

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN

REDES Y SISTEMAS DE TELECOMUNICACIÓN



*MEDIDAS DE PRESTACIONES EN REDES  
DE SENSORES BINARIAS BAJO DISTINTAS  
ESTRATEGIAS DE TRANSMISIÓN*

PROYECTO FIN DE CARRERA

Autor: JOAQUÍN BALLESTEROS TORRALBO  
Tutor: MARCELINO LÁZARO

JUNIO DE 2009



Proyecto Fin de Carrera  
MEDIDAS DE PRESTACIONES EN REDES DE  
SENSORES BINARIAS BAJO DISTINTAS  
ESTRATEGIAS DE TRANSMISIÓN

Autor  
JOAQUÍN BALLESTEROS TORRALBO

Tutor  
MARCELINO LÁZARO

La defensa del presente Proyecto Fin de Carrera se realizó el día  
26 de JUNIO de 2009, siendo calificada por el siguiente tribunal:

PRESIDENTE: ASCENSIÓN GALLARDO ANTOLÍN

SECRETARIO: JERÓNIMO ARENAS GARCÍA

VOCAL: VINCENT CUNNINGHAM

y habiendo obtenido la siguiente calificación:

CALIFICACIÓN:

Leganés, a 26 de JUNIO de 2009



*A mis padres.*

*Sin buen rumbo y una buena embarcación,  
aunque el viento hubiera soplado de popa,  
nunca hubiera llegado a buen puerto.*



## Agradecimientos

Quiero agradecer a mis padres Sofía y Nino, sus gestos de apoyo, su confianza, en mí y en mis proyectos. Soy quien soy, gracias a vosotros. Quiero de igual modo agradecer a mi hermana Solete su aprecio y su sonrisa. También me gustaría agradecer al resto de mi familia sus ánimos en todos los momentos de la carrera.

En segundo lugar me gustaría agradecer a Marcelino su dedicación, su tiempo y su paciencia. La vocación de profesor se resume fielmente en él además de ser un investigador e ingeniero excepcional.

Durante estos largos años, donde hemos, llorado y reído, sufrido e ilusionado, donde la decepción y la esperanza caminaban de la mano, por fin, al final, con el peso de la experiencia del tiempo, he de reconocer que el duro trabajo y las horas interminables en la biblioteca, han merecido la pena. Pero todo esto no habría sido posible sino hubierais estado hay. Por esta razón me gustaría agradecer especialmente a Amalia, sus consejos, su comprensión, su predisposición a hacerme más ordenado, sus madrugones para ir a la biblio; tú sabes que sin ti, ser ingeniero, no hubiera sido posible.

A Paloma, Pablo e Isa, por su amistad incondicional a Guchi por ser un tipo tan entrañable y único así como al resto de compañeros Fer, Saray, Onraitá, Grego, Marga, Sofía, Juan, Junco, Adrián...





## Resumen

El presente Proyecto Fin de Carrera consiste en un estudio de prestaciones en redes de sensores homogéneas y binarias, es decir, sensores con las mismas características y sensores en los que la información de sensado se reduce a la detección ó no de un determinado agente para aplicaciones de detección y localización a partir de medidas cuantitativas basadas en la teoría de la información.

Para este tipo de redes de sensores se han aplicado los test de hipótesis para la detección del agente en un área a partir de las lecturas de los sensores en la misma, que una vez recolectadas son enviadas a un sistema central. Éste se encargará de generar una decisión global a partir de las decisiones particulares de cada uno de los sensores de la red.

A la hora de simular el entorno de este proyecto se han utilizado distintos esquemas de transmisión con diferentes eficiencias de gasto energético (considerando redes de sensores con comunicaciones inalámbricas) y se han validado medidas teóricas de prestaciones a partir de simulaciones de una red de sensores.

Ante el creciente auge de las redes de sensores se considera necesario que en la fase de diseño de las mismas se lleve a cabo un análisis exhaustivo de las distintas alternativas de configuración propuestas para cumplir con la máxima eficiencia el propósito de la red. Este proyecto presenta las herramientas necesarias para ahorrar el tiempo y los recursos que conllevan el análisis de las distintas alternativas y la simulación de la red completa, y obtener así las prestaciones de la red de una forma sencilla y rápida.

El proyecto responde al siguiente esquema: comienza con una exposición de los principios fundamentales de la teoría de la detección clásica considerando los antecedentes y el motivo de este proyecto. A continuación se repasa la teoría de la detección distribuida y las reglas de detección para los distintos escenarios considerados, para seguir con la exposición del método empleado para medir las prestaciones de una red de sensores. El resultado de las simulaciones ocupará el penúltimo gran bloque de este proyecto antes de las conclusiones finales y las líneas futuras de investigación consideradas en el marco de las redes de sensores distribuidas.

## Abstract

The present Final Project consists in the study of the performance in binary homogenous sensor networks. A binary homogenous sensor network consists on sensors with the same capabilities that sense the environment and which outputs the detection or not detection of an agent. These kind of networks are predominant in detection and localization applications. We will focus on the measure of the performance using information theory knowledge.

The test hypotheses theory has been applied to sensor networks aiming to detect the agent in an area from the sensor readings, that once they are gathered, they are sent to a central system. This central system will generate a global decision, from the particular decisions of each of the network sensors.

Several transmission schemes with different energy consumption efficiencies (considering wireless sensor network communications) have been used in the simulation process of this work, and it has been validated the theoretical measures of the performance by the simulation of the sensor network.

Because of today's success of sensor networks, it is becoming necessary in the design phase an exhaustive analysis of the different alternative configurations to accomplish in the most efficient way the purpose of the network. This work presents the necessary tools to save time and resources that takes to analyze the different alternatives of the network and the simulation of the complete network, and therefore to obtain the performance of the network in an easy and fast manner.

The project answers to the following structure: it begins with a presentation of the fundamental principles of the classic detection theory considering the antecedents and the reason for this project. Next we oversee the distributed detection theory for different scenarios. Coming up, we detail the statement used to measure the performances of the sensor network. The result of the simulations will be detailed in the next big block before the final conclusions and the future guidelines considering this project and the distributed sensor networks picture.

# Índice General

<b>1. Planteamiento y objetivos</b>	<b>1</b>
<b>2. Resumen de antecedentes</b>	<b>5</b>
2.1. Redes de sensores . . . . .	5
2.1.1. Estructura de una red de sensores . . . . .	7
Redes centralizadas vs. redes distribuidas . . . . .	7
Redes homogéneas vs. heterogéneas . . . . .	9
2.2. Análisis de disipación de energía en un sensor inalámbrico . . .	11
2.2.1. Arquitectura de un sensor . . . . .	11
Microcontrolador . . . . .	13
Radio . . . . .	13
Sensores . . . . .	14
Batería . . . . .	15
2.2.2. Compromiso energía vs. prestaciones. Redes centralizadas vs. distribuidas . . . . .	15
2.2.3. Compromiso energía vs. prestaciones. Redes homogéneas vs. heterogéneas . . . . .	17

2.3.	Teoría clásica de la detección . . . . .	17
2.3.1.	Test de Bayes . . . . .	19
2.3.2.	Test de Neyman-Pearson . . . . .	21
2.3.3.	Test minimax . . . . .	22
2.3.4.	Detección secuencial . . . . .	22
2.3.5.	Medidas de prestaciones . . . . .	24
2.3.6.	Teoría de la detección distribuida . . . . .	26
2.4.	Test de pertenencia a una distribución . . . . .	27
2.4.1.	Test $\chi^2$ . . . . .	27
2.4.2.	Test de Kolmogorov-Smirnov . . . . .	29
2.5.	Obtención de distribuciones por muestreo artificial (Método de Monte Carlo) . . . . .	31
2.6.	Estrategias de transmisión - Consumo . . . . .	32
<b>3.</b>	<b>Reglas de detección</b>	<b>35</b>
3.1.	Planteamiento del problema y notación . . . . .	36
3.1.1.	Probabilidades de detección . . . . .	39
3.2.	Test básico . . . . .	40
3.2.1.	Expresión del test: Cociente de verosimilitud . . . . .	41
3.2.2.	Prestaciones asintóticas . . . . .	41
3.3.	Estrategia sin censura . . . . .	43
3.3.1.	Expresión del test para escenario sin censura . . . . .	44

3.3.2. Modelado del número de sensores en estrategia de comunicaciones sin censura . . . . .	47
3.4. Estrategia con censura . . . . .	49
3.4.1. Expresión del test para escenario con censura . . . . .	50
3.4.2. Modelado del número de sensores en estrategia de comunicaciones con censura . . . . .	52
<b>4. Contribuciones</b>	<b>55</b>
4.1. Aproximación gaussiana . . . . .	56
4.2. Medida de prestaciones . . . . .	58
4.2.1. Divergencias KL para escenario sin censura . . . . .	59
4.2.2. Divergencias KL para escenario con censura . . . . .	60
4.3. Linealidad de la divergencia $J$ con respecto a $l$ . . . . .	61
4.4. Cálculo varianzas LLR . . . . .	62
4.4.1. Cálculo $E_{H_i}\{\gamma^2\}$ escenario con censura . . . . .	62
4.4.2. Cálculo $E_{H_i}\{\gamma^2\}$ escenario sin censura . . . . .	64
4.5. Consumo de energía - Parametrización . . . . .	67
<b>5. Resultados</b>	<b>69</b>
5.1. Escenario de simulación para las distintas probabilidades de detección . . . . .	70
5.1.1. Generación de lecturas para modelo de probabilidad de detección “sombbrero cordobés” . . . . .	70
5.1.2. Generación de lecturas para modelo de probabilidad de detección lineal . . . . .	72

5.1.3.	Generación de lecturas para modelo de probabilidad de detección exponencial norma 2 . . . . .	74
5.1.4.	Generación de lecturas para modelo de probabilidad de detección exponencial norma 2 al cuadrado . . . . .	76
5.2.	Estudio de las distribuciones del LLR . . . . .	78
5.2.1.	Sombrero cordobés: analítica . . . . .	88
5.3.	Test de gaussianidad . . . . .	89
5.3.1.	Test $\chi^2$ en estrategia con censura . . . . .	90
5.3.2.	Test Kolmogorov-Smirnov en estrategia con censura . . . . .	95
5.3.3.	Test $\chi^2$ en estrategia sin censura . . . . .	101
5.3.4.	Test Kolmogorov-Smirnov en estrategia sin censura . . . . .	107
5.3.5.	Test gaussianidad variando número de sensores $l$ . . . . .	112
	Test $\chi^2$ en estrategia sin censura variando número de sensores $l$ . . . . .	112
	Test K-S en estrategia sin censura variando número de sensores $l$ . . . . .	115
	Test $\chi^2$ en estrategia con censura variando número de sensores $l$ . . . . .	118
	Test K-S en estrategia con censura variando número de sensores $l$ . . . . .	121
5.4.	Consumo de energía . . . . .	124
5.4.1.	Prestaciones asintóticas normalizadas . . . . .	124
5.4.2.	Prestaciones vs. energía . . . . .	125
5.4.3.	Criterio de diseño de estrategia según probabilidad agente en la región . . . . .	137

---

5.4.4. Saturación de la divergencia $J(H_0  H_1)$ . . . . .	139
5.5. Cálculo de umbral mediante la aproximación gaussiana . . . . .	142
5.6. Comparativa de prestaciones . . . . .	149
5.7. Análisis de escenarios . . . . .	159
5.7.1. $P_{ND}$ vs. número de sensores $l$ . . . . .	160
5.7.2. $P_{ND}$ vs. radio de la región $R$ . . . . .	165
5.7.3. $P_{ND}$ vs. $\alpha$ . . . . .	170
5.7.4. $P_{ND}$ vs. $\beta$ . . . . .	174
<b>6. Conclusiones y líneas futuras</b>	<b>179</b>





# Capítulo 1

## Planteamiento y objetivos

*“El ingenio quizás es al talento*

*lo que el instinto a la razón”*

*Jules Renard*

El hombre en su afán inagotable de conocer necesita controlar el entorno que lo rodea. La tecnología actual permite llevar a cabo la observación y el control físico en una amplia gama de espacios. Este control se ejerce mediante la obtención de la información, su procesamiento y transmisión por medio de dispositivos autónomos y multifuncionales que cuenten con estas capacidades. De esta forma surgen las redes de sensores inalámbricos.

Las tecnologías soportadas por las redes de sensores inalámbricos son una realidad y la llave del futuro [Chong y Kumar, 1997].

Las redes de sensores proporcionan nuevas oportunidades en campos como la medicina, instrumentación, aplicaciones militares, control de viviendas y ciudades, monitorización de entornos, etc. En aplicaciones médicas, las redes de sensores pueden desplegarse para la monitorización de pacientes y detección de comportamientos anómalos. En aplicaciones militares por ejemplo son redes de rápido despliegue, que son capaces de autoconfigurarse, con gran tolerancia a fallos, lo que las hace elementos idóneos para aplicaciones de

control, comunicación, computación, inteligencia, reconocimiento del terreno, vigilancia y localización de objetivos. También existen sensores ambientales capaces de medir la temperatura, la humedad, la luminosidad, la presencia o la presión, entre otras, con lo que el número de posibles aplicaciones son innumerables entre las que se pueden señalar la detección de incendios, la detección de tsunamis, los maremotos, etc. [Akyildiz et al., 2002].

Las redes de sensores (DSN “Distributed Sensor Network”) consisten en un conjunto de nodos de pequeño tamaño y de muy bajo consumo, interconectados entre sí a través de una red y en muchos casos conectados a un sistema central (centro de fusión) encargado de recopilar la información recogida por cada uno de los sensores. Las comunicaciones son normalmente inalámbricas y los sensores dispondrán de un modo de acceso al medio basado en transmisión por radio. Este hecho hará, como se verá posteriormente, que la energía de la red esté ligada proporcionalmente a la energía consumida al transmitir dando lugar a la aparición de distintos escenarios. El éxito de las redes de sensores se debe a sus especiales capacidades sensitivas, de procesamiento y de comunicación inalámbrica.

A los nodos de las DSN se les imponen unas restricciones de consumo severas; el motivo de la imposición de estas restricciones es la necesidad de que los nodos sean capaces de operar de modo autónomo durante periodos largos de tiempo, en lugares donde las fuentes de alimentación son, si no inexistentes, de baja capacidad. El consumo de energía en una red de sensores inalámbrica es fundamental. Hay que tener en cuenta que un sensor inalámbrico puede ser equipado con una fuente de energía finita ( $<0.5$  A/h. 1.2V) [Chong y Kumar, 1997]. En algunas aplicaciones será posible añadir al sensor algún tipo de mecanismo para que recolecte energía de su alrededor, mediante paneles solares, o acelerómetros, pero habrá otras aplicaciones en las que esto no será posible. El consumo de energía por parte de un sensor viene determinado principalmente por las tres funciones que realiza el sensor: obtención de datos del entorno, procesado de los datos, y su transmisión. En el caso de que se quiera maximizar el tiempo de vida útil de los sensores de la red y por lo tanto, de la red en sí misma, el diseño deberá considerar tanto las prestaciones que la red en su conjunto quiere ofrecer, así como el consumo de energía necesaria para maximizar la vida útil de la misma. El tamaño es otra restricción que cada vez se hace más necesaria para la mayoría de las aplicaciones, de esta manera las tarjetas o nodos que forman las DSN son cada vez de menor tamaño.

El principal objetivo de este Proyecto de Fin de Carrera es obtener y caracterizar las prestaciones en redes de sensores homogéneas (formadas por

---

sensores con las mismas características) por medio de medidas cuantitativas de prestaciones en dichas redes, en aplicaciones de detección que utilicen distintos esquemas de transmisión con distintas eficiencias de gasto energético (considerando redes de sensores con comunicaciones inalámbricas). En este trabajo se desarrollarán medidas teóricas de prestaciones, basadas en criterios de teoría de la información, y se validarán mediante la realización de simulaciones en aplicaciones de detección.

El estudio de las prestaciones que se llevarán a cabo en este proyecto se van limitar a un determinado entorno ya que de otra forma el estudio, por su extensión, sería inabordable. Así, este proyecto se centra en redes de sensores binarios, cuya información se reduce a la detección o no detección de un determinado agente. Para este tipo de redes de sensores se presentan los tests de hipótesis para la detección del agente en un área a partir de las lecturas de los sensores en la misma, que son recolectadas y enviadas a lo que llamamos centro de fusión, éste se encargará de tomar una decisión global a partir de las decisiones particulares tomadas por los sensores de la red. Estos, a su vez, van a tener una determinada probabilidad de detectar a un agente en el entorno que será función de la distancia. Los tests de hipótesis que se presentan en este proyecto se van a basar en la probabilidad de detección de cada sensor. Esta probabilidad de detección va a depender de la aplicación en concreto en la que nos encontremos. Gracias a la definición de esta función podremos separar el estudio teórico del comportamiento de la red, de la aplicación concreta para la cual la red ha sido definida.

Considerando que las comunicaciones inalámbricas es el factor de más peso en el campo del consumo de energía [Doherty et al., 2001], uno de los objetivos de este trabajo será estudiar de manera teórica y mediante simulaciones dos tipos de escenarios. El primero tendrá en cuenta el consumo de energía y por lo tanto censuraremos la transmisión (escenario con censura) y en el segundo no existirá ningún tipo de restricción energética (escenario sin censura). Se pretende comprobar si se pueden dar unos criterios de diseño de la red según se cumplan unas hipótesis u otras, para ello se tratarán de validar las reglas teóricas obtenidas mediante su aplicación a una red simulada.

El programa MATLAB es la herramienta informática que se va utilizar para la realización de las simulaciones y para la evaluación de las medidas de prestaciones en función de distintos parámetros de configuración de la red.



# Capítulo 2

## Resumen de antecedentes

*“Si consigo ver más lejos es porque  
he conseguido auparme a hombros de gigantes”*

*Isaac Newton*

En este capítulo se presentan de forma breve los principales antecedentes en los que nos hemos basado para la realización de este trabajo. Se pretende analizar con particular interés la estructura de las redes de sensores así como la gestión de la energía en las mismas. Por otra parte explicaremos en qué consiste la teoría de detección clásica desde el punto de vista distribuido. Presentaremos cómo obtener medidas de prestaciones y finalmente explicaremos en qué consiste un test de pertenencia de una distribución, particularizando para una distribución gaussiana.

### 2.1. Redes de sensores

La energía en redes de sensores auto-alimentadas se obtiene de las baterías que estos llevan, y por lo tanto estas redes operan en un entorno en el que hay que tener especial precaución en la estrategia con la que diseñamos la red. Si vamos un poco más lejos, las redes de sensores deben de tener un

ciclo de vida del orden de meses o años, porque en algunas aplicaciones de este tipo de redes, reemplazar la batería no es una opción viable. La razón de la imposibilidad de reemplazar las baterías en este tipo de redes es debida a que estas redes pueden tener miles de nodos embebidos en el ambiente o pueden estar en el fondo del mar, como por ejemplo una red que se encargue de medir las variaciones sísmicas entre las placas tectónicas de los océanos para la predicción de maremotos o tsunamis.

Las técnicas de diseño y las arquitecturas hardware clásicas no son aplicables a este tipo de redes de sensores entre otros motivos porque las técnicas clásicas estaban pensadas para entornos centralizados, además del hecho de que la gestión eficiente de la energía no era un requerimiento en las citadas técnicas clásicas. Como se expondrá en este trabajo la gestión de la energía es un aspecto crítico a la hora de presentar técnicas de diseño para redes de sensores.

La optimización de la energía en el caso de las redes de sensores es muy compleja, porque no solo involucra la reducción en el consumo de energía de un solo sensor, sino que hay que intentar maximizar el ciclo de vida de la red de sensores en su totalidad. El ciclo de vida de la red puede ser maximizada incorporando en cada nivel de la red de sensores restricciones de energía, potenciando de esta manera que la propia red sea capaz de llegar a un compromiso entre consumo de energía, comportamiento del sistema y fiabilidad en las operaciones y procesado de la información [Raghnathan et al., 2002].

En este trabajo la red de sensores se va centrar en una de las aplicaciones más importantes en las que las redes de sensores desempeñan un papel fundamental como es la detección y seguimiento de un agente en una determinada región. La detección de un agente involucra un complejo procesado de señal tanto a nivel local como a nivel global, como por ejemplo la fusión de datos en un centro de fusión mediante un test bayesiano como veremos posteriormente. Por ejemplo la decisión de colaborar en el procesado de señal transmitiendo lo que cada sensor ha sentido tiene unas implicaciones muy a tener en cuenta en cuanto al consumo de energía. Por ello posteriormente plantearemos distintas estrategias de transmisión basadas en dos escenarios, con censura y sin censura.

### 2.1.1. Estructura de una red de sensores

En esta sección vamos a comparar varias alternativas a la hora de diseñar una red de sensores:

- Redes centralizadas vs. redes distribuidas.
- Redes heterogéneas vs. homogéneas.

#### Redes centralizadas vs. redes distribuidas

Las redes de sensores inalámbricas están compuestas por sensores que deben realizar operaciones como: sensado del entorno, procesado de información, y comunicación de forma inalámbrica entre otras [[Varnshney, 1997](#)]. Estas capacidades hacen de ellos una de las mejores opciones en un escenario de detección. Sobre las bases de los modelos simples de redes de sensores se van a analizar/comparar dos esquemas diferentes concernientes al procesado local y transmisión de los datos, conocidas como estructuras centralizadas y estructuras distribuidas. También se va a razonar el por qué en el ámbito de este proyecto se ha decidido abarcar sólo una de las opciones.

Desde 1980 se han llevado a cabo trabajos concernientes a la síntesis y el diseño de redes de sensores inalámbricas. Dichos trabajos se han focalizado en desarrollar reglas de decisión óptimas tanto a nivel local como a nivel global, además de la investigación de las propiedades estadísticas de diferentes escenarios. Por ejemplo, en [[Shorey, 2006](#)] la configuración del decisor óptimo de un sensor fue estudiada en un escenario donde la red de sensores es limitada por la capacidad del canal inalámbrico por el cual los sensores están transmitiendo.

En la actualidad, el procesado de señal en sensores de forma distribuida está ganando terreno. El bajo coste de los sensores, la redundancia posible con múltiples sensores, la posibilidad de comunicaciones a gran velocidad, y el incremento de la capacidad computacional de cada sensor está haciendo que muchos investigadores concentren su trabajo en el procesado de la señal de forma distribuida para redes de sensores. El origen de los sistemas distribuidos de sensores es militar, en aplicaciones de vigilancia, control y comunicaciones aunque a día de hoy este tipo de procesado descentralizado es usado en infinidad de aplicaciones.

Intereses en detección y estimación descentralizada han surgido de forma anticipada en aplicaciones de detección estimación multi-agente por parte de múltiples sensores dispersos geográficamente. En la teoría clásica de detección y estimación usando múltiples sensores, se asume que todos los sensores locales (tales como radar, sonar, infrarrojos) comunican todos sus datos a un proceso central, donde se lleva a cabo una decisión óptima y un seguimiento del agente basado en técnicas estadísticas [Viswanathan y Varshney, 2002]. En el procesado descentralizado, a nivel local se realiza un procesado preliminar (decisor local) de las observaciones por parte de cada sensor. Después de este procesado, los datos son transmitidos a un procesador central al que normalmente se le denomina centro de fusión donde se toma una decisión global a partir de las observaciones. En la terminología de las redes de sensores distribuidas se dice que la red tiene inteligencia en cada nodo.

Un esquema centralizado puede ser muy restrictivo en muchos casos prácticos, incluso un inconveniente en muchas aplicaciones. Por ejemplo, cuando se pretende cubrir un área de sensores donde la cobertura de cada sensor no se superpone, es posible que la señal del agente no se reciba en todos los sensores. En tales casos, el esquema óptimo estaría basado en un procesado descentralizado de las observaciones en los sensores.

Algunas ventajas del procesado de señal de forma distribuida es que reduce el ancho de banda de comunicación requerido, incrementa la fiabilidad y reduce los costes. Además, un sistema con arquitectura distribuida puede llegar a dar mejores respuestas a cambios rápidos del entorno en que la red está desplegada. A diferencia del procesador central en sistemas centralizados, el centro de fusión de arquitecturas distribuidas sólo tiene información parcial (comunicada por los sensores). Este resultado hace que las arquitecturas descentralizadas tengan un peor comportamiento comparado con respecto a los sistemas centralizados. Sin embargo este empeoramiento de las prestaciones puede reducirse considerablemente haciendo un procesado local de forma óptima en los sensores [Viswanathan y Varshney, 2002]. El objetivo de muchos estudios en el campo de las redes de sensores es el de desarrollar algoritmos de computación eficientes para las redes descentralizadas tanto para los sensores como para el centro de fusión.

De forma general, las redes distribuidas de sensores tienen que lidiar con temas relacionados con:

- Elección de la topología.
- Habilidad para reconfigurar la estructura de la red en caso de fallos.



- Comunicación entre el centro de fusión y los sensores desplegados y viceversa.
- Robustez en los algoritmos de procesado con respecto a los modelos de probabilidad.
- Economización de la energía.
- Amenazas externas.

### Redes homogéneas vs. heterogéneas

Una de las características de las redes de sensores es la flexibilidad de diseño que estas ofrecen [Viswanathan y Varshney, 1997]. Una inmensa variedad de clases de sensores, todos ellos con características distintas, pueden ser desplegados en la red. En la fase de diseño debe decidirse cómo utilizar los recursos disponibles de la mejor manera posible, garantizando el uso más eficiente de los recursos de la red.

Las redes homogéneas están formadas por sensores idénticos unos a otros. Este tipo de redes tienen el inconveniente de que si queremos incrementar las prestaciones globales que la red proporciona es necesario cambiar todos los sensores que la constituyen [Viswanathan y Varshney, 1997]. Una de las ventajas que tienen este tipo de redes es que el consumo de energía global en la red es uniforme.

Las redes heterogéneas, están formadas por dos o más tipos de sensores con diferentes capacidades. Las diferencias entre los nodos de la red pueden darse a distintos niveles:

- Nivel de computación.
- Nivel de comunicaciones.
- Nivel de energía/potencia.

A nivel de computo pueden existir nodos que por ejemplo lleven un DSP (“Digital Signal Processor”) incorporado y que hagan un procesado exhaustivo de los datos recolectados o por el contrario sensores más sencillos basados en termistores que se dediquen únicamente a tomar lecturas de temperatura

en una región y la transmisión de las mismas a un sistema central. A nivel de comunicaciones podríamos tener sensores que se comunican por tecnologías inalámbricas como Wifi ó Wimax, o por el contrario sensores que están conectados a una red y que se comunican por un enlace de fibra óptica, cable coaxial, o por par de cobre. A nivel de energía/alimentación podríamos tener sensores que obtienen su energía a partir de la red eléctrica, a través de una batería incorporada al sensor o recolectando energía a partir de paneles solares o acelerómetros. En la figura 2.1 se puede ver un ejemplo de una red experimental de sensores cuya energía es recolectada a partir de la luz incorporando células fotovoltaicas que convierten la energía lumínica a energía eléctrica.



Figura 2.1: Red experimental de sensores auto-alimentados utilizando células fotovoltaicas (Leonardo Da Vinci Museo de Ciencia y Tecnología, Milán).

Por un lado el abanico de posibilidades que una red de sensores heterogénea nos ofrece a la hora del diseño es muy grande, aunque por otro, hay que tener en cuenta que una red heterogénea es más compleja y por lo tanto el diseño, el despliegue, la gestión de recursos, la distribución de la inteligencia y la caracterización de la red hacen de este tipo de redes unas redes que conllevan unos altos costes tanto económicos, como de infraestructura.

La motivación de tener sensores más complejos en cuanto al hardware, y una mayor batería puede ser utilizada para construir unos pocos con mayores capacidades y evitar así el coste computacional en cada sensor, y por lo tanto reduciendo el coste de hardware del resto de la red. Por ejemplo una red heterogénea con algún nodo con mayor capacidad que los demás puede hacer que la red esté más jerarquizada. En este tipo de redes heterogéneas el gasto de energía global de la red no es uniforme.

En el diseño de una red de sensores, se desean dos características como

son, por un lado bajo coste de hardware a nivel global para alargar la vida útil de la red y por otro lado que el patrón de consumo global de la red sea uniforme [Mhatre y Rosenberg, 2004]. Como se ha explicado, las redes heterogéneas consiguen reducir el coste del hardware de forma global, mientras que las redes homogéneas consiguen tener un consumo uniforme. Sin embargo las dos características deseables no se pueden incorporar en una misma red.

Aunque Tsitsiklis [Tsitsiklis, 1988] expone que cuando el número de sensores es arbitrariamente grande, el decisor binario óptimo es aquel que utiliza reglas de detección locales idénticas en todos sus nodos asumiendo que todos los sensores son independientes, cuando el número de sensores no es arbitrariamente grande una pregunta que parece interesante hacerse es que estrategia seguir, muchos sensores baratos con prestaciones bajas o pocos sensores con altas prestaciones o por otra parte una combinación de diferentes sensores con distintas prestaciones y costes. Algunos autores como [Chamberland y Veeravalli, 2003] o [Chamberland y Veeravalli, 2004] han indicado que la mejor opción es aquella donde la red de sensores está constituida por muchos sensores con bajas prestaciones siempre y cuando la densidad de sensores en la red mantenga la asunción de independencia condicional. Otros autores como [Marano et al., 2006a] han analizado las prestaciones en las redes en las que se han utilizado pocos sensores con de altas prestaciones y otros de peores, demostrando que la opción óptima depende del nivel de señal a ruido (SNR “Signal to Noise Ratio”), presente en el escenario concreto.

## 2.2. Análisis de disipación de energía en un sensor inalámbrico

En esta sección se presentan de forma separada cada sub-sistema que compone un sensor inalámbrico y se analiza el consumo de energía de cada uno de forma detallada.

### 2.2.1. Arquitectura de un sensor

Cuando se plantea analizar una red de sensores en cuanto a restricciones de energía debemos analizar las características en cuanto a disipación de potencia en un sensor inalámbrico. Un análisis de potencia en un nodo sensor

es extremadamente importante para identificar el cuello de botella del sistema, e intentar optimizarlo de una manera más agresiva. Vamos a analizar el consumo de energía e intentar discutir como las decisiones que se toman durante el diseño de un nodo pueden lograr un impacto significativo en el consumo energético del sistema.

La arquitectura de un sensor inalámbrico típico se muestra en la figura 2.2.

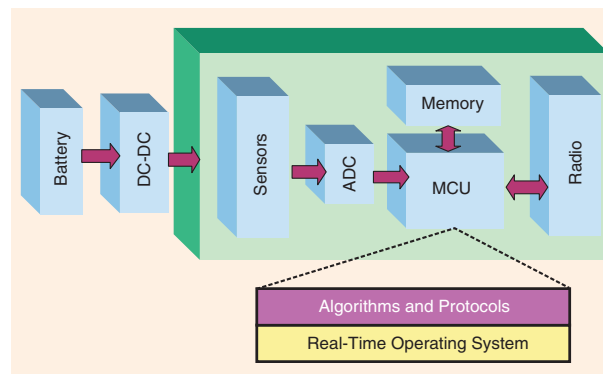


Figura 2.2: Arquitectura típica de un nodo sensor inalámbrico [Raghnathan et al., 2002].

Un nodo sensor inalámbrico se puede subdividir en 4 sub-sistemas que son:

- Sub-sistema de computación: Micro-controlador o microprocesador.
- Sub-sistema de comunicación: Chip de radio de corto alcance para comunicaciones inalámbricas.
- Sub-sistema de sensado que hace de interfaz entre el mundo físico y el nodo: Grupo de sensores y actuadores.
- Sub-sistema de alimentación, contiene una batería, el convertidor DC-DC, y cuya misión es suministrar energía a todo el sensor.

A continuación vamos a analizar cada uno de los sub-sistemas que forman un nodo sensor

## Microcontrolador

La unidad de micro-controlador (MCU “Microcontroller Unit” ) es la que aporta inteligencia al nodo sensor, la responsable de la ejecución de los protocolos de comunicación y la encargada de ejecutar los algoritmos de procesamiento de señal sobre las observaciones recolectadas por el sub-sistema sensor. La relación *consumo de potencia /prestaciones* se ha estudiado y muchas técnicas se han propuesto para estimar el consumo de potencia de estos procesadores embebidos.

Mientras que la elección de la MCU se realiza considerando las prestaciones que se quieren obtener, debe de tenerse en cuenta el impacto en cuanto a la disipación de potencia. Por lo tanto la elección de el MCU debería estar dictada por el escenario donde se va aplicar, para conseguir un ajuste entre prestaciones ofrecidas por la MCU y la energía consumida para la aplicación demandada.

En la actualidad, conscientes de la importancia de la gestión de la energía, los MCU normalmente soportan varios modos de operación como son los modos *activo*, *ocioso* y *dormido*. Cada modo de operación se caracteriza por un consumo de potencia diferente. Destacar que aunque desde un punto de vista ideal el tener distintos modos de operación garantiza una mejor gestión de la energía consumida por el sensor, las transiciones entre los distintos modos involucra picos de consumo y unos periodos de latencia que deben ser tenidos en cuenta.

En resumen, los distintos modos de operación, los costes de transición entre modos y el tiempo que la MCU está en cada modo, tienen un papel fundamental en el consumo de energía y por tanto en la vida del sensor.

## Radio

El chip de radio de un nodo sensor le permite a este comunicarse con sus nodos vecinos y el resto del mundo de modo inalámbrico. Existen muchos factores que afectan al consumo de potencia del aparato radio, como son:

- Tipo de modulación empleada.
- Tasa de transmisión.

- Potencia transmitida (función de la distancia).
  
- Ciclo de vida de operación.

En general los chips de radio tienen 4 modos de operación: *Transmisión*, *recepción*, *ocioso* y *dormido*. Es importante destacar que la mayoría de los chips de radio cuando trabajan en el modo ocioso tienen un consumo de potencia importante, casi tan importante como cuando están en el modo recepción. Por lo tanto es importante apagar completamente el chip de radio antes que trabajar en el modo ocioso cuando ni se espera transmitir ni recibir datos.

Otro factor influyente es que cambiar de un modo de operación a otro conlleva una disipación de potencia significativa. Por ejemplo, cuando el chip de radio cambia del modo dormido al modo transmisión para mandar un paquete, una cantidad de potencia es consumida tan solo al encender el transmisor, sin llegar a transmitir el paquete.

## Sensores

Sensores o transductores convierten un fenómeno físico en señales eléctricas que pueden ser adquiridas a través de sistemas analógicos o digitales dependiendo de la salida de tales sensores. Existen infinidad de sensores que son capaces de medir el medio ambiente (temperatura, intensidad de luz, sonido, campos magnéticos, imágenes, etc.). Hay muchas fuentes que consumen potencia en el proceso de sensado como son: el muestreo de la señal, la conversión de las señales físicas a electrónicas, el acondicionamiento de la señal, la conversión analógica/digital, etc. Debido a la diversidad de sensores no hay un consumo típico. Sin embargo lo que sí se puede decir es que sensores pasivos tales como sensores que miden temperatura, movimientos sísmicos etc. tienen un consumo despreciable comparado con otros componentes del nodo sensor. Por el contrario sensores activos como sensores radar, sensores que obtienen imágenes que necesitan cámaras, pueden llegar a ser grandes consumidores de energía.

## Batería

La fuente de alimentación del sistema completo de un nodo sensor auto-alimentado es la batería, y por tanto juega un papel esencial en la duración de la vida del sensor. Las baterías son dispositivos complejos los cuales dependen de factores como la dimensión de la batería, el tipo de material electrolito utilizado, la tasa de difusión de los elementos activos en el electrolito, comportamiento no lineal debido a la no linealidad de las demandas de potencia tanto en tiempo como en nivel, etc.

### 2.2.2. Compromiso energía vs. prestaciones. Redes centralizadas vs. distribuidas

El desarrollo de estrategias enfocadas a la eficiencia energética en redes de sensores inalámbricas se ha convertido en un quebradero de cabeza para científicos e investigadores ya que los nodos sensores deben ser pequeños, y normalmente la posibilidad de reemplazar la batería es más que improbable por el tipo de aplicaciones en que se utilizan. En la sección 2.2.1 se han resumido varias técnicas para la optimización de energía y las técnicas de gestión de energía a diferentes niveles del sensor.

Mientras tanto mucho trabajo se está llevando a cabo para mejorar la eficiencia energética en redes de sensores, mecanismos de agrupación (clustering), algoritmos de encaminamiento, esquemas de disipación de energía, restricción de actividad (horarios de inactividad), densidad de la red, o complejidad computacional de cada nodo.

En procesos de detección distribuida, los sensores son desplegados de manera aleatoria en el campo de actuación, y son responsables de recolectar información del medio que les rodea. La información recolectada es procesada localmente si es necesario antes de que sea transmitida al centro de recolección (centro de fusión). Un ejemplo de procesamiento local podría ser decidir si existe o no existe agente en el rango de actuación del sensor. Una decisión final se toma en el centro de fusión basándose en la información enviada por los sensores.

A nivel local se han estudiado distintas reglas de decisión, valorando también el compromiso entre el procesamiento local y la transmisión de los datos recolectados. Cuantas más observaciones disponga el centro de fusión, mejor

decisión hará. Incrementar el número de observaciones en el centro de fusión es incrementar el número de transmisiones por parte de los sensores desplegados y por lo tanto gastar más energía, reduciendo la vida útil de la red. Es necesario llegar a un compromiso entre energía y prestaciones en las redes de sensores.

Las redes centralizadas transmiten toda la información contenida en los datos observados al centro de fusión. El detector óptimo en el centro de fusión en estos casos es el detector basado en el criterio MAP (“Máximo A Posteriori”) que proporciona la mínima probabilidad de error. Por otro lado, en las redes distribuidas, cada sensor toma su propia decisión a nivel local. La decisión tomada por el sensor es codificada por un único bit y transmitida al centro de fusión para que este tome la decisión final en base al conjunto de todas las observaciones disponibles. Para las redes distribuidas los esquemas óptimos de decisión globales pueden obtenerse haciendo una búsqueda exhaustiva, aunque no es práctico debido a la enorme carga computacional.

Tsitsiklis [Tsitsiklis, 1988] mostró en 1988 que cuando el número de sensores es arbitrariamente grande, el decisor binario óptimo local para una estrategia descentralizada es obtenido aplicando las mismas reglas de decisión local en toda la red. Recientes estudios [Chamberland y Veeravalli, 2004] han ampliado este resultado mostrando que la utilización de un idéntico transmisor en cada nodo también es una estrategia óptima. Por lo tanto si el número de sensores es arbitrariamente grande como criterio óptimo de diseño se adoptará un detector local idéntico. La elección del tipo de decisor idéntico para toda la red estará condicionado al entorno y a la aplicación en la que se quiera desplegar la red.

Una vez desarrolladas las reglas de decisión, nos vamos a centrar en la misión de detectar. Los nodos que forman una red de sensores normalmente son soportados por baterías y estas no pueden cambiarse. Por lo tanto la energía de la red es el cuello de botella de este tipo de redes. Se ha demostrado que entre todas las actividades que lleva a cabo un nodo sensor, las comunicaciones inalámbricas son las que mas energía consumen [Doherty et al., 2001]. En estructuras centralizadas debido al no procesamiento en los sensores, el consumo de energía debido a la transmisión de todas las observaciones al centro de fusión es demasiado elevado. Por esta razón este tipo de estrategias son utilizadas cuando se requieren unas prestaciones en la detección elevadas.

Por el contrario, cuando una red de sensores funciona de una manera distribuida, la información puede ser procesada en cada sensor y sólo las decisiones locales necesitan ser transmitidas al centro de fusión para un procesado



más completo y la toma de la decisión final. De esta manera en aplicaciones de detección una topología distribuida puede reducir considerablemente el consumo de energía y por ende conservar la energía de los nodos prolongando así la vida de la red de sensores.

En este trabajo se propone de esta forma una arquitectura de red distribuida.

### 2.2.3. Compromiso energía vs. prestaciones. Redes homogéneas vs. heterogéneas

Las redes de sensores inalámbricas juegan un papel fundamental en aplicaciones tanto militares como civiles. Investigaciones recientes se están centrando en aspectos tales como la búsqueda de rutas óptimas, capa MAC (“Medium Access Control”) y mecanismos eficientes de recolección de datos. La eficiencia energética es el objetivo de diseño más importante en muchas de las investigaciones actuales [Blum et al., 1997] en las redes de sensores debido a que los sensores tienen grandes limitaciones energéticas, y el recambio de baterías en muchos escenarios no es práctico.

El compromiso entre prestaciones y energía consumida necesita ser analizado en todos los niveles de la red para cada aplicación en particular. La elección de una red homogénea o heterogénea de sensores puede ser un factor decisivo a la hora de cumplir dicho compromiso.

## 2.3. Teoría clásica de la detección

En esta sección se va a resumir la teoría clásica de la detección además de definir los principios básicos en el diseño de decisores. Las aproximaciones que se utilizarán en el estudio vienen dadas directamente de la teoría de test de hipótesis. Las aproximaciones del test de hipótesis de una forma clásica están basadas en el test de Neyman-Pearson y el test de Bayes. También se va a explicar como estudiar el comportamiento asintótico de dichos test para la obtención de medidas de prestaciones.

Se propone un problema de test de hipótesis binario donde el objetivo

será, utilizando los datos recibidos (observaciones) en el centro de fusión (nótese que no son datos transmitidos sino recibidos) de la manera más eficiente posible, decidir una de entre las posibles hipótesis y esperar que nuestra decisión sea la correcta la mayor parte del tiempo [Kay, 1998]. De una forma más técnica el problema de decisión consistirá en decidir a partir de un conjunto de observaciones si ocurre o no un determinado suceso. El problema al que nos enfrentamos es la decisión entre dos hipótesis, a las cuales denotaremos  $H_0$  y  $H_1$ , donde:

- $H_0$ : Hipótesis nula.
- $H_1$ : Hipótesis alternativa.

Cada una de las hipótesis tiene asociada una función densidad de probabilidad (FDP) condicionada a la hipótesis, que denotaremos  $f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_i)$ . El teorema de Neyman-Pearson dice que el diseño del mejor test de hipótesis es aquel que viene dado por un cociente de verosimilitudes. El test de hipótesis se define como un cociente de verosimilitud, el cual se evalúa comparando con un umbral ( $\tau$ ). Dicho test de verosimilitud se define como

$$\Gamma(\mathbf{x}) = \frac{f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_1)}{f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_0)} \underset{D_0}{\overset{D_1}{\geq}} \tau \quad (2.1)$$

La ventaja del test del cociente de verosimilitud (cuando se puede construir explícitamente), es que define el decisor óptimo según el teorema de Neyman-Pearson.

El valor del umbral de verosimilitud  $\tau$  determinará las prestaciones del sistema. El criterio de diseño dependerá del test de hipótesis que se utilice. En un test de Bayes, se incorpora el conocimiento de las probabilidades a priori de las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  con el objetivo de minimizar la probabilidad de error. Si se utiliza un test de Neyman-Pearson el umbral que se utiliza es aquel que para una probabilidad de falsa alarma dada maximiza la probabilidad de detección [Kay, 1998]. A continuación se detallan estos dos escenarios.

### 2.3.1. Test de Bayes

El test de Bayes es un test que minimiza la probabilidad de error. Se define  $P(H_i)$  como la probabilidad a priori de que ocurra la hipótesis  $H_i$ . Para minimizar la probabilidad de error es necesario conocer o tener una estimación razonable de las  $P(H_i)$ . En algunos problemas de detección será razonable asignar probabilidades a priori a las distintas hipótesis. En el caso del test de Bayes el objetivo al que la teoría clásica se enfrenta es el de minimizar la probabilidad de error, la cual se define como:

$$P_e = P(H_0|H_1)P(H_1) + P(H_1|H_0)P(H_0) \quad (2.2)$$

donde  $P(H_i|H_j)$  es la probabilidad condicional que indica la probabilidad de decidir  $H_i$  cuando  $H_j$  es verdadera. Debido a que la teoría de la información fue aplicada en sus orígenes a aplicaciones de radar, normalmente a la probabilidad  $P(H_1|H_0)$  se la conoce como probabilidad de falsa alarma ( $P_{FA}$ ) o error tipo I (también  $\alpha$ ), mientras que a la  $P(H_0|H_1)$  se la conoce como probabilidad de no detección ( $P_{ND}$ ) o error tipo II (también  $\beta$ ).

La generalización del criterio que minimiza la probabilidad de error asigna un coste a cada tipo de error, siendo  $C_{ij}$  el coste asociado a decidir  $i$  si la hipótesis correcta es la  $j$ . Las restricciones que se imponen a  $C_{ij}$  son que es siempre no negativo y que  $C_{ij} > C_{jj} \forall i \neq j$ .

Cuando se han definido las hipótesis y hemos asignado los costes a los errores, la decisión de nuestro test se va a basar en la minimización del riesgo de Bayes ( $R$ ) definido en el caso de que estemos ante un escenario binario como:

$$R = E(C) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 C_{ij} P(H_i|H_j) P(H_j) \quad (2.3)$$

En el caso particular de  $C_{00} = C_{11} = 0$  y  $C_{01} = C_{10} = 1$  se deduce que el coste de Bayes coincide con la probabilidad de error ( $R = P_e$ ).

Utilizando (2.2):

$$\begin{aligned}
R = & C_{00}P(H_0) \int_{R_0} f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_0)d\mathbf{x} + C_{01}P(H_1) \int_{R_0} f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_1)d\mathbf{x} + \\
& + C_{10}P(H_0) \int_{R_1} f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_0)d\mathbf{x} + C_{11}P(H_1) \int_{R_1} f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_1)d\mathbf{x} \quad (2.4)
\end{aligned}$$

sabiendo que

$$\int_{R_0} f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_i)d\mathbf{x} = 1 - \int_{R_1} f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_i)d\mathbf{x} \quad (2.5)$$

se obtiene:

$$\begin{aligned}
R = & C_{01}P(H_1) + C_{00}P(H_0) + \int_{R_1} \left( C_{10}P(H_0) - C_{00}P(H_0) \right) f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_0) + \\
& + \left( C_{11}P(H_1) - C_{01}P(H_1) \right) f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_1)d\mathbf{x} \quad (2.6)
\end{aligned}$$

Para minimizar la expresión el integrando debe ser negativo en  $R_1$  o lo que es lo mismo, decidimos  $H_1$  si:

$$(C_{10} - C_{00})P(H_0)f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_0) < (C_{11} - C_{01})P(H_1)f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_1) \quad (2.7)$$

Por lo tanto se obtiene que el detector que minimiza el riesgo de Bayes viene dado por la expresión

$$\Gamma(\mathbf{x}) = \frac{f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_1)}{f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_0)} \underset{D_0}{\overset{D_1}{\gtrless}} \frac{(C_{10} - C_{00})P(H_0)}{(C_{01} - C_{11})P(H_1)} = \tau \quad (2.8)$$

siendo  $\tau$  el umbral y  $\Gamma(\mathbf{x}) \underset{D_0}{\overset{D_1}{\gtrless}} \tau$  el test de cociente de verosimilitud.

### 2.3.2. Test de Neyman-Pearson

En la formulación de Bayes descrita en la sección 2.3.1 se define un test de hipótesis en términos de la minimización del coste esperado total, definido como el riesgo de Bayes. No obstante en muchos casos prácticos, la imposición de una determinada estructura de costes en la definición de test de hipótesis no es deseada. En tales casos un criterio alternativo de diseño del test de hipótesis, conocido como el criterio de Neyman-Pearson, puede ser el más adecuado. [Poor, 1994].

Imagínese una aplicación en la que se quiere detectar incendios forestales. Cuando se detecta un incendio en una zona interior de un bosque hace que se active un estado de emergencia, movilizandoo bomberos, policía, maquinaria, aviones acarreando consigo unos gastos económicos y humanos muy importantes. No sería muy recomendable activar el estado de emergencia de incendios por una falsa alarma de la red. Esta es una aplicación en la que se debe pretender maximizar la detección imponiendo una limitación en la probabilidad de falsa alarma ya que la  $P_{FA}$  tiene un coste asociado muy alto.

Otro ejemplo de aplicaciones donde son críticas las falsas alarmas son aplicaciones de diagnóstico de cáncer, ya que el coste en que se incurre al diagnosticar a una persona un cáncer cuando realmente esa persona es una persona sana es muy grande.

El teorema de Neyman-Pearson se basa en fijar una probabilidad de falsa alarma tan pequeña como se quiera y maximiza la probabilidad de detección. Este test es idóneo para las aplicaciones descritas en los ejemplos anteriores.

El test de Neyman-Pearson pretende maximizar la probabilidad de detección, dada una probabilidad de falsa alarma. Es un test de gran utilidad cuando no conozcamos las probabilidades a priori de la ocurrencia del suceso que queremos detectar. El test de Neyman-Pearson es un test que minimiza la probabilidad de pérdidas en cuanto a la detección. Es un test que está basado en un cociente de verosimilitudes.

**Teorema (Neyman-Pearson) 2.3.1** *Para maximizar  $P_D$ , dada una  $P_{FA} = \alpha$ , se decide  $H_1$ , si*

$$\Gamma(\mathbf{x}) = \frac{f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_1)}{f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_0)} > \tau \quad (2.9)$$

donde el valor del umbral  $\tau$  se obtiene de:

$$P_{FA} = \int_{\mathbf{x}: \Gamma(\mathbf{x}) > \tau} f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}; H_0) d\mathbf{x} = \alpha \quad (2.10)$$

donde  $\mathbf{x} : \Gamma(\mathbf{x}) > \tau$  es la región del espacio donde  $\Gamma(\mathbf{x}) > \tau$ .

### 2.3.3. Test minimax

La detección minimax surge como alternativa al criterio de Bayes para los casos en los que no se conocen las probabilidades a priori de las hipótesis. El criterio minimax va a utilizar el test de Bayes en la situación más desfavorable, es decir, asociando las probabilidades a priori para el peor caso.

Supongamos que las probabilidades a priori las cuales se han definido anteriormente como  $P(H_0)$  y  $P(H_1)$  no son conocidas por el diseñador de la regla de decisión. Tales situaciones pueden darse frecuentemente en la práctica porque el diseñador de la regla de decisión puede no tener control o acceso al mecanismo que está estudiando. El diseño que se busca es aquel que minimice el máximo riesgo según (2.3). Es decir, debemos obtener un criterio que minimice sobre todos los  $\delta$ , el máximo de los riesgos condicionales,  $R_0(\delta)$  y  $R_1(\delta)$ , una posible notación podría ser según [Poor, 1994] la siguiente:

$$\text{máx} \{R_0(\delta), R_1(\delta)\} \quad (2.11)$$

La regla de decisión que minimiza la expresión (2.11) se la conoce como regla *minimax*.

### 2.3.4. Detección secuencial

Hasta ahora se han descrito criterios de detección donde el número de muestras es fijo, es decir, el número de observaciones que se tenían para la obtención del detector era un número fijo y a partir de este número fijo de observaciones se obtenía el detector óptimo. Al detector que utiliza un número aleatorio (no conocido a priori) de observaciones dependiente de la secuencia de observaciones se le conoce como detector secuencial.

En esta sección se plantea un criterio alternativo al problema del diseño del decisor basado en permitir que el número de observaciones varíe hasta que se obtengan unas prestaciones adecuadas al problema. La decisión final se hará en el momento en el que se consigan cumplir unos criterios de calidad en base a las observaciones disponibles. Vamos a particularizar la explicación de este tipo de test de hipótesis para el caso binario.

Cuando se recibe una muestra, se va proceder a calcular el cociente de verosimilitud y este lo vamos a comparar con dos umbrales. Dependiendo de la comparación con dichos umbrales se van a poder dar dos posibilidades:

- Decidir  $H_1$ .
- Decidir  $H_0$ .
- Decidir tomar otra observación.

La ventaja de este procedimiento respecto a uno no secuencial es que el número de muestras para conseguir una probabilidad de error determinada es menor que en el caso de un test con un número de muestras fijo, es decir, en algunos diseños puede darse el caso de que después de obtener pocas muestras podemos tomar una decisión mientras que en otros casos podríamos desear continuar obteniendo observaciones para lograr un mejor decisor.

Entre las desventajas cabe destacar la mayor carga computacional, la incertidumbre en el tiempo necesario para tomar una decisión y el uso de *buffers* de tamaño variable.

El criterio secuencial también llamado test de cociente de probabilidad secuencial (SPRT “Sequential Probability Ratio Test”) es un test de tipo Neyman-Pearson en el que los dos umbrales  $y_0$  y  $y_1$  son calculados en base a los errores de tipo I ( $P_{FA}$ ) y de tipo II ( $P_{ND}$ ). Cada vez que se recibe una muestra, se calcula el cociente de verosimilitud y se compara con los umbrales. Si es mayor que  $y_1$ , se va a decidir  $H_1$ , si es menor que  $y_0$  se decidirá  $H_0$  y en caso en el que el cociente esté entre los dos umbrales lo que se hará es obtener otra observación. En la figura 2.3 se muestra el comportamiento de un detector secuencial de forma gráfica.

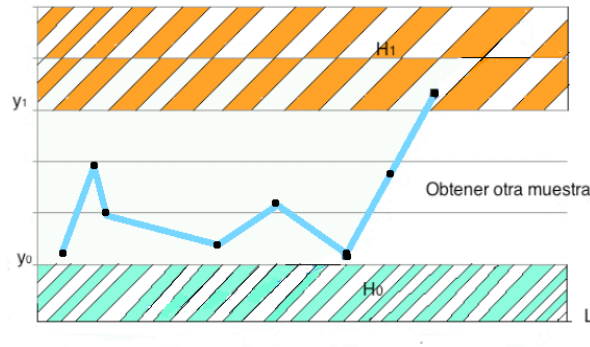


Figura 2.3: Descripción visual de un detector secuencial.

### 2.3.5. Medidas de prestaciones

En este apartado se va a presentar el modo de abordar el estudio asintótico de las prestaciones para la estimación de la probabilidad de error en el test de Neyman-Pearson y el test de Bayes, a través de los exponentes de error.

El cómo de buenos o malos son dichos tests para caracterizar las prestaciones de una red vendrá dado por el exponente de error. Lo que nos indica el exponente de error es la velocidad con la que la probabilidad no detección ( $P_{ND}$ ) decrece, de lo que se puede intuir que cuanto mayor sea el exponente de error mejores prestaciones tendrá nuestro test de hipótesis. Si  $\epsilon_l$  es la probabilidad de error (de algún tipo) obtenido tras realizar  $l$  observaciones, el exponente de error se define como:

$$\lim_{l \rightarrow \infty} -\frac{1}{l} \ln \epsilon_l \quad (2.12)$$

Según estemos en un test de Neyman-Pearson o un test de Bayes el exponente de error se calculará mediante el lema de Stein o mediante la información de Chernoff. A continuación vamos a definir estos dos teoremas.

**Teorema (Lema de Stein) 2.3.1** Sean  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , observaciones independientes e igualmente distribuidas. En el test de hipótesis se consideran dos alternativas,  $H_0$  y  $H_1$ , donde  $D(H_0||H_1) < \infty$  y  $0 < \epsilon < \frac{1}{2}$ . Se define  $\beta_n^\epsilon$  como la menor probabilidad de no detección en el espacio de observaciones



cuando la probabilidad de falsa alarma es menor que  $\epsilon$ . Entonces

$$\lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \beta_n^\epsilon = -D(H_0 || H_1) \quad (2.13)$$

donde  $D(H_0 || H_1)$  es la divergencia de Kullback-Leibler (KL) entre las distribuciones de  $H_0$  y  $H_1$ .

La divergencia de Kullback-Leibler entre las funciones densidad de probabilidad condicionadas a cada una de las hipótesis en un espacio  $N$ -dimensional se define como:

$$D(f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) || f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})) = \int_{\mathbb{R}^N} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{z}) \log \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{z})}{f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{z})} d\mathbf{z} \quad (2.14)$$

Como se ha comentado anteriormente para el test de Bayes el mejor exponente de error viene dado por la información de Chernoff, asumiendo  $C_{10} - C_{00} = C_{01} - C_{11}$ . La información de Chernoff se denota como  $C(f_{\mathbf{X}|H_1}, f_{\mathbf{X}|H_0})$  o en su forma abreviada  $C(H_1, H_0)$ .

**Teorema (Información Chernoff) 2.3.1** Sean  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , observaciones independientes e igualmente distribuidas. Se tienen dos posibles hipótesis  $H_0$  con probabilidad  $P(H_0)$  y  $H_1$  con probabilidad  $P(H_1)$  por lo que la probabilidad de error total es:

$$P_e^{(n)} = P(H_1)P_{FA}^{(n)} + P(H_0)P_{ND}^{(n)} \quad (2.15)$$

El mejor exponente de error es  $D^*$  definido como:

$$D^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{A_n \subseteq \varnothing \rightarrow \infty} -\frac{1}{n} \ln P_e^{(n)} \quad (2.16)$$

donde

$$D^* = C(f_{\mathbf{X}|H_1}, f_{\mathbf{X}|H_0}) = C(f_{\mathbf{X}|s_0} || f_{\mathbf{X}|H_1}) = C(f_{\mathbf{X}|s_0} || f_{\mathbf{X}|H_0}) \quad (2.17)$$

siendo

$$f_{\mathbf{x}|s}(\mathbf{x}|H_0) = \frac{f_{\mathbf{x}|H}^s(\mathbf{x}|H_1)f_{\mathbf{x}|H}^{1-s}(\mathbf{x}|H_0)}{\sum \int f_{\mathbf{x}|H}^s(\mathbf{x}'|H_1)f_{\mathbf{x}|H}^{1-s}(\mathbf{x}'|H_0)d\mathbf{x}'} \quad (2.18)$$

donde  $s_0$  es el valor de  $s$  que va a satisfacer la expresión (2.17).

### 2.3.6. Teoría de la detección distribuida

En la actualidad se ha incrementado el número de aplicaciones que requieren un entorno de trabajo distribuido. Por ejemplo detectar si un determinado agente se encuentra en una área, se basa en datos recogidos por los sensores que se encuentran distribuidos por todo el área en posiciones conocidas.

Utilizando una metodología no centralizada conseguimos por ejemplo una mayor celeridad para detectar en situaciones en los que el factor tiempo es determinante como por ejemplo la detección de un incendio en una zona de difícil acceso. Por otro lado las metodologías no centralizadas tienen peores prestaciones que las centralizadas. Por otra parte gracias a las estrategias distribuidas podremos realizar un cierto procesamiento de los datos y poder decidir tras ese procesamiento si es o no es conveniente transmitir la información al centro de fusión, ahorrando de esta manera energía ya que no transmitiríamos. Una estrategia distribuida nos permite más grados de libertad a la hora de diseñar de forma más eficiente la gestión del consumo de energía por parte de la red de sensores.

Por lo tanto se ha desarrollado una teoría de detección distribuida y fusión de datos. De forma general se van a distinguir los siguientes agentes involucrados en la red:

- Varios sensores.
- Centro de fusión.
- Un canal de comunicaciones.

Los sensores van a estar observando la zona en que se encuentran, tomando y procesando información para tomar una decisión. Una vez tomada la

decisión finalmente se envía dicha decisión a través del canal de comunicaciones al centro de fusión donde se recogen las observaciones para así tomar una decisión final.

En caso de no haber restricciones de ningún tipo, cada sensor puede transmitir todas sus observaciones al centro de fusión, es decir actuar sólo como mero observador, y no realizar ningún tipo de procesado. En este tipo de circunstancias el proceso de detección centralizado y los algoritmos de decisión utilizados para la decisión final en el centro de fusión son los que se han utilizado de manera tradicional.

La manera de abordar la detección conocida como detección distribuida se da cuando lo que tenemos es una red en que las restricciones de energía son tan severas que es conveniente que los sensores lleven algún tipo de procesado y no sean sólo observadores del fenómeno. El objetivo es sustituir un único detector complejo cuando no inabordable, por una combinación de detectores más sencillos, implementados a partir de la teoría de detección óptima [Tsitsiklis, 1988].

## 2.4. Test de pertenencia a una distribución

En el transcurso de este trabajo se va a necesitar medir a partir de un conjunto de muestras, la pertenencia de estas a una distribución de probabilidad determinada. Con el objetivo de identificar lo cerca o lejos que un espacio muestral está de una determinada distribución se exponen a continuación una serie de herramientas como son el test  $\chi^2$  y el test de Kolmogorov-Smirnov. Gracias a dichos test podremos obtener valores cuantitativos de la bondad de dicho espacio muestral con respecto a una distribución determinada.

### 2.4.1. Test $\chi^2$

El test de pertenencia a una determinada distribución  $\chi^2$  es una prueba no paramétrica que mide la discrepancia entre una distribución deseada y otra teórica, indicando en qué medida las diferencias existentes entre ambas, de haberlas, se deben al azar en el contraste de hipótesis. Es decir este test se usa para determinar si unas observaciones dadas pertenecen o no a una determinada distribución

Una de las características importantes del test  $\chi^2$  es que puede ser aplicado a cualquier distribución  $\mathbb{P}$  para la que se conozca la función de distribución acumulada. El test de pertenencia a una distribución  $\chi^2$  se aplica a datos que se agrupan en clases. Cuando tenemos una variable aleatoria discreta  $X$  que toma valores de forma ilimitada, podemos agrupar los posibles valores en  $k$  categorías y hacer que  $X$  simplemente indique qué categoría ha ocurrido. Si tenemos una variable cuantitativa, entonces dividiremos  $\mathbb{R}^1$  en  $k$  intervalos y haremos que  $X$  represente el intervalo al que corresponde la respuesta observada [Evans y Rosenthal, 2003].

Sin embargo el valor del test estadístico depende directamente de cómo se hagan las agrupaciones/intervalos de las observaciones. Otra desventaja del test  $\chi^2$  es que este test requiere un número de observaciones suficientemente grande como para que la aproximación  $\chi^2$  sea válida.

El test  $\chi^2$  es una alternativa al test de Kolmogorov-Smirnov y al test de Anderson-Darling. Otra de las ventajas de este test es que puede ser aplicado a distribuciones discretas como distribuciones binomiales y de Poisson, opción que con los test antes mencionados no es posible.

El test  $\chi^2$  define las siguientes hipótesis:

- $H_0$ : Los datos forman parte de la distribución.
- $H_1$ : Los datos no forman parte de la distribución.
- Test estadístico: Para el test  $\chi^2$  las observaciones son agrupadas en  $k$  grupos y el test estadístico se define como:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\theta_i - E_i)^2}{E_i} \quad (2.19)$$

donde  $\theta_i$  es la ocurrencia para el grupo  $i$ -ésimo y  $E_i$  es la frecuencia esperada para dicho grupo.

- Umbral o nivel de significación:  $\alpha$ : La hipótesis resultante va a depender del umbral. En caso de que  $\chi^2$  sea mayor que  $\alpha$  se decidirá  $H_1$  y en caso contrario  $H_0$ .

En la práctica estadística se utilizan los umbrales del 0.10, 0.05 o 0.01 para decidir la aceptación o no de la distribución. Valores superiores al umbral

especificado implican el rechazo de la distribución como distribución generadora de la muestra y valores del inferiores al nivel de significación implica la aceptación de la distribución. La elección de qué umbral utilizar no es una decisión trivial. Por supuesto depende del problema que estemos estudiando y sobre todo depende del tamaño muestral.

### 2.4.2. Test de Kolmogorov-Smirnov

El test de Kolmogorov-Smirnov (de aquí en adelante “K-S” ) se utiliza para decidir si un determinado conjunto de muestras con una distribución  $\mathbb{P}$  desconocida tiene una determinada distribución  $\mathbb{P}_0$ , por ejemplo decidir entre las siguientes hipótesis:

$$H_0 : \mathbb{P} = \mathbb{P}_0, H_1 : \mathbb{P} \neq \mathbb{P}_0 \quad (2.20)$$

Ya se ha visto en la sección 2.4.1 como resolver este tipo de test de hipótesis. Utilizando el test K-S, resolveremos el test (2.20) evitando la discretización utilizada el test  $\chi^2$ .

El test de K-S se basa en la función de distribución acumulativa empírica (ECDF “Empirical Cumulative Distribution Function”). Dados un número  $N$  de puntos ordenados  $X_1, X_2, \dots, X_N$  se define la ECDF como:

$$E_N = \frac{n(i)}{N} \quad (2.21)$$

donde  $n(i)$  es el número de puntos menores que  $X_i$  donde la secuencia  $X_i$  está ordenada de menor a mayor.

La gráfica que se muestra en figura 2.4 se muestra una ECDF de una distribución gaussiana ( $F(x)$ ) junto con una ECDF de una distribución gaussiana tomando solo 100 muestras ( $F_n(x)$ ). El test K-S se basa en la distancia máxima entre estas dos curvas para valorar la pertenencia o no de una distribución a una de referencia.

Es decir, el test de K-S, va a abstraer para cada punto de la CDF, de la distribución sobre la que estamos haciendo el test  $\mathbb{P}$ , la distribución con

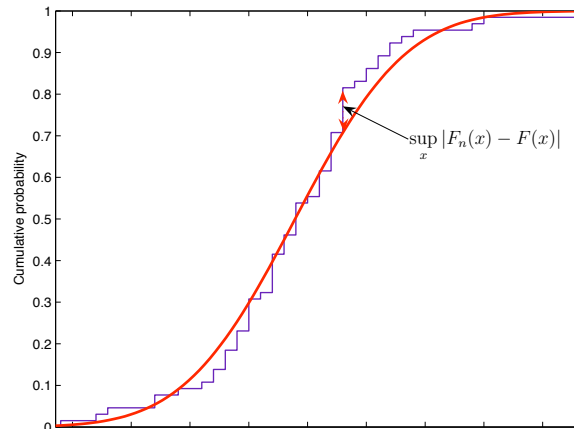


Figura 2.4: Ejemplo de una ECDF

la que estamos comparando conocida  $\mathbb{P}_0$  y nos quedaremos con el máximo, que será nuestro estadístico de contraste  $D = \sup_{0 \leq y \leq 1} |F_n(x) - F(x)|$ .

Una de las características interesantes de este de test de pertenencia a una distribución es que la distribución del test K-S no depende de la distribución acumulativa de la función que está bajo estudio. Una vez resumidas las ventajas el test K-S este tiene también una serie de desventajas que son:

1. Solo se aplica a distribuciones continuas.
2. Tiende a ser más sensible cerca del centro de la ECDF que en los extremos.
3. Quizás la limitación más seria sea que la distribución bajo estudio deba estar completamente definida.

Aunque las desventajas que se presentan podrían ser un problema para un estudio de pertenencia este test se ajusta muy bien al entorno de este Proyecto debido a que las distribuciones que se clasificarán van a ser continuas y completamente definidas [Conover, 1999].

El test K-S se define como:

- $H_0$ : Los datos forman parte de la distribución.
- $H_1$ : Los datos no forman parte de la distribución.

- Test estadístico: Definimos el test K-S como:

$$D = \max_{1 \leq i \leq N} \left( F(X_i) - \frac{i-1}{N}, \frac{i-1}{N} - F(X_i) \right) \quad (2.22)$$

donde  $F$  es la función distribución acumulada ( CDF “Cumulative Distributed Function”) teórica de la distribución que está siendo testada que debe ser continua, y debe estar completamente definida.

- Umbral:  $\alpha$ : La hipótesis resultante va a depender del umbral que nosotros pongamos. Cuanto más cercano a 0 se encuentre el estadístico  $D$  más se parecerá la distribución con la que estamos comparando y por lo tanto decidiremos  $H_0$ . En caso de que  $D$  sea un valor mucho mayor que 0, sobrepasando el valor de  $\alpha$  se decidirá la hipótesis  $H_1$ .

## 2.5. Obtención de distribuciones por muestreo artificial (Método de Monte Carlo)

Cuando en la práctica no somos capaces de determinar la probabilidad de que una cierta variable aleatoria exceda un cierto valor de forma analítica o mediante una evaluación numérica, se debe recurrir al método de Monte Carlo.

Bajo el nombre de Método Monte Carlo o Simulación Monte Carlo se agrupan una serie de procedimientos que analizan distribuciones de variables aleatorias usando simulación de números aleatorios. El Método de Monte Carlo da solución a una gran variedad de problemas matemáticos haciendo experimentos con muestreos estadísticos en una computadora. El método es aplicable a cualquier tipo de problema, ya sea estocástico o determinístico.

Generalmente en estadística los modelos aleatorios se usan para simular fenómenos que poseen algún componente aleatorio. En el escenario de este proyecto aplicaremos el método de Monte Carlo para dar consistencia a los resultados que se obtienen, es decir, hacer que los resultados obtenidos sean estadísticamente fiables.

## 2.6. Estrategias de transmisión - Consumo

Como se ha descrito en la sección 2.1 el tiempo de vida de una red de sensores va a estar relacionado directamente con el consumo de energía de los sensores que forman la red.

El consumo de energía es un aspecto muy importante en el diseño de las redes de sensores lo cual ha llevado a distintas estrategias de control para garantizar la vida útil de la red. Esta conciencia sobre la energía global de red involucra todos los componentes descritos en la sección 2.2.1. La investigación en componentes hardware de bajo consumo como procesadores, conversores A/D y D/A, sistemas operativos específicos, protocolos eficientes de enrutado o diseño de nuevas arquitecturas de red es una línea de investigación muy importante para reducir el consumo de las redes de sensores. Un ejemplo es la red conocida como SENMA (SEnsor Network with Mobile Agents) donde se propone utilizar puntos de acceso móvil [Mergen et al., 2006]. Esta red ha cobrado especial relevancia gracias a su simplicidad, escalabilidad, y eficiencia energética.

El mayor consumo de energía se debe a la transmisión inalámbrica de los datos [Doherty et al., 2001], por esta razón muchos estudios se centran en este campo para aumentar la vida de la red. Una alternativa interesante para economizar la energía de la red es utilizar estrategias de transmisión censuradas, es decir, esquemas en los que siguiendo algún criterio, la transmisión de los datos se censure (no se transmitan). Algunos autores han propuesto que en un ámbito local si la información obtenida no es suficientemente informativa o útil, censurar la transmisión puede ser una opción eficaz para aumentar la vida útil de la red. Típicamente la transmisión de las medidas locales se evita cuando el cociente de verosimilitud está fuera de ciertos umbrales [Rago et al., 1996].

Otros autores [Tay et al., 2007] con el mismo objetivo de economizar la energía de la red, proponen evitar que los sensores sensen el ambiente, es decir, que durante algunos periodos de tiempo, estos permanezcan en modo dormido evitando así que tomen medidas y que las transmitan al centro de fusión.

Por otro lado tests secuenciales se han propuesto como test a nivel local, para sólo transmitir cuando la certidumbre sobre la decisión supere un cierto umbral. [Marano et al., 2006b]



En este trabajo para incrementar la vida útil de la red se van a presentar a continuación dos esquemas de transmisión de los nodos sensores locales [Lázaro et al., 2005] además de incluir lo que se ha descrito anteriormente.

Uno de los objetivos de este trabajo va a ser comparar cual es la estrategia de transmisión que tiene mejor relación entre prestaciones y energía consumida. Por esta razón se presenta en primer lugar un escenario con censura que se basa en la idea de que sólo los sensores con detección positiva van a intentar transmitir su posición. Este escenario va a permitir un ahorro considerable de energía por parte de la red. Por otra parte en una estrategia sin censura tanto los sensores que han detectado un agente como los que no han detectado intentan transmitir al centro de fusión. En la secciones 3.3 y 3.4 se detallan estas estrategias de transmisión respectivamente.

Uno de los focos de estudio de este trabajo va a ser la gestión de la energía en una red de sensores. La realidad puede ser caracterizada por múltiples modelos. Este trabajo se va a centrar en la caracterización de aspectos relacionados con la energía que se consume en la red. Por esta razón se presenta un escenario en el que se incorporan parámetros de diseño de la red que tratan de reflejar ciertos parámetros reales relacionados con el consumo de energía.

El primer parámetro que se presenta es una probabilidad de sensado intrínseca de cada sensor, para así hacer que todos los sensores no estén explorando la región de observación en cada instante. Cada sensor será programado con una cierta probabilidad de sensado que estará relacionada con los estados dormido y activo. Esta probabilidad será intrínseca de cada sensor, y hará que este pase del estado activo al dormido y viceversa. Este parámetro es muy útil ya que permite al diseñador de la red, de una manera directa, alargar la vida útil de la misma con tan sólo disminuir esta probabilidad y hacer que la probabilidad de que los sensores estén dormidos sea mayor y, por lo tanto, consuman menos energía a costa de perderse un posible suceso en el entorno.

Otro parámetro que vamos a incorporar es la probabilidad de error de transmisión, que englobará todos aquellos aspectos que hacen que una transmisión no sea exitosa como son, problemas de acceso al medio, pérdidas de propagación, errores de transmisión etc.



# Capítulo 3

## Reglas de detección

*“En los momentos de crisis,*

*sólo la imaginación es más importante que el conocimiento”*

*Henry Ford*

En este capítulo se va a describir de forma detallada la formulación del problema que se va a tratar en este proyecto.

El escenario con el que nos vamos a encontrar a lo largo de este proyecto es el siguiente: vamos a tener un número  $l$  de sensores binarios desplegados de forma uniforme en una región de exploración  $D \in \mathbb{R}$ , en el que cada uno tiene asociada una probabilidad de detección  $p_d$  que será dependiente del modelo con el que trabajemos y que siempre en todos los casos será función de la distancia entre el agente a detectar y el sensor. Cada sensor tendrá una determinada probabilidad de falsa alarma,  $\alpha$ , y una probabilidad de no detección que denotaremos por  $\beta$ . En este trabajo se va a considerar una red homogénea. Una red homogénea se define como aquella red de sensores en la que todos los sensores son iguales es decir aquella en que todos los sensores tienen la misma  $\alpha$ ,  $\beta$  y la misma  $p_d$ .

Un sensor de la red en cada instante de sensado va a decidir si hay un agente o no lo hay. Una vez se han tomado las lecturas, estas se transmitirán

al centro de fusión el cual será el encargado de decidir de manera global si existe un agente o no. También se incorporará en nuestro entorno una determinada probabilidad de error de transmisión  $p_e$  que se encargará de emular las posibles pérdidas que se producen al intentar transmitir, debidas a los errores de transmisión o de acceso al medio. La decisión que tomará el centro de fusión vendrá dada por un test basado en un cociente de verosimilitud como veremos y explicaremos posteriormente.

En este trabajo se va a asociar a cada sensor una probabilidad de sentido  $p_s$  para aumentar el ciclo de vida de la red para obtener el menor consumo posible y maximizar la vida de los sensores. Además de esta opción se va a plantear un esquema en que una vez sentido el área y obtenidas las lecturas por parte de cada sensor, sólo las lecturas que han sido positivas se transmitan al centro de fusión. Por esta razón se plantean dos estrategias de transmisión de las lecturas, una estrategia que va a querer obtener las mejores prestaciones posibles, en el que se transmiten todas las lecturas tanto positivas como negativas, y otra en la que únicamente se transmiten las positivas.

Se asume que el centro de fusión conoce la posición y las características del sensor. Existen muchas alternativas para hacer que el centro de fusión conozca las posiciones de los sensores desplegados entre las que se podrían destacar por ejemplo:

- En una etapa inicial, de despliegue, se procederá a la calibración de la red asignando un identificador a la posición (tan precisa como sea requiera) en la que está situado cada sensor. En el centro de fusión se dispondrá de dicha tabla identificador/posición evitando así la sobrecarga en la transmisión de datos. Por lo tanto los datos que se transmiten desde el sensor al centro de fusión están constituidos por la lectura del sensor, y un identificador del mismo.
- Incorporación de chips GPS en cada sensor. Por ejemplo en redes en las que los sensores cambian de posición con mucha frecuencia.

### 3.1. Planteamiento del problema y notación

Vamos a tener un conjunto de  $l$  sensores distribuidos uniformemente, en una región  $D \in \mathbb{R}^2$  de área  $S$ . La exploración completa de los sensores

desplegados en  $D$  da lugar al siguiente conjunto de datos:

$$\{(\mathbf{x}_i, y_i)\} : i = 1, \dots, l, \mathbf{x}_i \in D, y_i \in \{0, 1\}\} \quad (3.1)$$

donde cada par  $(\mathbf{x}_i, y_i)$  representa una lectura de un sensor situado en las coordenadas  $\mathbf{x}_i$  que puede detectar positivamente ( $y_i = 1$ ) o negativamente ( $y_i = 0$ ) un determinado agente.

Se define  $\mathbf{x}^t$  como la posición del agente a detectar. Sin pérdida de generalidad  $\mathbf{x}^t$  podrá ser una región del espacio, una sub-región más pequeña e incluso un punto.

Estas lecturas son transmitidas al centro de fusión donde se realiza el test de hipótesis. El test de hipótesis que se plantea consiste en dos hipótesis que se definen así:

- Hipótesis nula:  $H_0$ , si el agente no está presente en  $(\mathbf{x}^t)$ .
- Hipótesis alternativa:  $H_1$ , si el agente está presente en  $(\mathbf{x}^t)$ .

El centro de fusión va a implementar un test de Neyman-Pearson, donde se fijará una probabilidad de falsa alarma determinada, maximizando la probabilidad de detección.

Durante la transmisión pueden ocurrir errores, por lo que introducimos en este punto la probabilidad de error  $p_e$ , que resume la probabilidad de que durante la transmisión de la lectura del sensor al centro de fusión ocurra un error.

Con el objetivo de ahorrar energía no todos los sensores van a sensar el área sino que cada sensor sensará su entorno con una probabilidad de sensado  $p_s$ . Así pues denotaremos mediante  $l_s$  el número de sensores que han sensado en un instante de tiempo determinado. Obviamente  $l_s \leq l$ .

Después de sensar, diferenciaremos dos tipos de sensores, un conjunto de sensores con lectura positiva ( $y = 1$ ), cuyas posiciones son denotadas por:  $(\mathbf{x}_i^d, i = 1, \dots, l_d)$ , un conjunto de sensores que han obtenido lecturas negativas cuyas posiciones denotaremos por:  $(\mathbf{x}_i^n, i = 1, \dots, l_n)$ . Obviamente  $l_s = l_d + l_n$ .

La probabilidad de detección de un agente localizado en las coordenadas  $\mathbf{x}^t$ , por un sensor situado en la posición  $\mathbf{x}$ , se define como:

$$p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) = P(Y = 1 | \mathbf{X}^t = \mathbf{x}^t, \mathbf{X} = \mathbf{x}) \quad (3.2)$$

donde  $\alpha$  es la probabilidad de falsa alarma del detector. Esta probabilidad de detección depende de la naturaleza del proceso de detección, pero en general cumplirá las siguientes condiciones:

1.  $p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) \geq \alpha$
2.  $p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) = p_d(\|\mathbf{x}^t - \mathbf{x}\|_2, \alpha)$
3.  $p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}', \alpha) \geq p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) \iff \|\mathbf{x}^t - \mathbf{x}\|_2 \geq \|\mathbf{x}^t - \mathbf{x}'\|_2$
4.  $\lim_{\|\mathbf{x}^t - \mathbf{x}\|_2 \rightarrow \infty} p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}', \alpha) = \alpha$

Se denotará la distancia entre el sensor y el agente como  $\|\mathbf{x}^t - \mathbf{x}\|_2$

En la sección 3.1.1 vamos a analizar cuatro tipos de modelos de probabilidad de detección que se van utilizar a lo largo de todo el proyecto.

Para cada una de las hipótesis se puede definir según [Artés-Rodríguez, 2004] la función de probabilidad conjunta condicionada a la hipótesis correspondiente de las observaciones  $(\mathbf{X}, Y)$ .

- Bajo la hipótesis  $H_0$  la función de densidad de probabilidad conjunta (FDP conjunta) de  $\mathbf{X}$  con  $Y$  es:

$$f_{\mathbf{X}, Y | H_0}(\mathbf{x}, y | H_0) = \rho(\alpha \delta[y - 1] + (1 - \alpha) \delta[y]) \quad (3.3)$$

donde  $\rho = (\int_D d\mathbf{x})^{-1}$  y  $\delta[n]$  es la función de Kronecker.

- Bajo la hipótesis  $H_1$  la función de densidad de probabilidad conjunta (FDP conjunta) de  $\mathbf{X}$  con  $Y$  es:

$$f_{\mathbf{X}, Y | H_1}(\mathbf{x}, y | H_1) = \rho(p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) \delta[y - 1] + (1 - p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)) \delta[y]) \quad (3.4)$$

### 3.1.1. Probabilidades de detección

Conociendo el entorno en el que la red de sensores está desplegada, se podría obtener de forma analítica la probabilidad de detección. En el caso de que el entorno fuera muy difícil de caracterizar siempre se podría recurrir a una medición preliminar. Se demuestra de esta forma que existen muchos modelos de probabilidad de detección que se podrían aplicar al entorno de este trabajo, no obstante, en este trabajo se consideraran cuatro tipos de probabilidades de detección, las cuales se exponen a continuación:

1. Probabilidad de detección “sombbrero cordobés”

$$p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) = \begin{cases} (1 - \beta) & \text{si } \|\mathbf{x}^t - \mathbf{x}\|_2 \leq r_0 \\ \alpha & \text{otro caso} \end{cases}$$

donde  $r_0$  es el rango del sensor. Este modelo considera una probabilidad de no detección constante cuando el agente está localizado dentro del rango de actuación del sensor y también considera constante la probabilidad de falsa alarma fuera del rango del sensor. Este modelo es una aproximación de primer orden que difiere mucho de la realidad y que no aporta mucha información no obstante, debido a que es una expresión muy cómoda para trabajar se utiliza como impresión preliminar de lo que está ocurriendo.

2. Probabilidad de detección lineal

$$p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) = \begin{cases} \frac{\alpha + \beta - 1}{r_0} \|\mathbf{x}^t - \mathbf{x}\|_2 + 1 + \beta & \text{si } \|\mathbf{x}^t - \mathbf{x}\|_2 \leq r_0 \\ \alpha & \text{otro caso} \end{cases}$$

donde  $r_0$  es el rango del sensor. Este modelo considera una probabilidad de detección que decrece linealmente en función de la distancia dentro del rango de actuación del sensor y constante e igual a la probabilidad de falsa alarma fuera del rango del sensor.

3. Probabilidad de detección exponencial norma 2

$$p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) = \alpha + (1 - \alpha - \beta) \exp^{-\theta \|\mathbf{x}^t - \mathbf{x}\|_2} \quad (3.5)$$

donde  $\beta$  representa la probabilidad de no detectar cuando el sensor está localizado sobre el agente, y  $\theta$  es un exponente que nos da una idea de la atenuación de la probabilidad de detección de este modelo en función de la distancia entre el sensor y el agente a detectar.

## 4. Probabilidad de detección exponencial norma 2 al cuadrado

$$p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) = \alpha + (1 - \alpha - \beta) \exp^{-\theta \|\mathbf{x}^t - \mathbf{x}\|_2^2} \quad (3.6)$$

este modelo considera una atenuación mayor con la distancia que el modelo anterior, como sucede por ejemplo en entornos cerrados como espacios interiores.

En la figura 3.1 se pueden observar estas probabilidades en función de la distancia entre el sensor y el agente que denotaremos  $\|\mathbf{x}_t - \mathbf{x}\|_2$ .

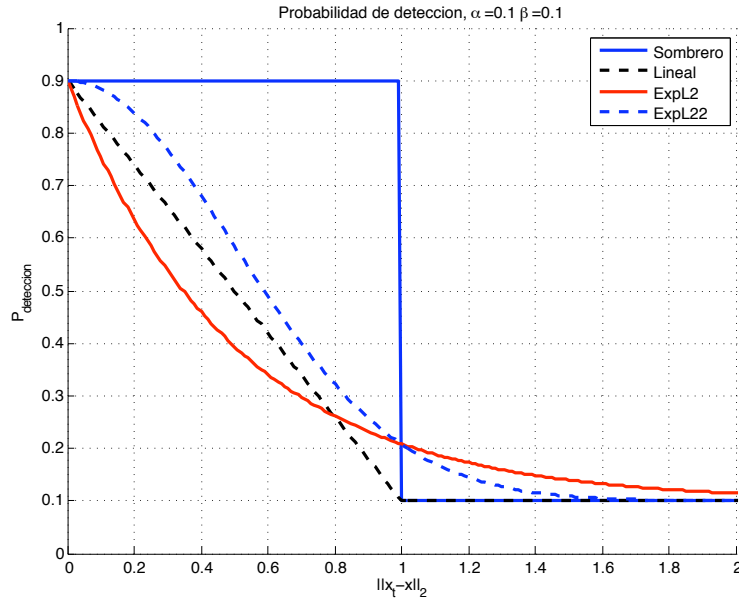


Figura 3.1: Probabilidades de detección.

## 3.2. Test básico

Como primera aproximación, vamos a estudiar el test básico, definiendo el cociente de verosimilitud (LLR “Likelihood Ratio Test”), así como el umbral de decisión para la selección de una hipótesis u otra.

El escenario que se presenta [Artés-Rodríguez, 2004] es un centro de fusión donde se disponen de las lecturas de todos los sensores que se han desplegado en la región  $D$ , es decir, todos los sensores sensan el entorno. No se van a tener



en cuenta en esta primera aproximación los posibles errores de transmisión que se producen cuando los sensores intentan transmitir.

### 3.2.1. Expresión del test: Cociente de verosimilitud

Dados un conjunto de medidas  $\{(\mathbf{x}_i, y_i)\} : i = 1, \dots, l, \mathbf{x}_i \in D, y_i \in \{0, 1\}$  y teniendo en cuenta las expresiones de las funciones densidad de probabilidad conjuntas descritas en (3.3) y en (3.4) el algoritmo del cociente de verosimilitud es:

$$\lambda = \sum_{i=1}^l \ln \Gamma_i \quad (3.7)$$

donde el cociente de verosimilitud local  $\Gamma_i$  se define como

$$\begin{aligned} \Gamma_i &= \frac{f_{\mathbf{X}, Y|H_1}(\mathbf{x}_i, y|H_1)}{f_{\mathbf{X}, Y|H_0}(\mathbf{x}_i, y|H_0)} = \\ &= \frac{p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}_i, \alpha)\delta[y-1] + (1-p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}_i, \alpha))\delta[y]}{\alpha\delta[y-1] + (1-\alpha)\delta[y]} = \\ &= \begin{cases} \frac{1-p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}_i, \alpha)}{1-\alpha} & \text{si } y_i = 0 \\ \frac{p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}_i, \alpha)}{\alpha} & \text{si } y_i = 1 \end{cases} \quad (3.8) \end{aligned}$$

Por lo tanto tendremos que la decisión del test se definirá como:

$$\lambda = \sum_{i=1}^l \ln \Gamma_i \underset{H_1}{\overset{H_0}{\gtrless}} \ln \tau = \eta \quad (3.9)$$

### 3.2.2. Prestaciones asintóticas

Para estudiar el comportamiento asintótico de las prestaciones del test básico, lo que se hace es obtener cotas para el caso en el que el número de sensores sea suficientemente grande es decir cuando  $l \rightarrow \infty$ . Dichas cotas se

van a presentar a través de los exponentes de error. Si  $\epsilon_n$  es la probabilidad de error que se obtiene mediante un conjunto de  $l$  observaciones, el exponente de error se definirá como:

$$\lim_{l \rightarrow \infty} -\frac{1}{l} \ln \epsilon_l \quad (3.10)$$

El exponente de error para el test de Neyman-Pearson se calcula utilizando el lema de Stein que aplicado a este problema dice que para cualquier  $\alpha_n \in (0, 1)$

$$\lim_{l \rightarrow \infty} -\frac{1}{l} \ln \beta_l = D(f_{\mathbf{X}, Y|H_0} || f_{\mathbf{X}, Y|H_1}) \quad (3.11)$$

donde  $D(f_{\mathbf{X}, Y|H_0} || f_{\mathbf{X}, Y|H_1})$  es la divergencia Kullback-Leibler (KL) entre las funciones densidad de probabilidad de las observaciones condicionadas a cada una de las hipótesis. Para simplificar la notación esta divergencia se denotará como  $D(H_0 || H_1)$ . En nuestro problema  $D(H_0 || H_1)$  puede descomponerse como

$$D(H_0 || H_1) = -H(\alpha) - \alpha P_1 - (1 - \alpha) \ln(1 - \alpha) P_0 \quad (3.12)$$

donde  $H(\alpha)$  es la función de entropía binaria.

$$H(\alpha) = -\alpha \ln(\alpha) - (1 - \alpha) \ln(1 - \alpha) \quad (3.13)$$

y las probabilidades  $P_1$  y  $P_0$  son respectivamente

$$P_1 = \int_D \rho \ln p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}_i, \alpha) d\mathbf{x} \quad (3.14)$$

$$P_0 = \int_D \rho \ln(1 - p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}_i, \alpha)) d\mathbf{x} \quad (3.15)$$

siendo

$$\rho = \left( \int_D d\mathbf{x} \right)^{-1} \quad (3.16)$$

### 3.3. Estrategia sin censura

En esta sección se va a plantear el escenario sin censura como se expone en [Lázaro et al., 2005] de forma más detallada basándonos en el estudio realizado [Muñoz Iñigo, 2006] donde se considera una probabilidad de error  $p_e$  y una probabilidad de sensado  $p_s$ . El escenario en el que vamos a trabajar mas detalladamente es el siguiente:

- Se tienen  $l$  sensores, uniformemente distribuidos, en una región  $D \in \mathbb{R}^2$ .
- En cada instante de muestreo, cada sensor va a realizar un sensado, independientemente del resto, con una probabilidad de sensado  $p_s$ . El número de sensores que sensan se denota por  $l_s$ .
- La probabilidad de error de transmisión, para modelar los posibles errores que se producen al intentar acceder al medio se la denota como  $p_e$ .
- El número de sensores con una detección positiva ( $Y = 1$ ) se denota como  $l_d$ , de los cuales solo  $l_{ad}$  consiguen transmitir con éxito su posición y lectura al centro de fusión. Dichas posiciones se van a denotar como  $\{\mathbf{x}_i^{ad}, i = 1, \dots, l_{ad}\}$ .
- El número de sensores con una detección negativa ( $Y = 0$ ) se denota como  $l_n$ , de los cuales solo  $l_{an}$  consiguen transmitir con éxito su posición y lectura al centro de fusión. Dichas posiciones se van a denotar como  $\{\mathbf{x}_i^{an}, i = 1, \dots, l_{an}\}$ .
- El número total de transmisiones se define como  $l_a$ , y obviamente,  $l_a = l_{ad} + l_{an}$ .

Hacemos hincapié en un factor importante. El centro de fusión no es consciente de los sensores que han fallado al transmitir, es decir, el centro de fusión no conoce sus posiciones ni sus decisiones locales. A estos sensores se les denotara como  $l_e$ , y es obvio que  $l = l_a + l_e$ . No hará falta que los sensores transmitan sus posiciones, ya que sólo necesitarán transmitir un identificador, como se explicó al comienzo del capítulo.

### 3.3.1. Expresión del test para escenario sin censura

A continuación se va a definir el test de hipótesis cuando estamos en una estrategia sin censura. El test se define como el cociente de verosimilitud de las observaciones condicionadas a cada hipótesis. En un principio se van a considerar como observaciones las posiciones de los sensores que sensan, que pueden modelarse con la variable aleatoria  $X$ , cuya realización se denota:

$$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_{l_s}]^T \quad (3.17)$$

y puede ordenarse, sin pérdida de generalidad, de la siguiente forma,

$$\mathbf{x} = [x_1^{ad}, \dots, x_{l_{ad}}^{ad}, x_1^{an}, \dots, x_{l_{an}}^{an}, x_1^e, \dots, x_{l_e}^e]^T \quad (3.18)$$

Vamos a expresar de forma generalizada en (3.19), la función de probabilidad condicionada a la hipótesis  $H_i$ , asumiendo que los sensores tienen independencia al sensar.

$$f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_i) = \prod_{i=1}^{l_s} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_i|H_i, y_i) \quad (3.19)$$

y particularizando para una estrategia sin censura, lo que tenemos es:

$$f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_i) = \prod_{i=1}^{l_{ad}} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_i|H_i, 1) \prod_{j=1}^{l_{an}} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_i, 0) \prod_{k=1}^{l_e} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_k^e|H_i, y_k^e) \quad (3.20)$$

Aplicando a la ecuación anterior la función probabilidad de detección  $p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)$  se obtiene:

$$f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_1, 1) = \frac{p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)}{\int_D p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) d\mathbf{x}} \quad (3.21)$$

$$f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_1, 0) = \frac{1 - p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)}{\int_D [1 - p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)] d\mathbf{x}} \quad (3.22)$$

y finalmente la función de probabilidad condicionada a la hipótesis  $H_0$  para ambos casos de detectar y no detectar

$$f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_0, 1) = \frac{1}{S} \quad (3.23)$$

$$f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_0, 0) = \frac{1}{S} \quad (3.24)$$

Todo lo anteriormente descrito es válido siempre y cuando el centro de fusión conozca todas las lecturas de los sensores  $l_s$  pero el centro de fusión sólo conoce las posiciones de los sensores que han transmitido correctamente por lo que no se puede plantear directamente el test sobre dichas observaciones. Falta información para aplicar la expresión (3.20), ya que no se dispone de las posiciones  $\mathbf{x}_k^e$ , ni de sus correspondientes lecturas  $y_k^e$ . Para solucionar lo expuesto anteriormente lo que se hace es definir un vector de observaciones alternativo al expuesto en (3.18), modelado por la variable aleatoria  $\Theta$ .

$$\Theta = [x_1, x_2, \dots, x_{l_a}, l_{ad}, l_{an}] \quad (3.25)$$

Notar que este vector de observaciones incluye el número de posiciones disponibles en el centro de fusión, con lectura (o decisión local) positiva y negativa. Sin pérdida de generalidad, este nuevo vector de observaciones  $\theta$  se puede escribir como sigue:

$$\theta = [x_1^{ad}, \dots, x_{l_{ad}}^{ad}, x_1^{an}, \dots, x_{l_{an}}^{an}, \dots, x_l, l_{ad}, l_{an}] \quad (3.26)$$

Ahora vamos a poder definir la función densidad de probabilidad condicionada a cada una de las hipótesis  $H_i$  como:

$$f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_i) = \prod_{i=1}^{l_{ad}} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_i|H_i, 1) \prod_{j=l_{ad}+1}^{l_{ad}+l_{an}} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_i|H_i, 0) \frac{f_{L_{ad},L_{an}|L,H}(l_{ad}, l_{an}, l, H_i)}{S^{l-l_a}} \quad (3.27)$$

donde  $f_{L_{ad},L_{an}|L,H}(l_{ad}, l_{an}|l, H_i)$  es la función densidad de probabilidad conjunta del número de sensores con una detección positiva que han logrado una transmisión exitosa y del número de sensores que teniendo una detección negativa también han conseguido una transmisión exitosa. En la sección 3.3.2 se caracterizará esta FDP conjunta.

Ahora tenemos para cada una de las hipótesis unas funciones densidad de probabilidad condicionadas. Aplicando de nuevo las probabilidades de detección definidas en (3.21) y (3.22) tenemos

$$f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_1) = \prod_{i=1}^{l_{ad}} \frac{p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)}{\int_D p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) d\mathbf{x}} \prod_{j=l_{ad}+1}^{l_{ad}+l_{an}} \frac{1 - p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)}{\int_D [1 - p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)] d\mathbf{x}} \frac{f_{L_{ad},L_{an}|L,H}(l_{ad}, l_{an}, l, H_1)}{S^{l-l_a}} \quad (3.28)$$

y

$$f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0) = \frac{1}{S^l} f_{L_{ad},L_{an}|L,H}(l_{ad}, l_{an}|l, H_0) \quad (3.29)$$

A partir de las expresiones anteriores el test de hipótesis se puede definir de manera unívoca y se define como:

$$\Gamma(\boldsymbol{\theta}) = S^{l_a} \frac{f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_1)}{f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0)} = \prod_{i=1}^{l_{ad}} \frac{p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)}{\int_D p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) d\mathbf{x}} \prod_{j=l_{ad}+1}^{l_{ad}+l_{an}} \frac{1 - p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)}{\int_D [1 - p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)] d\mathbf{x}} \frac{f_{L_{ad},L_{an}|L,H}(l_{ad}, l_{an}|l, H_1)}{f_{L_{ad},L_{an}|L,H}(l_{ad}, l_{an}|l, H_0)} \quad (3.30)$$

La decisión se define en términos del cociente de verosimilitud como sigue:

$$\gamma = \ln \Gamma(\boldsymbol{\theta}) \underset{H_1}{\overset{H_0}{\gtrless}} \ln \tau = \lambda \quad (3.31)$$

donde  $\lambda$  es el umbral de decisión.

### 3.3.2. Modelado del número de sensores en estrategia de comunicaciones sin censura

Cuando hemos definido el test ha aparecido la función densidad de probabilidad conjunta del número de sensores con una detección positiva que han logrado una transmisión exitosa y del número de sensores que teniendo una detección negativa también han conseguido una transmisión exitosa. A esta función densidad de probabilidad conjunta del número de sensores según la detección se la ha denotado:  $f_{L_{ad}, L_{an}|L, H}(l_{ad}, l_{an}|l, H_i)$ .

Se va a caracterizar esta función de probabilidad y para ello se va a realizar un modelado del número de estos sensores. En primer lugar se modela el número de sensores de la región  $D$  mediante la variable aleatoria  $L$  y el número de sensores que sensan mediante  $L_s$ . Teniendo en cuenta que hay  $l$  sensores y que cada uno de ellos sensa con una probabilidad  $p_s$ , la distribución del número de sensores que sensan es binomial tal que:

$$f_{L_s|L}(l_s|l) = \binom{l}{l_s} p_s^{l_s} (1 - p_s)^{l - l_s}$$

para  $0 \leq l_s \leq l$ ,  $l_s \in \mathbb{Z}$ .

A continuación se introduce la probabilidad de una transmisión errónea,  $p_e$ , por lo que la distribución del número de sensores que logran transmitir es:

$$f_{L_a|L_s}(l_a|l_s) = \binom{l_s}{l_a} p_e^{l_s - l_a} (1 - p_e)^{l_a}$$

para  $0 \leq l_a \leq l_s$ ,  $l_a \in \mathbb{Z}$ , donde  $L_a$  denota la variable aleatoria que modela el número de sensores que han logrado transmitir.

Por último para caracterizar el test para el escenario sin censura tenemos que introducir la probabilidad de que un sensor que sensa tenga una detección positiva  $p_D$ , la cual depende de la hipótesis por lo que se tendrá que condicionar a cada una de ellas. En cualquier caso, la distribución del número de sensores que han transmitido con una detección positiva es:

$$f_{L_{ad}|L_a}(l_a|l_s) = \binom{l_a}{l_{ad}} p_D^{l_{ad}} (1 - p_D)^{l_a - l_{ad}}$$

para  $0 \leq l_a \leq l_s$ ,  $l_a \in \mathbb{Z}$ .

Así que finalmente la función densidad de probabilidad conjunta del número de sensores con una detección positiva que han logrado transmitir ( $f_{L_{ad}, L_{an}|L, H}(l_{ad}, l_{an}|l, H_i)$ ), que se modela con la variable aleatoria  $L_{ad}$ , y del número de sensores que tienen una detección negativa que han transmitido, modelado a su vez por  $L_{an}$ , viene dado por:

$$f_{L_{ad}, L_{an}|L, H}(l_{ad}, l_{an}|l, H_i) = \sum_{l_s = l_{ad} + l_{an}}^l \binom{l}{l_s} p_s^{l_s} (1 - p_s)^{l - l_s} \binom{l_s}{l_{ad} + l_{an}} p_e^{l_s - l_{ad} - l_{an}} (1 - p_e)^{l_{ad} + l_{an}} \binom{l_{ad} + l_{an}}{l_{ad}} p_{D|i}^{l_{ad}} (1 - p_{D|i})^{l_{an}} \quad (3.32)$$

donde de forma resumida podemos observar que el primer término modela el número de sensores que sensan, el segundo término representa el número de sensores que consiguen una transmisión positiva, y por último el tercer término modela el número de sensores que con una detección positiva consiguen una transmisión positiva.

Para finalizar esta sección, en la ecuación (3.32) se ha utilizado la probabilidad de detección condicionada a cada una de las hipótesis, que se define así para cada hipótesis

$$p_{D|1} = E\{p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)\} = \frac{1}{S} \int_D p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) d\mathbf{x} \quad (3.33)$$

y

$$p_{D|0} = \alpha \quad (3.34)$$



donde  $p_{D|1}$  es la probabilidad condicionada a la hipótesis  $H_1$  que se obtiene como el promedio de la probabilidad de detección asumiendo una distribución uniforme de los sensores en el área. La probabilidad de detección condicionada a la hipótesis  $H_0$  es igual a la probabilidad de falsa alarma  $\alpha$ .

### 3.4. Estrategia con censura

En esta sección, vamos a intentar desglosar un escenario en el que la economización de la energía es un objetivo de diseño. En este escenario sólo se contempla la transmisión de las detecciones positivas ( $Y = 1$ ), mientras que los sensores con una detección negativa ( $Y = 0$ ) no transmitirán para así ahorrar energía. Como se contempló en la estrategia sin censura en este escenario se va a añadir la probabilidad de sensado y la probabilidad de tener errores en el acceso al medio al intentar transmitir por parte de los sensores. El escenario por tanto es el que se detalla a continuación:

- Se tienen  $l$  sensores, uniformemente distribuidos, en una región  $D \in \mathbb{R}^2$ .
- La posición del sensor  $i$ -ésimo la denotaremos como  $\mathbf{x}_i$ .
- En cada instante de muestreo, cada sensor va a realizar un sensado, independientemente del resto, con una probabilidad de sensado  $p_s$ .
- Sólo aquellos sensores que tengan una lectura positiva ( $Y = 1$ ), es decir, sólo aquellos que hayan detectado un agente, transmitirán al centro de fusión. El número de sensores con detección positiva se denota  $l_d$ .
- La probabilidad de error de transmisión, para modelar los posibles errores que se producen al intentar acceder al medio o en el proceso de transmisión se denota como  $p_e$ .
- En el centro de fusión se dispondrá de las posiciones de aquellos sensores que hayan tenido una transmisión exitosa y que hayan tenido una detección positiva. El número de dichas de dichas transmisiones positivas se denota como  $l_a$  ( $l_a \leq l_d$ ). Las posiciones de esos sensores se denotarán como  $\{\mathbf{x}_i^a, i = 1, \dots, l_a\}$ .
- Destaquemos aquella información que no está presente en el centro de fusión:

- El número de sensores que, tras sensar, obtienen una detección negativa ( $Y = 0$ ),  $l_n$ .
- Tampoco se conocerán las posiciones de dichos sensores,  $\{\mathbf{x}_i^n, i = 1, \dots, l_n\}$ .
- En el centro de fusión tampoco se tendrá ninguna información de aquellos sensores, que tras haber sensado, y obtenido una detección positiva  $Y = 1$ , fallan al transmitir al centro de fusión, y cuyas posiciones denotaremos como:  $\{\mathbf{x}_i^e, i = 1, \dots, l_e\}$ .

Evidentemente se va a cumplir que:  $l_s = l_a + l_e + l_n$  y que  $l_d = l_a + l_e$ .

### 3.4.1. Expresión del test para escenario con censura

Utilizando la misma metodología que hemos utilizado para el estudio del caso sin censura se va a describir y obtener la expresión del test basado en un cociente de verosimilitud para un escenario con censura. Las principales líneas de la demostración han sido obtenidas de [Lázaro et al., 2005] y de forma más pormenorizada en el estudio realizado en [Muñoz Iñigo, 2006].

Vamos a poder considerar como observaciones las posiciones de todos los sensores que sensan y que modelan una variable aleatoria  $\mathbf{X}$  cuyas observaciones denotaremos:

$$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_{l_s}]^T \quad (3.35)$$

Notar que este vector incluye todas las posibles posiciones de todos los sensores que han sensado. Este vector de observaciones puede ser ordenado de la siguiente manera sin pérdida de generalidad:

$$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_{l_a}, x_1^e, \dots, x_{l_e}^e, x_1, \dots, x_{l_n}^n]^T \quad (3.36)$$

Particularizando la expresión general de la función densidad de probabilidad condicionada a la hipótesis  $H_i$ , asumiendo que los sensores sensan de forma independiente, dada en (3.19), obtenemos:

$$f_{\mathbf{X}|H}(\mathbf{x}|H_i) = \prod_{i=1}^{l_d} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_i|H_i, 1) \prod_{j=1}^{l_n} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j^n|H_i, 0) \prod_{k=1}^{l_e} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_k^e|H_i, 1) \quad (3.37)$$

donde se siguen cumpliendo las ecuaciones (3.21), (3.22), (3.23) y (3.24) que denotan las funciones densidad de probabilidad condicionadas a las hipótesis y a las lecturas.

De la misma forma que en el caso sin censura surge el problema de que en el centro de fusión no se dispone de toda la información necesaria para completar (3.37), ya que no se conocen las posiciones de los sensores que han detectado negativamente ( $Y = 0$ ),  $\mathbf{x}_j^n$ , ni tampoco se conocen las posiciones de los sensores que aun habiendo detectado de forma positiva al transmitir han fallado debido a un error de transmisión  $\mathbf{x}_k^e$ . Por lo tanto la expresión (3.37), no se puede plantear de forma directa. Vamos a definir un vector de observaciones distinto, modelado por la variable aleatoria  $\Theta$ , como se define a continuación.

$$\Theta = [x_1, \dots, x_{l_a}, l_a] \quad (3.38)$$

Este vector incluye las posiciones de todos los sensores y el número de posiciones disponibles en el centro de fusión, es decir aquellas en que los sensores han detectado positivamente y han transmitido exitosamente sus lecturas al centro de fusión. Sin pérdida de generalidad, este vector puede ser ordenado como sigue:

$$\theta = [x_1^a, \dots, x_{l_a}^a, l_a]^T \quad (3.39)$$

A partir de este vector de observaciones, ahora la función densidad de probabilidad condicionada a la hipótesis  $H_i$  va a venir determinada por:

$$f_{\Theta|H}(\theta|H_i) = \prod_{i=1}^{l_a} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_i|H_i, 1) \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_i)}{S^{l-l_a}} \quad (3.40)$$

de la cual particularizando para cada una de las hipótesis

$$f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_1) = \prod_{i=1}^{l_a} \frac{p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)}{\int_D p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) d\mathbf{x}} \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{S^{l-l_a}} \quad (3.41)$$

$$f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0) = \frac{1}{S^l} f_{L_t|L,H}(l_t|l, H_0) \quad (3.42)$$

Utilizando las expresiones que acabamos de definir, el test para el escenario con censura se expresa:

$$\Gamma(\boldsymbol{\theta}) = S^{l_a} \frac{f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_1)}{f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0)} = \prod_{i=1}^{l_a} \frac{p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)}{\int_D p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) d\mathbf{x}} \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)} \quad (3.43)$$

y la decisión que se obtiene del test va a venir dada como siempre a partir de un cociente de verosimilitud como sigue:

$$\gamma = \ln \Gamma(\boldsymbol{\theta}) \underset{H_1}{\overset{H_0}{\gtrless}} \ln \tau = \lambda \quad (3.44)$$

### 3.4.2. Modelado del número de sensores en estrategia de comunicaciones con censura

El test anteriormente descrito va a depender de la distribución del número de sensores que consiguen transmitir de forma exitosa su posición, que se denota como  $f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_i)$ . Utilizando el mismo procedimiento que en la estrategia sin censura, vamos a realizar el modelado de este número de sensores.

La distribución del número de sensores que sensa modelada por la variable aleatoria  $L_s$  es una binomial de la forma:

$$f_{L_s|L}(l_s|l) = \binom{l}{l_s} p_s^{l_s} (1 - p_s)^{l-l_s} \quad (3.45)$$

para  $0 \leq l_s \leq l$ ,  $l_s \in \mathbb{Z}$ .

Dada la probabilidad de error de transmisión  $p_e$ , la probabilidad de que un sensor tenga una transmisión exitosa  $p_t$  viene dado por la expresión

$$p_t = (1 - p_e)p_D \quad (3.46)$$

donde  $p_D$  es la probabilidad de tener una detección positiva por un sensor en una determinada región  $D$ . Obviamente la probabilidad  $p_t$  depende de la hipótesis en que nos encontremos, por lo tanto:

$$p_{t|1} = (1 - p_e)p_{D|1} \quad (3.47)$$

y

$$p_{t|0} = (1 - p_e)p_{D|0} \quad (3.48)$$

donde

$$p_{D|1} = E\{p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha)\} = \frac{1}{S} \int_D p_d(\mathbf{x}^t, \mathbf{x}, \alpha) d\mathbf{x} \quad (3.49)$$

y

$$p_{D|0} = \alpha \quad (3.50)$$

Por lo tanto teniendo en cuenta que:

$$f_{L_a|L_s}(l_a|l_s) = \binom{l_s}{l_a} p_t^{l_a} (1 - p_t)^{l_s-l_a} \quad (3.51)$$

para  $0 \leq l_a \leq l_s$ ,  $l_a \in \mathbb{Z}$ , de forma directa se obtiene la distribución del número de sensores disponibles en el centro de fusión ( $L_a$ ) para cada hipótesis como:

$$f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_i) = \sum_{l_s=l_a}^l \binom{l_s}{l_a} p_{t|i}^{l_a} (1 - p_{t|i})^{l_s - l_a} \binom{l}{l_a} p_s^{l_s} (1 - p_s)^{l - l_s} \quad (3.52)$$

para  $0 \leq l_a \leq l$ ,  $l_a \in \mathbb{Z}$ .

# Capítulo 4

## Contribuciones

*“Si hay un secreto del buen éxito*

*reside en la capacidad para apreciar el punto de vista del prójimo*

*y ver las cosas desde ese punto de vista así como del propio”*

*Albert Einstein*

En este capítulo se va presentar la construcción de una aproximación gaussiana para la caracterización de los cocientes de verosimilitud bajo las dos hipótesis. También se van a presentar una figura de mérito (distancia) para medir las prestaciones en redes de sensores: *divergencia  $J$*  que como se verá es una expansión de la divergencia Kullback-Leibler (KL). Se obtendrán las divergencias KL para las dos estrategias de transmisión con las que se trabaja en este proyecto: con censura y sin censura. Por último se van presentar dos aproximaciones para parametrizar el consumo de energía en este tipo de redes.

## 4.1. Aproximación gaussiana

Basándonos en la teoría de la información (Teorema del Límite central), cuando el número de sensores tiende a infinito ( $l \rightarrow \infty$ ), el logaritmo del cociente de verosimilitud definido por la ecuación (3.7),  $\lambda$ , en algunos escenarios particulares es razonable pensar que dicha distribución tenga apariencia de una distribución gaussiana o normal. A partir de [Artés-Rodríguez, 2004] se van a determinar las medias y las varianzas del logaritmo del cociente de verosimilitud ( $\lambda$ ) bajo las dos hipótesis, y determinar el umbral y la potencia del test de Neyman-Pearson bajo este estadístico gaussiano.

Denotaremos al logaritmo del cociente de verosimilitud condicionado a la hipótesis  $H_i$  como  $\gamma = \ln \Gamma(\Theta)$ .

La media de la distribución del logaritmo del cociente de verosimilitud condicionado a la hipótesis  $H_0$  viene dada por la expresión:

$$E_{H_0}\{\gamma\} = -D(f_{\mathbf{X},Y|H_0}||f_{\mathbf{X},Y|H_1}) = -D(H_0||H_1) \quad (4.1)$$

donde  $D(f_{\mathbf{X},Y|H_0}||f_{\mathbf{X},Y|H_1})$  es la divergencia de Kullback-Leibler (KL) entre las funciones densidad de probabilidad de las observaciones condicionadas a cada una de las hipótesis. Para simplificar la notación esta divergencia se denotará de aquí en adelante como  $D(H_0||H_1)$ :

De forma similar se va a definir  $E_{H_1}\{\gamma\}$  como la media de la distribución del logaritmo del cociente de verosimilitud condicionado a la hipótesis  $H_1$ .

$$E_{H_1}\{\gamma\} = D(f_{\mathbf{X},Y|H_1}||f_{\mathbf{X},Y|H_0}) = D(H_1||H_0) \quad (4.2)$$

En las sub-secciones 4.2.1 y 4.2.2 se detalla de forma más detallada el cálculo de las divergencias KL para los escenarios sin censura y con censura respectivamente.

Una vez hemos definido las medias de nuestro logaritmo de cociente de verosimilitud, lo que nos falta ahora es definir las varianzas para así poder tener completamente definida nuestra gaussiana cuando el número de sensores  $l$  tiende a infinito.



Las varianzas del logaritmo de cociente de verosimilitud bajo la hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  son respectivamente

$$Var_{H_0}\{\gamma\} = E_{H_0}\{(\gamma + D(H_0||H_1))^2\} = E_{H_0}\{\gamma^2\} - D^2(H_0||H_1) \quad (4.3)$$

$$Var_{H_1}\{\gamma\} = E_{H_1}\{(\gamma - D(H_1||H_0))^2\} = E_{H_1}\{\gamma^2\} - D^2(H_1||H_0) \quad (4.4)$$

Estas expresiones analíticas que se han obtenido se van a utilizar para construir gaussianas sintéticas que nos permitirán obtener las medidas de prestaciones de la red de sensores como son el umbral de Neyman-Pearson y la Probabilidad de no detección, sin necesidad de simular la red.

En la sección 4.4 se van a obtener los términos correspondientes al primer término  $E_{H_i}\{\gamma^2\}$  tanto para el escenario sin censura como para el escenario con censura.

Si tenemos una variable normal  $X \sim N(\mu, \sigma)$  la probabilidad de que  $X$  sea mayor que un determinado valor  $x$  viene determinado por:

$$Pr\{X > x\} = Q\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \quad (4.5)$$

siendo  $Q$  la función de error o también conocida como la función  $Q$  definida por

$$Q(\alpha) \triangleq \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (4.6)$$

El escenario en el que nos vamos a encontrar es el que se muestra en la figura 4.1:

Podremos definir la probabilidad de no detección como:

$$P_{ND} = Q\left(\frac{E_{H_1}\{\gamma\} - \tau}{\sqrt{Var_{H_1}\{\gamma\}}}\right) \quad (4.7)$$

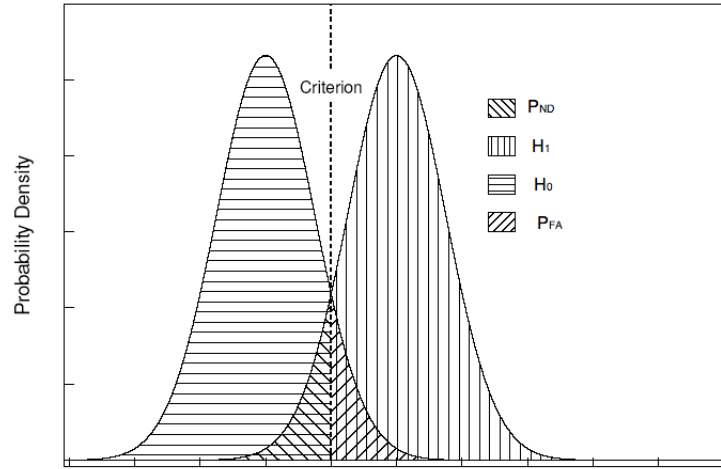


Figura 4.1: Escenario bajo asunción de gaussianidad.

donde  $\tau$  es el umbral que se obtiene aplicando el criterio de Neyman-Pearson que maximiza la probabilidad de detección para un cierto valor de probabilidad de falsa alarma ( $\alpha$ ) y viene dado por la expresión

$$\tau = Q^{-1}(\alpha)\sqrt{\text{Var}_{H_0}\{\gamma\}} + E_{H_0}\{\gamma\} \quad (4.8)$$

## 4.2. Medida de prestaciones

En muchos escenarios analizar de forma analítica las prestaciones de un test de hipótesis es un problema intratable. Por esta razón, para el análisis de prestaciones en muchas ocasiones se van a utilizar parámetros que están relacionados con las prestaciones [Poor, 1994]. La distancia Bhattacharya y la divergencia  $J$  han sido utilizadas como criterio de diseño gracias a su relación con las prestaciones del sistema [Kailath, 1997]. En este trabajo se va a proponer la divergencia  $J$ , también conocida como divergencia Kullback-Leibler (KL) simétrica, entre las funciones densidad de probabilidad condicional,  $J(f_{\Theta|H}(\theta|H_0)||f_{\Theta|H}(\theta|H_1))$  como medida de prestaciones. De aquí en adelante se denotará la divergencia KL simétrica de forma abreviada como  $J(H_0||H_1)$ .

La divergencia  $J$  ha sido utilizada como figura de mérito, en problemas como el diseño genérico de sistemas cuantificadores de decisión binaria [Kailath, 1997], o más recientemente en redes de sensores inalámbricas en el diseño de asignaciones de potencia en esquemas de detección distribuida,

donde, como en nuestro problema, la divergencia  $J$  es utilizada para definir las asignaciones de potencia en un escenario en que la potencia a la hora de transmitir está limitada. La divergencia  $J$  es una extensión de la divergencia de Kullback-Leibler (KL) [Kullback, 1959]:

$$J(H_0||H_1) = D(H_1||H_0) + D(H_0||H_1) \quad (4.9)$$

donde  $D(H_i||H_j)$  hace referencia a la (no simétrica) divergencia KL entre las funciones densidad de probabilidad condicional bajo las hipótesis  $H_i$  y  $H_j$ .

A partir de la definición de la divergencia KL, definida en la sección 2.3.5 y denotando  $E_{H_i}\{\cdot\}$  el valor esperado condicionado a la hipótesis  $H_i$ , se obtiene:

$$J(H_0||H_1) = E_{H_1}\{\gamma\} - E_{H_0}\{\gamma\} \quad (4.10)$$

es decir que la divergencia  $J$  es la diferencia entre las medias de los cocientes de verosimilitud condicionados a cada hipótesis [Viswanathan y Varshney, 2002].

Por lo tanto lo que vamos a hacer ahora es obtener las divergencias KL para cada uno de los escenarios sin censura y con censura para así conseguir la divergencia  $J$  que utilizaremos para la medida de prestaciones en este trabajo. Por otro lado estas divergencias KL se van a utilizar para calcular las medias de los logaritmos del cociente de verosimilitud cuando se haga el estudio de la posible gaussianidad de las distribuciones.

### 4.2.1. Divergencias KL para escenario sin censura

Como se explicó anteriormente la medida de prestaciones que se va a utilizar en este proyecto es la divergencia simétrica de Kullback-Leibler condicionada a la hipótesis nula y alternativa definida según la ecuación (4.9).

De las distribuciones condicionales las divergencias KL (no simétricas) que se necesitan para la construcción de  $J(H_0||H_1)$  para el escenario sin censura según [Lázaro et al., 2009] son:

$$D(H_0||H_1) = \sum_{l_d} f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0) \cdot \left\{ \ln \frac{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)}{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1)} - \ln S \cdot (l_{ad} + l_{an}) - \frac{1}{S} \cdot l_{ad} \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) d\mathbf{x} - \frac{1}{S} \cdot l_{an} \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0) d\mathbf{x} \right\} \quad (4.11)$$

y

$$D(H_1||H_0) = \sum_{l_d} f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1) \cdot \left\{ \ln \frac{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1)}{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)} + \ln S \cdot (l_{ad} + l_{an}) + l_{ad} \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) d\mathbf{x} + l_{an} \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0) d\mathbf{x} \right\} \quad (4.12)$$

### 4.2.2. Divergencias KL para escenario con censura

De las distribuciones condicionales las divergencias KL (no simétricas) que se necesitan para la construcción de  $J(H_0||H_1)$  para el escenario con censura según [Lázaro et al., 2009] son:

$$D(H_0||H_1) = \sum_{l_a} f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0) \cdot \left\{ \ln \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)} - \ln S \cdot (l_a) - \frac{1}{S} \cdot l_a \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}^i(\mathbf{x}|H_1, 1) d\mathbf{x} \right\} \quad (4.13)$$

y

$$D(H_1||H_0) = \sum_{l_a} f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1) \cdot \left\{ \ln \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)} + \ln S \cdot l_a + \right. \\ \left. l_a \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) d\mathbf{x} \right\} \quad (4.14)$$

### 4.3. Linealidad de la divergencia $J$ con respecto a $l$

Para los dos escenarios propuestos sin censura y con censura, se va a demostrar que la divergencia  $J$  es una función lineal con el número de sensores.

$$J(H_0||H_1) = l \cdot A \quad (4.15)$$

donde para el esquema sin censura, los coeficientes  $A$  son:

$$A = \left[ (p_{D|1} - p_{D|0}) \ln \frac{p_{D|1}}{p_{D|0}} + (p_{D|0} - p_{D|1}) \ln \frac{1 - p_{D|1}}{1 - p_{D|0}} + \right. \\ p_{D|1} \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) - \frac{p_{D|0}}{S} \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) \\ \left. + (1 - p_{D|1}) \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0) \right. \\ \left. - \frac{1 - p_{D|0}}{S} \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0) \right] \cdot p_s \cdot (1 - p_e) \quad (4.16)$$

donde  $p_{D|i}$  es la probabilidad de una decisión local positiva de un sensor en una región  $D$  bajo la hipótesis  $H_i$ .

Los coeficientes  $A$  para un esquema con censura son:

$$\begin{aligned}
A = & \left[ (p_{t|1} - p_{t|0}) \ln \frac{p_{t|1}}{p_{t|0}} + (p_{t|0} - p_{t|1}) \ln \frac{1 - p_{t|1} \cdot p_s}{1 - p_{t|0} \cdot p_s} + \right. \\
& p_{t|1} \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) \\
& \left. - \frac{p_{t|0}}{S} \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) - (p_{t|1} - p_{t|0}) \ln S \right] \cdot p_s \quad (4.17)
\end{aligned}$$

donde  $p_{t|i}$  es la probabilidad de una transmisión exitosa de un sensor en una región  $D$  bajo la hipótesis  $H_i$

## 4.4. Cálculo varianzas LLR

Anteriormente se dedujeron las expresiones analíticas correspondientes de las varianzas de la distribución del logaritmo del cociente de verosimilitud bajo las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ . A continuación se van presentar las expresiones que nos faltan para completar el modelo, es decir, los términos  $E_{H_0}\{\gamma^2\}$  y  $E_{H_1}\{\gamma^2\}$  tanto para un escenario con censura como sin censura.

### 4.4.1. Cálculo $E_{H_i}\{\gamma^2\}$ escenario con censura

Se define

$$E_{H_0}\{\gamma^2\} = \int_{\boldsymbol{\theta}} f_{\boldsymbol{\Theta}|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0) \left( \ln \frac{f_{\boldsymbol{\Theta}|H}(\boldsymbol{\theta}|H_1)}{f_{\boldsymbol{\Theta}|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0)} \right)^2 d\boldsymbol{\theta}$$

donde

$$f_{\boldsymbol{\Theta}|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0) = \prod_{j=1}^{l_a} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_0, 1) \cdot f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)$$

y sabiendo que

$$f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_0, 1) = \frac{1}{S}$$

por lo tanto nos queda una expresión:

$$f_{\boldsymbol{\Theta}|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0) = \frac{1}{S^{l_a}} \cdot f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)$$

Por otro lado

$$f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_1) = \prod_{j=1}^{l_a} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 1) \cdot f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)$$

$$E_{H_0}\{\gamma^2\} = \int_{\boldsymbol{\theta}} \frac{1}{S^{l_a}} \cdot f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0) \cdot \left\{ \ln \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)} + l_a \ln(S) + \sum_{j=1}^{l_a} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 1) \right\}^2 d\boldsymbol{\theta}$$

Desarrollando las llaves al cuadrado, nos queda:

$$\begin{aligned} & \left\{ \ln \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)} \right\}^2 + l_a^2 (\ln(S))^2 + \sum_{i=1}^{l_a} \sum_{j=1}^{l_a} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_i|H_1, 1) \cdot \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 1) + \\ & + 2l_a \ln(S) \ln \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)} + 2 \ln \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)} \cdot \sum_{j=1}^{l_a} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 1) + \\ & + 2l_a \ln(S) \sum_{j=1}^{l_a} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 1) \end{aligned}$$

La expresión final del término  $E_{H_0}\{\gamma^2\}$  para una estrategia con censura nos queda

$$\begin{aligned} E_{H_0}\{\gamma^2\} = & \sum_{l_a} f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0) \cdot \left\{ \left( \ln \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)} \right)^2 + l_a^2 \cdot (\ln S)^2 + \right. \\ & + 2l_a \ln(S) \ln \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)} + 2l_a \ln \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)} \cdot \frac{1}{S} \cdot \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) d\mathbf{x} + \\ & + 2l_a^2 \ln(S) \cdot \frac{1}{S} \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) d\mathbf{x} + \frac{l_a}{S} \int_D (\ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1))^2 d\mathbf{x} + \\ & \left. \frac{l_a \cdot (l_a - 1)}{S^2} \int_D \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_a|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_b|H_1, 1) d\mathbf{x}_a d\mathbf{x}_b \right\} \end{aligned} \quad (4.18)$$

y el término  $E_{H_1}\{\gamma^2\}$  queda

$$E_{H_1}\{\gamma^2\} = \int_{\boldsymbol{\theta}} \prod_{j=i}^{l_a} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 1) \cdot f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1) \cdot \left\{ \ln \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)} - l_a - \ln(S) + \sum_{j=1}^{l_a} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 1) \right\}^2 d\boldsymbol{\theta}$$

Considerando el desarrollo del término cuadrático

$$\begin{aligned} E_{H_1}\{\gamma^2\} = & \sum_{l_a} f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1) \cdot \left\{ \left( \ln \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)} \right)^2 + \right. \\ & + l_a^2 (\ln S)^2 + 2l_a \ln(S) \ln \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)} + \\ & + 2 \ln \frac{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_1)}{f_{L_a|L,H}(l_a|l, H_0)} \cdot l_a \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) d\mathbf{x} + \\ & + 2l_a^2 \ln(S) \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) d\mathbf{x} + \\ & + l_a \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) (\ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1))^2 d\mathbf{x} + \\ & \left. + l_a(l_a - 1) \int_D \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_a|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_a|H_1, 1) \cdot \right. \\ & \left. \cdot f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_b|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_b|H_1, 1) d\mathbf{x}_a d\mathbf{x}_b \right\} \end{aligned} \quad (4.19)$$

#### 4.4.2. Cálculo $E_{H_i}\{\gamma^2\}$ escenario sin censura

Por un lado tenemos

$$f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0) = \prod_{j=1}^{l_{ad}} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_0, 1) \cdot \prod_{k=l_{ad}+1}^{l_a} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_k|H_0, 0) \cdot f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)$$

donde

$$\prod_{j=1}^{l_{ad}} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_0, 1) \cdot \prod_{k=l_{ad}+1}^{l_a} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_k|H_0, 0) = \frac{1}{S^{l_a}}$$



Por otro lado:

$$\begin{aligned}
f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_1) &= \prod_{j=1}^{l_{ad}} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 1) \cdot \prod_{k=l_{ad}+1}^{l_a} f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_k|H_1, 0) \cdot f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1) \\
\ln \frac{f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_1)}{f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0)} &= \ln \frac{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1)}{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)} + l_a \ln(S) + \sum_{j=1}^{l_{ad}} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 1) + \\
&+ \sum_{k=l_{ad}+1}^{l_a} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_k|H_1, 0) \left( \ln \frac{f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_1)}{f_{\Theta|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0)} \right)^2 = \left( \ln \frac{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1)}{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)} \right)^2 + \\
&+ l_a^2 (\ln S)^2 + \sum_{i=1}^{l_{ad}} \sum_{j=1}^{l_{ad}} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_i|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 1) + \\
&+ \sum_{k=l_{ad}+1}^{l_a} \sum_{u=l_{ad}+1}^{l_a} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_u|H_1, 0) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_k|H_1, 0) + \\
+ 2l_a \ln(S) \ln \frac{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1)}{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)} &+ 2 \ln \frac{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1)}{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)} \cdot \sum_{j=1}^{l_{ad}} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 1) + \\
&+ 2 \ln \frac{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1)}{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)} \cdot \sum_{k=l_{ad}+1}^{l_a} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 0) + \\
+ 2l_a \ln(S) \left\{ \sum_{j=1}^{l_{ad}} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 1) \cdot \sum_{k=l_{ad}+1}^{l_a} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_k|H_1, 0) \right\} &+ \\
&+ 2 \sum_{j=1}^{l_{ad}} \sum_{k=l_{ad}+1}^{l_a} \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_j|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_k|H_1, 0)
\end{aligned}$$

Para la hipótesis  $H_0$  se tiene la sencilla expresión:

$$\begin{aligned}
E_{H_0}\{\gamma^2\} &= \int_{\boldsymbol{\theta}} f_{\boldsymbol{\Theta}|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0) \left\{ \ln \frac{f_{\boldsymbol{\Theta}|H}(\boldsymbol{\theta}|H_1)}{f_{\boldsymbol{\Theta}|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0)} \right\}^2 d\boldsymbol{\theta} = \sum_{l_d} f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0) \cdot \\
&\left\{ \left( \ln \frac{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1)}{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)} \right)^2 + l_a^2 (\ln S)^2 + 2l_a \ln(S) \ln \frac{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1)}{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)} \right. \\
&\quad + 2 \ln \frac{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1)}{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)} \left( \frac{l_{ad}}{S} \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) d\mathbf{x} + \right. \\
&\quad \quad \quad \left. \left. + \frac{l_{an}}{S} \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0) d\mathbf{x} \right) + \right. \\
&+ 2l_a \ln(S) \left( \frac{l_{ad}}{S} \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) d\mathbf{x} + \frac{l_{an}}{S} \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0) d\mathbf{x} \right) + \\
&\quad + \frac{l_{ad}}{S} \int_D (\ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1))^2 d\mathbf{x} + \frac{l_{an}}{S} \int_D (\ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0))^2 d\mathbf{x} + \\
&\quad + \frac{l_{ad}(l_{ad} - 1)}{S^2} \int_D \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_a|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_b|H_1, 1) d\mathbf{x}_a d\mathbf{x}_b + \\
&\quad + \frac{l_{an}(l_{an} - 1)}{S^2} \int_D \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_a|H_1, 0) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_b|H_1, 0) d\mathbf{x}_a d\mathbf{x}_b + \\
&\quad \left. + 2l_{ad}l_{an} \frac{1}{S^2} \int_D \int_D \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_a|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_b|H_1, 0) d\mathbf{x}_a d\mathbf{x}_b \right\} \\
&\hspace{15em} (4.20)
\end{aligned}$$

y para la hipótesis  $H_1$ :

$$\begin{aligned}
E_{H_1}\{\gamma^2\} &= \int_{\boldsymbol{\theta}} f_{\boldsymbol{\Theta}|H}(\boldsymbol{\theta}|H_1) \left( \ln \frac{f_{\boldsymbol{\Theta}|H}(\boldsymbol{\theta}|H_1)}{f_{\boldsymbol{\Theta}|H}(\boldsymbol{\theta}|H_0)} \right)^2 d\boldsymbol{\theta} = \sum_{l_d} f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1) \cdot \\
&\quad \left\{ \left( \ln \frac{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1)}{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)} \right)^2 + l_a^2 \ln(S)^2 + 2l_a \ln(S) \frac{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1)}{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)} \right. \\
&+ 2 \ln \frac{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_1)}{f_{L_d|L,H}(l_d|l, H_0)} \left( l_{ad} \cdot \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) d\mathbf{x} + \right. \\
&\quad \left. + l_{an} \cdot \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0) d\mathbf{x} \right) + \\
&\quad + 2l_a \ln S \left( l_{ad} \cdot \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) d\mathbf{x} + \right. \\
&\quad \left. + l_{an} \cdot \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0) d\mathbf{x} \right) \\
&\quad + l_{ad} \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1) (\ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 1))^2 d\mathbf{x} \\
&\quad + l_{an} \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0) (\ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}|H_1, 0))^2 d\mathbf{x} \\
&\quad + l_{ad}(l_{ad} - 1) \int_D \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_a|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_a|H_1, 1) \cdot \\
&\quad \cdot f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_b|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_b|H_1, 1) d\mathbf{x}_a d\mathbf{x}_b \\
&\quad + l_{an}(l_{an} - 1) \int_D \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_a|H_1, 0) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_a|H_1, 0) \cdot \\
&\quad \cdot f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_b|H_1, 0) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_b|H_1, 0) d\mathbf{x}_a d\mathbf{x}_b \\
&\quad + 2l_{ad}l_{an} \int_D \int_D f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_a|H_1, 1) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_a|H_1, 1) \cdot \\
&\quad \cdot f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_b|H_1, 0) \ln f_{\mathbf{X}|H,Y}(\mathbf{x}_b|H_1, 0) d\mathbf{x}_a d\mathbf{x}_b \left. \right\} \\
&\hspace{15em} (4.21)
\end{aligned}$$

## 4.5. Consumo de energía - Parametrización

El consumo de energía por parte de un sensor ha quedado descrito en la sección 2.2 donde de una forma resumida se considera que la energía de un

sensor es consumida en tres procesos diferentes. Un primer proceso que consiste en el sensado del entorno, un segundo proceso que será el del procesado de la observación y un último proceso que consistirá en la transmisión de la observación al centro de fusión.

Como se indicó anteriormente el mayor consumo de energía por parte del sensor se realiza en la transmisión de las observaciones [Doherty et al., 2001]. Por ello una primera parametrización del consumo de energía por parte del sensor va a ser aquella en que solo consideremos como consumidor de energía la transmisión, por lo tanto el consumo es proporcional al número de sensores que intentan transmitir:

$$Consumo_{total} \propto L^T \quad (4.22)$$

En una segunda aproximación más realista se va a considerar aquella en que el consumo de energía es consumido por la transmisión y por el procesado-sensado de forma que lo que tenemos es:

$$Consumo_{total} \propto (1 - \alpha) \cdot C_{tx} + \alpha \cdot C_{(procesado,sensado)} \quad (4.23)$$

donde  $\alpha$  es un parámetro de ponderación del consumo.

# Capítulo 5

## Resultados

*“El experimentador que no sabe lo que está buscando  
no comprenderá lo que encuentra”*

*Claude Bernard*

En este capítulo se van a presentar los resultados de las medidas de prestaciones que se han obtenido en este trabajo.

Lo primero que se va a definir en este capítulo es el escenario de simulación en el que vamos a trabajar para cada una de las cuatro probabilidades de detección estudiadas en este trabajo.

En la segunda sección se obtendrá la distribución analítica asociada a la probabilidad de detección “sombrero cordobés”.

En la tercera sección se estudia la gaussianidad asintótica de las distribuciones aplicando los test de pertenencia a una distribución. Los test que se aplicarán a las distribuciones son los test descritos en la sección 2.6, en concreto el test  $\chi^2$  y el test de Kolmogorov-Smirnov (K-S). Además de los resultados numéricos que cuantifiquen la validez de la pertenencia de las distribuciones a una distribución gaussiana, se obtendrán gráficamente resultados que también corroboran la gaussianidad de las distribuciones.

En la cuarta sección se presentarán resultados a partir de simulaciones de la red, en las cuales se obtendrán relaciones entre las prestaciones y la energía consumida por la red. En esta sección se obtendrán umbrales de diseño de la red, para una probabilidad de existencia de un determinado agente en el área que cubren los sensores. En esta sección también se estudiará la saturación de la divergencia  $J$  conforme aumenta el radio de exploración de la región  $D$ .

En la última sección de este capítulo se analizarán distintos escenarios variando los parámetros de diseño de la red, como son la densidad de sensores, la clase de sensores, probabilidades, etc.

Para que los resultados que se han obtenido mediante simulaciones en este proyecto tengan validez estadística, se ha simulado el entorno siempre por encima de las 10000 repeticiones para así llegar a conseguir unos resultados fiables estadísticamente como se ha expuesto en la sección 2.5.

## 5.1. Escenario de simulación para las distintas probabilidades de detección

En esta sección se presenta el escenario de simulación para las distintas probabilidades de detección para así explicar como funcionan de forma intuitiva. Todos los resultados que se han obtenido en el transcurso de este trabajo se han realizado sobre un área circular  $D$  de radio  $R$  sin pérdida de generalidad.

### 5.1.1. Generación de lecturas para modelo de probabilidad de detección “sombbrero cordobés”

En la figura 5.1 se muestra la distribución de los sensores, en un área circular  $D$  con radio  $R = 2$ , para una distribución “sombbrero cordobés” como la que se muestra en la figura 5.2 donde el rango de los sensores es  $r_0 = 1$ , la probabilidad de falsa alarma es  $\alpha = 0.1$  y la probabilidad de no detección es  $\beta = 0.1$ .

Si el agente a detectar está dentro de rango de actuación de los sensores,

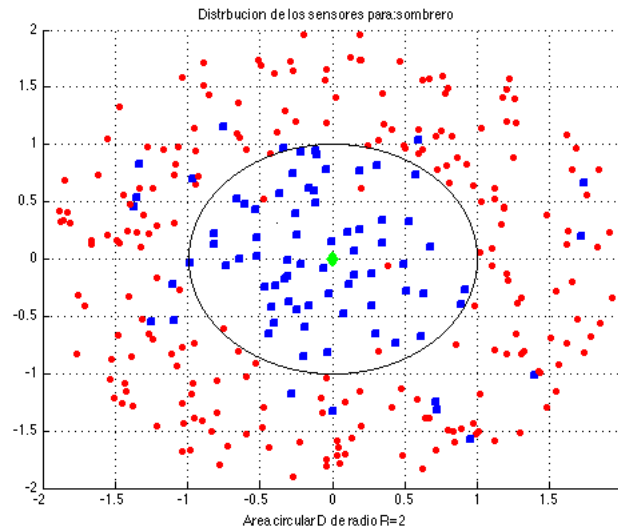


Figura 5.1: Distribución de los sensores con sus correspondientes lecturas (positivas ■ , negativas ●) en un área circular  $D$  de radio  $R = 2$ , con el agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  (◆) centrado en las coordenadas  $(0,0)$  y con una densidad de sensores  $\rho = \frac{300}{\pi \cdot r_0^2}$  para una probabilidad de detección  $p_d$ : “ sombrero cordobés”.

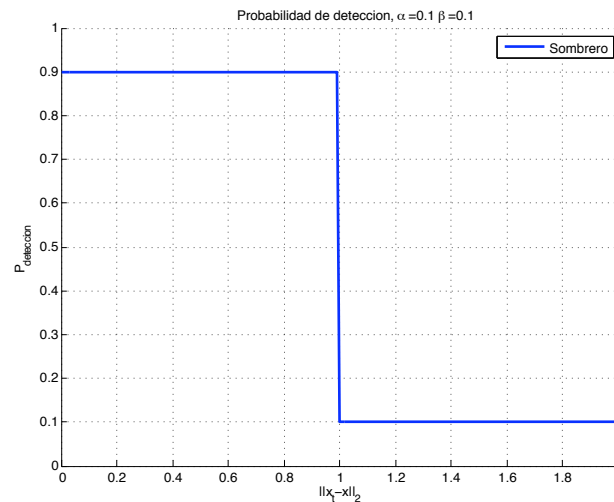


Figura 5.2: Probabilidad de detección “sombrero cordobés” con parámetros  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$  y  $r_0 = 1$ .

estos poseen una mayor probabilidad de detección respecto a los que están fuera de dicho rango, los cuales sólo detectarán al agente debido a falsas alarmas como se puede ver en la figura 5.1. Debido a la probabilidad de no detección  $\beta$  existirán sensores que aun teniendo al agente en su rango de

actuación no lo detectarán.

### 5.1.2. Generación de lecturas para modelo de probabilidad de detección lineal

En esta sección se representa de forma gráfica la distribución de los sensores con una probabilidad de detección lineal como la que se muestra en la figura 5.3.

La probabilidad de detección decrece linealmente desde una distancia 0 al agente donde vale  $1 - \beta$  hasta el rango del sensor,  $r_0$ , y una vez sobrepasado este rango los sensores sólo detectarán al agente debido a las falsas alarmas ( $\alpha$ ) como se observa en la figura 5.3.

Nótese en la figura 5.4 que con esta probabilidad de detección, dentro del rango del sensor no existen tantos sensores con detecciones positivas como en el caso del “sombrero cordobés”, ya que esta probabilidad de detección es una aproximación de primer orden que asemeja más el comportamiento real de una red de sensores.



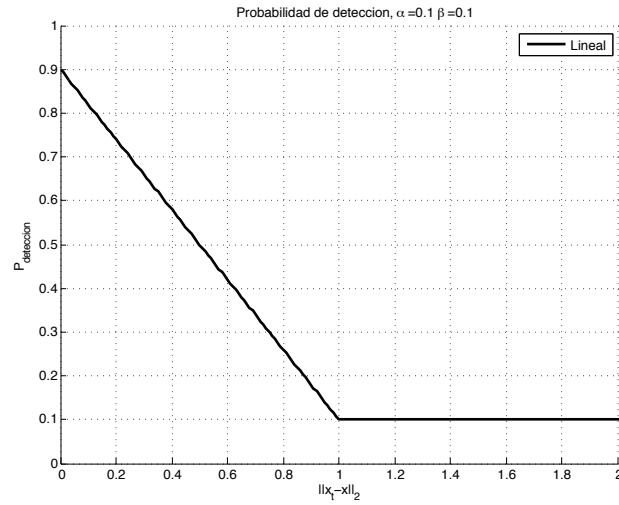


Figura 5.3: Probabilidad de detección lineal con parámetros  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$  y  $r_0 = 1$ .

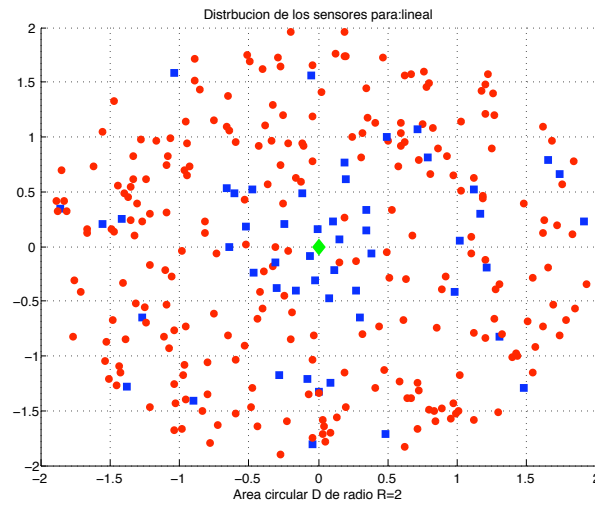


Figura 5.4: Distribución de los sensores con sus correspondientes lecturas (positivas  $\blacksquare$ , negativas  $\bullet$ ) en un área circular  $D$  de radio  $R = 2$ , con el agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  ( $\blacklozenge$ ) centrado en las coordenadas  $(0,0)$  y con una densidad de sensores  $\rho = \frac{300}{\pi \cdot r_0^2}$  para una probabilidad de detección  $p_d$ : lineal.

### 5.1.3. Generación de lecturas para modelo de probabilidad de detección exponencial norma 2

Vamos a estudiar la distribución de los sensores para una probabilidad de detección exponencial de norma 2 que se asemeja de forma más veraz a la realidad que la aproximación de primer orden. En la figura 5.5 podemos ver la probabilidad de detección en función de la distancia entre el sensor y el agente a detectar  $\|\mathbf{x}^t - \mathbf{x}\|_2$ .

En la figura 5.6 se obtiene la distribución de los sensores en una área circular de radio  $R = 2$ , y con parámetro de diseño  $\theta = 2$ . Este parámetro  $\theta$  determinará la anchura de la  $p_d$ .

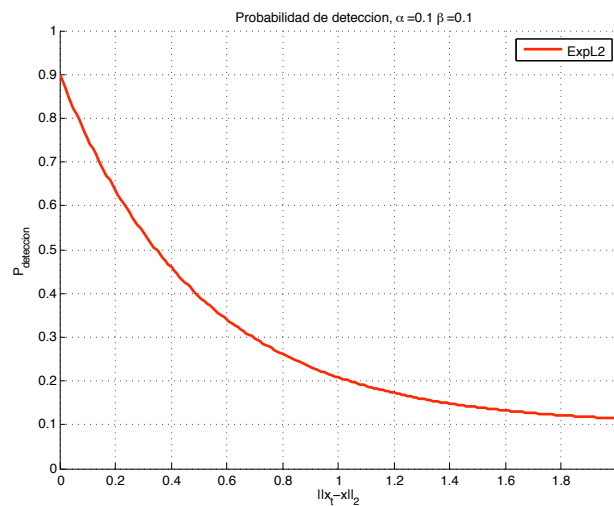


Figura 5.5: Probabilidad de detección exponencial de norma 2 con parámetros  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$  y  $\theta = 2$ .

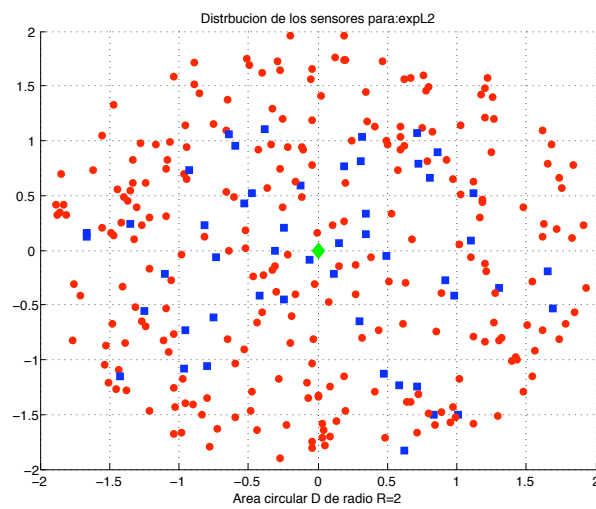


Figura 5.6: Distribución de los sensores con sus correspondientes lecturas (positivas ■ , negativas ●) en un área circular  $D$  de radio  $R = 2$ , con el agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  (◆) centrado en las coordenadas  $(0,0)$  y con una densidad de sensores  $\rho = \frac{300}{\pi \cdot r_0^2}$  para una probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2.

#### 5.1.4. Generación de lecturas para modelo de probabilidad de detección exponencial norma 2 al cuadrado

De la misma forma que se ha presentado la probabilidad de detección exponencial de norma 2, otra probabilidad de detección que puede aproximar algunas situaciones o modelos reales es la exponencial de norma 2 al cuadrado. Dicha probabilidad de detección se muestra en la figura 5.7, y la distribución de los sensores para una realización se muestra en la figura 5.8 con los mismos parámetros de diseño que para la exponencial de norma 2, es decir, considerando un área  $D$ ,  $\theta = 2$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ .

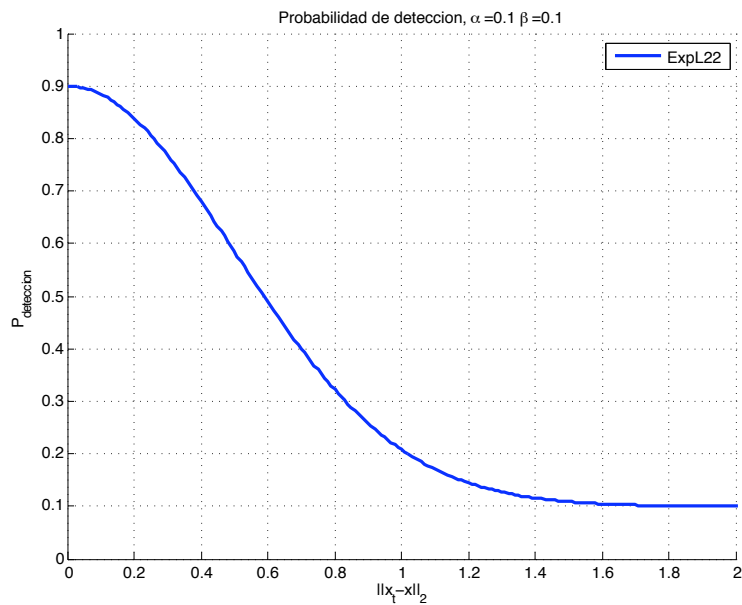


Figura 5.7: Probabilidad de detección exponencial de norma 2 al cuadrado con parámetros  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$  y  $\theta = 2$ .

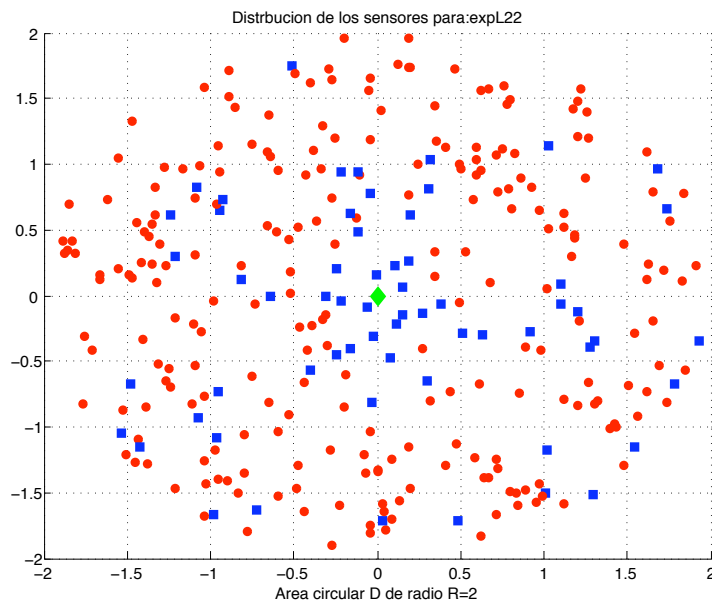


Figura 5.8: Distribución de los sensores con sus correspondientes lecturas (positivas ■ , negativas ● ) en un área circular  $D$  de radio  $R = 2$ , con el agente a detectar  $x^t$  (◆) en las coordenadas  $(0,0)$  y con una densidad de sensores  $\rho = \frac{300}{\pi \cdot r_0^2}$  para una probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado.

## 5.2. Estudio de las distribuciones del LLR

En esta sección se van a presentar los histogramas de las distribuciones de los logaritmos del cociente de verosimilitud condicionadas a las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ ,  $\gamma_{H_0}$  y  $\gamma_{H_1}$  que en adelante denotaremos como  $LLR_{\theta|H_0}(\theta|H_0)$  y  $LLR_{\theta|H_1}(\theta|H_1)$ , respectivamente. Para cada una de las gráficas se detallarán los parámetros que se han utilizado para su realización. También se comentarán los aspectos más importantes en cada uno de los casos. Se van a representar las distribuciones para las estrategias con censura y sin censura, para cada una de las cuatro probabilidades de detección estudiadas.

Además de mostrar los histogramas de las distribuciones, se van a superponer gaussianas creadas a partir de las medias y varianzas de cada una de las respectivas distribuciones, con la intención de visualizar de forma gráfica si cada una de las distribuciones tiene forma gaussiana o no la tiene.

Todas las distribuciones que se representarán en esta sección se han obtenido en un entorno de simulación con los siguientes parámetros de diseño:

- Probabilidad de sensado  $p_s = 0.5$ .
- Probabilidad de error de transmisión o acceso al medio  $p_e = 0.01$ .
- Radio del área circular donde están desplegados los sensores  $R = 1$ .
- Densidad de sensores desplegados  $\rho = \frac{100}{\pi}$ .
- Número de simulaciones  $N_{simu} = 40000$ .
- Probabilidad de falsa alarma  $\alpha = 0.1$ .
- Probabilidad de no detección  $\beta = 0.1$ .
- Radio efectivo del sensor  $r_0 = 1$  y  $\theta = 2$

Se representan en las figuras 5.9 a 5.15 los histogramas del cociente de verosimilitud condicionado a la hipótesis  $H_i$  ( $LLR_{\theta|H_i}(\theta|H_i)$ ) para las probabilidades de detección “sombrero cordobés”, lineal, exponencial de norma 2 y exponencial de norma 2 al cuadrado respectivamente utilizando una estrategia de transmisión sin censura. A estas distribuciones se les superpone una gaussiana con la media y varianza que se obtiene analíticamente a partir de sección 4.1.

---

También se van a representar en las figuras 5.17 a 5.23 los histogramas obtenidos para las probabilidades de detección “sombbrero cordobés”, lineal, exponencial de norma 2 y exponencial de norma 2 al cuadrado respectivamente utilizando una estrategia de transmisión con censura. En este caso también se superpondrá la gaussiana analítica.

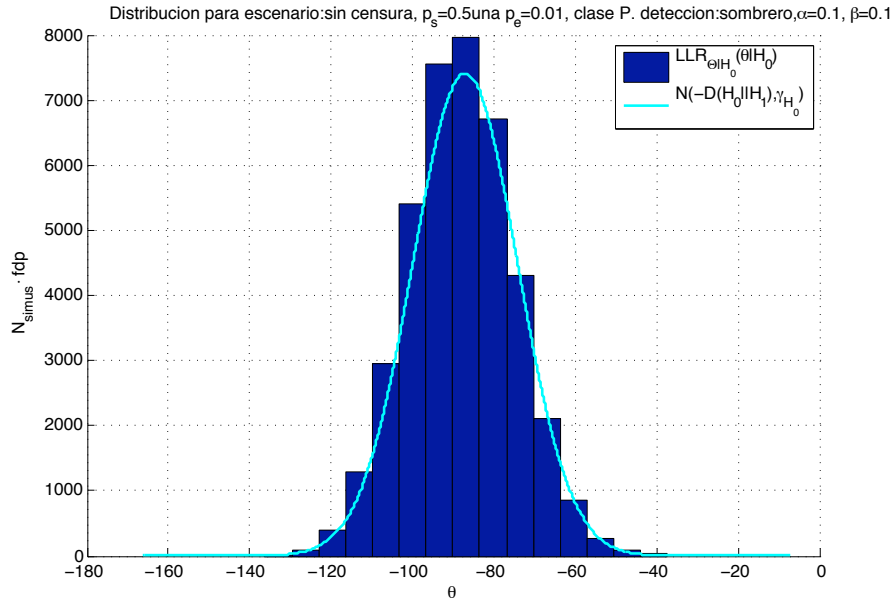


Figura 5.9:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo “sombrero cordobés” en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura.

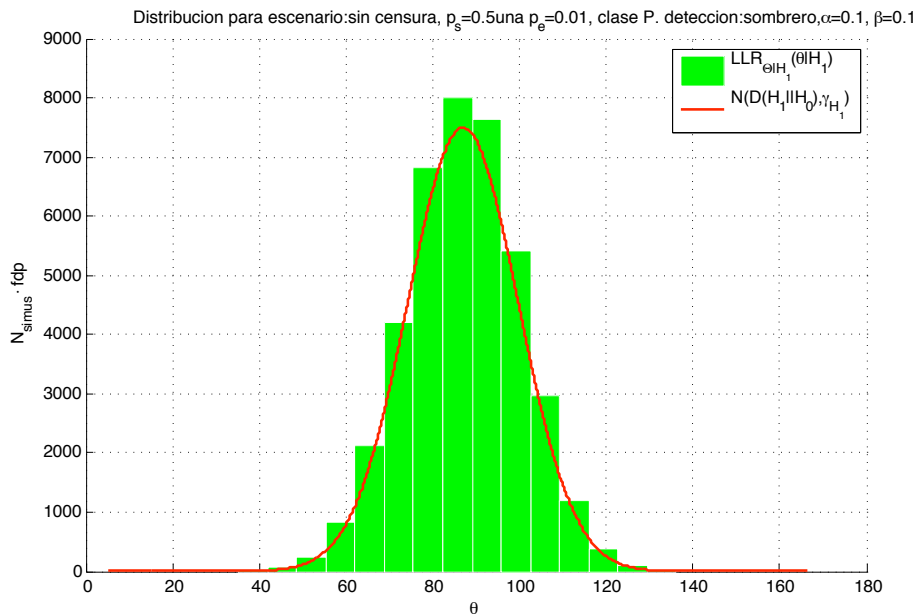


Figura 5.10:  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo “sombrero cordobés” en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura.



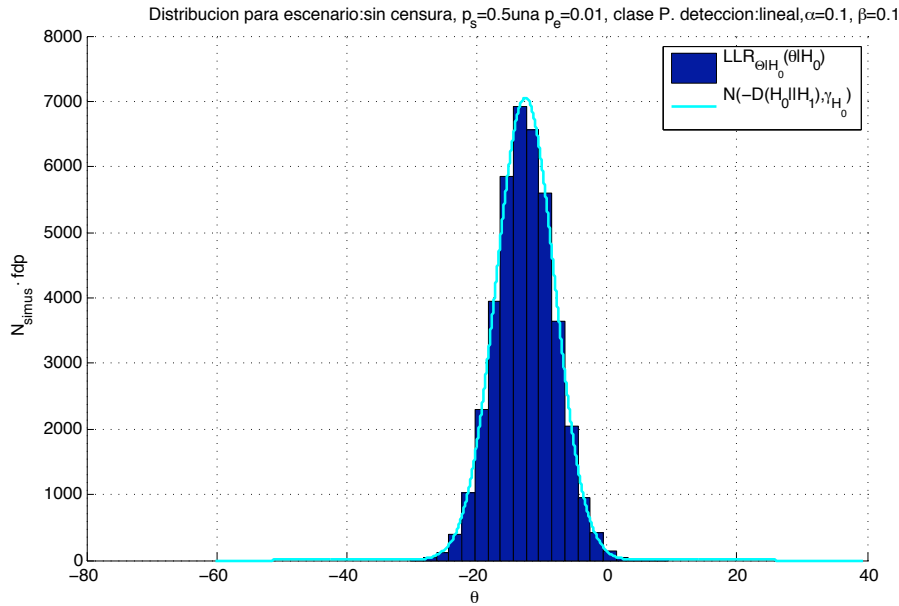


Figura 5.11:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo lineal en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura.

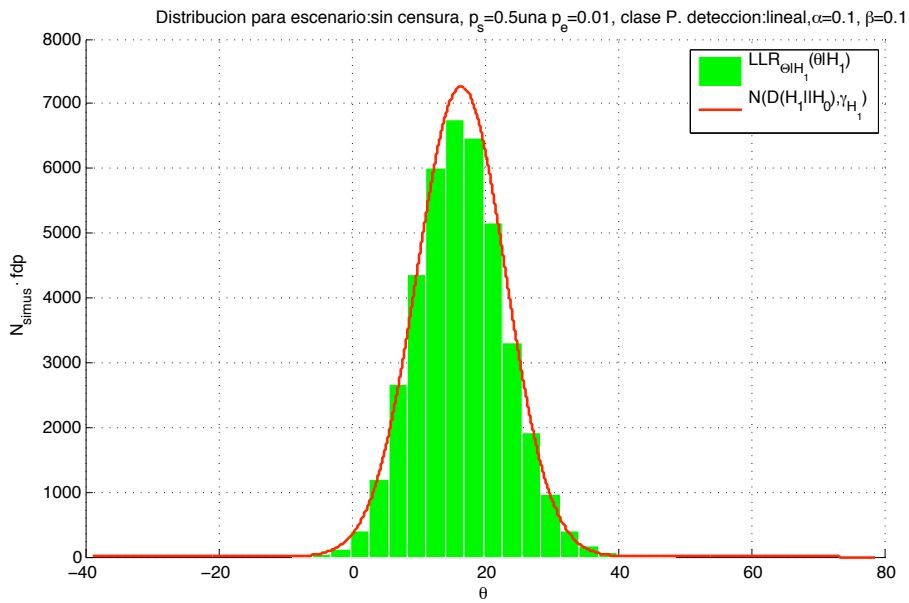


Figura 5.12:  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo lineal en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura.

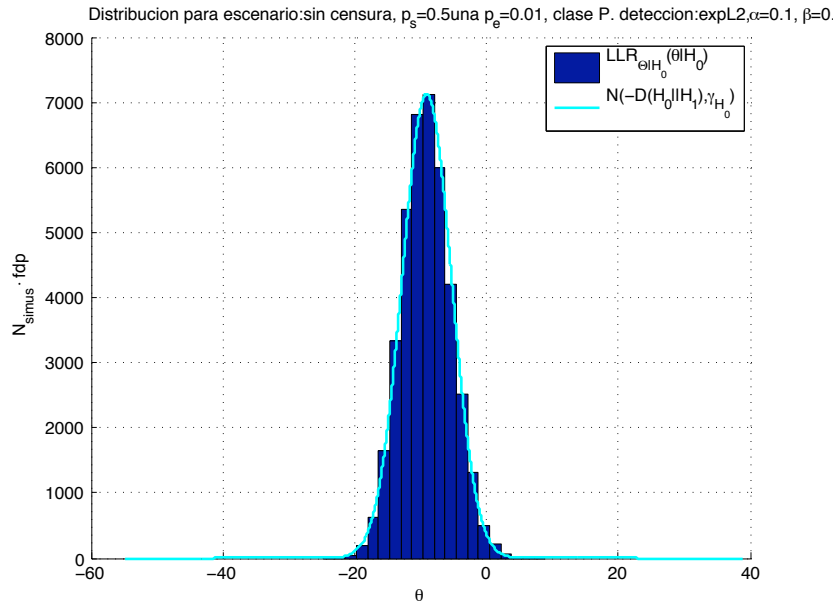


Figura 5.13:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura.

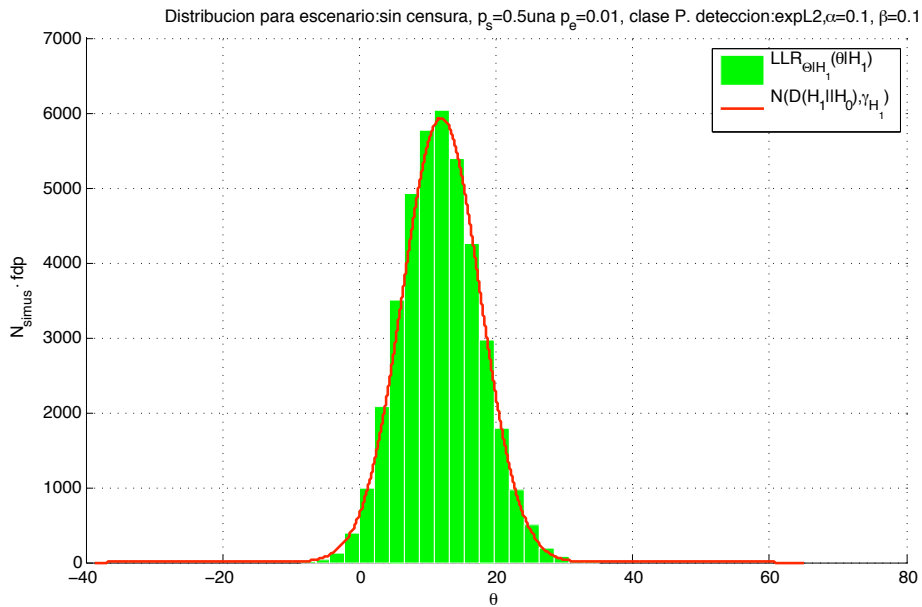


Figura 5.14:  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura.

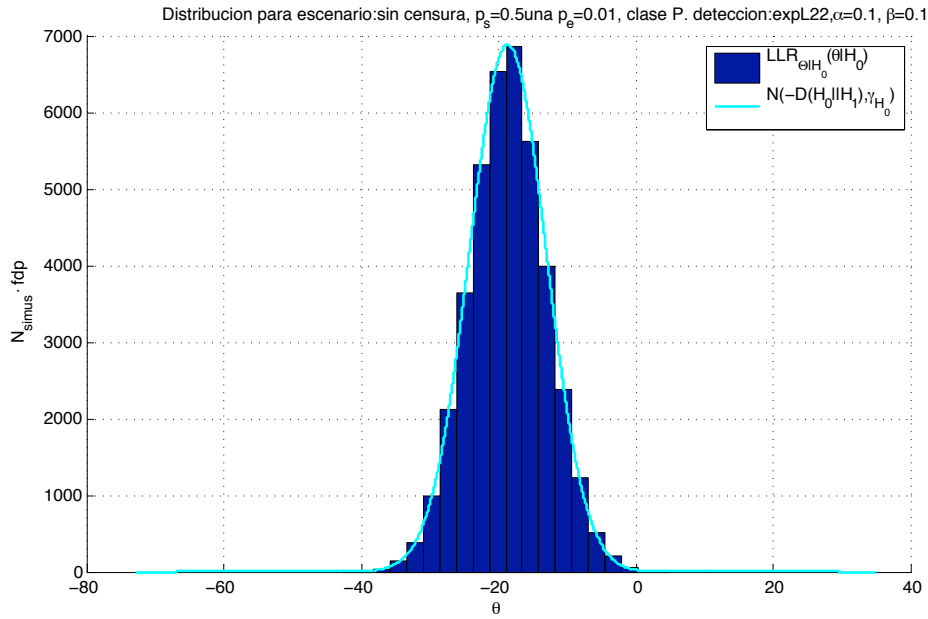


Figura 5.15:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura.

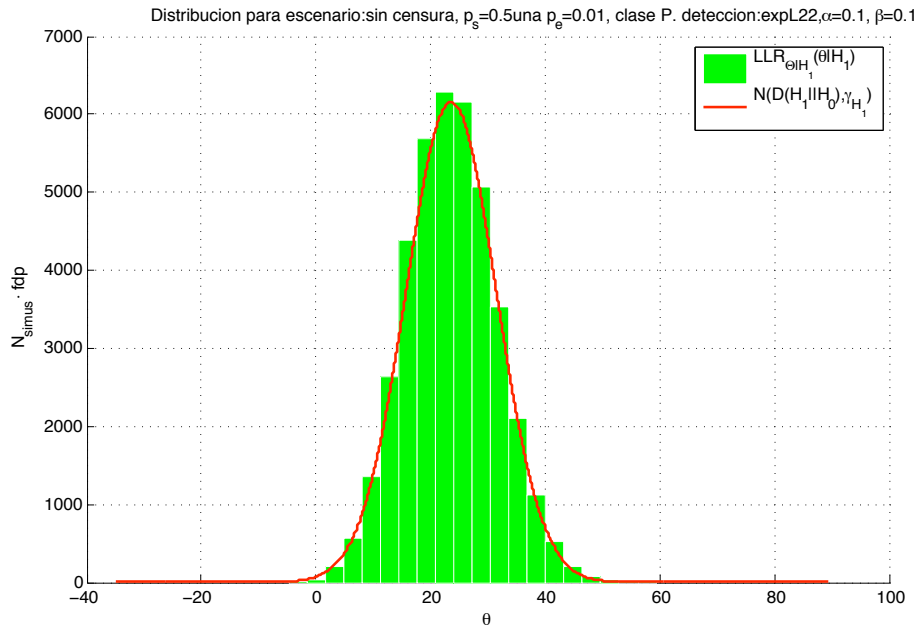


Figura 5.16:  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura.

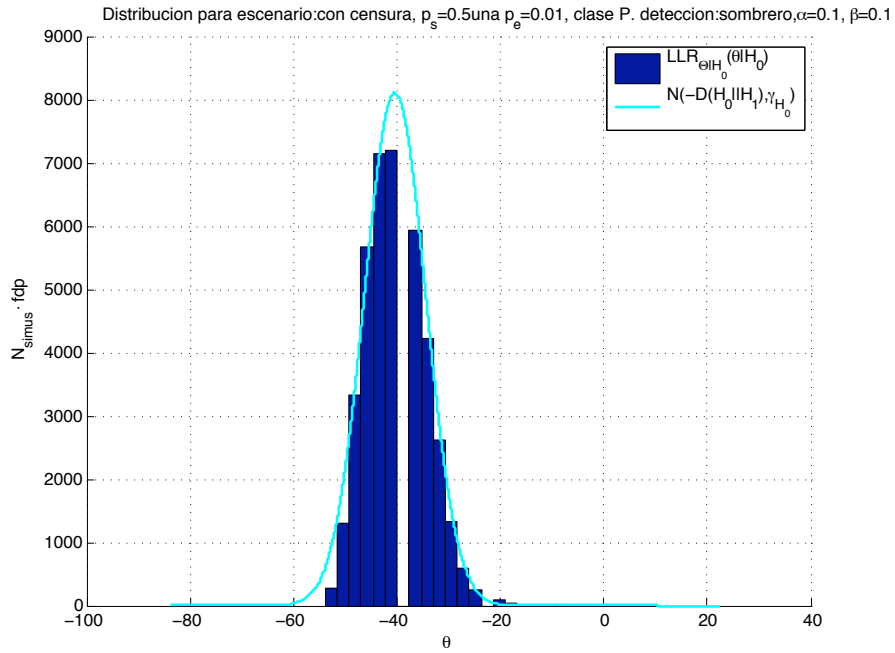


Figura 5.17:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo “sombrero cordobés” en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia con censura.

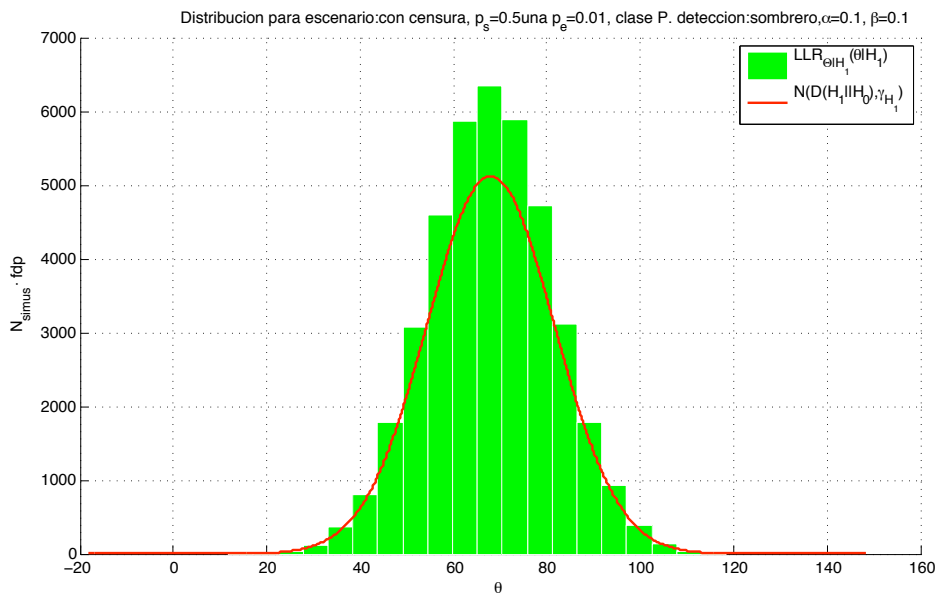


Figura 5.18:  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo “sombrero cordobés” en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia con censura.

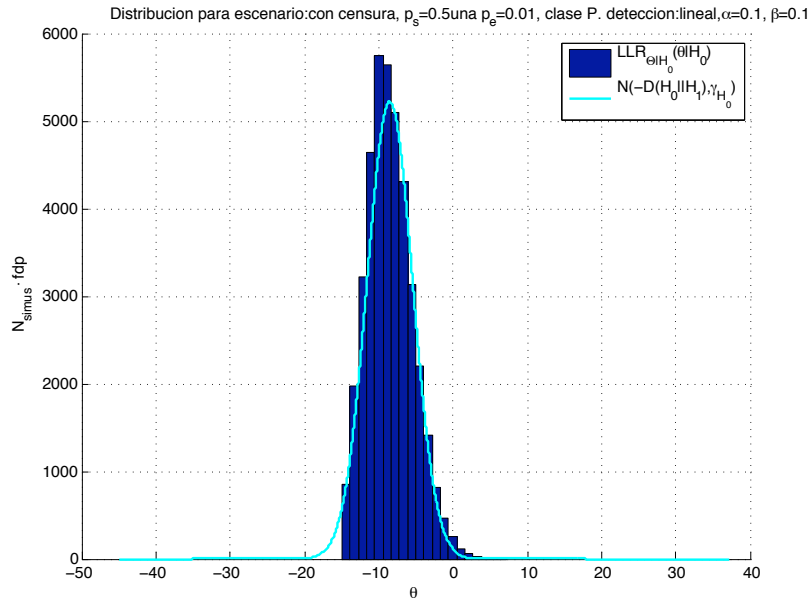


Figura 5.19:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo lineal en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia con censura.

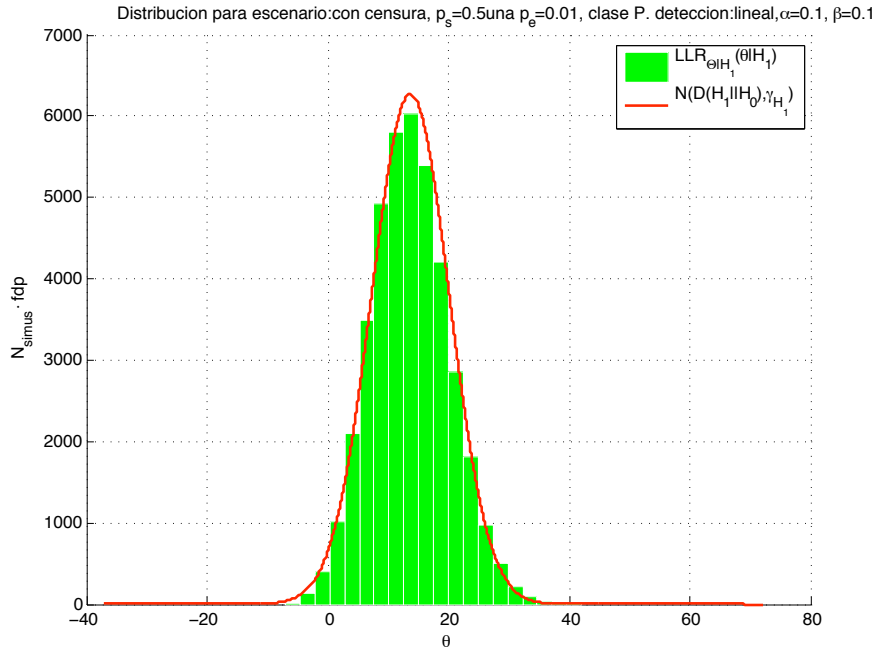


Figura 5.20:  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo lineal en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia con censura.

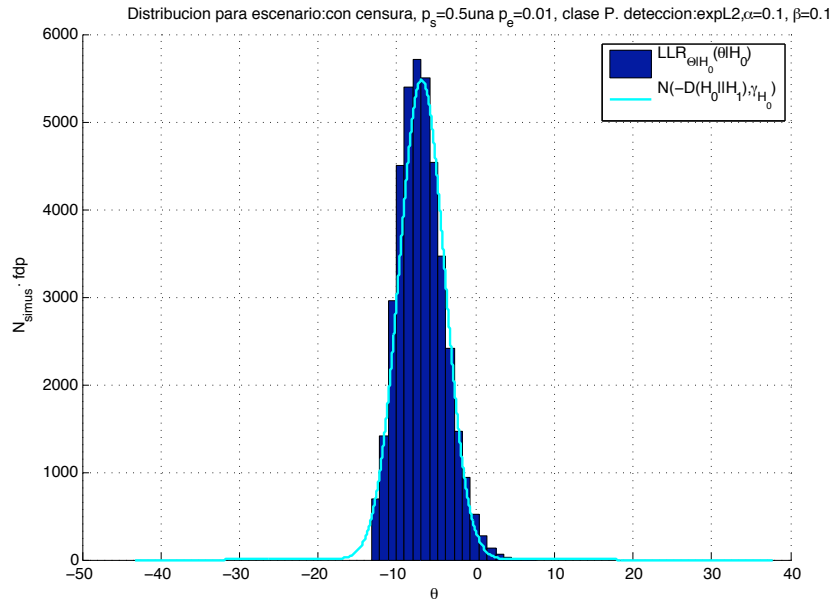


Figura 5.21:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia con censura.

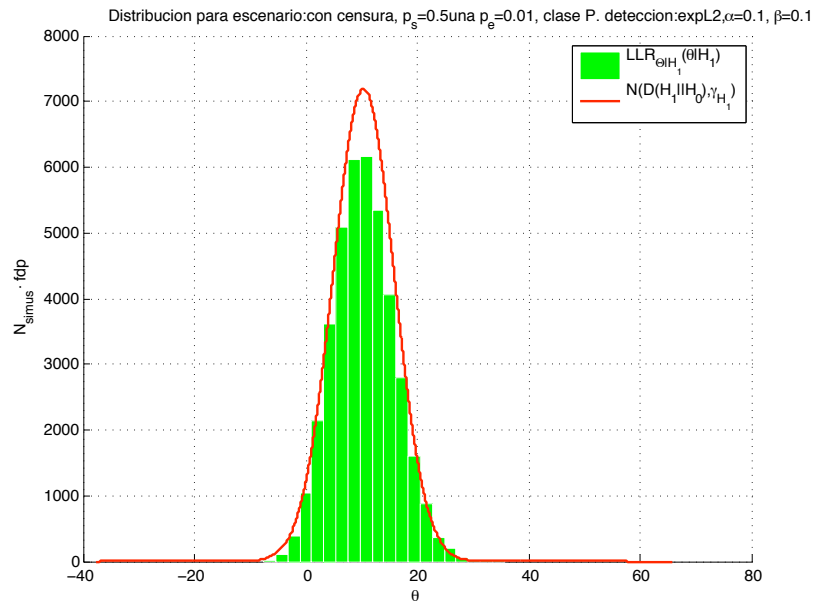


Figura 5.22:  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia con censura.

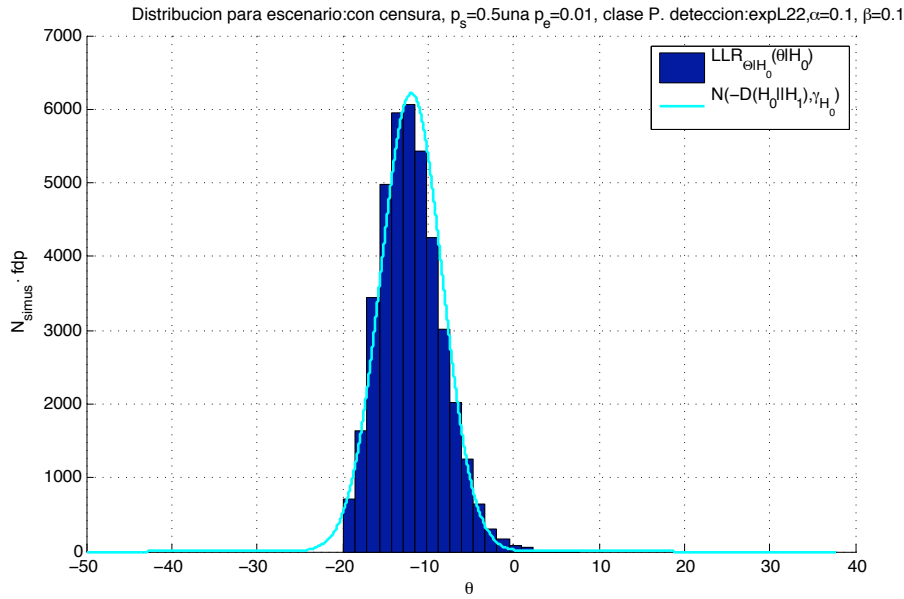


Figura 5.23:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia con censura.

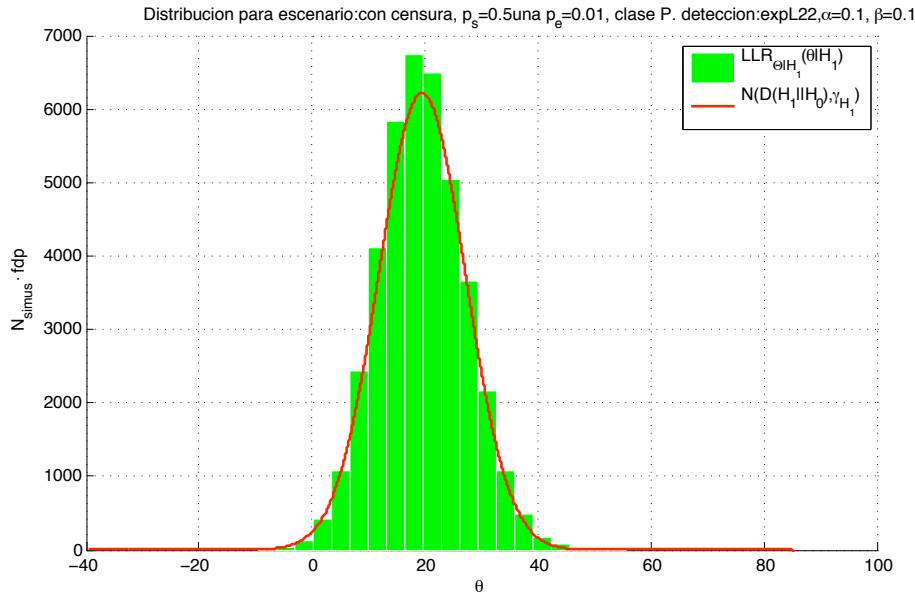


Figura 5.24:  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia con censura.

Se observa gráficamente que todas las distribuciones del cociente de verosimilitud para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  para una estrategia sin censura tienen forma gaussiana para las cuatro probabilidades de detección bajo estudio.

Hay varios aspectos que tenemos que destacar de la estrategia con censura. Por un lado se observa que los cocientes de verosimilitud condicionados a la hipótesis  $H_1$  para una estrategia con censura tienen una forma prácticamente gaussiana, pero que las distribuciones condicionadas a la hipótesis  $H_0$  para el caso con censura no tienen una forma gaussiana.

La razón de que la función  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  no sea gaussiana en una estrategia de transmisión con censura es debida a que hasta el centro de fusión sólo llegan las lecturas positivas y no las negativas, ya que en este tipo de estrategia los sensores sólo intentarán transmitir hacia el centro de fusión en caso de haber detectado agente, y no intentarán transmitir en caso de que no detecten para ahorrar energía. Debido a esta razón, el tipo de lecturas disponibles en el centro de fusión para construir la función  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  está en cierto modo sesgado, ya que  $l_a$  (lecturas disponibles) será muy bajo (al estar sobre  $H_0$ ) en la mayoría de los casos, lo que reduce la variabilidad en los valores más bajos del LLR. Por esta razón la forma de la distribución no es gaussiana.

Las distribuciones de  $H_0$  para las estrategias con censura están desplazadas hacia la izquierda con respecto a la gaussiana que esta superpuesta además de estar recortada por la izquierda ligeramente. La razón de que todas estas distribuciones estén recortadas es debido a que al haber pocos sensores que sensan positivamente existe menos variabilidad. De esta manera las lecturas negativas se acumulan en los valores negativos del cociente de verosimilitud condicionado a la hipótesis  $H_0$ .

### 5.2.1. Sombrero cordobés: analítica

En la figura 5.25 se muestran las distribuciones de  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  y de  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  sin necesidad de simular la red, es decir, obtenidas de forma analítica. Como se indicó anteriormente en la sección 3.1.1 la utilización de la probabilidad de detección “sombrero cordobés” es una expresión muy cómoda para trabajar y ver que es lo que está ocurriendo.

Mediante el teorema de Neyman-Pearson aplicado a la asunción de gaus-



sianidad explicado en sección 4.1 se ha obtenido el umbral para una probabilidad de falsa alarma  $\alpha = 0.1$ .

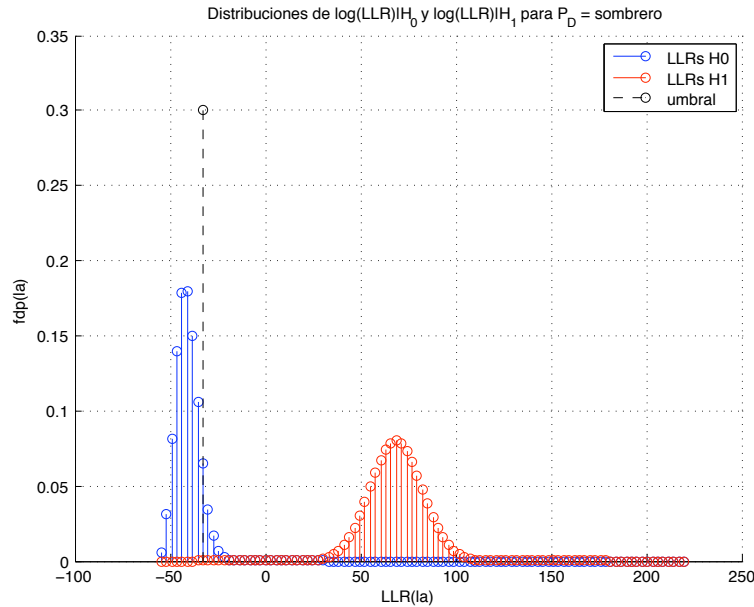


Figura 5.25: Distribución analítica de la FDP condicionada a las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  en función del logaritmo del cociente de verosimilitud variando el número de lecturas disponibles  $l_a$  en el centro de fusión para el modelo “sombrero cordobés” y en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\boldsymbol{x}^t$ .

Las conclusiones que se obtienen de esta sub-sección son dos: Por un lado la posibilidad de construir de forma analítica la distribución del logaritmo del cociente de verosimilitud para una probabilidad “sombrero cordobés”, observando su carácter gaussiano para cada hipótesis. La otra conclusión importante es notar el carácter discreto que presenta debido a utilizar una probabilidad de detección “sombrero cordobés”.

### 5.3. Test de gaussianidad

En la sección anterior se han mostrado las distribuciones del logaritmo del cociente de verosimilitud y se ha visto que dependiendo de la estrategia de transmisión que se esté utilizando y de la hipótesis, las distribuciones tenían una forma gaussiana en la mayoría de los casos excepto en las distribuciones del logaritmo del cociente de verosimilitud condicionadas a la

hipótesis  $H_0$  para el escenario con censura para todos los tipos de probabilidad de detección. En esta sección vamos a aplicar los test de  $\chi^2$  y el test de Kolmogorov-Smirnov (K-S) para ver numéricamente cuanto de cerca o lejos las distribuciones obtenidas mediante simulaciones están de una distribución gaussiana construida como se indica en el capítulo 4.

Las simulaciones de esta sección se han realizado sin pérdida de generalidad utilizando los parámetros de simulación de la sección 5.2. También se van a obtener cuatro tablas en las que se resumen los datos obtenidos aplicando los test de pertenencia a una distribución.

### 5.3.1. Test $\chi^2$ en estrategia con censura

Como se explicó en la sección 2.6, el test  $\chi^2$  es una medida no paramétrica que mide la discrepancia entre una distribución deseada y otra teórica. En base a este resultado, cada distribución se ha dividido  $k=25$  grupos y se va a mostrar para cada distribución la ocurrencia para el grupo  $i$ -ésimo a lo que denotaremos  $\theta_i$  y la frecuencia esperada para dicho grupo  $E_i$ , suponiendo que lo que se espera es una distribución gaussiana.

Se obtendrá una tabla con el test estadístico  $\chi^2$  para ambas distribuciones condicionadas a las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  para una estrategia con censura.

A continuación se muestran gráficamente las probabilidades de los  $k$ -grupos tanto para la ocurrencia real a partir de la simulación del entorno como para la frecuencia esperada de cada grupo, suponiendo que lo que esperamos obtener es una distribución gaussiana. En las figuras 5.26 y 5.27 se ha utilizado una probabilidad “sombbrero cordobés”. En las figuras 5.28 y 5.29 se ha utilizado una probabilidad de detección lineal. En las figuras 5.30 y 5.31 se ha usado una probabilidad de detección exponencial de norma 2. En las figuras 5.32 y 5.33 se ha usado una probabilidad de detección exponencial de norma 2 al cuadrado.

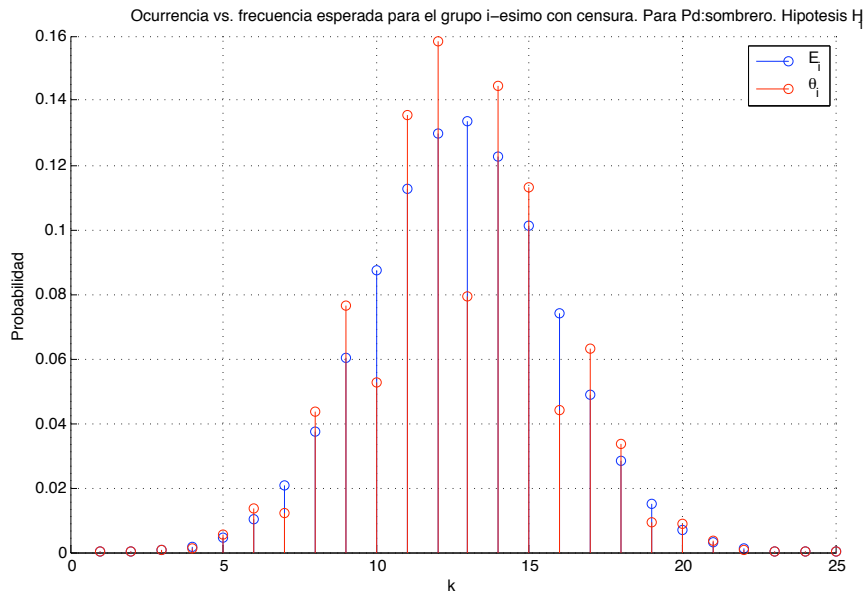


Figura 5.26: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : “sombrero cordobés”.

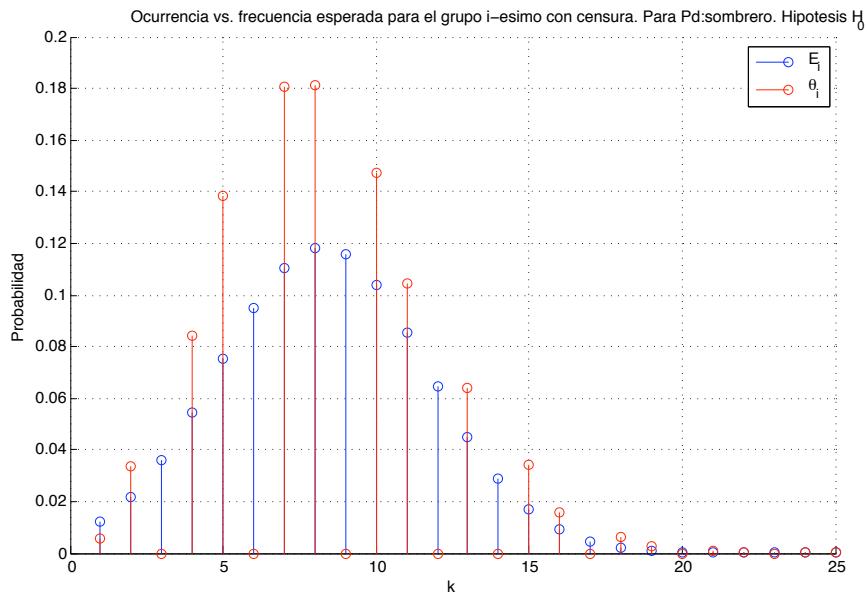


Figura 5.27: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : “sombrero cordobés”.

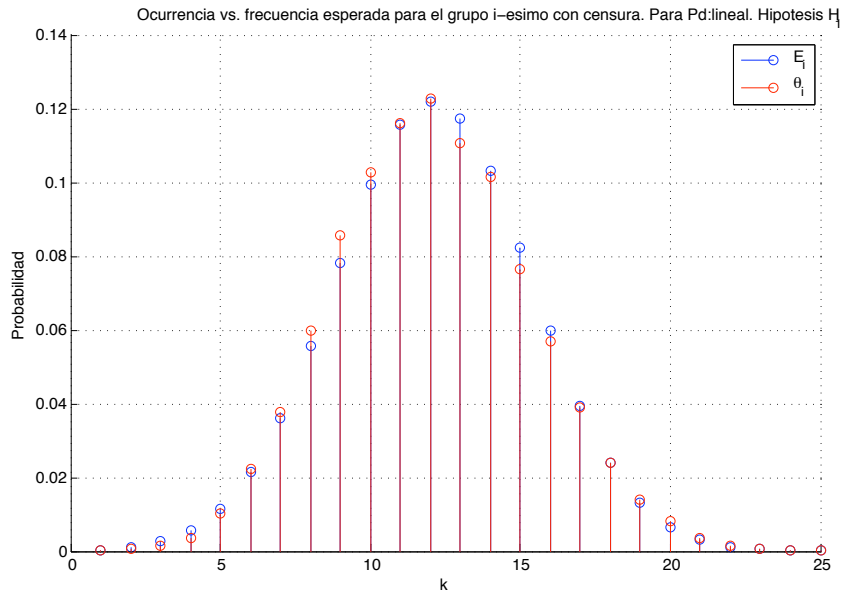


Figura 5.28: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : lineal.

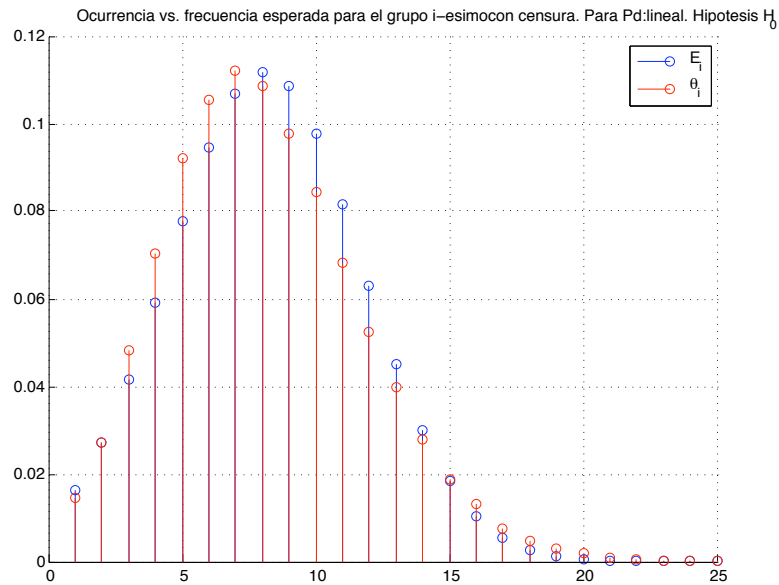


Figura 5.29: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : lineal.

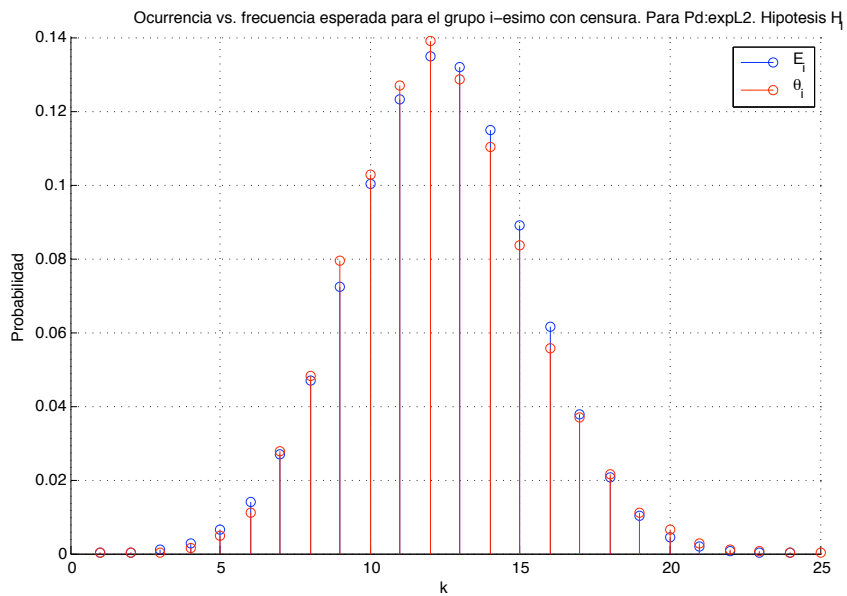


Figura 5.30: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2.

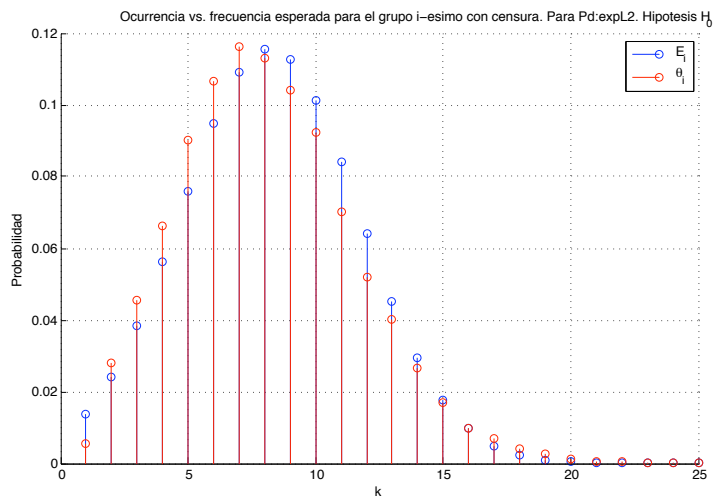


Figura 5.31: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2.

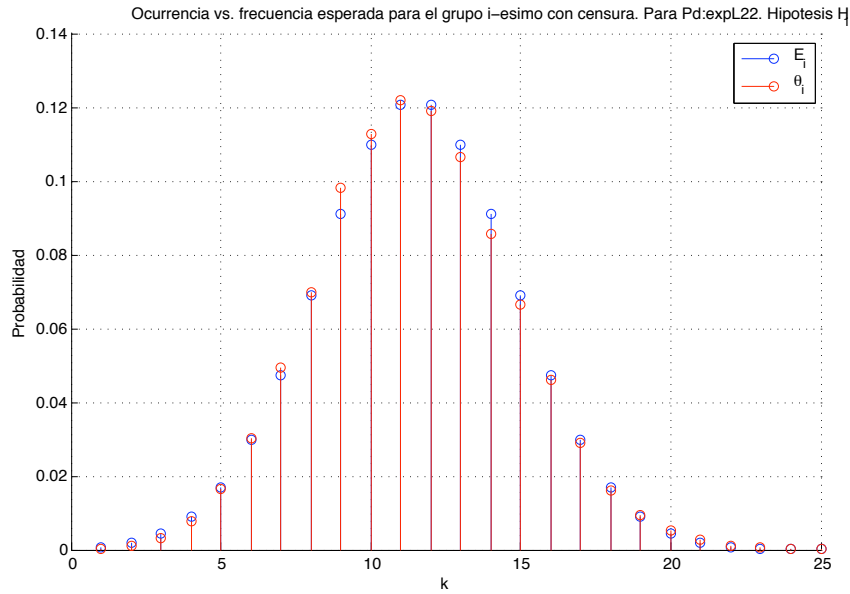


Figura 5.32: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado.

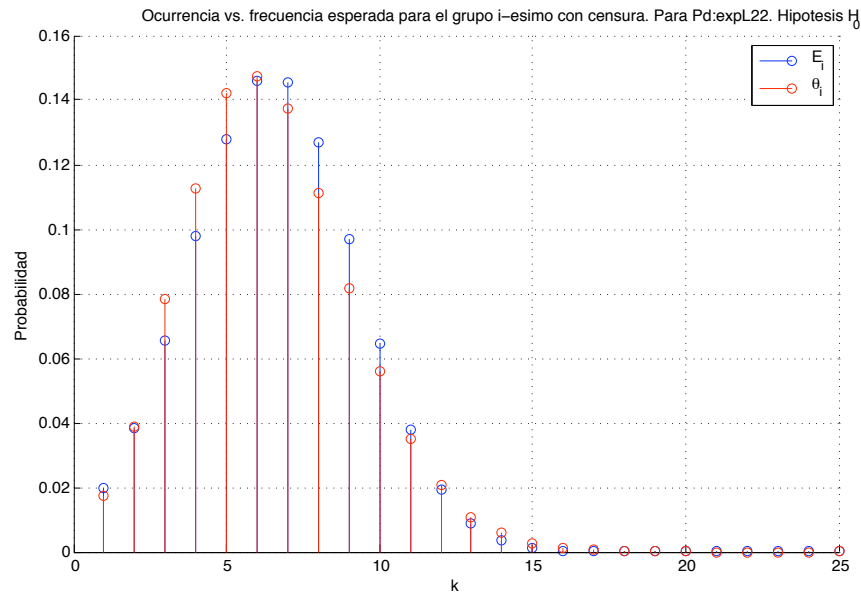


Figura 5.33: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado.

Hipótesis	sombrero	lineal	expL2	expL22
$H_0$	0.5923	0.31691	0.34703	0.30701
$H_1$	0.083345	0.0050074	0.0080113	0.0040174

Tabla 5.1: *Test  $\chi^2$  para estrategia con censura.*

En la tabla 5.1 se muestran los estadísticos  $\chi^2$  para las distribuciones condicionadas a las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  para una estrategia de transmisión con censura.

De los resultados que se muestran en la tabla podemos ver por una parte que las distribuciones condicionadas a la hipótesis  $H_1$  para los cuatro tipos de probabilidad de detección pertenecen a una distribución gaussiana ya que el estadístico  $\chi^2$  es muy cercano a 0. Gráficamente en las figuras 5.26, 5.28, 5.30 y 5.32 observamos que las observaciones agrupadas no difieren mucho de la probabilidad gaussiana esperada.

Por otra parte los valores altos del estadístico  $\chi^2$  para la hipótesis  $H_0$  nos indican que las distribuciones para los cuatro tipos de probabilidad de detección estudiados cuando se utiliza una estrategia con censura no cumplen con la asunción de gaussianidad esperada. La presunción de gaussianidad para el caso de la probabilidad de detección del “sombrero cordobés” es la más desfavorable tanto de forma numérica ( $\chi^2 = 0.5923$ ) como de forma gráfica como se muestra en la figura 5.27. No obstante, no es concluyente asumir la no pertenencia de las distribuciones condicionadas a  $H_0$  a una gaussiana ya que aunque la distribución bajo  $H_0$  no obtiene un valor tan bajo como bajo  $H_1$  tiene un valor próximo a cero y gráficamente se observa que tiene una forma sino totalmente gaussiana prácticamente equivalente.

### 5.3.2. Test Kolmogorov-Smirnov en estrategia con censura

El test K-S mide la distancia entre las Funciones Densidad Acumulada CDF (“Cumulative Distribution Function”) entre una distribución que es la observada y otra que es la deseada. En este apartado se van a representar la CDF deseada asumiendo una distribución gaussiana y la que se obtiene a partir de nuestro entorno simulado con la intención de mostrar cuan diferentes son dichas CDF una respecto de la otra para una estrategia con censura, para ambas hipótesis y para las 4 probabilidades de detección que estamos estudiando.

En las figuras que se muestran a continuación se muestran superpuestas por una lado la CDF de las distribuciones  $LLR_{\Theta|H_i}(\boldsymbol{\theta}|H_i)$  para las probabilidades de detección que se estudian en este trabajo condicionadas a las hipótesis  $H_1$  y  $H_0$  respectivamente, y por otro la correspondiente CDF esperada asumiendo gaussianidad en la distribución.

En primer lugar se ha utilizado la probabilidad de detección “sombrero cordobés” en las figuras 5.34 y 5.35. En las figuras 5.36 y 5.37 se ha usado una probabilidad de detección lineal. En las figuras 5.38 y 5.39 se ha utilizado una probabilidad de detección exponencial de norma 2. Por último la probabilidad de detección exponencial de norma 2 ha sido utilizada en las figuras 5.40 y 5.41.



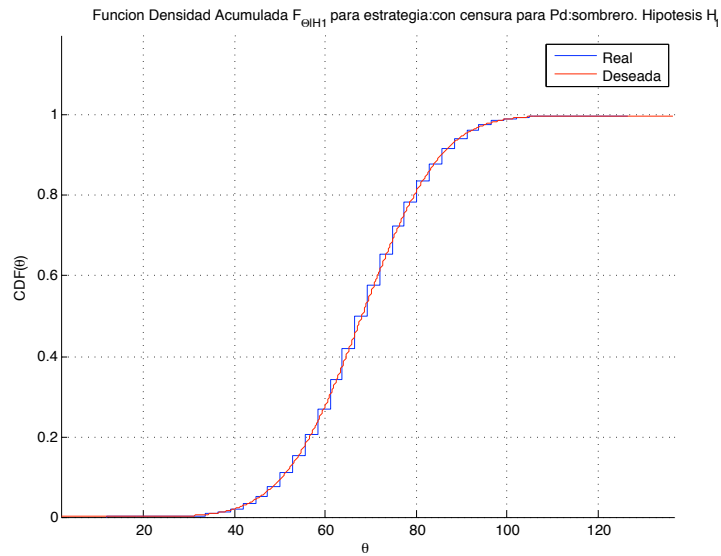


Figura 5.34: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : “sombrero cordobés” para una estrategia con censura.

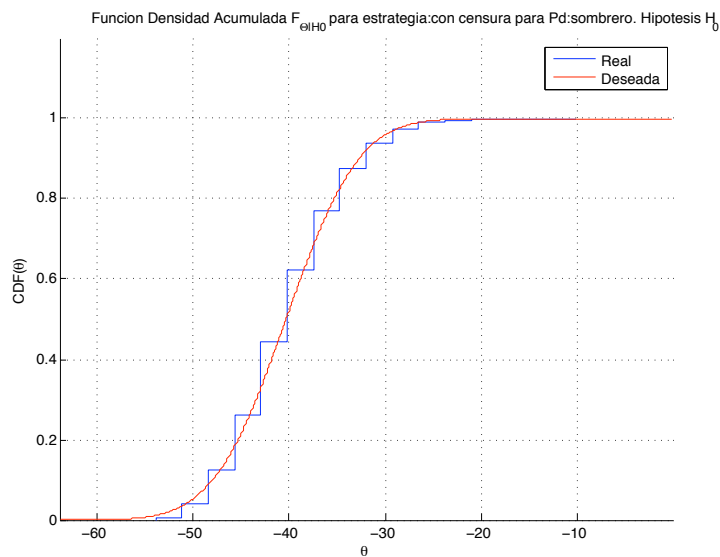


Figura 5.35: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : “sombrero cordobés” para una estrategia con censura.

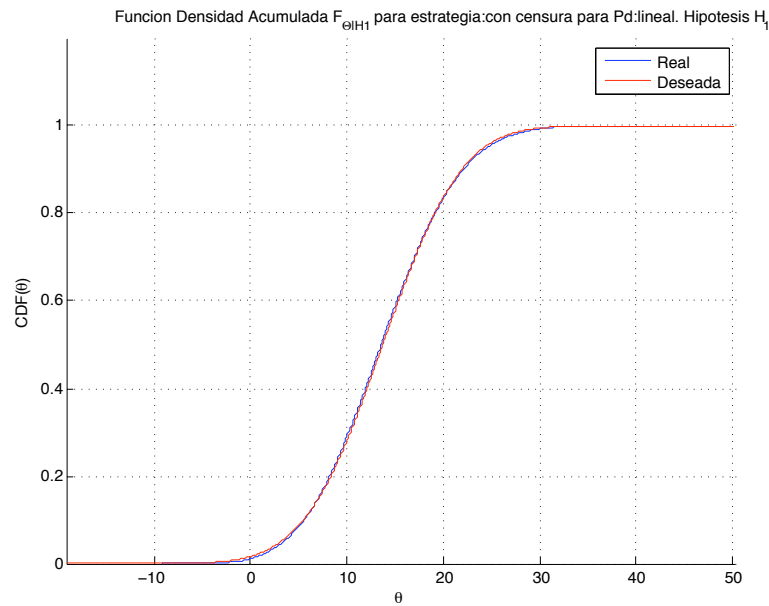


Figura 5.36: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : lineal para una estrategia con censura.

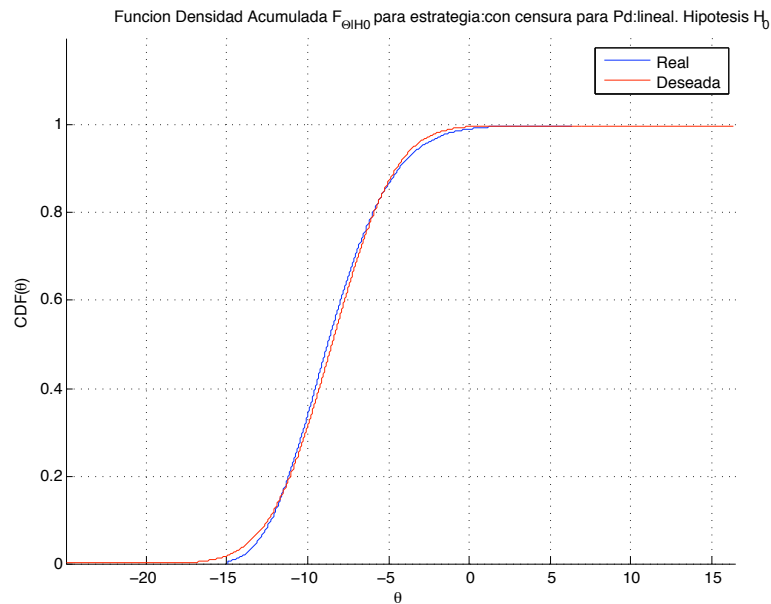


Figura 5.37: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : lineal para una estrategia con censura.

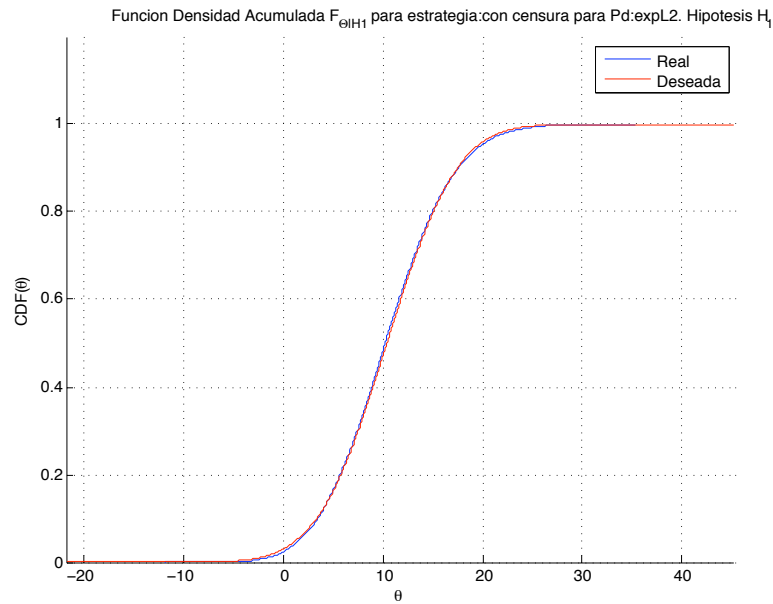


Figura 5.38: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 para una estrategia con censura.

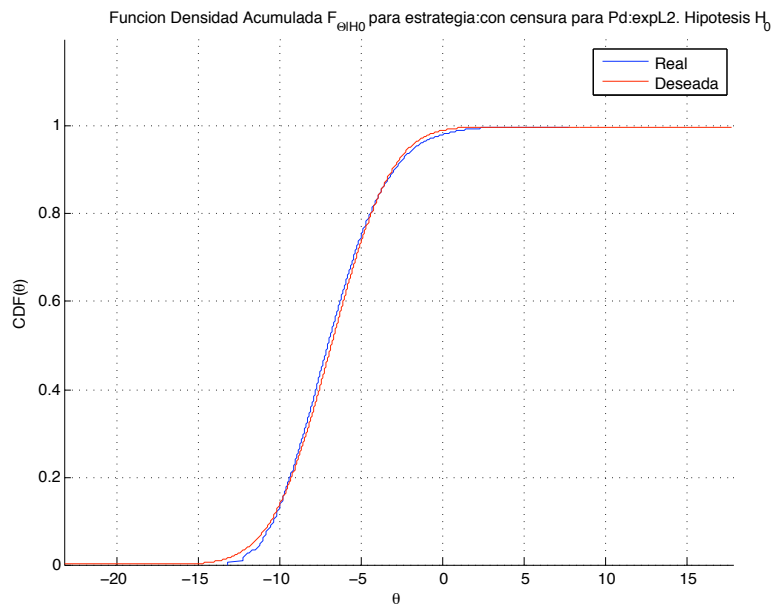


Figura 5.39: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 para una estrategia con censura.

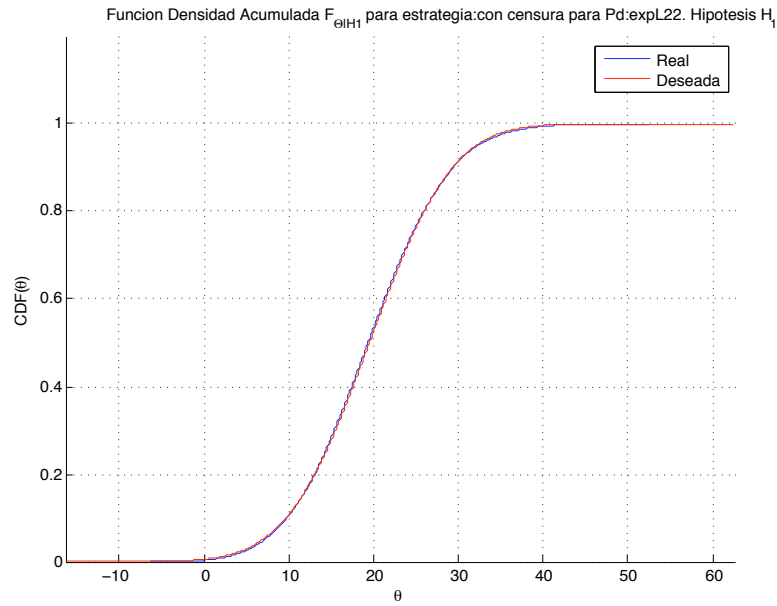


Figura 5.40: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado para una estrategia con censura.

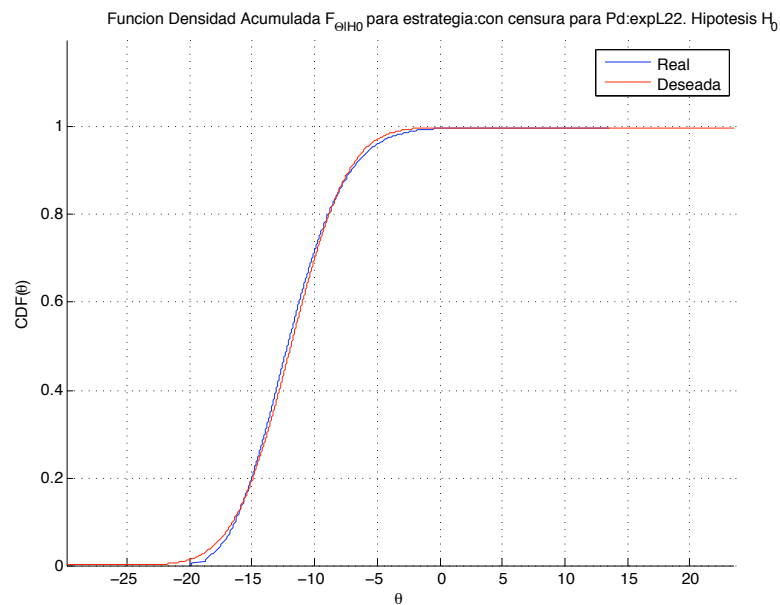


Figura 5.41: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado para una estrategia con censura.

En la tabla 5.2 se muestran los estadísticos K-S para las distribuciones condicionadas a las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  para una estrategia con censura. De los resultados podemos ver por una parte que las distribuciones condicionadas a la hipótesis  $H_1$  para los cuatro tipos de probabilidad de detección pertenecen a una distribución gaussiana ya que el estadístico K-S es muy cercano a 0. Por otra parte se observa que las distribuciones condicionadas a la hipótesis  $H_0$  no cumplen la asunción de gaussianidad para ninguna de las probabilidades de detección ya que el estadístico K-S tiene valores altos para todas las  $p_d$ .

Gráficamente en las figuras 5.34, 5.36, 5.38 y 5.40 se observa un solapamiento casi completo entre las CDF simulada y sintética (deseada) para las cuatro probabilidades de detección bajo la hipótesis  $H_1$ , hecho que corrobora el resultado numérico del estadístico K-S obtenido en la tabla 5.2 bajo la hipótesis  $H_1$ .

En las figuras que representan las CDF bajo la hipótesis  $H_0$  se observa una diferencia notable entre las CDF sintética (deseada) y simulada. En particular para la probabilidad de detección “sombrero cordobés” la diferencia entre las CDF es muy notable. De la misma forma que al aplicar el teorema de pertenencia a una distribución  $\chi^2$  no es concluyente asumir la no pertenencia de las distribuciones condicionadas a  $H_0$  a una gaussiana ya que la distribución bajo  $H_0$  tiene un valor bajo y próximo a cero y gráficamente se observa que tiene una forma prácticamente gaussiana.

Se debe comentar que el aspecto escalonado de las CDF que se muestra en las figuras 5.35 y 5.34 es debido al carácter discreto de la distribución que se obtiene al utilizar la probabilidad de detección “sombrero cordobés” y no a la falta de muestras a la hora de construir el modelo.

Hipótesis	sombrero	lineal	expL2	expL22
$H_0$	0.75379	0.73517	0.84432	0.77978
$H_1$	0.083803	0.09595	0.11229	0.0938

Tabla 5.2: *Test Kolmogorov-Smirnov para estrategia con censura.*

### 5.3.3. Test $\chi^2$ en estrategia sin censura

A continuación se va a mostrar gráficamente el test  $\chi^2$  y se obtendrá una tabla con el test estadístico  $\chi^2$  para ambas distribuciones condicionadas a las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  para una estrategia sin censura.

En las figuras 5.42 y 5.43 se ha utilizado una probabilidad “sombbrero cordobés”. En las figuras 5.44 y 5.45 se ha utilizado una probabilidad de detección lineal. En las figuras 5.46 y 5.47 se ha usado una probabilidad de detección exponencial de norma 2. En las figuras 5.48 y 5.49 se ha usado una probabilidad de detección exponencial de norma 2 al cuadrado.

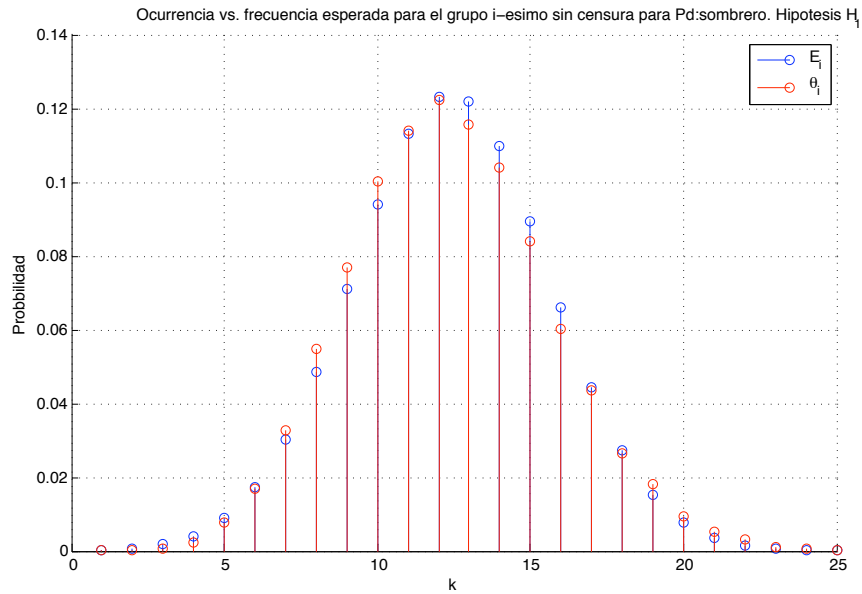


Figura 5.42: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  “sombrero cordobés”.

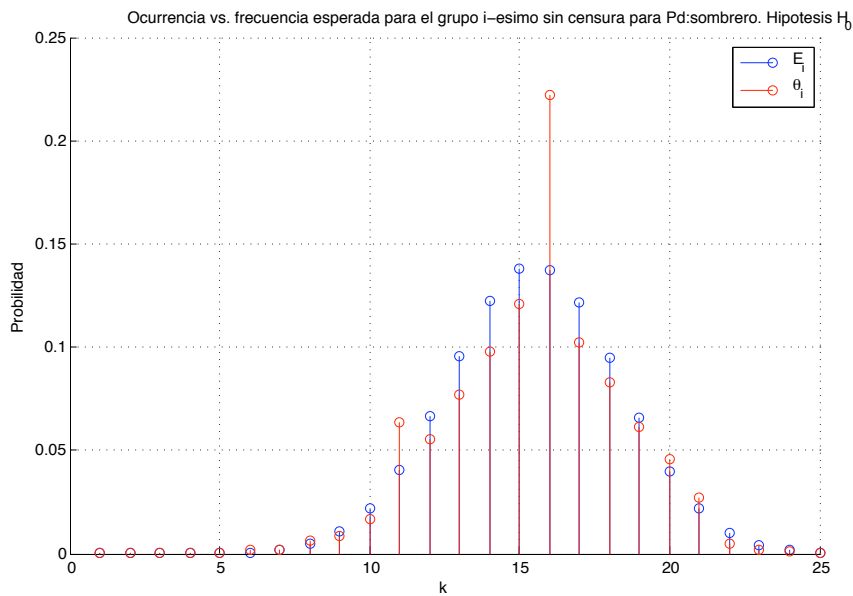


Figura 5.43: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  “sombrero cordobés”.

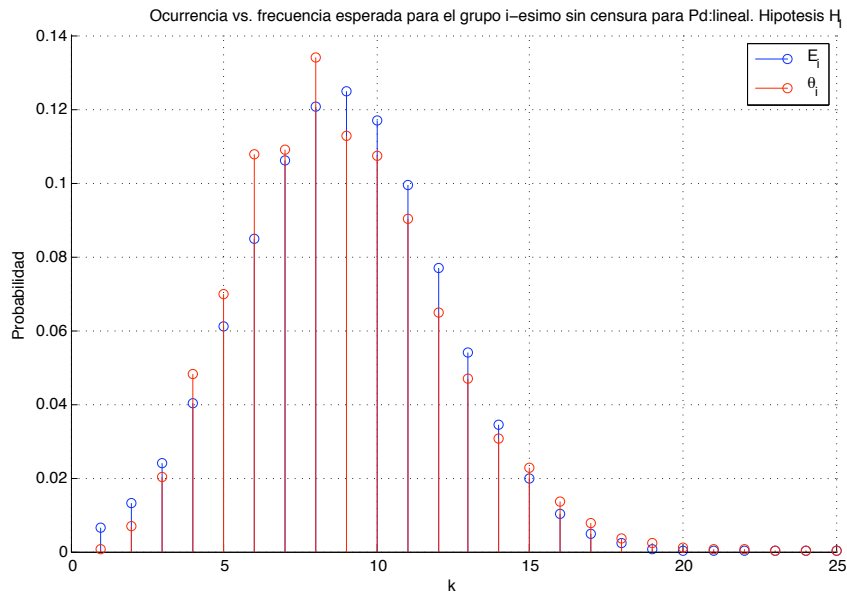


Figura 5.44: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  lineal.

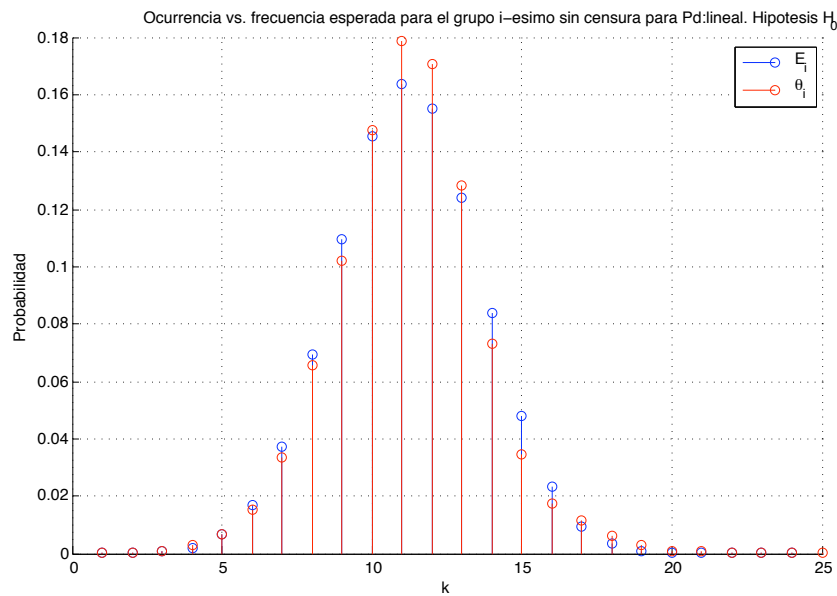


Figura 5.45: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  lineal.



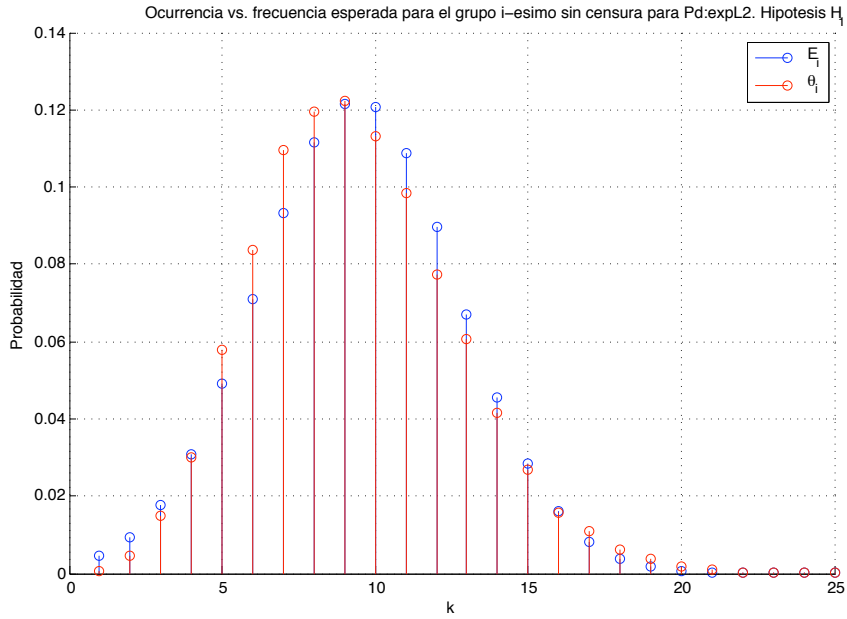


Figura 5.46: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2.

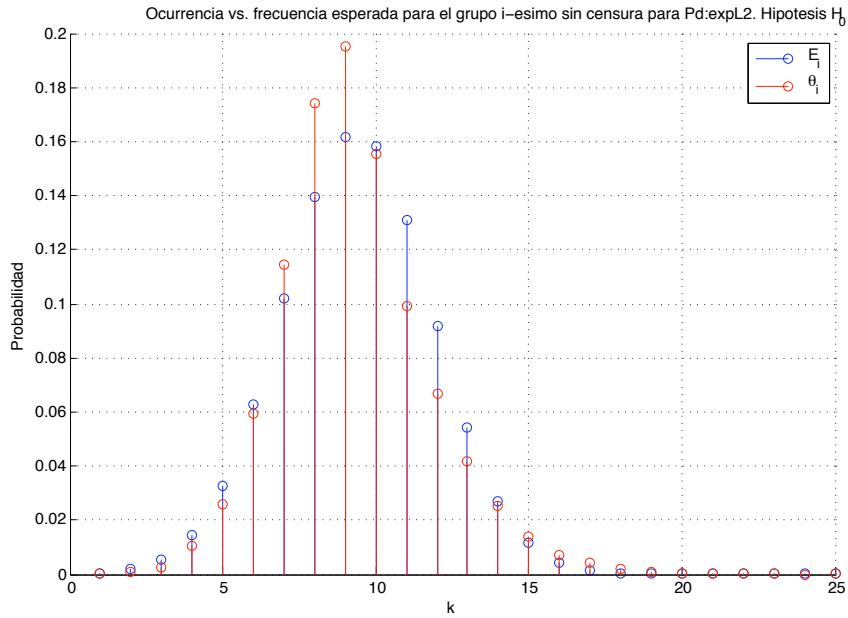


Figura 5.47: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2.

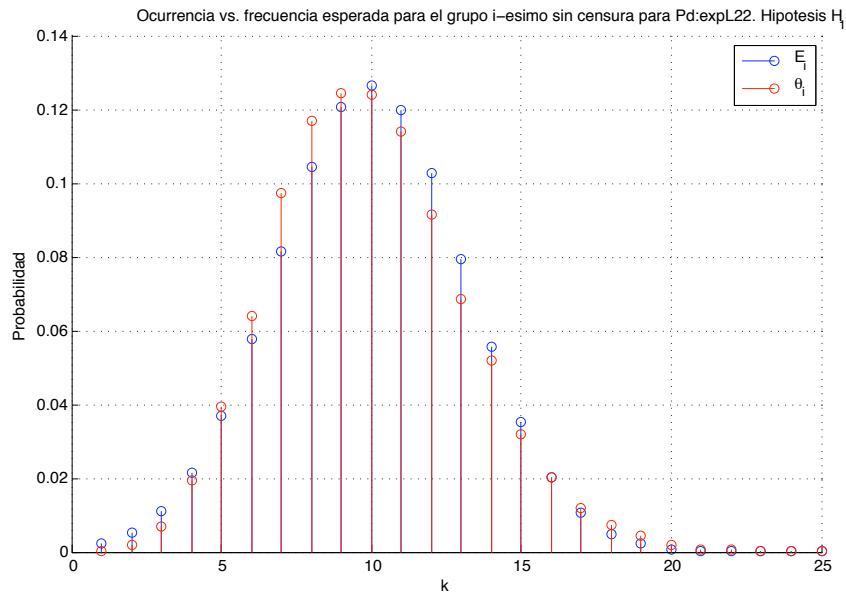


Figura 5.48: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 al cuadrado.

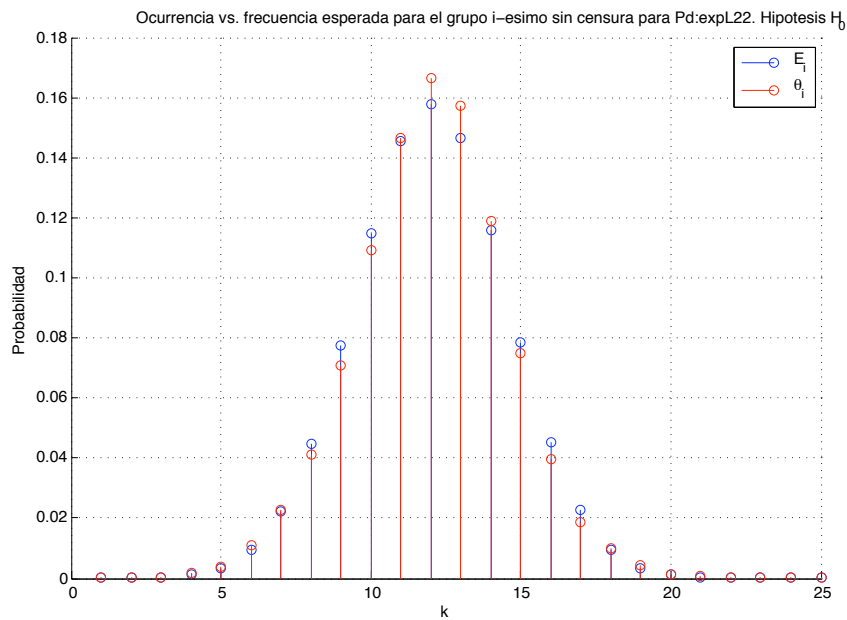


Figura 5.49: Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 al cuadrado.

La conclusión que se obtiene de la tabla 5.3 es que para una estrategia sin censura las distribuciones de  $H_0$  y  $H_1$  son gaussianas ya que el estadístico  $\chi^2$  es muy próximo a cero para todas las probabilidades de detección que se han estudiado.

Hipótesis	sombrero	lineal	expL2	expL22
$H_0$	0.06816	0.02070	0.08481	0.01268
$H_1$	0.01290	0.01782	0.03321	0.01857

Tabla 5.3: Test  $\chi^2$  para estrategia sin censura.

#### 5.3.4. Test Kolmogorov-Smirnov en estrategia sin censura

En esta sección al igual que en la sección 5.3.2 se va a presentar por un lado la CDF de las distribuciones  $LLR_{\Theta|H_i}(\boldsymbol{\theta}|H_i)$  considerando ahora una estrategia con censura para las probabilidades de detección que se estudian en este trabajo condicionadas a las hipótesis  $H_1$  y  $H_0$  respectivamente. Además se mostrarán la correspondiente CDF para cada caso asumiendo gaussianidad en la distribución.

En primer lugar se ha utilizado la probabilidad de detección “sombrero cordobés” en las figuras 5.50 y 5.51. En las figuras 5.52 y 5.53 se ha usado una probabilidad de detección lineal. En las figuras 5.54 y 5.55 se ha utilizado una probabilidad de detección exponencial de norma 2. Por último la probabilidad de detección exponencial de norma 2 ha sido utilizada en las figuras 5.56 y 5.57.

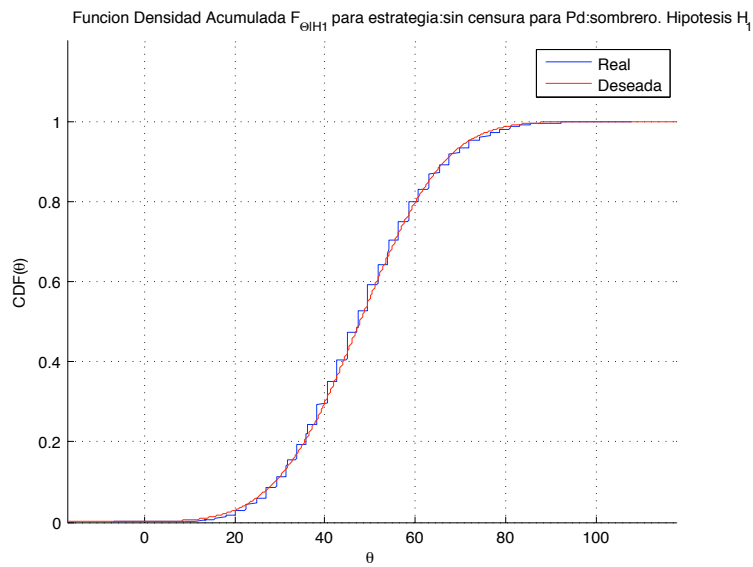


Figura 5.50: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : “sombrero cordobés” para una estrategia sin censura.

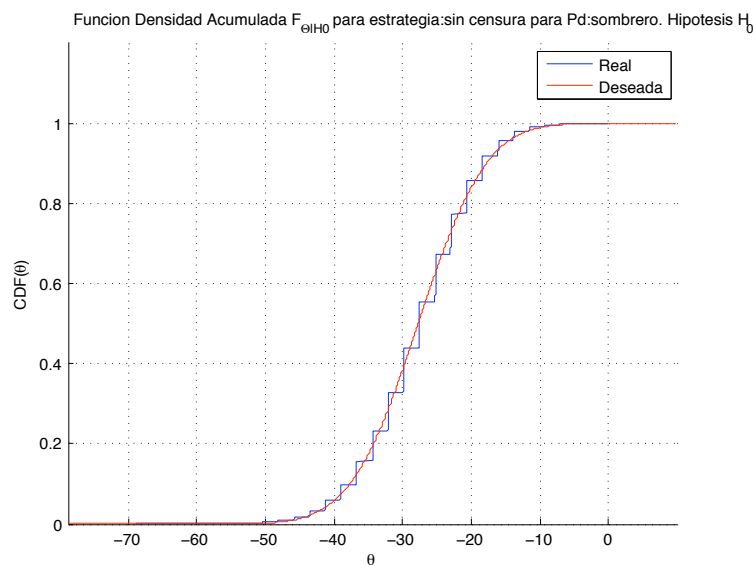


Figura 5.51: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : “sombrero cordobés” para una estrategia sin censura.

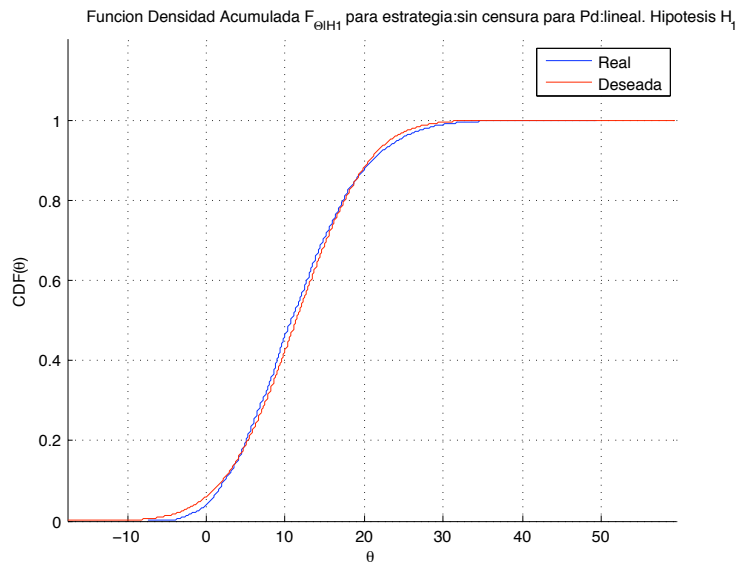


Figura 5.52: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : lineal para una estrategia sin censura.

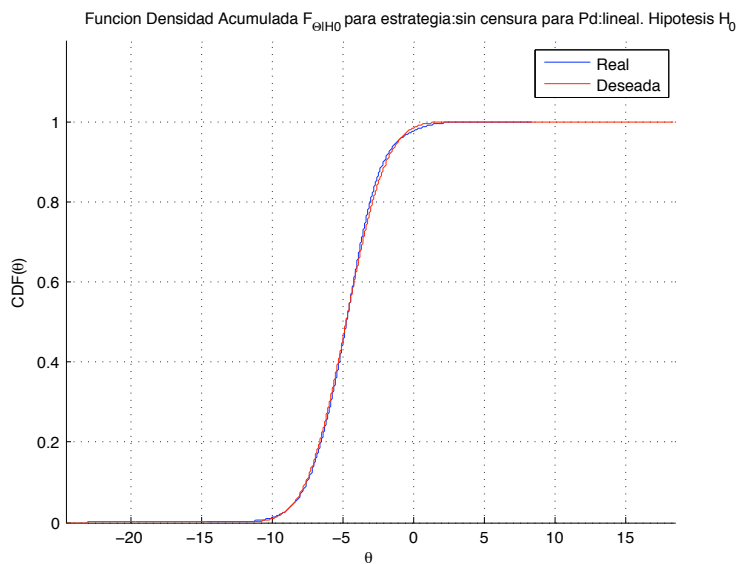


Figura 5.53: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : lineal para una estrategia sin censura.

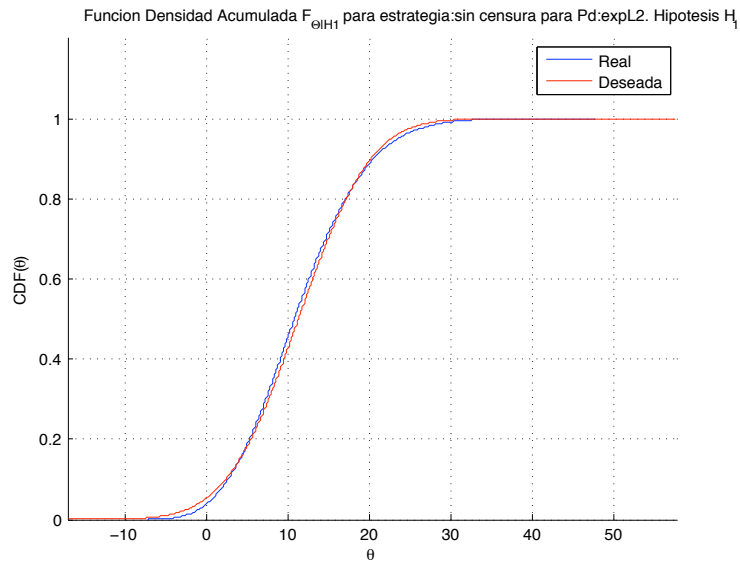


Figura 5.54: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 para una estrategia sin censura.

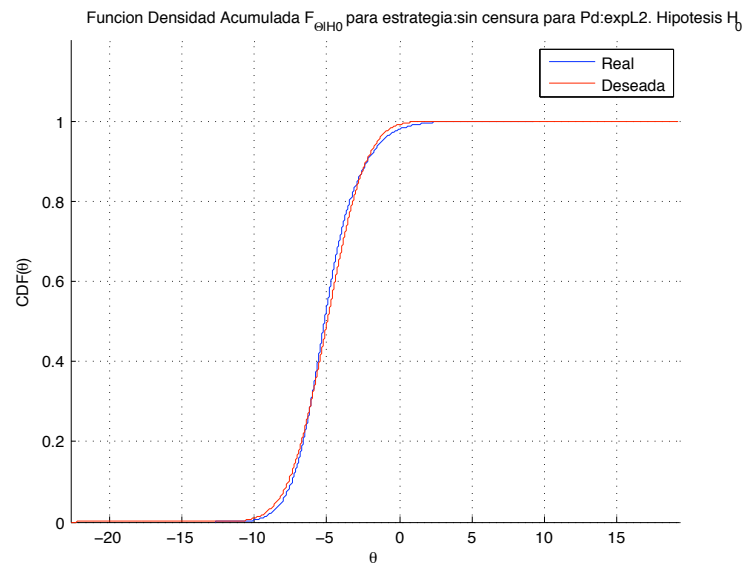


Figura 5.55: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 para una estrategia sin censura.

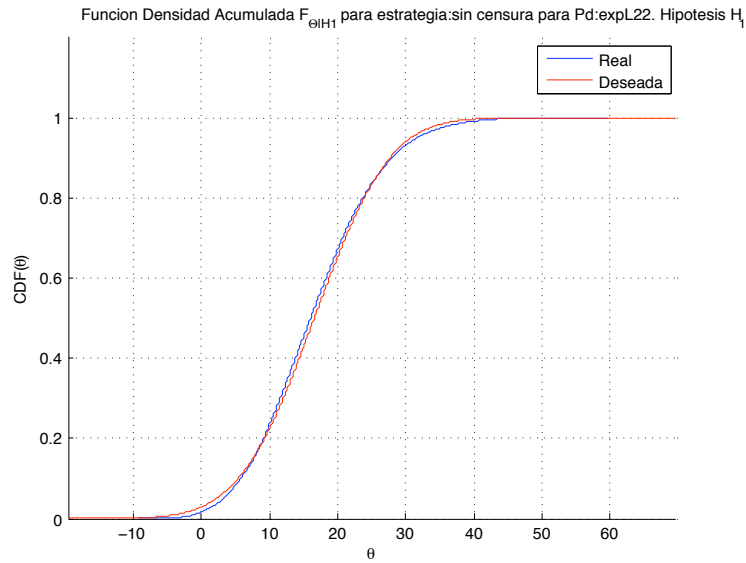


Figura 5.56: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado para una estrategia sin censura.

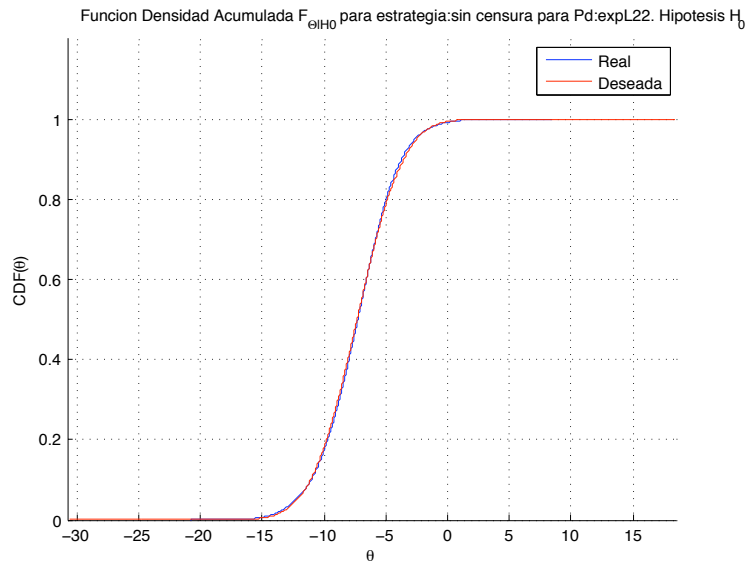


Figura 5.57: CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado para una estrategia sin censura.

Hipótesis	sombrero	lineal	expL2	expL22
$H_0$	0.12429	0.2247	0.261	0.1185
$H_1$	0.0506	0.1274	0.1212	0.0551

Tabla 5.4: *Test K-S para estrategia sin censura*

De la tabla 5.4 se obtiene la misma conclusión que utilizando el test  $\chi^2$ , es decir, las distribuciones condicionadas a las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  para las cuatro probabilidades de detección en una estrategia sin censura se aproximan a una distribución gaussiana ya que los valores del test K-S para las cuatro probabilidades es cercano a cero.

Del mismo modo que al utilizar el test K-S para una estrategia con censura el aspecto escalonado de las CDF para la probabilidad de detección “sombrero cordobés” que se muestra en las figuras 5.51 y 5.50 es debido al carácter discreto de la distribución que se obtiene utilizando el citado modelo, y no a la falta de muestras en su construcción.

### 5.3.5. Test gaussianidad variando número de sensores $l$

En esta sección se van a mostrar los estadísticos  $\chi^2$  y K-S cuando se varía el número de sensores desplegados,  $l$ , en la zona de estudio para las cuatro probabilidades de detección bajo estudio en este proyecto y para las estrategias de transmisión con censura y sin censura.

#### Test $\chi^2$ en estrategia sin censura variando número de sensores $l$

A continuación se muestra el estadístico  $\chi^2$  variando el número de sensores desplegados de 1 a 200, para cada una de las probabilidades de detección bajo estudio y para una estrategia de transmisión sin censura.



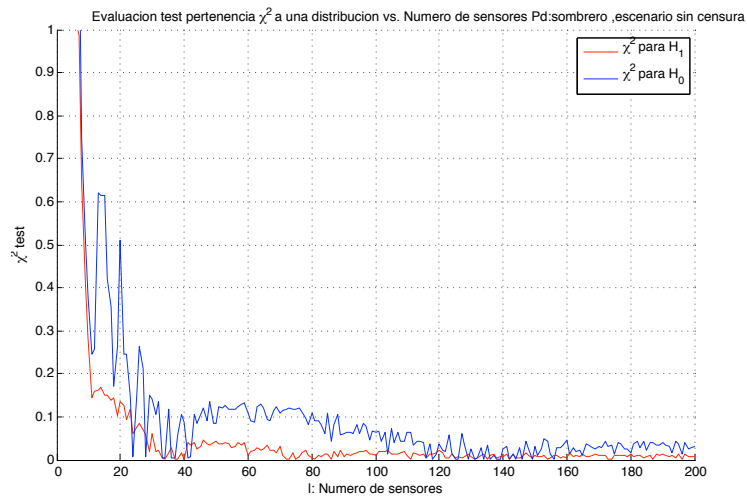


Figura 5.58: Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  “sombrero cordobés” para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura.

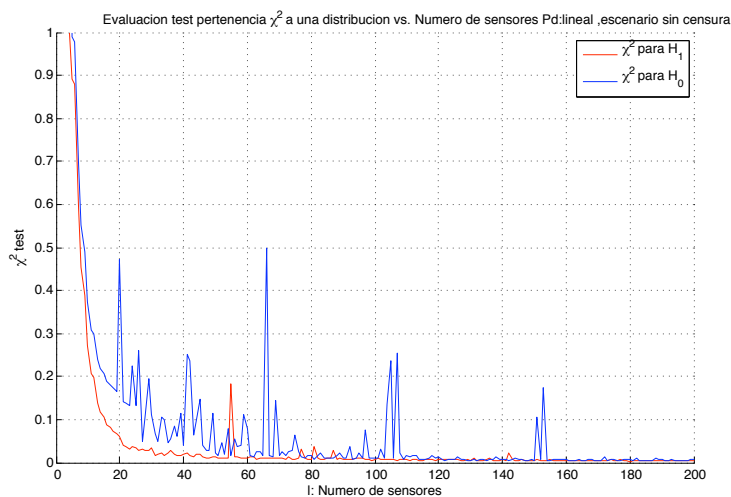


Figura 5.59: Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  lineal para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura.

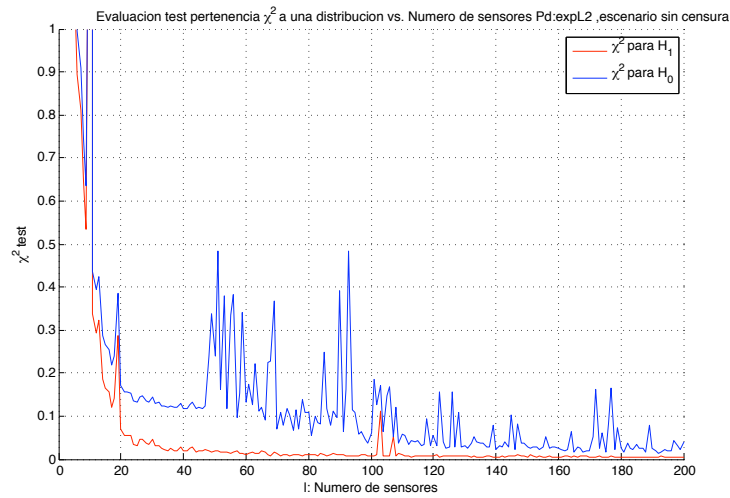


Figura 5.60: Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura.

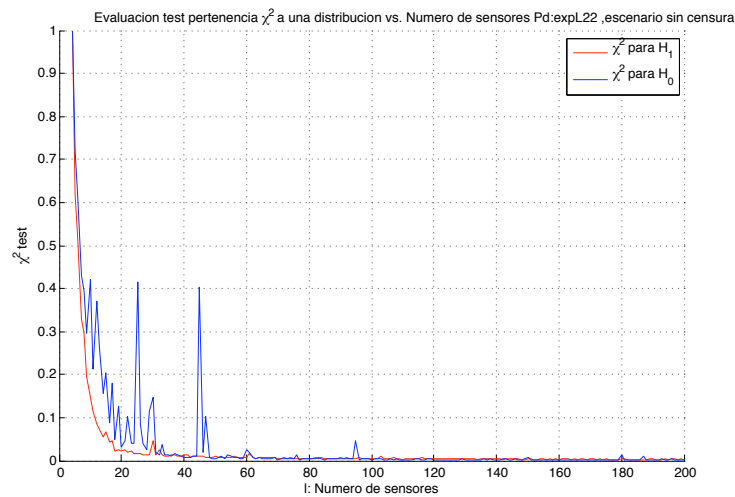


Figura 5.61: Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 al cuadrado para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura.

Es apreciable un decrecimiento constante del estadístico  $\chi^2$  cuando se incrementan el número de sensores.

Cuando el número de sensores es considerablemente alto, el estadístico  $\chi^2$  toma valores pequeños tanto para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ . Este resultado nos indica que a partir de un número de sensores desplegados podemos suponer que las distribuciones del LLR son gaussianas para ambas hipótesis para una estrategia sin censura.

### Test K-S en estrategia sin censura variando número de sensores $l$

A continuación se muestran el estadístico K-S variando el número de sensores desplegados de 1 a 200, para cada una de las probabilidades de detección bajo estudio y para una estrategia de transmisión sin censura.

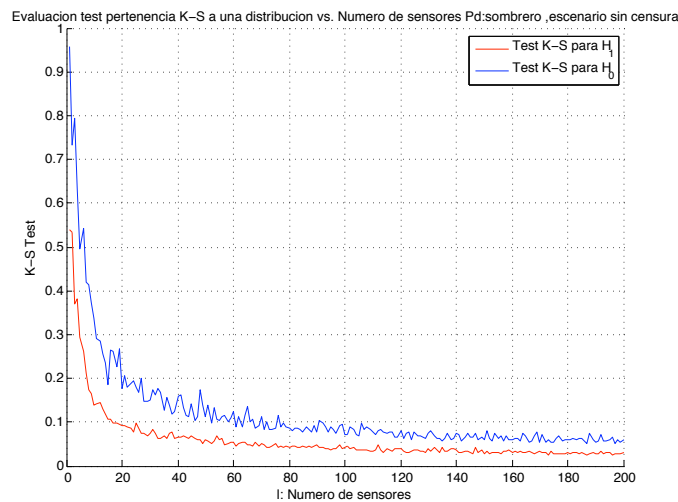


Figura 5.62: Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  “sombbrero cordobés” para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura.

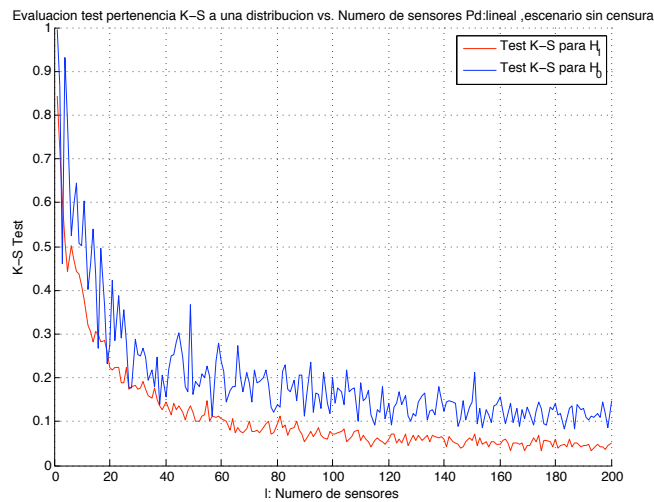


Figura 5.63: Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  lineal para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura.

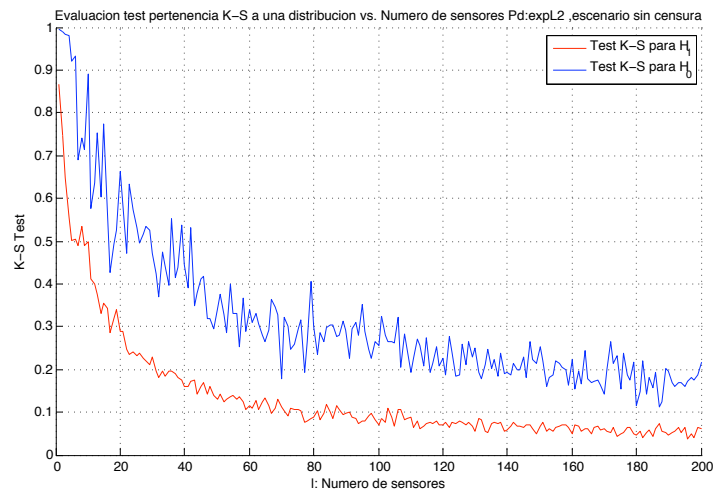


Figura 5.64: Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura.

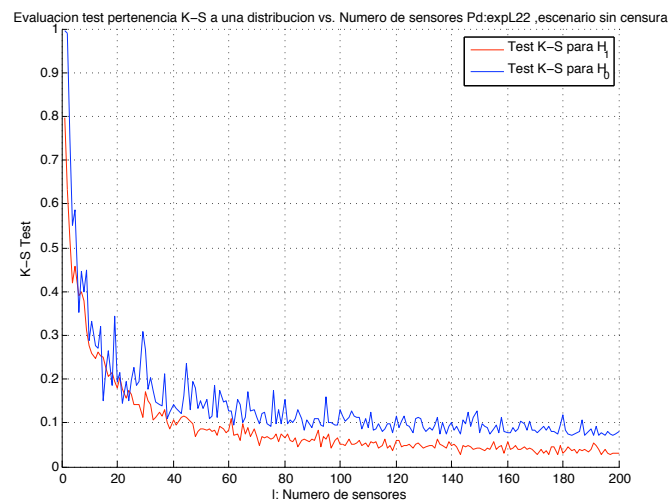


Figura 5.65: Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 al cuadrado para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura.

A partir de las figuras 5.62 a 5.65 observamos que cuando el número de sensores desplegados en la región de observación aumenta, el estadístico K-S disminuye para todas las probabilidades de detección bajo estudio y por lo tanto se puede asumir la pertenencia de las distribuciones tanto bajo  $H_0$  como para  $H_1$  a una distribución gaussiana siempre y cuando el número de sensores desplegados sea suficientemente alto. Se observa en todas las probabilidades de detección que el estadístico K-S para la hipótesis  $H_0$  es siempre mayor que para la hipótesis  $H_1$  aunque difieren en muy poco.

### **Test $\chi^2$ en estrategia con censura variando número de sensores $l$**

Se va a realizar un barrido del estadístico  $\chi^2$  variando los sensores de 1 a 160 sin pérdida de generalidad para una estrategia con censura.

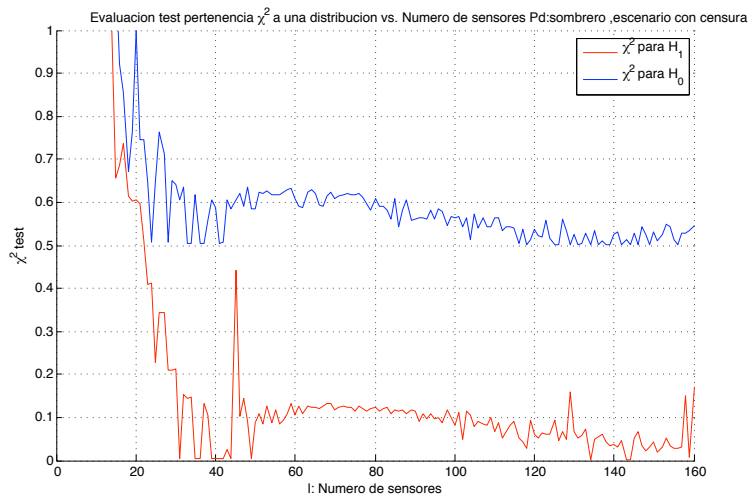


Figura 5.66: Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  “sombrero cordobés” para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura.

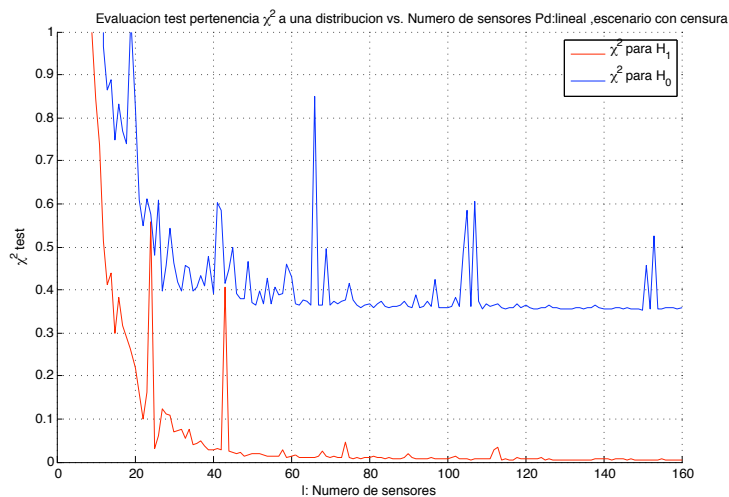


Figura 5.67: Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  lineal para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura.

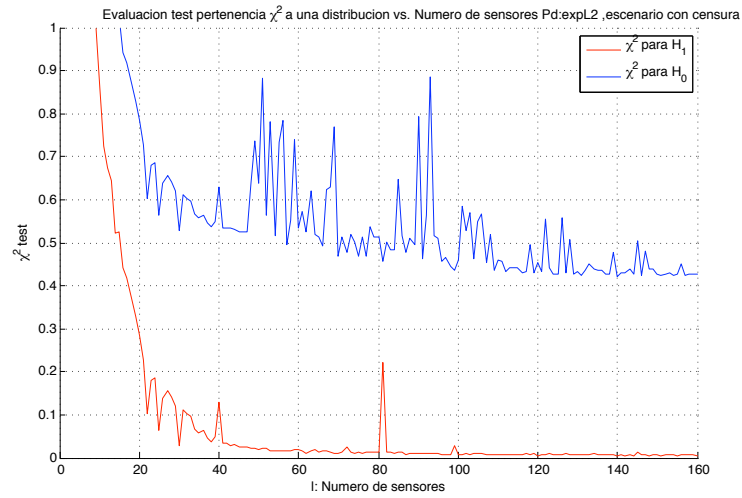


Figura 5.68: Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura.

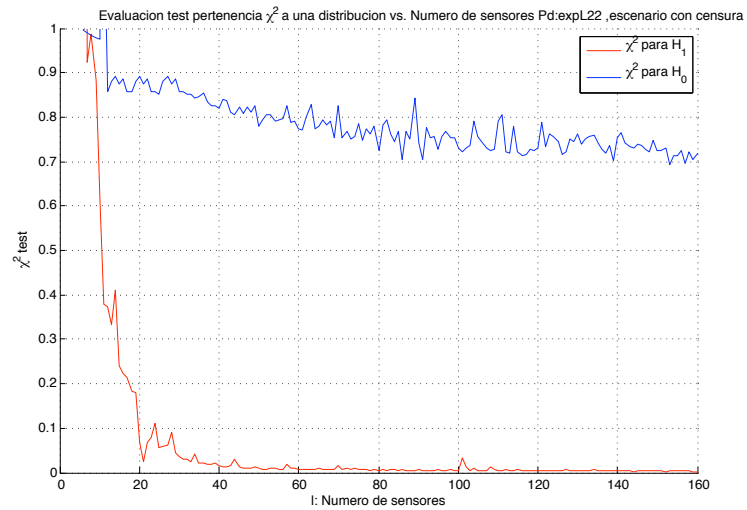


Figura 5.69: Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 al cuadrado para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura.



Utilizando el estadístico  $\chi^2$  para la estrategia con censura se observa que el estadístico para la hipótesis  $H_0$  es mucho más alto que para la hipótesis  $H_1$ , es decir que la distribución condicionada a la hipótesis  $H_1$  cuando el número de sensores es muy grande es gaussiana. Por otra parte para la hipótesis  $H_0$  el estadístico  $\chi^2$  no es lo pequeño que se desearía aunque sí que se puede intuir una cierta tendencia a decrecer aumentando el número de sensores desplegados en la región, por lo tanto existe una tendencia a la gaussianidad por parte de la distribución condicionada a la hipótesis  $H_0$  al aumentar el número de sensores.

### **Test K-S en estrategia con censura variando número de sensores $l$**

A continuación se muestran el estadístico K-S variando el número de sensores desplegados de 1 a 160, para cada una de las probabilidades de detección bajo estudio y para una estrategia de transmisión con censura.

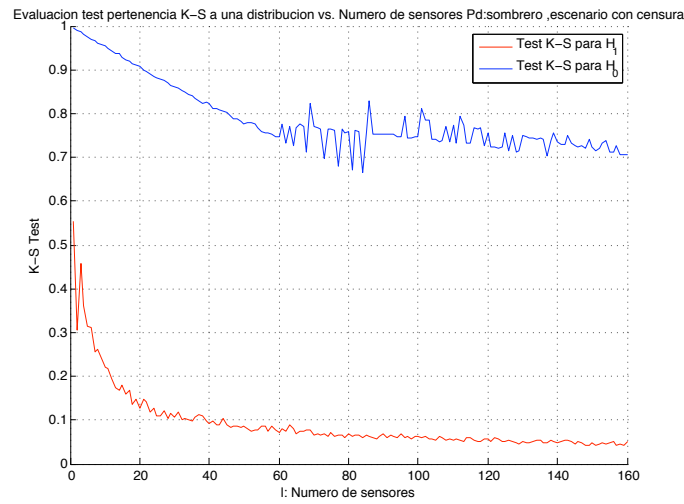


Figura 5.70: Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  “sombbrero cordobés” para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura.

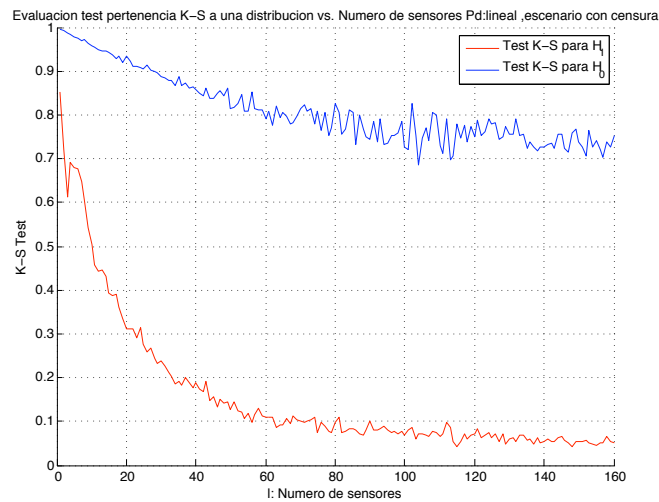


Figura 5.71: Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  lineal para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura.

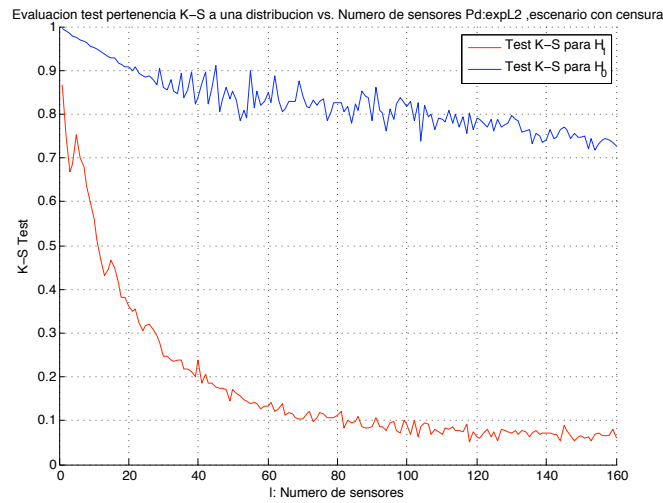


Figura 5.72: Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura.

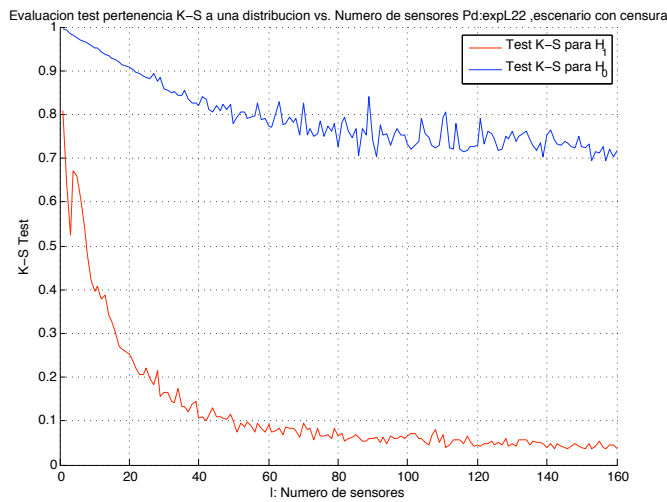


Figura 5.73: Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 al cuadrado para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura.

Para las cuatro probabilidades de detección bajo la hipótesis  $H_1$  cuando se aumentan el número de sensores el estadístico K-S decrece linealmente y oscila considerablemente. Por otro lado, el estadístico K-S bajo la hipótesis  $H_1$  decrece exponencialmente, con pocas oscilaciones como se observa en la figura 5.72.

Al utilizar el estadístico K-S en función del número de sensores desplegados se obtiene que el estadístico K-S condicionado a la hipótesis  $H_1$  es siempre más bajo que para la hipótesis  $H_0$ . El motivo de este comportamiento se debe a que la distribución  $H_1$  es aproximadamente gaussiana. Por otro lado bajo distribución condicionada a  $H_0$  el estadístico K-S no decrece de la misma forma que bajo  $H_1$  aunque si que se intuye una tendencia hacia una gaussianidad conforme se aumenta el número de sensores en la región.

## 5.4. Consumo de energía

Como se ha estudiado en la sección 4.2 una buena forma de medir las prestaciones es utilizando la divergencia  $J(H_0||H_1)$ . Por lo tanto la mejor estrategia será aquella que tenga una mayor divergencia simétrica. En esta sección evaluaremos la divergencia simétrica por gasto de energía, es decir, la divergencia  $J$  entre el número de sensores que intentan transmitir según el escenario en el que nos encontremos y para las distintas probabilidades de detección que se contemplan en el marco de este Proyecto.

### 5.4.1. Prestaciones asintóticas normalizadas

En la sección 4.2 se presentó la divergencia  $J$  como figura de mérito para medir las prestaciones de una red de sensores. Para obtener la relación entre prestaciones y consumo de energía, se pondera la divergencia  $J$  por el número de sensores que intentan transmitir que se denotará como  $L^T$ . Como se ha explicado anteriormente el consumo de energía es proporcional al número de sensores que intentan transmitir ya que la mayor parte de la energía se consume en el proceso de la transmisión por radio [Doherty et al., 2001].

Para el escenario con censura para calcular  $L^T$  es necesario considerar a priori cual es la hipótesis correcta, es decir, conocer  $p_{D|i}$ . Para la hipótesis  $H_1$ ,

es decir, cuando hay un blanco presente, el número de sensores que intentan transmitir para la estrategia de comunicación sin censura es:

$$L_{sc|H_1}^T = l \cdot p_s \quad (5.1)$$

y para la estrategia de comunicación con censura es:

$$L_{cc|H_1}^T = l \cdot p_s \cdot p_{D|1} \quad (5.2)$$

Para la hipótesis  $H_0$ , es decir, cuando no hay agente presente, el número de sensores que intentar transmitir para la estrategia de comunicación sin censura es:

$$L_{sc|H_0}^T = l \cdot p_s \quad (5.3)$$

y para la estrategia de comunicación con censura es:

$$L_{cc|H_0}^T = l \cdot p_s \cdot p_{D|0} \quad (5.4)$$

Cuando la estrategia de comunicación es sin censura el número de sensores que intentan transmitir es el mismo para las dos hipótesis

### 5.4.2. Prestaciones vs. energía

Para cada modelo de probabilidad de detección, se va a representar las prestaciones partido gasto energético para las dos estrategias de comunicación propuestas en función del radio de la región.

Se han considerado los siguientes parámetros:

- Probabilidad de sensado  $p_s = 0.5$ .
- Probabilidad de error de transmisión o acceso al medio  $p_e = 0.01$ .
- Densidad de sensores desplegados  $\rho = \frac{100}{\pi}$ .
- Probabilidad de falsa alarma  $\alpha = 0.1$ .

- Probabilidad de no detección  $\beta = 0.1$ .
- Radio efectivo del sensor  $r_0 = 1$  y  $\theta = 2$

Las prestaciones de un escenario u otro son caracterizados por la divergencia  $J$ . Cuanto mayor es la divergencia  $J$  mejor estrategia tenemos.

En la figura 5.74 se compara la potencia discriminativa ponderada por el consumo de energía (caracterizado por el número de sensores que intentan transmitir) para la hipótesis  $H_0$ , es decir cuando no hay blanco presente, y para una probabilidad de detección “sombrero cordobés”.

En la figura 5.75 se compara la potencia discriminativa en función del consumo de energía (ponderado por el número de sensores que intentan transmitir) para la hipótesis  $H_1$  es decir cuando hay blanco presente y para una probabilidad de detección “sombrero cordobés”.

En este caso, si se tiene en cuenta el consumo medio de energía bajo la hipótesis  $H_0$ , en la que el número de sensores que detectan es alto, en principio la estrategia sin censura es mejor, pero al aumentar el área de la región  $D$  por encima del rango del sensor, llega un momento (en este caso en torno a  $R = 1.3$ ), en el que la estrategia censurada ofrece un mejor balance entre potencia de discriminación y consumo de energía.

En cambio, si se tiene en cuenta el consumo medio de energía bajo la hipótesis  $H_1$  es la estrategia con censura la que ofrece un mejor compromiso entre energía consumida y potencia discriminativa todo el tiempo.

Si observamos el compromiso entre divergencia y consumo de energía para las dos hipótesis, figuras 5.74 y 5.75, vemos que el compromiso para la estrategia sin censura es igual para ambas hipótesis. Este hecho es debido a que el número de sensores que intentan transmitir bajo  $H_1$  y  $H_0$  es el mismo. Esto ocurrirá en función de los demás parámetros y para todos los modelos de probabilidad que se contemplan en este trabajo. En cambio para la estrategia con censura no es así, y para obtener las prestaciones medias hay que conocer la probabilidad a priori de cada hipótesis.

Las figuras 5.76 y 5.77 comparan la potencia discriminativa en función del consumo de energía (ponderado por el número de sensores que intentan transmitir) para la hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  respectivamente para una probabilidad de detección lineal.

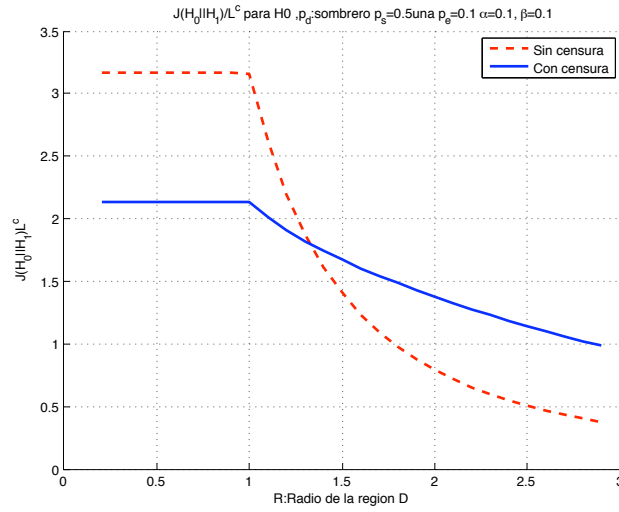


Figura 5.74: Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo “sombrero cordobés” y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ .

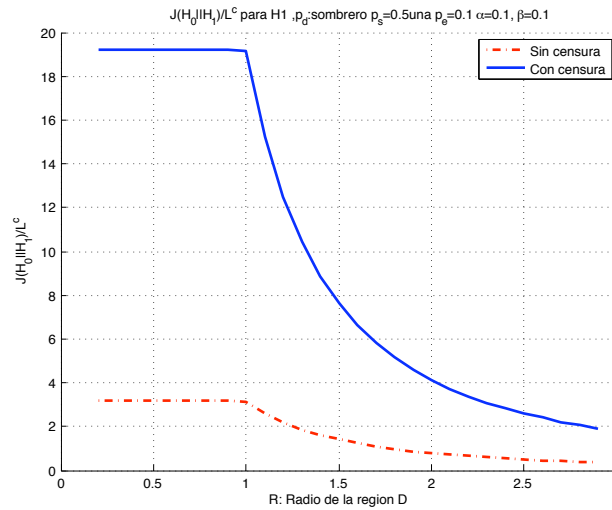


Figura 5.75: Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo “sombrero cordobés” y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ .

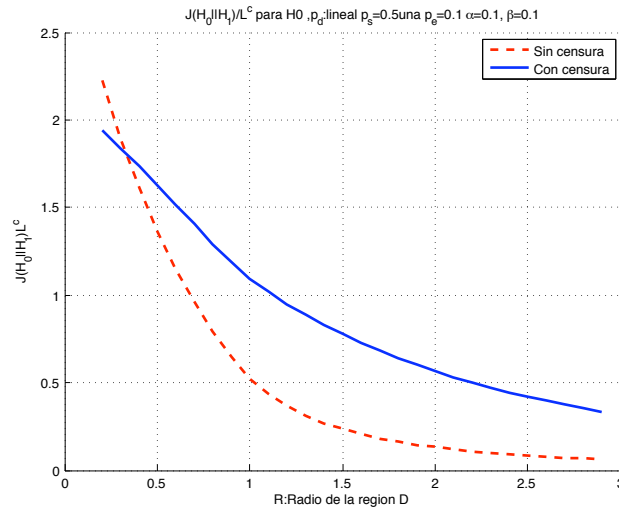


Figura 5.76: Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo lineal y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio del área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ .

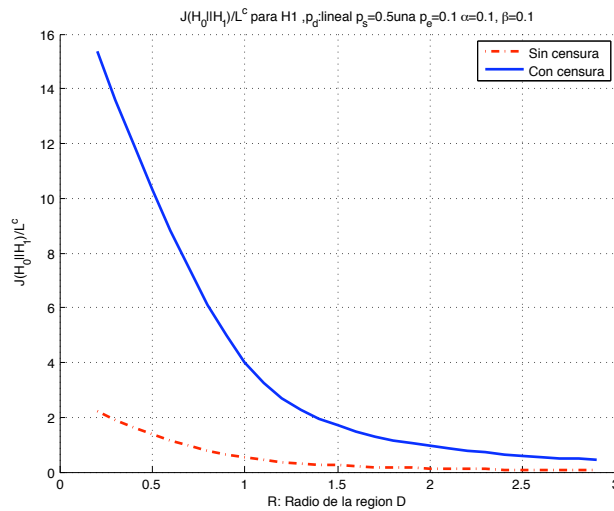


Figura 5.77: Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo lineal y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio del área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ .



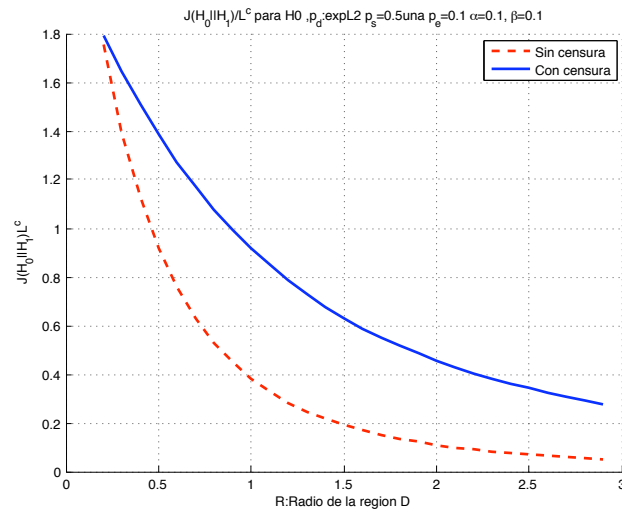


Figura 5.78: Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio del área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ .

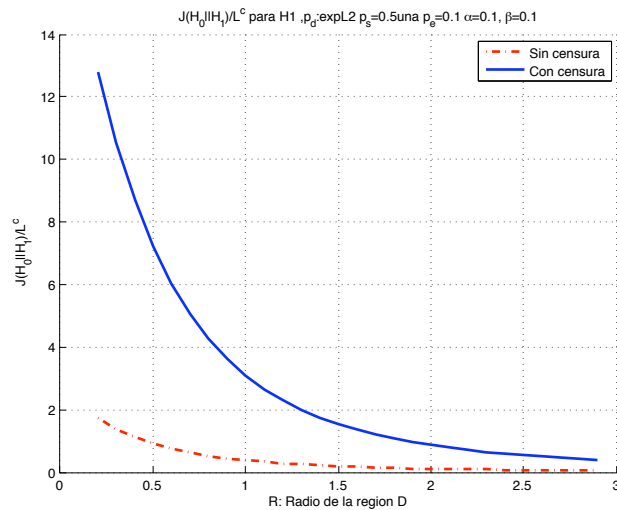


Figura 5.79: Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio del área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ .

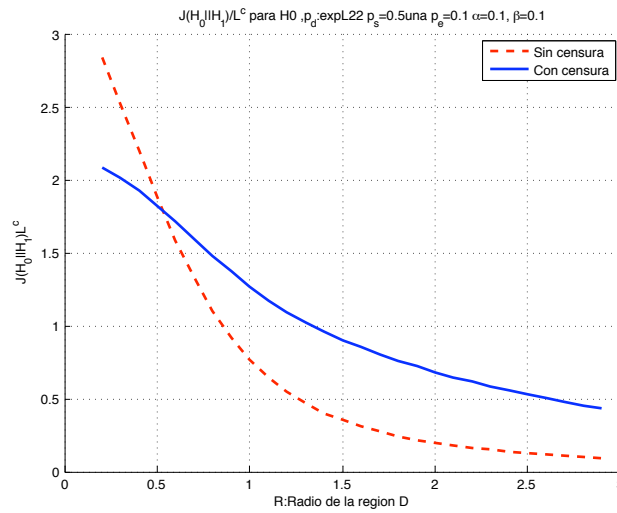


Figura 5.80: Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio del área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ .

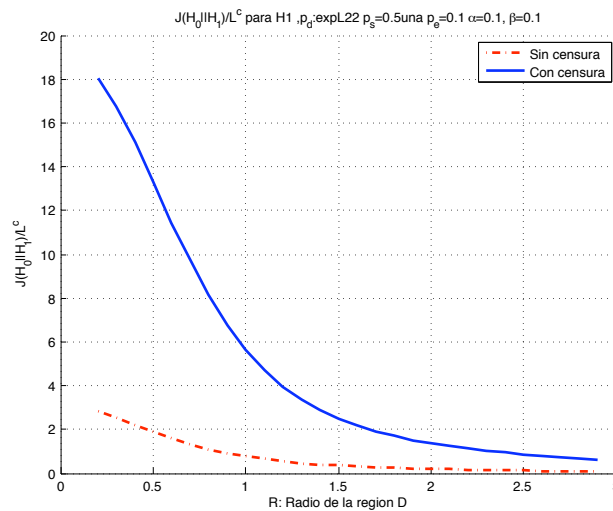


Figura 5.81: Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ .

En la figura 5.76 donde se considera una probabilidad de detección lineal y bajo la hipótesis de  $H_0$ , se tiene el mismo comportamiento que en el caso del “sombrero cordobés” donde la estrategia sin censura es mejor, al principio, pero conforme el radio se aumenta el comportamiento con censura ofrece un mejor comportamiento (en este caso a partir de  $R = 0.36$ ).

Bajo la hipótesis  $H_1$  la estrategia censurada ofrece un mejor compromiso entre divergencia y gasto de energía para toda la región de exploración. La razón de que esto ocurra es porque el número de sensores con lecturas negativas es alto, por lo que el número de sensores que intentan transmitir es mucho mayor en el caso sin censura,  $L_{sc}^T$ , que con censura  $L_{cc}^T$ . Por lo tanto, el caso de la hipótesis  $H_1$ , en todo momento la estrategia con censura es mejor que la sin censura para una probabilidad de detección lineal.

Las figuras 5.78 y 5.79, 5.80 y 5.81 comparan la potencia discriminativa en función del consumo de energía (ponderado por el número de sensores que intentan transmitir) para la hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  respectivamente para una probabilidad de detección exponencial de norma 2 y exponencial de norma 2 al cuadrado.

En la figura 5.78 se observa que para la hipótesis  $H_0$  la estrategia sin censura es mejor hasta un radio de  $R = 0.5$ , a partir de este valor la estrategia con censura ofrece un mejor compromiso entre divergencia y consumo de energía.

Por otro lado en la figura 5.79 la estrategia censurada ofrece un mejor compromiso entre divergencia y gasto de energía para toda la región de exploración para la hipótesis  $H_1$  y con una probabilidad de detección exponencial de norma 2.

Para la hipótesis  $H_0$  en la figura 5.80 la estrategia sin censura es mejor hasta un radio de  $R = 0.3$ , a partir de este valor la estrategia con censura ofrece un mejor compromiso entre divergencia y consumo de energía.

En la figura 5.81 la estrategia censurada ofrece un mejor compromiso entre divergencia y gasto de energía para toda la región de exploración para la hipótesis  $H_1$  y con una probabilidad de detección exponencial de norma 2 al cuadrado.

Lo que se ha hecho hasta es representar la divergencia simétrica entre la energía consumida para las distintas hipótesis y distintas probabilidades de detección. A continuación vamos a comparar los resultados obtenidos con la probabilidad de detección por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) que se obtiene mediante la simulación de la red de sensores.

Utilizando la divergencia  $J$  para las distintas probabilidades de detección se ha obtenido un criterio para elegir una estrategia con censura o sin censura según el radio de la región. El objetivo de comparar dichos resultados con un entorno simulado es ver si se alcanza el mismo criterio de decisión, con el objetivo de poder prescindir de la simulación de la red y utilizar el criterio de selección de estrategia que se obtiene basándonos únicamente en la divergencia  $J$  como medida de prestaciones.

A continuación se presenta la probabilidad de detección ponderado por el consumo de energía para los cuatro tipos de probabilidad de detección y para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ .

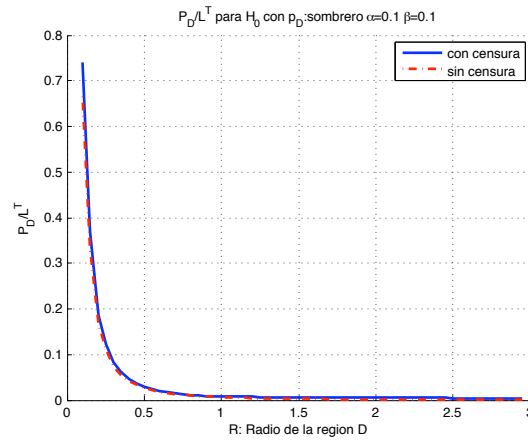


Figura 5.82: Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo “sombrero cordobés” y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ .

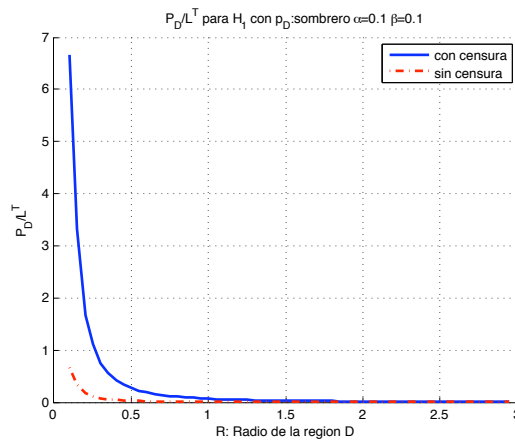


Figura 5.83: Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo “sombrero cordobés” y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ .

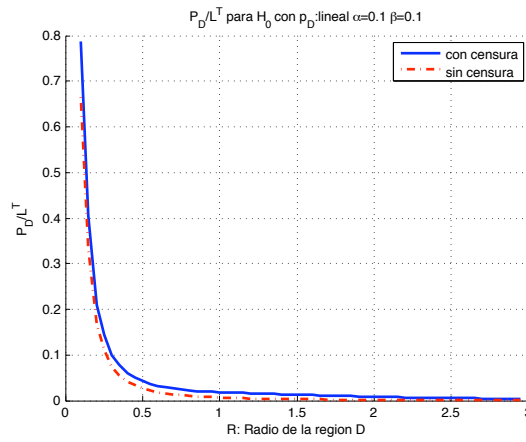


Figura 5.84: Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo lineal y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ .

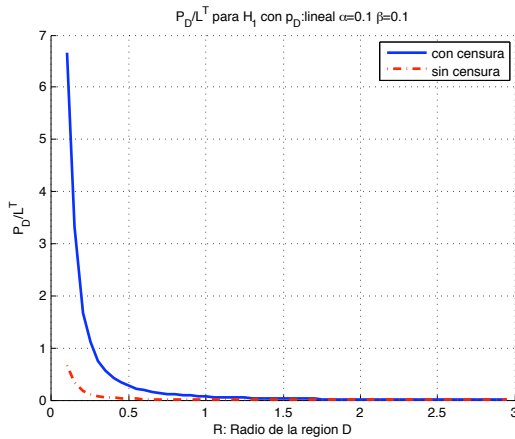


Figura 5.85: Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo lineal y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ .

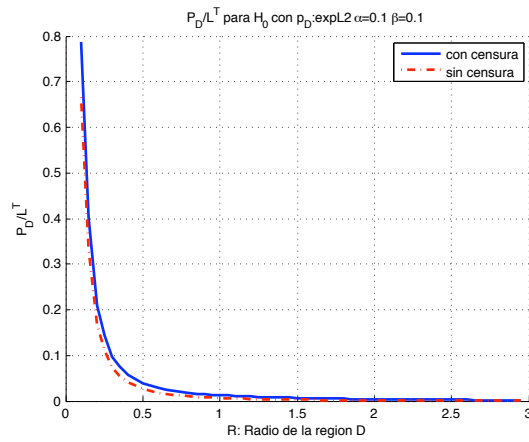


Figura 5.86: Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ .

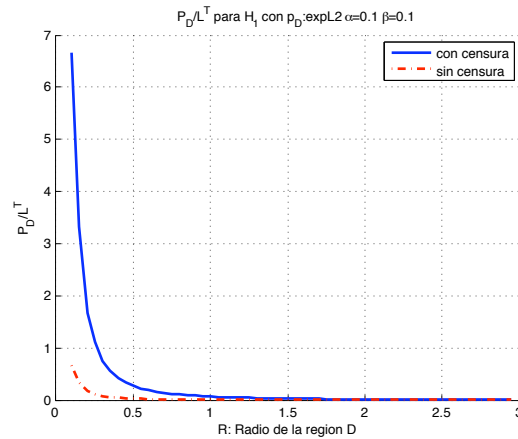


Figura 5.87: Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ .

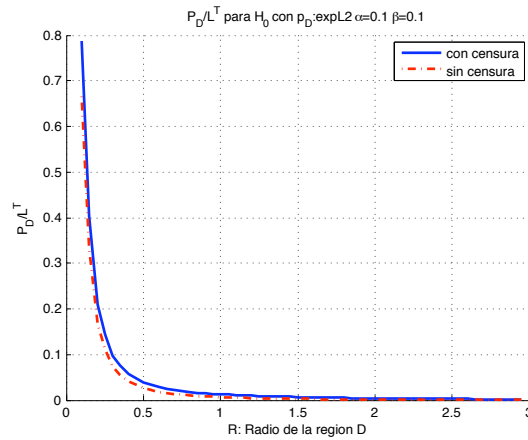


Figura 5.88: Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ .

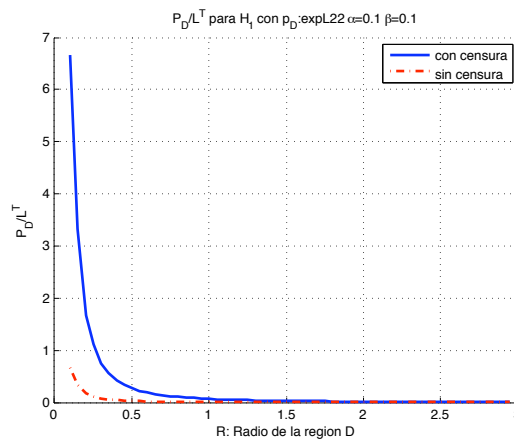


Figura 5.89: Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ .



En las figuras 5.82 a 5.89 se observa que bajo la hipótesis  $H_1$  la estrategia con censura es siempre mejor en términos de probabilidad de detección ponderado por consumo de energía. Utilizando la divergencia  $J$  se obtiene el mismo resultado.

Mediante la probabilidad de detección ponderada por la energía bajo  $H_0$  no es posible obtener de forma clara un criterio como el que se obtiene utilizando la divergencia  $J$ .

### 5.4.3. Criterio de diseño de estrategia según probabilidad agente en la región

En esta sección se va a exponer un criterio de diseño para elegir la estrategia más conveniente en términos de prestaciones/energía si en un escenario se conoce la probabilidad de que se encuentre un agente en la región. es decir,  $P(H_1)$ . Este apartado nos relacionará por una lado la probabilidad de que exista un agente en una región y por otro las prestaciones/energía consumida.

Se va a definir un umbral  $\pi^{th}$  que nos servirá como criterio de diseño de la estrategia de transmisión según el valor de  $P(H_1)$ . Es decir para valores de  $P(H_1)$  mayores que  $\pi^{th}$ , seleccionaremos una estrategia de transmisión y para valores inferiores seleccionaremos la contraria.

Este umbral se obtiene igualando por un lado la divergencia  $J$  partido de Energía consumida en una estrategia sin censura a divergencia  $J$  para una estrategia con censura partido de la Energía consumida por una estrategia con censura:

$$\frac{J(H_0||H_1)^{sc}}{L_{sc|H_1}^T} = \frac{J(H_0||H_1)^{cc}}{(1 - \pi^{th}) \cdot L_{cc|H_0}^T + \pi^{th} \cdot L_{cc|H_1}^T} \quad (5.5)$$

y despejando obtenemos,

$$\pi^{th} = \frac{J(H_0||H_1)^{cc} \cdot L_{sc|H_1}^T - L_{cc|H_0}^T}{L_{cc|H_1}^T - L_{cc|H_0}^T} \quad (5.6)$$

donde  $J(H_0||H_1)^{cc}$  es la divergencia simétrica  $J$  para una estrategia con censura,  $J(H_0||H_1)^{sc}$  es la divergencia simétrica  $J$  para una estrategia sin censura y el resto de parámetros se han definido en 5.4.1.

Se va a presentar gráficamente en la figura 5.90 un escenario como soporte a la comprensión del diseño del umbral  $\pi^{th}$ . Esta figura muestra la evolución de la divergencia  $J$ /energía vs. la probabilidad de detectar un agente en la región  $P(H_1)$  para la probabilidad de detección “sombbrero cordobés” variando los radios de la región  $R$ .

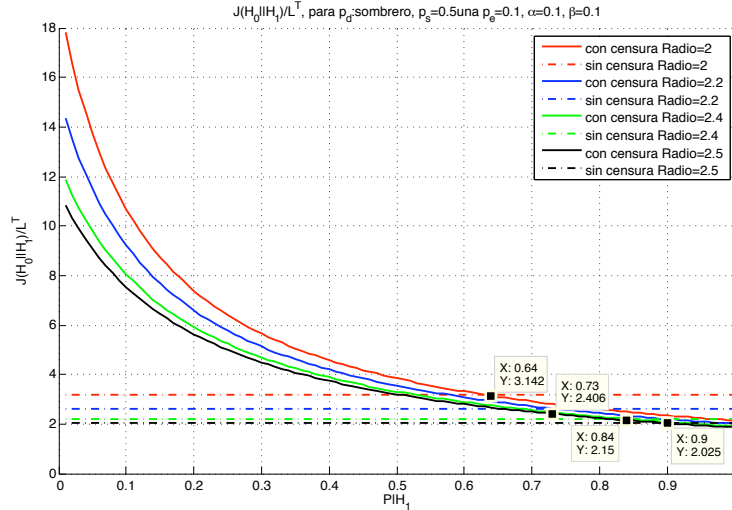


Figura 5.90: Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  partido de energía para el modelo “sombbrero cordobés” y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función de distintos radios. También se presentan los umbrales  $\tau^{th}$  obtenidos gráficamente.

En la tabla 5.5 se presentan los umbrales calculados de forma teórica a partir de la fórmula de diseño expuesta en (5.6). Dichos umbrales se observan en la representación gráfica del ejemplo.

Radio	$R = 2$	$R = 2.2$	$R = 2.4$	$R = 2.5$
Analítico: $\tau_{th}$	0.63459	0.73348	0.84432	0.90396
Figura	0.64	0.74	0.85	0.91

Tabla 5.5: Umbrales  $\tau^{th}$  calculados de forma analítica y obtenidos de la figura 5.90 para  $p_d$  “sombbrero cordobés”

La información que se obtiene a partir de la figura 5.90 es que cuando la probabilidad de que haya un agente en la zona de actuación de los sensores es baja, la estrategia con censura es mucho mejor en términos de prestaciones/energía debido a que la mayoría de las detecciones por parte de los sensores son negativas y por lo tanto la transmisión de las lecturas al centro de fusión no es del todo aconsejable ya que no mejora las prestaciones del sistema y se consume mucha energía. Conforme la probabilidad a priori de que exista un agente  $P(H_1)$  aumenta, más sensores empiezan a tener lecturas

positivas y por lo tanto la estrategia sin censura es mejor en términos de prestaciones/energía. Este hecho se va a cumplir para el resto de probabilidades de detección, con distintos umbrales.

$$P(H_1) \underset{\text{con censura}}{\overset{\text{sin censura}}{\geq}} \pi^{th} \quad (5.7)$$

#### 5.4.4. Saturación de la divergencia $J(H_0||H_1)$

En esta sección se presenta la saturación de la divergencia  $J$ , conforme vamos aumentando el área de observación, manteniendo la densidad del número de sensores constante e igual a  $\rho = \frac{100}{\pi}$ . Se explicará el comportamiento que tienen la divergencia en un escenario sin censura y otro con censura. Los parámetros de configuración del escenario de esta sub-sección son los mismos que en la sub-sección 5.4.2.

Tanto en la figura 5.91 como en 5.92 se observa que al principio la divergencia  $J(H_0||H_1)$  va aumentando de forma lineal al aumentar el área de la región  $D$ , hasta aproximadamente el rango del sensor, a partir del cual la divergencia se mantiene constante para las cuatro probabilidades de detección debido a que todos los sensores a partir de su rango, tiene todas sus probabilidades de detección constante e iguales a la probabilidad de falsa alarma  $P_{FA} = \alpha$ .

Si en vez de utilizar la divergencia  $J$  como medida de prestaciones lo que hacemos es simular la red obteniendo la probabilidad de detección, lo que se obtiene se muestra en las figuras 5.93 y 5.94.

De la figura 5.93 se observa un comportamiento muy similar al que se obtiene utilizando la divergencia  $J$ , es decir, que al ir aumentando el área de la región la probabilidad de detección aumenta hasta llegar de forma aproximada al rango del sensor, a partir del cual la probabilidad de detección se satura (se mantiene constante).

Los radios de la región en los que la divergencia  $J$  se satura no son los mismos que los radios en los que la probabilidad de detección se satura para las probabilidades de detección “sombrero cordobés”, lineal y exponencial de norma 2 al cuadrado. En cambio la saturación de la divergencia  $J$

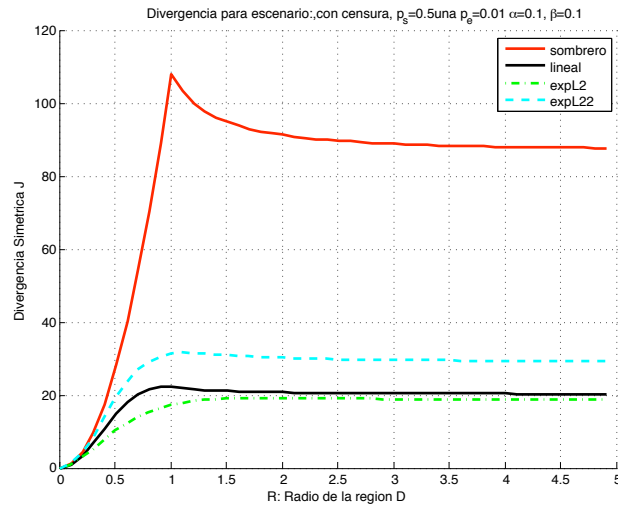


Figura 5.91: Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  en función del radio del área  $R$  para las cuatro probabilidades de detección para una estrategia con censura.

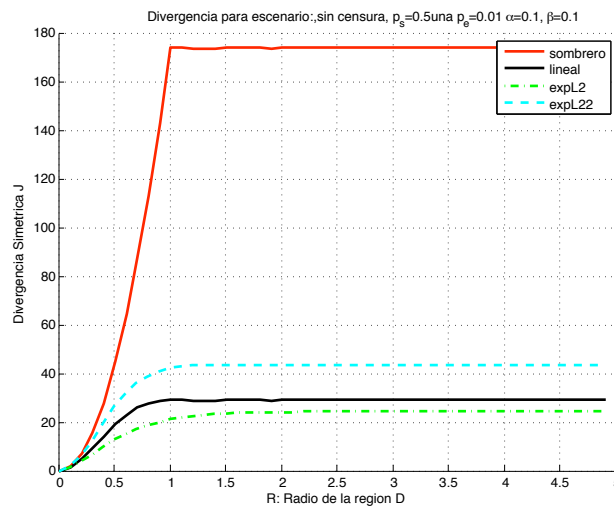


Figura 5.92: Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  en función del radio del área  $R$  para las cuatro probabilidades de detección para una estrategia sin censura.

ocurre para un radio parecido al que se obtiene utilizando la probabilidad de detección a partir de las simulaciones.

En la figura 5.94 se observa un pequeño decrecimiento de la probabilidad de detección, para luego seguir aumentando hasta el rango del sensor, como en la figura que se obtiene utilizando la Divergencia  $J$ .

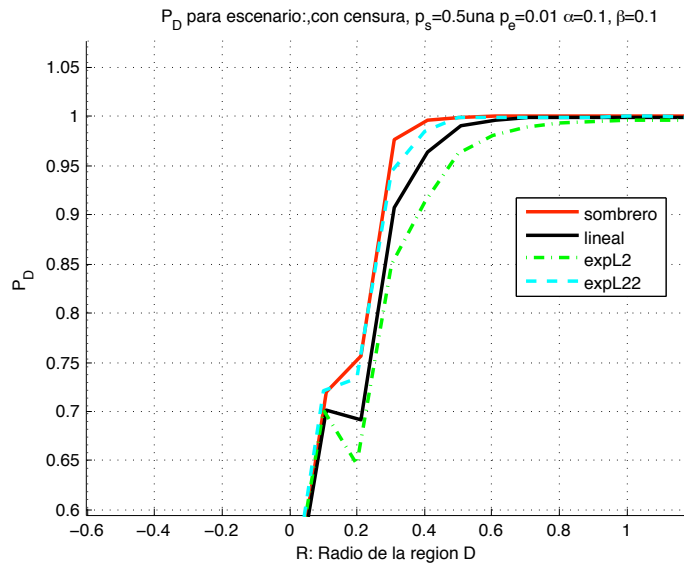


Figura 5.93: Probabilidad de detección en función del radio del área  $R$  para las cuatro probabilidades de detección para una estrategia con censura.

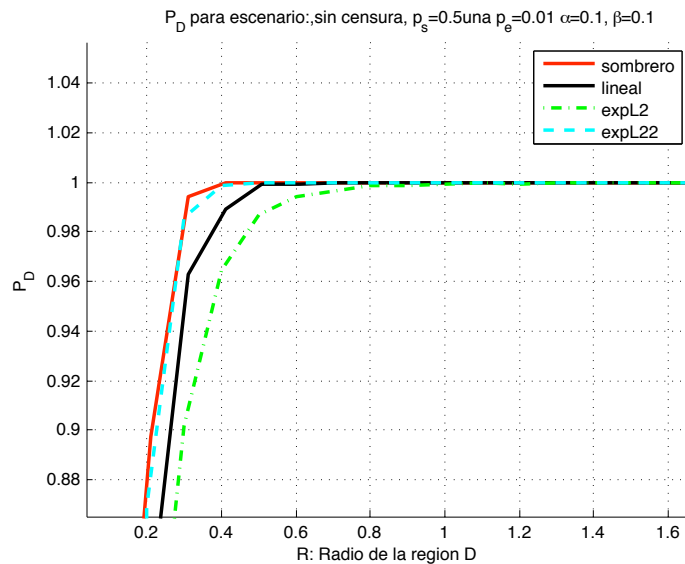


Figura 5.94: Probabilidad de detección en función del radio del área  $R$  para las cuatro probabilidades de detección para una estrategia sin censura.

## 5.5. Cálculo de umbral mediante la aproximación gaussiana

Una vez estudiada numéricamente la semejanza de las distribuciones a una distribución gaussiana se ha visto en qué casos aproximar dichas distribuciones por gaussianas puede ser conveniente. En esta sección se plantea por una parte la obtención de los umbrales de decisión en el centro de fusión a partir de las observaciones disponibles en el mismo y en segunda instancia a partir de una gaussiana sintética creada a partir de la divergencia Kullback-Leibler (KL) como se ha descrito en la sección 4.1.

Para obtener los umbrales sintéticos se han construido gaussianas sintéticas en base a la aproximación gaussiana explicada en la sección 4.1. El umbral sintético ( $\tau_{sint}$ ) se ha obtenido utilizando la expresión (4.8) para una cierta probabilidad de falsa alarma.

A continuación se presentan las tablas con los umbrales que se han obtenido de manera sintética, y a partir de las simulaciones y la diferencia entre ellos para las distintas probabilidades de detección y para los escenarios con censura y sin censura.

Umbrales	sombrero	lineal	expL2	expL22
Sintético: $\tau_{sint}$	-70.5081	-6.7832	-4.3009	-11.3048
Simulado $\tau_{simu}$	-70.5872	-6.7652	-4.2549	-11.4286
Diferencia: $\Delta \tau_{simu} - \tau_{sint} $	0.0791	0.0180	0.0460	0.1238

Tabla 5.6: *Umbrales obtenidos mediante test Neyman-Pearson para una  $P_{FA} = 0.1$  en estrategia sin censura.*

A continuación la tabla 5.7 muestra las probabilidades de detección utilizando los umbrales anteriores y observamos que indiferentemente del umbral que se haya utilizado, ya sea el sintético o el obtenido a partir de las simulaciones el resultado es prácticamente el mismo. Por lo tanto se llega a la misma conclusión que antes.

$P_d$	sombrero	lineal	expL2	expL22
Sintético	1	1	0.9997	0.9981
Simulado	1	0.9998	0.9980	1

Tabla 5.7: *Probabilidad de detección utilizando umbrales obtenidos mediante test Neyman-Pearson para una  $P_{FA} = 0.1$  en escenario sin censura.*

Ahora vamos a realizar lo mismo para una estrategia con censura para poder comparar las dos estrategias.

Umbrales	sombrero	lineal	expL2	expL22
Sintético: $\tau_{sint}$	-32.9402	-4.5639	-3.1475	-7.4194
Simulado $\tau_{simu}$	-32.7042	-4.5458	-3.1050	-7.2701
Diferencia: $\Delta \tau_{simu} - \tau_{sint} $	0.2360	0.0180	0.0425	0.1494

Tabla 5.8: *Umbrales obtenidos mediante test Neyman-Pearson para una  $P_{FA} = 0.1$  en estrategia con censura.*

$P_d$	sombrero	lineal	expL2	expL22
Sintético	1	0.9977	0.9924	0.9998
Simulado	1	0.9978	0.9930	0.9998

Tabla 5.9: *Probabilidad de detección utilizando umbrales obtenidos mediante test Neyman-Pearson para una  $P_{FA} = 0.1$  en escenario con censura.*

A continuación vamos a representar las distribuciones de los logaritmos del cociente de verosimilitud condicionadas a  $H_0$  y a  $H_1$  además de los umbrales que se han obtenido. También se representarán superpuestas las gaussianas sintéticas, para todas las probabilidades de detección bajo estudio en este proyecto y para el escenario sin censura y con censura.

Las figuras 5.95, 5.96, 5.97 y 5.98 muestran las distribuciones condicionadas de  $H_0$  y  $H_1$  para las probabilidades de detección “sombrero cordobés”, lineal, exponencial de orden 2 y exponencial de orden 2 al cuadrado respectivamente utilizando una estrategia sin censura.

Las figuras 5.99, 5.100, 5.101 y 5.102 muestran las distribuciones condicionadas de  $H_0$  y  $H_1$  para las probabilidades de detección “sombrero cordobés”, lineal, exponencial de orden 2 y exponencial de orden 2 al cuadrado respectivamente utilizando una estrategia con censura.

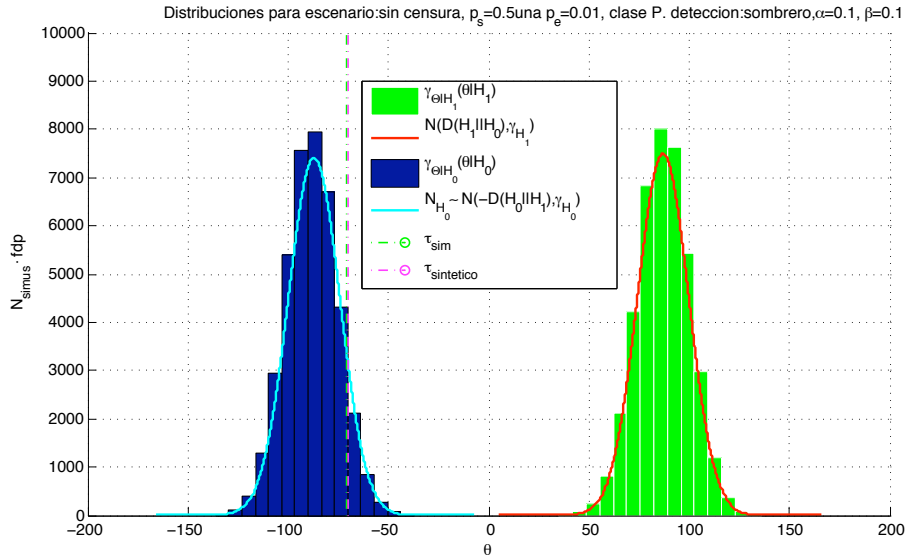


Figura 5.95:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  con gaussianas sintéticas superpuestas para el modelo “sombrero cordobés” en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura.

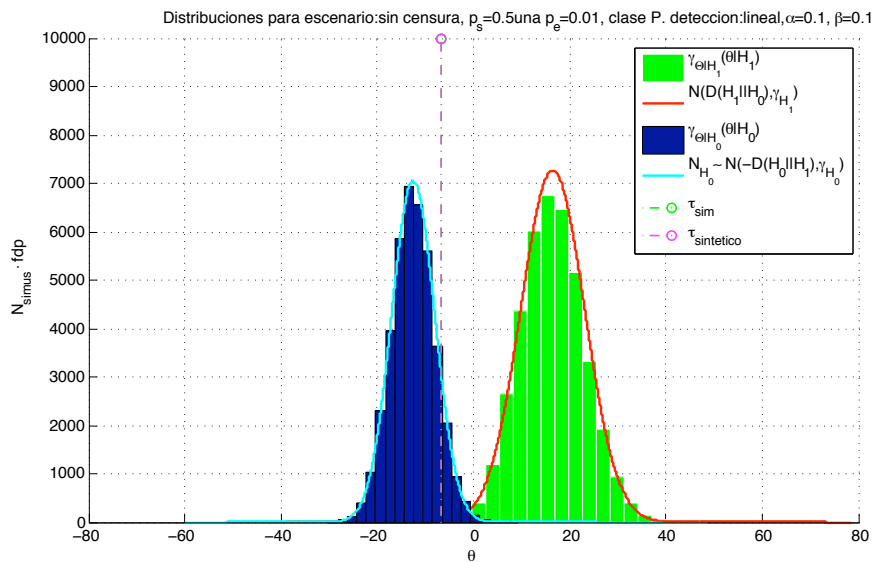


Figura 5.96:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  con gaussianas sintéticas superpuestas para el modelo lineal en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura.



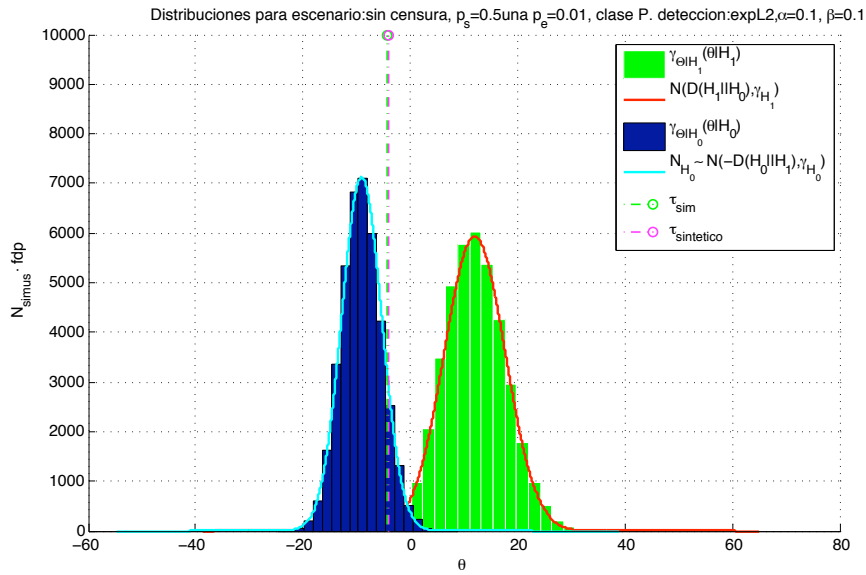


Figura 5.97:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  con gaussianas sintéticas superpuestas para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura.

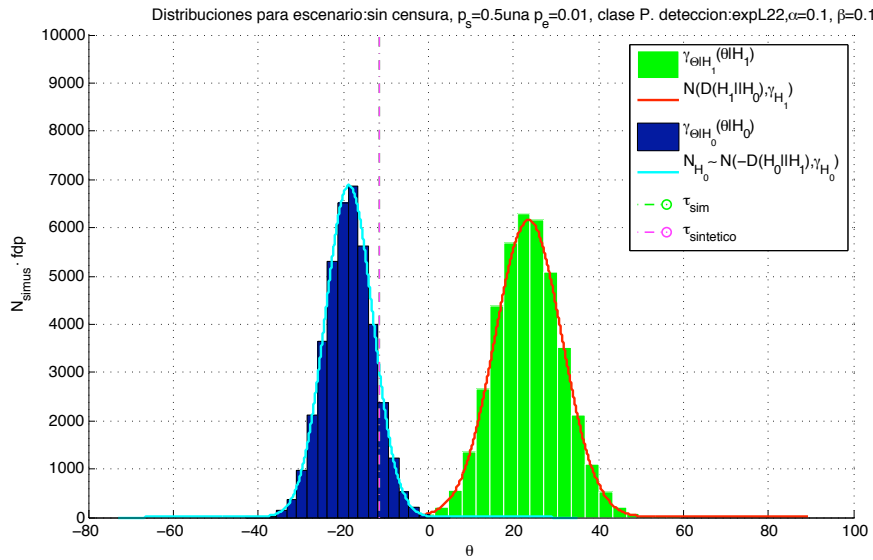


Figura 5.98:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  con gaussianas sintéticas superpuestas para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura.

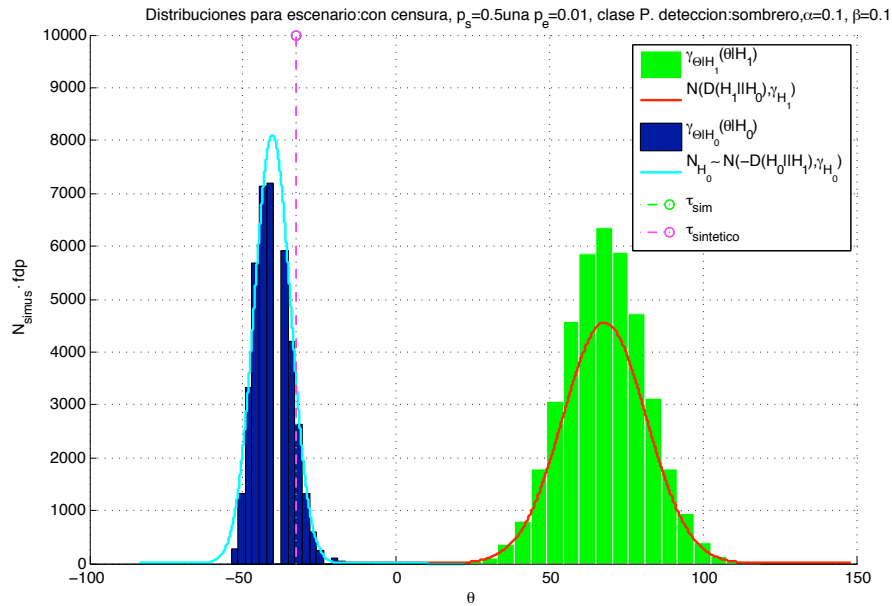


Figura 5.99:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  para el modelo “sombrero cordobés” en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia con censura.

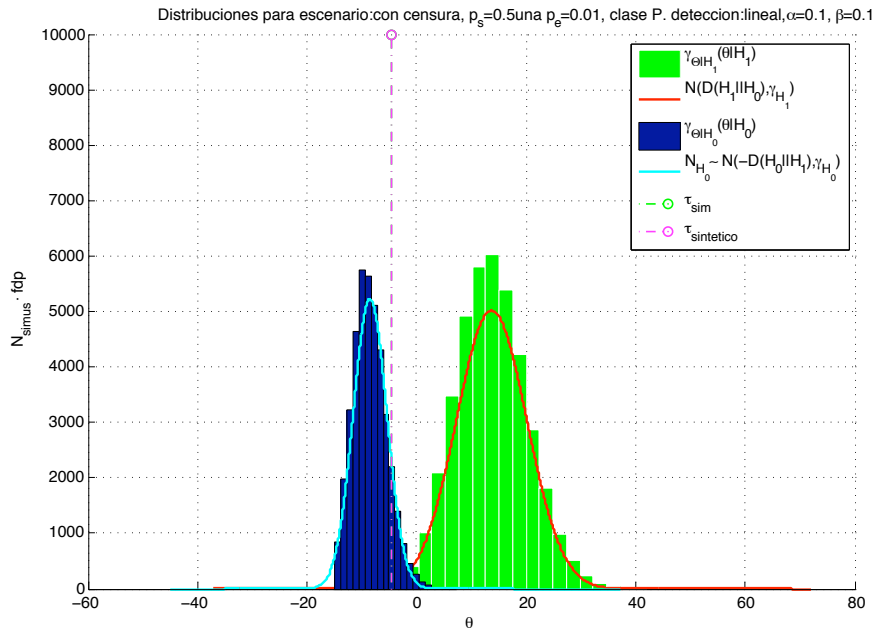


Figura 5.100:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  para el modelo lineal en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia con censura.

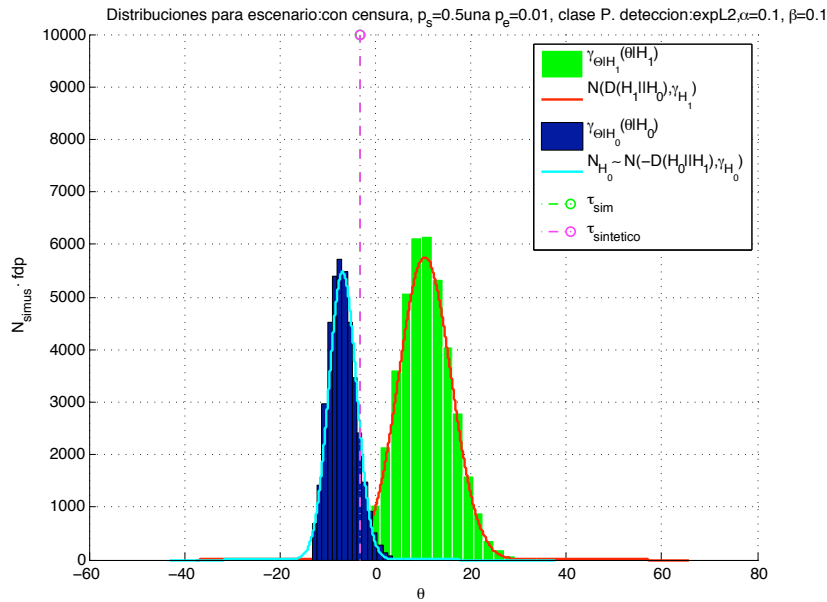


Figura 5.101:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia con censura.

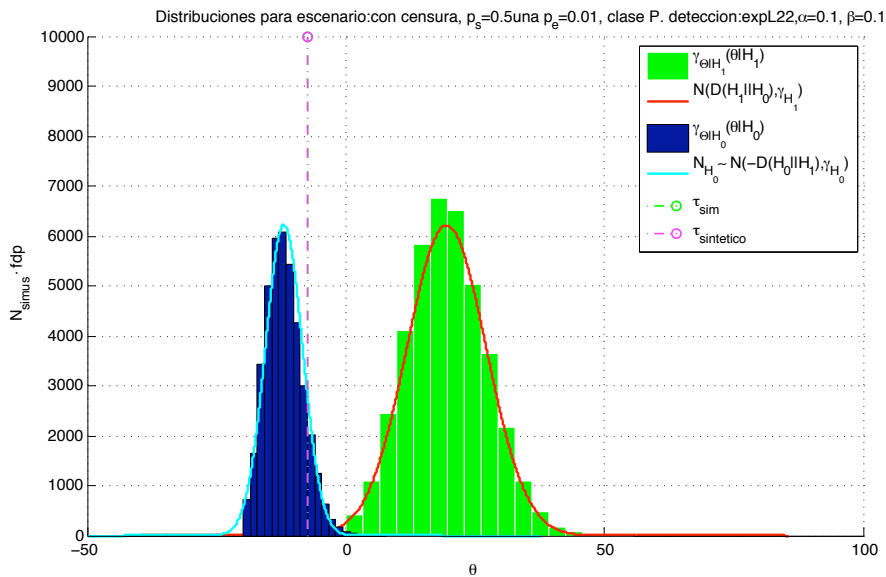


Figura 5.102:  $LLR_{\Theta|H_0}(\theta|H_0)$  y  $LLR_{\Theta|H_1}(\theta|H_1)$  para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia con censura.

Observamos que todas las distribuciones para las dos hipótesis y para todas las probabilidades de detección tienen forma gaussiana en una estrategia sin censura. En la estrategia con censura la forma de la distribución de  $H_0$  no es exactamente gaussiana, no obstante los umbrales calculados mediante los dos procedimientos expuestos son prácticamente iguales. Esto nos indica que medir las prestaciones de una red mediante nuestra gaussiana sintética puede ser muy conveniente siempre y cuando se cumplan los supuestos que se han expuesto (número de sensores desplegados en la región suficientemente elevado, independencia entre observaciones, etc.)

## 5.6. Comparativa de prestaciones

Para dar en cierto modo robustez a nuestras conclusiones, es decir, conseguir medir las prestaciones de una red sin necesidad de simular la red a partir de nuestra gaussiana sintética (obtenida analíticamente) en esta sección se va a obtener la probabilidad de detección para los cuatro tipos de probabilidad de detección estudiados en este trabajo variando la probabilidad de falsa alarma  $\alpha$  y la probabilidad de no detección  $\beta$ . Se evaluarán los escenarios para las dos estrategias de transmisión: con censura y sin censura, para ver cual es la relación entre las prestaciones que ofrece el sistema utilizando una estrategia de transmisión u otra. También se va a realizar el mismo análisis utilizando el esquema de simulación sintetizado basado en la gaussianidad de las distribuciones.

Los datos de las simulaciones son los siguientes:

- Probabilidad de sensado  $p_s = 0.5$ .
- Probabilidad de error de transmisión o acceso al medio  $p_e = 0.1$ .
- Radio del área circular donde están desplegados los sensores  $R = 1$ .
- Número de sensores desplegados en el área  $D$ :  $l = 100$ .
- Radio efectivo del sensor  $r_0 = 1$  y  $\theta = 2$ .
- Número de simulaciones: 15000.

A continuación se presentan las figuras que se han obtenido mediante las simulaciones para un escenario sin censura:

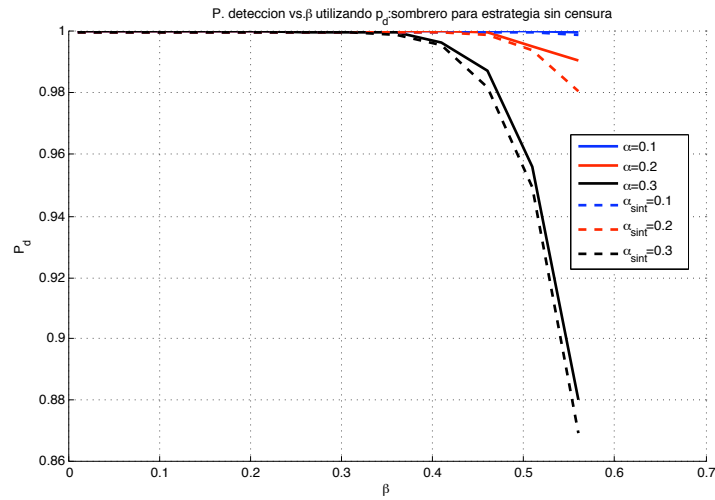


Figura 5.103: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : “sombrero cordobés” cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia sin censura.

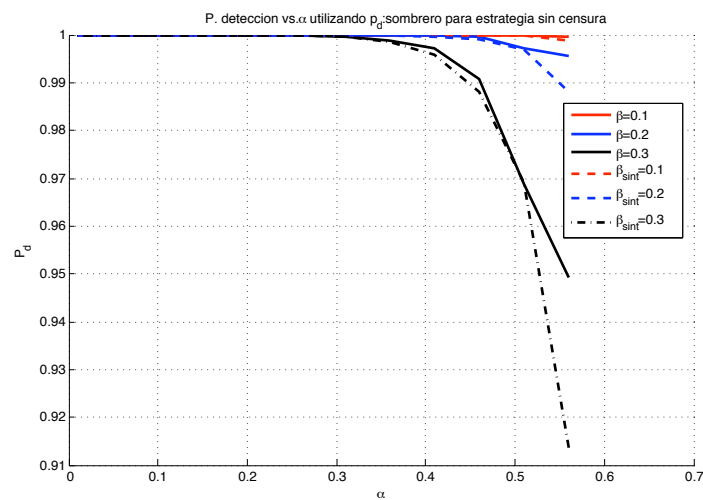


Figura 5.104: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : “sombrero cordobés” cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia sin censura.

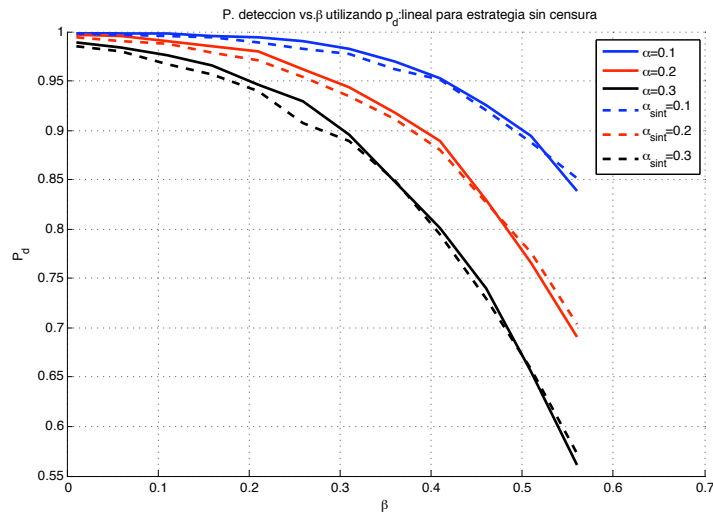


Figura 5.105: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia sin censura.

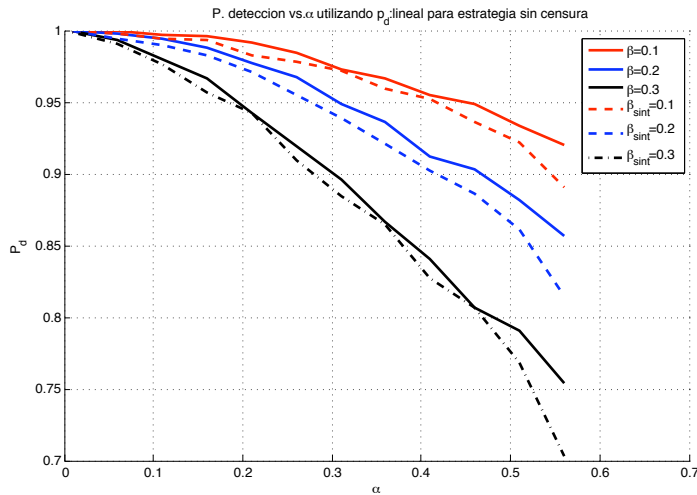


Figura 5.106: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : lineal en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia sin censura.

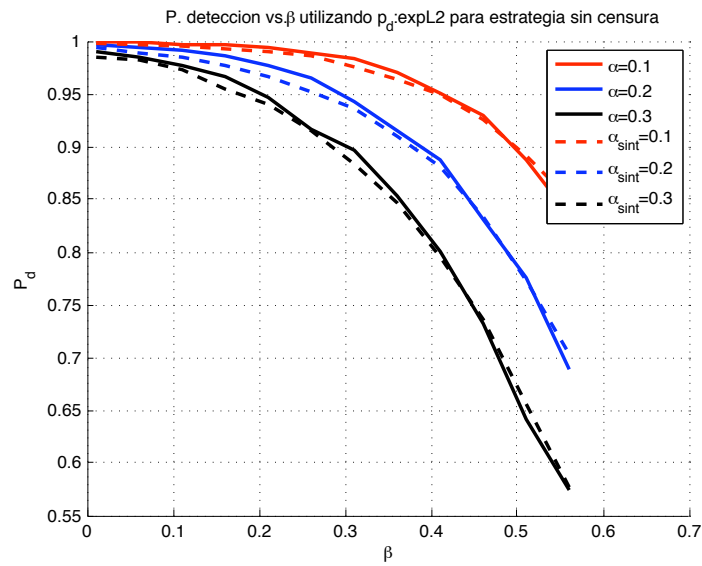


Figura 5.107: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2, en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia sin censura.

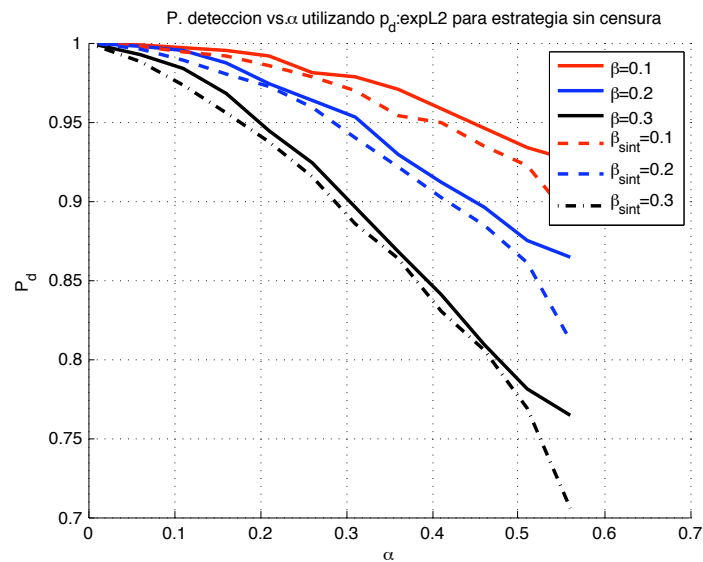


Figura 5.108: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , con estrategia sin censura.



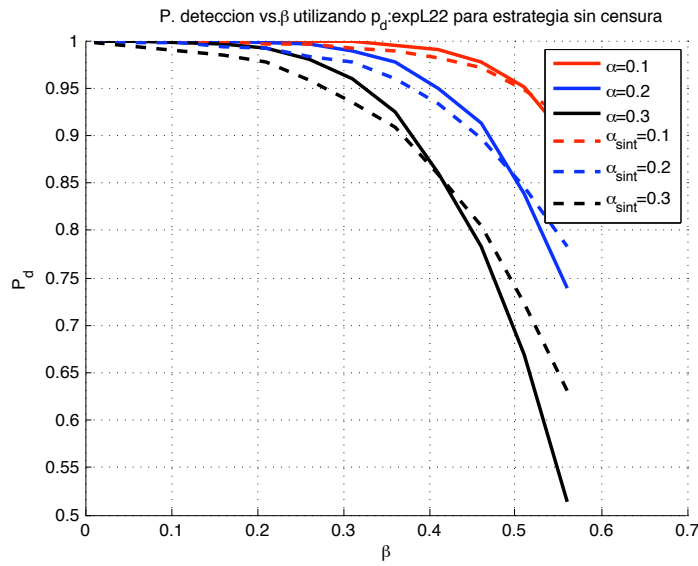


Figura 5.109: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado, en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , con estrategia sin censura.

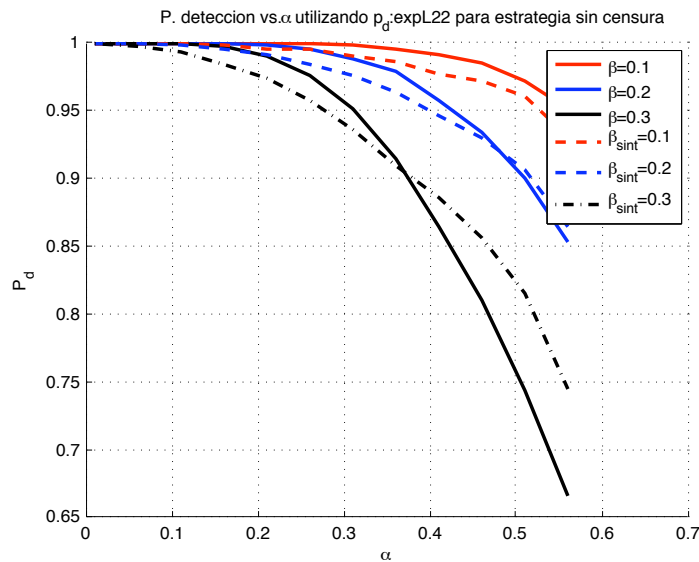


Figura 5.110: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado en área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , con estrategia sin censura.

Es importante resaltar que las prestaciones que se obtienen a partir de las figuras 5.103 a 5.110 nos lleva a concluir que la aproximación gaussiana es una buena medida de prestaciones en un escenario sin censura para los cuatro probabilidades de detección y que en caso de que se cumplan los supuestos descritos en la sección 4.1 podremos obtener cálculos de prestaciones utilizando una gaussiana sintética.

A continuación se muestra la comparación de las prestaciones para una estrategia con censura.

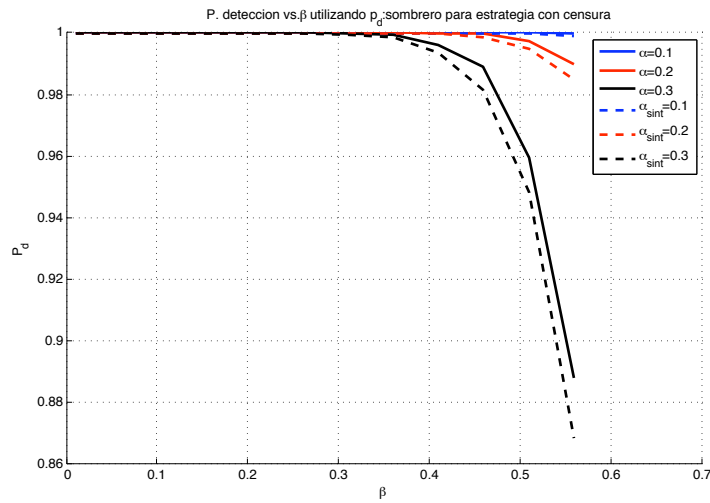


Figura 5.111: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : “sombrero cordobés” cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia con censura.

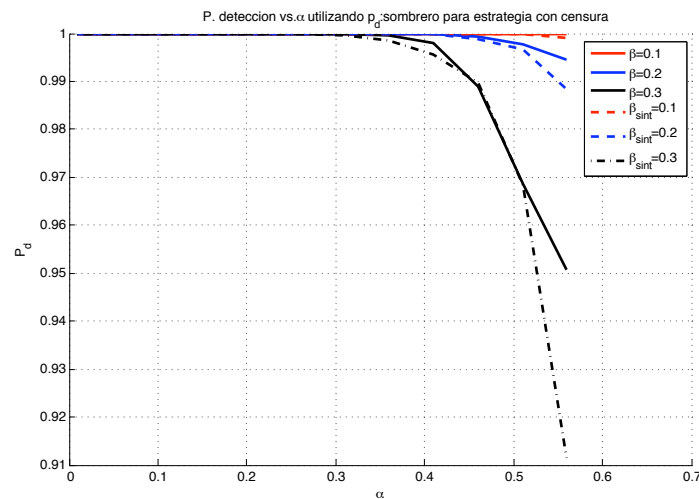


Figura 5.112: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : “sombrero cordobés” cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia con censura.

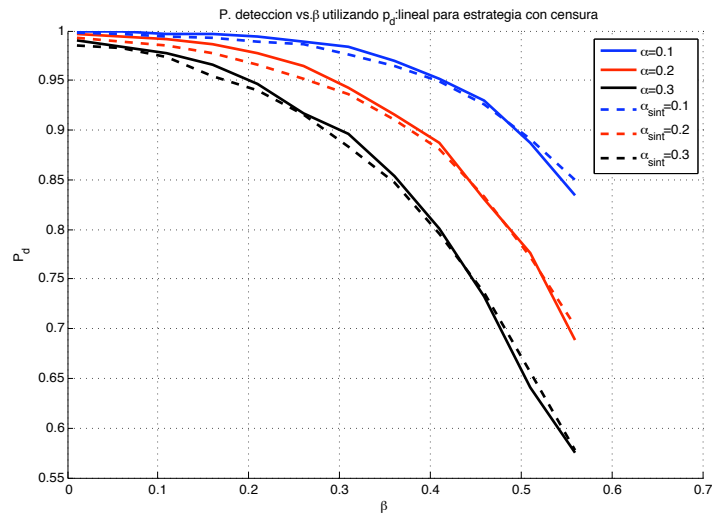


Figura 5.113: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia con censura.

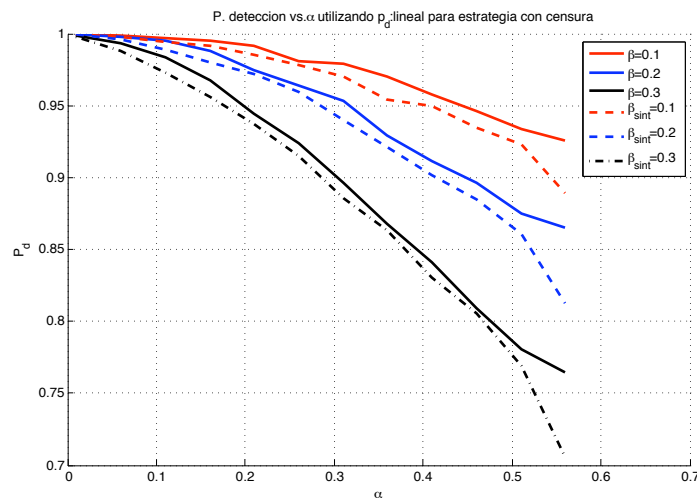


Figura 5.114: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : lineal en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia con censura.

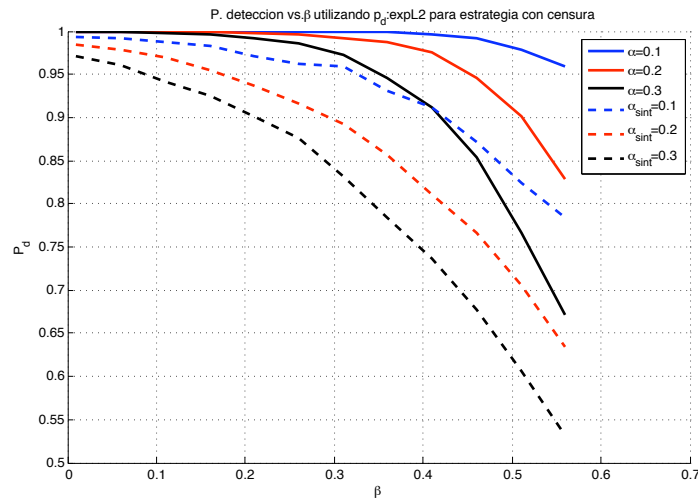


Figura 5.115: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2, en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia con censura.

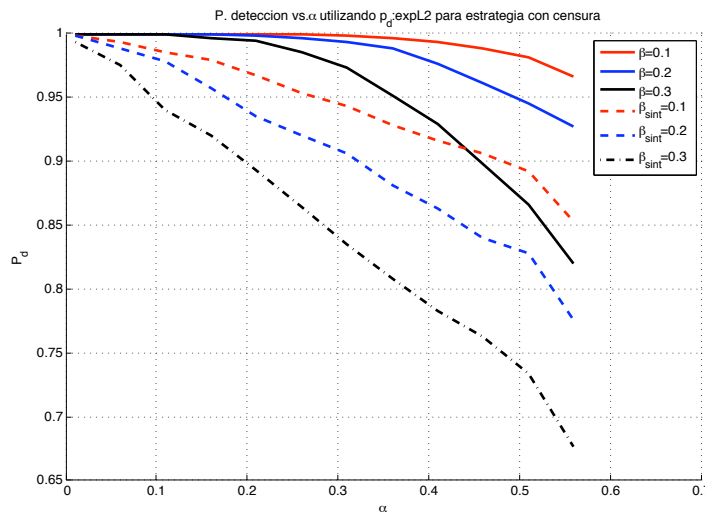


Figura 5.116: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , con estrategia con censura.

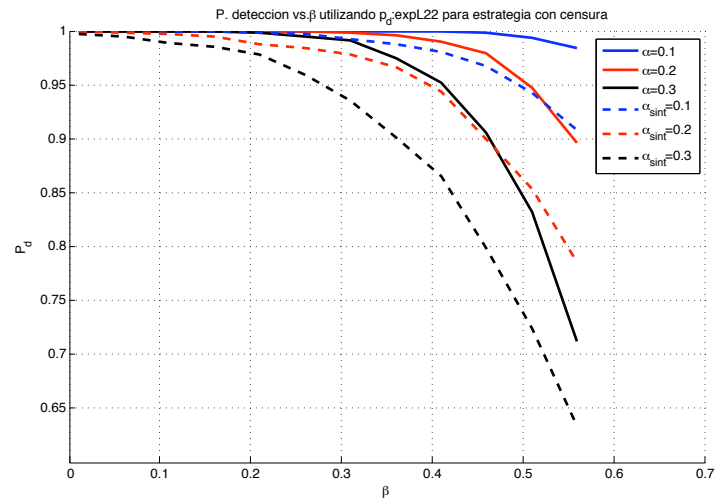


Figura 5.117: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado, en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , con estrategia con censura.

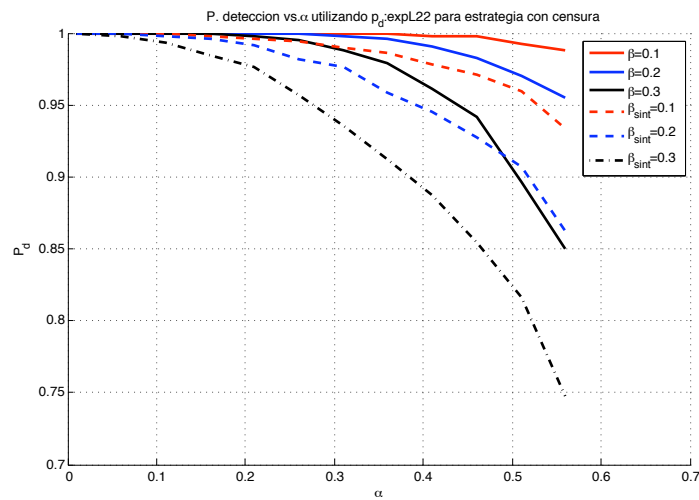


Figura 5.118: Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado en área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , con estrategia con censura.

En todas las figuras que se han presentado en esta sección se observa que al variar el parámetro  $\beta$  y tomar valores singulares de  $\alpha$ , a mayor valor de  $\alpha$ , la probabilidad de detección empeora para todas las probabilidades de detección bajo estudio en este trabajo como era de esperar. También al variar el parámetro  $\alpha$  y tomar valores singulares de  $\beta$  el comportamiento es el esperado obteniendo en todas las probabilidades de detección que el peor caso es para  $\beta = 0.3$ , a continuación  $\beta = 0.2$  y siendo el mejor caso  $\beta = 0.1$ .

Para las probabilidades de detección “sombbrero cordobés” y lineal se observa que las prestaciones que se obtienen a partir de las simulaciones y de forma analítica son muy parecidas para el caso con censura. Por otra parte las prestaciones que se obtienen utilizando las probabilidades de detección exponencial norma 2 y exponencial norma 2 al cuadrado difieren de forma considerable.

## 5.7. Análisis de escenarios

En esta sección se va a evaluar la probabilidad de no detección ( $P_{ND}$ ), es decir las prestaciones globales del sistema, para todas las probabilidades de detección bajo estudio en este proyecto y para las dos estrategias de transmisión con censura y sin censura.

En primera instancia se evaluará la probabilidad de no detección variando el número de sensores y manteniendo constantes el resto de parámetros de la simulación. En segunda instancia lo que se hará es variar el radio del área circular de observación manteniendo el resto de parámetros de simulación constantes. En la sección 5.7.3 lo que se hará es variar la probabilidad de no detección  $\beta$ , para obtener la probabilidad de no detección para valores singulares de  $\alpha$ . Por otra parte lo que variaremos es la probabilidad de falsa alarma  $\alpha$  para obtener la probabilidad de no detección para valores singulares de  $\beta$ .

El principal objetivo de esta sección es validar de forma robusta los objetivos de este proyecto, es decir, ver si nuestra asunción de gaussianidad del cociente de verosimilitud es válido para el diseño de redes y así conseguir evitar simular la red de forma completa.

Para cada una de las sub-secciones, salvo el parámetro que se va a variar, los datos de las simulaciones son los siguientes:

- Probabilidad de sensado  $p_s = 0.5$ .
- Probabilidad de error de transmisión o acceso al medio  $p_e = 0.1$ .
- Radio del área circular donde están desplegados los sensores  $R = 1$ .
- Número de sensores desplegados en el área  $D$ :  $l = 100$ .
- Probabilidad de falsa alarma  $\alpha = 0.1$ .
- Probabilidad de no detección  $\beta = 0.1$ .
- Radio efectivo del sensor  $r_0 = 1$  y  $\theta = 2$ .

En cada figura que se mostrará la probabilidad de no detección considerando en primer lugar el umbral obtenido a partir de las simulaciones aplicado a las distribuciones simuladas al cual denotaremos “escenario simulado”, en segundo lugar se mostrará la  $P_{ND}$  obtenida a partir de la gaussiana sintética y a partir del umbral sintético denotado como “escenario sintético”, y por último se mostrará también la  $P_{ND}$  a partir de las distribuciones simuladas y utilizando el umbral que se ha obtenido de forma analítica al cual llamaremos “escenario híbrido”.

### 5.7.1. $P_{ND}$ vs. número de sensores $l$

En esta sección lo que vamos a hacer es obtener la probabilidad de no detección variando el número de sensores de 1 a 100.

Si comparamos la figura 5.119, en la que se muestra la probabilidad de no detección vs. el número de sensores en la región se observa en primer lugar que a mayor número de sensores presentes, menor probabilidad de no de detección. En segundo lugar si comparamos las figuras 5.119, y 5.120 vemos que para el mismo número de sensores la probabilidad de no detección en la estrategia sin censura es menor que en la estrategia con censura. La razón de que esto ocurra así es que cuando tenemos una estrategia con censura las prestaciones de la red son peores que en una sin censura debido a que en el centro de fusión se tienen menos observaciones debido a que a los sensores que detectan negativamente no se les permite transmitir. Este hecho se observa entre todas las estrategias con censura y sin censura para los cuatro tipos de probabilidades de detección.



En las figuras 5.119 a 5.126 se muestran la  $P_{ND}$  vs. número de sensores desplegados  $l$  para las cuatro probabilidades de detección bajo estudio en este Proyecto para una estrategia sin censura y con censura.

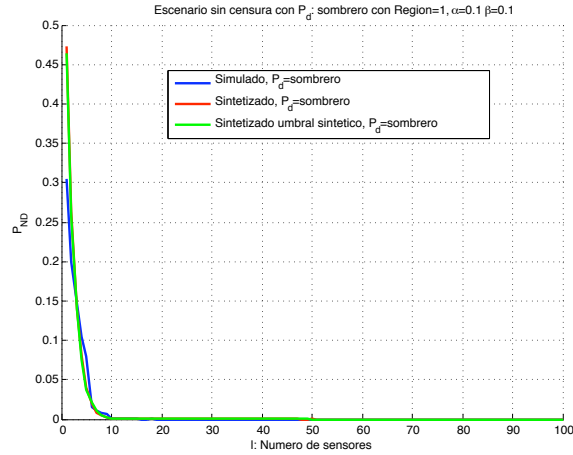


Figura 5.119: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : “sombrero cordobés” cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura.

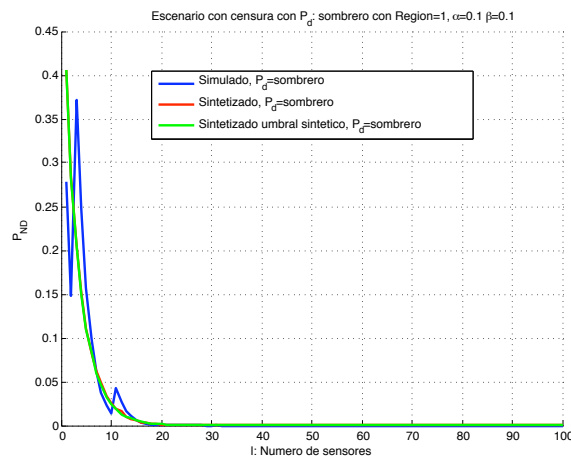


Figura 5.120: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : “sombrero cordobés” cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura.

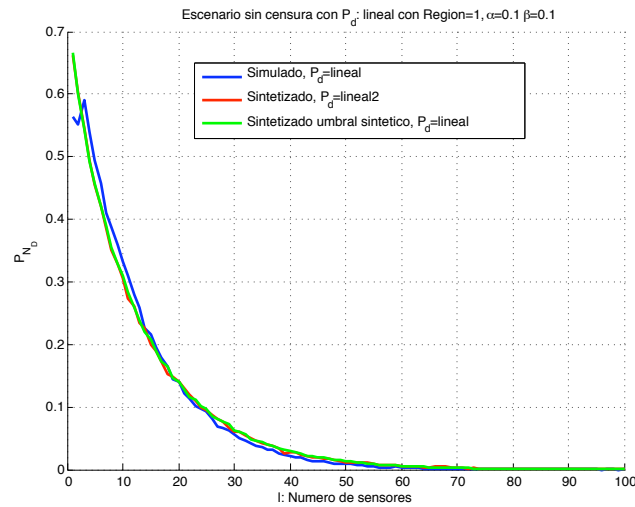


Figura 5.121: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura.

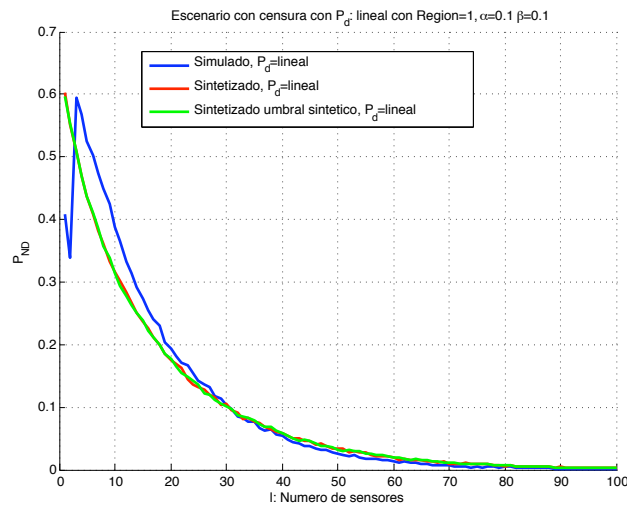


Figura 5.122: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura.

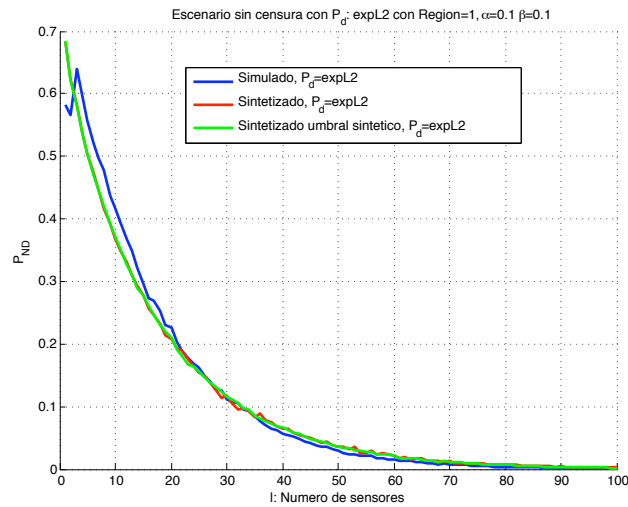


Figura 5.123: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura.

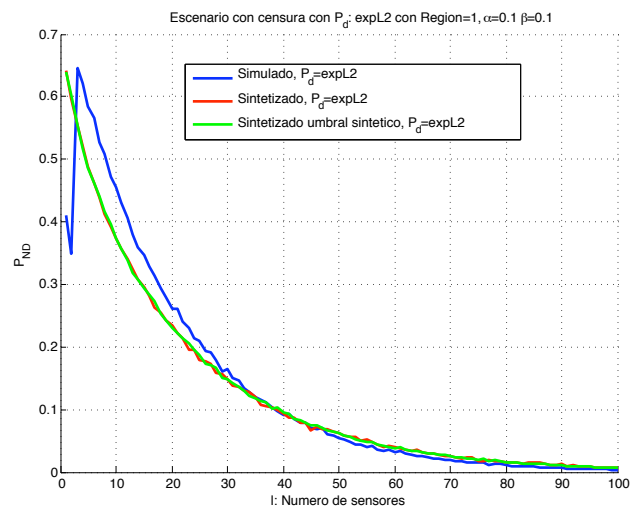


Figura 5.124: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura.

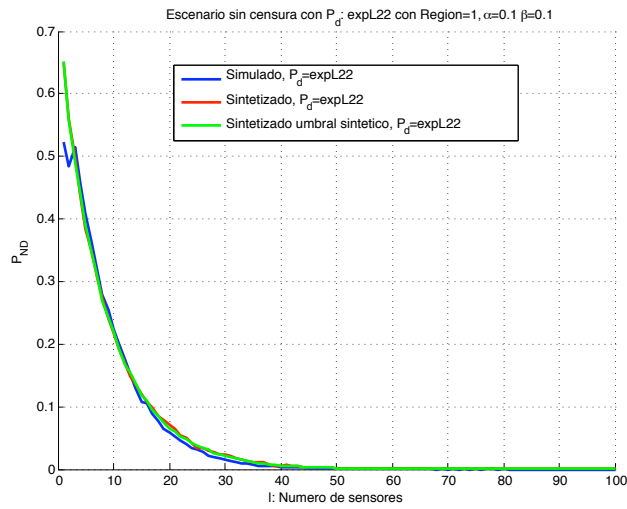


Figura 5.125: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura.

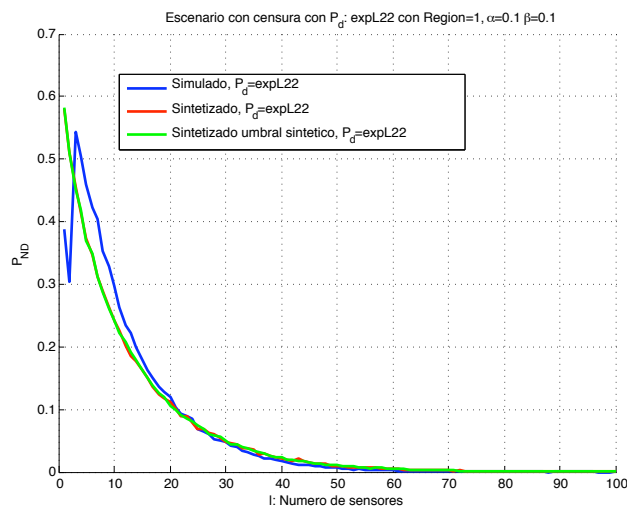


Figura 5.126: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura.

A partir las figuras presentadas en esta sub-sección se concluye que los tres entornos nos proporcionan un idéntico resultado en la medida de prestaciones, al variar el número de sensores para los dos esquemas de transmisión con censura y sin censura.

### 5.7.2. $P_{ND}$ vs. radio de la región $R$

En esta sección lo que vamos a hacer es obtener la probabilidad de no detección variando el radio del área circular  $D$ , de 0 a 4, para una estrategia con censura y sin censura y para las cuatro probabilidades de detección.

Las figuras 5.129 a 5.134 que se presentan a a continuación muestran la  $P_{ND}$  vs. el  $R$ : radio de la región circular  $D$  para las cuatro probabilidades de detección bajo estudio en este Proyecto para un valor de  $\alpha = 0.1$  y  $\beta = 0.1$  y para la estrategia de transmisión con censura y sin censura.

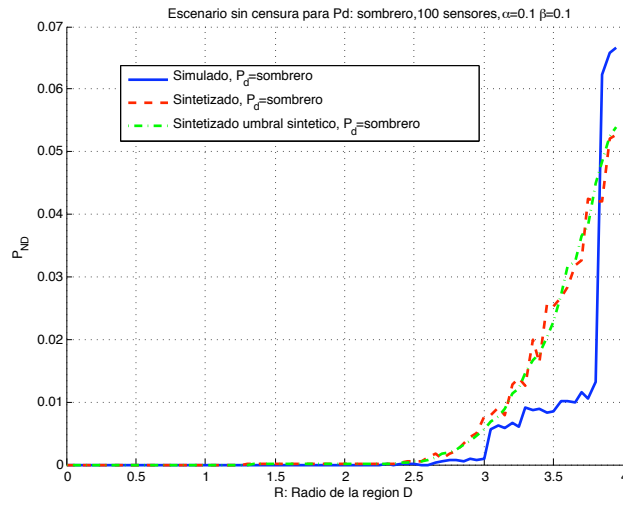


Figura 5.127: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ : radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : “sombrero cordobés” con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura.

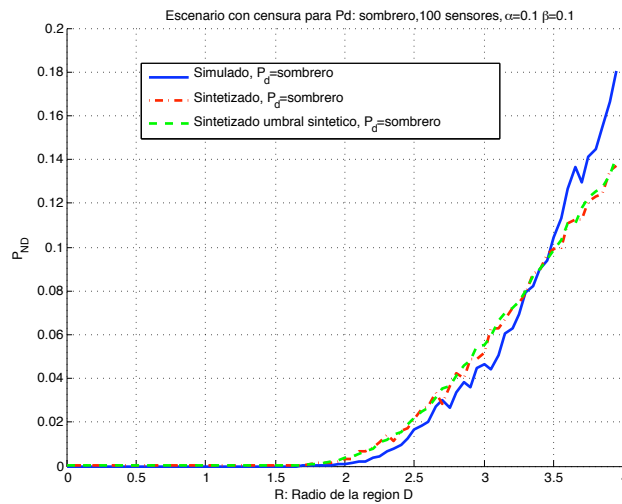


Figura 5.128: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ : radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : “sombrero cordobés” con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura.

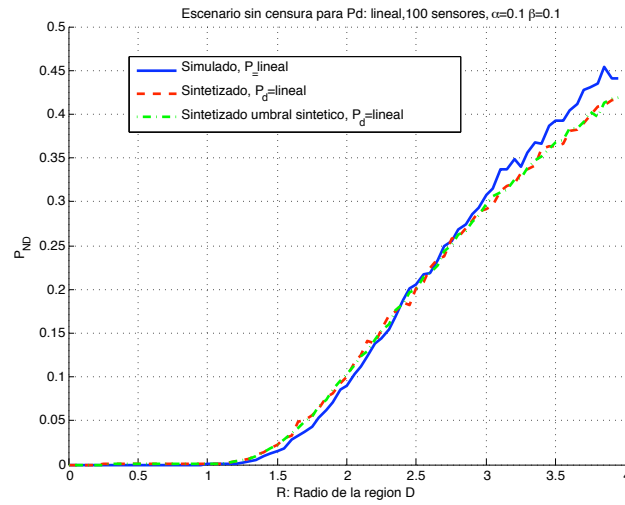


Figura 5.129: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$  : radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : lineal con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura.

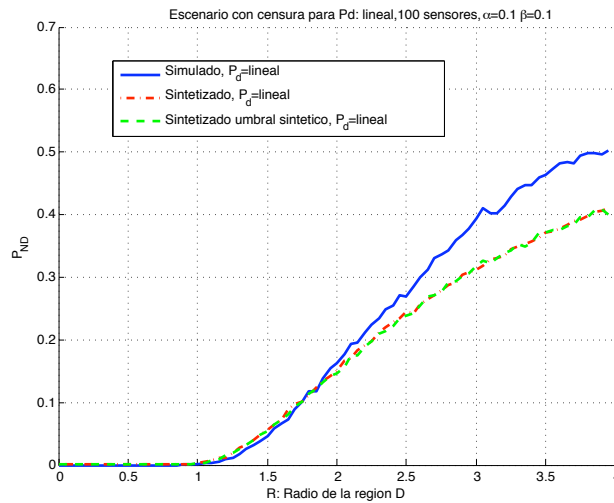


Figura 5.130: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ : radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : lineal con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura.

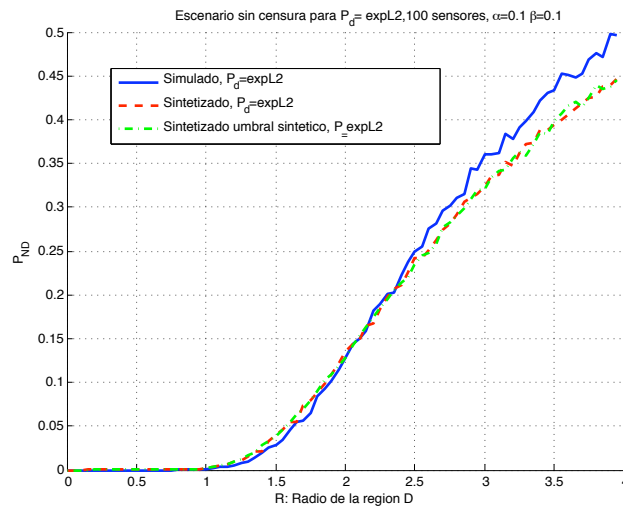


Figura 5.131: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ : radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura.

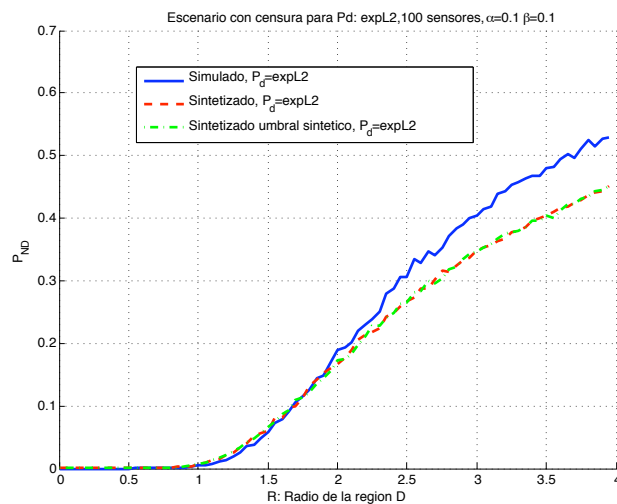


Figura 5.132: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ : radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura.



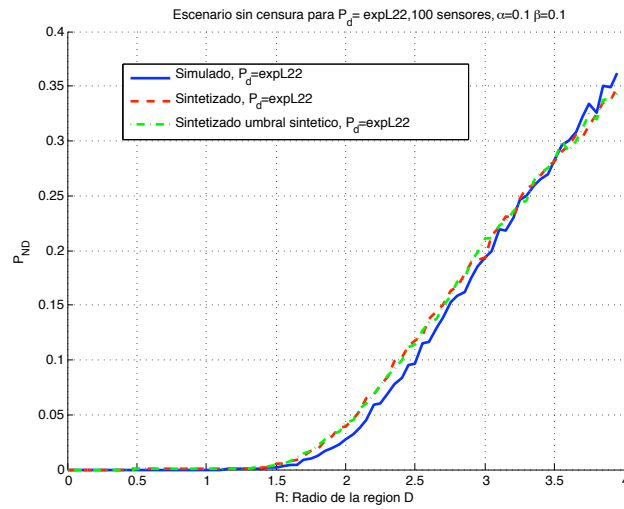


Figura 5.133: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ : radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura.

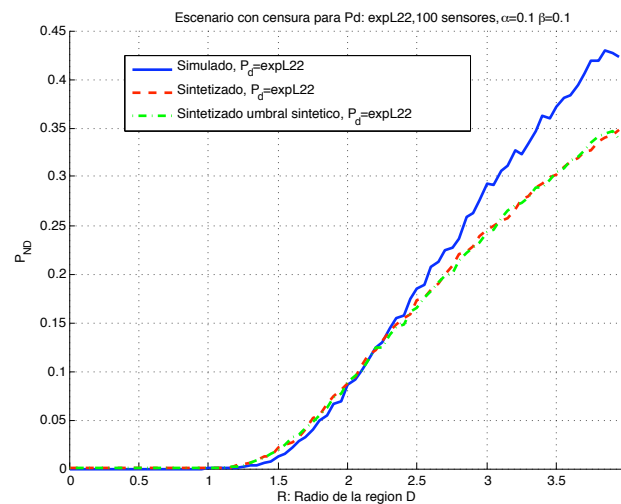


Figura 5.134: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ : radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura.

De las figuras anteriores se pueden sacar una serie de conclusiones muy interesantes:

- Para la estrategia con censura cuanto más grande es el radio  $R$  la  $P_{ND}$  simulada es más diferente que la sintética y que la simulada con umbral sintético. Para el caso sin censura este hecho no ocurre y más o menos la  $P_{ND}$  es muy similar para los tres casos, existiendo un pequeño distanciamiento en el límite.
- A partir las figuras presentadas en esta sub-sección se concluye que los tres entornos nos proporcionan un idéntico resultado en la medida de prestaciones, al variar el radio de la región aunque se debe señalar que cuando el radio de la región es grande, se presenta un distanciamiento de la probabilidad de no detección  $P_{ND}$  entre los entornos sintético e híbrido con respecto al entorno simulado.

### 5.7.3. $P_{ND}$ vs. $\alpha$

Se pretende comparar las prestaciones para los dos escenarios de transmisión con censura y sin censura que se han estudiado en este proyecto variando  $\alpha$  de 0.001 a 0.3 y tomando como valores singulares  $\beta = 0.1, 0.2$ .

Además se pretende ver si realmente utilizando la asunción de gaussianidad puede ser viable para medir las prestaciones que normalmente se miden en una red en un marco de la teoría de la información al variar la probabilidad de no detección y de falsa alarma.

Para la probabilidad de detección “sombrero cordobés” tanto para la estrategia con censura como para la estrategia sin censura, lo que se obtiene es una  $P_{ND} = 0$  para todo el rango de valores tanto de  $\beta$  como de  $\alpha$ , y para las tres situaciones antes comentadas.

En las figuras 5.135 a 5.140 se muestran la  $P_{ND}$  para las distintas probabilidades de detección  $p_d$  estudiadas en este Proyecto para un valor de  $\beta = 0.1$  o  $\beta = 0.2$ .

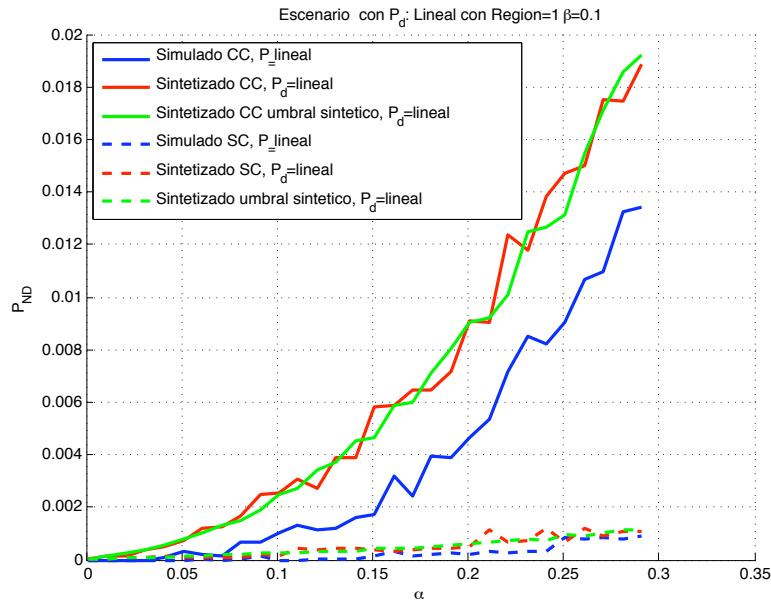


Figura 5.135: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$  para  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ .

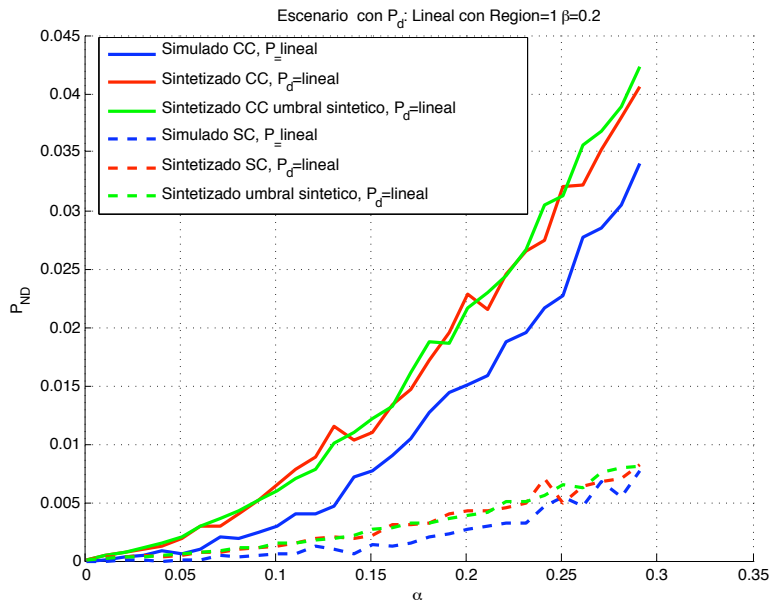


Figura 5.136: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$  para  $\beta = 0.2$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ .

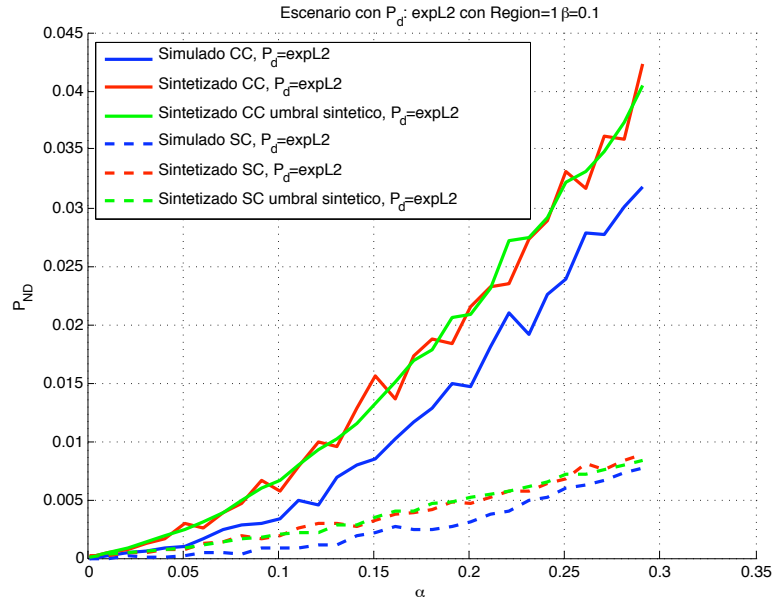


Figura 5.137: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$  para  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ .

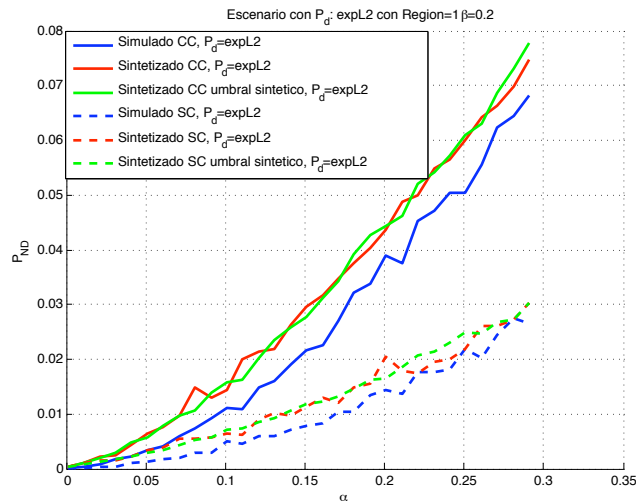


Figura 5.138: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$  para  $\beta = 0.2$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ .

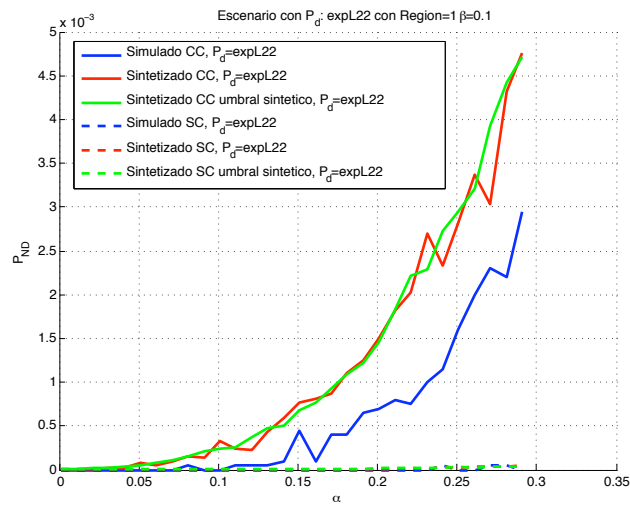


Figura 5.139: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$  para  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ .

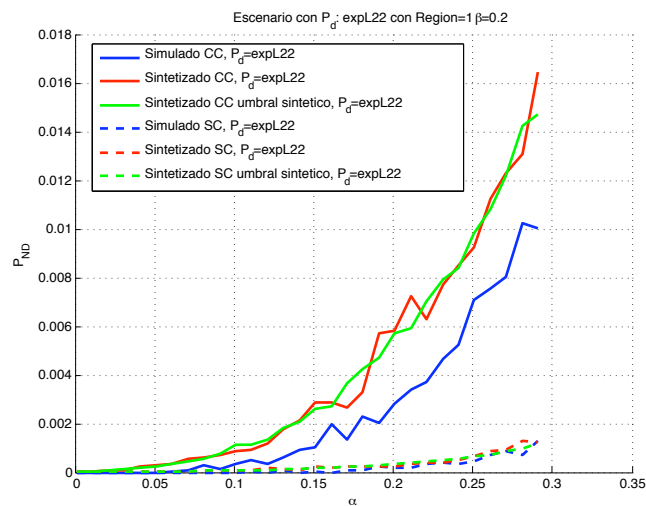


Figura 5.140: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$  para  $\beta = 0.2$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ .

A la vista de las figuras presentadas se puede destacar lo siguiente:

- En todas las figuras se observa que la probabilidad de no detección para una estrategia con censura es más alta que en una estrategia sin censura. Tiene sentido que cuando estamos censurando las transmisiones desde los nodos al centro de fusión, las prestaciones que se dan al tener menos lecturas en el centro de fusión sean peores que en un esquema sin censura.
- Las tendencias de la probabilidad de no detección  $P_{ND}$  vs.  $\alpha$  del escenario sintetizado, híbrido y simulado son las mismas tanto para la estrategia de transmisión con censura y sin censura.

#### 5.7.4. $P_{ND}$ vs. $\beta$

En esta sección se obtendrá la probabilidad de no detección  $P_{ND}$  variando  $\beta$  de 0.001 a 0.3 y tomando como valores singulares  $\alpha = 0.1, 0.2$

Para la probabilidad de detección “sombbrero cordobés” tanto para la estrategia con censura como para la estrategia sin censura, lo que se obtiene es una  $P_{ND} = 0$  para todo el rango de valores tanto de  $\alpha$  como de  $\beta$ , y para las tres situaciones antes comentadas.

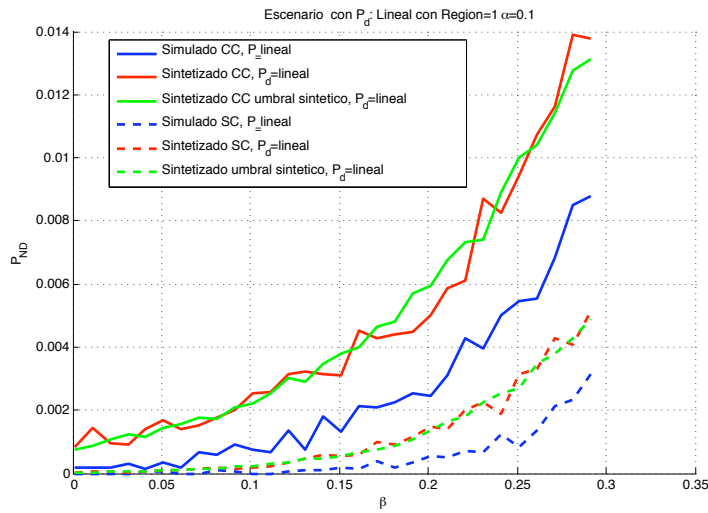


Figura 5.141: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\beta$  para  $\alpha = 0.1$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ .

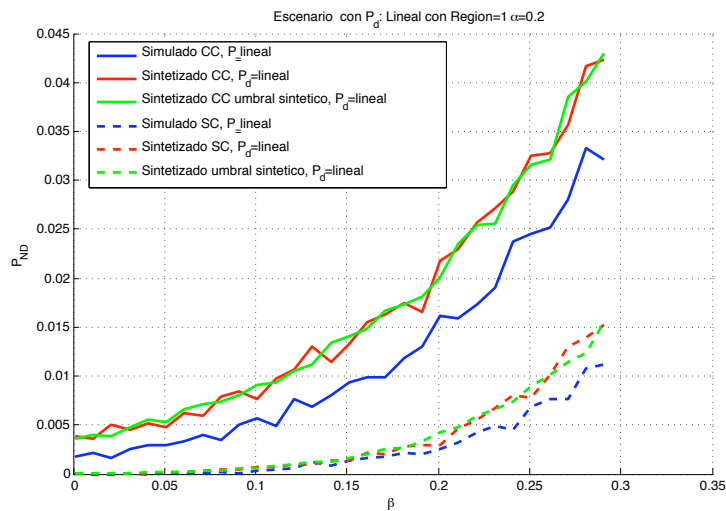


Figura 5.142: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\beta$  para  $\alpha = 0.2$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ .

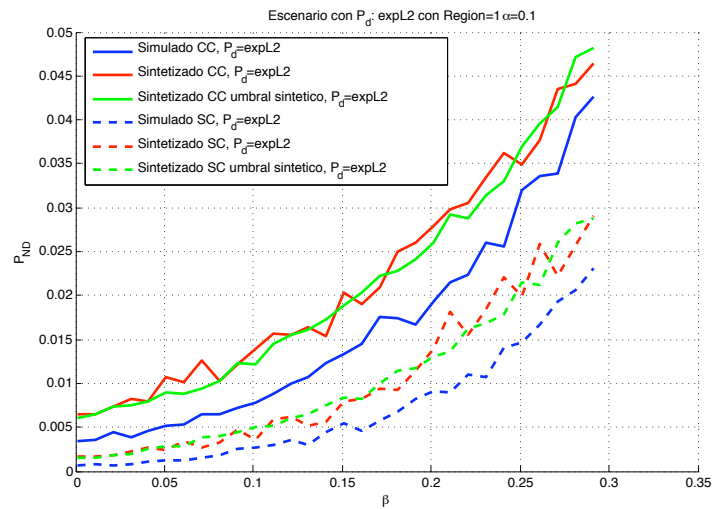


Figura 5.143: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$  para  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ .

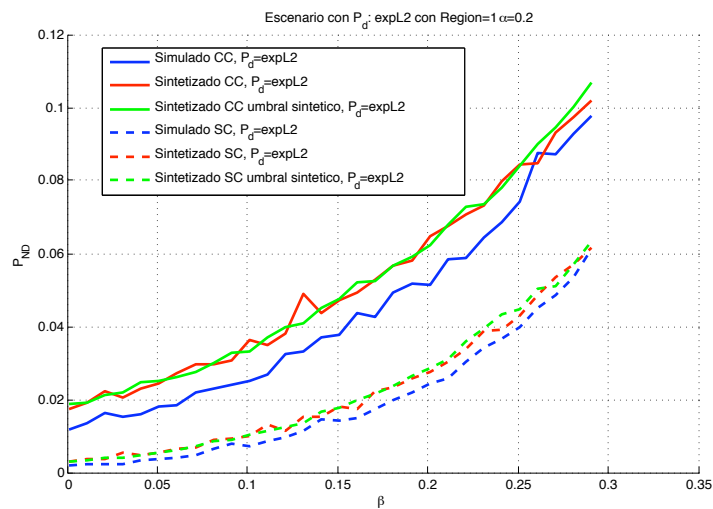


Figura 5.144: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\beta$  para  $\alpha = 0.2$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ .



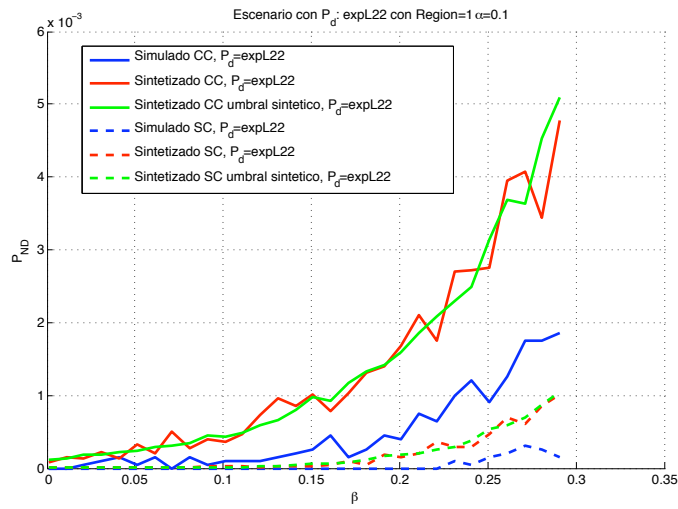


Figura 5.145: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\beta$  para  $\alpha = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ .

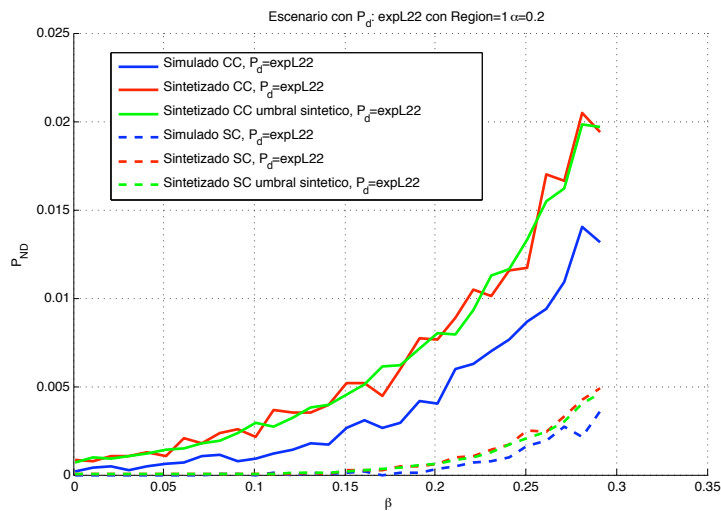


Figura 5.146: Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\beta$  para  $\alpha = 0.2$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ .

Las conclusiones que se obtienen en esta sub-sección son las mismas que anteriormente, es decir, a partir las figuras presentadas en esta sub-sección se concluye que los tres entornos nos proporcionan un idéntico resultado en la medida de prestaciones, al variar  $\beta$ , es decir la asunción de gaussianidad para medir las prestaciones de una red de sensores siempre y cuando se den las condiciones que se han expuesto sean válidas.

# Capítulo 6

## Conclusiones y líneas futuras

*“And then the whole pack rose up into the air and came flying down upon her. She gave a little scream and tried to beat them off, and then found herself lying on the bank with her head in her sister’s lap, whilst some dead leaves fluttered down from trees upon her face. “Oh, I’ve had such a curious dream!” said Alice, and she told her sister of her strange adventures in Wonderland*

*Lewis Carroll*

En este trabajo el principal objetivo ha sido tratar de analizar las prestaciones en redes de sensores binarios a partir de simulaciones del entorno y desde un punto de vista analítico, es decir, a través de resultados que se obtienen al utilizar un modelo sintético basado en la aproximación gaussiana del logaritmo del cociente de verosimilitud cuando el número de sensores es considerablemente alto y cuando las lecturas se pueden considerar independientes.

En el desarrollo de este trabajo también se ha puesto principal interés en el análisis entre prestaciones y consumo de energía. En aplicaciones actuales tanto en ámbitos militares como civiles, se pretende que este tipo de redes tengan una ciclo de vida cada vez más largo y con mejores prestaciones. Este es el desafío al que nos enfrentamos en el diseño de redes de sensores y necesita ser superado para así lograr el verdadero potencial de estos sistemas de sensores inalámbricos.

Para ello se han llevado a cabo las siguientes acciones:

Se ha comprobado gráficamente en una estrategia sin censura que las distribuciones del cociente de verosimilitud son gaussianas tanto bajo la hipótesis  $H_0$ , como bajo la hipótesis  $H_1$ . Se ha comprobado también que en un escenario con censura, la distribución de  $H_1$  es gaussiana, mientras que para  $H_0$  no se comporta de forma gaussiana, aunque si de forma muy similar. Además de la comprobación gráfica de la gaussianidad de las distribuciones, se han aplicado tests para validar numéricamente la pertenencia de las distribuciones a una distribución gaussiana obteniendo resultados similares.

Se ha demostrado numéricamente usando los teoremas de pertenencia a una distribución que conforme se aumenta el número de sensores desplegados en la región de exploración, el logaritmo del cociente de verosimilitud que obtenemos mediante simulaciones tiende a ser cada vez más gaussiano.

Por otro lado se han evaluado mediante simulación las probabilidades de no detección y de falsa alarma, para la estrategia de transmisión sin censura y con censura, para las distintas probabilidades de detección. De la misma forma se han evaluado dichas probabilidades para un modelo sintético basado en la teoría de la información logrando resultados muy parecidos en el caso sin censura siempre que la densidad de sensores desplegados sea alta. En el caso con censura la aproximación gaussiana es válida para las probabilidades de detección “sombbrero cordobés” y lineal, pero sin embargo para las probabilidades basadas en exponenciales en el caso con censura la aproximación gaussiana no es una buena aproximación al logaritmo del cociente de verosimilitud. Este hecho nos puede ayudar a evaluar las prestaciones que normalmente queremos saber de una red evitando simular la red, y utilizando dicha gaussiana sintética en algunos casos.

Se han obtenido los umbrales aplicando el test de Neyman-Pearson a partir del escenario simulado y a partir de gaussianas sintéticas llegando a umbrales idénticos lo que corrobora la utilidad de utilizar el modelo sintético para medir las prestaciones de una red de sensores.

Se han analizado las prestaciones del sistema vs. energía siguiendo un modelo en el que la energía es determinada por los sensores que intentan transmitir. Por un lado para medir las prestaciones se ha utilizado la divergencia  $J$  que se obtiene sin necesitar simular la red, lo cual nos permite de forma directa obtener las prestaciones de una red sin necesidad de realizar las simulaciones pertinentes en ocasiones muy costosas. Se han presentado una serie de gráficas que nos ayudan a conocer, e incluso diseñar la estrategia de

transmisión más conveniente en cada caso, según el radio de la región. Se ha comparado dicha divergencia  $J$  con la probabilidad de detección ponderado por la energía consumida de la red obteniéndose resultados parecidos en un escenario bajo la hipótesis  $H_0$ .

Se ha establecido un criterio de diseño según la probabilidad de un agente en la región, basado en la medida de prestaciones vs. energía.

Se ha comprobado como la divergencia  $J$  se satura al igual que la probabilidad de detección, a partir de un cierto valor, es decir, se mantiene constante.

El hecho de que la distribución del cociente de verosimilitud forme parte de una distribución gaussiana, y que dicha gaussiana utilizando conceptos de la teoría de la información pueda ser construida de forma sintética, hace posible la utilización de dicha gaussiana sintética para el diseño/análisis de una red de sensores. Así pues en este trabajo se han presentado resultados que corroboran la robustez de dicha asunción de gaussianidad. Se ha presentado la probabilidad de no detección en función de todos los parámetros de diseño de la red con la que hemos estado trabajando. Con las gráficas que se obtienen se muestra la evolución de dicha probabilidad en función de la variación de cada parámetro. Además de validar la robustez del uso de asunción de gaussianidad a partir de estas gráficas, estas nos pueden servir, por ejemplo para el diseño y estudio del comportamiento de este tipo de redes tanto en lo concerniente a la selección de estrategias como en la selección de las probabilidades de detección que modelan mejor el sistema.

A partir del trabajo realizado surgen múltiples líneas futuras de investigación de amplia perspectiva e interés, entre las que podrían destacarse las siguientes:

- Caracterización de forma más exacta la distribución del cociente de verosimilitud bajo la hipótesis  $H_0$  en una estrategia con censura.
- Introducción de modelos más reales para caracterizar el consumo de energía, dependiendo de los bits de información transmitidos, periodo de actividad del microcontrolador, distancia entre los nodos y el centro de fusión, ambiente en el que nos encontramos, etc.
- Estudio más centrado en redes heterogéneas.

- Uso de determinadas codificaciones de los datos a transmitir, para aplicaciones en las que exige un nivel de robustez frente ataques como pueden ser aplicaciones militares.
- Comprobación en un caso práctico los resultados teóricos obtenidos en este trabajo.

# Lista de Figuras

2.1. Red experimental de sensores auto-alimentados utilizando células fotovoltaicas (Leonardo Da Vinci Museo de Ciencia y Tecnología, Milán). . . . .	10
2.2. Arquitectura típica de un nodo sensor inalámbrico [Raghnathan et al., 2002].	12
2.3. Descripción visual de un detector secuencial. . . . .	24
2.4. Ejemplo de una ECDF . . . . .	30
3.1. Probabilidades de detección. . . . .	40
4.1. Escenario bajo asunción de gaussianidad. . . . .	58
5.1. Distribución de los sensores con sus correspondientes lecturas (positivas ■ , negativas ●) en un área circular $D$ de radio $R = 2$ , con el agente a detectar $\mathbf{x}^t$ (◆) centrado en las coordenadas $(0,0)$ y con una densidad de sensores $\rho = \frac{300}{\pi \cdot r_0^2}$ para una probabilidad de detección $p_d$ : “ sombrero cordobés”. . . . .	71
5.2. Probabilidad de detección “sombrero cordobés” con parámetros $\alpha = 0.1$ , $\beta = 0.1$ y $r_0 = 1$ . . . . .	71
5.3. Probabilidad de detección lineal con parámetros $\alpha = 0.1$ , $\beta = 0.1$ y $r_0 = 1$ . . . . .	73

- 5.4. Distribución de los sensores con sus correspondientes lecturas (positivas  $\blacksquare$ , negativas  $\bullet$ ) en un área circular  $D$  de radio  $R = 2$ , con el agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  ( $\blacklozenge$ ) centrado en las coordenadas  $(0,0)$  y con una densidad de sensores  $\rho = \frac{300}{\pi \cdot r_0^2}$  para una probabilidad de detección  $p_d$ : lineal. . . . . 73
- 5.5. Probabilidad de detección exponencial de norma 2 con parámetros  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$  y  $\theta = 2$ . . . . . 74
- 5.6. Distribución de los sensores con sus correspondientes lecturas (positivas  $\blacksquare$ , negativas  $\bullet$ ) en un área circular  $D$  de radio  $R = 2$ , con el agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  ( $\blacklozenge$ ) centrado en las coordenadas  $(0,0)$  y con una densidad de sensores  $\rho = \frac{300}{\pi \cdot r_0^2}$  para una probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2. . . . . 75
- 5.7. Probabilidad de detección exponencial de norma 2 al cuadrado con parámetros  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$  y  $\theta = 2$ . . . . . 76
- 5.8. Distribución de los sensores con sus correspondientes lecturas (positivas  $\blacksquare$ , negativas  $\bullet$ ) en un área circular  $D$  de radio  $R = 2$ , con el agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  ( $\blacklozenge$ ) en las coordenadas  $(0,0)$  y con una densidad de sensores  $\rho = \frac{300}{\pi \cdot r_0^2}$  para una probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado. . . . . 77
- 5.9.  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo “sombrero cordobés” en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura. . . . . 80
- 5.10.  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo “sombrero cordobés” en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura. . . . . 80
- 5.11.  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo lineal en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  para estrategia sin censura. . . . . 81



5.12. $LLR_{\Theta H_1}(\boldsymbol{\theta} H_1)$ con gaussiana sintética superpuesta para el modelo lineal en un área circular $D$ centrado en la posición del posible agente a detectar, $\boldsymbol{x}^t$ para estrategia sin censura. . . . .	81
5.13. $LLR_{\Theta H_0}(\boldsymbol{\theta} H_0)$ con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular $D$ centrado en la posición del posible agente a detectar, $\boldsymbol{x}^t$ para estrategia sin censura. . . . .	82
5.14. $LLR_{\Theta H_1}(\boldsymbol{\theta} H_1)$ con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular $D$ centrado en la posición del posible agente a detectar, $\boldsymbol{x}^t$ para estrategia sin censura. . . . .	82
5.15. $LLR_{\Theta H_0}(\boldsymbol{\theta} H_0)$ con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado en un área circular $D$ centrado en la posición del posible agente a detectar, $\boldsymbol{x}^t$ para estrategia sin censura. . . . .	83
5.16. $LLR_{\Theta H_1}(\boldsymbol{\theta} H_1)$ con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular $D$ centrado en la posición del posible agente a detectar, $\boldsymbol{x}^t$ para estrategia sin censura. . . . .	83
5.17. $LLR_{\Theta H_0}(\boldsymbol{\theta} H_0)$ con gaussiana sintética superpuesta para el modelo “sombrero cordobés” en un área circular $D$ centrado en la posición del posible agente a detectar, $\boldsymbol{x}^t$ para estrategia con censura. . . . .	84
5.18. $LLR_{\Theta H_1}(\boldsymbol{\theta} H_1)$ con gaussiana sintética superpuesta para el modelo “sombrero cordobés” en un área circular $D$ centrado en la posición del posible agente a detectar, $\boldsymbol{x}^t$ para estrategia con censura. . . . .	84
5.19. $LLR_{\Theta H_0}(\boldsymbol{\theta} H_0)$ con gaussiana sintética superpuesta para el modelo lineal en un área circular $D$ centrado en la posición del posible agente a detectar, $\boldsymbol{x}^t$ para estrategia con censura. . . . .	85

- 5.20.  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo lineal en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\boldsymbol{x}^t$  para estrategia con censura. . . . . 85
- 5.21.  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\boldsymbol{x}^t$  para estrategia con censura. . . . . 86
- 5.22.  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\boldsymbol{x}^t$  para estrategia con censura. . . . . 86
- 5.23.  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\boldsymbol{x}^t$  para estrategia con censura. . . . . 87
- 5.24.  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  con gaussiana sintética superpuesta para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\boldsymbol{x}^t$  para estrategia con censura. . . . . 87
- 5.25. Distribución analítica de la FDP condicionada a las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$  en función del logaritmo del cociente de verosimilitud variando el número de lecturas disponibles  $l_a$  en el centro de fusión para el modelo “sombrero cordobés” y en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\boldsymbol{x}^t$ . . . . . 89
- 5.26. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : “sombrero cordobés”. 91
- 5.27. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : “sombrero cordobés”. 91

- 5.28. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : lineal. . . . . 92
- 5.29. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : lineal. . . . . 92
- 5.30. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2. . . . . 93
- 5.31. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2. . . . . 93
- 5.32. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado. . . . . 94
- 5.33. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado. . . . . 94
- 5.34. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : “sombrero cordobés” para una estrategia con censura. . . . . 97
- 5.35. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : “sombrero cordobés” para una estrategia con censura. . . . . 97

- 5.36. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : lineal para una estrategia con censura. . . . . 98
- 5.37. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : lineal para una estrategia con censura. . . . . 98
- 5.38. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 para una estrategia con censura. . . . . 99
- 5.39. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 para una estrategia con censura. . . . . 99
- 5.40. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado para una estrategia con censura. . . . . 100
- 5.41. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado para una estrategia con censura. . . . . 100
- 5.42. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  “sombrero cordobés”. . 103
- 5.43. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  “sombrero cordobés”. . 103

- 5.44. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  lineal. . . . . 104
- 5.45. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  lineal. . . . . 104
- 5.46. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2. . . . . 105
- 5.47. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2. . . . . 105
- 5.48. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 al cuadrado. . . . . 106
- 5.49. Grupos de observaciones agrupadas en  $k$ -grupos con  $k=25$  vs. frecuencia esperada para distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 al cuadrado. . . . . 106
- 5.50. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : “sombrero cordobés” para una estrategia sin censura. . . . . 108
- 5.51. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : “sombrero cordobés” para una estrategia sin censura. . . . . 108

- 5.52. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : lineal para una estrategia sin censura. . . . . 109
- 5.53. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : lineal para una estrategia sin censura. . . . . 109
- 5.54. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 para una estrategia sin censura. . . . . 110
- 5.55. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 para una estrategia sin censura. . . . . 110
- 5.56. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado para una estrategia sin censura. . . . . 111
- 5.57. CDF construida a partir de la distribución  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  simulada, superpuesta con gaussiana sintética para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado para una estrategia sin censura. . . . . 111
- 5.58. Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  “sombbrero cordobés” para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura. . . . . 113
- 5.59. Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  lineal para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura. . . . . 113

- 5.60. Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura. . . . . 114
- 5.61. Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 al cuadrado para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura. . . . . 114
- 5.62. Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  “sombrero cordobés” para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura. . . . . 115
- 5.63. Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  lineal para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura. . . . . 116
- 5.64. Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura. . . . . 116
- 5.65. Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 al cuadrado para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 200 para una estrategia sin censura. . . . . 117
- 5.66. Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  “sombrero cordobés” para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura. . . . . 119
- 5.67. Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  lineal para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura. . . . . 119

- 5.68. Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura. . . . . 120
- 5.69. Estadístico  $\chi^2$  para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 al cuadrado para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura. . . . . 120
- 5.70. Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  “sombbrero cordobés” para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura. . . . . 122
- 5.71. Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  lineal para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura. . . . . 122
- 5.72. Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura. . . . . 123
- 5.73. Estadístico K-S para un modelo de probabilidad de detección  $p_d$  exponencial de norma 2 al cuadrado para las hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ , variando el número de sensores desplegados en la región de 1 a 160 para una estrategia con censura. . . . . 123
- 5.74. Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo “sombbrero cordobés” y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ . . . . . 127
- 5.75. Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo “sombbrero cordobés” y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ . . . . . 127



- 5.76. Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo lineal y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio del área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ . . . . . 128
- 5.77. Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo lineal y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio del área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ . . . . . 128
- 5.78. Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio del área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ . . . . . 129
- 5.79. Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio del área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ . . . . . 129
- 5.80. Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio del área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ . . . . . 130
- 5.81. Divergencia simétrica  $J(H_0|H_1)$  por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ . . . . . 130
- 5.82. Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo “sombbrero cordobés” y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ . . . . . 133

- 5.83. Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo “sombbrero cordobés” y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ . . . . . 133
- 5.84. Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo lineal y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ . . . . . 134
- 5.85. Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo lineal y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ . . . . . 134
- 5.86. Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ . . . . . 135
- 5.87. Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ . . . . . 135
- 5.88. Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_0$ . . . . . 136
- 5.89. Probabilidad de detección ponderado por gasto de energía (número de sensores que intentan transmitir) para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado y un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\mathbf{x}^t$  en función del radio de área  $R$  y el gasto energético para  $H_1$ . . . . . 136

5.90. Divergencia simétrica $J(H_0 H_1)$ partido de energía para el modelo “sombrero cordobés” y un área circular $D$ centrado en la posición del posible agente a detectar, $\mathbf{x}^t$ en función de distintos radios. También se presentan los umbrales $\tau^{th}$ obtenidos gráficamente. . . . .	138
5.91. Divergencia simétrica $J(H_0 H_1)$ en función del radio del área $R$ para las cuatro probabilidades de detección para una estrategia con censura. . . . .	140
5.92. Divergencia simétrica $J(H_0 H_1)$ en función del radio del área $R$ para las cuatro probabilidades de detección para una estrategia sin censura. . . . .	140
5.93. Probabilidad de detección en función del radio del área $R$ para las cuatro probabilidades de detección para una estrategia con censura. . . . .	141
5.94. Probabilidad de detección en función del radio del área $R$ para las cuatro probabilidades de detección para una estrategia sin censura. . . . .	141
5.95. $LLR_{\Theta H_0}(\boldsymbol{\theta} H_0)$ y $LLR_{\Theta H_1}(\boldsymbol{\theta} H_1)$ con gaussianas sintéticas superpuestas para el modelo “sombrero cordobés” en un área circular $D$ centrado en la posición del posible agente a detectar, $\mathbf{x}^t$ para estrategia sin censura. . . . .	144
5.96. $LLR_{\Theta H_0}(\boldsymbol{\theta} H_0)$ y $LLR_{\Theta H_1}(\boldsymbol{\theta} H_1)$ con gaussianas sintéticas superpuestas para el modelo lineal en un área circular $D$ centrado en la posición del posible agente a detectar, $\mathbf{x}^t$ para estrategia sin censura. . . . .	144
5.97. $LLR_{\Theta H_0}(\boldsymbol{\theta} H_0)$ y $LLR_{\Theta H_1}(\boldsymbol{\theta} H_1)$ con gaussianas sintéticas superpuestas para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular $D$ centrado en la posición del posible agente a detectar, $\mathbf{x}^t$ para estrategia sin censura. . . . .	145

- 5.98.  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  con gaussianas sintéticas superpuestas para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\boldsymbol{x}^t$  para estrategia sin censura. . . . . 145
- 5.99.  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  para el modelo “sombbrero cordobés” en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\boldsymbol{x}^t$  para estrategia con censura. . . . 146
- 5.100  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  para el modelo lineal en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\boldsymbol{x}^t$  para estrategia con censura. . . . . 146
- 5.101  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  para el modelo exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\boldsymbol{x}^t$  para estrategia con censura. . . . 147
- 5.102  $LLR_{\Theta|H_0}(\boldsymbol{\theta}|H_0)$  y  $LLR_{\Theta|H_1}(\boldsymbol{\theta}|H_1)$  para el modelo exponencial de norma 2 al cuadrado en un área circular  $D$  centrado en la posición del posible agente a detectar,  $\boldsymbol{x}^t$  para estrategia con censura. . . . . 147
- 5.103 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : “sombbrero cordobés” cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\boldsymbol{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia sin censura. . . . . 150
- 5.104 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : “sombbrero cordobés” cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\boldsymbol{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia sin censura. . . . . 150
- 5.105 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\boldsymbol{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia sin censura. . . . 151

- 5.106 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : lineal en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia sin censura. . . . . 151
- 5.107 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2, en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia sin censura. . . . . 152
- 5.108 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , con estrategia sin censura. . . . . 152
- 5.109 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado, en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , con estrategia sin censura. . . . . 153
- 5.110 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado en área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , con estrategia sin censura. . . . . 153
- 5.111 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : “sombbrero cordobés” cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia con censura. . . . . 155

- 5.112 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : “sombbrero cordobés” cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia con censura. . . . . 155
- 5.113 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia con censura. . . . 156
- 5.114 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : lineal en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia con censura. . . . . 156
- 5.115 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2, en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , utilizando una estrategia con censura. . . . . 157
- 5.116 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , con estrategia con censura. . . . . 157
- 5.117 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\beta$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\alpha$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado, en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , con estrategia con censura. . . . . 158

- 5.118 Medida de prestación: Probabilidad de detección vs.  $\alpha$  simulado y sintetizado con distintos valores de  $\beta$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado en área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ , con estrategia con censura. . . . . 158
- 5.119 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : “sombrero cordobés” cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura. . . . . 161
- 5.120 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : “sombrero cordobés” cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura. . . . . 161
- 5.121 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura. . . . . 162
- 5.122 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura. . . . . 162
- 5.123 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura. . . . . 163

- 5.124 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura. . . . . 163
- 5.125 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura. . . . . 164
- 5.126 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs. el número de sensores  $l$  para  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura. . . . . 164
- 5.127 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ : radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : “sombrero cordobés” con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura. . . . . 166
- 5.128 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ : radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : “sombrero cordobés” con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura. . . . . 166
- 5.129 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ : radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : lineal con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia sin censura. . . . . 167



- 5.130 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ :  
radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  
 $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : lineal con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$   
centrado en la posición  $(0,0)$  para una estrategia con censura. 167
- 5.131 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ :  
radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  
 $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 con el posible  
agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una  
estrategia sin censura. . . . . 168
- 5.132 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$   
: radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  
 $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 con el posible  
agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$  para una  
estrategia con censura. . . . . 168
- 5.133 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ :  
radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  
 $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado con  
el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$   
para una estrategia sin censura. . . . . 169
- 5.134 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $R$ :  
radio de la región circular de exploración  $D$  con  $\alpha = 0.1$ ,  
 $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 al cuadrado con  
el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$   
para una estrategia con censura. . . . . 169
- 5.135 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$   
para  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue  
de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible  
agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ . . . . . 171
- 5.136 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$   
para  $\beta = 0.2$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue  
de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible  
agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ . . . . . 171

- 5.137 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$  para  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ . . . . . 172
- 5.138 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$  para  $\beta = 0.2$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ . . . . . 172
- 5.139 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$  para  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ . . . . . 173
- 5.140 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$  para  $\beta = 0.2$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ . . . . . 173
- 5.141 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\beta$  para  $\alpha = 0.1$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ . . . . . 175
- 5.142 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\beta$  para  $\alpha = 0.2$ , para la  $p_d$ : lineal cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ . . . . . 175
- 5.143 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\alpha$  para  $\beta = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ . . . . . 176

- 5.144 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\beta$  para  $\alpha = 0.2$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ . . . . . 176
- 5.145 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\beta$  para  $\alpha = 0.1$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ . . . . . 177
- 5.146 Medida de prestaciones: Probabilidad de no detección vs.  $\beta$  para  $\alpha = 0.2$ , para la  $p_d$ : exponencial de norma 2 cuando tenemos un despliegue de los sensores en un área circular  $D$  de radio  $R$  con el posible agente a detectar  $\mathbf{x}^t$  centrado en la posición  $(0,0)$ . . . . . 177



# Lista de Tablas

5.1. <i>Test <math>\chi^2</math> para estrategia con censura.</i> . . . . .	95
5.2. <i>Test Kolmogorov-Smirnov para estrategia con censura.</i> . . . . .	101
5.3. <i>Test <math>\chi^2</math> para estrategia sin censura.</i> . . . . .	107
5.4. <i>Test K-S para estrategia sin censura</i> . . . . .	112
5.5. <i>Umbrales <math>\tau^{th}</math> calculados de forma analítica y obtenidos de la figura 5.90 para <math>p_d</math> “sombbrero cordobés”</i> . . . . .	138
5.6. <i>Umbrales obtenidos mediante test Neyman-Pearson para una <math>P_{FA} = 0.1</math> en estrategia sin censura.</i> . . . . .	142
5.7. <i>Probabilidad de detección utilizando umbrales obtenidos mediante test Neyman-Pearson para una <math>P_{FA} = 0.1</math> en escenario sin censura.</i> . . . . .	142
5.8. <i>Umbrales obtenidos mediante test Neyman-Pearson para una <math>P_{FA} = 0.1</math> en estrategia con censura.</i> . . . . .	143
5.9. <i>Probabilidad de detección utilizando umbrales obtenidos mediante test Neyman-Pearson para una <math>P_{FA} = 0.1</math> en escenario con censura.</i> . . . . .	143



# Bibliografía

- [Akyildiz et al., 2002] I. F. AKYILDIZ, W. SU, Y. SANKARASUBRAMANIAM, y E. CAYIRCI. “Distributed Detection With Multiple Sensors: Part I Fundamentals”, *IEEE Communication Magazine*, 02(8):102–114, Agosto 2002.
- [Ali y Silvey, 1966] S. M. ALI y S. D. SILVEY. “A General Class of Coefficients of Divergence of One Distribution from another”, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B(Methodological)*, 28(1):131–142, Abril 1966.
- [Artés-Rodríguez, 2004] A. ARTÉS-RODRÍGUEZ. “Decentralized Detection in Sensor Networks using range information”, *Proceedings of the ICASSP 2004*, Mayo 2004.
- [Artés-Rodríguez et al., 2005] A. ARTÉS-RODRÍGUEZ, M. LÁZARO, y M. SÁNCHEZ-FERNÁNDEZ. “Decentralized Detection in Sensor Networks with censored transmissions”, *Proceedings of the ICASSP*, Marzo 2005.
- [Blum et al., 1997] R. S. BLUM, S. A. KASSAM, y POOR. “Distributed detection with multiple sensors: Part II”, *Proceeding of the IEEE*, 85(1):64–79, Enero 1997.
- [Chamberland y Veeravalli, 2003] J. F. CHAMBERLAND y V. V. VEERAVALLI. “Decentralized detection in sensor Networks”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 51(2):407 – 416, Febrero 2003.
- [Chamberland y Veeravalli, 2004] J. F. CHAMBERLAND y V. V. VEERAVALLI. “Asymptotic results for decentralized detection in power constrained wireless sensor networks”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 22(5):1007 – 1015, Agosto 2004.
- [Chong y Kumar, 1997] C.-Y. CHONG y S. P. KUMAR. “Sensor Networks: Evolution, Opportunities and Challenges”, *Pocceeding of the IEEE*, 85(1):1247–1256, Agosto 1997.

- [Conover, 1999] W. J. CONOVER. *Practical nonparametric statistics*. John Wiley and Sons. 1999.
- [Cover y Thomas, 2006] T. M. COVER y J. A. THOMAS. *Elements of information theory*. John Wiley & Sons. 2006.
- [Doherty et al., 2001] L. DOHERTY, B. A. WARNEKE, B. BOSER, y K. S. J. PISTER. “Energy and performance consideration for smart dust”, *Int. Journal of Parallel and Distributed Sensor Networks*, 4(3):2023 – 2044, Diciembre 2001.
- [Evans y Rosenthal, 2003] M. J. EVANS y J. S. ROSENTHAL. *Probabilidad y estadística: La Ciencia de la Incertidumbre*. Editorial Reverté. 2003.
- [Gómez Rodríguez, 2006] M. GÓMEZ RODRÍGUEZ. “Detección Distribuida en Redes Densas de Sensores con Información de Rango”. 2006.
- [Kailath, 1997] T. KAILATH. “The divergence and Bhattacharyya distance measures in signal selection”, *IEEE Transaction on Communication*, 16(3):52–60, Febrero 1997.
- [Kay, 1998] S. M. KAY. *Fundamentals of Statistical Signal Procession Detection Theory*. Prentice Hall Signal Processing Series. 1998.
- [Kullback, 1959] S. KULLBACK. *Information theory and statistics*. Wiley. 1959.
- [Lázaro et al., 2005] M. LÁZARO, A. ARTÉS-RODRÍGUEZ, y M. SÁNCHEZ-FERNÁNDEZ. “Decentralized Detection in Binary Dense Sensor: To transmit or not to transmit”, *Proceedings of the International Workshop on Wireless Ad-hoc Networks (IWVAN)*, Mayo 2005.
- [Lázaro et al., 2009] M. LÁZARO, M. SÁNCHEZ-FERNÁNDEZ, y A. ARTÉS-RODRÍGUEZ. “Optimal Sensor Selection in Binary Heterogeneous Sensor Network”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57(4), Abril 2009.
- [Marano et al., 2006a] S. MARANO, V. MATTA, y P. WILLET. “Quantizer precision for distributed estimation in a large sensor network”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(10):4073 – 4078, Octubre 2006.
- [Marano et al., 2006b] S. MARANO, V. MATTA, P. WILLET, y L. TONG. “Cross-layer design of sequential detectors in sensor networks”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(11):4105 – 4117, Noviembre 2006.
- [Mergen et al., 2006] G. MERGEN, Q. ZHAO, y L. TONG. “Sensor networks with mobile access: Energy and capacity considerations”, *IEEE Transaction on Communications*, 54(11):2023 – 2044, Noviembre 2006.



- [Mhatre y Rosenberg, 2004] V. MHATRE y C. ROSENBERG. “Homogeneous vs heterogeneous clustered sensor networks: a comparative study”, *2004 IEEE International Conference on Communications*, 6(10):3646 – 3651, Junio 2004.
- [Muñoz Iñigo, 2006] S. MUÑOZ IÑIGO. “Detección Distribuida en Redes de Sensores Bajo Distintas estrategias de Transmisión”. 2006.
- [Poor, 1994] H. V. POOR. *An Introduction to Signal Detection and Estimation*. Springer. 1994.
- [Raghathan et al., 2002] V. RAGHNATHAN, C. SCHURGERS, S. PARK, y M. B. SRIVASTAVA. “Energy-Aware Wireless Microsensors Networks”, *IEEE Signal Processing Magazine*, 1053-5888(2):40–50, Marzo 2002.
- [Rago et al., 1996] C. RAGO, P. WILLETT, y Y. BAR-SHALOM. “Censoring sensors: a low communication-rate scheme for distributed detection”, *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, 3(2):554–568, Abril 1996.
- [Shorey, 2006] R. SHOREY. *Mobile, wireless, and sensor networks : technology, applications, and future directions* . John Wiley and Sons. 2006.
- [Tay et al., 2007] W. TAY, J. N. TSITSIKLIS, y M. Z. WIN. “Asymptotic performance of a censoring sensor network”, *IEEE Transaction on Information Theory*, 53(11):4191–4209, Noviembre 2007.
- [Tsitsiklis, 1988] J. N. TSITSIKLIS. “Decentralized detection using kernel methods”, *IEEE Transaction on Signal Processing*, 1:167–182, 1988.
- [Varnshney, 1997] P. K. VARNSHNEY. *Distributed Detection and Data Fusion*. Springer Verlag, United States of America, NY, USA. 1997.
- [Viswanathan y Varshney, 1997] R. VISWANATHAN y P. K. VARNSHNEY. “Distributed detection with multiple sensors: Part I”, *Proceeding of the IEEE*, 85(1):54–63, Enero 1997.
- [Viswanathan y Varshney, 2002] R. VISWANATHAN y P. K. VARNSHNEY. “A Survey on Sensor Networks”, *IEEE Communication Magazine*, 02(8):54–63, Enero 2002.