar social que la distribución **x** de acuerdo a todos los miembros de dos amplias clases de FBS. Ambas clases difieren en la forma en la que la preferencia por mayores rentas se hace compatible con la invarianza de la desigualdad relativa o absoluta.

Supongamos que, a partir de esta metodología, conocemos que la distribución **y** tiene mayor renta, menos desigualdad relativa, pero más desigualdad absoluta. Éste es exactamente el caso cuando **x** e **y** representan las distribuciones de gasto de los hogares en 1980-81 y 1990-91, ajustadas por el tamaño del hogar, después de una década de gobiernos socialistas en España. Lo que los métodos actuales no pueden decir es si la mejora en desigualdad relativa (o la pérdida de desigualdad absoluta) es "grande" o "pequeña".

El ejemplo anterior es un buen motivo para sumergirse en el continuo de nociones de desigualdad intermedias o centristas. La pregunta, así, puede ser reformulada como sigue: ¿par qué tipo de actitudes centristas en relación con la desigualdad, la situación en España en 1990-91 es estadísticamente equivalente o no-comparable a la situación en 1980-81? La respuesta nos informará también acerca de para qué tipos de actitudes centristas ha habido una mejora, y para qué tipos ha habido un empeoramiento.

Para proporcionar una respuesta, en este trabajo introducimos un concepto de desigualdad intermedio, la $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad, donde $\mathbf{x}$ es una distribución inicial y π es un parámetro que toma valores en el intervalo unidad. Técnicamente, se trata de una variante del concepto de α-desigualdad propuesto por Pfingsten y Seidl (1994). En la práctica, tiene dos ventajas. (i) La primera es que tiene una clara interpretación económica. Decimos que $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ tienen la misma $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad si la diferencia entre las rentas totales es asignada entre los individuos como sigue: un π por ciento preservando las proporciones iniciales reflejadas en $\mathbf{x}$, y un $(1\text{-}\pi)$ por ciento en iguales cantidades absolutas. (ii) La segunda ventaja es que es operacional en el sentido de Shorrocks. Específicamente, dada una situación como la española, los datos revelan el rango de valores de π para el cual la distribución del gasto de los hogares de 1990-91 proporciona mayor bienestar social, en términos de media y de $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad, que la distribución de 1980-81.

Que el bienestar social aumente o disminuya de forma no-ambigua de acuerdo a instrumentos de medida consistentes con las nociones de desigualdad relativa o absoluta, es una cuestión muy importante. Sin embargo, en situaciones como la española, conoce precisamente bajo que conjunto de juicios de valor centristas la desigualdad permanece constante, se incrementa o reduce, proporciona un cierto valor añadido a tener en cuenta. En nuestra opinión, la metodología presentada en este trabajo va un paso más allá en la dirección apuntada por Atkinson (1989), cuando indica que deberíamos desarrollar procedimientos y, sobre ellos, obtener estimaciones empíricas, que hagan explícitos su dependencia sobre los diversos axiomas y juicios de valor, que los envuelven.

Según los datos recogidos en las EPF, durante la década de los 80 (i) España ha experimentado un importante incremento en el gasto medio de los hogares, que va desde u 24 hasta un 34 por ciento en términos reales, dependiendo de nuestra hipótesis sobre las economías de escala en el consumo debido al tamaño del hogar. (ii) Para la población en su conjunto, cuando las economías de escala son más bien importantes, el rango de valores de π para el cual la distribución de 1990-91 tiene una menor $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad es (0,90;1,0), tanto en el caso general como en el caso en el que los hogares han sido ponderados por su tamaño. (iii) Cada subgrupo en la partición básica también presenta una menor $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad en 1990-91. En el subgrupo de hogares con tres miembros, que es el que presenta una mejora mayor de todos ellos, el rango de valores para el cual éste es el caso es (0,82;1,0).

Bibliografía

Amiel, Y. y F.A. Cowell (1992), "Measurement of Income Inequality. Experimental Test by Questionnaire", *Journal of Public Economics*, **47**: 3-26.

Atkinson, A.B. (1989), "Measuring Inequality and Differing Value Judgements", ESRC Programme on Taxation, Incentives and the Distribution of Income, Discussion Paper, 129.

Ballano, C. y J. Ruiz-Castillo (1993), "Searching by Questionnaire for the Meaning of Income Inequality", *Revista Española de Economía*, **10**(2): 233-259.

Beach, C.M. y R. Davidson (1983), "Distribution-Free Statistical Inference with Lorenz Curves and Income Shares", *Review of Economic Studies*, **50**: 723-735.

Bishop, J., J. Formby y P. Thistle (1989), "Statistical Inference, Income Distributions, and Social Welfare", in D.J. Slotje (ed), *Research on Economic Inequality, Vol I*, Greenwich, CT: Jay Press.

Bossert, W. y A. Pfingsten (1990), "Intermediate Inequality: Concepts, Indices, and Welfare Implications," *Mathematical Social Sciences*, **19**: 117-134.

Chakravarty, S. (1988), "On Quasi-Orderings of Income Profiles", University of Paderborn, Methods of Operations Research, 60, XIII Symposium on Operations Research.

Coulter, F., F. Cowell y S. Jenkins (1992a), "Differences in Needs and Assesment of Income Distributions", *Bulletin of Economic Research*, **44**: 77-124.

Coulter, F., F. Cowell y S. Jenkins (1992b), "Equivalence Scale Relativities and the Extent of Inequality and Poverty", *Economic Journal*, **102**: 1067-1082.

Dasgupta, P., A. Sen y D. Starret (1973), "Notes on the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory*, **6**: 180-187.

Del Río, C. y J. Ruiz-Castillo (1995), "Ordenación del bienestar e inferencia estadística. El caso de las EPF de 1980-81 y 1990-91", Universidad Carlos III de Madrid, Documento de Trabajo 95-10, Serie Economía 08, próximo a aparecer en L. Gutierrez y J.M. Maravall (eds.),*"Segundo Simposio sobre la distribución de la renta y la riqueza",* Fundación Argentaria, Madrid.

Harrison, E. y C. Seidl (1990), "Acceptance of Distributional Axioms: Experimental Findings", en W. Eichorn (ed.), *Models and Measurement of Welfare and Inequality.*

Moyes, P. (1987), "A New Concept of Lorenz Domination", *Economic Letters*, **23**: 203-207.

Kolm, S. C. (1976a), "Unequal Inequalities I", *Journal of Economic Theory*, **12**: 416-442.

------ (1976b), "Unequal Inequalities II", *Journal of Economic Theory*, **13**: 82-111.

Pfingsten, A. and C. Seidl (1994), "Ray Invariant Inequality Measures", mimeo.

Shorrocks, A.F. (1983), "Ranking Income Distributions", *Economica*, **50**: 3-17.

APÉNDICE

Proposiciones y demostración del Teorema

Proposición 1

Sean $x,y \in \Gamma'(\alpha_0)$ y $\alpha_0 \in S$, donde $\alpha_0=\pi v_x+(1-\pi)e$ para algún $\pi \in [0,1]$. Si xLy (yLx) entonces el valor de π' que satisface $\alpha_0=\pi' v_y+(1-\pi')e$ es tal que $\pi' \leq \pi$ $(\pi' \geq \pi)$.

Demostración:

Por contradicción, supongamos que $\pi' > \pi$. Esto significa que $\pi'=\pi+\epsilon$, siendo $\epsilon>0$. Consideremos $\mathbf{x},\mathbf{y} \in \Gamma'(\alpha_0)$, de esta forma podemos escribir que

$$\alpha_0 = \pi' \boldsymbol{v_y} + (1-\pi')\boldsymbol{e} = \pi \boldsymbol{v_x} + (1-\pi)\boldsymbol{e} \ .$$

Sustituyendo π' en esta expresión obtenemos que

$$\pi \boldsymbol{v_x} + (1-\pi)\boldsymbol{e} = \pi \boldsymbol{v_y} + (1-\pi)\boldsymbol{e} + (\boldsymbol{v_y}-\boldsymbol{e})\epsilon \ .$$

Esto implica que $v_x^h > v_y^h$ para el rico $(v_y^h > (1/H))$ y que $v_x^h < v_y^h$ para el pobre $(v_y^h < (1/H))$, en la distribución **y**. Por lo que podemos concluir que la distribución **x** puede ser obtenida a partir de la distribución **y** mediante transferencias de renta del pobre al rico. Y así, que yLx, lo cual es una contradicción con los supuestos del enunciado.

q.e.d.

Proposición 2

Sea $x \in \Gamma'(\alpha_0)$ y $\alpha_0 \in S$, donde $\alpha_0=\pi v_x+(1-\pi)e$ para algún $\pi \in [0,1]$. Entonces, para toda distribución y tal que $y=x+\tau\alpha_0$, siendo $\tau=Y\text{-}X$, se cumple que $y \in \Gamma'(\alpha_0)$.

Demostración:

Queremos demostrar que dado un $\alpha_0=\pi v_x+(1-\pi)e$, para todo y con $I_{(x,\pi)}(y)=I_{(x,\pi)}(x)$ existe un $\pi' \in [0,1]$ tal que,

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}+\tau\alpha_0 = \boldsymbol{x}+\tau\,[\pi'\boldsymbol{v}_y+(1-\pi')\,\boldsymbol{e}] \ .$$

Supongamos, sin pérdida de generalidad, que $\tau>0$. Como $y=x+\tau\alpha_0$, podemos escribir que

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}+\tau\,[\pi\boldsymbol{V}_x+(1-\pi)\,\boldsymbol{e}] \ ,$$

Operando en la igualdad anterior llegamos a la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{V}_y = \lambda\,\boldsymbol{V}_x+(1-\lambda)\,\boldsymbol{e} = \left(\frac{X+(Y-X)\,\pi}{Y}\right)\boldsymbol{V}_x + \left(1-\frac{X+(Y-X)\,\pi}{Y}\right)\boldsymbol{e} \ ,$$

donde λ esta bien definida, $(0<\lambda\leq 1)$, ya que $0<X+(Y-X)\pi\leq Y$. Es fácil comprobar que $\lambda=(X/Y)(1-\pi)+\pi$, y así que $\lambda\geq\pi$.

Como $\alpha_0=\pi v_x+(1-\pi)e$ y $v_y=\lambda v_x+(1-\lambda)e$ con $\lambda\geq\pi$, α_0 puede también expresarse como una combinación lineal entre v_y y e, por lo que $y\in\Gamma'(\alpha_0)$.

Además, el π' que hace que,

$$\pi'\boldsymbol{v}_y+(1-\pi')\,\boldsymbol{e} = \pi\boldsymbol{v}_x+(1-\pi)\,\boldsymbol{e} = \alpha_0 \ ,$$

deberá verificar la siguiente igualdad:

$$\pi'(\lambda\boldsymbol{v}_x+(1-\lambda)\,\boldsymbol{e}) + (1-\pi')\,\boldsymbol{e} = (\pi'\lambda)\,\boldsymbol{v}_x+(1-\pi'\lambda)\,\boldsymbol{e} = \pi\boldsymbol{v}_x+(1-\pi)\,\boldsymbol{e} \ ,$$

por lo que

$$\pi' = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{Y\pi}{X+(Y-X)\,\pi} \geq \pi \ .$$

q.e.d.

Demostración del Teorema 1

1) ⇒ 2):

Como m(**u**) ≥ m(t), para cualquier FBS, $W \in W_{(t,\pi\#)}$ se debe cumplir que:

$$W(\boldsymbol{z}) = W(\boldsymbol{t} + (U-T)(\pi^{\#}\boldsymbol{V_t} + (1-\pi^{\#})\boldsymbol{e})) \geq W(\boldsymbol{t}) \quad .$$

Además, como **u** domina en el sentido de Lorenz a **z** y ambas distribucones tienen idéntica media, m(**u**), por el teorema de Dasgupta, Sen, Starret (1973) sabemos que para toda W que sea S-cóncava se tiene que cumplir que

$$W(\boldsymbol{u}) \geq W(\boldsymbol{z}) \quad .$$

Ésto unido a la expresion anterior nos permite afirmar que

$$W(\boldsymbol{u}) \geq W(\boldsymbol{t}) \quad .$$

2) ⇒ 1):

Supongamos que

$$W(\boldsymbol{x}) = (m(\boldsymbol{x}))^n f[\boldsymbol{z}'] \quad (**)$$

donde $\mathbf{z}' = \mathrm{x} + (\mathrm{U}-\mathrm{X})[\pi^{\#}\mathrm{v}_t + (1-\pi^{\#})\mathrm{e}]$, n ≥ 0, y f(·) es una función S-cóncava.

Se puede mostrar que para cada W que sigue (**) se cumple que:

$$W(\boldsymbol{x} + \tau'(\pi^{\#}\boldsymbol{V_t} + (1-\pi^{\#})\boldsymbol{e})) = \left(m(\boldsymbol{x}) + \frac{\tau'}{H}\right)^n f[\boldsymbol{z}'] \quad ,$$

para cualquier $\tau' \in \mathbb{R}$. En concreto, para valores de $\tau' > 0$, esto es $m(x) + (\tau'/H) \geq m(x)$, se cumple que

$$W(\boldsymbol{x}) \leq W(\boldsymbol{x} + \tau'(\pi^{\#}\boldsymbol{V_t} + (1-\pi^{\#})\boldsymbol{e})) \quad .$$

Nótese también que la S-concavidad de f implica la S-concavidad de W. Por lo tanto la expresión (**) nos garantiza que W(·) está bajo los supuestos del teorema.

Ahora bien, sabiendo que $W(\mathbf{t}) \leq W(\mathbf{u})$, y eligiendo $f(\cdot)=1$ obtenemos la condicion (1.i):

$$W(\boldsymbol{t}) = (m(\boldsymbol{t}))^n \leq (m(\boldsymbol{u}))^n = W(\boldsymbol{u}) .$$

Por otro lado, si n=0 obtenemos

$$W(\boldsymbol{t}) = f[\boldsymbol{z}'] = f[\boldsymbol{z}] \leq f[\boldsymbol{u}] = W(\boldsymbol{u}) .$$

Teniendo **z** e **u** la misma media, $m(\mathbf{u})>0$, y siendo $f(\cdot)$ una función S-cóncava cualquiera, por el teorema de Dasgupta, Sen, Starret (1973), se demuestra que **u** domina en el sentido de Lorenz a **z**.

q.e.d.

Corolario:

Si $\pi \in (\pi^{\#},1]$ podemos escribir que $\pi^{\#}=\pi-\beta$, para algun $\beta \in \mathbb{R}$. Asi,

$$\pi^{\#}\boldsymbol{v}_t+(1-\pi^{\#})\boldsymbol{e} = \pi\boldsymbol{v}_t+(1-\pi)\boldsymbol{e} - \beta(\boldsymbol{v}_t-\boldsymbol{e}) .$$

Se comprueba que $\pi^{\#}\mathbf{v}_t+(1-\pi^{\#})\mathbf{e}$ es obtenido a partir de $\pi\mathbf{v}_t+(1-\pi)\mathbf{e}$ por medio de una serie de transferencias de ricos a pobres proporcionales a la situacion relativa de cada individuo en la distribucion: $(\mathbf{v}_t-\mathbf{e})$. Asi, $\pi^{\#}\mathbf{v}_t+(1-\pi^{\#})\mathbf{e}$ domina en el sentido estricto de Lorenz a $\pi\mathbf{v}_t+(1-\pi)\mathbf{e}$. Y por tanto, siendo

$$\boldsymbol{z}' = t+\tau[\pi\boldsymbol{v}_t+(1-\pi)\boldsymbol{e}] , \quad \tau = U-T ,$$

se verifica que $\mathbf{v}_z$ domina estrictamente a $\mathbf{v}_{z*}$ en el sentido de Lorenz.

Entonces, bajo las condiciones del Teorema 1, se debe cumplir que:

$$W(\boldsymbol{t}) = W(\boldsymbol{z}') < W(\boldsymbol{z}) \leq W(\boldsymbol{u}) ,$$

para toda $W \in W_{(t,\pi)}$, con $\pi \in (\pi^{\#},1]$.

q.e.d.

Capítulo 3

Desigualdad Intermedia Paretiana. Un estudio sobre particiones

3.1 Introducción

En su contribución fundamental, Kolm (1976a, 1976b) observó que mucha gente percibe que los incrementos proporcionales de todas las rentas aumentan la desigualdad, mientras que los incrementos en la misma magnitud absoluta la reducen. De forma consistente con su terminología tildó tales actitudes de centristas.

De hecho, informes recientes provenientes de encuestas sobre estas materias han mostrado que la gente no es en modo alguno unánime en la opción entre un concepto relativo, absoluto o intermedio de desigualdad. En el caso español, Ballano y Ruiz-Castillo (1992) descubrieron que, para el conjunto de personas que mostraba un grado de consistencia aceptable a lo largo del cuestionario, sólo el 31 por ciento apoyaba una versión relativa de la desigualdad, el 24 por ciento apoyaba una versión absoluta y el 27 por ciento una concepción intermedia (el resto se manifestaba favorable a otras posiciones más extremistas).

Desde luego, existen propuestas interesantes para ocupar parte de ese espacio centrista o intermedio entre los dos extremos habituales. Conocemos la propuesta del propio Kolm (1976b), la de Bossert y Pfingsten (1990) y la de Pfingsten y Seidl (1994). Aunque de la lectura de este último trabajo se desprenden críticas importantes a las diferentes medidas propuestas.

Por nuestra parte, en Del Río y Ruiz-Castillo (1996) (DRRC de aquí en adelante) propusimos un nuevo concepto denominado $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad, y siguiendo a Chakravarty (1988) desarrollamos procedimientos operativos que nos permitieron aplicar este concepto intermedio a un caso empírico concreto. Sirviéndonos de esta metodología analizamos la evolución del bienestar económico en España entre 1980-81 y 1990-91 a partir de las distribuciones de gasto extraídas de las dos últimas Encuestas de Presupuestos Familiares (EPF de aquí en adelante).

El mérito de este enfoque radica en que no juzga *a priori* la noción de desigualdad políticamente correcta. Son los datos los que determinan el tipo de desigualdad intermedia para el cual las distribuciones de 1980-81 y 1990-91 son equivalentes. Dado el incremento de la media, técnicamente podremos concluir que la situación al final de la década no es inferior a la situación de partida para la clase de medidas de bienestar que incorporan precisamente ese tipo de desigualdad. A renglón seguido, cada lector puede juzgar si el ejercicio técnico que se le presenta debe interpretarse como una mejora o un empeoramiento en función de su propia noción de desigualdad. De acuerdo con los resultados obtenidos en DRRC, para personas de opiniones más moderadas caracterizadas por nociones de desigualdad entre la relativa y la $(\mathbf{x}, 0.92)$-desigualdad, habremos mejorado sin ambiguedad. Por el contrario, pensemos en personas para las que la desigualdad sólo se mantiene constante si una proporción mayor del (1 - 0.74) por ciento de los incrementos de renta se reparte en términos *per capita* iguales. Para tales personas, típicamente más escoradas a la izquierda en el espectro político, habremos empeorado en desigualdad.

Una vez presentado el concepto de $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad y analizadas sus ventajas sobre otras nociones de desigualdad intermedia, parece razonable estudiar su utilidad en el desarrollo de medidas complementarias que permitan ordenar un conjunto mayor de distribuciones de renta. Nos preguntamos, pues, si fuera del mencionado mundo intermedio delimitado por los criterios absoluto y relativo, es posible definir otros espacios de manera similar pero puestos en relación con otros juicios de valor que consideremos relevantes. En concreto, y para el caso de dos individuos representado en la Figura 1, sería interesante contar con medidas que nos permitiesen cardinalizar distribuciones de renta situadas 'a la derecha' de la recta A (y que por lo tanto dominen en el sentido de Lorenz a la obtenida mediante un reparto igualitario de la renta extra), y hacer lo propio con las situadas 'a la izquierda' de la recta R (sobre las que cualquier índice de desigualdad relativo mostraría su desacuerdo).

La utilidad de ampliar esta noción de desigualdad intermedia en el caso empírico que nos ocupa, ha sido ya sugerida por algunos de los resultados presentados en DRRC. Así, en el estudio de la partición básica y para los hogares con 4, 6 y 7 miembros, el rango de valores del parámetro π no se ciñe al intervalo (0,1), sobrepasando el limite relativo.

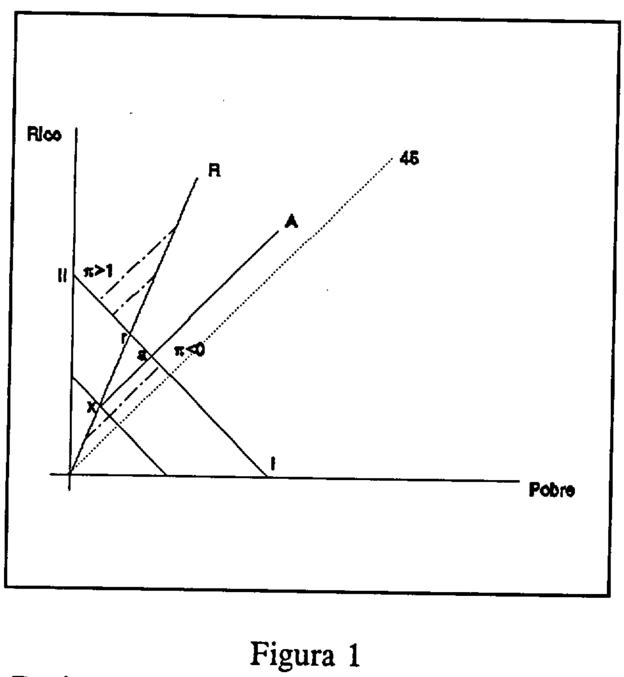


Figura 1
Desigualdad Absoluta, Relativa e Intermedia

El objetivo del presente trabajo es ofrecer un estudio detallado en términos de bienestar de lo ocurrido en España a lo largo de esta última década, y completar, así, los resultados relativos a la población en su conjunto y a la partición básica presentados en anteriores trabajos.

Para ello se propone utilizar la metodología desarrollada en DRRC y explorar las posibilidades que este concepto intermedio tiene en la definición de otras nociones de desigualdad. Así, definimos un nuevo concepto denominado $(\mathbf{x},\delta)$-desigualdad, que nos permitirá cardinalizar aquellas situaciones en las que se constate un aumento en la desigualdad relativa.

El resto del trabajo se organiza como sigue. La sección I desarrolla el concepto de $(\mathbf{x},\delta)$-desigualdad y su relación con la $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad. En la sección II se revisa la evolución demográfica y el crecimiento económico durante esta década, en pesetas del Invierno de 1991. También se presentan, a modo exploratorio, estimaciones no-paramétricas de las distribuciones de renta para cada año. La sección III presenta los resultados para la partición básica y para otras particiones de interés de acuerdo con la Comunidad Autónoma y el tamaño del municipio de residencia del hogar, y el nivel educativo y la categoría socioecómica del sustentador principal. Por último, en la sección IV se incluye un breve resumen. El Apéndice contiene las tablas con la información demográfica y la evolución de la renta en cada una de las particiones de interés.

3.2 Desigualdad intermedia paretiana

3.2.1 La necesidad de un nuevo concepto *intermedio* de desigualdad

A la hora de cardinalizar distribuciones de renta situadas al margen de las nociones absoluta y relativa las estrategias que se nos presentan son varias. La más inmediata es ampliar el campo de acción de la $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad permitiendo que el parámetro π pueda tomar valores fuera del intervalo $[0,1]$. Como se muestra en la Figura 1, y para el valor del parámetro τ correspondiente, considerar valores de $\pi>1$ significa movernos a lo largo del tramo r-II, situándonos en distribuciones que presentan una mayor desigualdad relativa que r y que la distribución inicial $\mathbf{x}$. Por el contrario, tomar valores de $\pi<0$ significa alcanzar distribuciones con menor desigualdad absoluta que $\mathbf{x}$ y cada vez más próximas a la distribución paritaria.

De esta forma, el objetivo central que nos propusimos habría sido alcanzado: el espacio total de distribuciones de renta habría sido ligado a la recta I-II, de manera que dado un conjunto de distribuciones cualesquiera, siempre es posible ordenarlas en función del valor del parámetro π que las une con una distribución inicial que representa la situación de partida. Cuanto mayor sea el valor de π, menos exigentes deberán ser los juicios de valor si queremos hablar de paridad en el nivel de desigualdad presente en ambas distribuciones. Y por lo tanto, mayor será el espectro *ideológico* para el cual la situación final presenta unas mayores cotas de desigualdad en el reparto de la renta.

La interpretación del parámetro π es aquí igual que en el caso intermedio. Su atractivo descansa en el hecho de que además de mostrarnos la distancia de la distribución final a las distribuciones r y a, nos ofrece una interpretación de cómo se asigna el incremento de renta entre los individuos. Esto permite *reconstruir* la distribución final a partir de la inicial y de las nociones absoluta y relativa en el reparto de la renta extra: un (π*100) por ciento del incremento en la renta media se debería a un crecimiento proporcional en la renta de todos los individuos, y el ((1-π)*100) por ciento restante sería fruto de un reparto equitativo entre todos ellos.

Utilizar esta noción de desigualdad para trabajar con distribuciones asociadas a valores de π superiores a la unidad, $\pi=1.4$ por ejemplo, significa hablar de incrementos proporcionales en las rentas individuales que representan más del 100 por ciento del incremento en la media (140 por ciento en nuestro ejemplo), asociados a un impuesto de suma fija que compensa el exceso anterior y que sería la causa del incremento en la desigualdad relativa.[1] Otro tanto de lo mismo ocurriría con distribuciones ligadas a valores de π negativos. En estos casos un impuesto proporcional sería el paso previo a un reparto equitativo superior al incremento en media, induciendo distribuciones más igualitarias.

Aunque la utilización de valores de π fuera del intervalo [0,1] permite ordenar un mayor

[1] En nuestro caso su cuantía global debería representar un 40 por ciento del incremento final en la renta media.

conjunto de distribuciones, podría ser interesante investigar la existencia de nociones de desigualdad enmarcadas en juicios de valor distintos de los absolutos y relativos. Nuevos conceptos de *desigualdad intermedia* asociados, unos, a criterios más laxos que el relativo, y ligados otros, a nociones todavía más exigentes que la absoluta a la hora de considerar la asignación de incrementos de renta equivalentes en desigualdad.

En este trabajo no consideramos necesario definir un nuevo concepto de desigualdad para el segundo de estos casos al tratarse de una zona de escasa relevancia empírica en el perído objeto de estudio. Así, en ninguna de las particiones estudiadas se ha podido constatar la presencia de grupos cuyo incremento en el nivel de renta a lo largo de la década esté asociada a una disminución en los niveles de desigualdad en términos absolutos. Sólo se ha constatado la presencia de situaciones que deberían ser estudiadas bajo esta perspectiva al comparar grupos de alguna partición con el de referencia, para un mismo año[2]. Para estas situaciones extremas proponemos seguir utilizando el concepto de $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad permitiendo que el parámetro π tome valores negativos. La razón descansa en un hecho adicional: la noción de desigualdad *natural* que permite extender el concepto absoluto, y enmarcar así a las distribuciones situadas a la derecha de la recta A, es el reparto igualitario de todas las unidades de renta existentes en la sociedad[3]. Como es fácil de verificar, sea cual sea la distribución inicial siempre existe un valor negativo de π que nos permite alcanzar la distribución igualitaria de igual media que la distribución final. Por lo que, definir una nueva parametrización de las distribuciones intermedias entre ambos conceptos supone una cardinalización que no es más que una mera transformación de la proporcionada por la $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad.

Detengámonos ahora en el primero de los casos, esto es cuando trabajamos con distribuciones situadas a la izquierda de R. Como se verá en las próximas secciones es el que

---

[2] El caso de La Rioja en relación a Extremadura en la EPF del 80-81, utilizando un θ=0.2, es un ejemplo de ello.

[3] Nos referimos a las distribuciones situadas en la recta de 45° en nuestro ejemplo de dos agentes.

presenta una mayor relevancia empírica en el estudio de particiones. Siendo además un fenómeno que también se ha constatado en diversos países de nuestro entorno a lo largo de la década de los 80. Inglaterra y Estados Unidos son claros ejemplos de ello.

En una situación de este tipo, con las herramientas actuales podríamos asegurar que π sería mayor que 1, pero no alcanzaríamos una ordenación de las distribuciones en términos de un concepto de desigualdad más extremo. Esto sólo sería posible si nos decidiésemos a considerar alguna clase de juicios de valor paretianos como situación límite en la que encuadrar estas distribuciones. Lo que significaría que el espacio total de distribuciones que presentan mayor desigualdad relativa que la original habría sido dividido en dos partes. En el caso bidimensional esto resulta sencillo de entender. Por un lado, la zona compuesta por las distribuciones situadas a la izquierda del rayo único Paretiano. En éstas la situación del individuo pobre no sólo se ha deteriorado en términos relativos sino en términos absolutos: parte de la renta que poseía en un principio va a parar al rico que además acapara toda la diferencia en la renta total que separa las distribuciones incial y final. Por razones similares a las planteadas en la extensión del caso absoluto, también dejaremos para otra ocasión la definición de medidas de desigualdad intermedias que nos permitan cardinalizar las distribuciones pertenecientes a este espacio.

Nuestro interés en este trabajo se centra en la segunda de estas zonas, constituida por todas aquellas distribuciones situadas entre el rayo relativo y el paretiano. La recta paretiana define el conjunto de distribuciones de renta asociadas a una inicial y con la que comparten el mismo nivel de *regresividad* según este criterio extremo. Tomando dicha recta (que llamaremos P) y la recta R como fronteras de este nuevo *espacio*, estamos en condiciones de proponer una nueva noción de desigualdad intermedia entre ambos criterios que nos permitirá ordenar el conjunto de distribuciones pertenecientes al mismo.

3.2.2 Nuestra propuesta: (x,δ)-desigualdad.

Denotemos por $\mathbf{x}=(x^1,\ldots,x^H)\in\mathbb{R}_{++}^H$, $2\leq H<\infty$, una distribución de la renta para una población de H individuos con idénticas características, convenientemente ordenada de modo que $x^1<x^2<\ldots<x^H$. Definimos $D:=\mathbb{R}_{++}^H$ como el conjunto de todas las distribuciones de renta posibles. Sea S el simplex H-dimensional y, para cualquier $\mathbf{x}\in D$, sea $\mathbf{v}_x=(v_x^1,\ldots,v_x^H)\in S$ el vector de proporciones individuales de renta $v_x^h=x^h/X$, donde $X=\Sigma_{h=1}x^h$. Para dos vectores cualesquiera $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ $\in D$, denotaremos por $\mathbf{v}_x L \mathbf{v}_y$ a la dominancia débil según el criterio de Lorenz.

Cualquier función real, I, definida sobre D que satisfaga continuidad, S-convexidad y el principio de invarianza ante réplicas poblacionales es una medida o un índice de desigualdad. Si $I(\cdot)$ es independiente ante cambios de escala (esto es, $I(x)=I(\lambda x)$ para todo $\mathbf{x}\in D$ y para todo $\lambda\in\mathbb{R}$), se dice que mide la desigualdad relativa. Asimismo diremos que $I(\cdot)$ mide el *grado de regresividad-progresividad* (según consideremos aumentos o disminuciones en la renta media) si $I(x)=I(x^p)$, para todo $\mathbf{x}\in D$ y para todo $x^p=(x^1,x^2,\ldots,x^p,\lambda^*x^{p+1},\ldots,\lambda^*x^H)$ donde $\lambda^*\in\mathbb{R}$, y *p* me indica el número de individuos situados en la cola de la distribución cuya renta no se ve alterada.

Para todo $\mathbf{x}\in D$, existe un conjunto de distribuciones de renta E(x) tal que, en primer lugar, todo $\mathbf{y}\in E(\mathbf{x})$ se percibe exhibiendo la misma desigualdad (o si se prefiere, el mismo grado de regresividad-progresividad) que $\mathbf{x}$; en segundo lugar, para $\lambda\mathbf{x}>\mathbf{x}$ y $\mathbf{x}^p>\mathbf{x}$ se percibe que cualquier $\mathbf{y}\in E(\mathbf{x})$ está más equitativamente distribuida que $\mathbf{x}^p$ y peor distribuida que $\lambda\mathbf{x}$; y en tercer lugar, para $\mathbf{x}>\lambda\mathbf{x}$ y $\mathbf{x}>\mathbf{x}^p$ se piensa que cualquier $\mathbf{y}\in E(\mathbf{x})$ está peor distribuida que $\mathbf{x}^p$ y mejor distribuida que $\lambda\mathbf{x}$. Dadas las citadas percepciones, lo que proponemos es la búsqueda de alguna medida de desigualdad E-invariante, esto es, una medida para la cual $I(\mathbf{x})=I(\mathbf{y})$ para todo $\mathbf{y}\in E(\mathbf{x})$.

Siguiendo a Pfingsten y Seidl (1994), y como hicimos en el caso de la $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad, supondremos que E(x) está constituido por rayos que pasan por x. Así, definimos $E_\beta(x)$ como el conjunto de rayos-β que pasan por x de forma que:

$$E_\beta(\boldsymbol{x}) = \{\boldsymbol{y}\in D: \boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}+\tau\beta, \tau\in\mathbb{R}\} .$$

De acuerdo con las ideas centristas, exigiremos que los vectores $\beta\in S$ cumplan con las siguientes condiciones: primero, deben ser dominados en el sentido de Lorenz por la distribución original x: $v_x L\beta$; y segundo, deben dominar en el sentido de Lorenz al vector v_x^p: $\beta L v_x^p$, donde p es el número de hogares cuya renta dejaremos inalterada y $v_x^p \in S$ es,

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}}^{p} = \left(0^1, \ldots, 0^p, \frac{x^{p+1}}{\sum\limits_{h=p+1}^{H} x^h}, \ldots, \frac{x^H}{\sum\limits_{h=p+1}^{H} x^h}\right) .$$

De esta forma, dada una distribución $x\in D$, definimos B(x) como el conjunto de juicios de valor[4] que se caracterizan por una pérdida en términos de desigualdad relativa y una mejora en desigualdad en relación a las distribuciones paretianas asociadas a x,

$$\mathrm{B}(\boldsymbol{x}) = \{\beta\in S: \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}} L \beta L \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}}^{p}\} .$$

Para comprender en qué sentido x y β co-determinan el dominio de las funciones invariantes en rayos-β, definimos el conjunto $\Delta(\beta)$ de distribuciones de renta para las cuales $\beta\in S$ representa una actitud centrista entre los criterios relativo y paretiano:

$$\Delta(\beta) = \{\boldsymbol{x}\in D: \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}} L \beta L \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}}^{p}\} .$$

Por lo tanto, si $x\in D$ y $\beta\in S$ pero $\beta\notin \mathbf{B}(x)$ o $x\notin \Delta(\beta)$ no estamos ante una noción de

---

[4] Expresados en forma de proporciones de renta.

regresividad (progresividad) centrista. De acuerdo a todo esto, decimos que una función F_β:D→ℝ es β-invariante en $\Delta(\beta)$ si y sólo si para cada $x \in \Delta(\beta)$,

$$F_\beta(\boldsymbol{x}) = F_\beta(\boldsymbol{y}) \quad para\ todo\ \boldsymbol{y} \in E_\beta(\boldsymbol{x}) \ .$$

Dada una función β-invariante, $I_\beta(\cdot)$, decimos que es una medida de regresividad (progresividad) invariante en rayos β si, además, es continua, S-convexa y satisface el axioma de réplicas poblacionales.

Nosotros, al igual que hicimos en DRRC, concentraremos nuestra atención en aquellas medidas centristas que tienen una clara interpretación económica. Por lo que dada una distribución inicial, $x_0 \in D$, una línea de pobreza implícita, $0 \leq p \leq H$, y un valor de $\delta \in [0,1]$, sólo consideraremos rayos que pasen por $x \in D$ construidos de tal forma que el δ por ciento de la renta extra se asigne entre los individuos según el criterio paretiano elegido, y el (1-δ) restante se distribuya según las proporciones existentes en x_0. Esto es, definimos

$$P_{(\boldsymbol{x}_0,\delta)}(\boldsymbol{x}) = \{\boldsymbol{y} \in D:\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} + \tau(\delta \boldsymbol{V}^{p}_{\boldsymbol{x}_0} + (1-\delta)\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{x}_0}),\ \tau \in \mathbb{R}\} \ ,$$

donde $v_{x_0}{}^p \in S$, es igual a

$$\boldsymbol{V}^{p}_{\boldsymbol{x}_0} = \left(0^1, \ldots, 0^p, \frac{x_0^{p+1}}{\sum_{h=p+1}^{H} x_0^h}, \ldots, \frac{x_0^H}{\sum_{h=p+1}^{H} x_0^h} \right) \ .$$

Ciertamente, si $\beta_0 = \delta v_{x_0}{}^p + (1-\delta)v_x$, entonces

$$P_{(\boldsymbol{x}_0,\delta)}(\boldsymbol{x}) = E_{\beta_0}(\boldsymbol{x}) \ .$$

Consiguientemente, nos restringiremos a un subconjunto $\Delta'(\beta_0)$ de $\Delta(\beta_0)$, constituido por distribuciones de renta para las cuales β_0 representa una actitud centrista:

$$\Delta'(\beta_0) = \{x \in D: \delta' v_x^P + (1-\delta')\, v_x = \beta_0 \text{ para algun } \delta' \in [0,1]\} .$$

Decimos que una función real, $I_{(x_0,\delta)}(\cdot): D \rightarrow \mathbb{R}$, es una medida de desigualdad (x_0,δ) en $\Delta'(\beta_0)$ si y sólo si

$$I_{(x_0,\delta)}(x) = I_{(x_0,\delta)}(y) \text{ para todo } y \in P_{(x_0,\delta)}(x) .$$

En general, el conjunto $\Delta'(\beta_0)$ es claramente no-vacío[5], de forma que las medidas de (x_0,δ)-desigualdad están bien definidas. Cuando $\delta=0$, la (x_0,δ)-desigualdad se convierte en la noción de desigualdad relativa, con $\lambda = 1 + \tau/X_0$; mientras que si $\delta=1$ nos restringimos al caso paretiano utilizado en la definición de $P_{(x_0,\delta)}(x)$, con $\lambda^* = \tau/\Sigma_{h=p+1} x_0^h$.

De esta forma, cambios en la renta en la escala τ se distribuyen entre los individuos de acuerdo con alguna combinación lineal entre $v_{x_0}^P$ y v_{x_0} en el simplex S, según el valor de δ. La interpretación del parámetro es sencilla. Un $\delta=0.3$ significa que sea cual sea la variación en la renta total debe distribuirse de la forma siguiente: un 30 por ciento exclusivamente entre los (H-p) individuos de mayor renta en la población, siendo realizado el reparto de forma proporcional a su renta inicial relativa dentro de este grupo; y el 70 por ciento restante debe asignarse en la dirección de las proporciones de renta individuales de la distribución de referencia. Con lo que, a medida que aumentamos el valor de δ, nos situamos en distribuciones en las que el incremento de renta producido en la sociedad repercute cada vez en menor medida en los estratos más pobres de la población. Hasta llegar a la distribución paretiana, en la que se encuentran definitivamente fuera del reparto.

---

[5] De forma similar, el subconjunto $\mathbf{B}'(x_0)$ de $\mathbf{B}(x_0)$, definido como

$$B'(x_0) = \{\beta \in S: \delta' v_{x_0}^P + (1-\delta')\, v_{x_0} = \beta \text{ para algun } \delta' \in [0,1]\} ,$$

es también no-vacío.

Llegados a este punto, debemos reseñar la dependencia que estas medidas intermedias tienen respecto a la situación de partida elegida. En cualquier caso, sin embargo, dado un $x_0 \in D$ y un $\delta \in [0,1]$, $\beta_0 = \delta v_{x_0}^p + (1-\delta) v_{x_0}$ está totalmente determinado. Por lo que, para todo $y \in \Delta'(\beta_0)$ existe algún $\delta' \in [0,1]$ tal que $\beta_0 = \delta' v_y^p + (1-\delta') v_y$. Así, la desigualdad (y,δ') coincide con la desigualdad (x_0,δ) para todo $y \in \Delta'(\beta_0)$. Esto significa que si, por ejemplo, $Y - X_0 > 0$, la misma actitud centrista es capturada cuando a partir de x_0 el δ por ciento de la diferencia total entre ambas distribuciones es asignado según el patrón $v_{x_0}^p$ y el $(1-\delta)$ restante según v_{x_0}, que si comenzásemos desde y y substrajésemos un δ' por ciento de acuerdo a v_y^p y un $(1-\delta')$ en función de las proporciones v_y.

Es evidente que la utilización de un concepto de paretiano encierra la toma de varias decisiones. En primer lugar debemos determinar quiénes van a formar parte de cada uno de los dos grupos en los que hemos dividido a la población. Se trata de delimitar, al igual que en los índices de pobreza al uso, cuál va a ser nuestro umbral de pobreza. No estando en condiciones de juzgar a priori la bondad de las diferentes elecciones de este parámetro, parece aconsejable probar con distintos valores de p y estudiar la robustez de los resultados.

En segundo lugar, nuestra definición de *desigualdad paretiana* ha incorporado una forma de reparto proporcional entre los individuos no pertenecientes a la clase *baja*, que no es la única posible. Para comprender mejor las alternativas existentes fijémonos por un momento en la Figura 2. En este ejemplo se muestra a tres individuos, cuyas rentas están representadas en los ejes: X (*clase media*), Y (*clase baja*) y Z (*clase alta*). La distribución inicial es la $x=(2,1,3)$, y la final se sitúa en algún punto del plano presupuestario determinado por un total de 30 unidades de renta a repartir entre ellos. Dado el principio de anonimidad que impregna todo nuestro análisis, sólo estamos interesados en las distribuciones que no representan movilidad por parte de los individuos de una clase a otra. En nuestro caso sólo nos referiremos, pues, a las distribuciones delimitadas por los puntos UVW.

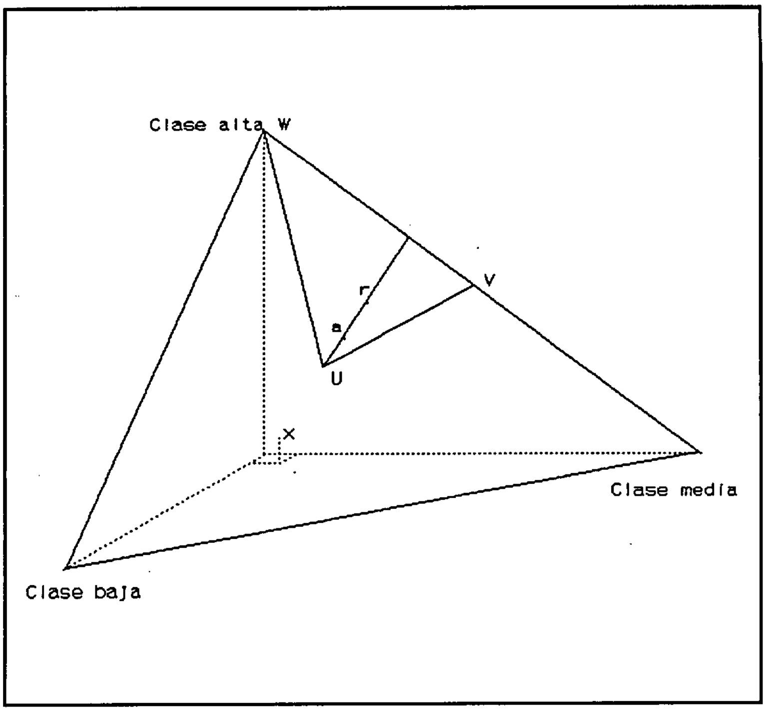


Figura 2
Distribuciones en un ejemplo con 3 individuos

En la Figura 3 nos centramos ya en estas distribuciones y señalamos con las letras *a*, (10,9,11), y *r*, (10,5,15), aquellas que presentan la misma desigualdad (absoluta y relativa, respectivamente) que la distribución **x**. Como ya sabemos, la recta que une *r* con *a* representa el conjunto de distribuciones alcanzables con el parámetro $\pi \in [0,1]$, en la $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad. Supongamos que $p=1$ (esto es, sólo consideraremos *pobre* al individuo representado en el eje, Y, de la Clase baja). Entonces, la recta I-I representa todas las distribuciones candidatas a ser equivalentes en desigualdad paretiana a la inicial **x**. En ella, todos sus puntos se caracterizan por darle el mismo valor a su segunda componente (Y=1), reflejando diferentes formas de reparto de las 24 unidades de renta extra, entre los otros dos individuos. Cualquiera de estos puntos podría ser elegido como $\mathbf{x}^p$, según quisiésemos poner mayor o menor énfasis en la desigualdad existente en el reparto de esta renta extra. Nuestra elección de $\mathbf{x}^p$ se indica en la Figura 3 con la letra **P**, (11.6,1,17.4).

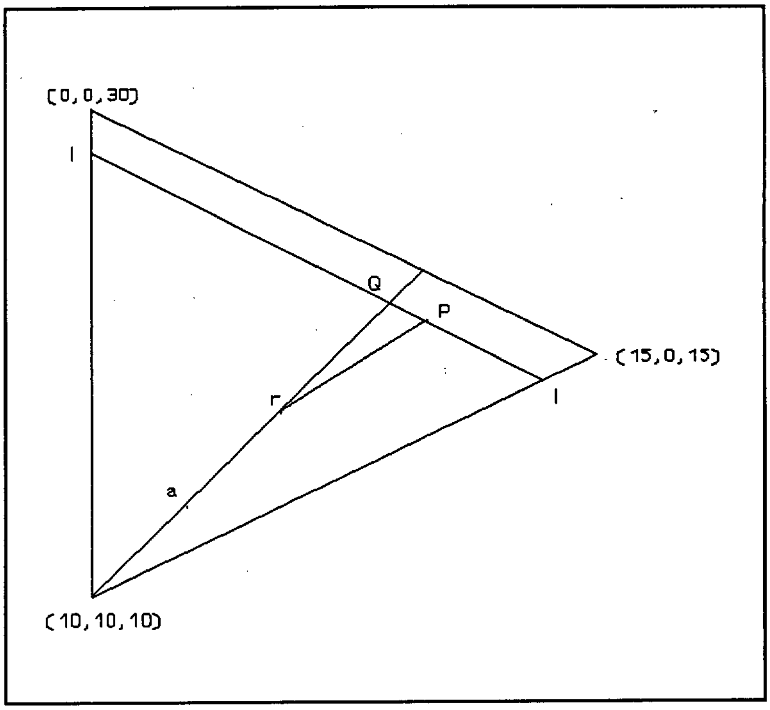


Figura 3
Distribución Paretiana y su relación con la recta a-r

Como se puede observar, **P** está situado por debajo del punto **Q** (que representa la intersección de la recta I-I con la *r-a*), permitiendo así, un reparto más igualitario del extra entre los dos individuos con más renta. La recta *r-a* es interesante porque incorpora una asignación del total entre los individuos X, Y y Z, progresivamente más desigual a medida que nos acercamos al punto **Q**. Con la particularidad de que, y esto es lo importante, sigue el mismo patrón que nos permitió pasar del reparto igualitario al proporcional. Desgraciadamente, sin embargo, el punto **Q** no tiene por qué existir. De forma que, probablemente, no podamos seguir esta senda si queremos utilizar el concepto paretiano, y mantener la renta de determinados agentes a su nivel inicial. Siendo esto así, la elección de **P** y de v_x^P como referencia a la hora de comparar distribuciones, se presenta como la más adecuada[6].

[6] Desde luego existen otras posibles alternativas que también pueden resultar interesantes. Por ejemplo, el reparto a partes iguales de todas las cantidades extra entre los ricos (en lugar del reparto proporcional que incorpora el punto P); o, por supuesto, todas las variantes intermedias entre estas dos alternativas.

3.2.3 Funciones de Bienestar Social y Curvas de Lorenz

Una Función de Bienestar Social (FBS de aquí en adelante) es una función real, W, definida sobre D, que proporciona para cada distribución de renta **x** el bienestar *social*, o simplemente agregado, desde un punto de vista normativo.

En la sección previa hemos introducido un nuevo concepto, la *desigualdad intermedia paretiana*. Es ahora el momento de incorporar esta cualidad junto con la preferencia por la eficiencia, y considerar FBS que verifiquen ambas propiedades. En nuestro contexto, la extensión natural de las sugerencias hechas por Shorrocks (1983) para los casos absoluto y relativo, sería interesarnos por FBS tales que, dado un $\delta \in [0,1]$, verifiquen la siguiente condición

$$W(\boldsymbol{x}+\tau\,(\delta\,\boldsymbol{V}^{P}_{\boldsymbol{x}_0}+(1-\delta)\,\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{x}_0})\geq W(\boldsymbol{x}) \quad ,$$

para cualquier distribución inicial dada, $x_0 \in D$, y para cualquier escalar $\tau \geq 0$. Lo que refleja una preferencia por rentas más elevadas, manteniendo constante la (x_0,δ)-desigualdad. Denotaremos por $W_{(x_0,\delta)}$ a la clase de FBS que saisfacen continuidad, invarianza ante réplicas poblacionales, S-concavidad y monotonicidad a lo largo de los rayos (x_0,δ).

Una línea de investigación posible a raíz de lo anterior sería construir y caracterizar índices de desigualdad intermedios que se deriven de estas FBS. Lo que proporcionaría fundamentos teóricos para la utilización de nuestro concepto de desigualdad, sustentándolo tanto en aspectos axiomáticos como éticos.

Sin embargo, nuestro objetivo se centra en la ordenación de perfiles de renta en términos de desigualdad, sin ceñirnos a una familia de índices concreta. Al igual que en el caso de la (x,π)-desigualdad, buscamos para qué juicios de valor intermedios (en relación a las escalas paretiana y relativa) dos distribuciones de rentas son equivalentes en desigualdad. Para ello, utilizaremos los cuasi-órdenes desarrollados por Chakravarty (1988) en términos de curvas de

Lorenz, donde se asume que tenemos preferencia por mayores rentas, siempre que no provoquen una mayor desigualdad paretiana intermedia. El siguiente teorema resume la conexión entre dominancia de Lorenz y FBS pertenecientes a $W_{(x,\delta)}$:

Teorema 1

Sean $x,y \in D$. Entonces las siguientes afirmaciones son equivalentes:

(1.i) $m(y) \geq m(x)$, donde $m(\cdot)$ es la función media, y

(1.ii) $y \; L \; x^*(\delta^\#)$, para algún $\delta^\# \in [0,1]$, siendo

$$\boldsymbol{x}^*(\delta^\#) = \boldsymbol{x} + [Y-X]\,(\delta^\# \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{x}}^{\mathbf{P}} + (1-\delta^\#)\,\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{x}}) \ .$$

2) $W(y) \geq W(x)$ para todo $W \in W_{(x,\delta\#)}$.

Corolario. Bajo las condiciones del Teorema anterior,

$$W(\boldsymbol{y}) > w(\boldsymbol{x}) \quad para\ todo\ W \in W_{(\boldsymbol{x},\delta)} \ con\ \delta \in (\delta^\#, 1] \ .$$

El teorema 1 afirma que la dominancia según Lorenz de un vector de rentas, sobre la correspondiente transformación de otro es suficiente para garantizar que ambos pueden ser ordenados sin ambigüedad por cualquier FBS S-cóncava y creciente, ante incrementos en renta que no alteren la *desigualdad paretiana intermedia*.

3.2.4 Implementación empírica

La transformación de la distribución x en $x^*(\delta^\#)$, según la expresión del teorema anterior, permite que ambas distribuciones tengan la misma media, $m(x^*)=m(y)$. Y que, por tanto, en poblaciones de idéntico tamaño, se sitúen en el mismo espacio presupuestario. Gráficamente (ver Figura 3) los distintos valores de δ nos permitirán movernos a lo largo de la recta r-P.

Como es obvio, esto significa que para $H>2$, sólo podemos alcanzar un pequeño subconjunto de las distribuciones de renta que capturan una actitud paretiana intermedia. Por lo que dadas dos distribuciones cualesquiera, **u** y w, tales que w tenga una menor desigualdad paretiana, pero mayor desigualdad relativa, no tenemos por qué esperar que exista un δ tal que

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{u} + [W-U]\ (\delta \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{P}} + (1-\delta)\, \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{u}}) \quad .$$

Lo que sí podemos asegurar es que siempre existirán dos valores de δ, δ_1^* y δ_2^*, en el intervalo [0,1], que definen la siguiente partición en el conjunto {r,P}:

$$\{r, z_1^*\} = \{\boldsymbol{z} \in D: \boldsymbol{z} = \boldsymbol{u} + (W-U)\ (\delta \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{P}} + (1-\delta)\, \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{u}})\ ,\ \delta \in [0, \delta_1^*]\};$$

$$\{z_1^*, z_2^*\} = \{\boldsymbol{z} \in D: \boldsymbol{z} = \boldsymbol{u} + (W-U)\ (\delta \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{P}} + (1-\delta)\, \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{u}})\ ,\ \delta \in (\delta_1^*, \delta_2^*)\};$$

$$\{z_2^*, P\} = \{\boldsymbol{z} \in D: \boldsymbol{z} = \boldsymbol{u} + (W-U)\ (\delta \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{u}}^{\boldsymbol{P}} + (1-\delta)\, \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{u}})\ ,\ \delta \in [\delta_2^*, 1]\}.$$

Por construcción, en cada uno de estos subconjuntos se cumple que $I_{(u,\delta)}(\mathbf{z}) = I_{(u,\delta)}(\mathbf{u})$ para cualquier δ asociado. Así por ejemplo, para todo $\mathbf{z} \in \{r, z_1^*\}$, $I_{(u,\delta)}(\mathbf{z}) = I_{(u,\delta)}(\mathbf{u})$, con $\delta \in [0, \delta_1^*]$. Pues bien, es fácil comprobar que, para cada uno de estos subconjuntos, la relación entre la distribución w y la **z** es la siguiente:

z L w para todo $\mathbf{z} \in \{r, z_1^*\}$;
w L **z** para todo $\mathbf{z} \in \{z_2^*, P\}$; y
z es no comparable a w para todo $\mathbf{z} \in \{z_1^*, z_2^*\}$.

Por todo lo cual, se ha de cumplir que

$I_{(u,\delta)}(w) > I_{(u,\delta)}(\mathbf{u})$ para todo $\delta \in [0, \delta_1^*]$,
$I_{(u,\delta)}(w) < I_{(u,\delta)}(\mathbf{u})$ para todo $\delta \in [\delta_2^*, 1]$,

mientras que, w y **u** son no comparables desde el punto de vista de la (**u**,δ)-desigualdad para todo $\delta \in (\delta_1^*, \delta_2^*)$.

En el caso homogéneo, la estrategia que utilizaremos a la hora de comparar dos distribuciones sigue los siguientes pasos:

1) Estimar la curva de Lorenz de la distribución que tenga una mayor renta media, **w**.

2) Transformar la distribución de menor renta media, **u**, según la expresión indicada anteriormente, **z**(δ), eligiendo para ello un conjunto de valores de δ que recorran el intervalo [0,1].

3) Estimar para cada una de estas distribuciones artificiales, su curva de Lorenz y los test estadísticos correspondientes[7], para poder determinar así, su relación con la obtenida para la distribución **w**.

4) Computar el mayor valor de δ para el cual se cumple que **z** L **w** (δ_1^*), y el menor a partir del cual **w** L **z** (δ_1^*).

Con estos resultados en la mano, seremos capaces de determinar para qué juicios de valor podemos considerar el incremento de renta producido, beneficioso o perjudicial en cuanto a la medición de la desigualdad en la sociedad.

3.3 Resultados empíricos: demografía y crecimiento

Como ya se ha indicado en la Introducción, el objetivo de las siguientes secciones es mostrar la evolución que ha experimentado, en términos reales, la desigualdad y el Bienestar económico en España durante el período comprendido entre las dos grandes Encuestas de Presupuestos Familiares recogidas por el INE en 1980-81 y 1990-91[8]. Sirviéndonos para ello de los conceptos de (**x**,π) y (**x**,δ)-desigualdad.

En esta ocasión, y como complemento a trabajos anteriores que hemos realizado, estamos

---

7 Para ello utilizaremos los procedimientos de inferencia estadística desarrollados por Bishop, Formby y Thistle (1989), a partir de los resultados de Beach y Davidson (1983).

8 Debemos reseñar aquí los cada vez más numerosos estudios sobre desigualdad ya realizados en nuestro país que toman como fuente estadística las EPF. Entre los más destacados están, Ruiz-Castillo (1987, 1995 y 1996), Bosch, Escribano y Sánchez (1989), y Ayala, Martínez, y Ruiz-Huerta (1993).

interesados en la evolución del nivel de vida en aquellas particiones que más interés despierten por razones políticas, ecónomicas o sociales. En particular, en este trabajo se analizan por separado agrupaciones de hogares diseñadas a partir del número de miembros; la Comunidad Autónoma y el tamaño del municipio de residencia; y la categoría socioecómica y el nivel educativo del sustentador principal.

Existe un cierto consenso en que el tamaño del hogar puede considerarse el elemento determinante a la hora de decidir qué hogares tienen las mismas necesidades y son, por lo tanto, comparables entre sí. Siguiendo este criterio, sólo esta partición básica está exenta de los problemas de comparabilidad que impone la heterogeneidad de los hogares sobre los que nos informan las EPF. En el resto de particiones se hace necesaria la construcción de una *renta equivalente* que permita comparar el nivel de vida de hogares demográficamente diferentes. Para ello proponemos parametrizar el peso que se otorga al tamaño del hogar según la importancia que se desee conceder a la economías de escala en el consumo dentro del mismo. Siguiendo a Coulter, Cowell y Jenkins (1992a y b), para cada hogar i de tamaño *m* la renta ajustada en el caso relativo se define como,

donde z_i es la renta original sin ajustar. Para ser consistentes con nuestros conceptos intermedios de desigualdad, adoptaremos la metodología desarrollada en DRRC para la $(\mathbf{x},\pi)$-desigualdad, y la extenderemos al caso de la $(\mathbf{x},\delta)$-desigualdad. De esta forma, el ajuste realizado en las renta de cada hogar dependerá no sólo del tamaño del mismo y del supuesto realizado sobre las economías de escala en el consumo, sino del valor del parámetro δ que nos define lo cerca que nos encontramos de la noción relativa[4].

Además de tomar en cuenta los factores demográficos en la dirección indicada, para realizar este estudio ha sido preciso adoptar decisiones sobre otras cuestiones metodológicas: 1) la elección de la variable que mejor aproxima el nivel de vida del hogar; 2) la manera de

---

[4] Para una explicación detallada de este proceso de ajuste véase Del Río y Ruiz-Castillo (1996).

establecer comparaciones intertemporales en términos reales; 3) la elección de la unidad de análisis, y 4) otras características del procedimiento de evaluación social. En todos los casos hemos seguido la metodología empleada en DRRC, donde se detallan las elecciones adoptadas, por lo que no nos detendremos en justificar cada una de ellas.

Comenzaremos, primero, con un análisis descriptivo que nos permitirá extraer conclusiones sobre la evolución demográfica y el crecimiento económico experimentado por cada una de las particiones a lo largo de la última década. Centrándonos, a continuación, en los aspectos puramente distributivos.

3.3.1 La evolución demográfica

Las Tablas 1 a 10, que se encuentran en el Apéndice I, presentan la información de carácter demográfico. En cada una de ellas se ofrece la distribución muestral, la distribución poblacional por hogares (construida a partir de los factores de elevación proporcionados por el INE), y la distribución poblacional por individuos.

El período 1980-81 precede al 1990-91, y la información está ordenada según las siguientes particiones: tamaño del hogar (NMIEM), Comunidades Autónomas (CCAA), tamaño del municipio (TMUN), nivel educativo del sustentador principal (EDC), y categoría socioeconómica del mismo (SOCIO). El significado de esta última variable se encuentra al principio del citado Apéndice I.

3.3.1.a Sesgos muestrales

Las dos encuestas presentan una característica común sobre la que es preciso detenerse: en las particiones geográficas, se observa un sesgo muestral de gran magnitud que, afortunadamente, no parece influir en las distribuciones de la población clasificada por las demás características demográficas y socioeconómicas.

Comparemos la distribución muestral y la distribución poblacional por hogares en la Tabla 2, referente a la partición por CCAA en 1980-81. Si sumamos los porcentajes de Cataluña y Madrid, se observa que el 15 por ciento de las observaciones pasan a representar el 28 por ciento de los hogares. Añadiendo la Comunidad Valenciana, esas tres Comunidades pasan del 22.5 al 38.5 por ciento de la población. Algo similar, pero más acusado, ocurre en 1990-91 (Tabla 7): menos del 20 por ciento de las observaciones pasan a representar más del 38 por ciento de los hogares poblacionales. La cobertura muestral de Cataluña es la mitad que su importancia demográfica, mientras que Madrid con el 3.61 por ciento de las observaciones representa el 12.56 de los hogares.

Naturalmente, este cambio viene acompañado de una alteración de signo contrario en otras Comunidades. La suma de Castilla-La Mancha y Castilla-León en 1980-81, pasa de representar el 21.5 por ciento en la muestra, al 11.8 en la población de hogares. En 1990-91, esas cifras son del 23 al 11.6 por ciento. Galicia juega un papel similar a la Comunidad Valenciana, pero en la dirección opuesta, ya que pierde representatividad.

Finalmente, en las dos encuestas se observa un hecho de menor trascendencia cuantitativa, pero no por ello menos nítido: tanto La Rioja como Ceuta y Melilla están sobrerepresentadas en la muestra por un factor mayor de 2.

Como es de esperar, este problema se acusa también en la distribución por tamaños del habitat. En ambas encuestas los municipios de más de 500.000 habitantes recuperan su representatividad al pasar de la muestra a la población, a costa, esencialmente, de las poblaciones entre 50.000 y 500.000 habitantes.

Habrá que concluir que como resultado del diseño muestral, de la falta de respuesta o de otros problemas, parece que las EPF no recogen suficiente información en las CCAA más pobladas. Los factores de elevación parecen diseñados para compensar, precisamente, ese desajuste muestral, ya que las distribuciones de frecuencias poblacionales, de hogares y personas, resultan acordes con la información demográfica provenientes de otras fuentes.

Es difícil intuir la explicación técnica que pueda tener esta cuestión, pero sin duda es fuente de preocupación para el usuario. Si las grandes ciudades están claramente infrarepresentadas en la muestra, por más que se restablezca el equilibrio en la población con ayuda de los factores de elevación, ¿cómo quedan afectadas las demás distribuciones marginales?

Sería de temer que la infrarepresentación muestral de tipo geográfico se traduzca en desajustes en otras dimensiones. Sin embargo, éste no parece ser el caso. En ambas encuestas, las distribuciones muestrales y poblacionales son esencialmente coincidentes, tanto para el tamaño del hogar -variable crucial en este estudio- como para las demás características del hogar y del sustentador principal. La conclusión es que la infrarepresentación cuantitativa de las grandes ciudades no parece inducir sesgos apreciables en las características de interés para nuestro trabajo.

3.3.1.b La evolución de las distribuciones poblacionales

La evolución por tamaños del hogar es la esperada: los hogares de 1 a 4 miembros ganan peso al final de la década, mientras que lo contrario ocurre con los de mayor tamaño. Así, mientras que la población de hogares se incrementa en más de un 10 por ciento, las personas aumentan en un 4 por ciento, aproximadamente. Todo ello se traduce en un descenso del tamaño medio del hogar que, para el país en su conjunto, pasa de ser de 3.70 personas en 1980-81 a 3.41 en 1990-91. La estimación de esta variable en las distintas particiones en esos dos períodos, se ofrece en las Tablas 11 y 12 del Apéndice I, respectivamente.

Desde el punto de vista geográfico, la distribución por CCAA prácticamente no se altera. Lo más destacable es la pérdida de 4 puntos porcentuales de los municipios de menos de 10.000 habitantes en favor de los municipios intermedios de hasta 500.000 habitantes.

Los hogares encabezados por un analfabeto o sin estudios, pasan del 32 al 26 por ciento.

Y aquellos encabezados por una persona con educación primaria, sufren un descenso del 47 al 38 por ciento. En consecuencia, todos los niveles superiores a los mencionados experimentan un aumento relativo importante.

Por último, en cuanto a la variable SOCIO, las novedades más destacables son las tres siguientes. En primer lugar, el peso de la población agraria de las categorías 1 y 2 se reduce prácticamente a la mitad, desde un 11.6 a un 6.4 por ciento. En segundo lugar, la suma de la llamada clase media y la clase alta, que ascendía al 22.5 por ciento al comienzo del período, se reduce en 10 puntos porcentuales en 1990-91. En tercer lugar, y como era de esperar, el porcentaje de retirados se ha incrementado notablemente durante esta década, pasando del 23.4 al 33.6 por ciento de los hogares, o del 16.4 al 25.1 por ciento de las personas.

3.3.2 El crecimiento económico

Los cambios porcentuales en las medias de la distribución del gasto por hogar, en términos reales, a pesetas del invierno de 1991, se presentan en las Tablas 13 a 17 del Apéndice II. Todos los resultados están en función del parámetro θ que mide el peso que concedemos a las economías de escala en el seno del hogar: recuérdese que cuanto mayor es θ, menores son tales economías, hasta llegar a la noción de gasto *per capita* del hogar.

En la Tabla 13 se observa que los hogares unipersonales, y el numeroso grupo de los hogares de 4 miembros, crecen por encima del 30 por ciento. Los hogares de 2, 3, 5, y 6 personas están entre el 25 y el 29 por ciento, y sólo los hogares de 7 personas descienden hasta el 17 por ciento.

Así, para el país en su conjunto, tanto para hogares como para personas, la tasa de crecimiento de la media en términos reales varía del 24 al 34 por ciento a medida que aumenta el valor de θ[4].

Tomemos el gasto medio por hogar, sin tener en cuenta el tamaño del mismo, es decir $\theta=0$. Las CCAA de Castilla-La Mancha, Asturias, Cataluña, Baleares y Extremadura, crecen por encima del 30 por ciento. Por el contrario, Galicia, la Comunidad Valenciana, Murcia, Navarra y el País Vasco, se mueven, en orden descendente, entre el 18 y el 14 por ciento. Por debajo de ellas, Aragón, Cantabria y Ceuta y Melilla, muestran los menores porcentajes. Las restantes CCAA de Andalucía, Canarias, Castilla-León, Madrid y La Rioja, oscilan entre el 21 y el 27 por ciento, próximas a la media (Tabla 14).

La partición por tamaño del municipio, no presenta un perfil claro. Sólo las poblaciones de 2.000 a 10.000 habitantes crecen por encima del 30 por ciento, mientras que el escalón siguiente, entre 10.000 y 50.000 habitantes y las grandes ciudades están en torno a la media (Tabla 15).

En cuanto al nivel educativo del sustentador principal, sólo los analfabetos crecen por encima de la media. Los que sólo han terminado el Bachillerato Elemental o Superior, o la Formación Profesional, crecen por debajo del 10 por ciento (Tabla 16).

Por último, retirados y rentistas, junto a la llamada clase media, exhiben tasas de crecimiento por encima del 40 por ciento. Las dos categorías agrarias y los obreros de la industria y los servicios, crecen por encima del 30 por ciento. La clase alta y la categoría residual de otros inactivos, están por debajo del 11 por ciento (Tabla 17).

3.3.2.a Indices de gasto medio en cada partición

En las Tablas 18 a 22 se proporcionan los índices de gasto medio en 1980-81, respecto del total nacional, en función del parámetro θ. Las Tablas 23 a 27 contienen esa misma

---

[4] Las cifras son algo más altas que en Del Río y Ruiz-Castillo (1995) porque aquí ha sido posible expresar ya todas las observaciones de 1990 a precios del Invierno de 1991.

información según la EPF de 1990-91[5].

Las Tablas 18 y 23 muestran la inversión total de posiciones de los hogares de pocos o muchos miembros, respectivamente, a medida que pasamos de $\theta=0$ a $\theta=1$. En las demás particiones, los subgrupos que en las Tablas 11 y 12 mostraban un tamaño del hogar medio por encima del conjunto nacional, pierden lógicamente posiciones cuando aumenta el peso que se concede al número de miembros en el proceso de ajuste del gasto original al gasto equivalente.

Así, Canarias, Navarra, el País Vasco, y Andalucía, entre las CCAA; los hogares que residen en términos municipales entre 2.000 y 50.000 habitantes; los hogares encabezados por personas que han terminado la Formación Profesional, y las categorías socioeconómicas agrarias o los obreros, ven alteradas drásticamente sus posiciones a medida que pasamos al gasto *per capita* del hogar. Lo mismo ocurre, pero en sentido contrario, en los subgrupos con tamaño medio del hogar inferior al del país en su conjunto. Estos son, sobre todo, Baleares, Aragón, los municipios muy pequeños o los mayores, los encabezados por analfabetos y, por supuesto, todas las categorías de inactivos.

3.3.3 El perfil de las distribuciones de gasto por hogar

En las páginas previas hemos dirigido nuestra atención a los cambios más destacados que se han producido en las particiones que a priori consideramos relevantes, para así poder entender las transformaciones producidas en el país en su conjunto. Hasta el momento nos hemos centrado únicamente en aspectos demográficos y en la evolución del gasto medio, ya que ambas variables proporcionan información relevante a la hora de interpretar los resultados que obtengamos de la aplicación de los conceptos de desigualdad intermedia.

---

[5] Para que el lector pueda computar, si lo desea, las difras absolutas, se dan aquí las cantidades medias, en función del parámetro θ, para el país en su conjunto. En 1980-81 son: 1.957.099; 1.505.734; 1.168.964; 814.290, y 580.802. Para 1990-91: 2.430.777; 1.900.240; 1.498.614; 1.068.564, y 780.099.

Una vez completado este ejercicico descriptivo, es hora ya de empezar a preguntarnos qué ha sucedido con la distribución de la renta, qué cambios se han producido realmente y cómo los distintos grupos existentes se han visto afectados. Para ello y siguiendo a Cowell, Jenkins y Litchfield (1994), en este epígrafe utilizaremos métodos gráficos basados en procedimientos de estimación no-paramétricos de funciones de densidad del gasto. Como dichos autores ponen de manifiesto, gracias al estudio de las funciones de densidad podremos fijarnos en cuestiones específicamente distribucionales, como son, no sólo los niveles de gasto alcanzados y los cambios en su localizacion, sino aspectos relacionados con la dispersión y con los patrones de agrupación de los mismos.

La ventaja de las técnicas no-paramétricas reside en la ausencia de supuestos a priori sobre la forma funcional del fenómeno que pretendemos estimar, permitiendo que los datos hablen *por sí mismos*. En este estudio utilizaremos la técnica conocida como estimación de densidad Kernel, en la que la estimación se realiza permitiendo que las observaciones utilizadas en el cálculo tengan diferente ponderación según la forma del Kernel. En nuestro caso el Kernel elegido ha sido el de Epanechnikov[6], y el software utilizado, el conjunto de subrutinas FORTRAN denominado CURVDAT (que permite tratar de forma diferenciada las colas de la distribución en las que hay menos observaciones[7]).

Todas las estimaciones se realizaron utilizando datos muestrales por hogar para evitar los problemas computacionales que los índices de elevación poblacional presentan (acogiéndonos, para ello, a la ausencia de sesgos muestrales que, para las particiones no geográficas, se desprende del epígrafe anterior).

En la Figuras 4 y 5 (ver apéndice III), se comparan, para $\theta=0.2$ y $\theta=0.4$

[6] Una buena referencia para iniciarse en estas técnicas es Silverman (1986).

[7] Para una descripción de estas subrutinas ver Delicado (1992).

respectivamente, las densidades estimadas del gasto equivalente y del gasto equivalente relativo (en relación a la media de cada año) por hogar, en 1980-81 y 1990-91 y a precios del Invierno del 91. El resultado más evidente, y que confirma lo que otros trabajos[8] para España han puesto de manifiesto utilizando técnicas diversas, es que el crecimiento de la renta real producido a lo largo de la década ha mejorado los niveles de desigualdad relativa. Esto se deduce del estudio de las colas de las densidades en las Figuras 4a y 5a, donde se comprueba cómo el desplazamiento hacia la derecha que representa la curva del 90, repercute tanto en las capas altas, como en la cola de la distribución donde el 80 siempre se sitúa por encima, para cada nivel de gasto dado. De forma tal, que la comparación de ambas distribuciones en términos relativos (Figuras 4b y 5b) muestra una mayor concentración, en torno a su media, de la distribución que se desprende de la EPF de 1990-91. De hecho, como la función de densidad del 90 se encuentra por debajo de la del 80 hasta niveles que no aparecen reflejados en los gráficos presentados, podemos concluir que, en términos relativos, el ratio de personas pobres ha disminuido a lo largo de la década para un amplísimo conjunto de líneas de pobreza (debiéndose tomar esta evidencia con todas las reservas que suscita la utilización de las EPFs para la medición de este fenómeno).

Todo esto contrasta con los resultados que Cowell *et* al. (1994), y Jenkins (1995a y b) han obtenido para el Reino Unido, utilizando técnicas y metodologías similares. En su caso, las densidades estimadas para 1979 y 1989/90 sirven para confirmar el gran incremento en la desigualdad, ya puesto de manifiesto con anterioridad por autores como Atkinson (1993) o Coulter, Cowell and Jenkins (1994).

En cuanto a los cambios en los patrones de agrupamiento en los niveles de gasto medio, no es indiferente el supuesto que hagamos sobre las economías de escala en el consumo dentro de los hogares. Los tres picos centrales que aparecen en el 80 con $\theta=0.2$ (Figura 4a) se hacen menos nítidos al pasar a $\theta=0.4$ (Figura 5a), donde la desplazamiento de *familias numerosas* con

[8] Entre estos, Ayala *et* al.(1993), Escribano (1990), Del Río *et* al.(1995).

niveles de gasto total elevados está ocasiando una mayor concentración en las posiciones intermedias. En las Figuras 6 y 7 se presentan las estimaciones obtenidas a partir de los distintos valores de θ. En el caso del 90, las dos modas que aparecen claramente para valores de θ=0.0 y θ=0.2 (Figuras 7a y 7b), desaparecen al aumentar el valor de θ (Figuras 7c,d,e). Con lo que, una vez más, comprobamos las dificultades que la homogeneización de rentas nos plantean.

Restringiéndonos a θ=0.2 y θ=0.4 como valores plausibles para comparar ambos años, no hay constancia de que en España se haya producido un fenómeno de polarización como el que se presenta para el Reino Unido. La cima del 80, en uno u otro caso según θ, se desplaza a lo largo de la década hacia la derecha, de forma compacta en el caso del 90 con θ=0.4, o con dos modas claras pero muy cercanas, cuando θ=0.2, no vislumbrándose comportamientos marcadamente diferenciados entre unos niveles de renta y otros.

De todas formas, hemos querido contrastar esta impresión comparando las densidades de cada año con las que se deriban de particionar la población total en grupos económicos diferenciados, para poder identificar las distintas modas presentadas y verificar si, como parece, han tenido una evolución similar. Las particiones efectuadas, han tenido que ser menos detalladas que las presentadas en el epígrafe anterior, ya que la comparación de muchas funciones de densidad a la vez no permitiría llegar a conclusión alguna.

La primera partición se basó en un criterio económico, clasificando las observaciones según el sustentador principal, en el momento de realizarse la encuesta, estuviese ocupado (grupo 1), parado (grupo 2) o inactivo (grupo 3). Como se ve en la Figura 8 existen marcadas diferencias en la posición de los grupos 1 y 3 (constituido fundamentalmente por jubilados, retirados y pensionistas) que se mantienen en el 90 pero que se ven algo aminoradas por el desplazamiento hacia posiciones más elevadas en nivel de rentas por parte de ambos grupos (aún a pesar del importante crecimiento experimentado por el colectivo de los jubilados). Aunque, como se comprueba, siguen constituyendo la inmensa mayoria de los hogares con menores niveles de gasto (ver Figura 9). El tercer pico en la distribución del 80 está claramente determinado por el máximo de los ocupados, mientras que el primero parece infuido en mayor medida por el gupo de los inactivos. En el 90, sin embargo, la estructura bimodal del grupo de ocupados, unida a su pérdida de peso en la sociedad y al desplazamiento a la derecha de ambos grupos, hacen que no podamos apreciar con nitidez donde se localiza el origen de las dos modas muestrales.

Teniendo en cuenta estos resultados la segunda partición pretende separar al grupo de ocupados en dos: el grupo 1 ahora lo constituye el colectivo de autoempleados, y al que le hemos unido el de los rentistas (con poco peso en las EPFs); y el grupo 2, que está formado con los trabajadores a tiempo completo; por último, el grupo 3 comprenderá al resto de hogares (incluyendo a la mayoría de los inactivos y de los parados). En este caso se aprecian con mayor nitidez las diferencias entre los tres grupos y su papel en la construcción de la distribución final. En el 80, (ver Figura 10), el grupo 3 marca claramente los dos primeros picos de la densidad total, siendo el colectivo de autoempleados y rentistas los responsables de la meseta que allí aparece, hasta que el máximo de los trabajadores a tiempo completo eleva la densidad hasta su máximo. En el 90 (Figura 11), nuevamente se aprecian los cambios demográficos, el achatamiento generalizado y el desplazamiento conjunto de los cuatro gráficos hacia la derecha. Lo más destacado es, sin duda el hecho de que tanto en los trabajadores como en el grupo 3 aparecen dos pequeñas modas que en el 80 no existían. Se realizaron otros intentos con particiones basadas en el nivel de estudios alcanzado por el sustentador principal, o según éste fuese jubilado o no, pero no se obtuvieron resultados reseñables.

En suma, podemos concluir que del estudio de las funciones de densidad no paramétricas se corrobora un crecimiento generalizado en el nivel de gasto y una mejora relativa en su reparto. No habiendo evidencia, a partir de las estimaciones aquí presentadas, de grupos con comportamientos marcadamente diferenciados.

3.4 Resultados empíricos: desigualdad en el caso homogéneo y en otras particiones

En esta sección nos proponemos estudiar la evolución de la distribución de la renta en España entre 1980-81 y 1990-91 en las direcciones siguientes:

i) Completar el caso homogéneo, es decir, el estudio por separado de los hogares de igual tamaño.

ii) Atender al caso heterogéneo en otras particiones de interés. Dada la información disponible en las EPF, sugerimos el estudio de particiones por Comunidades Autónomas, tamaño del municipio de residencia, y caraterísticas socioeconómicas y nivel educativo del sustentador principal.

Para cada partición nos preocupa, en primer lugar: la evolución temporal de cada subgrupo, con objeto de conocer cúales de ellos han experimentado, desde el punto de vista social, un cambio más o menos favorable que el país en su conjunto; y la relación entre los subgrupos, para conocer la situación relativa de los mismos antes y después de los años 80.

En segundo lugar, queremos contribuir al debate sobre la importancia de las desigualdades inter-regionales en relación a las demás. Así, para cada partición construimos la distribución en que a cada unidad de análisis se le asigna la media de la renta equivalente del subgrupo al que pertenece. A continuación se estudia: la evolución temporal de tal distribución para cada partición, con objeto de observar si la desigualdad entre los subgrupos ha evolucionado más o menos favorablemente que en el país en su conjunto; y la relación entre las distribuciones así construidas en cada uno de los períodos 1980-81 y 1990-91, con objeto de investigar el poder explicativo de la desigualdad entre los subgrupos de cada partición en la desigualdad global.

Todos los resultados que se presentan a continuación utilizan distribuciones de gasto ajustadas por un valor de $\theta=0.4$ (lo que supone incorporar en el análisis economías de escala en el consumo de los hogares de nivel intermedio). Asimismo, en el cálculo de los valores de

δ^*_1 y δ^*_2 vamos a trabajar con una noción paretiana que califica de pobres al 20 por ciento de los hogares con menor gasto ajustado. Se marca con EQV aquellas comparaciones en las que para todos los valores del parámetro los contrastes concluían igualdad entre las curvas (en la mayoría de los casos, probablemente debido a la extrema cercanía de los niveles de gasto medio, o por contar con muy pocas observaciones). Por último, debemos reseñar que los contrastes realizados para comparar curvas de Lorenz son asintóticos, por lo que en algunas de las particiones se han detectado grupos que no alcanzan un mínimo de observaciones muestrales que garanticen la fiabilidad de los resultados obtenidos. En cada una de las tablas se marca con un * a los grupos que no alcanzan las 500 observaciones (nótese que los constrastes se realizan en cada uno de los deciles en los que se estiman las curvas).

3.4.1 La partición básica

En el epígrafe anterior se ha puesto de manifiesto el crecimiento del gasto medio por hogar en cada uno de los subgrupos de la partición básica. Por otra parte, en DRRC se comprobó que todos ellos empeoraron en desigualdad absoluta y que, a diferencia de la población en su conjunto, sólo algunos de ellos mejoraron en desigualdad relativa.

Así, para hogares con 4, 6 y 7 miembros se hace imprescindible aplicar el enfoque conceptual que se defiende en este trabajo: buscar los valores de δ para los cuales la distribución de 1980-81, digamos **u**, es (**u**,δ)-equivalente a la de 1990-91 (que denominaremos w). Dado el incremento en media, para tales nociones de (**u**,δ)-desigualdad habremos mejorado sin ambigüedad. En términos de la notación introducida en la sección I, se trata de que los datos revelen un par de valores δ^*_1 y δ^*_2 en el intervalo (0, 1) tales que:

- **w** y **u** sean estadísticamente equivalentes, o no comparables desde el punto de vista de la (**u**,δ)-desigualdad para todo $\delta \in (\delta^*_1, \delta^*_2)$;
- $I_{(u,\delta)}(\mathbf{w}) < I_{(u,\delta)}(\mathbf{u})$ para todo $\delta \in (\delta^*_2, 1]$; y
- $I_{(u,\delta)}(\mathbf{w}) > I_{(u,\delta)}(\mathbf{u})$ para todo $\delta \in (0, \delta^*_1]$.

Los resultados obtenidos según este criterio completarán los existentes en términos de la $(\mathbf{u},\pi)$-desigualdad, permitiendo adentrarnos en la evolución de la desigualdad de aquellos grupos cuya mejoría en términos relativos no es nítida.

Es importante comprender que para interpretar debidamente los resultados será útil ordenar los subgrupos de la partición por el **menor valor de** π^*_2 posible y, en caso de igualdad, por el **menor valor de** π^*_1. La razón es clara: cuanto más cerca de 0 esté π^*_2, más *cerca* estará w del punto a en la Figura 1. Además, para cualquier valor de π^*_2, será preferible el menor valor posible de π^*_1. Pues si se exige una noción de desigualdad muy escorada hacia la absoluta, entre π^*_1 y 0, la desigualdad habría aumentado. En particular, si π^*_1 fuera estadísticamente indistinguible de 0, esto significaría que no habría oportunidad para que, desde nociones más exigentes, pudiera decirse que la $(\mathbf{u},\pi)$-desigualdad en 1990-91 es mayor que en 1980-81: para todos los juicios de valor en $[0,\pi^*_2]$ sería equivalente, mientras que para todos los π en $[\pi^*_2,1]$ sería menor. Por razones análogas, en aquellos grupos en los que no ha sido posible estimar π^*_2, los resultados se presentarán ordenados de menor a mayor según el valor de δ^*_2.

Así, en la Tabla 28 que presentamos a continuación, los hogares clasificados por su tamaño, se ordenan lexicográficamente en función, primero de π^*_2, después de π^*_1, y por último de δ^*_2. La tabla se completa con una quinta columna en la que se ofrece nuevamente el crecimiento del gasto medio. Aunque ésta no es una información relevante a la hora de ordenar los distintos grupos en términos de desigualdad, si es interesante tenerla en cuenta a la hora de interpretar los resultados. Ya que, por ejemplo, un valor pequeño de π^*_2 tiene más *mérito* cuanto mayor haya sido el crecimiento económico del grupo en cuestión.

TABLA 28. Desigualdad intermedia en la partición básica: 1980-81 vs. 1990-91

NMIEM	π^*_2	π^*_1	δ^*_2	$\Delta m(\cdot)$
3 personas	0.82	0.52		28.33%
1 persona	0.85	0.75		37.83%

2 personas	0.89	0.67		27.33%
5 personas	0.99	0.64		28.85%
4 personas	>1.0	0.85	0.12	32.46%
6 personas	>1.0	0.66	0.27	29.24%
7 personas*	>1.0	0.18	0.47	17.78%

Concentremos la atención, por ejemplo, en el mejor de los casos posibles, los hogares de 3 miembros. Para las nociones de $(\mathbf{u},\pi)$-desigualdad intermedia en el intervalo (0.52, 0.82), $I_{(u,\pi)}(\mathbf{w})$ es indistinguible de $I_{(u,\pi)}(\mathbf{u})$. Como la media es mayor en $\mathbf{w}$ hemos mejorado sin ambiguedad. Para las nociones de desigualdad intermedia más moderadas, correspondientes a valores de π en el intervalo [0.82, 1], $I_{(u,\pi)}(\mathbf{w}) < I_{(u,\pi)}(\mathbf{u})$, por lo que la mejora se produce en las dos dimensiones relevantes: la media y la desigualdad intermedia. Finalmente, para las nociones de desigualdad intermedia más exigentes, correspondientes a valores de π en el intervalo [0, 0.52], $I_{(u,\pi)}(\mathbf{w}) > I_{(u,\pi)}(\mathbf{u})$, por lo que, a pesar del incremento en la media, no podremos concluir que se haya producido una mejora en bienestar.

Junto con los hogares de 3 miembros es de destacar el grupo de hogares unipersonales, que presentando un rango de valores de π^* de los más alejados de la noción relativa, ha sido el más beneficiado en términos de crecimiento en media a lo largo de la década (un 37.83%). Volveremos sobre estos hogares más adelante al analizar otras particiones basadas en las características socioeconómicas del hogar. Lo que nos permitirá entender mejor quienes son y a que causas puede deberse esta situación.

A continuación, nuestro enfoque permite ordenar los miembros de cualquier partición en un año dado desde el punto de vista de la $(\mathbf{u},\pi)$ y la $(\mathbf{u},\delta)$-desigualdad. Para ello tomaremos como subgrupo de referencia aquél que tenga menor renta media y lo compararemos con todos los demás de forma similar a como hemos hecho en el caso anterior, con la única diferencia de que al comparar grupos de diferente tamaño, es necesario ajustar las rentas como si de cualquier otra partición se tratase. La utilidad de nuestro enfoque queda patente si lo comparamos con los resultados que se obtendrían aplicando el criterio convencional de Lorenz[9]. Así, por ejemplo, para la distribución del 1990-91 llegaríamos a la siguiente ordenación: 1) los hogares de 3, 4, 5, 6 y 7 miembros son equivalentes entre sí; 2) todos ellos dominan a los de 2 personas; y 3) los hogares unipersonales están dominados por todos. En el caso de la distribución del 80 los resultados son todavía más confusos. Se comprueba que existen claras dificultades para ordenar nítidamente los subgrupos de una partición utilizando los métodos habituales, ya sea debido a la falta de completitud o a las limitaciones propias de la ausencia de cardinalización. Pues bien, tomando como referencia en ambos casos los hogares unipersonales, la cuantificación de la relación de orden en la partición básica en términos de nuestro procedimiento da lugar a los resultados de la Tabla 29.

TABLA 29. Desigualdad intermedia dentro de la partición básica

	1980-81		**1990-91**		
NMIEM	π^*_2	π^*_1	π^*_2	π^*_1	NMIEM
4 personas	0.71	0.51	0.68	0.59	3 personas
6 personas	0.71	0.54	0.71	0.63	5 personas
5 personas	0.75	0.54	0.71	0.65	4 personas
3 personas	0.76	0.50	0.71	0.67	7 personas*
2 personas	0.76	0.63	0.71	0.70	6 personas
7 personas	0.77	0.61	0.78	0.67	2 personas

La interpretación es la siguiente. Tomemos **u** como la distribución del gasto entre los hogares unipersonales y **w** como la de los hogares de 4 miembros en 1980-81, por ejemplo. Supongamos que desde **u** repartimos el exceso de renta total entre **w** y **u** de manera que la $(\mathbf{u},\pi)$-desigualdad, para $\pi \in (0.51, 0.71)$, se mantenga constante. Pues bien, la distribución **w** es equivalente en el sentido de Lorenz a las del intervalo (π^*_1, π^*_2), por lo que podemos afirmar que **w** tiene la misma $(\mathbf{u},\pi)$-desiguladad que **u** para los valores $\pi \in (0.51, 0.71)$. Por tanto, como la media en **w** es mayor que en **u**, en 1980-81 los hogares de 4 miembros están mejor sin

[9] Aun cuando se incorporasen los procedimientos de inferencia estadística utiizados en este trabajo.

ambiguedad que los unipersonales para todas las funciones de bienestar que incorporen el citado intervalo de nociones de desigualdad.

Si ahora tomamos como **w'** a los hogares de 2 personas, éstos están mejor que los unipersonales para criterios de bienestar consistentes con nociones de $(\mathbf{u},\pi)$-desigualdad en el intervalo (0.63, 0.76), más próximo a la noción relativa que en el caso anterior. Así, por ejemplo, si hacemos $\pi=0.5$, ahora $I_{(u,0.5)}(\mathbf{w'}) > I_{(u,0.5)}(\mathbf{u})$, mientras que anteriormente $I_{(u,0.5)}(\mathbf{w}) < I_{(u,0.5)}(\mathbf{u})$. Este es el tipo de cardinalización de la ordenación que es posible con nuestro enfoque y que aplicaremos al resto de las particiones.

3.4.2 Comunidades Autónomas

La evolución temporal durante la década en la partición por CCAA puede estimarse, siguiendo nuestro enfoque, de la manera como se muestra en la Tabla 30:

TABLA 30. Desigualdad intermedia en la partición por CCAA: 1980-81 vs. 1990-91

CCAA	π^*_2	π^*_1	δ^*_2	$\Delta m(\cdot)$
Cantabria*	0.42	< 0		7.63%
Asturias*	0.74	0.14		37.58%
Andalucía	0.75	0.46		29.29%
Galicia	0.87	0.43		22.02%
País Vasco	0.88	0.65		19.87%
Baleares*	0.96	0.21		34.23%
Castilla-León	0.96	0.62		25.70%
Castilla-La Mancha	1.00	0.71		44.61%
Navarra*	> 1	0.18	0.09	25.92%
Madrid	> 1	0.46	0.13	31.41%
C. Valenciana	> 1	0.17	0.26	17.03%
Canarias	> 1	0.70	0.35	33.15%
Cataluña	> 1	0.91	0.38	38.11%
Aragón	> 1	0.35	0.41	14.40%
Extremadura	> 1	0.80	0.48	35.26%

Reino de Murcia*	> 1	0.23	0.63	19.89%
La Rioja*	> 1	0.59	0.94	27.49%
Ceuta y Melilla*	> 1	< 0	EQV	4.78%

La excelente situación de Cantabria, en términos de la evolución de su desigualdad, no se ve acompañada por un crecimiento destacable en el gasto medio (un 7.63 por ciento, muy inferior al registrado en el conjunto del país). No es así el caso de Asturias o Andalucía con unos sorprendentes segundo y tercer puesto, marcadamente alejados del criterio relativo, unidos a un 37.58 y un 29.29 por ciento de crecimiento en media del gasto por hogar. Destaca. asimismo, la buena situación de Galicia, País Vasco y Baleares[10], y la leve mejoría en términos relativos de Castilla La Mancha, a pesar de crecer su gasto en un 44.61 por ciento.

En el extremo contrario se encuentra un grupo de Comunidades Autónomas con importantes crecimientos en la renta media, aunque con niveles de partida claramente diferenciados entre ellas: Canarias y Extremadura, por un lado, y Madrid y Cataluña por el otro. Aragón y la Comunidad Valenciana completan este grupo de rezagados en términos de la evolución de la desigualdad, presentando además, unos niveles de crecimiento relativamente bajos.

En lo que se refiere a la ordenación dentro de cada EPF, el criterio relativo de Lorenz nos dice poco. A grandes rasgos, en 1980-81 hay tres grandes grupos de CCAA:

- el primero, consistente en La Rioja, País Vasco, Cataluña, Madrid y Cantabria, que están cerca o por encima de la media nacional y se caracterizan por la menor desigualdad relativa;
- el segundo, donde figuran la Comunidad Valenciana, Navarra, Canarias, Asturias y

[10] Aunque en este último caso el pequeño número de observaciones por decil probablemente sea el causante de la enorme amplitud del intervalo (π_1^*, π_2^*). Lo que hace poco fiables las conclusiones que podamos extraer en términos de la comparación con otras comunidades con estimaciones más precisas. Una situación similar es la que presenta Navarra.

Galicia, con una posición intermedia en lo que a la desigualdad relativa se refiere;

- el tercero incluye Aragón, Extremadura, Andalucía y las dos Castillas, y se distingue por tener medias inferiores al conjunto nacional y la mayor desigualdad relativa.

- las CCAA restantes, es decir, Murcia y Ceuta y Melilla, son equivalentes a todas las demás simultáneamente, lo que indica que los tests no pueden discriminar, probablemente debido a la falta de observaciones de la Encuesta.

En 1990-91, la situación a que conduce el criterio de Lorenz es similar:

- La Rioja, Cantabria, País Vasco y Navarra, figuran en primer lugar;

- Baleares, Asturias, Murcia, Cataluña, Galicia, Andalucía y Comunidad Valenciana constituyen el grupo intermedio;

- las dos Castillas y Extremadura exhiben mayor desigualdad relativa, mientras que Canarias y Aragón son ahora indistinguibles del resto.

De acuerdo con nuestro enfoque, la situación se clarifica en el sentido que se refleja en la Tabla 31. La CCAA de referencia es Extremadura que, dentro del grupo de mayor desigualdad relativa, es la que tiene menor gasto medio.

TABLA 31. Desigualdad intermedia dentro de la partición por CCAA

	1980-81			1990-91			
CCAA	π^*_2	π^*_1	δ^*_2	π^*_2	π^*_1	δ^*_2	**CCAA**
La Rioja*	0.76	0.33		0.41	0.00		La Rioja*
Cataluña	0.85	0.74		0.55	0.09		Cantabria*
País Vasco	0.87	0.66		0.57	0.50		Navarra*
Navarra*	0.98	0.70		0.57	0.56		País Vasco
Cantabria*	1.00	0.72		0.63	0.40		Asturias*
Madrid	1.00	0.78		0.72	0.17		C. Valenciana
Asturias*	1.00	0.90		0.72	0.43		Baleares*
C. Val.	> 1	0.78	0.07	0.84	0.56		Galicia

Canarias	> 1	0.69	0.20	0.89	0.43		Aragón
Galicia	> 1	0.84	0.31	0.91	0.64		Madrid
Murcia*	> 1	0.67	0.34	0.93	0.38		Andalucía
Aragón	> 1	0.89	0.40	0.98	0.68		Cataluña
Ceu. Mel.*	> 1	0.42	0.46	0.99	0.32		Murcia
Baleares*	> 1	0.80	0.50	> 1	0.62	0.09	Canarias
Andalucía	> 1	0.89	0.54	> 1	0.57	0.31	C.-León
C.-León	> 1	0.90	0.55	> 1	0.21	0.39	C-Mancha
C-Mancha	> 1	0.61	EQV	> 1	< 0	EQV	Ceuta y Mel.*

Es de destacar la buena posición que La Rioja, Navarra y el País Vasco ocupan en relación con el resto de las Comunidades Autónomas. Y como un grupo importante de las más pobres siguen ocupando los últimos puestos. Destaca, de acuerdo con lo visto anteriormente, la pérdida de posiciones relativas de Madrid y muy especialmente la de Cataluña.

3.4.3 Tamaño de municipio

La evolución temporal durante la década en la partición por TMUN puede estimarse, siguiendo nuestro enfoque, de la manera como se muestra en la siguiente Tabla:

TABLA 32. Desigualdad intermedia en la partición por TMUN: 1980-81 vs. 1990-91

TMUN	π^*_2	π^*_1	δ^*_2	$\Delta m(\cdot)$
50.000-500.000	0.84	0.63		21.79%
2.000-10.000	0.96	0.70		34.67%
Hasta 2.000	0.97	0.40		23.74%
10.000-50.000	> 1	0.70	0.02	28.98%
> 500.000	> 1	0.76	0.24	29.46%

En esta partición las diferencias en términos de desigualdad entre los diferentes grupos son pequeñas, si exceptuamos los hogares situados en municipios entre 50.000 y 500.000 de habitantes, que sí se distancian de forma notable de la noción relativa. Si bien, el crecimiento de su gasto ha sido bastante moderado.

Según el criterio de Lorenz, los municipios de menos de 2.000 habitantes son los que presentan la mayor desigualdad relativa. Tomando éstos como referencia, nuestro enfoque conduce a la siguiente cardinalización de esta partición en los dos períodos objeto de estudio:

TABLA 33. Desigualdad intermedia dentro de la partición por TMUN

	1980-81		**1990-91**			
TMUN	π^*_2	π^*_1	π^*_2	π^*_1	δ^*_2	**TMUN**
10.000-50.000	0.62	0.60	0.73	0.63		10.000-50.000
50.000-500.000	0.76	0.73	0.75	0.70		50.000-500.000
2.000-10.000	0.81	< 0	> 1	0.66	0.02	2.000-10.000
Más de 500.000	0.89	0.77	> 1	0.85	0.02	Más de 500.000

La ordenación en 1980-81 ofrece un perfil bastante nítido: los intervalos para los cuales la desigualdad intermedia es menor o equivalente a la de los municipios menores, van reduciéndose a medida que aumenta el tamaño del habitat. Los cambios experimentados durante la década, no alteran las posiciones relativas de los distintos grupos. La situación atípica de los municipios de 2.000 a 10.000 habitantes, según este patrón de comportamiento, se debe, probablemente, a la cercanía en media con el grupo de referencia, lo que hace extremadamente grande su intervalo de valores de π^*.

3.4.4 Nivel educativo del sustentador principal

La evolución temporal durante la década en la partición por EDC se muestra en la Tabla siguiente:

TABLA 34. Desigualdad intermedia en la partición por EDC: 1980-81 vs. 1990-91

EDC	π^*_2	π^*_1	δ^*_2	δ^*_1	$\Delta m(\cdot)$
Est. Primarios	0.98	0.78			21.17%
Analfabetos	> 1	0.43	0.06		31.71%
Sin estudios	> 1	0.69	0.12		27.82%
Carrera media	> 1	0.17	0.38		14.94%
B. Elemental	> 1	0.19	0.72		7.69%
B. Superior	> 1	0.35	0.76		7.82%
Est. Superiores	> 1	> 1	>1	0.88	22.85%
F. P.*	> 1	< 0	0.69		13.58%

La mejora de los hogares cuyo sustentador principal ha finalizado sus estudios primarios contrasta con la de aquellos encabezadas por titulados superiores, que ante un mismo incremento porcentual (aunque partiendo de posiciones bien diferenciadas, 97.8 y 199.2 por ciento del gasto medio total) no logra alcanzar al final de la década, el mismo nivel relativo de desigualdad inicial.

Según el criterio de Lorenz, los analfabetos son los que presentan la mayor desigualdad relativa. Tomando éstos como referencia, nuestro enfoque conduce a la siguiente cardinalización de esta partición en los dos períodos:

TABLA 35. Desigualdad intermedia dentro de la partición por EDC

	1980-81		**1990-91**		
EDC	π^*_2	π^*_1	π^*_2	π^*_1	**EDC**
Est. Primarios	0.73	0.70	0.66	0.60	F. P.*
F. P.*	0.74	0.59	0.72	0.67	Carrera media
Carrera media	0.75	0.71	0.73	0.67	Est. Primarios
B. Elemental	0.76	0.69	0.75	0.70	B. Elemental
B. Superior	0.78	0.73	0.88	0.76	B. Superior

Est. Superiores	0.79	0.72	0.96	0.70	Sin estudios
Sin estudios	0.87	0.69	0.97	0.84	Est. Superiores

En la ordenación de los subgrupos en la partición por el nivel educativo del sustentador principal, se advierte una cierta relación no lineal entre nivel alcanzado y grado de desigualdad intermedia: desde los analfabetos, que son los que presentan mayor desigualdad, este fenómeno va disminuyendo a medida que aumenta el nivel educativo alcanzado, hasta llegar a los que detentan titulaciones medias y, sobre todo, titulaciones superiores, para los que la desigualdad intermedia vuelve a subir.

3.4.5 Categoría socioeconómica del sustentador principal

La evolución temporal durante la década en la partición por SOCIO se muestra en la Tabla siguiente:

TABLA 36. Desigualdad intermedia en la partición por SOCIO: 1980-81 vs. 1990-91

SOCIO	π^*_2	π^*_1	δ^*_2	δ^*_1	$\Delta m(\cdot)$
Autónomos	0.97	0.55			26.42%
Retirados	> 1	0.84	0.01		43.64%
Jornaleros	> 1	0.59	0.07		39.82%
Obreros	> 1	0.97	0.20		36.85%
Agr. sin asal.	> 1	0.67	0.26		38.75%
Clase media	> 1	> 1	0.25	0.15	43.88%
Clase alta	> 1	> 1	0.81	> 1	13.25%
Otros inactivos*	> 1	< 0	0.89		9.89%
Rentistas**	> 1	0.29	0.01		42.77%
Otros activos*	> 1	> 1	EQV	EQV	17.34%

Según el criterio de Lorenz, en 1980-81 los retirados pertenecen al colectivo con mayor desigualdad relativa, mientras que en 1990-91 esa posición la ocupa la categoría residual de los inactivos distintos de los retirados y los rentistas. Como se trata de un grupo con pocas observaciones en la muestra, hemos decidido tomar nuevamente a los retirados como referencia en esta segunda comparación. Nuestro enfoque conduce a la siguiente cardinalización de esta partición en los dos períodos objeto de estudio:

TABLA 37. Desigualdad intermedia dentro de la partición por SOCIO

	1980-81			**1990-91**				
SOCIO	π^*_2	π^*_1	δ^*_2	π^*_2	π^*_1	δ^*_2	δ^*_1	**SOCIO**
Jornaleros	0.34	0.28		*.**	*.**			Jornaleros
Agr. sin asal.	0.53	0.31		0.49	0.19			Agr. sin asal.
Obreros	0.57	0.20		0.62	0.21			Obreros
Otros activos*	0.57	0.40		0.71	< 0			Otros inactivos*
Clase media	0.71	0.52		0.75	0.57			Autónomos
Autónomos	0.71	0.63		0.78	0.71			Clase media
Clase alta	0.82	0.81		0.97	0.84			Clase alta
Rentistas*	> 1	> 1	> 1	> 1	0.88	EQV	EQV	Otros activos*
Otros inact.	> 1	> 1	> 1	> 1	> 1	> 1	0.4	Rentistas*

La evidencia es interesante. En ambos años, las categorías agrarias y los obreros presentan menor desigualdad intermedia, aunque en el caso de los jornaleros esto no ha podido ser contrastado para 1990 debido a la incoherencia de los resultados obtenidos. Ésto último probablemente se deba a la drástica reducción de su representatividad en la EPF del 90 (pasa de 1,535 a 761 hogares), a la proximidad en los niveles de gasto medios respecto a los del grupo de referencia (75% frente al 79.9% de la media nacional), y sobre todo, al efecto perverso que la gran diferencia de tamaño medio entre estos hogares (4.37) y los del grupo de retirados (2.59) está ocasionando en el cálculo de las rentas ajustadas.

Los clasificados como autónomos y las llamadas clase media y alta, exhiben un mayor diferencial de desigualdad frente a los retirados en 1980-81 que en 1990-91. Esto, corroborado por el progreso en desigualdad experimentado por el importante grupo de retirados a lo largo de la década, aún más destacable si se tiene en cuenta su incremento en media (de un 43.64%), permite aventurar que, probablemente, este hecho explique, al menos en parte, la mejora de la desigualdad en España a lo largo de esta década.

3.4.6 Análisis de los factores que influyen en la desigualdad

Una vez que hemos ordenado en términos de desigualdad los distintos subgrupos pertenecientes a las particiones y que contamos con un orden de magnitud de las disparidades advertidas en su evolución a lo largo de la década, estamos interesados en analizar los factores que más influyen en la desigualdad global del gasto de los hogares en nuestro país. Cuantificando, por ejemplo, la importancia de las desigualdades inter-regionales en relación con las desigualdades ocasionadas por las diferencias socioeconómicas o educativas, a la hora de explicar la desigualdad del conjunto nacional. En general, la desigualdad a escala nacional es algo más que la suma ponderada de la desigualdad existente dentro de los distintos subgrupos, por lo que debemos también tener en cuenta la desigualdad generada entre los mismos. Para llevar a cabo este ejercicio seguiremos a Ruiz-Castillo (1993).

Para cada una de las particiones analizadas anteriormente, construimos una nueva distribución artificial en la que a cada hogar se le asigna el gasto medio equivalente del grupo al que pertenece. De esta forma, obviamos las diferencias existentes dentro de cada grupo, manteniendo intactas las discrepancias entre unos grupos y otros pertenecientes a una misma partición. Como es evidente, las 5 distribuciones así construidas (a partir de las variables Comunidad Autónoma, Tamaño de municipio, nivel educativo, nivel socio-económico y una nueva que diferencia entre activos y no activos) tienen la misma media que la distribución original, por lo que no resulta obvio cómo utilizar los conceptos de $(\mathbf{x},\pi)$ y $(\mathbf{x},\delta)$-desigualdad, preocupados como están por definir un concepto de *equidad* en el reparto de renta extra.

Como nuestro interés se centra en la situación relativa de cada una de estas distribuciones en relación con el resto, y no con la distribución original, normalizaremos ésta de forma que podamos trabajar con su versión en el Simplex. Nuestra nueva distribución mantendrá, así, las mismas proporciones y tendrá como límite relativo a la distribución original en el mismo plano presupuestario que las distribuciones provinientes de las particiones que, por construcción, deberán presentar menores niveles de desigualdad relativa. Tomándola como origen en la comparación, estamos nuevamente en condiciones de estimar los valores de π^*_1 y π^*_2 para cada una de las restantes y cuantificar así la desigualdad que incorporan. En la Tabla 38 se presentan los resultados para los años 80 y 90. Los resultados de la evolución temporal no se presentan ya que como se deduce del análisis de la anterior tabla, no hay cambios sustanciales a lo largo de la década en la posición relativa de las mismas.

TABLA 38. Desigualdad intermedia por particiones

	1980-81		**1990-91**		
PARTICIONES	π^*_2	π^*_1	π^*_2	π^*_1	**PARTICIONES**
Comunidad Autónoma	0.30	0.15	0.29	0.19	Comunidad Autónoma
Tamaño de municipio	0.32	0.14	0.31	0.16	Tamaño de municipio
Activos	0.44	0.06	0.39	0.09	Activos
Nivel educativo	0.50	0.39	0.44	0.33	Categ. Socioeconómica
Categ. Socioeconómica	0.51	0.42	0.46	0.41	Nivel educativo

La tabla anterior suscita las siguientes conclusiones: en ambos años encontramos tres grupos con un comportamientos claramente diferenciados. No cabe duda que el nivel educativo y la categoría socioeconómica del sustentador principal se presentan como los factores a los que cabe atribuir una máxima capacidad explicativa de la desigualdad total. En el extremo contrario se encuentran los factores geográficos, donde las diferencias regionales representan la partición con menor desigualdad, en ambos años. Corroborando para el 80, los resultados obtenidos por Ruiz-Castillo (1987) a partir de índices relativos aditivamente descomponibles.

3.5 Conclusiones

En el presente trabajo hemos estudiado la evolución de la distribución del gasto en España en el período comprendido entre 1980 y 1990, usando para ello la dos Encuestas de Presupuestos Familiares recogidas por el INE en 1980-81 y 1990-91. Nuestro interés ha residido en analizar, en términos de desigualdad y Bienestar económico, los cambios experimentados por distintos grupos poblacionales con relación al país en su conjunto, así como conocer las posiciones relativas de dichos subgrupos antes y después de la década de los 80. En concreto, hemos considerado las particiones definidas por los criterios siguientes: comunidades autónomas, tamaño del municipio de residencia, características socioeconómicas y nivel educativo del sustentador principal.

La metodología utilizada se ha basado en el enfoque propuesto por DRRC, en el que no se juzga a priori la noción de desigualdad políticamente correcta, sino que se permite a los datos determinar el tipo de desigualdad intermedia para el cual dos distribuciones de renta dadas son equivalentes. Sin embargo, se hace deseable poder disponer de otras nociones de desigualdad enmarcadas en juicios de valor distintos de los absolutos y relativos, que nos permitan cardinalizar distribuciones situadas al margen de este espacio intermedio. En este trabajo hemos propuesto un nuevo concepto de desigualdad intermedia, $(\mathbf{x},\delta)$-desigualdad, asociado a un criterio más laxo que el relativo. Para ello hemos considerado juicios de valor paretianos que nos han permitido definir el límite en el que encuadrar distribuciones de renta con una mayor desigualdad relativa. Para la obtención de los resultados, que ahora resumiremos, nos hemos valido de ambos enfoques: $(\mathbf{x},\pi)$ y $(\mathbf{x},\delta)$-desigualdad.

Análisis previos, tanto descriptivos como gráficos (basados en procedimientos de estimación no paramétricos de funciones de densidad de gasto) nos permiten concluir la evidencia de un crecimiento generalizado en el nivel de gasto, asi como una mejora relativa en su reparto. No habiendo evidencia, a partir de las estimaciones presentadas, de grupos con comportamientos marcadamente diferenciados. Esto contrasta con los resultados obtenidos para el Reino Unido por Cowell et al. (1994) que, utilizando metodologías similares, confirman el gran incremento en desigualdad ya manifestado con anterioridad por otros autores.

Pasemos ahora a resumir brevemente los resultados más destacados a los que hemos llegado utilizando los criterios de desigualdad intermedia antes comentados. Comencemos por la partición diseñada a partir del tamaño del hogar. Hemos visto que los hogares unipersonales han sido los más beneficiados en términos de crecimiento en media a lo largo de la década (un 37.83%). En cuanto a la desigualdad, los hogares de tres y un miembro son los que se encuentran más próximos de la noción absoluta, siendo los de mayor tamaño los que presentan una evolución más desfavorable. En la partición por comunidades autónomas señalar que la excelente situación de Cantabria, en términos de la evolución de su desigualdad, no se ve acompañada por un crecimiento destacable en el gasto medio. Sorprende el segundo y tercer lugar de Asturias y Andalucía, con un progreso notable en media y niveles de desigualdad. En el extremo contrario se encuentran Canarias y Extremadura, por un lado, y Madrid y Cataluña, por otro, que presentando importantes crecimientos en media, no experimentan una mejoría en desigualdad ni siquiera en términos relativos. A este grupo hay que añadir Aragón y la Comunidad Valenciana, con unos pobres resultados en media y desigualdad. En relación al tamaño del municipio, no se observan diferencias notables en términos de desigualdad entre los distintos grupos, exceptuando los hogares situados en municipios entre 50.000 y 500.000 habitantes, que sí se distancian de forma notable de la noción relativa. En la ordenación de los subgrupos en la partición por el nivel educativo del sustentador principal, se advierte una relación no lineal entre nivel alcanzado y grado de desigualdad intermedia. En cuanto a su categoría socioeconómica, tanto en el 80 como en el 90, los obreros y el sector agrario son los que presentan menor desigualdad intermedia. Los clasificados como autónomos y las llamadas clase media y alta presentan un diferencial en términos de desigualdad frente a los retirados, menor en 1980-81 que en 1990-91. Esto, corroborado por el progreso en desigualdad experimentado por el importante grupo de retirados a lo largo de la década, aún más destacable si se tiene en cuenta su incremento en media, permite aventurar que, probablemente, este hecho explique en parte la mejora en desigualdad en España a lo largo de la década.

Bibliografía

Atkinson, A.B. (1993), "What is happening to the Distribution of Income in the UK?", Welfare State Programme, *Discussion Paper* 87, STICERD; London School of Economics.

Ayala, L., R. Martínez y J. Ruiz-Huerta, (1993), "La distribución de la renta en España en los años ochenta: una perspectiva comparada", en J. Almunia y L. Gutiérrez (eds.), Primer simposio sobre igualdad y distribución de la renta y la riqueza, *La distribución de la Renta*, Volumen II, Fundación Argentaria, págs: 101-136.

Ballano, C. y J. Ruiz-Castillo (1992), "Searching by Questionnaire for the Meaning of Income Inequality", Universidad Carlos III de Madrid, Departamento de Economía, *Working paper*, 92-43.

Beach, C.M. y R. Davidson (1983), "Distribution-Free Statistical Inference with Lorenz Curves and Income Shares", *Review of Economic Studies*, **50**: 723-735.

Bishop, J.A., S. Chakraborti y P.D. Thistle (1994), "Relative Inequality, Absolute Inequality, and Welfare: Large Sample Tests for Partial Orders", *Bulletin of Economic Research*, **46**(1): 41-59.

Bosch, A., C. Escribano e I. Sánchez (1989), *Evolución de la desigualdad y pobreza en España. Estudio basado en las Encuestas de Presupuestos Familiares 1973-74 y 1980-81*, INE, Madrid.

Bossert, W. y A. Pfingsten (1990), "Intermediate Inequality: Concepts, Indices, and Welfare Implications," *Mathematical Social Sciences*, **19**: 117-134.

Chakravarty, S. (1988), "On Quasi-Orderings of Income Profiles", University of Paderborn, Methods of Operations Research, 60, XIII Symposium on Operations Research.

Coulter, F., F. Cowell y S. Jenkins (1992a), "Differences in Needs and Assesment of Income Distributions", *Bulletin of Economic Research*, **44**: 7-124.

Coulter, F., F. Cowell y S. Jenkins (1992b), "Equivalence scale relativities and the extent of inequality and poverty", *Economic Journal*, **102**: 1067-1082.

Coulter, F., F. Cowell y S. Jenkins (1994), "Family Fortunes in the 1980s", próximo a aparecer en R. Blundell, I. Preston e I. Walter (eds) *The Distribution of Household Welfare*. Cambridge University Press.

Cowell, F., S. Jenkins y J. Litchfield (1994), "The Changing Shape of the UK Income Distribution: Kernel Density Estimates", próximo a aparecer en J Hills ed. *Income and Wealth: New Inequalities,* Cambridge: Cambridge University Press.

Delicado, P. (1992), "NOPARAM: Estimación Funcional No-Paramétrica. Un acercamiento del Software CURVDAT al usuario", Universidad Carlos III, *Documento de Trabajo* 92-06.

Del Río, C. y J. Ruiz-Castillo (1995), "Ordenación del bienestar e inferencia estadística. El caso de las EPF de 1980-81 y 1990-91", Universidad Carlos III de Madrid, Documento de Trabajo 95-10, Serie Economía 08, próximo a aparecer en L. Gutierrez y J.M. Maravall (eds.), *"Segundo Simposio sobre la distribución de la renta y la riqueza",* Fundación Argentaria, Madrid.

Del Río, C. y J. Ruiz-Castillo (1996), "Intermediate Inequality and Welfare. The case of Spain, 1980-81 to 1990-91", Universidad Carlos III de Madrid, Departamento de Economía, *Working paper* 96-03.

Escribano, C. (1990), "Evolución de la pobreza y desigualdad en España. 1973-1987", *Información Comercial Española*, **686**: 81-108.

Jenkins, S. P. (1995a), "Did the Middle Class Shrink during the 1980s? UK evidence from a Kernel Density Estimation Approach", próximo a aparecer en *Economic Letters*.

------ (1995b), "Assesing Income Distribution Trends: What Lessons from the UK?", Universidad de Essex, *Working Paper* 95-19.

Kolm, S. C. (1976a), "Unequal Inequalities I", *Journal of Economic Theory*, **12**: 416-442.

------ (1976b), "Unequal Inequalities II", *Journal of Economic Theory*, **13**: 82-111.

Pfingsten, A. y C. Seidl (1994), "Ray Invariant Inequality Measures", mimeo.

Ruiz-Castillo, J. (1987), "La medición de la pobreza y la desigualdad en España, 1980-81", Servicio de Estudios del Banco de España, Estudios Económicos, nº42, Banco de España, Madrid.

Ruiz-Castillo, J. (1995), "Características geográficas y socioeconómicas en la evolución en el nivel de vida en España, 1973-74 1980-81", *Hacienda Pública Española*, **133**: 145-169.

Ruiz-Castillo, J. (1996), "A Simplified Model for Social Welfare Analysis. An Application to Spain, 1973-74 to 1980-81", Universidad Carlos III de Madrid, Departamento de Economía, *Working paper* 96-04.

Silverman, B. S. (1986), "Density Estimation for Statistics and Data Analysis", *Chapman and Hall*, London.

Shorrocks, A. (1983), "Ranking Income Distributions", *Economica*, **50**: 3-17.

APÉNDICE I

La evolución demográfica

Definición de la variable SOCIO en términos de las categorías socioeconómicas empleadas por el INE

SOCIO

1	Empresarios agrarios sin asalariados (categoría 2 del INE)
2	Resto de activos agrarios (4)
3	Obreros no agrarios y resto de los trabajadores de los servicios (10)
4	Empresarios no agrarios sin asalariados y trabajadores independientes
5	Empresarios agrarios con asalariados; Cuadros medios y resto del personal administrativo, comercial y técnico; Contramaestres, capataces y jefes de grupo no agrarios; Profesionales de las Fuerzas Armadas (1, 8, 9, 11)
6	Directores, gerentes y personal titulado agrario; Empresarios no agrarios con asalariados y profesionales liberales con o sin asalariados; Directores, gerentes y cuadros superiores no agrarios (3, 5, 7)
7	Activos no clasificados (12)
8	Retirado, pensionista, jubilado (13 y 5 en la Relación con la actividad económica)
9	Rentista (13 y 6 en la Relación con la actividad económica)
10	Otros inactivos: amas de casa, estudiantes, etc. (13 y 7 en la Relación con la actividad económica)

TABLA 1. POBLACION SEGUN EL TAMAÑO DEL HOGAR

EPF 1980-81

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	%	HOGARES	%	PERSONAS	%
TAMAÑO DEL HOGAR						
HOGARES UNIPERSONALES	1,945	8.12	779,135	7.77	779,135	2.10
HOGARES CON 2 PERSONAS	5,145	21.47	2,116,476	21.12	4,232,951	11.42
HOGARES CON 3 PERSONAS	4,408	18.39	1,866,104	18.62	5,598,312	15.10
HOGARES CON 4 PERSONAS	5,478	22.86	2,364,574	23.59	9,458,297	25.52
HOGARES CON 5 PERSONAS	3,562	14.86	1,490,503	14.87	7,452,513	20.10
HOGARES CON 6 PERSONAS	1,899	7.92	774,309	7.73	4,645,852	12.53
HOGARES CON 7 PERSONAS	842	3.51	359,818	3.59	2,518,725	6.79
8 O MAS PERSONAS	687	2.87	271,414	2.71	2,383,123	6.43
CONJUNTO NACIONAL	23,966	100.00	10,022,332	100.00	37,068,908	100.00

TABLA 2. POBLACION SEGUN LA COMUNIDAD AUTONOMA

EPF 1980-81

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	%	HOGARES	%	PERSONAS	%
COMUNIDAD AUTONOMA						
ANDALUCIA	4,413	18.41	1,602,827	15.99	6,337,709	17.10
ARAGON	1,299	5.42	350,247	3.49	1,167,082	3.15
ASTURIAS	691	2.88	325,732	3.25	1,112,734	3.00
BALEARES	478	1.99	204,099	2.04	644,556	1.74
CANARIAS	866	3.61	320,605	3.20	1,349,088	3.64
CANTABRIA	528	2.20	136,762	1.36	503,208	1.36
CASTILLA-LEON	3,340	13.94	729,309	7.28	2,531,015	6.83
CASTILLA-LA MANCHA	1,805	7.53	454,823	4.54	1,624,345	4.38
CATALUÑA	2,368	9.88	1,625,680	16.22	5,868,821	15.83
COMUNIDAD VALENCIANA	1,768	7.38	1,007,292	10.05	3,607,781	9.73
EXTREMADURA	931	3.88	285,019	2.84	1,047,248	2.83
GALICIA	1,579	6.59	726,144	7.25	2,770,752	7.47
MADRID	1,269	5.30	1,222,038	12.19	4,596,937	12.40

(CONTINUED)

TABLA 2. (Continuación)

EPF 1980-81

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	%	HOGARES	%	PERSONAS	%
COMUNIDAD AUTONOMA						
MURCIA	456	1.90	248,950	2.48	937,195	2.53
NAVARRA	363	1.51	129,338	1.29	497,956	1.34
PAIS VASCO	1,204	5.02	549,246	5.48	2,106,008	5.68
LA RIOJA	344	1.44	72,210	0.72	251,157	0.68
CEUTA Y MELILLA	264	1.10	32,010	0.32	115,314	0.31
CONJUNTO NACIONAL	23,966	100.00	10,022,332	100.00	37,068,908	100.00

TABLA 3. POBLACION SEGUN EL TAMAÑO DEL MUNICIPIO

EPF 1980-81

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	%	HOGARES	%	PERSONAS	%
TAMAÑO DEL MUNICIPIO						
MENOS DE 2,000 HAB.	2,902	12.11	1,126,105	11.24	3,800,436	10.25
DE 2,000 A 10,000 HAB.	3,984	16.62	1,901,142	18.97	7,115,182	19.19
DE 10,000 A 50,000 HAB.	5,141	21.45	2,112,905	21.08	8,220,167	22.18
DE 50,000 A 500,000 HAB.	9,101	37.97	2,929,570	29.23	10,985,274	29.63
MAS DE 500,000 HAB.	2,838	11.84	1,952,610	19.48	6,947,849	18.74
CONJUNTO NACIONAL	23,966	100.00	10,022,332	100.00	37,068,908	100.00

TABLA 4. POBLACION SEGUN EL NIVEL EDUCATIVO DEL SUSTENTADOR PRINCIPAL

EPF 1980-81

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	%	HOGARES	%	PERSONAS	%
NIVEL EDUCATIVO						
ANALFABETO	1,658	6.92	734,649	7.33	2,318,749	6.26
SIN ESTUDIOS	6,078	25.36	2,498,414	24.93	9,283,602	25.04
PRIMARIA	11,440	47.73	4,782,382	47.72	18,004,759	48.57
BACHILL. ELEMENTAL	1,641	6.85	671,169	6.70	2,492,336	6.72
BACHILL. SUPERIOR	1,157	4.83	493,960	4.93	1,789,480	4.83
F.P.	354	1.48	149,745	1.49	578,341	1.56
CARRERA MEDIA	860	3.59	338,509	3.38	1,284,968	3.47
CARRERA SUPERIOR	778	3.25	353,504	3.53	1,316,673	3.55
CONJUNTO NACIONAL	23,966	100.00	10,022,332	100.00	37,068,908	100.00

TABLA 5. POBLACION SEGUN LA CATEGORIA SOCIOECONOMICA DEL SUSTENTADOR PRINCIPAL

EPF 1980-81

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	%	HOGARES	%	PERSONAS	%
NIVEL SOCIOECONOMICO						
AGRARIOS SIN ASALARIADOS	1,535	6.40	604,745	6.03	2,428,219	6.55
JORNALEROS	1,305	5.45	559,089	5.58	2,445,811	6.60
OBREROS	7,197	30.03	3,197,258	31.90	13,230,600	35.69
AUTONOMOS	1,743	7.27	731,244	7.30	3,040,161	8.20
CLASE MEDIA	4,012	16.74	1,638,159	16.35	6,416,430	17.31
CLASE ALTA	1,464	6.11	617,314	6.16	2,524,633	6.81
OTROS ACTIVOS	98	0.41	38,698	0.39	163,620	0.44
RETIRADOS	5,857	24.44	2,346,361	23.41	6,071,465	16.38
RENTISTAS	239	1.00	88,172	0.88	191,757	0.52
OTROS INACTIVOS	516	2.15	201,292	2.01	556,211	1.50
CONJUNTO NACIONAL	23,966	100.00	10,022,332	100.00	37,068,908	100.00

TABLA 6. POBLACION SEGUN EL TAMAÑO DEL HOGAR

EPF 1990-91

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	%	HOGARES	%	PERSONAS	%
TAMAÑO DEL HOGAR						
HOGARES UNIPERSONALES	2,174	10.28	1,128,990	9.99	1,128,990	2.93
HOGARES CON 2 PERSONAS	4,735	22.38	2,519,291	22.30	5,038,581	13.09
HOGARES CON 3 PERSONAS	4,427	20.93	2,347,041	20.77	7,041,124	18.29
HOGARES CON 4 PERSONAS	5,052	23.88	2,821,017	24.97	11,284,067	29.31
HOGARES CON 5 PERSONAS	2,822	13.34	1,493,602	13.22	7,468,011	19.40
HOGARES CON 6 PERSONAS	1,206	5.70	614,983	5.44	3,689,897	9.59
HOGARES CON 7 PERSONAS	471	2.23	245,154	2.17	1,716,075	4.46
8 O MAS PERSONAS	268	1.27	128,432	1.14	1,127,260	2.93
CONJUNTO NACIONAL	21,155	100.00	11,298,509	100.00	38,494,006	100.00

TABLA 7. POBLACION SEGUN LA COMUNIDAD AUTONOMA

EPF 1990-91

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	%	HOGARES	%	PERSONAS	%
COMUNIDAD AUTONOMA						
ANDALUCIA	3,674	17.37	1,876,129	16.61	6,850,302	17.80
ARAGON	1,105	5.22	384,009	3.40	1,191,943	3.10
ASTURIAS	443	2.09	339,884	3.01	1,109,549	2.88
BALEARES	429	2.03	212,106	1.88	667,933	1.74
CANARIAS	772	3.65	393,349	3.48	1,463,023	3.80
CANTABRIA	362	1.71	151,305	1.34	522,993	1.36
CASTILLA-LEON	3,162	14.95	802,853	7.11	2,575,625	6.69
CASTILLA-LA MANCHA	1,694	8.01	512,489	4.54	1,690,665	4.39
CATALUÑA	1,644	7.77	1,806,184	15.99	5,907,045	15.35
COMUNIDAD VALENCIANA	1,706	8.06	1,141,126	10.10	3,757,846	9.76
EXTREMADURA	830	3.92	329,150	2.91	1,114,354	2.89
GALICIA	1,739	8.22	780,266	6.91	2,782,453	7.23
MADRID	764	3.61	1,418,768	12.56	4,843,396	12.58

(CONTINUED)

TABLA 7. (continuación)

EPF 1990-91

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	%	HOGARES	%	PERSONAS	%
COMUNIDAD AUTONOMA						
MURCIA	526	2.49	283,349	2.51	1,021,478	2.65
NAVARRA	367	1.73	145,964	1.29	511,225	1.33
PAIS VASCO	1,360	6.43	610,787	5.41	2,104,793	5.47
LA RIOJA	357	1.69	75,561	0.67	254,470	0.66
CEUTA Y MELILLA	221	1.04	35,232	0.31	124,912	0.32
CONJUNTO NACIONAL	21,155	100.00	11,298,509	100.00	38,494,006	100.00

TABLA 8. POBLACION SEGUN EL TAMAÑO DEL MUNICIPIO

EPF 1990-91

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	%	HOGARES	%	PERSONAS	%
TAMAÑO DEL MUNICIPIO						
MENOS DE 2,000 HAB.	2,004	9.47	820,819	7.26	2,506,930	6.51
DE 2,000 A 10,000 HAB.	3,989	18.86	2,191,406	19.40	7,469,153	19.40
DE 10,000 A 50,000 HAB.	4,824	22.80	2,488,456	22.02	8,784,963	22.82
DE 50,000 A 500,000 HAB.	8,394	39.68	3,597,484	31.84	12,580,513	32.68
MAS DE 500,000 HAB.	1,944	9.19	2,200,344	19.47	7,152,446	18.58
CONJUNTO NACIONAL	21,155	100.00	11,298,509	100.00	38,494,006	100.00

TABLA 9. POBLACION SEGUN EL NIVEL EDUCATIVO DEL SUSTENTADOR PRINCIPAL

EPF 1990-91

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	%	HOGARES	%	PERSONAS	%
NIVEL EDUCATIVO						
ANALFABETO	917	4.33	500,103	4.43	1,343,133	3.49
SIN ESTUDIOS	4,575	21.63	2,420,717	21.43	7,597,041	19.74
PRIMARIA	8,373	39.58	4,330,418	38.33	15,162,901	39.39
BACHILL. ELEMENTAL	2,800	13.24	1,579,347	13.98	5,810,591	15.09
BACHILL. SUPERIOR	1,515	7.16	840,876	7.44	2,853,215	7.41
F.P.	1,005	4.75	584,364	5.17	2,082,900	5.41
CARRERA MEDIA	1,056	4.99	524,068	4.64	1,816,248	4.72
CARRERA SUPERIOR	914	4.32	518,616	4.59	1,827,977	4.75
CONJUNTO NACIONAL	21,155	100.00	11,298,509	100.00	38,494,006	100.00

TABLA 10. POBLACION SEGUN LA CATEGORIA SOCIOECONOMICA DEL SUSTENTADOR PRINCIPAL

EPF 1990-91

	HOGARES Y PERSONAS					
	MUESTRA	%	HOGARES	%	PERSONAS	%
NIVEL SOCIOECONOMICO						
AGRARIOS SIN ASALARIADOS	728	3.44	319,361	2.83	1,237,948	3.22
JORNALEROS	761	3.60	407,434	3.61	1,638,440	4.26
OBREROS	7,470	35.31	4,225,120	37.40	16,472,345	42.79
AUTONOMOS	1,522	7.19	770,536	6.82	3,037,649	7.89
CLASE MEDIA	1,909	9.02	1,007,830	8.92	3,758,039	9.76
CLASE ALTA	755	3.57	402,942	3.57	1,611,423	4.19
OTROS ACTIVOS	169	0.80	97,635	0.86	367,598	0.95
RETIRADOS	7,292	34.47	3,794,089	33.58	9,646,734	25.06
RENTISTAS	50	0.24	27,229	0.24	62,965	0.16
OTROS INACTIVOS	499	2.36	246,334	2.18	660,865	1.72
CONJUNTO NACIONAL	21,155	100.00	11,298,509	100.00	38,494,006	100.00

TABLA 11. TAMAÑO MEDIO DEL HOGAR EN CADA UNA DE LAS PARTICIONES

EPF 1980-81

	HOGAR MEDIO
COMUNIDAD AUTONOMA	
ANDALUCIA	3.95
ARAGON	3.33
ASTURIAS	3.42
BALEARES	3.16
CANARIAS	4.21
CANTABRIA	3.68
CASTILLA-LEON	3.47
CASTILLA-LA MANCHA	3.57
CATALUÑA	3.61
COMUNIDAD VALENCIA	3.58
EXTREMADURA	3.67
GALICIA	3.82
MADRID	3.76
MURCIA	3.76
NAVARRA	3.85
PAIS VASCO	3.83
LA RIOJA	3.48
CEUTA Y MELILLA	3.60
TAMAÑO DEL MUNICIP	
MENOS DE 2,000	3.37
2,000 A 10,000	3.74
10,000 A 50,000	3.89
50,000 A 500,000	3.75
MAS DE 500,000	3.56

(CONTINUED)

TABLA 11. (continuacion)

EPF 1980-81

	HOGAR MEDIO
NIVEL EDUCATIVO	
ANALFABETO	3.16
SIN ESTUDIOS	3.72
PRIMARIA	3.76
BACH. ELEMENTAL	3.71
BACH. SUPERIOR	3.62
F.P.	3.86
CARRERA MEDIA	3.80
CARRERA SUPERIOR	3.72
NIVEL SOCIOECONOM	
AGR. SIN ASALAR.	4.02
JORNALEROS	4.37
OBREROS	4.14
AUTONOMOS	4.16
CLASE MEDIA	3.92
CLASE ALTA	4.09
OTROS ACTIVOS	4.23
RETIRADOS	2.59
RENTISTAS	2.17
OTROS INACTIVOS	2.76
CONJUNTO NACIONAL	3.70

TABLA 12. TAMAÑO MEDIO DEL HOGAR EN CADA UNA DE LAS PARTICIONES

EPF 1990-91

	HOGAR MEDIO
COMUNIDAD AUTONOMA	
ANDALUCIA	3.65
ARAGON	3.10
ASTURIAS	3.26
BALEARES	3.15
CANARIAS	3.72
CANTABRIA	3.46
CASTILLA-LEON	3.21
CASTILLA-LA MANCHA	3.30
CATALUÑA	3.27
COMUNIDAD VALENCIA	3.29
EXTREMADURA	3.39
GALICIA	3.57
MADRID	3.41
MURCIA	3.61
NAVARRA	3.50
PAIS VASCO	3.45
LA RIOJA	3.37
CEUTA Y MELILLA	3.55
TAMAÑO DEL MUNICIP	
MENOS DE 2,000	3.05
2,000 A 10,000	3.41
10,000 A 50,000	3.53
50,000 A 500,000	3.50
MAS DE 500,000	3.25

(CONTINUED)

TABLA 12.(continuacion)

EPF 1990-91

	HOGAR MEDIO
NIVEL EDUCATIVO	
ANALFABETO	2.69
SIN ESTUDIOS	3.14
PRIMARIA	3.50
BACH. ELEMENTAL	3.68
BACH. SUPERIOR	3.39
F.P.	3.56
CARRERA MEDIA	3.47
CARRERA SUPERIOR	3.52
NIVEL SOCIOECONOMI	
AGR. SIN ASALAR.	3.88
JORNALEROS	4.02
OBREROS	3.90
AUTONOMOS	3.94
CLASE MEDIA	3.73
CLASE ALTA	4.00
OTROS ACTIVOS	3.77
RETIRADOS	2.54
RENTISTAS	2.31
OTROS INACTIVOS	2.68
CONJUNTO NACIONAL	3.41

APÉNDICE II

El crecimiento económico

TABLA 13. CAMBIOS PORCENTUALES EN LAS MEDIAS

1990-91 versus 1980-81

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TAMAÑO DEL HOGAR					
HOGARES UNIPERSONALES	37.83	37.83	37.83	37.83	37.83
HOGARES CON 2 PERSONAS	27.33	27.33	27.33	27.33	27.33
HOGARES CON 3 PERSONAS	28.33	28.33	28.33	28.33	28.33
HOGARES CON 4 PERSONAS	32.46	32.46	32.46	32.46	32.46
HOGARES CON 5 PERSONAS	28.85	28.85	28.85	28.85	28.85
HOGARES CON 6 PERSONAS	29.24	29.24	29.24	29.24	29.24
HOGARES CON 7 PERSONAS	17.78	17.78	17.78	17.78	17.78
8 O MAS PERSONAS	25.50	25.15	24.86	24.48	24.18
	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TOTAL HOGARES	24.20	26.20	28.20	31.23	34.31
TOTAL PERSONAS	23.80	26.04	28.27	31.57	34.83

TABLA 14. CAMBIOS PORCENTUALES EN LAS MEDIAS

1990-91 versus 1980-81

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
COMUNIDADES AUTONOMAS					
ANDALUCIA	25.12	27.18	29.29	32.51	35.83
ARAGON	10.26	12.34	14.40	17.47	20.53
ASTURIAS	35.52	36.59	37.58	38.94	40.14
BALEARES	32.20	33.36	34.23	35.01	35.19
CANARIAS	27.54	30.30	33.15	37.57	42.15
CANTABRIA	5.69	6.60	7.63	9.35	11.21
CASTILLA-LEON	21.19	23.45	25.70	29.06	32.40
CASTILLA-LA MANCHA	40.37	42.48	44.61	47.85	51.17
CATALUÑA	33.14	35.65	38.11	41.71	45.22
COMUNIDAD VALENCIANA	13.48	15.24	17.03	19.69	22.29
EXTREMADURA	30.43	32.81	35.26	38.96	42.54
GALICIA	18.29	20.20	22.02	24.59	27.05
MADRID	25.77	28.61	31.41	35.54	39.64

(CONTINUED)

TABLA 14. (continuacion)

1990-91 versus 1980-81

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
COMUNIDADES AUTONOMAS					
MURCIA	16.37	18.14	19.89	22.54	25.26
NAVARRA	18.27	22.15	25.92	31.30	36.31
PAIS VASCO	14.37	17.09	19.87	24.16	28.62
LA RIOJA	26.88	27.16	27.49	28.11	28.95
CEUTA Y MELILLA	3.18	4.02	4.78	5.79	6.67
	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TOTAL HOGARES	24.20	26.20	28.20	31.23	34.31
TOTAL PERSONAS	23.80	26.04	28.27	31.57	34.83

TABLA 15. CAMBIOS PORCENTUALES EN LAS MEDIAS

1990-91 versus 1980-81

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TAMAÑO DE MUNICIPIO					
MENOS DE 2,000 HAB.	19.59	21.65	23.74	26.95	30.23
DE 2,000 A 10,000 HAB.	30.03	32.36	34.67	38.10	41.49
DE 10,000 A 50,000 HAB.	23.64	26.32	28.98	32.94	36.88
DE 50,000 A 500,000 HAB.	18.09	19.95	21.79	24.56	27.32
MAS DE 500,000 HAB.	24.41	26.95	29.46	33.15	36.78
	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TOTAL HOGARES	24.20	26.20	28.20	31.23	34.31
TOTAL PERSONAS	23.80	26.04	28.27	31.57	34.83

TABLA 16. CAMBIOS PORCENTUALES EN LAS MEDIAS

1930-91 versus 1980-81

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
NIVEL EDUCATIVO					
ANALFABETO	25.06	28.30	31.71	37.19	43.14
SIN ESTUDIOS	21.20	24.41	27.82	33.35	39.46
PRIMARIA	18.00	19.57	21.17	23.63	26.19
BACHILL. ELEMENTAL	6.74	7.26	7.69	8.13	8.33
BACHILL. SUPERIOR	3.09	5.49	7.82	11.15	14.26
F.P.	10.42	11.95	13.58	16.27	19.31
CARRERA MEDIA	9.94	12.44	14.94	18.70	22.47
CARRERA SUPERIOR	18.86	20.92	22.85	25.46	27.72
	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TOTAL HOGARES	24.20	26.20	28.20	31.23	34.31
TOTAL PERSONAS	23.80	26.04	28.27	31.57	34.83

TABLA 17. CAMBIOS PORCENTUALES EN LAS MEDIAS

1990-91 versus 1980-81

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
NIVEL SOCIOECONOMICO					
AGRARIOS SIN ASALARIADOS	36.31	37.61	38.75	40.14	41.17
JORNALEROS	33.97	36.90	39.82	44.10	48.22
OBREROS	32.79	34.86	36.85	39.70	42.42
AUTONOMOS	20.93	23.72	26.42	30.30	33.88
CLASE MEDIA	40.87	42.39	43.88	46.01	48.05
CLASE ALTA	10.90	12.14	13.25	14.57	15.38
OTROS ACTIVOS	15.54	16.36	17.34	19.19	21.67
RETIRADOS	41.03	42.42	43.64	45.16	46.40
RENTISTAS	44.76	44.06	42.77	39.79	35.69
OTROS INACTIVOS	6.76	8.29	9.89	12.48	15.32
	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TOTAL HOGARES	24.20	26.20	28.20	31.23	34.31
TOTAL PERSONAS	23.80	26.04	28.27	31.57	34.83

TABLA 18. GASTO MEDIO EN LA PARTICION POR TAMAÑO DEL HOGAR

EPF 1980-81

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TAMAÑO DEL HOGAR					
HOGARES UNIPERSONALES	41.5	54.0	69.5	99.8	139.9
HOGARES CON 2 PERSONAS	69.0	78.0	87.5	102.0	116.2
HOGARES CON 3 PERSONAS	95.6	99.7	103.1	106.4	107.3
HOGARES CON 4 PERSONAS	113.4	111.7	109.0	103.2	95.5
HOGARES CON 5 PERSONAS	122.8	115.7	108.0	95.7	82.8
HOGARES CON 6 PERSONAS	130.3	118.3	106.5	89.3	73.2
HOGARES CON 7 PERSONAS	144.2	127.0	110.9	88.8	69.4
8 O MAS PERSONAS	153.7	129.5	108.2	81.2	59.6
CONJUNTO NACIONAL	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 19. GASTO MEDIO EN LA PARTICION POR CCAA

EPF 1980-81

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
COMUNIDAD AUTONOMA					
ANDALUCIA	87.3	86.1	84.9	83.2	81.6
ARAGON	95.3	96.9	98.4	100.8	103.1
ASTURIAS	93.0	94.5	95.9	97.9	99.6
BALEARES	95.9	99.0	102.2	107.6	113.6
CANARIAS	96.0	93.7	91.6	88.7	86.1
CANTABRIA	114.5	115.5	116.4	118.1	119.9
CASTILLA-LEON	88.1	88.8	89.7	91.2	92.9
CASTILLA-LA MANCHA	72.9	73.0	73.2	73.5	73.8
CATALUÑA	109.2	109.8	110.2	110.6	110.7
COMUNIDAD VALENCIANA	96.4	97.1	97.8	98.8	99.7
EXTREMADURA	66.9	66.7	66.7	67.0	67.6
GALICIA	96.9	96.3	95.8	95.2	94.7
MADRID	127.1	127.2	127.3	127.3	127.3

(CONTINUED)

TABLA 19. (continuacion)

EPF 1980-81

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
COMUNIDAD AUTONOMA					
MURCIA	92.8	92.1	91.4	90.3	89.3
NAVARRA	124.1	122.7	121.4	119.5	117.5
PAIS VASCO	121.6	120.3	119.0	116.8	114.4
LA RIOJA	94.9	96.0	97.0	98.1	98.6
CEUTA Y MELILLA	91.0	91.1	91.3	91.6	91.8
CONJUNTO NACIONAL	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 20. GASTO MEDIO EN LA PARTICION POR TAMAÑO DEL MUNICIPIO

EPF 1980-81

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	$\theta=0.0$	$\theta=0.2$	$\theta=0.4$	$\theta=0.7$	$\theta=1.0$
TAMAÑO DEL MUNICIPIO					
MENOS DE 2,000 HAB.	75.6	76.4	77.3	78.8	80.4
DE 2,000 A 10,000 HAB.	80.3	80.1	79.9	79.7	79.6
DE 10,000 A 50,000 HAB.	93.8	92.8	91.9	90.4	88.9
DE 50,000 A 500,000 HAB.	110.6	110.3	110.0	109.5	108.7
MAS DE 500,000 HAB.	124.1	125.2	126.4	128.2	130.1
CONJUNTO NACIONAL	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 21. GASTO MEDIO EN LA PARTICION POR NIVEL EDUCATIVO

EPF 1980-81

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
NIVEL EDUCATIVO					
ANALFABETO	53.2	54.4	56.0	59.1	63.2
SIN ESTUDIOS	75.0	74.7	74.6	74.8	75.3
PRIMARIA	98.4	98.2	97.8	97.1	96.2
BACHILL. ELEMENTAL	125.6	126.3	126.8	127.0	126.7
BACHILL. SUPERIOR	151.9	153.2	154.5	156.4	158.1
F.P.	135.3	134.6	133.3	130.5	126.6
CARRERA MEDIA	163.3	162.7	162.2	161.5	161.0
CARRERA SUPERIOR	198.3	198.7	199.2	200.3	201.7
CONJUNTO NACIONAL	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 22. GASTO MEDIO EN LA PARTICION POR CATEGORIA SOCIOECONOMICA

EPF 1980-81

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
NIVEL SOCIOECONOMICO					
AGRARIOS SIN ASALARIADOS	79.1	77.9	76.5	74.3	71.8
JORNALEROS	72.6	70.4	68.2	64.9	61.4
OBREROS	100.3	98.8	97.1	94.1	90.7
AUTONOMOS	109.1	106.7	104.0	99.8	95.2
CLASE MEDIA	137.0	136.3	135.5	133.7	131.5
CLASE ALTA	189.5	187.0	184.4	180.4	176.5
OTROS ACTIVOS	106.1	103.1	100.0	94.9	89.5
RETIRADOS	61.8	66.0	70.6	78.3	87.0
RENTISTAS	89.2	98.4	108.8	126.9	148.4
OTROS INACTIVOS	74.3	77.9	82.0	89.6	99.2
CONJUNTO NACIONAL	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 23. GASTO MEDIO EN LA PARTICION POR TAMAÑO DEL HOGAR

EPF 1990-91

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TAMAÑO DEL HOGAR					
HOGARES UNIPERSONALES	46.1	59.0	74.7	104.8	143.6
HOGARES CON 2 PERSONAS	70.7	78.7	86.9	99.0	110.2
HOGARES CON 3 PERSONAS	98.7	101.4	103.2	104.1	102.6
HOGARES CON 4 PERSONAS	120.9	117.2	112.6	104.2	94.2
HOGARES CON 5 PERSONAS	127.4	118.1	108.6	93.9	79.4
HOGARES CON 6 PERSONAS	135.5	121.2	107.4	88.0	70.4
HOGARES CON 7 PERSONAS	136.8	118.6	101.9	79.7	60.9
8 O MAS PERSONAS	153.6	127.2	104.5	76.5	54.8
CONJUNTO NACIONAL	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 24. GASTO MEDIO EN LA PARTICION POR CCAA

EPF 1990-91

COMUNIDAD AUTONOMA	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
ANDALUCIA	88.2	87.0	85.9	84.4	83.1
ARAGON	86.1	87.6	89.1	91.3	93.5
ASTURIAS	100.2	100.8	101.1	101.5	101.5
BALEARES	104.1	105.6	107.0	109.3	111.6
CANARIAS	97.1	95.4	93.8	91.7	89.9
CANTABRIA	96.3	96.7	97.1	97.7	98.4
CASTILLA-LEON	86.8	87.6	88.5	90.0	91.8
CASTILLA-LA MANCHA	81.9	82.0	82.2	82.5	82.9
CATALUÑA	115.7	116.3	116.7	117.1	117.2
COMUNIDAD VALENCIANA	87.3	87.7	88.1	88.4	88.5
EXTREMADURA	70.7	70.5	70.4	70.4	70.6
GALICIA	92.6	91.8	91.0	90.1	89.5
MADRID	129.7	130.3	130.8	131.7	132.6

(CONTINUED)

TABLA 24. (continuacion)

EPF 1990-91

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
COMUNIDAD AUTONOMA					
MURCIA	89.6	88.8	88.1	87.2	86.4
NAVARRA	123.9	123.3	122.6	121.1	119.2
PAIS VASCO	113.2	112.9	112.6	112.0	111.4
LA RIOJA	95.4	95.6	95.7	95.7	95.4
CEUTA Y MELILLA	76.9	76.2	75.5	74.5	73.6
CONJUNTO NACIONAL	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 25. GASTO MEDIO EN LA PARTICION POR TAMAÑO DEL MUNICIPIO

EPF 1990-91

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
TAMAÑO DEL MUNICIPIO					
MENOS DE 2,000 HAB.	71.7	72.6	73.5	74.9	76.4
DE 2,000 A 10,000 HAB.	83.3	83.1	82.9	82.6	82.3
DE 10,000 A 50,000 HAB.	93.8	93.1	92.4	91.4	90.3
DE 50,000 A 500,000 HAB.	105.7	105.3	104.9	104.2	103.3
MAS DE 500,000 HAB.	124.9	126.2	127.5	129.7	132.0
CONJUNTO NACIONAL	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 26. GASTO MEDIO EN LA PARTICION POR NIVEL EDUCATIVO

EPF 1990-91

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
NIVEL EDUCATIVO					
ANALFABETO	52.2	54.0	56.4	60.8	66.4
SIN ESTUDIOS	71.1	72.0	73.1	75.1	77.8
PRIMARIA	93.0	92.6	92.2	91.5	90.6
BACHILL. ELEMENTAL	108.6	107.5	106.1	103.5	100.3
BACHILL. SUPERIOR	130.9	132.1	133.2	134.6	135.5
F.P.	120.0	119.6	119.0	117.7	115.8
CARRERA MEDIA	147.0	147.1	147.3	147.6	147.9
CARRERA SUPERIOR	193.0	192.2	191.5	190.4	189.5
CONJUNTO NACIONAL	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

TABLA 27. GASTO MEDIO EN LA PARTICION POR CATEGORIA SOCIOECONOMICA

EPF 1990-91

	DIFERENTES VALORES DEL PARAMETRO THETA				
	θ=0.0	θ=0.2	θ=0.4	θ=0.7	θ=1.0
NIVEL SOCIOECONOMICO					
AGRARIOS SIN ASALARIADOS	86.8	84.4	81.9	77.9	73.7
JORNALEROS	79.6	77.4	75.0	71.3	67.3
OBREROS	108.3	106.3	104.1	100.3	96.1
AUTONOMOS	111.5	109.0	106.2	101.3	95.6
CLASE MEDIA	155.5	153.6	151.6	148.1	144.2
CLASE ALTA	172.2	167.5	162.4	154.2	145.3
OTROS ACTIVOS	92.6	90.1	87.8	84.6	81.8
RETIRADOS	71.6	75.6	79.9	87.2	95.2
RENTISTAS	103.7	109.8	116.3	126.8	138.1
OTROS INACTIVOS	67.0	70.3	74.2	81.4	90.3
CONJUNTO NACIONAL	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

APÉNDICE III

Densidades no-paramétricas

Figura 4a

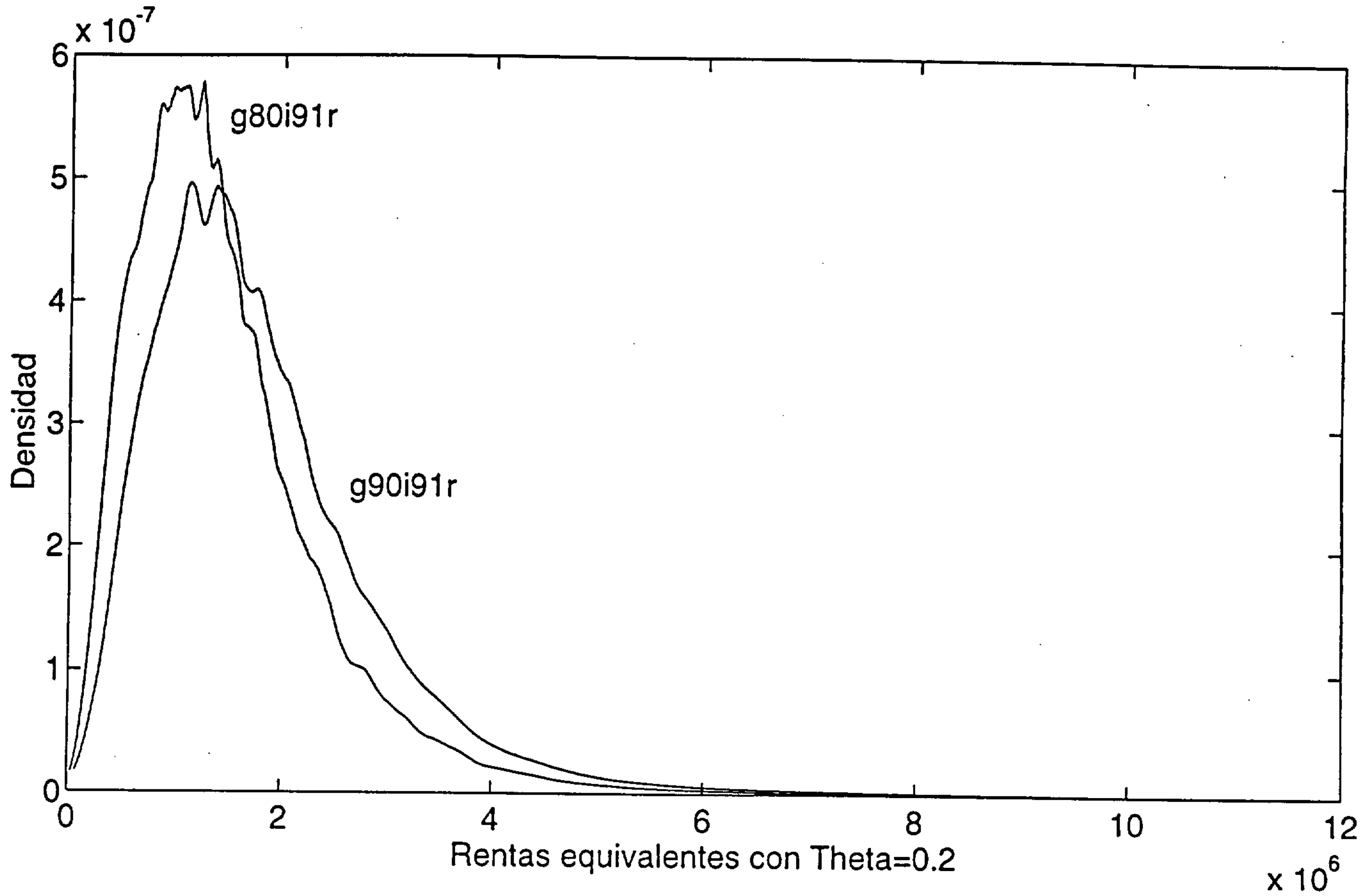


Figura 4b

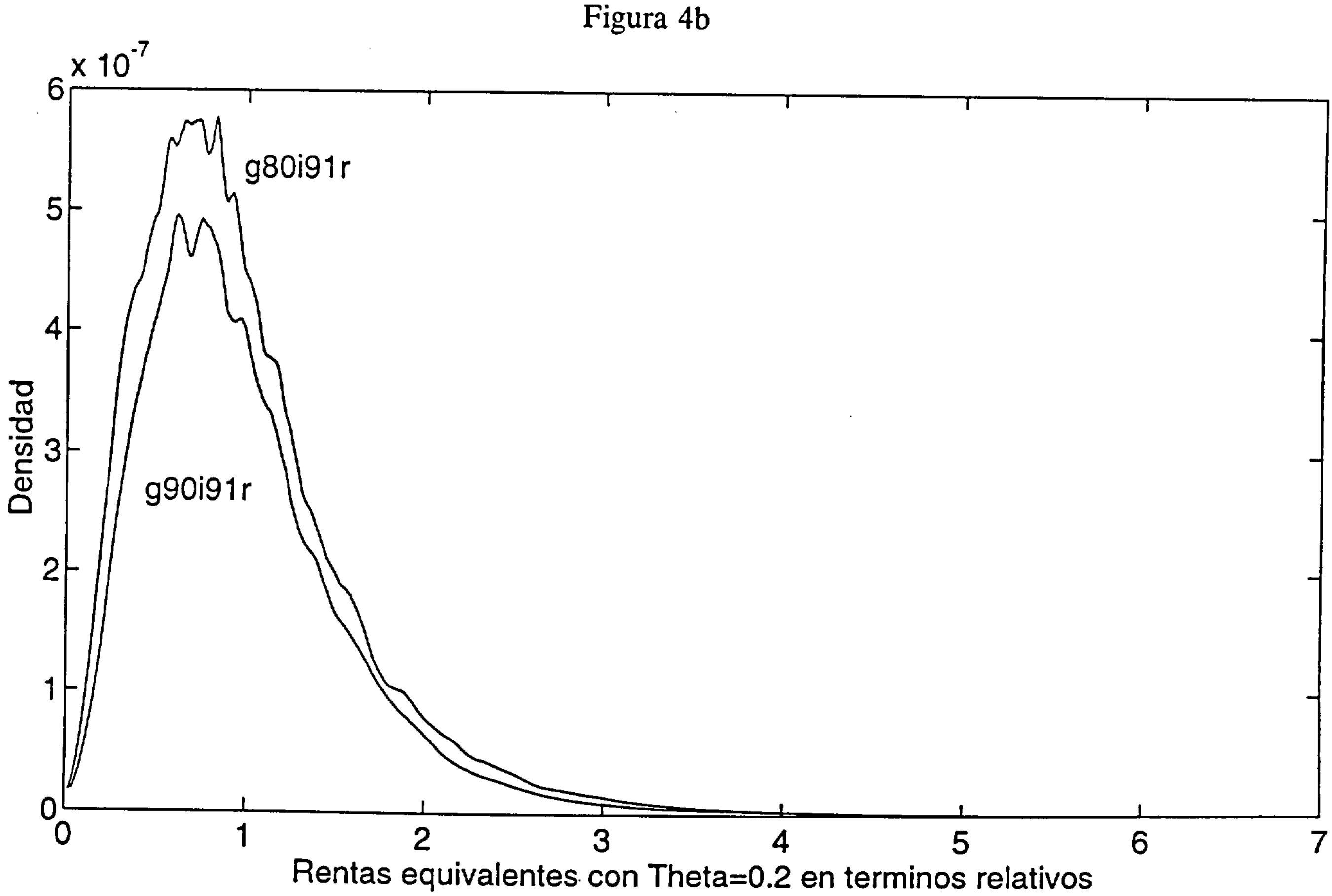


Figura 5a

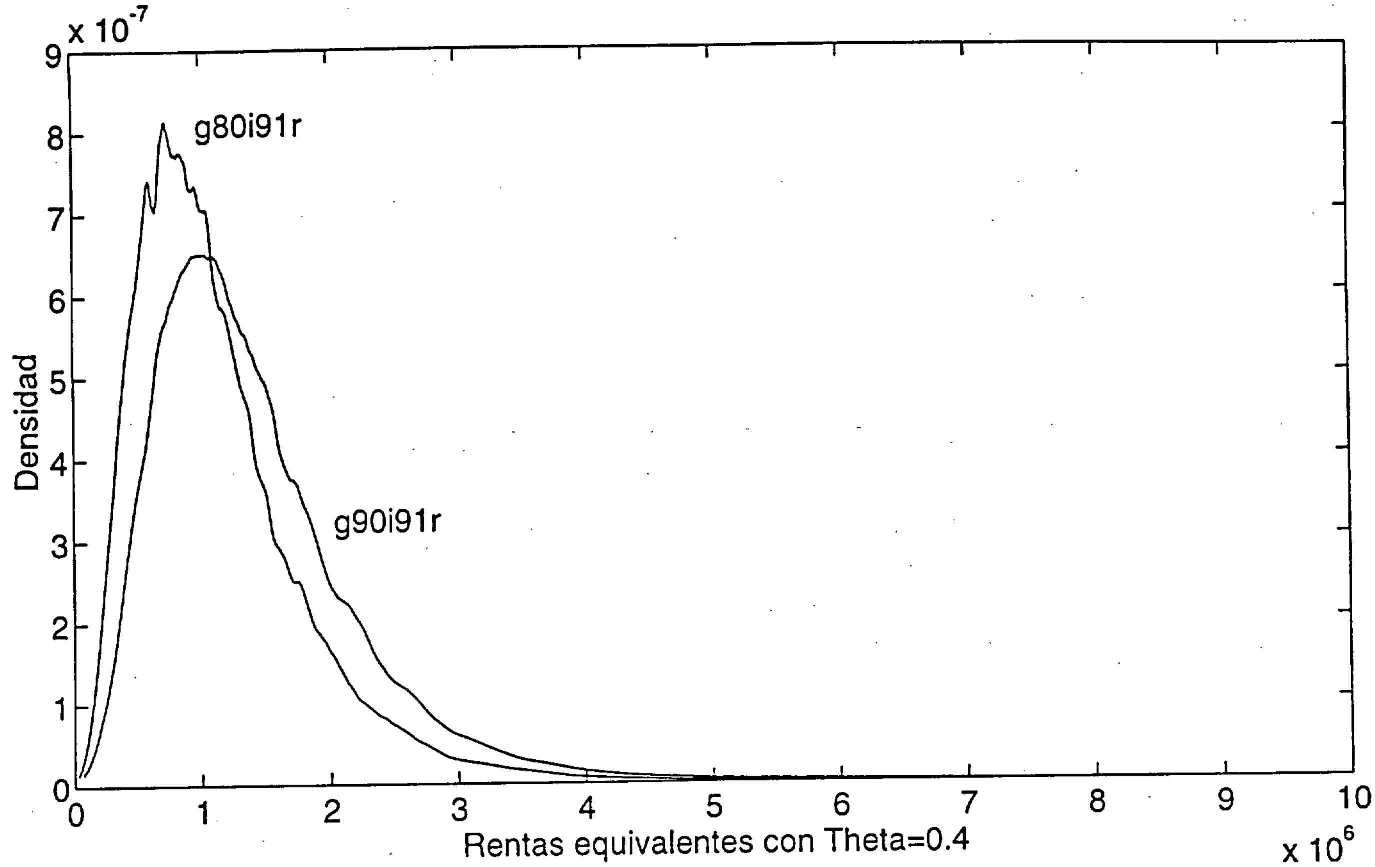


Figura 5b

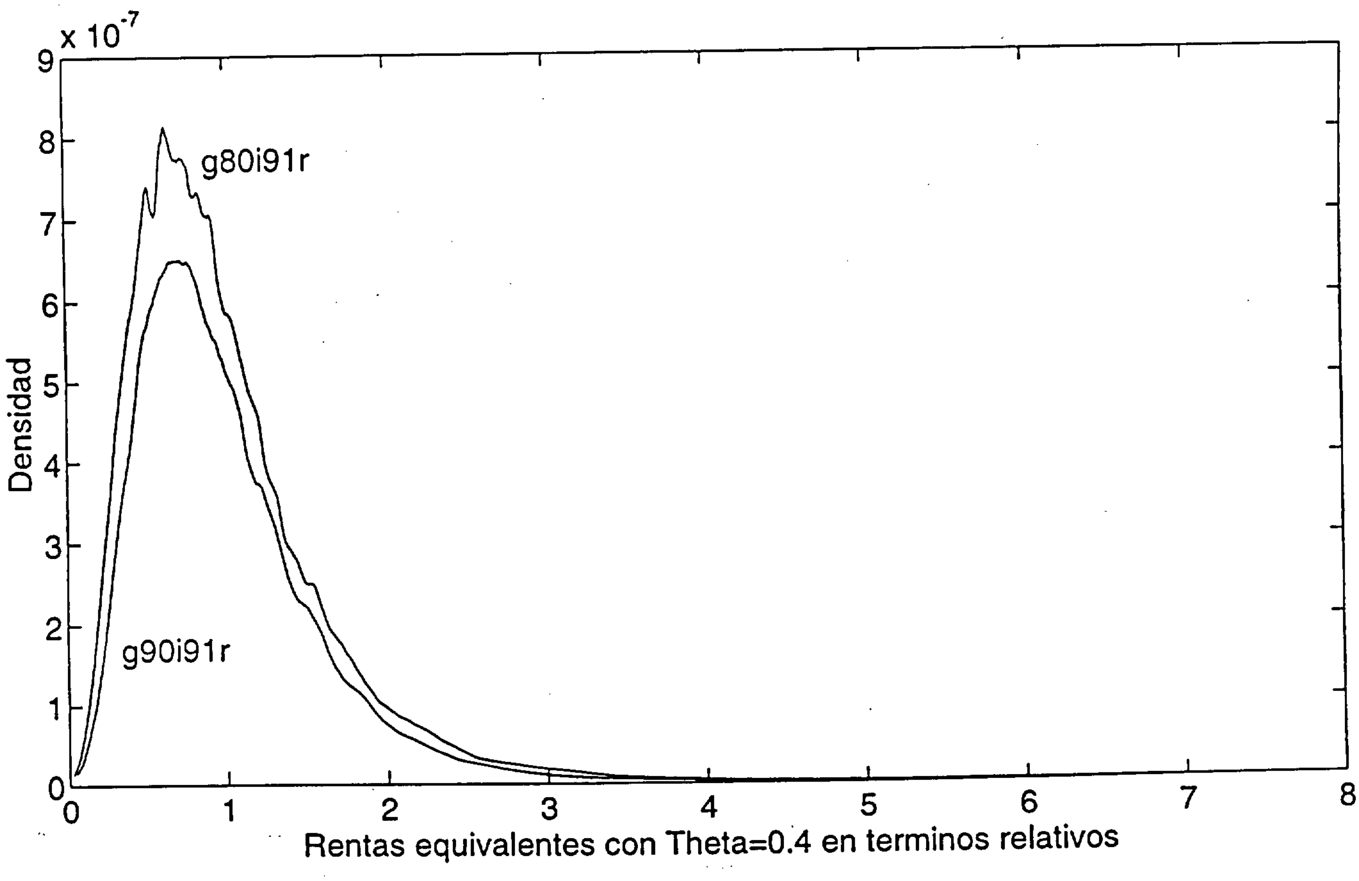
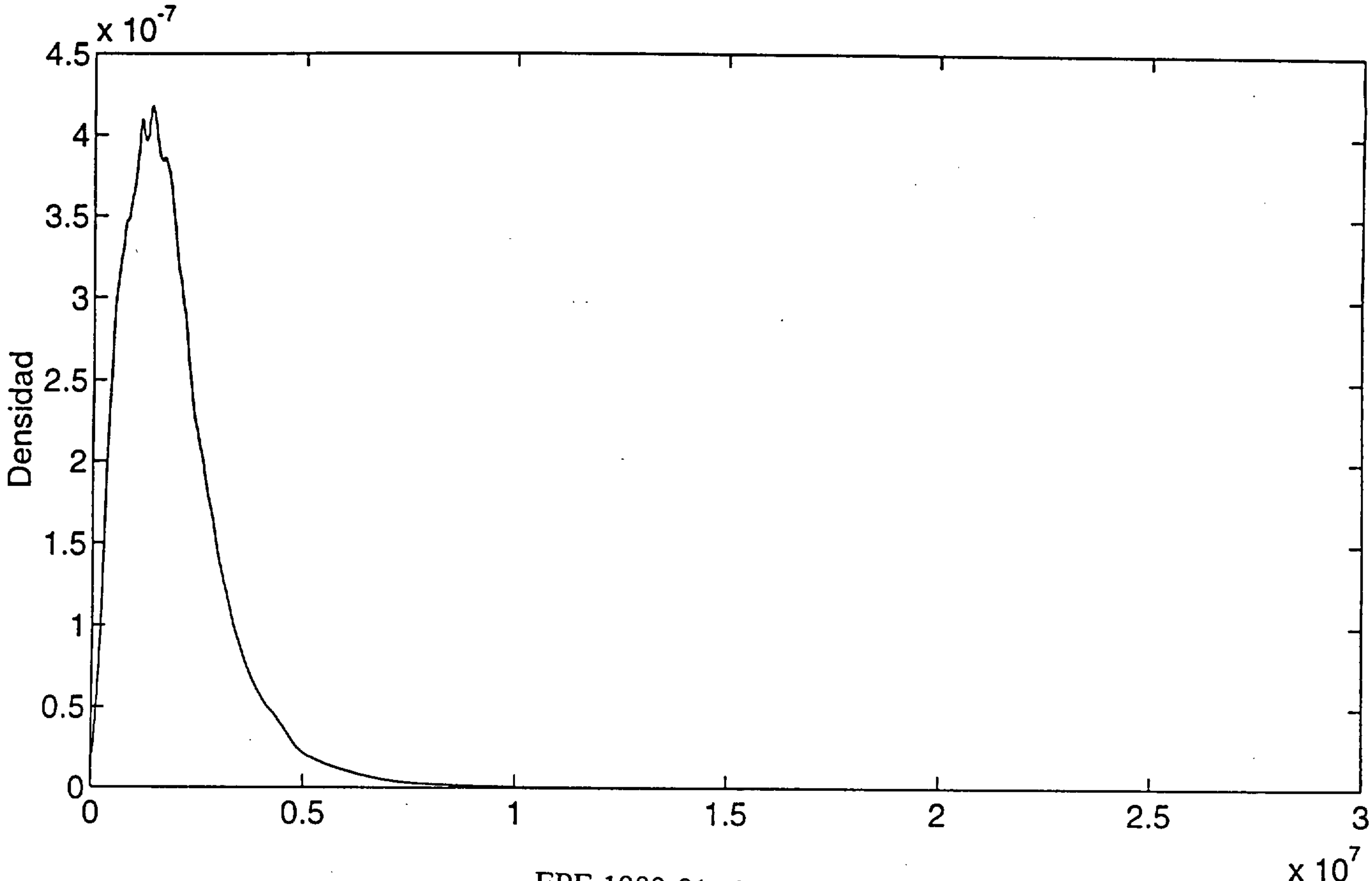
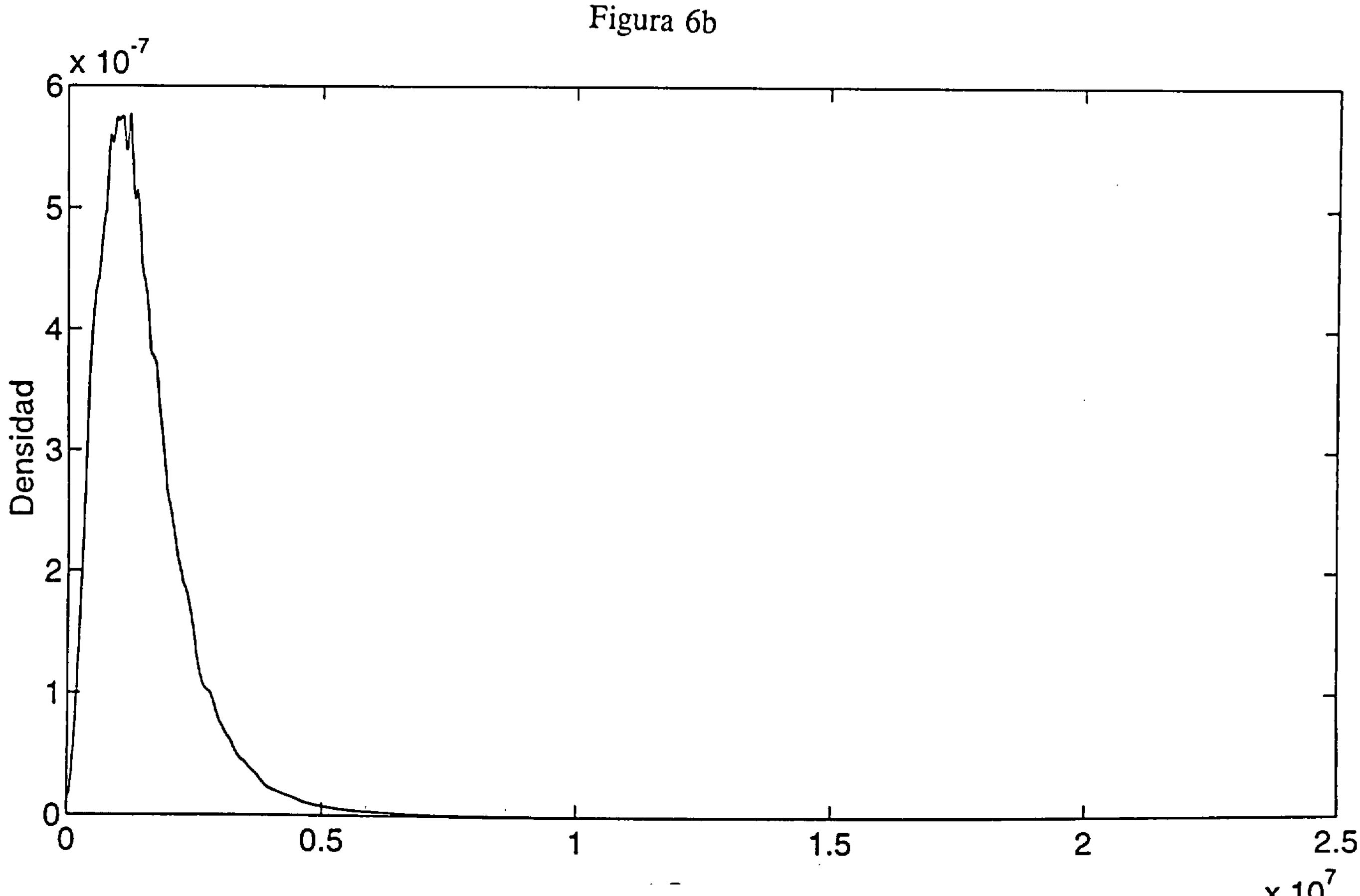


Figura 6a



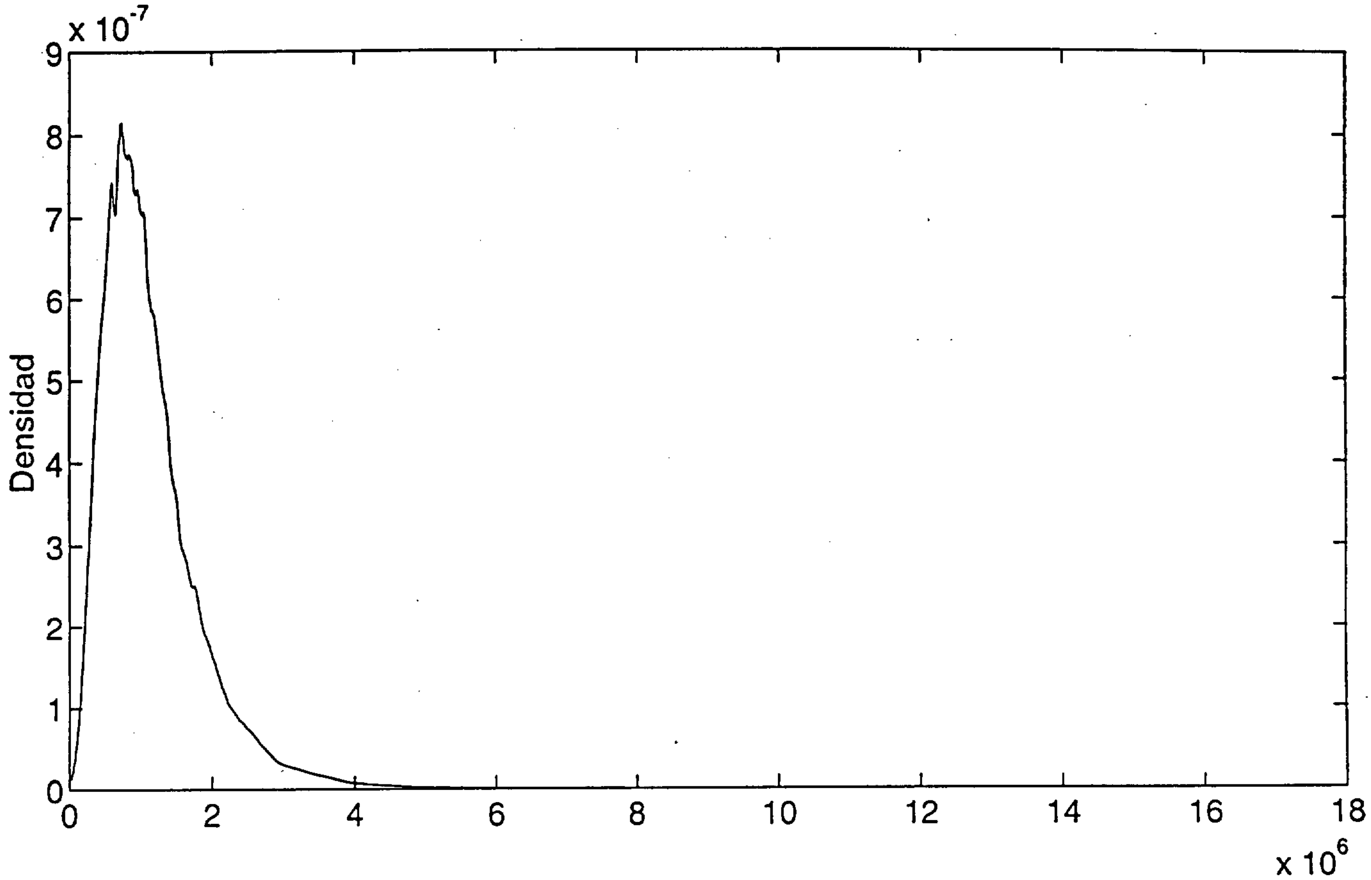
EPF 1980-81: θ=0.0

Figura 6b



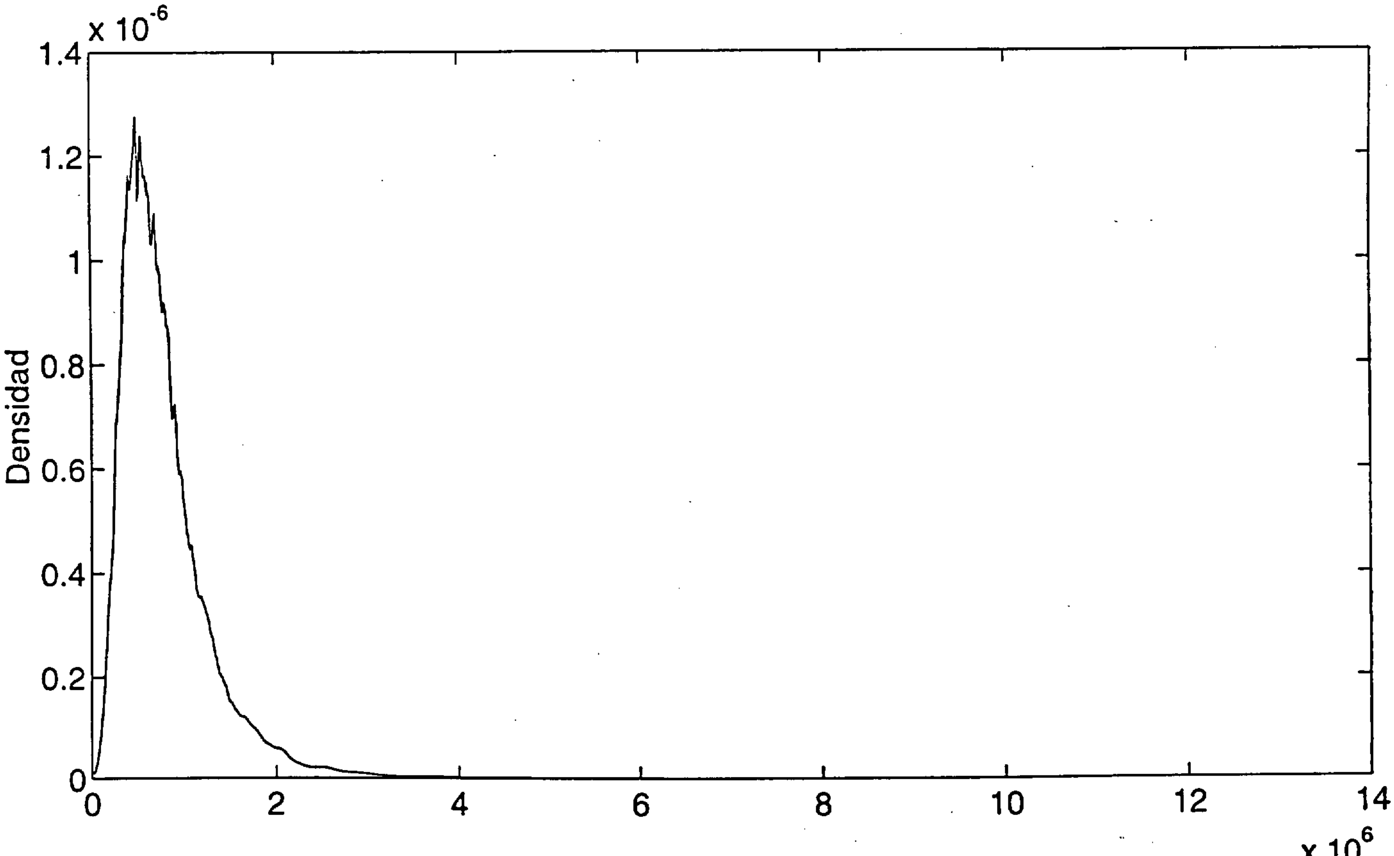
EPF 1980-81: θ=0.2

Figura 6c



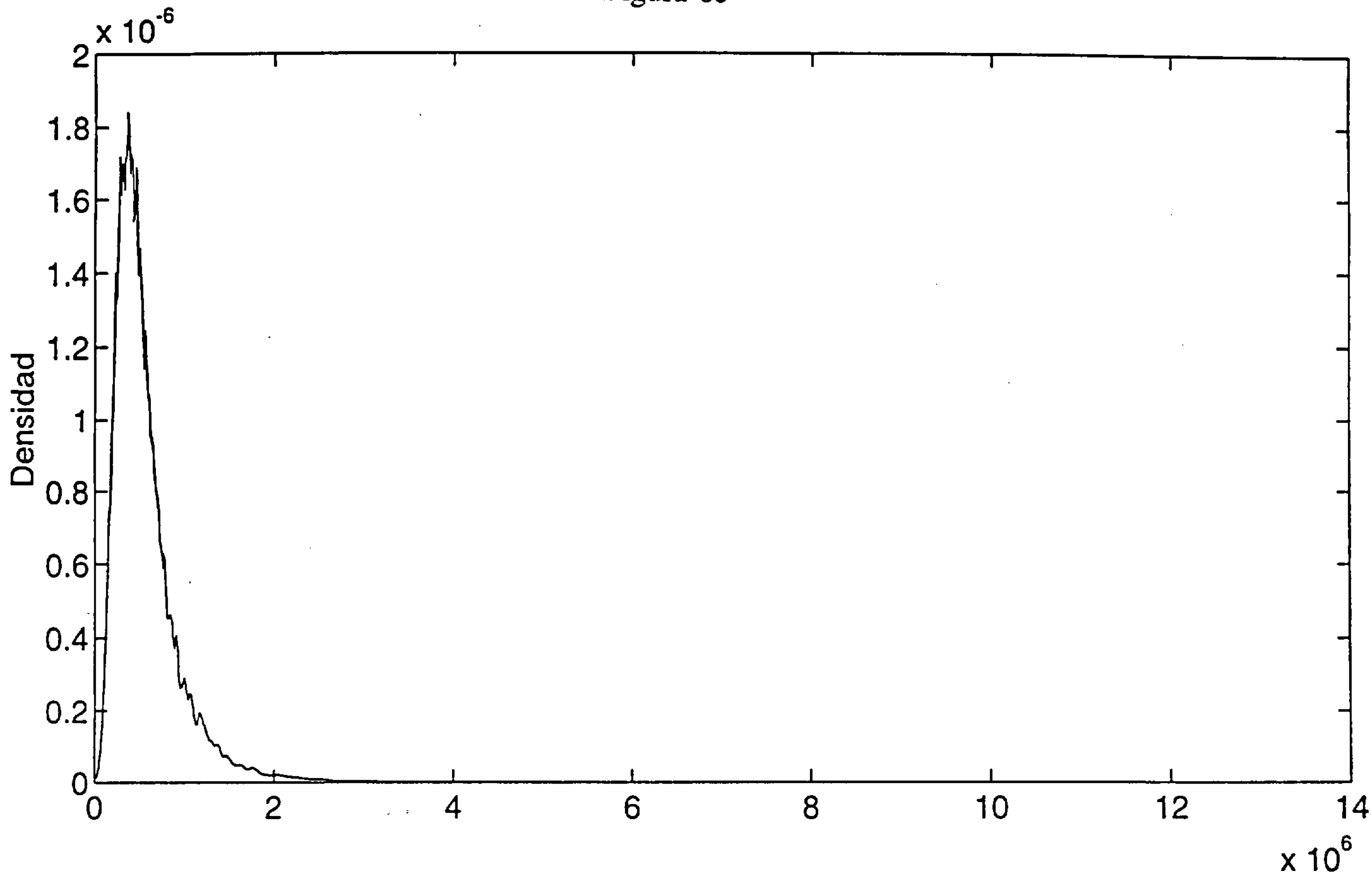
EPF 1980-81: θ=0.4

Figura 6d



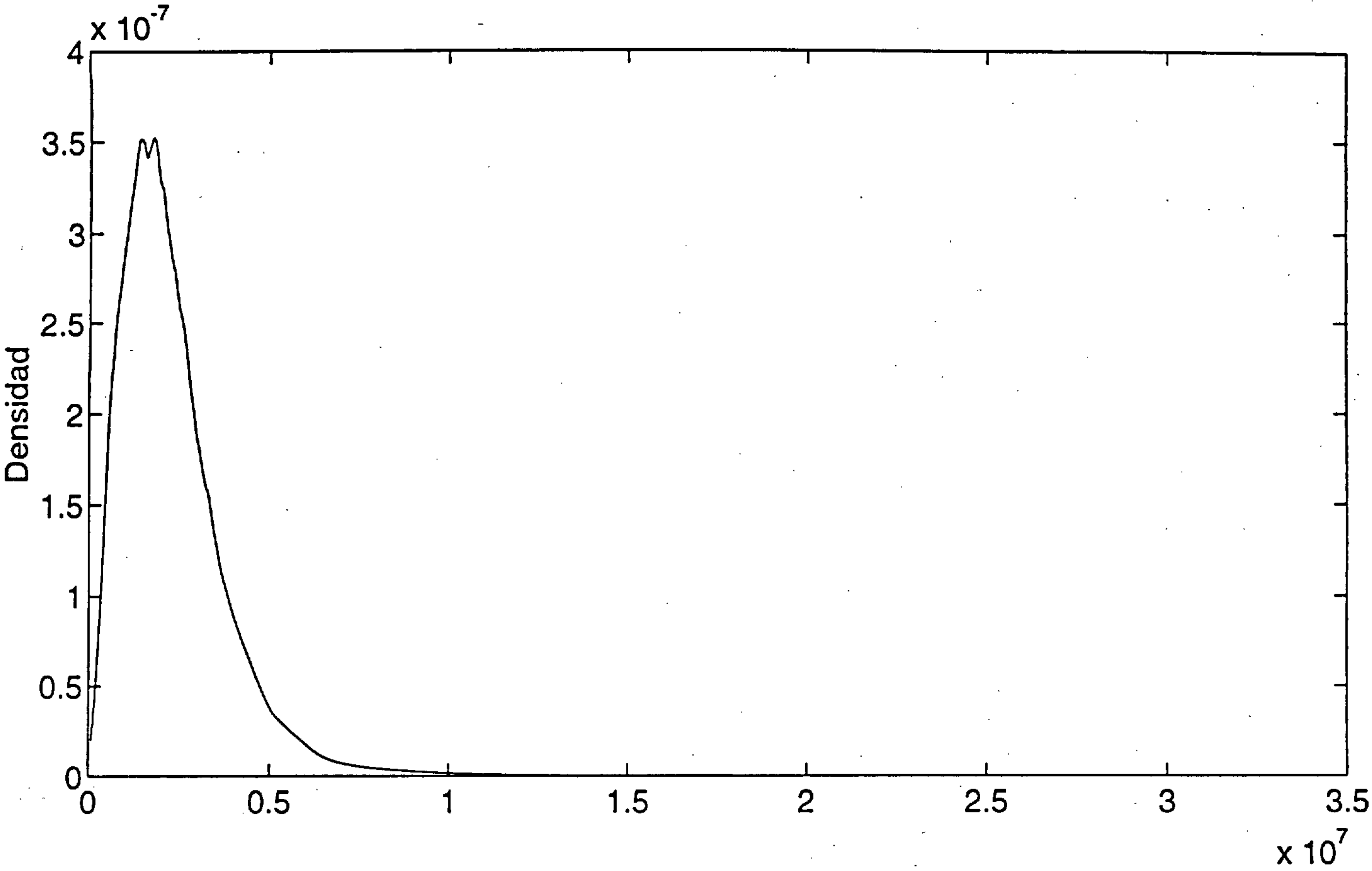
EPF 1980-81: θ=0.7

Figura 6e



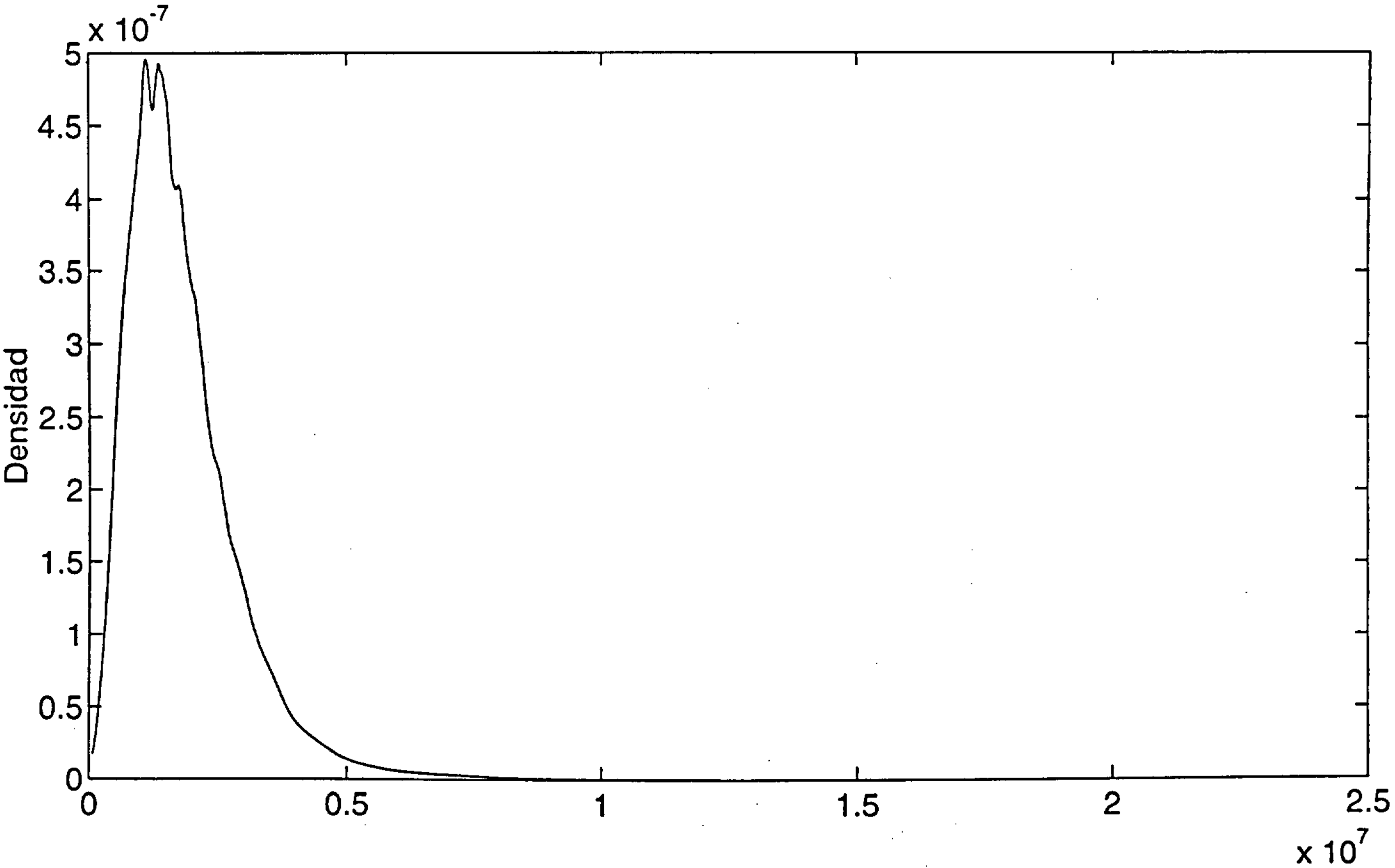
EPF 1980-81: θ=1.0

Figura 7a



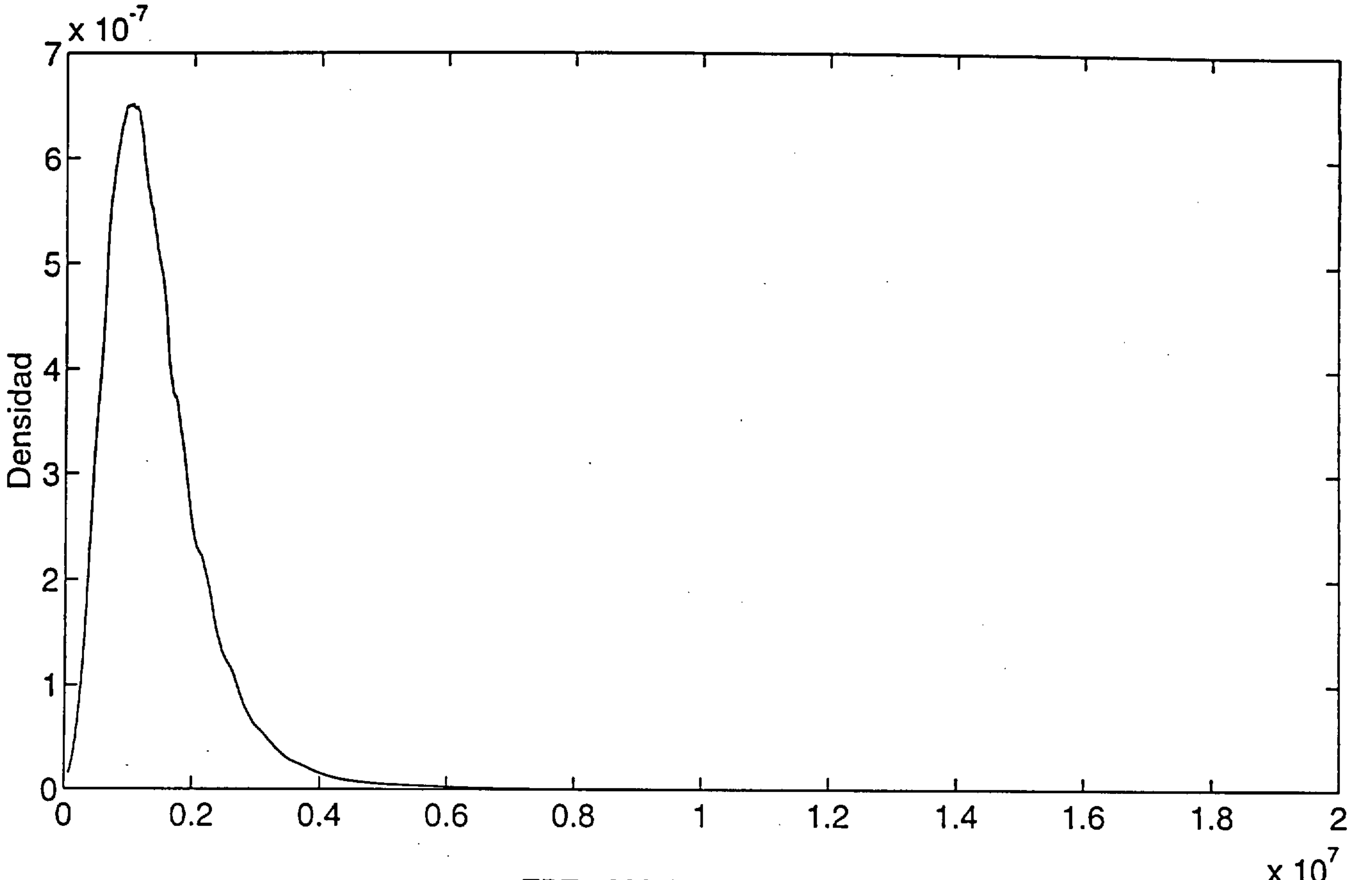
EPF 1990-91: θ=0.0

Figura 7b



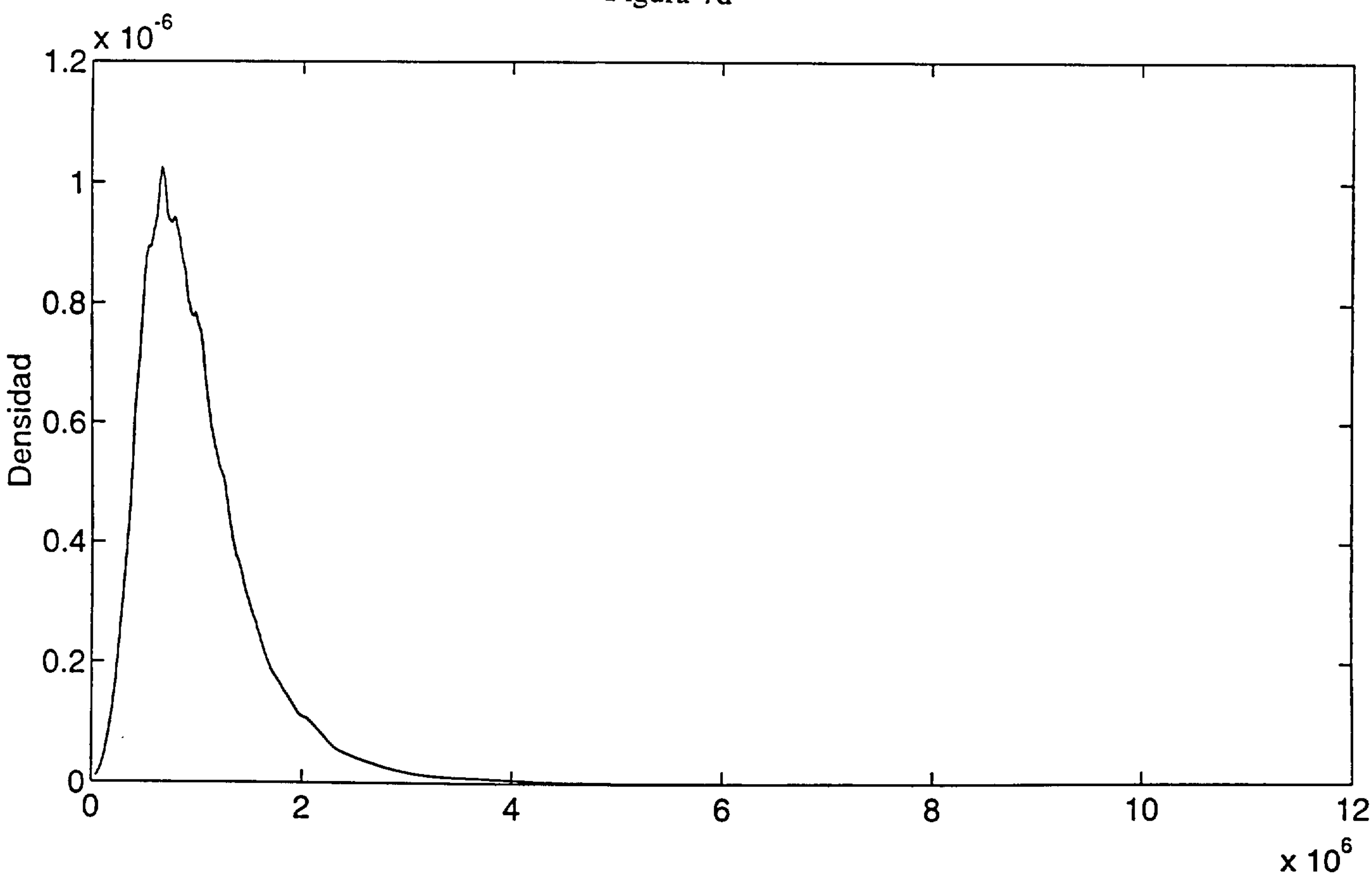
EPF 1990-91: θ=0.2

Figura 7c



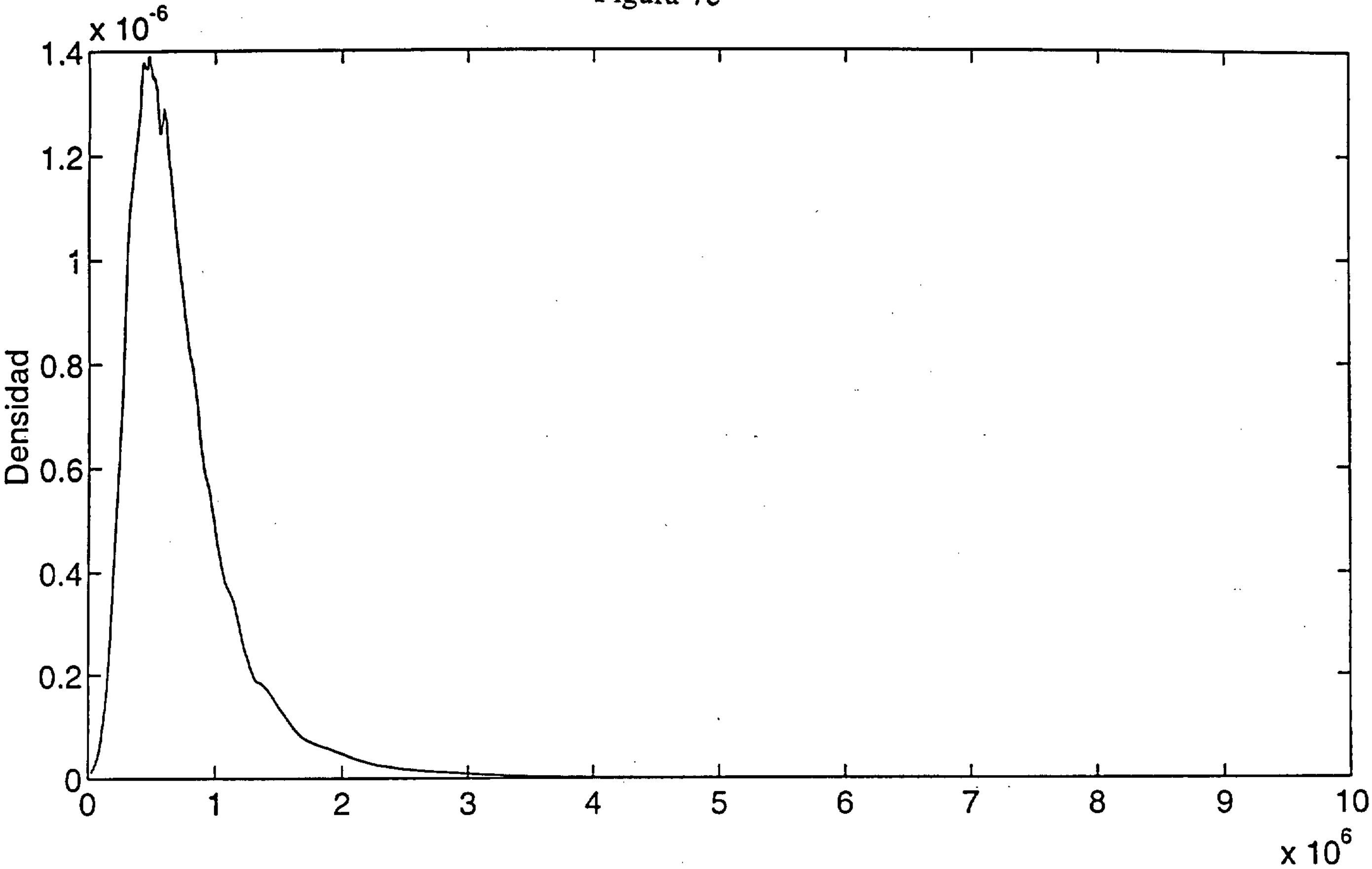
EPF 1990-91: θ=0.4

Figura 7d



EPF 1990-91: θ=0.7

Figura 7e



EPF 1990-91: θ=1.0

Figura 8

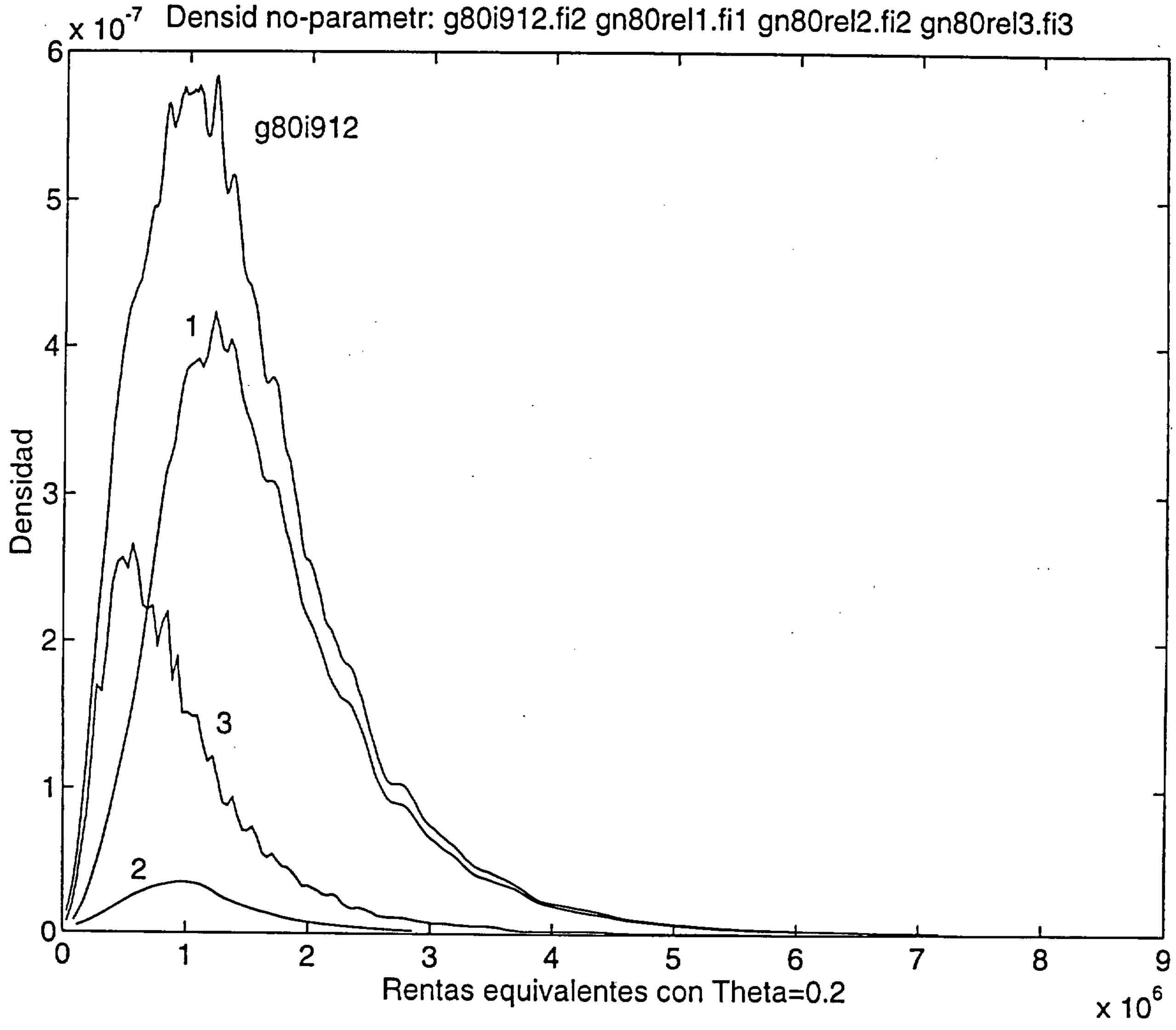

x 10^-7 Densid no-parametr: g80i912.fi2 gn80rel1.fi1 gn80rel2.fi2 gn80rel3.fi3
g80i912
1
3
2
Densidad
Rentas equivalentes con Theta=0.2
x 10^6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

Figura 9

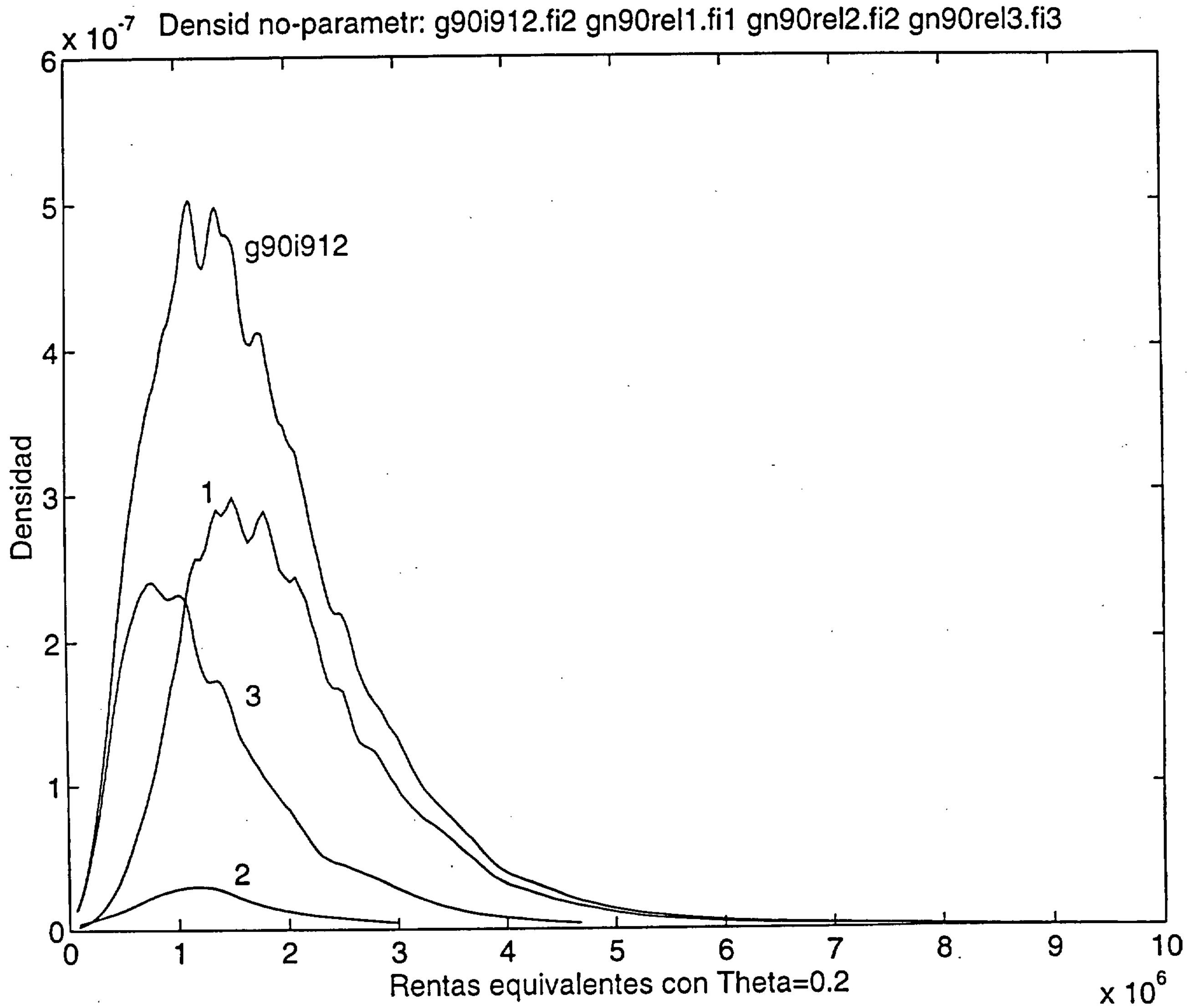

x 10^-7 Densid no-parametr: g90i912.fi2 gn90rel1.fi1 gn90rel2.fi2 gn90rel3.fi3
Densidad
g90i912
1
2
3
0 1 2 3 4 5 6
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Rentas equivalentes con Theta=0.2
x 10^6

Figura 10

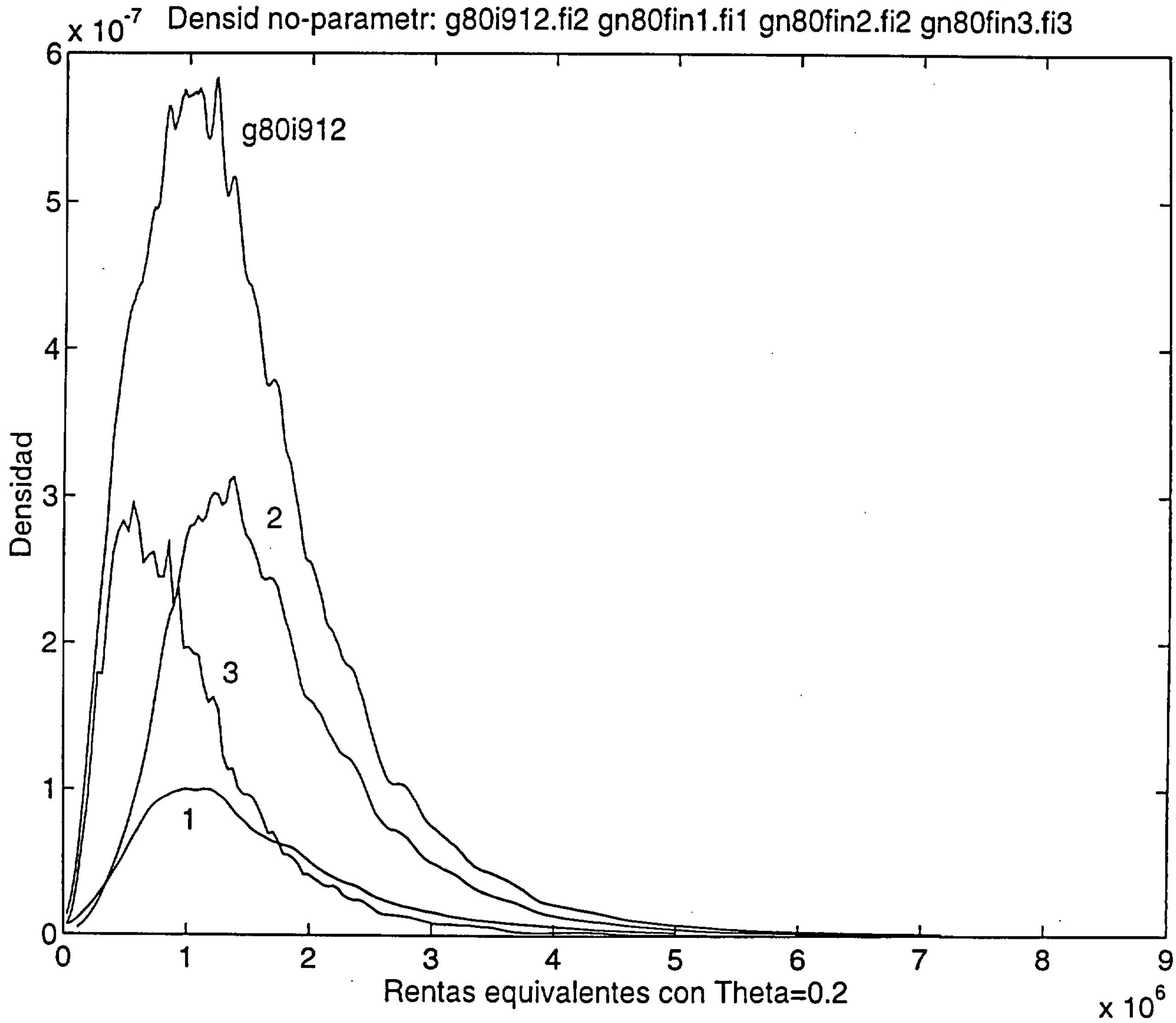
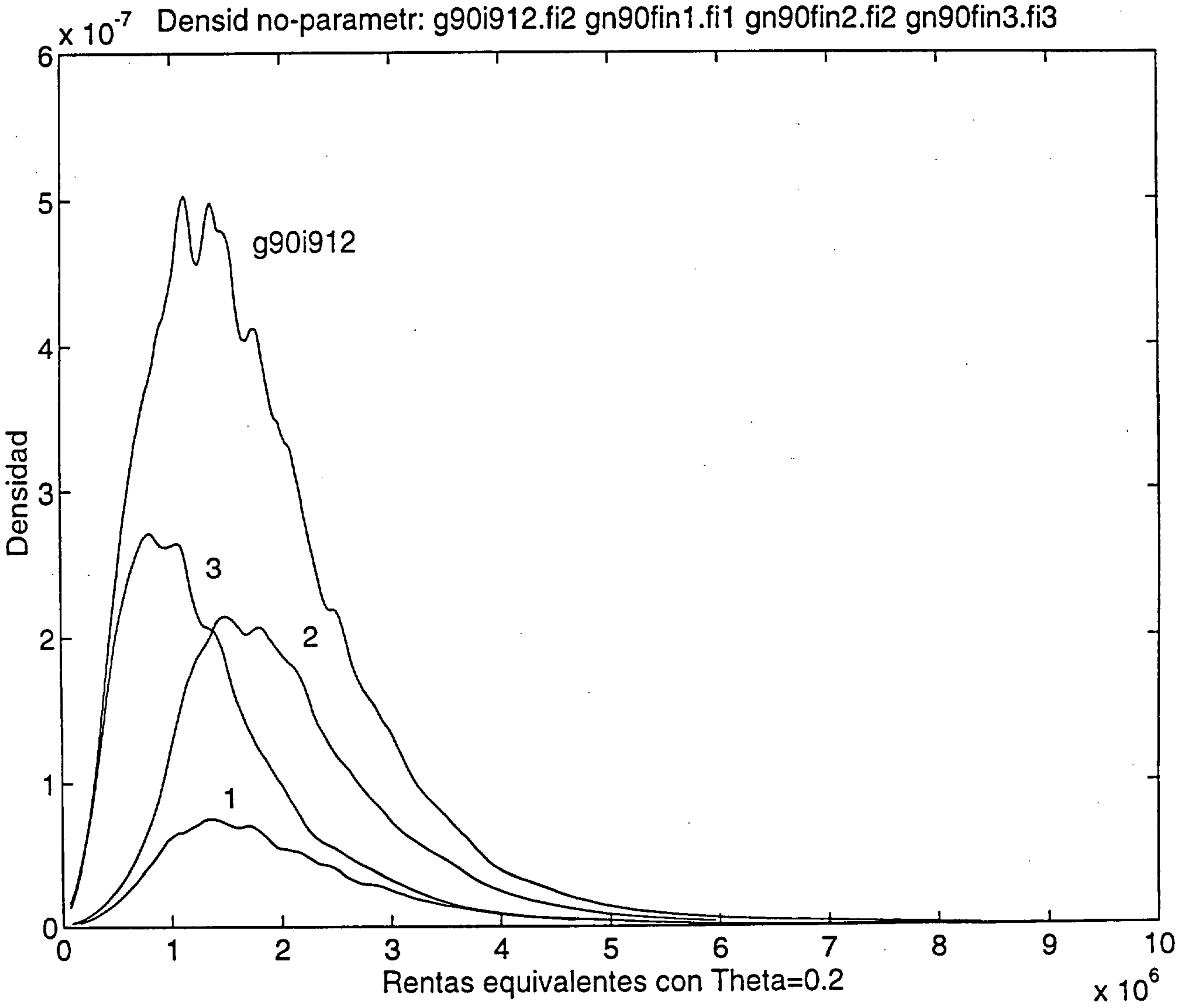

x 10^-7 Densid no-parametr: g80i912.fi2 gn80fin1.fi1 gn80fin2.fi2 gn80fin3.fi3
g80i912
2
3
1
Densidad
0
1
2
3
4
5
6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
Rentas equivalentes con Theta=0.2
x 10^6

Figura 11



x 10^-7 Densid no-parametr: g90i912.fi2 gn90fin1.fi1 gn90fin2.fi2 gn90fin3.fi3
Densidad
0
1
2
3
4
5
6
g90i912
3
2
1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
Rentas equivalentes con Theta=0.2
x 10^6

Capítulo 4

Ordenaciones de pobreza mediante la Inversa de la curva de Lorenz Generalizada

4.1 Introducción

En anteriores trabajos hemos dirigido nuestra atención hacia el estudio de la desigualdad del gasto de los hogares españoles a lo largo de la última década, tanto en el conjunto de la población como en diferentes particiones consideradas de interés en la explicación del fenómeno. En este momento, enlazando con una literatura reciente preocupada por los aspectos distributivos del crecimiento económico en nuestro país[1], nuestros esfuerzos se centran en completar este cuadro a partir del análisis de los cambios experimentados por la pobreza durante la década de los 80 en España.

El interés por conocer los niveles de pobreza existentes en los países desarrollados ha resurgido a lo largo de las dos últimas décadas, en parte motivado por la recesión económica y por las altas tasas de desempleo que las economías occidentales han experimentado durante este período. En este contexto se enmarcan las estimaciones de pobreza elaboradas por Eurostat para diversos países de la Comunidad Europea, cuyas conclusiones han sido utilizadas en la elaboración de políticas sociales comunitarias. El interés político ha impulsado, así, el debate académico centrado en el desarrollo de indicadores específicos para medir este fenómeno.

[1] Entre los más destacados están, Ruiz-Castillo (1987), Bosch, Escribano y Sánchez (1989), Escribano (1990), Ayala, Martínez, y Ruiz-Huerta (1993) y Ruiz-Huerta y Martínez (1994).

Al igual que en el caso de la desigualdad, también el análisis de la pobreza cuenta con un amplio conjunto de indicadores que satisfacen, en mayor o menor medida, una serie de propiedades consideradas deseables. La contribución fundamental en el tratamiento axiomático de la pobreza se debe a Sen (1976), donde se proponen las características que todo índice de pobreza debe respetar. Éstas, hacen referencia a consideraciones de Incidencia, en relación al número de personas afectadas por el problema; Intensidad, que requiere que la pobreza aumente cuando la posición económica de los individuos empeora; y Desigualdad, donde se reconoce la necesidad de incorporar cuestiones redistributivas en la medición de la pobreza.

Como apunta Ruiz-Castillo (1987), "dada la dificultad y la ambigüedad de reducir a un escalar un fenómeno tan complejo como la pobreza, no tiene sentido confiar en que un examen de las propiedades formales de un conjunto de índices permita concluir cuál de ellos es el indicador adecuado. Por el contrario, lo razonable en la práctica es estimar primero un abanico de medidas relevantes para el problema que nos ocupa y estudiar posteriormente la robustez de las conclusiones que se obtengan". Por eso, ha sido frecuente la utilización simultánea de diversos índices de pobreza en función de sus propiedades axiomáticas y éticas, entre los que destacan los incluidos dentro de la amplia clase de *Índices del Gap de Pobreza Generalizado* (IGPG). Estos índices son funciones de la distribución de la diferencia entre la renta de cada individuo y la línea de pobreza elegida, y engloban a muchos de los indicadores más empleados como son el índice de tipo "Dalton" de Hagenaars (1987), el índice de Watts (1968), el índice tipo 2 de Clark, Hemming y Ulph (1981), o los miembros de la familia de Foster, Greer y Thobecke (1984), entre otros.

Sin embargo, los métodos empleados en la medición de la pobreza no han estado exentos de críticas. Críticas que fundamentalmente se derivan de la diversidad de juicios de valor que afectan a distintas vertientes de la medición, y que sugieren la necesidad de replantearse algunos de los aspectos básicos en los que se sustenta. En Atkinson (1987) se intenta dar respuesta a esta cuestión poniendo en primer plano la importancia de reconocer explícitamente los juicios de valor existentes en los procedimientos de medición que se utilizan. Para ello, el autor plantea la necesidad de reconsiderar la utilización de índices y líneas de pobreza específicas y defiende el empleo de metodologías lo suficientemente generales que permitan alcanzar algún grado de acuerdo, aun cuando los juicios de valor sean diferentes. En esta línea, Atkinson desarrolla condiciones de dominancia cuyos órdenes parciales resultantes son robustos al nivel de la línea de pobreza y a la medida de pobreza elegida.

La metodología desarrollada por Jenkins y Lambert (1995) profundiza en esta dirección, ofreciendo procedimientos más poderosos a la hora de caracterizar situaciones en las que las distribuciones de la renta pueden ser ordenadas ante una variedad de juicios de valor. Su contribución a la literatura reciente de la medición de la pobreza puede resumirse en cuatro aspectos básicos: 1) definen lo que denominan *Inversa de la Curva de Lorenz Generalizada de Gaps de Pobreza*, IGL, que sintetiza la información contenida en la distribución de la pobreza atendiendo a las tres dimensiones básicas destacadas por Sen (1976): incidencia, intensidad y desigualdad; 2) proporcionan métodos para contrastar la presencia de órdenes de pobreza unánimes cuando una línea de pobreza común, aunque variable, es elegida. Para ello se valen de criterios de dominancia entre las curvas IGL estimadas a partir de las distribuciones de gaps de pobreza que son objeto de estudio. Así, extienden y completan los procedimientos desarrollados en Atkinson (1987) y Foster y Shorrocks (1988a y b); 3) siguiendo en esta línea, obtienen resultados teóricos que relacionan estos criterios de dominancia con órdenes de pobreza unánimes cuando las líneas de pobreza son diferentes y variables, aunque manteniendo una relación fija entre ellas; y 4) aumentan la robustez del ejercicio, al calcular la distancia máxima entre las dos líneas de pobreza que garantiza la dominancia inicial entre las curvas IGL. O lo que es lo mismo, nos ofrecen la posibilidad de calcular la variabilidad en la relación entre ambas líneas que conserva la ordenación de pobreza inicial.

En este trabajo proponemos aplicar estas técnicas para estudiar la evolución de la pobreza en España en la década de los 80, tanto en la población en su conjunto como en la partición por tamaño del hogar. De esta forma podremos comprobar la generalidad de los resultados globales en los diferentes grupos que componen la partición básica. Para llevar ésto a cabo, nos acogeremos a la rica información que nos suministran las dos grandes

Encuestas de Presupuesto Familiares (EPF de aquí en adelante), elaboradas por el INE en 1980-81 y 1990-91.

Nuestra aportación se centra en dos aspectos. Por un lado, en el tratamiento detallado de la heterogeneidad de los hogares objeto de estudio. Así, primero se estudia la población total bajo distintos supuestos sobre la escala de equivalencia, esto es, bajo distintas hipótesis sobre las economías de escala presentes en el consumo de los hogares; para a continuación detenernos en cada uno de los grupos de hogares éticamente equivalentes por separado. Por otro lado, incorporamos a este contexto procedimientos de inferencia estadística ya existentes en el campo de la desigualdad. En este punto, nosotros planteamos la conveniencia de construir intervalos de confianza sobre las IGL y estadísticos que permitan contrastar hipótesis sobre la igualdad, el cruce o la dominancia entre dos de ellas. De esta forma nos aseguramos que el conjunto de líneas de pobreza obtenido mediante la comparación de estas curvas no recoge efectos derivados de la variabilidad muestral, lo que desvirtuaría las características intrínsecas de las distribuciones de renta poblacionales. Para la construcción de estos intervalos de confianza proponemos la utilización de resultados existentes en el contexto de Curvas de Lorenz Generalizadas, mostrando que su aplicabilidad a este caso es inmediata.

El trabajo está organizado de la siguiente forma. La sección 4.2 presenta el concepto de curva IGL y los resultados teóricos que permiten asociar las relaciones de dominacia entre estas curvas con los índices pertenecientes a la clase de índices de gaps de pobreza generalizados, IGPG. A continuación, en la sección 4.3, utilizamos las aproximaciones en muestras grandes de las ordenadas de las Curvas de Lorenz Generalizadas para construir intervalos de confianza y valores críticos de contraste de igualdad de las IGL. Ya en la sección 4.4 nos detendremos brevemente en algunas cuestiones metodológicas. La sección 4.5 contiene la aplicación empírica de estas técnicas, en la que se comparan los niveles de pobreza al principio y al final de la década de los 80 en España, tanto en la población total como en cada uno de los grupos que constituyen la partición básica. En la sección 4.6 se incluyen las principales conclusiones. Un pequeño Apéndice, en el que se presentan resultados referentes a otras particiones de interés, cierra el trabajo.

4.2 Curvas IGL de gaps de pobreza

Como hemos mencionado anteriormente, en este trabajo proponemos utilizar la metodología desarrollada por Jenkins y Lambert (1995), cuyo objetivo central es la caracterización de situaciones en las que las distribuciones de renta pueden ser ordenadas de manera no ambigua y de forma robusta ante diferentes elecciones sobre la línea de pobreza y el índice de pobreza agregado. Para ello, estos autores definen lo que denominan, *Inversa de la curva de Lorenz Generalizada de gaps de pobreza*, IGL, y demuestran que los criterios de ordenación generados por estas curvas se corresponden con los que se obtendrían con la utilización de dos amplias clases de índices de gaps pobreza generalizados, IGPG. En esta sección presentamos el concepto de curva IGL, haciendo especial incapié en sus propiedades y en los resultados teóricos que permiten asociar las relaciones de dominancia entre estas curvas y las ordenaciones unánimes que se obtendrían con los índices IGPG.

4.2.1 Índices de gaps de pobreza y curvas IGL

Supongamos que partimos de un conjunto de individuos $N=\{1,\ldots,n\}$, cada uno de los cuales está caracterizado por un número real, x_i, representativo de su posición económica y que denominaremos renta. Denotemos por $\mathbf{x}=(x_1,\ldots,x_n)$ la distribución de rentas una vez que éstas han sido ordenadas de menor a mayor, de forma que $0<x_1\leq\ldots\leq x_n$; y sea z un nivel económico crítico denominado línea de pobreza, que nos definirá implícitamente el conjunto de pobres, T(·), constituido por todos aquellos individuos cuya renta no alcanza este nivel; esto es,

$$T(\mathbf{x},z) = \{i\in N: x_i<z\} \quad .$$

Supongamos que, en los casos que fuese preciso, las rentas ya han sido ajustadas mediante escalas de equivalencia para tener en cuenta las diferentes necesidades de los hogares. Siguiendo a Jenkins y Lambert (1995), sea $\mathbf{g}_x$ el vector de *gaps de pobreza* asociado a la distribución **x** y a la línea de pobreza *z*, donde

$$g_{x_i} = \max\{z - x_i, 0\} \ .$$

Nuestro interés por este vector se debe a que un gran número de índices de pobreza son funciones de la distribución de gaps de pobreza, constituyendo una amplia clase dentro de los conocidos *índices de gaps de pobreza generalizados*. Así, con **P** haremos referencia a la clase de índices de pobreza que, dada una línea z, son funciones crecientes, invariantes ante réplicas y S-convexas de cualquier vector de gaps de pobreza, $\mathbf{g}_x$. Estas propiedades aseguran el cumplimiento de los axiomas de Dominio, Monotonicidad, Simetría y Transferencias, explicitadas en Foster (1984). Dirigiéndose, por lo tanto, en la dirección señalada por Sen (1976) sobre la necesidad de incorporar, en la medición de la pobreza, consideraciones de Incidencia, Intensidad y Desigualdad. Más adelante volveremos sobre estos índices y su relación con las curvas IGL.

Formalmente la Inversa de la curva de Lorenz Generalizada de gaps de pobreza, IGL(g;p), se define en cada punto p como,

$$IGL: \ p \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{q} g_i}{n} \ , \qquad (1)$$

donde p=q/n, hace referencia al 100·p por ciento de los hogares más pobres, con $0 \leq p \leq 1$. Para cada valor de p, IGL(g;p) representa el gap acumulado por el 100·p por ciento más pobre de la población, dividido por el número total de individuos. Por lo tanto, sólo los individuos pobres dan contenido a las curvas IGL, ya que en su construcción se desecha la información relativa a los que se sitúan por encima del umbral de pobreza. En la Figura 1 presentamos un ejemplo en el que se hace hincapié en algunas de las buenas propiedades que este instrumento gráfico incorpora. Como apuntan sus descubridores, las curvas IGL reflejan la incidencia de la pobreza al mostrarnos el percentil en el que se hace horizontal y por lo tanto, la proporción de pobres existente en la población; nos informan, asimismo, de la magnitud del problema, al ser la altura máxima alcanzada la suma total de gaps de pobreza dividida por el número de individuos; y por último, incorporan una noción de desigualdad reflejada en el grado de concavidad presente en su zona curva, ya que la pendiente en cada uno de los percentiles es su gap de pobreza asociado[2].

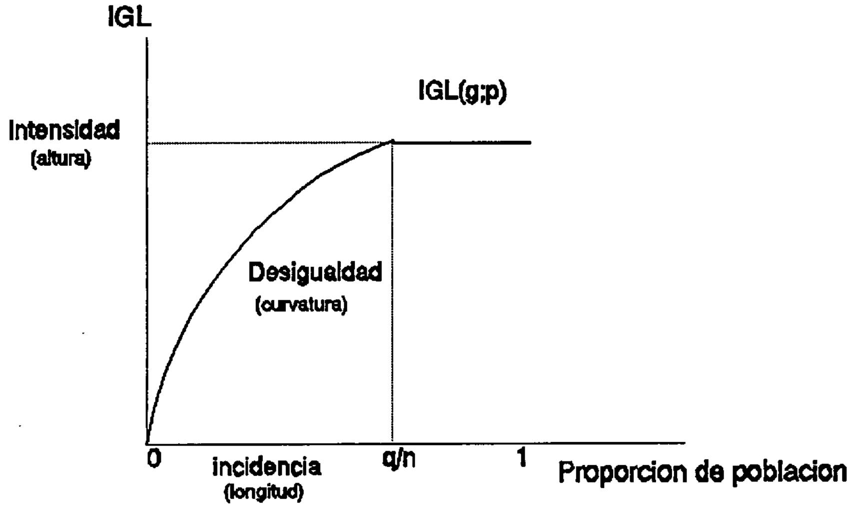


Figura 1
Propiedades de las curvas IGL

La posibilidad de contar con instrumentos gráficos que resumen la información muestral de forma similar a como lo hacen los índices del gap de pobreza, permite intuir que existen formas de conectar los órdenes de pobreza no-ambiguos ofrecidos por las clases **P** con no-intersecciones de las curvas IGL.

4.2.2 Dominancia IGL y órdenes de pobreza con una línea común

Dadas dos distribuciones de renta, **x** e **y**, y dos líneas de pobreza cualesquiera, z_x y z_y, calculemos las curvas IGL asociadas a cada distribución de gaps de pobreza, IGL_{g_x} e IGL_{g_y}. Diremos que la distribución $\mathbf{g}_y$ domina en el sentido IGL a $\mathbf{g}_x$, cuando la curva IGL_{g_y}

[2] Para profundizar en este tema y conocer las relaciones entre estas curvas y otras existentes en la literatura, remitimos al lector al trabajo original de Jenkins *et* al. (1995).

no se sitúa por debajo de la IGL_{g_x} en ninguno de sus puntos.

Con estas nociones de dominancia en la mano, Jenkins *et* al. (1995) encuentran criterios compatibles con los órdenes de pobreza unánimes en el universo **P**, relajando además la obligatoriedad de ceñirse a relaciones específicas entre las líneas de pobreza asociadas a las distribuciones objeto de estudio. De esta forma dan un salto cualitativo importante en las técnicas de medición de la pobreza existentes, ya que permiten resumir en una sola estimación lo que hasta ahora se traducía en múltiples cálculos por índices y por líneas de pobreza alternativas.

Así, en su Teorema 1 los autores demuestran que, para cualquier línea de pobreza común, z, la dominancia de $\mathbf{g}_y$ sobre $\mathbf{g}_x$ según el criterio de la curva IGL, es condición necesaria y suficiente para asegurar que el nivel de pobreza en **x** no es superior al existente en **y**, para toda línea de pobreza común igual o menor que z, cualquiera que sea el índice de pobreza elegido perteneciente a **P**. Por lo tanto, una que vez que encontremos una relación de dominancia a partir de una línea absoluta común, no será necesario volver a comparar ambas distribuciones con líneas de pobreza menores, ya que este Teorema nos asegura que los resultados se mantendrán inalterados.

Además, y poniendo de manifiesto la cercanía con los resultados que se pueden extraer de la dominancia según el criterio de Lorenz Generalizado de las distribuciones de renta[3], el Teorema 2 demuestra que la dominancia de **x** sobre **y** según este criterio, sólo se puede dar si $\mathbf{g}_y$ domina en el sentido de IGL a $\mathbf{g}_x$, para toda línea de pobreza común que sea factible[4]. Por lo que en el caso de la comparación de los niveles de pobreza en España a partir de las EPF del 80-81 y 90-91, los resultados existentes sobre las curvas de Lorenz Generalizadas nos aseguran que, independientemente de la línea de pobreza absoluta común que elijamos, todos los índices pertenecientes a **P** mostrarán una mejoría en los niveles de pobreza a lo largo de la década de los 80.

[3] Debidos a Shorrocks (1983).

[4] Como los autores destacan, estos resultados generalizan, en diferentes sentidos, los obtenidos por Atkinson (1987), y Foster et al. (1988a y b), entre otros.

4.2.3 Dominancia IGL y órdenes de pobreza con líneas diferentes

El resultado presentado en la sección previa no tiene, sin embargo, una aplicabilidad tan extensa como apresuradamente podría parecer. Que el 90 presente una mejoría para cualquier línea de pobreza común no significa, obviamente, que para líneas diferentes este resultado se mantenga. Nos interesará, por tanto, disponer de herramientas que nos permitan extraer conclusiones de la comparación de distribuciones de gaps de pobreza que tengan en cuenta las diferencias en el estándar de vida, y por lo tanto de pobreza, de las sociedades objeto de estudio, y asomarnos, de esta forma, a los resultados que se obtendrían con la utilización de índices relativos. Así, la utilización de líneas de pobreza diferentes se hace especialmente interesante cuando queremos comparar niveles de pobreza en países distintos o en diferentes momentos del tiempo para un mismo país. Los resultados que a continuación pasamos a comentar se adentran en este mundo relativo, procurando minimizar los problemas de comparabilidad entre distribuciones con niveles de vida diferentes y evitando la elección arbitraria de líneas de pobreza.

Para abordar esta cuestión es necesario utilizar lo que se conoce como el *vector de gaps de pobreza normalizados*, $\mathbf{\Gamma}_x$, donde cada uno de sus miembros se define como,

$$\Gamma_{x_i} = \frac{g_{x_i}}{z} = \max\{\frac{z-x_i}{z}, 0\} \ .$$

Nuestro interés por este vector se debe a que un gran número de índices de pobreza relativos son funciones de la distribución de gaps de pobreza normalizados. Constituyendo, al igual que ocurría con los índices **P**, una amplia clase dentro de los *índices de gaps de pobreza generalizados*, que denominaremos **Q**. Así, con **Q** denotaremos la clase de índices de pobreza que, dada una línea *z*, son funciones crecientes, invariantes ante réplicas y S-convexas de cualquier vector de gaps de pobreza normalizados, $\mathbf{\Gamma}_x$.

En su Teorema 3, Jenkins y Lambert (1995) demuestran que, cualesquiera que sean las líneas de pobreza elegidas en la comparación de **x** e **y**, la dominancia de $\mathbf{\Gamma}_y$ sobre $\mathbf{\Gamma}_x$ según el criterio de IGL es condición necesaria y suficiente para asegurar, no sólo que **x** no presentará mayores niveles de pobreza que **y** para esas dos líneas de pobreza, sino que el resultado se extiende a todos los pares de líneas de pobreza que guarden la misma relación relativa que las iniciales, cualquiera que sea el índice de pobreza elegido perteneciente a **Q**. Es más, si esta dominancia es numéricamente significativa en los términos del Teorema 4, tendremos margen para reducir la línea de pobreza inicialmente elegida en la construcción de la distribución $\mathbf{\Gamma}_y$, manteniendo su posición dominante sin incurrir en cruces con la distribución original $\mathbf{\Gamma}_x$. Con lo que estaremos en condiciones de calcular el rango de valores de z_y^* para los cuales $Q(x|z_x) \leq Q(y|z_y^*)$, para todo índice, Q, perteneciente a **Q**. Como enfatizan los autores, "los órdenes de pobreza asegurados por el test de dominancia de las curvas IGL son así robustos a cambios en la posición relativa de las líneas de pobreza, en la medida en la cual lo permitan los propios gaps de pobreza".

Este resultado nos sitúa en una nueva dimensión, al permitir estimar la robustez de los órdenes de pobreza aun cuando las líneas de pobreza de ambas distribuciones no conserven ningún tipo de relación. La posibilidad de contar con una metodología que nos permite trabajar con líneas de pobreza diferentes y que también otorga flexibilidad en la relación existente entre ellas nos libera de la exigencia de tener que normalizar las distribuciones mediante la utilización de índices de precios o tasas de intercambio, cuando no nos queda más remedio que aceptar la necesidad de tener en cuenta las diferencias en el nivel de vida de las poblaciones a las que representan las distribuciones objeto de estudio. No tendremos que utilizar criterios homogeneizadores de las distribuciones originales, sobre los que generalmente no existe consenso, para estar en condiciones de aplicar líneas de pobreza comunes. Con esta metodología nos liberamos de la tarea de normalizar las distribuciones una y otra vez, en el intento de evitar la arbitrariedad de la elección del método, y permitimos que sean los datos los que nos indiquen para qué conjunto de líneas de pobreza se mantienen las relaciones de dominancia.

4.3 Inferencia estadística con curvas IGL

Como hemos mostrado en el epígrafe anterior, la *inversa de la curva de Lorenz*

Generaliza de gaps de pobreza resume de forma adecuada distintas vertientes del problema de la pobreza. Hasta tal punto, que la comparación de curvas IGL es un valioso instrumento que permite comprobar la existencia de órdenes de pobreza robustos a la elección del índice agregado, para todos aquellos índices pertenecientes a alguno de los conjuntos **P** o **Q**.

Por desgracia, y al igual que ocurre con las curvas de Lorenz, la dominancia según IGL sólo induce órdenes parciales sobre las distribuciones de gaps de pobreza, no siendo posible ordenar de forma concluyente todos los pares de distribuciones factibles sobre la base de este criterio. Así, tres son los posibles resultados al comparar distribuciones de gaps de pobreza bajo este prisma: dominancia, igualdad y no-comparabilidad. Siendo de esperar que en el análisis empírico los cruces entre IGL se produzcan frecuentemente, con la ausencia de criterio que esto provoca.

Nosotros no nos contentaremos, sin embargo, con emplear las curvas IGL con propósitos meramente descriptivos (como se ha hecho hasta el momento) sobre todo, teniendo en cuenta que la experiencia existente en el campo de la desigualdad y las curvas de Lorenz, nos indica que muchos de los cruces observados en éstas sólo son fruto de la variabilidad muestral, no reflejando características poblacionales[5]. Por ello proponemos utilizar las curvas IGL como herramientas para hacer inferencia en lugar de contentarnos con simples estadísticos descriptivos, y enriquecer así, los resultados presentados en el epígrafe anterior con procedimientos que permitan distinguir entre dominancia, igualdad y no-comparabilidad, superando las comparaciones numéricas.

Nuestro objetivo en este epígrafe es mostrar que los procedimientos desarrollados por Bishop, Chakraborti y Thistle (1994) para contrastar conjuntamente la igualdad entre las ordenadas de dos curvas de Lorenz Generalizadas son aplicables al caso de las curvas IGL.

La curva IGL empírica se calcula ordenando a los individuos de la muestra de menor a mayor renta y acumulando sus gaps de pobreza de modo similar a como lo hace la curva

---

[5] Bishop, Formby y Thistle (1989) muestran evidencias en este sentido. Para España esto ha sido corroborado en Del Río y Ruiz-Castillo (1995).

de Lorenz Generalizada con las rentas. Así, ambas curvas se caracterizan por un conjunto de ordenadas, que denotaremos por $\Omega=\{\Omega_i | i=1,...,K\}$ y $\phi=\{\phi_i | i=1,...,K\}$, respectivamente, correspondientes a las abscisas $\mathbf{p}=\{p_i | i=1,...,K\}$, que representan proporciones de individuos. En el caso, por ejemplo, de trabajar con deciles, los valores de K y $\mathbf{p}$ serían, $K=10$ y $p_1=0.1$, $p_2=0.2$, ..., $p_{10}=1.0$.

Veamos a continuación hasta dónde llegan las similitudes entre ambos enfoques. Sea X la variable aleatoria renta, y sea F_x la función de distribución acumulada poblacional, que supondremos continua y diferenciable al menos de orden 2. La renta acumulada por el conjunto de individuos con niveles inferiores a x, en relación con la población total, es

$$\phi(x) = \int_0^x u dF_x(u) \quad .$$

Un cuantil de renta, ζ_p, correspondiente a la proporción de individuos p $(0 \leq p \leq 1)$ en la curva de Lorenz Generalizada se define implícitamente por $F_x(\zeta_p)=p$ (bajo el supuesto de que F_x es estrictamente monótona). Así, para un conjunto de K-abscisas, $p_1 < p_2 < \ldots < p_K$, tenemos un conjunto asociado de K-cuantiles poblacionales $\zeta_1 < \zeta_2 < \ldots < \zeta_K$, y un conjunto de K-ordenadas de la curva de Lorenz Generalizada poblacional, $\phi(\zeta_1) < \phi(\zeta_2) < \ldots < \phi(\zeta_K)$, definidas como,

$$\phi(\zeta_{p_i}) = \int_0^{\zeta_{p_i}} x dF_x(x) = p_i \gamma_i \quad ,$$

donde $\gamma_i = E(X | X \leq \zeta_{p_i})$, es la media condicional de las rentas menores o iguales que ζ_{p_i}.

Sea ahora G la variable obtenida a partir de X mediante la transformación:

$$G = \max\{ (z-X) , 0 \} \quad ,$$

donde $z \in \mathbb{R}^+$ es un valor fijo. Sabemos que, por definición, G es la variable utilizada en la construcción de la curva IGL. Para poner aún más de manifiesto las similitudes entre ambas curvas, construyamos una nueva variable, que denominaremos H, y que definiremos como,

$$H = -G = \min\{(X-z), 0\} \ .$$

Es inmediato comprobar que la función de densidad de H, f_h, no es más que una traslación de la función de densidad de la variable original, f_x, en el cuadrante negativo, con la particularidad de que está censurada en H=0, donde se acumula la densidad correspondiente a todos los valores de $X \geq z$. (Ver Figuras 2 y 3).

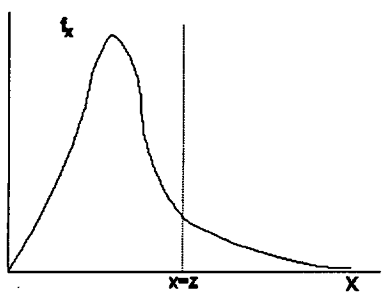


Figura 2
Función de densidad de la renta

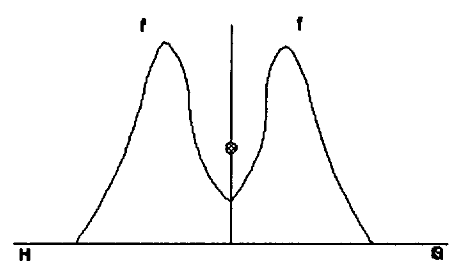


Figura 3
Funciones de densidad de las variables H y G

De esta forma, y para valores de $H<0$, los cuantiles poblacionales de X, ζ, y H, ζ^*, se relacionan a partir de esa traslación, permitiendo construir de manera similar a como hicimos anteriormente, la curva de Lorenz Generalizada de esta nueva variable,

$$\phi(\zeta^*_{p_i}) = \int_0^{\zeta^*_{p_i}} h dF_h(h) = p_i \gamma^*_i \ .$$

Con lo cual, los resultados acerca de la distribución asintótica de las ordenadas de la curva de Lorenz Generalizada, podrán ser aplicados. Consideremos, para ello, una muestra aleatoria de tamaño n para esta población, y ordenemos las observaciones de menor a mayor tal que $H_{(1)} \leq H_{(2)} \leq \ldots \leq H_{(n)}$. Sea $\hat{\zeta}^*_p$ el cuantil muestral definido como el estadístico de orden r-ésimo $H_{(r)}$, donde $r=[n \cdot p]$ es el mayor entero menor o igual a $n \cdot p$. La estimación muestral de la ordenada de la curva de Lorenz Generalizada se calcula como

$$\hat{\phi}(\hat{\zeta}^*_{p_i}) = \sum_{j=1}^{r_i} \frac{H_{(j)}}{n} = p_i \hat{\gamma}^*_i \ ,$$

donde

$$\hat{\gamma}^*_i = \sum_{j=1}^{r_i} \frac{H_{(j)}}{r_i}$$

y

$$r_i = [n{\cdot}p_i] \ .$$

Para poder realizar inferencias sobre el vector de ordenadas muestrales de la curva de Lorenz Generalizada, es necesario conocer la distribución asintótica de $\hat{\phi}$. Beach y Davidson (1983) demuestran que bajo las condiciones de que la población tenga media y varianza finitas, y que la función de distribución acumulada sea estrictamente monótona y dos veces diferenciable, las ordenadas estimadas son asintóticamente normales:

$$\sqrt{n}\,(\hat{\phi}-\phi) \xrightarrow{d} N_K(0,\Pi) \ ,$$

donde Π representa la matriz de varianzas y covarianzas cuyos componentes son,

$$\pi_{i,j} = p_i\,[\lambda_i^2 + (1-p_j)\,(\xi_{p_i}-\gamma_i)\,(\xi_{p_j}-\gamma_j) + (\xi_{p_i}-\gamma_i)\,(\gamma_j-\gamma_i)] \ ,$$

para $i \leq j$, y donde λ_i^2 es la varianza condicional a que la variable no tome valores superiores a ζ_{p_i}. Con objeto de utilizar este resultado en el análisis empírico se calculan los análogos muestrales de λ_i^2, ζ_{p_i} y γ_i, y se sustituyen en la expresión anterior.

Con independencia de que las exigencias del teorema puedan ser rebajadas para buscar una más completa generalización, tal como apuntan sus autores, no parece que el hecho de trabajar con una función de densidad censurada en la cola superior vaya a modificar los resultados para la variable H en el intervalo $(-\infty,0)$, donde su función de distribución, F_h, sí es diferenciable. Para la obtención de los intervalos de confianza de las ordenadas asociadas a cada abscisa sólo es relevante el comportamiento de la distribución hasta ese punto, independientemente de cuáles sean los niveles de concentración de ahí en adelante, ya que las medias y varianzas condicionadas de los cuantiles asociados a valores de $H<0$, coincidirían exactamente con las pertenecientes a una hipotética variable H' definida (sin censurar) como, $H'=(X-z)$, que sí estaría en las condiciones del teorema. Por lo tanto proponemos utilizar este resultado asintótico en las ordenadas correspondientes a valores de $H<0$, y para las ordenadas que incorporen valores de $H=0$ utilizar los resultados referentes a la media poblacional.

Una vez superadas las dificultades propias de trabajar con una distribución censurada, sólo nos queda relacionar la curva de Lorenz Generalizada de la variable H, con la curva IGL de la variable G . Pero como es sencillo de comprobar, ambas curvas son simétricas, por lo que la aplicación de los resultados anteriores es inmediata.

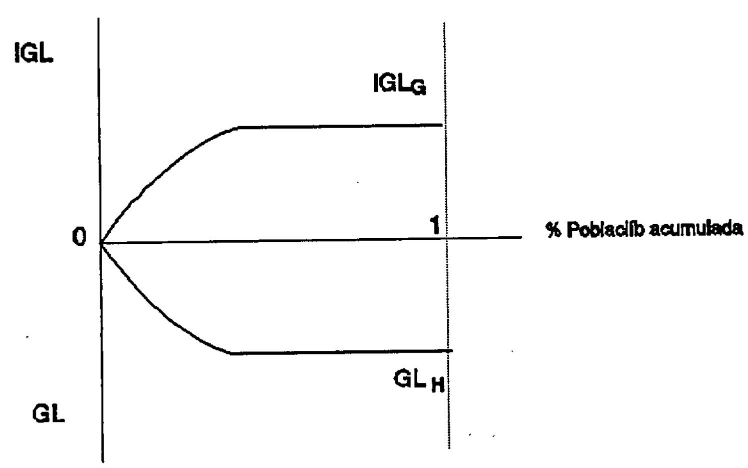


Figura 4
Curvas IGL de las variables G y H

Beach y Kaliski (1986) han extendido este teorema para incorporar muestras no aleatorias, donde las observaciones aunque independientes, no están idénticamente distribuidas. Recordemos aquí que el diseño muestral de las EPF (como muchas otras grandes encuestas de gasto) no concede el mismo peso a todos los hogares entrevistados, en un intento de respetar la estructura socio-demográfica del país. Por lo que esta extensión es de importancia crucial para nuestros propósitos empíricos. Bajo los nuevos supuestos, estos autores demuestran que el resultado central se mantiene, sin más que redefinir adecuadamente los cuantiles y las medias y varianzas condicionadas muestrales para incorporar la información referente a las distintas ponderaciones de cada observación muestral.

Estamos, pues, en condiciones de incorporar contrastes de igualdad de los vectores de ordenadas de las curvas de Lorenz Generalizadas, desarrollados por Bishop *et* al. (1989, 1994). A diferencia de los contrastes clásicos existentes[6], que sólo permiten particionar el espacio muestral en dos regiones de aceptación o rechazo, los procedimientos conjuntos basados en el principio de unión-intersección que estos autores emplean en la construcción de sus contrastes[7], permiten distinguir tres regiones diferenciadas asociadas a la dominancia, igualdad y cruce, entre las dos curvas que se comparan. Otra ventaja, no menos importante y derivada de utilizar el resultado de Beach *et* al. (1983) en la construcción de estos tests, es que la distribución asintótica de los tests estadísticos bajo la hipótesis nula, no depende de la distribución de la renta subyacente, por lo que no se verá afectada por las restricciones que la elección de una forma paramétrica impondría[8].

La única cuestión que debemos tener en cuenta a la hora de aplicar estos contrastes a la comparación de curvas IGL es que, a diferencia de las curvas de Lorenz, en la hipótesis nula conjunta no debemos incorporar todas las ordenadas en las que se estiman la curvas IGL, sino sólo aquéllas que se correspondan con valores de $H<0$ (o lo que es lo mismo, $G>0$) en alguna de ellas, conjuntamente con la ordenada asociada al último cuantil, que nos permitirá contrastar la igualdad de las medias de los gaps de pobreza. La razón para hacerlo así es que, siguiendo con la filosofía que subyace en todo este tipo de análisis, sólo la

---

[6] Beach y Davidson (1983), Gail y Gastwirth (1978), y Gastwirth y Gail (1985) proporcionan diferentes tests clásicos para contrastar la igualdad de curvas de Lorenz.

[7] En Richmond (1982) se presenta la metodología utilizada para construir intervalos de confianza conjuntos.

[8] Una explicación con mayor detalle de cómo funcionan estos tests, y su aplicación empírica en la comparación de curvas de Lorenz Absolutas y Relativas estimadas a partir de las EPF del 80-81 y 90-91, se puede encontrar en Del Río y Ruiz-Castillo (1995).

situación de los pobres debe ser tenida en cuenta a la hora de medir la pobreza. Y aunque la curva IGL no refleja la distribución de rentas entre los considerados *ricos*, la utilización de todos los cuantiles en la construcción de los vectores objeto de comparación, incrementaría la anchura de las bandas de confianza, para un mismo nivel de significación.

4.4 Cuestiones metodológicas

La utilización de las EPF en el estudio de la pobreza presenta ventajas pero también muchos inconvenientes, como varios autores han destacado recientemente[9]. A los problemas ya clásicos, relacionados con la falta de respuesta o la comprobada falta de fiabilidad en algunos de los datos recogidos por la misma (fundamentalmente la sesgada subestimación de los ingresos declarados por los hogares), hay que añadir aquéllos que tienen una especial relevancia al tratar el problema de la pobreza. Nos referimos a la exclusión de los estratos más marginados de la población en el universo muestral: personas que carecen de vivienda, o que residen habitualmente en viviendas no recogidas en el diseño muestral, como son los asilos, las cárceles, los centros de acogida, las pensiones, etc.

Sin embargo, las EPF son la única gran fuente existente en nuestro país a nivel micro en la que a los datos de gastos e ingresos por hogar se une una detallada información referente a sus características demográficas, geográficas y socioeconómicas. Lo que las ha situado en un lugar privilegiado a la hora de diseccionar cuestiones distributivas por estratos de población. Teniendo esto en cuenta, en este trabajo utilizaremos las EPF aun siendo conscientes de que los resultados obtenidos, al no incluir a las capas más pobres, deben ser completados con los que se puedan extraer de otras fuentes e instituciones directamente involucradas en el tema[10].

---

[9] Véase Mercader (1993), Ruiz-Huerta y Martínez (1994), y las referencias allí citadas.

[10] El informe de Cáritas (1984) es un buen ejemplo.

También conviene reseñar que aunque la EPF del 90-91 proporciona información sobre la percepción que los propios hogares tienen sobre su situación económica, nosotros nos restringiremos a utilizar medidas objetivas basadas en variables monetarias, sin incluir cuestiones relacionadas con el grado de frustración o el sentimiento de marginación que toda situación de pobreza conlleva. Esta interesante dimensión del problema sólo se abordará de forma indirecta al dedicar una especial atención a nociones de pobreza que incorporan una interpretación relativa del fenómeno. Asociando, de esta forma, el término al nivel de vida medio de la sociedad en el que está inserto.

Por otra parte, y aun reconociendo el carácter multidimensional de la pobreza, seguiremos la pauta de la mayoría de los trabajos existentes, y adoptaremos una visión unidimensional a la hora de medir su evolución, concentrando nuestra atención en indicadores globales que recojan la capacidad adquisitiva de los hogares, y sin hacer referencia a carencias en determinadas vertientes, como la alimentación, la vivienda, la salud, etc.

Como resulta evidente, se trata de un concepto que difícilmente se puede desligar de los juicios de valor. Por lo que, al igual que en la medición de la desigualdad, la metodología utilizada en su estudio adquiere una gran importancia a la hora de interpretar los resultados. Llegados a este punto todavía debemos adoptar decisiones en, al menos, cinco cuestiones de vital importancia: 1) la elección de la unidad de análisis; 2) la variable escala; 3) la escala de equivalencia; 4) la línea de pobreza; y 5) los índices de precios.

La unidad de análisis elegida es el hogar. Como es sabido, los datos de gasto e ingreso de las EPF vienen típicamente agregados a nivel del hogar, por lo que una vez ajustados para garantizar la comparabilidad, parece razonable identificar a los hogares con los individuos de nuestro estudio[11]. La variable escala utilizada para aproximar su nivel de vida es el gasto neto ajustado y parametrizado según el mayor o menor peso que se quiera conceder a las economías de escala en el consumo. Esta variable incluye no sólo el gasto corriente en bienes y servicios, sino también las transferencias hechas por el hogar e

[11] Con independencia de otras posibles alternativas igualmente razonables, como sería considerar a las personas como unidad de análisis, tal como hemos hecho en anteriores trabajos.

imputaciones varias referentes al autoconsumo, autosuministro, salario en especie, comidas subsidiadas en el lugar de trabajo, y el alquiler de mercado estimado por el propietario de la vivienda. Se han considerado inversión, y por tanto han sido eliminados de la variable, ciertos gastos discontinuos que los hogares realizan en determinados bienes duraderos[12].

En este trabajo consideraremos el tamaño del hogar como la única característica diferenciadora éticamente relevante. De forma que cada uno de los grupos de hogares con igual número de miembros presentan las mismas necesidades, y por lo tanto son directamente comparables entre sí. Sin embargo, es inevitable enfrentarse al problema de la comparabilidad del gasto de hogares con diferente tamaño cuando estamos interesados en extraer conclusiones para el total de la población, o en particiones diseñadas sobre otras características socio-demográficas. Siguiendo a Coulter, Cowell y Jenkins (1992a y b) parametrizaremos el procedimiento de ajuste en lugar de elegir una escala de equivalencia particular. De esta forma, es posible estudiar la robustez de los resultados para un amplio rango de valores del parámetro que expresa el peso que se desea otorgar a las economías de escala en el consumo. En nuestro caso, las preferencias serán parametrizadas de tal forma que el gasto ajustado del hogar h, $w_{\tau 0}^{h}(\theta)$, será:

$$w_{\tau 0}^{h}(\theta) = \frac{x_{\tau 0}^{h}}{(s_{\tau}^{h})^{\theta}} , \qquad h=1,...,H \text{ y } \theta \in [0,1] ,$$

donde τ hace referencia al momento en el que se ha entrevistado al hogar, 0 representa el año común en el que se expresa el gasto de todos los hogares, y s^h es el tamaño del hogar h. Cuando $\theta=0$, el gasto ajustado coincide con el gasto original; mientras que si $\theta=1$ estaríamos trabajando con el gasto *per capita*. Nosotros presentaremos resultados para valores de θ iguales a 0.0; 0.2; 0.4; 0.7; y 1.0.

En cuanto a la línea de pobreza y a la inevitable arbitrariedad en su elección, nosotros la hemos situado en la mitad del gasto medio, de acuerdo con una práctica ya habitual en este

---

[12] Para una descripción detallada del concepto de gasto neto utilizado, véase Del Río y Ruiz-Castillo (1995).

tipo de literatura[13]. En el caso de la partición básica, la línea de pobreza de cada grupo de hogares con igual tamaño, z_k con $k=1,..,K$, se calcula como la mitad de la media del gasto sin ajustar de los hogares pertenecientes a ese grupo. De forma que la mitad de la media de la distribución **x** de gasto original de la población total sería igual a:

$$z = \sum_{k=1}^{K} z_k p_k ,$$

donde p_k es el peso demográfico de cada grupo en la población total.

En el estudio de la población en su conjunto, situaremos la línea de pobreza, $z(\theta)$, en la mitad de la media del gasto equivalente, $\mathbf{w}(\theta)$, tal como ha sido definido anteriormente. Es fácil comprobar que $z(\theta)$ no es más que la suma de las líneas de pobreza de la partición básica ponderadas nuevamente por el peso de cada grupo en la población y por la inversa del tamaño del hogar específico de cada grupo elevado a θ:

$$z(\theta) = \sum_{k=1}^{K} z_k p_k \left(\frac{1}{s_k^{\theta}} \right) ,$$

de forma que la línea de pobreza de los hogares más grandes pesa menos en la definición de la línea de pobreza global que la línea de pobreza de los hogares pequeños. Agudizándose este fenómeno a medida que θ aumenta de 0 a 1.

Finalmente, las estimaciones del consumo de los hogares se expresan a precios constantes por medio de índices de precios específicos para cada hogar, en cuya construcción se ha utilizado el sistema oficial de índices de precios que toma 1983 como año base. No se trata de estimaciones de los verdaderos índices de precios a partir de las preferencias de los hogares, sino de índices estadísticos que constituyen una aproximación a la construcción

---

[13] Aunque como veremos con posterioridad, esta elección no será una cuestión determinante gracias a la metodología utilizada.

teórica ideal[14].

Llegados a este punto, tendremos resuelto el problema de la identificación de los hogares considerados pobres, estando en condiciones de comenzar el estudio de la evolución de la pobreza en España durante la década de los 80.

4.5 Resultados empíricos

Como hemos puesto de manifiesto con anterioridad, las fuentes de datos en las que se sustentan nuestras mediciones de pobreza en España son las EPF de 1980-81 y 1990-91. Utilizaremos para ello el concepto de gasto neto presentado en el epígrafe anterior. Ambas distribuciones están expresadas en pesetas del Invierno del 91 a partir de índices de precios individuales, y han sido ajustadas para tener en cuenta diferencias en el tamaño del hogar. Supondremos a lo largo de todo el análisis que el gasto total se distribuye equiproporcionalmente entre todos los miembros del hogar[15], constituyendo éste nuestra unidad de análisis. Asimismo se han utilizado los coeficientes de elevación de las observaciones muestrales para hacerlas representativas poblacionalmente.

El primer resultado que podemos destacar, y que se deduce de la comparación efectuada entre las curvas de Lorenz Generalizadas del 80 y 90 en Del Río y Ruiz-Castillo (1995) es que, para toda línea de pobreza común elegida en la comparación de ambas situaciones, los niveles de pobreza a lo largo de la década han disminuido, con independencia de cual sea el índice de gaps de pobreza utilizado en su medición. Lo cual no es muy sorprendente si tenemos en cuenta que la renta media ha crecido entre el 24% y el 34% (según consideremos más o menos economías de escala en el consumo de los hogares, desde

[14] Una explicación detallada de estos índices se encuentra en Higuera y Ruiz-Castillo (1992).

[15] Aunque somos conscientes de que este supuesto significa aceptar la hipótesis según la cual no existen desigualdades dentro del hogar, lo cual ha sido rebatido por varios autores. Véase Haddad y Kambur (1990) y las referencias allí citadas.

θ=0.0 hasta θ=1.0 en la expresión de la escala de equivalencia utilizada).

Dada esta mejoría en términos absolutos, incorporemos en nuestro concepto de pobreza cuestiones relativas al nivel medio de vida en cada momento. Para ello situaremos las líneas de pobreza en el 50 por ciento de la media del gasto de cada distribución, con lo que pretendemos estudiar las colas inferiores de las mismas al margen del nivel absoluto de renta a partir del cual estén situadas. En las columnas 1 a 6 de la tabla 1 se muestra el gasto medio, las líneas de pobreza resultantes y la proporción de hogares situados por debajo de ese umbral para diferentes valores de θ.

Los resultados obtenidos en la comparación de las curvas IGL muestran que en todos los casos la curva IGL de gaps de pobreza normalizados del 80 domina a la del 90, numérica y estadísticamente (ver figura 5). Por lo que la pobreza en el 80 es mayor que en el 90 para todos los índices de gaps generalizados pertenecientes a **Q** y para todos los pares de líneas de pobreza que conserven la relación inicial. Esto es, en el caso θ=0.4, esto será verdad para todos los pares de líneas de pobreza (k·584,482;k·749,307), con k$\in$(0,1].

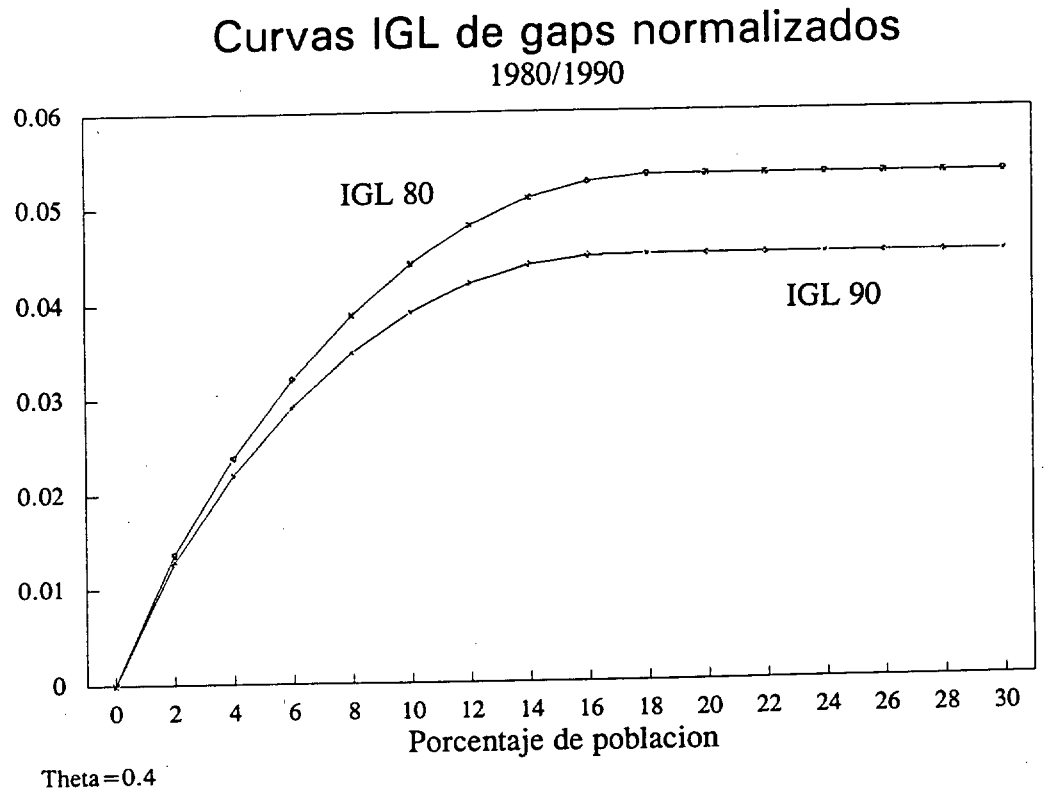


Figura 5

Tabla 1. Líneas de pobreza situadas en el 50% de la renta media de cada distribución

	Renta Media		Líneas de pobreza		% Pobres	
	80	90	80	90	80	90
θ=0.0	1,957,099	2,430,776	978,549	1,215,388	22.04	20.85
θ=0.2	1,505,734	1,900,239	752,867	950,120	19.90	18.46
θ=0.4	1,168,964	1,498,614	584,482	749,307	18.20	16.74
θ=0.7	814,290	1,068,564	407,145	534,281	17.15	15.73
θ=1.0	580,802	780,099	290,401	390,049	18.81	17.30

Obsérvese que, según nos muestran las columnas 5 y 6 de la tabla 1, también la proporción de pobres ha disminuido a lo largo de la década, con independencia del ajuste realizado en las rentas. Esta situación no tendría por qué verificarse necesariamente, ya que la evolución del porcentaje de pobres no es un criterio determinante en la comparación de curvas IGL. Es perfectamente factible la existencia de una curva IGL situada por encima de otra en todos sus puntos, pero cuyo máximo se alcanza con anterioridad. Este es el resultado obtenido por Jenkins *et* al. (1995) al comparar curvas IGL construidas a partir de distribuciones de ingresos monetarios de hogares de Gran Bretaña para los períodos 1979 y 1988/89. A diferencia del caso español, la década muestra un incremento en los niveles de pobreza, aunque la proporción de pobres situados por debajo del 50 por ciento de las renta media bajó del 8.1% en 1979 al 6,9% en 1988/89. Por lo que una menor proporción de personas está soportando gaps de pobreza acumulados de mayor cuantía. Todo lo cual nos proporciona un indicio más del fuerte incremento de la desigualdad que otros trabajos centrados en este tema han mostrado para el caso británico[16].

Volviendo al caso español, estamos en condiciones de preguntarnos por la robustez de nuestras conclusiones al variar la relación entre las líneas de pobreza utilizadas. Los resultados obtenidos se resumen en la segunda columna de la tabla 2, donde se presenta el conjunto de valores para la línea de pobreza del 80 que asegura unos menores niveles de pobreza[17] en el 90, cuando su línea de pobreza se sitúa en el 50% del gasto medio. Así,

[16] Atkinson (1993), Jenkins (1995) y Cowell, Jenkins y Litchfield (1994) son algunos ejemplos.

[17] Siempre todo ello en relación a la clase Q de índices de pobreza de gaps generalizados.

para el caso θ=0.4, podemos concluir que $Q_{90} \leq Q_{80}$ para todas la líneas de pobreza $z_{80} \in$ [537,724;584,482] con z_{90}=749,307, lo cual representa una variabilidad que va del [46%;50%] del gasto medio del 80. Obsérvese que la utilización de bandas de confianza alrededor de las curvas IGL nos permite abrir el abanico de resultados, ya que con métodos numéricos este conjunto se reduciría a [549,413;584,482] o lo que es lo mismo [47%;50%][18].

Llegados a este punto varias son las cuestiones que debemos destacar. En primer lugar, el extremo inferior de los intervalos estimados para la línea de pobreza del 80, que aseguran una mejoría en los niveles de pobreza a lo largo de la década, representa una proporción prácticamente fija de la media (46%), independientemente de la escala de equivalencia utilizada. No ocurre lo mismo, sin embargo, con la proporción de pobres que, como se muestra en la tabla 1, tiene la forma de U descrita por Coulter *et al* (1992b), y puesta de manifiesto por Mercader (1993) para la variable ingresos de la EPF del 80-81.

Como ellos apuntan, incrementar el valor del parámetro θ significa, por un lado, disminuir la renta de todos los hogares salvo la de los unipersonales, que permanecerá constante a lo largo de todo el análisis. Lo que tiende a provocar un aumento en el número de pobres. Pero por otro lado, esto también significa disminuir la renta media, lo que hará desplazar la línea de pobreza hacia niveles más bajos y hará disminuir el número de pobres. La forma de U que se observa nos indica que para valores pequeños del parámetro, el segundo efecto tiene más peso, y el número de pobres desciende. A medida que nos acercamos a los valores intermedios esta relación de fuerzas se invierte, y el efecto reductor en la línea de pobreza se ve compensado por la cada vez mayor cantidad de hogares que la traspasan ante un mismo incremento en θ. La razón de esto es que, a medida que nos acercamos a los valores intermedios del parámetro, la densidad alrededor de la línea de pobreza es mucho mayor que al principio, debido al efecto concentración provocado por suponer cada vez menores economías de escala en el consumo de los hogares.

[18] La tercera columna de la tabla 2 nos permite apreciar las diferencias para cada valor de θ

Tabla 2. Líneas-pobreza del 80 que aseguran menor pobreza en el 90.

	Líneas de pobreza 90	Líneas de pobreza 80	Mínimo valor numérico del 80	% Media del 80
θ=0.0	1,215,388	[902,610 ; 978,549]	922,181	[46.12 ; 50]
θ=0.2	950,120	[692,638 ; 752,867]	707,695	[46.00 ; 50]
θ=0.4	749,307	[537,724 ; 584,482]	549,413	[46.00 ; 50]
θ=0.7	534,281	[374,574 ; 407,145]	382,716	[46.00 ; 50]
θ=1.0	390,049	[267,169 ; 290,401]	278,785	[46.00 ; 50]

En segundo lugar, debemos reseñar la robustez de los resultados obtenidos para líneas de pobreza alternativas. Aunque no se presenta en las tablas, hemos realizado la comparación de las curvas IGL con líneas de pobreza del 40% y el 60% de la media de cada distribución ajustada. Nuevamente, se comprueba la existencia de un margen de alrededor de un 4% de variación en la relación entre las líneas de pobreza de ambos años. Lo que permite que, tomando el 60% (40%) de ambas medias como relación inicial, los niveles de pobreza del 90 sean inferiores a los del 80, para un intervalo de líneas de pobreza del 80 situado entre el 56% y 60% (36% y el 40%) de su renta media. Lo cual se nos antoja un margen suficiente para poder hablar de mejoría en términos de niveles de pobreza, independientemente de que hagamos uso de conceptos absolutos o relativos en su medición.

Una vez que hemos analizado la evolución de la pobreza en la población en su conjunto, parece interesante contrastar las conclusiones extraídas con las que se obtendrían del estudio por separado de los hogares con igual tamaño. Como ya hemos mencionado, en este trabajo la única característica éticamente relevante a la hora de considerar diferencias en las necesidades de los hogares es el número de miembros. Por lo que, sea cual sea la composición demográfica por edades o sexos de los mismos, dados dos hogares de igual tamaño estamos facultados para comparar sus rentas sin necesidad de ajustarlas a ningún otro patrón común.

En la tabla 3 presentamos para cada uno de estos grupos la proporción de pobres y las líneas de pobreza calculadas a partir del 50 por ciento de la media del gasto original en cada uno de ellos. Lo más destacable es la generalidad del resultado básico al que llegamos con la población total, esto es, la disminución en los niveles de pobreza a lo largo de la década de los 80, tanto en términos absolutos como relativos, en todos y cada uno de los grupos de esta partición básica.

Tabla 3. Líneas de pobreza en la partición básica

	% Pobres		Líneas de pobreza		% Media
	80	90	90	80	del 80
H. Unipersonales	30.54	26.35	560,106	[341,362 ; 406,384]	[42.0;50.0]
H. con 2 personas	22.31	19.35	859,315	[593,904 ; 674,890]	[44.0;50.0]
H. con 3 personas	16.55	13.24	1,200,032	[773,664 ; 935,117]	[41.4;50.0]
H. con 4 personas	12.23	12.06	1,469,333	[1,042,694;1,109,249]	[47.0;50.0]
H. con 5 personas	13.40	11.98	1,548,550	[1,033,608;1,201,870]	[43.0;50.0]
H. con 6 personas	12.01	11.41	1,647,316	[1,147,117;1,274,574]	[45.0;50.0]
H. con 7 personas^{+}	15.20	13.49	1,662,503	[1,131,145;1,411,553]	[40.1;50.0]

Analizando la columna 5 de la tabla 3 también se aprecia que esta mejoría en términos relativos se mantiene cuando la línea de pobreza del 80 se reduce del 50% al 40%-47%, según los casos. Dejando al margen el caso de los hogares con 7 miembros cuya escasa representatividad muestral seguramente está viciando los resultados de los tests asintóticos[19], los grupos que permiten un mayor margen en la reducción de la línea del 80 son los hogares unipersonales y los de 3 miembros, para los cuales el 90 presenta menores niveles de pobreza aun cuando sólo consideremos pobres a los hogares situados por debajo de un 42% y un 41.4% de la renta media del 80. Los hogares con 4 miembros son los que, aun manteniendo una mejora relativa, presentan un menor margen de maniobra en la definición de la línea del 80: por debajo del 47% de la media ya no tendíamos criterio para ordenar ambas distribuciones en términos de las curvas IGL. También son los hogares de 4 miembros los que menos ven reducido el porcentaje de pobres, pasando de un 12.23% a un 12.06%. Nuevamente, los hogares de menor tamaño son los que presentan una mejoría mayor en este aspecto: los unipersonales pasan del 30.5% al 26.3%, los de tres miembros 16.5% al 13.2%, y los hogares de dos miembros del 22.3% al 19.35%.

[19] Los hogares de 7 miembros están representados por 842 y 471 observaciones en las EPF de 1980-81 y 1990-91, respectivamente. Aunque las estimaciones de las curvas IGL se han realizado sólo en los deciles, el tamaño muestral es excesivamente reducido para poder aplicar los tests estadísticos al primero de ellos.

Por último, en el apéndice se incluye un pequeño análisis por particiones, donde se ha seguido un enfoque similar al empleado en el estudio de la población en su conjunto. Así, para cada subgrupo dentro de una partición determinada se han comparado las curvas IGL del 80 y del 90 construidas a partir de líneas de pobreza situadas en el 50% del gasto neto ajustado medio de cada subgrupo. Con esto se pretende estudiar la evolución temporal de cada elemento de una partición, al margen de lo que está sucediendo en el resto del país. En este caso no se han utilizado los procedimientos de inferencia estadística debido al escaso número de observaciones presentes en muchos de los subgrupos[20]. En los casos en los que se han producido cruces numéricos entre las curvas IGL, el intervalo de resultados se ha dejado en blanco. Los grupos marcados con un * representan aquellas situaciones atípicas en las que la curva IGL del 90 se sitúa por encima de la del 80, reflejando un incremento en los niveles de pobreza. Ejemplos de lo anterior son el País Vasco y La Rioja en la partición por Comunidades Autónomas, y los hogares cuyo sustentador principal ha concluido una Carrera Superior o pertenece a la Clase Alta[21], en las particiones diseñadas según el nivel educativo y el nivel socioeconómico del educativo del sustentador principal. En la partición por tamaño de municipio de residencia no se presentan discrepancias en el signo de los resultados, mejorando todos sus componentes. Los grupos que más destacan por su mejora son: los municipios menores de 2,000 habitantes, Asturias, Andalucía y las dos Castillas, los Analfabetos y los Autónomos. Queda pendiente, para un estudio posterior, analizar la evolución de cada partición en relación con la población total tomando como línea de pobreza común un porcentaje de la media nacional.

4.6 Conclusiones

En el presente trabajo hemos recogido los cambios que ha experimentado el fenómeno de la pobreza durante la década de los 80, usando para ello la información suministrada por

---

[20] Recuérdese que se trata de tests asintóticos que deben aplicarse en cada uno de los cuantiles en los que se estima la curva IGL por debajo de la línea de pobreza.

[21] La descripción de la variable SOCIO se encuentra en el Apéndice.

las Encuestas de Presupuestos Familiares en los años 1980-81 y 1990-91. A pesar de los problemas que las EPF presentan, dada la exclusión de los estratos más marginados de la población (personas que carecen de vivienda, o que residen habitualmente en viviendas no recogidas en el diseño muestral), son la única fuente estadística a nivel micro, con información detallada referente a las características demográficas, geográficas y socioeconómicas junto con niveles de gasto e ingresos por hogar de nuestro país. De ahí su lugar privilegiado a la hora de analizar cuestiones distributivas por estratos de población.

En el análisis de la evolución de la pobreza, siguiendo la pauta de la mayor parte de los trabajos existentes, hemos adoptado una visión unidimensional, concentrando nuestra atención en indicadores globales que resumen la capacidad adquisitiva de los hogares. La metodología seguida se basa en Jenkins y Lambert (1995), que definen la Inversa de la curva de Lorenz Generalizada de gaps de pobreza (IGL). El principal atractivo de este enfoque reside en que ofrece ordenaciones de pobreza que son consistentes con las que obtendríamos con un amplio subconjunto de los índices de gaps de pobreza generalizados. Además, permite cuantificar el conjunto de líneas de pobreza para el cual la dominancia de una distribución se mantiene sobre otra. Esto último sirve para calibrar el grado de robustez de los resultados obtenidos. Por desgracia, y al igual que ocurre con las curvas de Lorenz, la dominancia según IGL sólo induce órdenes parciales sobre las distribuciones de gaps de pobreza, no siendo posible ordenar de forma concluyente todos los pares de distribuciones factibles sobre la base de este criterio.

Siendo de esperar que en el análisis empírico los cruces entre las curvas IGL sean frecuentes (con la ausencia de criterio que esto provoca), nosotros hemos planteado la conveniencia de construir intervalos de confianza sobre las IGL, así como tests de hipótesis que permitan contrastar estadísticamente la igualdad, el cruce o la dominancia entre dos de ellas. Esto nos asegura que el conjunto de líneas de pobreza, obtenido mediante la comparación de estas curvas, no recoge efectos derivados de la variedad muestral. Para la construcción de dichos intervalos nos hemos servido de resultados existentes en el ámbito de las Curvas de Lorenz Generalizadas.

La principal conclusión que se puede extraer de la comparación de las curvas IGL del 80 y del 90, es la reducción de los niveles de pobreza a lo largo de dicha década para el país en su conjunto, según una amplia clase de los conocidos Índices de Gaps de Pobreza Generalizados. Este resultado es robusto al supuesto que se haga sobre las economías de escala presentes en el consumo dentro de los hogares, y se mantiene cualquiera que sea la línea de pobreza común elegida. La utilización de líneas de pobreza asociadas a niveles diferentes en cada una de las distribuciones también ha sido objeto de estudio, siguiendo una tradición que pretende asociar el término pobreza al nivel de vida medio de la sociedad en el que se encuentra inmerso. Así, tomando como referencia la mitad del gasto medio de cada distribución se comprueba que la mejoría se mantiene aunque consideremos pobres sólo al estrato con rentas inferiores al 46 por ciento de la media del 80, manteniendo fijo el umbral del 90 en el 50 por ciento. Este 4 por ciento de margen se mantiene cuando partimos de proporciones del 40 y del 60 por ciento de la media. La disminución en términos absolutos y relativos en los niveles de pobreza a lo largo de la década de los 80, también se experimenta en todos y cada uno de los grupos de la partición básica, donde los hogares son agrupados según su tamaño. Los hogares más pequeños, de hasta 3 miembros, son los que presentan una disminución más acusada de sus niveles de pobreza.

Los primeros indicios de la evolución del problema de la pobreza en diferentes particiones del país coinciden con anteriores trabajos centrados en el estudio de la desigualdad. Comunidades Autónomas como Andalucía y Asturias, y los municipios de menor tamaño presentan los mejores resultados. En la cara opuesta se sitúan La Rioja y el País Vasco y los estratos más favorecidos en términos educativos y socioeconómicos, donde la pobreza parece haber aumentado.

Bibliografía

Atkinson, A.B. (1987), "On the Measurement of Poverty", *Econometrica*, **55**: 749-764.

Atkinson, A.B. (1993), "What is happening to the Distribution of Income in the UK?", Welfare State Programme, *Discussion Paper* 87, STICERD; London School of Economics.

Ayala, L., R. Martínez y J. Ruiz-Huerta, (1993), "La distribución de la renta en España en los años ochenta: una perspectiva comparada", en J. Almunia y L. Gutiérrez (eds.), Primer simposio sobre igualdad y distribución de la renta y la riqueza, *La distribución de la Renta*, Volumen II, Fundación Argentaria, págs. 101-136.

Beach, C.M. y R. Davidson (1983), "Distribution-Free Statistical Inference with Lorenz Curves and Income Shares", *Review of Economic Studies*, **50**: 723-735.

Beach, C.M. y S.F. Kaliski (1986), "Lorenz curve inference with sample weights: an application to the distribution of unemployment experience", *Applied Statistics*, **35**(1): 38-45.

Bishop, J.A., S. Chakraborti y P.D. Thistle (1994), "Relative Inequality, Absolute Inequality, and Welfare: Large Sample Tests for Partial Orders", *Bulletin of Economic Research,* **46**(1): 41-59.

Bishop, J.A., J.P. Formby y P.D. Thistle (1989), "Statistical Inference, Income Distributions, and Social Welfare", *Research on Economic Inequality*, **1**: 49-82.

Bosch, A., C. Escribano e I. Sánchez (1989), *Evolución de la desigualdad y pobreza en España. Estudio basado en las Encuestas de Presupuestos Familiares 1973-74 y 1980-81*, INE, Madrid.

CARITAS (1984), "Pobreza y marginación", *Documentación Social*, nº 56-57, Julio-Diciembre, Cáritas Española S.A.

Clark, S., R. Hemming y D. Ulph (1981), "On Indices for the Measurement of Poverty", *Economic Journal*, **91**: 515-526.

Coulter, F., F. Cowell y S. Jenkins (1992a), "Differences in Needs and Assesment of Income Distributions", *Bulletin of Economic Research*, **44**: 77-124.

Coulter, F., F. Cowell y S. Jenkins (1992b), "Equivalence scale relativities and the extent of inequality and poverty", *Economic Journal*, **102**: 1067-1082.

Cowell, F., S. Jenkins y J. Litchfield (1994), "The Changing Shape of the UK Income Distribution: Kernel Density Estimates", próximo a aparecer en J Hills ed. *Income and Wealth: New Inequalities,* Cambridge: Cambridge University Press.

Del Río, C. y J. Ruiz-Castillo (1995), "Ordenación del bienestar e inferencia estadística. El caso de las EPF de 1980-81 y 1990-91", Universidad Carlos III de Madrid, Documento de Trabajo 95-10, Serie Economía 08, próximo a aparecer en L. Gutierrez y J.M. Maravall (eds.), *"Segundo Simposio sobre la distribución de la renta y la riqueza",* Fundación Argentaria, Madrid.

Escribano, C. (1990), "Evolución de la pobreza y desigualdad en España. 1973-1987", *Información Comercial Española*, **686**: 81-108.

Foster, J.E. (1984), "On Economic Poverty: a Survey of Aggregate Measures", *Advances in Econometrics*, **3**: 215-251.

Foster, J.E., J. Greer y E. Thobecke (1984), "A class of decomposable poverty indices", *Econometrica*, **52**: 761-766.

Foster, J.E., y A. Shorrocks (1988a), "Poverty orderings and welfare dominance", *Social Choice and Welfare*, **5**: 179-198.

------ (1988b), "Poverty Orderings", *Econometrica*, **56**: 173-178.

Gail, M.H. y J.L. Gastwirth (1978), "A Scale-Free Goodness-of-Fit Test for the Exponential Distribution Based on the Lorenz Curves", *Journal of the American Statistical Association*, **73**: 787-793.

Gastwirth, J.L. y M.H. Gail (1985), "Simple Asymptotically Distribution-Free Methods for Comparing Lorenz Curves and Gini Indices Obtained from Complete Data", en Basmann, R.L. y G.F.Jr. Rhodes (eds.), *Advances in Econometrics*, Vol. 4, Greenwich, JAI Press.

Haddad, L. y R. Kambur (1990), "How Serious Is the Neglect of Intra-Household Inequality?", *Economic Journal*, **100**: 866-881.

Hagenaars, A. (1987), "A class of poverty indices", *International Economic Review*, **28**: 583-607.

Higuera, C. y J. Ruiz-Castillo (1992), "Indices de precios individuales para la economía española con base 1976 y 1983", Universidad Carlos III de Madrid, División de Economía, *Documentos de Trabajo*, núm. 92-07.

Jenkins, S. (1995), "Assesing Income Distribution Trends: What Lessons from the UK?", Universidad de Essex, *Working Paper* 95-19.

Jenkins, S. y P. Lambert (1995), "Poverty dominance, poverty gaps, and poverty lines", Universidad de Essex, *Working Paper* 95-20.

Mercader, M. (1993), "Bajos niveles de renta en España y una comparación con el Reino Unido y Francia", en J. Almunia y L. Gutiérez (eds.), Primer simposio sobre igualdad y distribución de la renta y la riqueza, *La distribución de la Renta*, Volumen II, Fundación Argentaria, págs: 137-149.

Richmond, J. (1982), "A General Method for Constructing Simultaneous Confidence Intervals", *Journal of the American Statistical Association*, **77**: 455-460.

Ruiz-Castillo, J. (1987), "La medición de la pobreza y la desigualdad en España, 1980-81", Servicio de Estudios del Banco de España, Estudios Económicos, nº42, Madrid: Banco de España.

Ruiz-Huerta, J. y R. Martínez (1994), "La pobreza en España: ¿qué nos muestran las Encuestas de Presupuestos Familiares?", *Papeles de Trabajo del Instituto de Estudios Fiscales*, 5/94.

Sen, A. (1976), "Poverty: an ordinal approach to measurement", *Econometrica*, **44**: 219-231.

Shorrocks, A. (1983), "Ranking Income Distributions", *Economica*, **50**: 3-17.

Watts, H. (1968), "An Economic Definition of Poverty", en *On Understanding Poverty: Perspectives from the Social Sciences*, editado por D.P. Moynihan. New York: Basic Books.

APÉNDICE

Otras particiones

Definición de la variable SOCIO en términos de las categorías socioeconómicas empleadas por el INE

SOCIO

1	Empresarios agrarios sin asalariados (categoría 2 del INE).
2	Resto de activos agrarios (4).
3	Obreros no agrarios y resto de los trabajadores de los servicios (10).
4	Empresarios no agrarios sin asalariados y trabajadores independientes.
5	Empresarios agrarios con asalariados; Cuadros medios y resto del personal administrativo, comercial y técnico; Contramaestres, capataces y jefes de grupo no agrarios; Profesionales de las Fuerzas Armadas (1, 8, 9, 11).
6	Directores, gerentes y personal titulado agrario; Empresarios no agrarios con asalariados y profesionales liberales con o sin asalariados; Directores, gerentes y cuadros superiores no agrarios (3, 5, 7).
7	Activos no clasificados (12).
8	Retirado, pensionista, jubilado (13 y 5 en la Relación con la actividad económica).
9	Rentista (13 y 6 en la Relación con la actividad económica).
10	Otros inactivos: amas de casa, estudiantes, etc. (13 y 7 en la Relación con la actividad económica).

RESULTADOS EN LAS PARTICIONES

Tabla 4. Líneas de pobreza por Comunidades Autónomas con θ=0.4

	% Pobres		Líneas-pobreza 80	% Media
	80	90		
Andalucía	19.25	14.73	[426,983 ; 496,491]	[43.0;50.0]
Aragón	17.34	16.53	[540,698 ; 575,211]	[47.0;50.0]
Asturias	18.22	13.49	[427,872 ; 560,511]	[38.2;50.0]
Baleares	19.30	12.16	[560,482 ; 597,616]	[46.9;50.0]
Canarias	15.87	16.03	[524,865 ; 535,576]	[49.0;50.0]
Cantabria	14.93	9.61	[646,798 ; 680,591]	[47.5;50.0]
Castilla-León	20.34	18.46	[485,245 ; 524,167]	[46.3;50.0]
Castilla-La Mancha	19.41	17.07	[393,732 ; 427,970]	[46.0;50.0]
Cataluña	13.33	15.65	[;]	[;]
C. Valenciana	15.88	15.12	[537,923 ; 571,644]	[47.0;50.0]
Extremadura	19.05	18.50	[;]	[;]
Galicia	17.94	15.15	[536,609 ; 559,973]	[47.9;50.0]
Madrid	15.08	11.96	[736,560 ; 743,892]	[49.5;50.0]
Murcia	16.98	13.39	[512,695 ; 534,057]	[48.0;50.0]
Navarra	13.28	11.01	[638,616 ; 709,573]	[45.0;50.0]
País Vasco*	12.79	10.68	[843,352 ; 843,352]	[50.0;50.0]
La Rioja*	11.36	11.94	[695,108 ; 716,832]	[48.5;50.0]
Ceuta y Melilla	15.09	15.90	[;]	[;]

Tabla 5. Líneas de pobreza por tamaño de municipio con θ=0.4

	% Pobres		Líneas-pobreza 80	% Media
	80	90		
< 2,000 hab.	20.90	18.69	[416,482 ; 452,013]	[46.1;50.0]
2,000 a 10,000	18.24	15.62	[439,092 ; 467,118]	[47.0;50.0]
10,000 a 50,000	15.48	14.41	[515,480 ; 536,958]	[48.0;50.0]
50,000 a 500,000	14.88	13.60	[604,571 ; 643,161]	[47.0;50.0]
> 500,000	15.98	14.94	[;]	[;]

Tabla 6. Líneas de pobreza por Nivel Educativo con θ=0.4

	% Pobres		Líneas-pobreza 80	% Media
	80	90		
Analfabeto	20.24	17.04	[300,993 ; 327,166]	[46.0;50.0]
Sin estudios	15.72	15.20	[427,481 ; 436,205]	[49.0;50.0]
Primaria	12.05	11.68	[560,450 ; 571,888]	[49.0;50.0]
Bachill. Elemental	10.05	9.45	[726,362 ; 741,186]	[49.0;50.0]
Bachill. Superior	10.80	11.17	[884,890 ; 902,949]	[49.0;50.0]
F.P.	8.55	9.06	[779,193 ; 779,193]	[50.0;50.0]
Carrera Media	9.72	9.51	[910,129 ; 948,051]	[48.0;50.0]
Carrera Superior*	19.92	13.46	[1,421,388;1,434,870]	[49.5;50.0]

Tabla 7. Líneas de pobreza por SOCIO con θ=0.4

	% Pobres		Líneas-pobreza 80	% Media
	80	90		
Agr. sin Asalar.	14.56	13.48	[438,432 ; 447,379]	[49.0;50.0]
Jornaleros	15.54	11.49	[388,421 ; 398,876]	[48.7;50.0]
Obreros	8.49	9.39	[;]	[;]
Autónomos	12.36	10.47	[537,329 ; 608,068]	[44.1;50.0]
Clase Media	9.47	9.72	[775,943 ; 791,779]	[49.0;50.0]
Clase Alta*	13.22	17.17	[1,185,951;1,216,927]	[48.7;50.0]
Otros activos	17.77	21.61	[;]	[;]
Jubilados	19.41	18.16	[396,006 ; 412,507]	[48.0;50.0]
Rentistas	34.82	29.05	[546,735 ; 635,739]	[43.0;50.0]
Otros inactivos	23.80	23.87	[460,115 ; 479,286]	[48.0;50.0]