

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM RECURSOS HÍDRICOS E SANEAMENTO  
AMBIENTAL

CELSO MENOTI DA SILVA

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE INSTABILIDADES HIDRODINÂMICAS EM CAMADA DE  
MISTURA DUPLAMENTE ESTRATIFICADA COM EFEITO DE VELOCIDADE DE QUEDA

PORTO ALEGRE

2019

CELSO MENOTI DA SILVA

Simulação numérica de Instabilidades Hidrodinâmicas em camada de mistura duplamente  
estratificada com efeito de velocidade de queda

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em  
Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Uni-  
versidade Federal do Rio Grande do Sul, como requi-  
sito parcial à obtenção do grau de doutor.

Orientadora: Profa. Dra. Edith Beatriz Camaño Schettini

Coorientador: Prof. Dr. Jorge Hugo Silvestrini

PORTO ALEGRE

2019

CIP - Catalogação na Publicação

Menoti da Silva, Celso  
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE INSTABILIDADES HIDRODINÂMICAS  
EM CAMADA DE MISTURA DUPLAMENTE ESTRATIFICADA COM  
EFEITO DE VELOCIDADE DE QUEDA / Celso Menoti da Silva.  
-- 2019.  
133 f.  
Orientadora: Edith Beatriz Camaño Schettini.

Coorientador: Jorge Hugo Silvestrini.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio  
Grande do Sul, Instituto de Pesquisas Hidráulicas,  
Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e  
Saneamento Ambiental, Porto Alegre, BR-RS, 2019.

1. Instabilidade Hidrodinâmica. 2. Camada de  
Mistura. 3. Sedimentação. 4. Transporte Escalar. 5.  
Simulação Numérica. I. Camaño Schettini, Edith  
Beatriz, orient. II. Silvestrini, Jorge Hugo,  
coorient. III. Título.

CELSO MENOTI DA SILVA

Simulação numérica de Instabilidade Hidrodinâmica em camada de mistura duplamente  
estratificada com efeito de velocidade de queda

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em  
Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Uni-  
versidade Federal do Rio Grande do Sul, como requi-  
sito parcial à obtenção do grau de doutor.

Porto Alegre, 28 de agosto de 2019.

---

Profa. Dra. Edith Beatriz Camaño Schettini - UFRGS

Orientadora

---

Prof. Dr. Jorge Hugo Silvestrini - PUCRS

Coorientador

---

Prof. Dr. Marcello Augusto Faraco de Medeiros - USP/São Carlos

Examinador

---

Prof. Dr. Rubem Mário Figueiró Vargas - PUCRS

Examinador

---

Prof. Dr. Rafael Manica - UFRGS

Examinador

*Dedico aos meus pais,  
ao progresso científico que promova,  
a esperança, a justiça e a sustentabilidade.*

## **AGRADECIMENTOS**

Escrever uma tese não foi uma tarefa fácil para mim. Esse longo caminho de crescimento não percorri sozinho e contei com o apoio e cooperação de muitas pessoas. Agradeço a Professora Edith Beatriz cujas contribuições e dedicação tornaram viável o presente trabalho; ao Professor Jorge pela colaboração, essencial para o desenvolvimento da tese. Aos companheiros do NETT, em especial o Leonardo Monteiro, Gabriel, Guilherme e Vinicius pelas contribuições técnicas, discussões filosóficas e partilha de saberes. À confiança e disposição do ao IPH, programa de pós-graduação, aos colegas de programa, toda minha gratidão. De maneira muito singular à Regina Cadore e a Luísa Luchese pela amizade e parceria. A todos que me acompanharam nessa peregrinação e que de alguma forma contribuíram registro aqui, nessas breves palavras, o reconhecimento e a gratidão que tenho por todos vocês.

## RESUMO

Os escoamentos gravitacionais estão presentes em muitos fenômenos naturais. Em especial destaca-se o transporte de sedimento na foz de um rio com o oceano ou lago. A foz de um rio no mar ou lago pode gerar uma corrente do tipo hipopical, na qual água clara e com sedimentos do rio é sobreposta a água do mar e a interface entre essas corrente pode gerar instabilidade hidrodinâmica. O presente trabalho tem por objetivo simular a instabilidade hidrodinâmica em camada de mistura na configuração hipopical e analisar as interações entre os parâmetros físicos relevantes. Para a realização deste trabalho foram consideradas duas concentrações escalares transportadas por um fluxo horizontal, tendo como parâmetros governantes o Número de Richardson e a velocidade de sedimentação de Stokes. A metodologia numérica empregada foi a Simulação Numérica Direta (DNS - *Direct Numerical Simulation*) tridimensional e o código usado para as simulações foi o *Incompact3d*, que resolve as Equações de Navier-Stokes, Continuidade e Advecção-Difusão. A taxa de amplificação da perturbação, no período linear, foi calculada a partir da evolução da Energia Cinética Turbulenta pela Equação de Reynolds-Orr. A instabilidade de Kelvin-Helmholtz é predominante, porém a adição dos efeitos da sedimentação decorrentes da velocidade de queda da partícula, influenciam no desenvolvimento das instabilidades. Nos resultados obtidos, a velocidade de queda não influencia na taxa de amplificação da perturbação na interface, mas favorece o fluxo turbulento vertical de partículas, difusividade turbulenta e o modo de instabilidade. Verifica-se que fluxo de sedimentos com maior velocidade de queda individual apresenta vórtices característicos da instabilidade do modo de Rayleigh Taylor Modificado, que decorre da diferença dos coeficientes de difusividades dos campos escalares envolvidos.

**Palavra Chave:** Instabilidade Hidrodinâmica, Camada de Mistura, Sedimentação.

## ABSTRACT

Gravitational runoffs are present in many natural phenomena. In particular, the sediment transport at a river's mouth formed with an ocean or a lake is noteworthy. The mouth of a river in the sea or lake can generate a hypopycnal type stream, in which clear water and water with river sediment is superimposed on sea water, the interface between these currents can generate hydrodynamic instability. The present work aims to simulate hydrodynamic instability in the mixture layer, when in the hypopycnal configuration, and to analyse the interactions between the relevant physical parameters. To perform this this work, two scalar concentrations, transported by horizontal flow, were considered, employing the Richardson Number and the sedimentation rate of Stokes as the governing parameters. The numerical methodology employed was a three-dimensional Direct Numerical Simulation(DNS) and the software used for the simulations was Incompact3d, which was used to solve the Navier-Stokes, Continuity and Advection-Diffusion Equations. For the analysis of non-linearity the Horizontal and Vertical Turbulent Flows and the Turbulent Diffusivity Coefficients were calculated, as was the Effective Fall Velocity. Kelvin-Helmholtz instability is predominant, however the addition of sedimentation effects due to the particle fall velocity had an influence on the development of instabilities. In the obtained results, the fall velocity does not influence the amplification rate of the perturbation in the interface, but favours the particles' vertical turbulent flow, turbulent diffusivity and the mode of instability. The study flow of sediments with greater individual fall velocities present the characteristic vortices of Rayleigh Taylor Modified instability, which stem from the difference of the diffusivity coefficients of the scalar fields involved was.

**Key words:** Hydrodynamic Instability, Mixture Layer, Sedimentation.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1.1	Foto da foz do Rio Doce, no Espírito Santo, em 22 de novembro de 2015 (Ricardo Moraes 2015 [45]). . . . .	1
1.2	Imagem de satélite que mostra a propagação para oeste de sedimentos suspensos no norte do Golfo do México (costa de Louisiana e Texas) por correntes paralelas que correm na direção oeste (Weight et al., 2011 [71]). . . . .	2
1.3	Exemplos de instabilidade de Kelvin-Helmholtz. A Figura (a) é uma foto de nuvens onduladas sobre o Monte Breckenridge, Colorado, EUA [10], a Figura (b) é uma simulação física usando água doce e salgada a uma declividade de $8^\circ$ [19]. . . . .	4
1.4	Experimento mostrando a Instabilidade de Rayleigh Taylor (Scase et al. [54]). .	5
1.5	Exemplos duplo-difusivos tipo <i>fingers</i> . A Figura (a) é uma instabilidade em um experimento com dois volumes de um plasma [59]. A Figura (b) é de uma nuvem vulcânica no Monte Agostin no Alaska em 27 de março de 1986 (Fotógrafo J. Pezzenti Jr) [8] . . . . .	5
2.1	Esquema ilustrativo de corrente hipopicnal e hiperpicnal na foz de um rio [4]. .	9
2.2	Relação entre os valores críticos de $Re$ e $E_c(0)$ . A região <i>I</i> corresponde ao escoamento monótono estável; A região <i>II</i> corresponde ao escoamento globalmente estável; a região <i>III</i> corresponde ao escoamento linearmente estável [30].	12
2.3	Exemplos do Desenvolvimento Espacial (a) e Temporal (b) de uma camada de mistura [17], [39]. . . . .	14
2.4	Esquema referente ao perfil de velocidade média $\bar{u}$ de uma camada de mistura.	15
2.5	Desenvolvimento da instabilidade de Kelvin-Helmholtz. (a) perturbação senoidal da zona rotacional de comprimento de onda $\lambda$ ; (b) a perturbação evolui e surgem cristas e vales; (c) ocorre a formação de vórtice de comprimento $\lambda$ . . . .	16
2.6	Campos de vorticidade transversal nos tempos (a) $t = t_0 + 15$ e (b) $t = t_0 + 20$ . Resultado apresentado por Ferreira (2014) [17]. . . . .	17
2.7	Curva de estabilidade neutra para uma camada de mistura estratificada apresentada por Hazel (1972)[22] . . . . .	18
2.8	Evolução da amplitude da flutuação da velocidade vertical captada no centro do domínio de cálculo. Esses resultados foram obtidos por Ferreira (2014) [17] . .	19

2.9	Representação esquemática da distribuição de massa específica de um rio apresentado por Burns & Meiburg (2012) [6] em um período de tempo $\Delta t$ . A linha traço-pontilhada corresponde à massa específica de partículas flutuantes ( $\rho_c$ ), a linha tracejada corresponde à massa específica da salinidade ( $\rho_s$ ) e a linha sólida corresponde à massa específica total ( $\rho_0$ ). $u_s$ corresponde a velocidade de sedimentação. . . . .	20
2.10	Esboço dos dois modos de instabilidade: Duplo-Difusiva (direita) e Rayleigh-Taylor (esquerda). Burns & Meiburg (2014)[7]. . . . .	21
2.11	Fotografias do experimento de Jazi et al. [29]. Simulação para $R_\rho = 3,33$ ; a foto superior corresponde ao instante $t = 28s$ e a foto inferior ao instante $t = 70s$ . Nesse experimento ocorre a formação de instabilidade por sedimentação convectiva. . . . .	22
2.12	Relações entre estratificação representada pela razão de densidade, $R_\rho$ , e taxa de amplificação (Direita) e número de onda da amplificação máxima (Esquerda), obtido por Farenzena 2016[15]. Os resultados apresentados no gráficos consideraram $Ri_{sal} = 0,4$ . . . . .	23
2.13	Taxa de crescimento da perturbação em função do número de onda para três velocidades de queda em camada de mistura no caso em que $R_\rho = 1,7$ . Resultado obtido por Farenzena (2016) [15]. . . . .	24
2.14	Curvas limite de estabilidade e os modos dominantes em função do Número de Richardson Total e da velocidade de queda nos casos em que a distância entre os pontos de inflexão dos perfis escalares de base é zero. Resultado apresentado por Farenzena (2018) et al. [16]. . . . .	24
2.15	Campo de Vorticidade gerada pelas simulações de Martinez (2006) [39] apresenta instabilidades secundárias de KH. . . . .	28
2.16	Esquematização dos vórtices longitudinais na camada de mistura, Bernal et al. (1986) [3] . . . . .	29
2.17	Perfis espaciais de densidade iônica em diferentes momentos. Figura gerada por Umeda et al (2016) [70]. . . . .	29
2.18	Figura gerada pelas simulações de Saito et al. (2016) [53]. Apresenta a evolução da Instabilidade de RT na interface para $Re = 1024$ . . . . .	30
2.19	Contorno do campo de sedimentos em um dado instante de tempo obtido em uma simulação de Burns & Meiburg [7] na qual $\tau = 25$ , $R_\rho = 2$ e $u_s = 2$ . . . . .	31
3.1	Esquema das condições de contorno do domínio de cálculo. . . . .	35
3.2	Esquema da configuração do escoamento de base. O gráfico na Figura (a) corresponde ao perfil de velocidades e o gráfico na Figura (b) corresponde aos perfis escalares . . . . .	36

3.3	Número de Onda Modificado $k'_e \Delta x$ e $k''_e \Delta x$ em função de $k \Delta x$ . (a) primeira derivada, (b) segunda derivada, e diferentes esquemas numéricos: (i) esquema explícito de segunda ordem; (ii) esquema explícito de sexta ordem; (iii) esquema compacto de quarta ordem; (iv) esquema compacto de sexta ordem; (v) solução exata. (Ferreira, [17] e Lamballais, [34]) . . . . .	45
3.4	Evolução da Energia Cinética da perturbação observada na DNS de Metcalfe [43]. $A_f$ corresponde às amplificações fundamentais das perturbações iniciais adicionadas aos perfis de base. . . . .	47
3.5	Evolução da Energia Cinética da Perturbação para o caso em que $u_s = 0$ , $R_\rho = 1$ e $\tau = 1$ . . . . .	48
3.6	Evolução da taxa de amplificação. . . . .	48
3.7	Decomposição da taxa de amplificação segundo a equação (4.5): Efeito Viscoso, Empuxo, Fluxo Médio e não linearidade. Evolução de cada uma das parcelas da equação (3.49). . . . .	49
4.1	Foz do Rio Reuss no Lago Lucerne, na Suíça [28] . . . . .	50
4.2	Evolução temporal da Energia Cinética da Perturbação, obtida nos presentes experimentos numéricos, para os Casos I ( $\tau = 10$ , $Sc = 10$ ) e II ( $\tau = 1$ , $Sc = 100$ ). . . . .	53
4.3	Decomposição da Energia Cinética da Perturbação, para o Caso I. O eixo vertical corresponde ao valor absoluto da razão entre a parcela da taxa e a taxa total. . . . .	54
4.4	Decomposição da Energia Cinética da Perturbação, para o Caso II. O eixo vertical corresponde ao valor absoluto da razão entre a parcela da taxa e a taxa total. . . . .	55
4.5	Desenvolvimento temporal de $\langle \varphi'_1 \rangle$ , nas curvas em preto, e $\ \widehat{\varphi}'_1\ $ , nas curvas em cinza, para os dois casos simulados. . . . .	56
4.6	Espectros de Energia Cinética da Perturbação Horizontal ( $\ \widehat{u}'_1\ $ ) e Vertical ( $\ \widehat{u}'_2\ $ ) para o Caso 1 (Figuras (a) e (b)) e o Caso 2 (Figuras (c) e (d)). . . . .	57
4.7	Espectro de variância escalar para diferentes Números de Prandtl. . . . .	57
4.8	Espectros de Variância das flutuações das concentrações de sedimentos ( $\ \widehat{\varphi}'_1\ $ ) e salinidade ( $\ \widehat{\varphi}'_2\ $ ) para o Caso I (Figuras a e b) e o Caso II (Figuras c e d). . . . .	59
4.9	Evolução dos campos escalares para o Caso I, $Sc = 10$ e $\tau = 10$ , para os tempos adimensionais $t = 100, 130, 160, 190$ e $200$ . A sequência superior corresponde à evolução do campo de sedimentos $\varphi_1$ , em vermelho, e a sequência inferior à evolução do campo salino $\varphi_2$ , em vermelho, nos tempos indicados. . . . .	60
4.10	Evolução dos campos escalares para o Caso II, $Sc = 1$ e $\tau = 100$ , para os tempos adimensionais $t = 56, 65, 74, 92$ e $110$ . A sequência superior corresponde à evolução do campo de sedimentos $\varphi_1$ , em vermelho, e a sequência inferior, à evolução do campo salino $\varphi_2$ , em vermelho, nos tempos indicados. . . . .	60

4.11	Campos de Vorticidade observados nos experimentos numéricos realizados. A sequência superior corresponde à evolução do campo de vorticidade do Caso 1, para os instantes $t = 100, 130, 160, 190$ e $200$ . A sequência inferior corresponde à evolução dos campos de vorticidade do Caso 2, para os instantes $t = 56, 65, 74, 92$ e $110$ . . . . .	61
4.12	Perfis médios dos campos escalares correspondentes aos instantes representados na Figuras 4.9 e 4.10. As Figuras (a) e (b) correspondem ao Caso I e as Figuras (c) e (d) ao Caso II. . . . .	62
4.13	Espessuras dos perfis médios de concentração calculados nos dois casos. A Figura da esquerda corresponde ao primeiro caso simulado e a Figura da direita corresponde ao segundo caso simulado. . . . .	63
4.14	Fluxos Turbulentos dos escalares nos casos simulados em três instantes pertencentes ao período não linear. . . . .	64
4.15	Evolução da Sedimentação Efetiva para cada um dos casos simulados. . . . .	64
4.16	Evolução da Energia Cinética da Perturbação para os dois Casos simulados para quatro diferentes velocidades de queda: $10^{-3}, 10^{-2}, 0,025$ e $0,05$ . . . . .	66
4.17	Evolução das parcelas da taxa de amplificação ( $\sigma = \sigma_m + \sigma_{nl} + \sigma_b + \sigma_v$ ) nos Casos I e II, para $u_s = 0,01$ e $u_s = 0,05$ . . . . .	67
4.18	Evolução dos campos escalares para os dois casos para diferentes velocidades de queda: $u_s = 0,001$ nas Figuras (a) e (c) e $u_s = 0,05$ nas Figuras (b) e (d). No Caso I estão representados os instantes $75, 102, 129, 156$ e $183$ . O Caso II estão representados os instantes $40, 49, 58, 67$ e $76$ . . . . .	67
4.19	Evolução da Razão $R_h$ nos Casos I e II para as velocidades de queda $u_s = 0,001$ e $u_s = 0,05$ . . . . .	68
4.20	Evolução dos campos de vorticidade para os dois casos para diferentes velocidades de queda: $u_s = 0,001$ nas Figuras (a) e (c) e $u_s = 0,05$ nas Figuras (b) e (d). No Caso I, estão representados os instantes $75, 102, 129, 156$ e $183$ . O Caso II, estão representados os instantes $40, 49, 58, 67$ e $76$ . . . . .	69
4.21	Os gráficos das linhas superior correspondem à evolução dos perfis médios de sedimentos $\bar{\varphi}_1$ e salinidade $\bar{\varphi}_2$ . No Caso I, os instantes considerados foram $t = 75, 102, 129, 156$ e $183$ ; no Caso II, os instantes considerados foram $t = 40, 49, 58, 67$ e $76$ . . . . .	70
4.22	Evolução das espessuras médias de salinidade ( $\delta_2$ ) para as velocidades de queda $u_s = 0, u_s = 10^{-3}$ e $u_s = 0,05$ , para os dois casos simulados. . . . .	71
4.23	Gráficos da evolução dos fluxos turbulentos. No Caso I, os instantes considerados foram $t = 90, 120$ e $150$ ; no Caso II, os instantes considerados foram $t = 45, 60$ e $75$ . . . . .	72
4.24	Localização da interface de sedimentos, $x_2$ tal que $\bar{\varphi}_1(x_2, t) = 0,5$ . . . . .	72
4.25	Evolução da Velocidade de Queda Efetiva, calculada pela Equação (4.25) para cada um dos casos simulados. . . . .	73

5.1	Influência do termo de difusividade vertical $\partial^2/\partial x_2^2$ : as curvas em preto correspondem à simulação em que o termo foi eliminado e a curva em cinza à simulação que contabilizou o termo. O primeiro gráfico compara a evolução da espessura do perfil de velocidade média, e o segundo compara a evolução da energia cinética da perturbação nos dois casos simulados. . . . .	77
5.2	Relações instantâneas da Energia Cinética da Perturbação (à direita) e da taxa de amplificação (à esquerda), para os casos em que $u_s = 0$ . . . . .	78
5.3	Decomposição da taxa de amplificação da perturbação para os casos em que $R_\rho = 1$ , $R_\rho = 2,0$ e $R_\rho = 2$ . . . . .	79
5.4	Evolução dos espectros de Energia Cinética da Perturbação, nos instantes adimensionais 34,8, 40,2, 45,6, 51,0 e 56,4. A linha superior corresponde à simulação em que a razão de densidade $R_\rho = 1$ e a linha inferior à $R_\rho = 2$ . . . . .	80
5.5	Evolução dos espectros de Variância da flutuação dos escalares para os instantes adimensionais 34,8, 40,2, 45,6, 51,0 e 56,4. A sequência da linha superior corresponde à simulação em que a razão de densidade $R_\rho = 1$ a linha inferior à $R_\rho = 2$ . . . . .	81
5.6	Evolução dos campos de escalares de sedimentos ( $\varphi_1$ ) e salinidade ( $\varphi_2$ ) nos instantes adimensionais 34,8, 40,2, 45,6, 51,0 e 56,4. . . . .	82
5.7	Evolução da vorticidade para os nos instantes adimensionais 34,8, 40,2, 45,6, 51,0 e 56,4, para $R_\rho = 1$ , 1,5 e 2. . . . .	83
5.8	Evolução da Energia Cinética da Perturbação e da Taxa de Amplificação para os casos simulados com velocidade de queda $u_s = 0,025$ , (a) e (b), e $u_s = 0,05$ e $R_\rho = 1,0$ , 1,5 e 2,0, (c) e (d). . . . .	85
5.9	Decomposição da taxa de amplificação para os casos em que $R_\rho = 1$ para as velocidades de queda de $u_s = 0,001$ , $u_s = 0,01$ , $u_s = 0,025$ e $u_s = 0,05$ . . . . .	86
5.10	Relação $u_s \times R_{\sigma_b}$ para $u_s = 0,001$ , 0,01, 0,025 e 0,05 para $R_\rho = 1$ . Os valores $R_{\sigma_b}$ são $2,9 \times 10^{-4}$ , 0,0242, 0,065 e 0,2074 respectivamente. . . . .	86
5.11	Decomposição da taxa de amplificação da perturbação para os razões de densidade $R_\rho = 1,0$ e $R_\rho = 2,0$ para as velocidades de queda de $u_s = 0,025$ e $u_s = 0,05$ . . . . .	87
5.12	Evolução dos campos de escalares de sedimentos ( $\varphi_1$ ) e salinidade ( $\varphi_2$ ) nos instantes adimensionais 34,8, 40,2, 45,6, 51,0 e 56,4, para $u_s = 0,025$ e $u_s = 0,05$ . As sequências (a) e (b) correspondem a $R_\rho = 1,0$ , as (c) e (d) correspondem a $R_\rho = 1,5$ e as (e) e (f) correspondem a $R_\rho = 2,0$ . . . . .	89
5.13	Campos de Vorticidade para os instantes adimensionais 45,6, 51,0 e 56,4. . . . .	90
5.14	Evolução dos espectros de Variância da flutuação dos escalares para os instantes adimensionais 34,8, 40,2, 45,6, 51,0 e 56,4. A sequência da linha superior corresponde à simulação velocidade de queda $u_s = 0,025$ , e a linha inferior para $u_s = 0,05$ . Em todos os casos, tem-se $R_\rho = 1$ . . . . .	91

5.15	Evolução dos perfis escalares médios para o caso em que $R_\rho = 1$ , sem sedimentação $u_s = 0$ . . . . .	93
5.16	Diferença entre o perfil médio instantâneo $\bar{\varphi}_1$ e a condição inicial definida pela equação $\bar{\varphi}_2(t, x_2) = 0.5[1 + \tanh(2x_2)]$ . . . . .	93
5.17	Fluxos turbulentos verticais calculados pela Equação (5.7) para os casos em que $u_s = 0$ . As curvas cheias correspondem ao Fluxo de Sedimentos $F_1$ e as pontilhadas ao Fluxo Salino $F_2$ . Os gráficos (a) e (b) correspondem aos casos em que $R_\rho = 1$ e $R_\rho = 2$ , respectivamente. . . . .	94
5.18	Perfis médio espaciais escalares para os casos em que $R_\rho = 1,0$ com velocidade de queda de $u_s = 0,025$ , gráficos (a) e (b), e $u_s = 0,05$ , gráficos (c) e (d), para os campos de sedimentos ( $\bar{\varphi}_1$ ) e salinidade ( $\bar{\varphi}_2$ ) respectivamente. . . . .	95
5.19	Perfis dos Fluxos turbulentos verticais calculados pela Equação (5.7), (a) para o caso em que $u_s = 0,025$ , (b) e $u_s = 0,05$ , gráfico (b), e $R_\rho = 1$ . As curvas cheias correspondem ao Fluxo de sedimentos ( $F_1$ ) e a pontilhadas fluxo salino ( $F_2$ ). . . . .	96
5.20	Fluxos Verticais Médios instantâneos, $F_{km}(t)$ , para os casos em que $u_s = 0,025$ , à esquerda, e $u_s = 0,05$ e $R_\rho = 1$ . . . . .	96
5.21	Espessura da camada instável e localização da interface do campo de sedimentos, $x_{21}$ , tal que $\bar{\varphi}_1(x_{21}, t) = 0,5$ , para os casos em que $u_s = 0,01$ (gráficos (a) e (b)) e $u_s = 0,05$ (gráficos (c) e (d)). Nos gráficos (b) e (d) a linha tracejada corresponde à localização da interface estimada pela velocidade de queda $-u_s t$ . . . . .	97
5.22	Relações entre Difusividade Turbulenta Média, $\tau_t$ , e a Razão de Fluxo Médio, $\zeta$ , com a velocidade de queda. . . . .	99
5.23	Velocidade de queda efetiva normalizada para os casos simulados com as velocidades de queda de $u_s = 0,025$ e $u_s = 0,05$ para os casos em que $R_\rho = 1$ , $R_\rho = 1,5$ e $R_\rho = 2$ . . . . .	100
5.24	Relação entre Número de Richardson Total e Taxa de amplificação da perturbação. . . . .	102
5.25	Evolução da Energia Cinética da Perturbação (a) e das Taxas de Amplificação (b) para o caso em que $Ri_t = 0,25$ , $Ri_2 = 0$ para o caso $u_s = 0,05$ . . . . .	103
5.26	Sequência temporal dos campos de escalares de sedimentos ( $\varphi_1$ ) e salinidade ( $\varphi_2$ ), nos instantes adimensionais 45, 60, 67,5, 75 e 82,5, para $u_s = 0,05$ , $Ri_t = 0,25$ e $Ri_2 = 0,4$ . . . . .	104
5.27	Evolução da espessura da camada instável (a) e localização da interface, $x_2$ tal que $\bar{\varphi}_1 = 0,5$ (b). . . . .	104
5.28	Desenvolvimento temporal da Razão de Fluxo, $\zeta$ . . . . .	105
5.29	Sequência temporal dos perfis médios escalares para os campos de (a) sedimentos, $\bar{\varphi}_1$ , e (b) o campo salino, $\bar{\varphi}_2$ . . . . .	105
5.30	Evolução da velocidade de queda efetiva. . . . .	106
6.1	Desenvolvimento temporal da Energia Cinética da Perturbação nos casos em que $Ri_t = 0$ nas situações bidimensional e tridimensional. . . . .	108
6.2	Vistas da Instabilidade e corte pelo plano $x_2 = -1$ , no instante $t = 200$ . . . . .	109

- 6.3 Desenvolvimento da Interface ( $\bar{\varphi}_1$ ) nos instantes  $t = 200$ ,  $t = 240$  e  $t = 274$ , e a vistas  $x_1Ox_2$  e  $x_3Ox_2$ . . . . . 110
- 6.4 Desenvolvimento dos Perfis Escalares Médios, integrados nas direções  $x_1$  e  $x_3$ , nos instantes  $t = 125$ ,  $150$ ,  $175$ ,  $200$ ,  $225$ . . . . . 111
- 6.5 Desenvolvimento dos Fluxos Turbulentos Verticais do campo de sedimentos,  $F_{21}$ , e da salinidade  $F_{22}$ , nos instantes  $t = 125$ ,  $150$ ,  $175$ ,  $200$ ,  $225$ . . . . . 111
- 6.6 Evolução da Magnitude dos Fluxos Médios do caso em que  $Ri_t = 0$  e  $u_s = 0$ . . . 112
- 6.7 Desenvolvimento da interface e do campo de concentração de sedimentos na simulação tridimensional nos instantes adimensionais  $t = 145$ ,  $t = 230$  e  $t = 265$  para o caso em que  $Ri_t = 0$  e  $u_s = 0,05$ . . . . . 113
- 6.8 Evolução do campo de concentração de sedimentos na simulação tridimensional nos instantes adimensionais  $t = 195$ ,  $t = 230$  e  $t = 265$ . Para cada instante são apresentadas nos planos  $x_2 = -3$ ,  $x_2 = -2$  e  $x_2 = -1$  paralelo ao plano coordenado  $x_1Ox_3$ . . . . . 114
- 6.9 Sequência temporal da representação tridimensional do campo de sedimentos. Interface da concentração de sedimentos e as vistas  $x_1Ox_2$  e  $x_3Ox_2$ , obtidos na simulação da camada de mistura em que  $Ri_t = 0,1$  com  $R_\rho = 1,5$  e  $u_s = 0,025$ . . 115
- 6.10 Evolução do campo de concentração de sedimentos na simulação tridimensional nos instantes adimensionais  $t = 75$ ,  $t = 105$  e  $t = 135$ . Para cada instante são apresentadas nos planos  $x_2 = -4$ ,  $x_2 = -3$  e  $x_2 = -2$  paralelo ao plano coordenado  $x_1Ox_3$ . . . . . 116
- 6.11 Sequência temporal da representação tridimensional do campo de sedimentos. Interface da concentração de sedimentos e as vistas  $x_1Ox_2$  e  $x_3Ox_2$ , obtidos na simulação da camada de mistura em que  $Ri_t = 0,1$  com  $R_\rho = 1,5$  e  $u_s = 0,05$ . . 117
- 6.12 Evolução do campo de concentração de sedimentos na simulação tridimensional nos instantes adimensionais  $t = 75$ ,  $t = 90$  e  $t = 105$ . Para cada instantes, são apresentadas nos planos  $x_2 = -4$ ,  $x_2 = -3$  e  $x_2 = -2$  paralelamente ao plano coordenado  $x_1Ox_3$ . . . . . 118
- 6.13 Sequências temporais de concentração salina e Critério Q, na vista  $x_1Ox_2$  do caso em que  $u_s = 0,05$  e  $R_\rho = 1,5$ . . . . . 119

## LISTA DE TABELAS

3.1	Grupos adimensionais e definições segundo a adimensionalização proposta. As constantes $\kappa_1$ e $\kappa_2$ correspondem à difusividade da concentração de partículas e da salinidade, respectivamente. . . . .	33
3.2	Coeficiente para aproximação da 1ª derivada [35], [17] . . . . .	41
3.3	Relação entre as constantes da equação (3.36) e a ordem do esquema de diferenças finitas [34] para derivada segunda. . . . .	42
3.4	Coeficiente para aproximação da 2ª derivada [35], [17] . . . . .	43
4.1	Características dos Casos Simulados. . . . .	51
4.2	Comparação entre as taxas de amplificação obtidas pelo espectro de potência da variância da concentração de sedimentos, $\ \widehat{\varphi}_1\ $ , ou, $\langle \varphi_1'^2 \rangle(t)$ , com os valores de referência [7]. . . . .	55
4.3	Relação entre velocidade de queda $u_s$ e a taxa de amplificação ( $\sigma$ ) para os Casos I e II. . . . .	65
5.1	Comparação entre as taxas de referência e as obtidas pelas simulações para diferentes $R_\rho$ quando $u_s = 0$ . . . . .	78
5.2	Casos Simulações e comparação entre as taxas de referência e as obtidas pelas simulações. As taxas de amplificação obtidas nas simulações pelo ajuste da Energia Cinética da Perturbação à Equação $\log(E_c) = 2\sigma t + K$ . . . . .	84
5.3	Aproximação do Limite Superior do Período Linear nos casos simulados . . . . .	84
5.4	Valores da Razão $R_{\sigma_b}$ para as simulações com $R_\rho = 1$ e $2$ para $u_s = 0,025$ e $0,05$ . . . . .	87
5.5	Médias temporais das razões $\tau_t$ e $\zeta$ , para diferentes $R_\rho$ e $u_s = 0$ . . . . .	98
5.6	Parâmetros das simulações para avaliar a influência do $Ri_t$ sobre a taxa de amplificação obtida pelas simulações. Em todos os casos $R_\rho = 1,5$ . . . . .	101

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a_{m,n}$	Coeficientes da Série de Taylor	[-]
$A_f$	Amplitude da perturbação inicial de velocidade	[-]
$b_{m,n}$	Combinação dos coeficientes da Série de Taylor	[-]
$c_{m,n}$	Coeficientes da Série de Taylor	[-]
$c_c$	Celeridade	[m/s]
$c_r$	Velocidade de fase	[m/s]
$d_p$	Diâmetro da partícula	[-]
$\mathbf{e}_g$	Vetor unitário na direção da aceleração da gravidade	[-]
$E_c$	Energia Cinética da Perturbação ou Turbulenta	[-]
$F_k$	Fluxo Turbulento do escalar k	[kg/(m <sup>2</sup> s)]
$g$	Aceleração Gravitacional	[m/s <sup>2</sup> ]
$H$	Espessura da Região Instável ( $H = u_s t$ )	[m]
$h$	Espessura da Região Instável ( $h = x_{21} - x_{22}$ )	[m]
$i = \sqrt{-1}$	Unidade Imaginária	[-]
$L$	Comprimento Característico	[m]
$k$	Número de onda	[-]
$k_e$	Número de onda modificada	[-]
$k_c$	Número de onda de corte	[-]
$L_{x_1}, L_{x_2}, L_{x_2}$	Dimensão do domínio de Cálculo	[-]
$n_x$	Nó da malha de cálculo	[-]
$N^2$	Frequência de Brunt-Väisälä	[s <sup>-1</sup> ]
$p$	Pressão	[Pa]
$PI$	Intervalo do Período Linear	[-]

$q$	Grandeza Física qualquer	[-]
$q'$	Flutuação da Grandeza Física $q$	[-]
$\bar{q}$	Valor Médio da grandeza $q$	[-]
$\widehat{q}$	Amplitude da flutuação da grandeza $q$	[-]
$R^2$	Coefficiente de Determinação	[-]
$R_\rho$	Razão de Densidades	[-]
$R_t$	Razão de Espessuras	[-]
$Re$	Número de Reynolds	[-]
$Ri$	Número de Richardson	[-]
$s$	Metade do inverso da variância do sinal	[-]
$s_{ij}$	Taxa de Deformação	[-]
$Sc$	Número de Schmidt	[-]
$u_1$	Velocidade na direção $x_1$	[m/s]
$u_2$	Velocidade na direção $x_2$	[m/s]
$u_3$	Velocidade na direção $x_3$	[m/s]
$u_c$	Velocidade de Convecção	[m/s]
$U$	Velocidade Característica	[m/s]
$U_1, U_2$	Velocidade do escoamento paralelo	[m/s]
$u_s$	Velocidade individual de queda	[m/s]
$u_s^{ef}$	Velocidade de queda Efetiva	[m/s]
$x_1$	Coordenada das abscissas	[m]
$x_2$	Coordenada das ordenadas	[m]
$x_3$	Coordenada das cotas	[m]
$\alpha$	Número de Onda da perturbação Horizontal	[-]
$\alpha^*$	Combinação dos coeficientes da série de Taylor	[-]
$\alpha_k$	Coefficiente de Expansão Volumétrica do Campo Escalar	[m <sup>3</sup> /kg]
$\alpha_{m,n}$	Combinação dos coeficientes da Série de Taylor	[-]
$\beta$	Número de Onda da perturbação Vertical	[-]
$\beta_{m,n}$	Combinação dos coeficientes da Série de Taylor	[-]
$\delta_0$	Metade da espessura de Vorticidade	[m]
$\delta_e$	Valore limite da Energia Cinética	[-]
$\delta_i$	Espessura inicial de vorticidade	[-]
$\delta_u$	Espessura de Vorticidade	[-]
$\delta_{\varphi_k}$	Espessura média do perfil escalar $k$	[-]
$\zeta$	Razão de Fluxo Médio	[-]
$\eta$	Escala Viscosa de Kolmogorov	[-]
$\Theta$	Fase da flutuação de da grandeza $q$	[-]

---

$\kappa_k$	Coefficiente de Difusividade do escalar $k$	$[m^2/s]$
$\kappa_{tk}$	Coefficiente de Difusividade Turbulento do escalar $k$	$[m^2/s]$
$\lambda$	Número de Onda	[-]
$\mu$	Coefficiente de Viscosidade dinâmica	$[kg/(ms)]$
$\rho$	Massa Específica	$[kg/m^3]$
$\rho_0$	Massa Específica da água clara	$[kg/m^3]$
$\sigma_c$	Taxa de Amplificação da perturbação ( $\sigma_c = \sigma$ )	[-]
$\sigma_r$	Frequência do modo perturbado	[-]
$\tau$	Razão entre os coeficientes de Difusividade	[-]
$\tau_t$	Razão Razão entre os coeficientes de Difusividade Turbulenta	[-]
$\varphi$	Concentração Escalar	$[kg/m^3]$
$\phi$	Amplitude de Perturbação da velocidade	$[m/s]$
$\omega$	Frequência da Flutuação	$[s^{-1}]$

## SUMÁRIO

<b>Lista de Ilustrações</b>	<b>iv</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>8</b>
2.1 Fundamentos da instabilidade hidrodinâmica . . . . .	9
2.2 Instabilidades na camada de mistura . . . . .	13
2.3 Instabilidades em plumas hipopícnais . . . . .	19
2.4 Transporte turbulento e sedimentação . . . . .	24
2.5 Instabilidades Tridimensionais . . . . .	27
<b>3 Metodologia Matemática</b>	<b>32</b>
3.1 Modelo hidrodinâmico . . . . .	32
3.2 Condições de Contorno e Iniciais . . . . .	34
3.3 Simulação Numérica Direta . . . . .	37
3.4 Estrutura do código . . . . .	38
3.4.1 Discretização temporal . . . . .	39
3.4.2 Discretização espacial . . . . .	40
3.4.3 Comportamento espectral . . . . .	43
3.5 Análise da estabilidade . . . . .	45
<b>4 Análise bidimensional da Instabilidade Duplo Difusiva</b>	<b>50</b>
4.1 Escoamento sem velocidade de queda . . . . .	52
4.1.1 Análise dos Espectros de Potência . . . . .	54
4.1.2 Instabilidade e Transporte Escalar . . . . .	58
4.2 Escoamento com influência da velocidade de queda . . . . .	65
<b>5 Análise bidimensional para Camada de Mistura duplamente estratificada</b>	<b>75</b>
5.1 Simulação da Camada de Mistura . . . . .	75
5.2 Escoamento sem o efeito da sedimentação . . . . .	77
5.3 Escoamento sob efeito da sedimentação de partículas . . . . .	83

---

5.3.1	Influência do Empuxo . . . . .	84
5.3.2	Desenvolvimento da Instabilidade . . . . .	88
5.4	Instabilidade e Transporte Escalar . . . . .	91
5.4.1	Efeitos não lineares em escoamentos sem velocidade de queda . . . . .	92
5.4.2	Efeitos não lineares em escoamentos com velocidade de queda . . . . .	94
5.4.3	Classificação da Instabilidade . . . . .	98
5.4.4	Velocidade de queda efetiva . . . . .	99
5.5	Velocidade de queda e Instabilidade em fluxo estratificado com Número de Richardson Total de 0,25 . . . . .	101
<b>6</b>	<b>Simulação Tridimensional da Camada de Mistura duplamente estratificada</b>	<b>107</b>
6.1	Casos com Número de Richardson Total Nulo . . . . .	107
6.1.1	Sem efeito da velocidade de queda . . . . .	107
6.1.2	Influência da Velocidade de Queda . . . . .	112
6.2	Instabilidade em camada de mistura estratificada com efeito de sedimentação .	114
<b>7</b>	<b>Conclusões e Perspetivas</b>	<b>120</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>125</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os rios são responsáveis por despejar milhões de toneladas de sedimentos diariamente nos oceanos. A água doce, que entra no oceano, carregada de partículas, é tipicamente menos densa que a água salgada circundante. Assim, à medida que os rios entram nos oceanos, uma série de fenômenos são responsáveis pelo transporte de sedimentos [2, 50]. Em um episódio recente, o rompimento de uma barragem de rejeitos no estado brasileiro de Minas Gerais, no dia 05 novembro de 2015, provocou a contaminação do Rio Doce. Em dezessete dias, a contaminação chegava à foz do Rio Doce no Estado do Espírito Santo. Na Figura (1.1) pode-se, então, observar a mancha lamacenta que se movimentava para dentro do oceano.



Figura 1.1: Foto da foz do Rio Doce, no Espírito Santo, em 22 de novembro de 2015 (Ricardo Moraes 2015 [45]).

De forma geral, devido às características do rio e do sedimento transportado, a mancha pode se estender pela costa [2]. Por exemplo, na foz do rio Mississippi no Golfo do México, Figura (1.2), o alcance da concentração de sedimentos chega a 100 km da costa. Nesse caso, a pluma se desloca para o oeste com contribuições menores dos rios Colorado e Brazos (Schieber 2016 [56]).

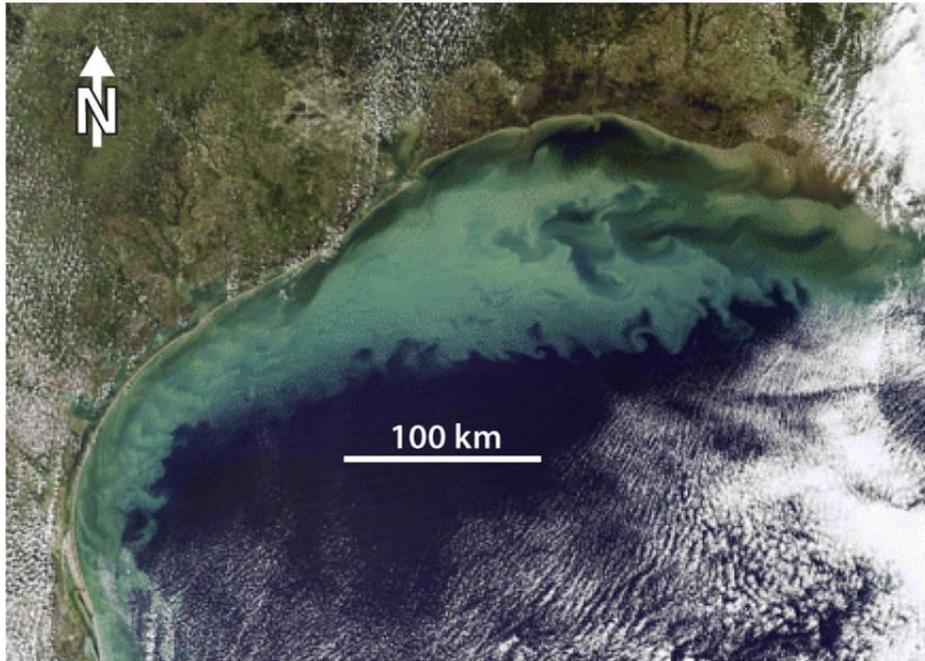


Figura 1.2: Imagem de satélite que mostra a propagação para oeste de sedimentos suspensos no norte do Golfo do México (costa de Louisiana e Texas) por correntes paralelas que correm na direção oeste (Weight et al., 2011 [71]).

Como pode ser visto, o fenômeno de transporte de sedimentos, seja em rios ou na atmosfera, é de grande interesse para a atividade humana. O deslocamento e a dispersão de manchas de poluentes ou nuvens de partículas são relevantes em estudos de impacto ambiental. Tais fenômenos de transporte podem ser ocasionados pela turbulência e/ou por diferença de densidade ou temperatura entre o fluido ambiente e a corrente transportada, conhecidos como corrente de densidade. Segundo Lowe [37] (1982), uma corrente de densidade em um líquido ou gás se mantém em movimento devido a ação da força de gravidade, que atua sobre a diferença de densidade. Pode haver uma diferença de densidade entre dois fluidos devido a uma diferença de temperatura, salinidade ou concentração de sedimentos em suspensão. As correntes de densidade na natureza são exemplificadas pelas correntes que fluem ao longo dos oceanos ou lagos. A corrente de densidade está relacionada à deposição em corrente de turbidez devido a diferença de densidade.

Em estuários, o transporte de partículas pode transcorrer por correntes de densidade, que são responsáveis pela formação de deltas e cânions subaquáticos e depósitos em águas profundas ([5], [47] e [46]). O destino dos sedimentos é atribuído a diversos fatores, entre eles a descarga

---

de água doce, carga de sedimentos e velocidade de sedimentação [40]. Assim, as partículas podem ser transportadas a grandes distâncias no mar. Além disso, as medições de campo revelam que as partículas, tipicamente em suspensão, sedimentam-se com uma velocidade diferente da explicada pela Lei de Stokes (Henniger et al. 2010 [24]).

Estudos mais recentes favorecem a hipótese da influência positiva da turbulência sobre a velocidade de decantação da partícula (Parsons et al., 2001 [51]). Para McCool et al., (2001) [40], o fluxo de sedimentos é controlado pelos processos convectivos gerados pela turbulência introduzida pelo cisalhamento. Em estuários, a turbulência é gerada, principalmente, pela energia cinética do fluxo de água doce, tensões produzidas pelo vento, marés e/ou outras correntes do mar.

Escoamentos turbulentos são comuns no cotidiano, são caracterizados pela aleatoriedade, pela diversidade de escalas dos vórtices e pela capacidade de mistura. A turbulência se desenvolve, apenas, em fluxo rotacional e decorre do cisalhamento no fluxo base, na qual pequenas perturbações se desenvolvem por meio da instabilidade podendo se degenerar. Algumas dessas instabilidades, pelo menos durante a fase inicial de seu desenvolvimento, podem ser entendidas no quadro da teoria da instabilidade linear. Já o estudo do desenvolvimento não linear da instabilidade contribui para o entendimento do desenvolvimento da turbulência (Lesieur (2008) [36]).

Pela análise de instabilidade, é possível determinar parâmetros característicos do escoamento que permitem a amplificação da perturbação no fluxo base. A taxa de amplificação da perturbação, determinada na fase linear da instabilidade, indica a rapidez com que ocorre a formação de instabilidades. O crescimento dos efeitos não lineares pode implicar na formação das estruturas típicas.

Em fluxos nos quais a turbulência é gerada por uma camada cisalhante, a forma particular da instabilidade de Kelvin-Helmholtz pode ser verificada. Essa instabilidade pode ser observada em diversas situações da natureza. A Figura (1.3) apresenta dois exemplos de instabilidade de Kelvin-Helmholtz na qual se observa o padrão característico da mesma. Essa instabilidade resulta da diferença de velocidade através de uma interface. É uma instabilidade simétrica à interface, não dispersiva e de natureza bidimensional.

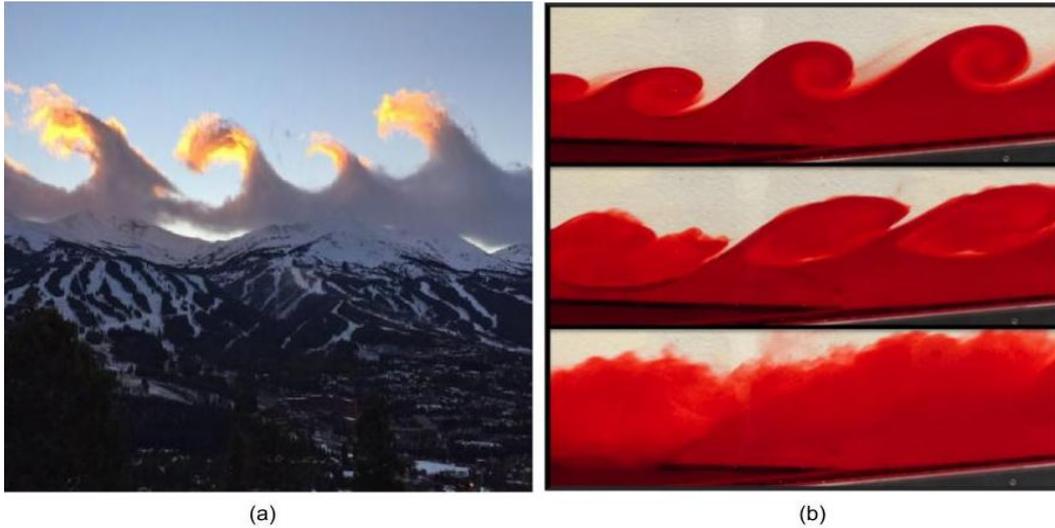


Figura 1.3: Exemplos de instabilidade de Kelvin-Helmholtz. A Figura (a) é uma foto de nuvens onduladas sobre o Monte Breckenridge, Colorado, EUA [10], a Figura (b) é uma simulação física usando água doce e salgada a uma declividade de  $8^\circ$  [19].

No caso em que a velocidade média for nulo ou constante, a instabilidade dependerá de outros parâmetros, tais como a massa específica e a difusividade dos escalares envolvidos. Um exemplo típico é a Instabilidade de Rayleigh-Taylor que está relacionada à diferença de massa específica e o movimento ocorre, apenas, pela ação gravitacional. A Figura (1.4) apresenta um experimento dessa instabilidade, no caso em questão o sistema está sob efeito de uma rotação.

Gradientes escalares, em sentidos opostas, com diferentes difusividades, submetidos à ação da gravidade conduzem ao fenômeno de convecção Duplo-Difusiva. Tal fenômeno foi observado, primeiramente, na termoclina oceânica. A dupla difusividade desempenha um papel significativo no transporte vertical de calor e salinidade nos oceanos. A formação instável com alta concentração de sal, na forma semelhante a dedos (**salt fingering**), contribui para a mistura vertical nos oceanos, que ajuda a regular a circulação gradual do oceano. O aspecto mais significativo da convecção por dedilhados é que eles transportam os fluxos de calor e sal na vertical, o que tem sido estudado, extensivamente, nos últimos cinquenta anos [56].

A convecção Duplo Difusiva, em determinadas configurações oceânicas de temperatura e salinidade, é sensível a pequenas perturbações e é gravitacionalmente instável. Tal instabilidade decorre da diferença de taxa de difusão e é conhecida com Instabilidade Duplo Difusiva [9]. A Figura (1.5) apresenta dois exemplos dessas instabilidades. A Figura (1.5a) apresenta

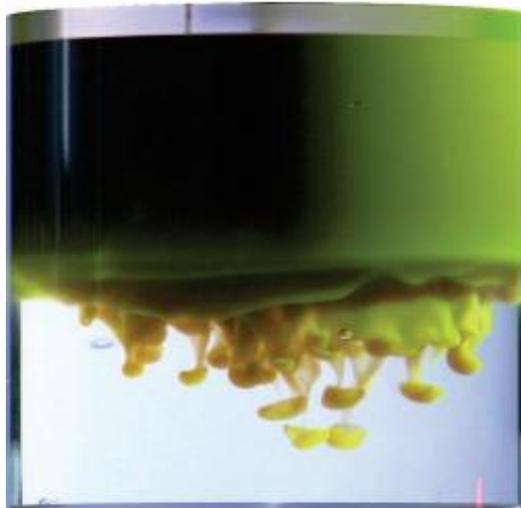


Figura 1.4: Experimento mostrando a Instabilidade de Rayleigh Taylor (Scase et al. [54]).

uma instabilidade formada em um experimento com dois volumes de plasma, e o volume superior tem massa específica maior [59]. A Figura (1.5b) é uma foto da nuvem vulcânica do Monte Agostin, no Alaska, em 27 de março de 1986 (Fotógrafo J. Pezzenti Jr) [8]. A nuvem era formada por gases e fragmentos de rocha com um coeficiente de difusividade diferente do coeficiente do ar, e, devido à ação da gravidade, a nuvem, mais densa, provocou a formação de instabilidades Duplo-Difusivas.



Figura 1.5: Exemplos duplo-difusivos tipo *fingers*. A Figura (a) é uma instabilidade em um experimento com dois volumes de um plasma [59]. A Figura (b) é de uma nuvem vulcânica no Monte Agostin no Alaska em 27 de março de 1986 (Fotógrafo J. Pezzenti Jr) [8]

Os fenômenos de instabilidade citados também ocorrem se a configuração instável for de água fresca carregada de partículas que se sobrepõem à água com concentração salina, como acontece em estuários. Na foz de um rio, a água carregada de sedimentos gera uma corrente de densidade, nas mais diversas configurações podendo formar uma camada de mistura. Nesse caso, diversos estudos têm relacionado a velocidade de queda individual da partícula com a formação da instabilidade.

O presente trabalho investiga a instabilidade em camada de mistura duplamente estratificada com velocidade de queda, modelo que se assemelha a uma corrente de densidade no caso hipopical. Para avaliação dos fenômenos de instabilidade hidrodinâmica, considerou-se uma camada de mistura estratificada estável. O objetivo é caracterizar a instabilidade sob a influência da velocidade de queda e da diferença de massa específica entre os componentes escalares. Para esse fim, foi utilizada a simulação numérica por meio de Simulação Numérica Direta (*DNS - Direct Numerical Simulation*). Ao final do trabalho, deverão ser respondidas as seguintes questões:

- 1) Como a velocidade de queda e a estratificação interferem no desenvolvimento das instabilidades?
- 2) A velocidade de queda e a estratificação afetam a formação de vórtices e os perfis escalares? De que forma? Quais são os fatores que contribuem?
- 3) A instabilidade gerada pela velocidade de queda apresenta estruturas tridimensionais?
- 4) A instabilidade gerada pela velocidade de queda afeta o processo de mistura do escoamento?
- 5) A instabilidade proporciona interferência significativa no processo de sedimentação?

A investigação proposta por este trabalho, para responder as dúvidas apresentadas, está dividida da seguinte forma:

- 
- no Capítulo 2, apresenta-se uma revisão instabilidade hidrodinâmica. São apresentados os conceitos fundamentais para análise de instabilidade linear, e os principais resultados na investigação numérica e experimental que motivaram este trabalho. Neste capítulo também é apresentada a configuração dos escoamentos em questão;
  - no Capítulo 3, apresenta-se o modelo matemático e a metodologia numérica adotada. Este capítulo trata, ainda, da análise da evolução da Energia Cinética Turbulenta a partir da Equação de Reynolds-Orr e se propõe a decomposição da taxa de amplificação, como metodologia de análise dos parâmetros no desenvolvimento da instabilidade;
  - no Capítulo 4, investiga-se o desenvolvimento da instabilidade devido à diferença de difusividades. Este capítulo tem início com a validação da metodologia numérica e com a reprodução dos escoamentos propostos por Burns & Meiburg [7], que simularam as instabilidades hidrodinâmicas que ocorrem devido à diferença de densidade e da gravidade. Na sequência é feita uma investigação da relação da velocidade de queda e do tipo de instabilidade;
  - no Capítulo 5, são apresentados os principais resultados para a instabilidade na camada de mistura. É feita uma investigação da tipo de instabilidade em função da velocidade de queda e a estratificação. São apresentadas estatísticas indicativas do tipo de instabilidade gerado no escoamento;
  - no Capítulo 6, investiga-se o desenvolvimento tridimensional da instabilidade. São apresentados os resultados das simulações tridimensionais e as constatações desse trabalho que relacionam os parâmetros investigados à instabilidade desenvolvida;
  - no Capítulo 7, são apresentadas as considerações finais e as perspectivas futuras.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Diariamente, os rios despejam milhões de toneladas de sedimentos nos oceanos. Os sedimentos em suspensão podem gerar correntes de densidade, que são fluxos cujo movimento é gerado pela diferença de massa específica que compõe o fluido [5]. As correntes de densidade são classificadas de quatro formas: correntes homopícnais, mesopícnais, hiperpícnais e hipopícnais [46].

Uma corrente de densidade é dita homopícnal quando a massa específica da mistura de partículas em suspensão é igual à massa específica do fluido ambiente. Na ocasião em que o fluxo é compreendido entre dois fluidos de diferente densidade, a corrente é classificada de mesopícnal. Já uma corrente é hiperpícnal quando a massa específica da corrente é maior que a massa específica do fluido ambiente, fazendo com que a corrente se desenvolva junto ao fundo. Por fim, a corrente hipopícnal apresenta a massa específica da mistura de partículas menor que a massa específica do fluido do ambiente [46]. De forma mais específica, o presente trabalho está focado nas correntes hipopícnais.

A Figura (2.1) apresenta um esquema de comparação entre as correntes hiperpícnal e hipopícnal. As correntes hipopícnais ocorrem na foz do rio, do qual a suspensão lamacenta transportada do continente tende a flutuar em águas marinhas, mais salinas e densas. Os sedimentos em suspensão podem se estender por dezenas de quilômetros ou, ainda, espalhar-se ao longo da costa [56].

A foz de um rio carregado de sedimentos provoca no mar a formação de correntes tanto hipopícnais como hiperpícnais. Os sedimentos de maior diâmetro, e com massa específica maior que a massa específica do oceano, tendem a formar um fluxo de gravidade descendente (hiperpícnal). Os sedimentos de menor diâmetro permanecem em suspensão (hipopícnal), e os fenômenos decorrentes da estratificação, diferença de difusividade e velocidade de queda são de grande interesse para localização de depósitos [72].

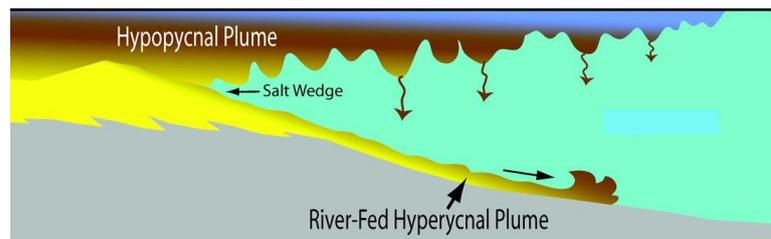


Figura 2.1: Esquema ilustrativo de corrente hipopical e hiperpical na foz de um rio [4].

A partir de Martinez (2006) [38] e Ferreira (2014) [17] mostram em seus trabalhos que a estratificação tem influência na estabilidade do escoamento. Yu et al. (2015) [74] e Burns & Meiburg (2012) [6] (2015)[7] relatam em seus trabalhos que a estabilidade do escoamento depende do efeito duplo difusivo e que a velocidade de queda influencia no modo de instabilidade. Farenzena (2016) [14] mostrou, por uma análise de estabilidade modal, a correlação entre a terna estratificação-difusividade-sedimentação e a estabilidade do escoamento.

## 2.1 FUNDAMENTOS DA INSTABILIDADE HIDRODINÂMICA

Os primeiros estudos em instabilidade hidrodinâmica datam do século XIX. Data dessa época, o início dos trabalhos em camada de mistura plana com os estudos teóricos de Hermann von Helmholtz sobre a instabilidade de escoamentos cisalhantes homogêneos. Kelvin, por sua vez, estendeu o trabalho de Helmholtz a camadas de diferentes densidades. Da inspiração desses trabalhos surgiu a nomenclatura instabilidade de Kelvin-Helmholtz [38], um tipo de instabilidade muito comum que ocorre com fluxos de fluidos paralelos que se deslocam com velocidades diferentes.

Segundo Drazin (1981) [12] a instabilidade é disparada por pequenas perturbação que atuam sobre o equilíbrio das forças externas, da inércia e da tensão viscosa. As forças externas podem ser, por exemplo, o empuxo decorrente da diferença de densidade.

Na análise de instabilidade linear, investiga-se a possibilidade de que as perturbações de pequena amplitude, superpostas ao escoamento de base, se amplifiquem ou amortecem, e de que maneira a evolução dessas perturbações produzem turbulência no escoamento [38]. Para essa análise, considera-se que, para uma grandeza física do escoamento,  $\mathbf{q}$ ,  $\bar{\mathbf{q}}$  é uma medida correspondente ao escoamento de base e  $\mathbf{q}'$  é a perturbação sobreposta ao escoamento de base,

então

$$\mathbf{q} = \bar{\mathbf{q}} + \mathbf{q}' \quad (2.1)$$

A perturbação pode ser expressa por:

$$\mathbf{q}' = \widehat{\mathbf{q}}e^{i\Theta}, \quad (2.2)$$

no qual  $\widehat{\mathbf{q}}$  e  $\Theta$  são as funções amplitude e fase da perturbação, respectivamente [31].

Considerando-se a Equação (2.1) substituindo na Equação de Navier Stokes pra fluxo incompressível, subtraindo da Equação para o fluxo médio, obtem-se o que Juniper et al. (2014) [31] chamam de Equações Linearizadas de Navier Stokes e Continuidade, respectivamente, das por:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}' = 0, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} + \mathbf{u}' \cdot \nabla \bar{\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u}' = \nabla p' + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (2.4)$$

Quando considerado um fluxo paralelo, assumiu-se que o estado-base seja homogêneo em duas direções espaciais, ou seja, o fluxo base depende apenas, de uma direção. Com efeito, a perturbação pode ser descrita por:

$$\mathbf{q}' = \widehat{\mathbf{q}}(x_2)e^{i(\alpha x_1 + \beta x_3 - \sigma t)}, \quad (2.5)$$

em que  $\alpha$  e  $\beta$  correspondem aos números de onda da perturbação nas direções coordenadas de  $\vec{Ox}_1$  e  $\vec{Ox}_2$ , respectivamente, e  $i = \sqrt{-1}$  corresponde à unidade imaginária. Quando  $\alpha$  e  $\beta$  são reais e  $\sigma$  é um número complexo ( $\sigma = \sigma_r + i\sigma_i$ ), a análise é temporal, sendo  $\sigma_r$  a frequência do modo de perturbação, e  $\sigma_i$  a taxa de amplificação da perturbação. Se a taxa de amplificação for positiva ( $\sigma_i > 0$ ), então o escoamento é instável; caso contrário, o escoamento será estável. No caso em que a taxa de amplificação for zero ( $\sigma_i = 0$ ), o escoamento é classificado como neutro. Em uma análise temporal,  $\lambda = 2\pi/\alpha$  é o número de onda da perturbação [42].

No caso de fluxo paralelo horizontal, assumi-se, então, que  $\bar{\mathbf{u}} = [\bar{u}(x_2), 0, 0]^T$ . As amplitudes da perturbação da velocidade são dadas por e  $\mathbf{u}' = [\widehat{u}_1, \widehat{u}_2, \widehat{u}_3]^T$ . Para um fluxo incompressível, substituindo essas condições nas Equações de Navier Stokes Linearizadas, (2.4) obtem-se a

Equação de Orr-Sommerfeld:

$$\left[ (\bar{u} - c) \left( \frac{d^2}{dx_2^2} - \alpha^2 \right) - \frac{d^2 \bar{u}}{dx_2^2} - \frac{1}{i\alpha Re} \left( \frac{d^4}{dx_2^4} - 2\kappa^2 \frac{d^2}{dx_2^2} + \alpha^4 \right) \right] \widehat{u}_2(x_2) = 0, \quad (2.6)$$

em que  $c = \omega/\alpha$  e  $\omega$  é a frequência da perturbação e  $\kappa = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$  [31]. No caso do escoamento não viscoso,  $Re \rightarrow \infty$ , obtém-se a Equação de Rayleigh. Essas equações e suas resoluções são resultados clássicos que podem ser encontrados facilmente na literatura, como em Drazin e Reid (1981)[12], Mendonça (2003) [42] e Juniper et al. (2014) [31]. No caso de uma análise temporal,  $c = c_r + ic_i$ , em que  $c_r$  é a velocidade de fase da onda e  $c_i$  está relacionado à taxa de amplificação, podendo ser positivo (amplificação da perturbação), negativa (amortecimento da perturbação) ou nula (perturbação neutra).

A Energia Cinética da Perturbação também é uma medida útil para a análise da evolução a partir da perturbação inicial [57]. Tradicionalmente, a descrição do comportamento linear da instabilidade é inferida com base no espectro dos autovalores do operador linear governante, o que é chamado de análise modal [20]. Contudo, para a maioria dos fluxos cisalhantes, o espectro é uma representação fraca para o comportamento da perturbação, uma vez que descreve seu comportamento assintótico e não captura características de curto prazo [57].

Para analisar a estabilidade hidrodinâmica, Joseph (1976) [30] utilizou a definição de Energia Cinética da Perturbação por unidade de massa do fluido contida em um espaço métrico  $\Omega$  expressa por:

$$E_c = \frac{1}{2} \int_{\Omega} u'_i u'_i dV. \quad (2.7)$$

Segundo Joseph [30], a estabilidade depende da Energia Cinética da Perturbação inicial. Para o autor, uma solução  $\mathbf{u}'$  é assintoticamente estável, em média, para as Equações (2.3) e (2.4), se para a uma perturbação inicial

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E_c(t)}{E_c(0)} \rightarrow 0. \quad (2.8)$$

Se existir um valor positivo  $\delta_e$  tal que a solução das Equações (2.3) e (2.4) seja estável quando  $E_c(0) < \delta_e$ , então, a solução é dita condicionalmente estável. Seja  $\mathbf{u}'$  uma solução das Equações (2.3) e (2.4): a solução será dita globalmente estável se  $\delta_e \rightarrow \infty$ ; e a solução será dita monotonicamente estável se para  $t > 0$ ,  $dE_c/dt \leq 0$  [30].

Com base nas definições de estabilidade, é apropriada a descrição de Números de Reynolds Críticos: monótono estável ( $Re_E$ ), globalmente estável ( $Re_G$ ), linearmente instável ( $Re_L$ ),

1. Se  $Re < Re_E$ , o escoamento é monotonicamente estável: o escoamento é laminar;
2. Se  $Re < Re_G$ , o escoamento é globalmente estável: é o menor Número de Reynolds para o qual a turbulência poderia ser sustentada;
3. Se  $Re_G < Re < Re_L$ , o fluxo é linearmente estável ou não condicionalmente estável e a instabilidade pode decorre de perturbações infinitesimais;
4. Se  $Re > Re_L$ , o escoamento é incondicionalmente instável.

A Figura (2.2) apresenta uma visão esquemática entre diferentes Números de Reynolds e os regimes de escoamento. Na Região I, as perturbações são Monótonas decrescentes. A Região II é caracterizada pela estabilidade global, mas não necessariamente monótona, nessa região perturbações podem crescer, mas acabarão sendo amortecido com o tempo. Para Números de Reynolds entre  $Re_G$  e  $Re_L$ , que compõem a Região III, tem-se um fluxo condicionalmente estável. A região IV indica os valores da Energia Cinética da Perturbação inicial necessária para sustentar a instabilidade. A intersecção entre a curva que separa as regiões III e IV determina o Número de Reynolds  $Re_L$ .

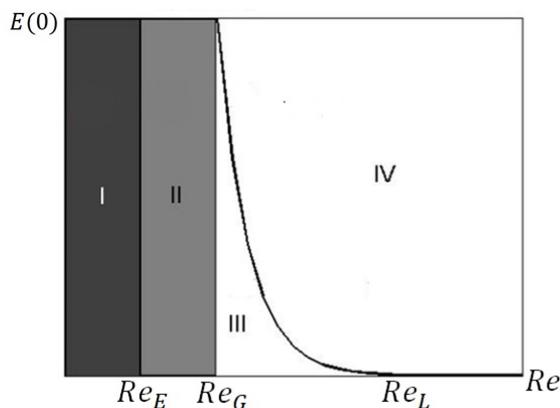


Figura 2.2: Relação entre os valores críticos de de  $Re$  e  $E_c(0)$ . A região I corresponde ao escoamento monótono estável; A região II corresponde ao escoamento globalmente estável; a região III corresponde ao escoamento linearmente estável [30].

Para a análise da estabilidade e a determinação do Número de Reynolds Crítico, considera-se a evolução da Energia Cinética da Perturbação dada pela Equação de Reynolds-Orr, que é derivada da equação de Navier-Stokes [30]:

$$\frac{dE_c}{dt} = - \int_{\Omega} u'_i u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} dV - \frac{1}{Re} \int_{\Omega} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} dV. \quad (2.9)$$

Na Equação (2.9), a segunda parcela do lado direito é sempre negativa e a única possibilidade de adição de energia é através da primeira parcela, que corresponde à energia introduzida pelas tensões de Reynolds. Por essa Equação, conclui-se que a existência de um gradiente de velocidade base é uma condição necessária para o crescimento da amplificação da perturbação e que tal crescimento requer mecanismos lineares [20], [30].

Considerando-se o vetor de perturbação de velocidade,  $E_c \propto e^{2\sigma t}$ . Dessa forma, a taxa de amplificação instantânea é determinada por:

$$\sigma(t) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \log(E_c) = \frac{1}{2E_c} \frac{dE_c}{dt}. \quad (2.10)$$

A Equação (2.10) deixa evidente que a taxa de amplificação instantânea não depende da amplitude da perturbação. Dessa forma a taxa de crescimento instantâneo de uma amplitude finita é dada por mecanismos que estão presentes na equação linearizada [58]. A Equação (2.10) pode ser decomposta em uma soma de taxas de crescimento associadas aos mecanismos do escoamento [43].

## 2.2 INSTABILIDADES NA CAMADA DE MISTURA

Nas embocaduras dos rios, as interações entre o escoamento carregado com sedimentos finos e o ambiente estratificado, induzido pela salinidade e temperatura, são de fundamental importância para a determinação da taxa de sedimentação e da localização da deposição. Esse tipo de escoamento pode ser representado por uma Camada de Mistura estratificada que se desenvolve na interface de duas correntes paralelas que se movem horizontalmente com velocidades e densidades diferentes. Se a camada abaixo da interface apresentar densidade maior que a camada acima, então, a estratificação é dita estável, caso contrário é dita instável [38].

A simulação do desenvolvimento de uma camada de mistura pode ser espacial ou temporal. Essa classificação dependerá das condições auxiliares impostas ao modelo. A Figura (2.3) mostra o desenvolvimento espacial e temporal da camada de mistura.

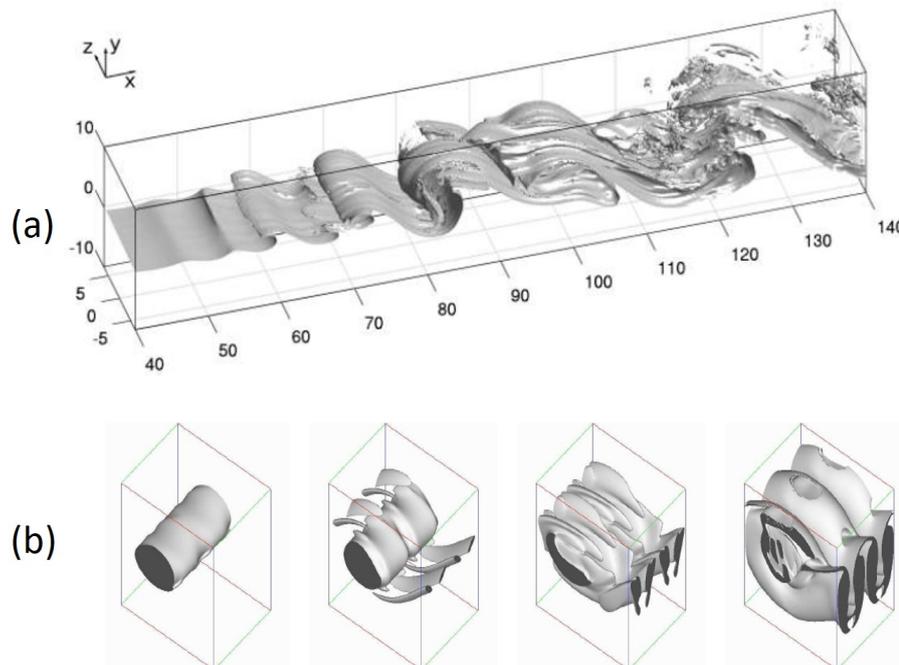


Figura 2.3: Exemplos do Desenvolvimento Espacial (a) e Temporal (b) de uma camada de mistura [17], [39].

Uma camada de mistura espacial desenvolve-se na direção longitudinal e requer condições de contorno apropriadas na entrada e na saída do domínio (2.3a). A camada de mistura temporal requer uma condição de contorno periódica e um domínio computacional com tamanho longitudinal pelo menos a igual um comprimento de onda fundamental, para representar o fenômeno físico. A camada de mistura temporal é periódica na direção do escoamento principal e se desenvolve no tempo (2.3b), e corresponde a uma aproximação da camada de mistura espacial, que observa o escoamento em um sistema galileano de referência, movendo-se a uma velocidade de  $(u_1 + u_2)/2$ , na qual  $u_1$  e  $u_2$  correspondem aos valores máximo e mínimo de velocidade.

O perfil de velocidade média de uma camada de mistura pode ser representado pelo esquema da Figura (2.4). Lesieur (1997) [36] denomina de zona rotacional à faixa longitudinal de largura

$2\delta_u$  que separa as duas regiões irrotacionais. A espessura de vorticidade  $\delta_u$  é definida por:

$$\delta_u(t) = \bar{u}_{max} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x_2}(x_2, t) \right)^{-1}. \quad (2.11)$$

A Figura (2.5) apresenta um esquema de desenvolvimento da instabilidade de Kelvin Helmholtz proposto por Lesieur [36]. Tal instabilidade ocorre quando é perturbada a interface entre duas camadas de velocidades diferentes, devido à presença do ponto de inflexão no perfil de base causa a instabilidade [12]. Devido à topologia da perturbação, a ocorrerá de vórtices, que, inicialmente, apresentarão um comprimento longitudinal  $\lambda$ .

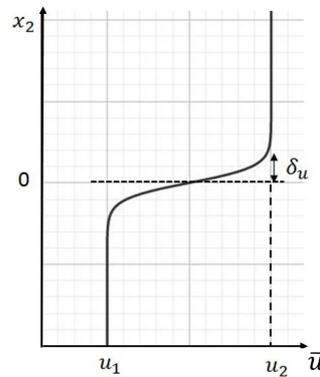


Figura 2.4: Esquema referente ao perfil de velocidade média  $\bar{u}$  de uma camada de mistura.

Para a instabilidade que ocorre em grandes escalas, os efeitos viscosos são insignificantes. Nessa perspectiva, Michalke (1964) [44] integrou a Equação de Rayleigh, considerando um perfil de velocidade hiperbólico, do tipo  $u(y) = 0,5[1 + \tanh(2y)]$ , que favorece a formação do modo de instabilidade de Kelvin-Helmholtz, e observou que a taxa máxima de amplificação da perturbação ( $\sigma = 0,1897$ ) ocorre quando o número de onde é  $\alpha = 0,444\delta_0$ , sendo que a espessura da velocidade média, ( $\delta_0 = 2\delta_u$ ), que implica no comprimento de onda

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi}{0,444\delta_u^{-1}} \simeq 7\delta_0. \quad (2.12)$$

Ferreira (2014) [17] apresentou uma simulação numérica da mistura espacial sem estratificação ( $Ri = 0$ ) e determinou a taxa de amplificação da perturbação a partir da amplitude da flutuação da velocidade vertical, no centro do domínio de cálculo. Para a realização dessa simulação, as dimensões do domínio de cálculo foram determinadas em função do compri-

mento de onda do modo mais amplificado. Ferreira obteve, então, uma taxa de amplificação de  $\sigma = 0,1895$ , valor muito próximo ao obtido por Michalkes (1964) [44]. O campo de vorticidade transversal para essa simulação é apresentado na Figura (2.6). Nota-se a formação de vórtices característicos da instabilidade de Kelvin-Helmholtz conforme predito por Michalke.

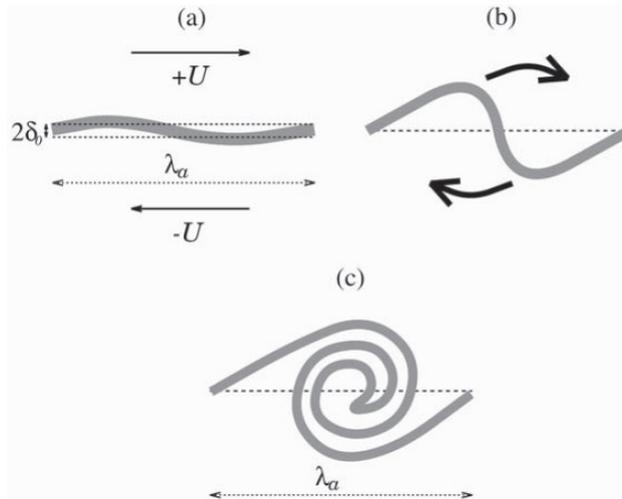


Figura 2.5: Desenvolvimento da instabilidade de Kelvin-Helmholtz. (a) perturbação senoidal da zona rotacional de comprimento de onda  $\lambda$ ; (b) a perturbação evolui e surgem cristas e vales; (c) ocorre a formação de vórtice de comprimento  $\lambda$ .

Em fluxos impulsionados pelo empuxo, conhecidos como convecção natural, é possível considerar insignificante a diferença de inércia no equacionamento do fluxo, exceto no termo de empuxo. Esse procedimento é conhecido como aproximação de Boussinesq. Para Sutherland (2005) [66], esse modelo é uma boa representação da maioria dos fenômenos geofísicos. A primeira descrição da perturbação na camada de mistura temporal, considerando a aproximação de Boussinesq, foi apresentada por Taylor (1931) [67] que, a partir do caso invíscido, obteve a equação que na literatura é chamada de Equação de Taylor-Goldstein. Tal equação é uma derivação da Equação de Rayleigh dada por:

$$(u - c) \left( \frac{d^2 \phi}{dy^2} - \alpha^2 \phi \right) - \frac{d^2 u}{dy^2} \phi + \frac{N^2}{u - c} \phi = 0, \quad (2.13)$$

em que  $u$  corresponde ao perfil de velocidade média ou perfil de base e  $\alpha$  ao número de onda,  $\phi$  é a amplitude da perturbação linear do modo temporal, definida por meio da função corrente  $\psi(x, y, t) = \phi(y)e^{i(\alpha x - \sigma t)}$ , onde  $c = \sigma/\alpha$  corresponde à celeridade da perturbação.  $N^2$  corresponde

à frequência de Brunt-Väisälä ( $N^2 = -\frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho}{dy}$ ), que é associada ao deslocamento vertical de um elemento de fluido em relação a sua posição de equilíbrio. Quando a frequência de Brunt-Väisälä for negativa, a estratificação é instável; caso contrário, a estratificação é estável. No caso em que  $N^2 = 0$ , o escoamento é homogêneo, ou seja, não estratificado, e a equação (2.13) se reduz à Equação de Rayleigh.

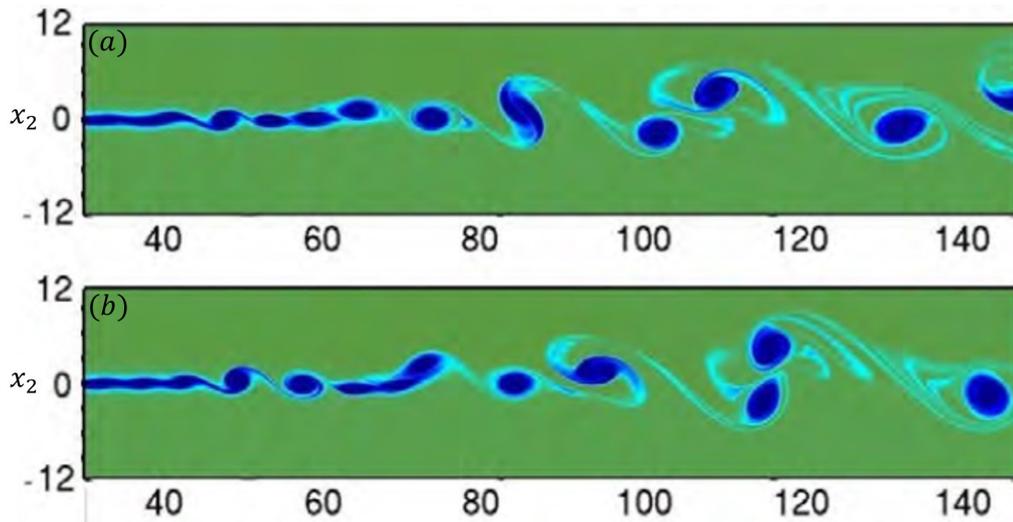


Figura 2.6: Campos de vorticidade transversal nos tempos (a)  $t = t_0 + 15$  e (b)  $t = t_0 + 20$ . Resultado apresentado por Ferreira (2014) [17].

O número de Richardson Local é um adimensional que corresponde à razão entre o termo de empuxo e o termo de cisalhamento do escoamento, definido por:

$$Ri_L = \frac{N^2}{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} = -\frac{g \frac{d\rho}{dy}}{\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}, \quad (2.14)$$

em que  $\rho$  corresponde ao perfil base vertical de massa específica. O Número de Richardson também pode ser definido como sendo a razão entre a energia potencial, devida à diferença de massas específicas, e a energia cinética do escoamento [24]. Como a equação (2.13) leva em consideração a Aproximação de Boussinesq, o Número de Richardson Global, que surge do processo de adimensionalização, é:

$$Ri_G = \frac{g \frac{\Delta\rho}{\rho_0} L}{U^2}, \quad (2.15)$$

em que  $L$  e  $U$  correspondem ao comprimento e à velocidade característicos, respectivamente.

Hazel (1972) [22] integrou a equação de Taylor-Goldstein (2.13), considerando os resultados obtidos por Michalke [44] para um perfil de massa específica hiperbólico, e obteve a curva neutra  $Ri = \alpha(1 - \alpha)$  na Figura (2.7).

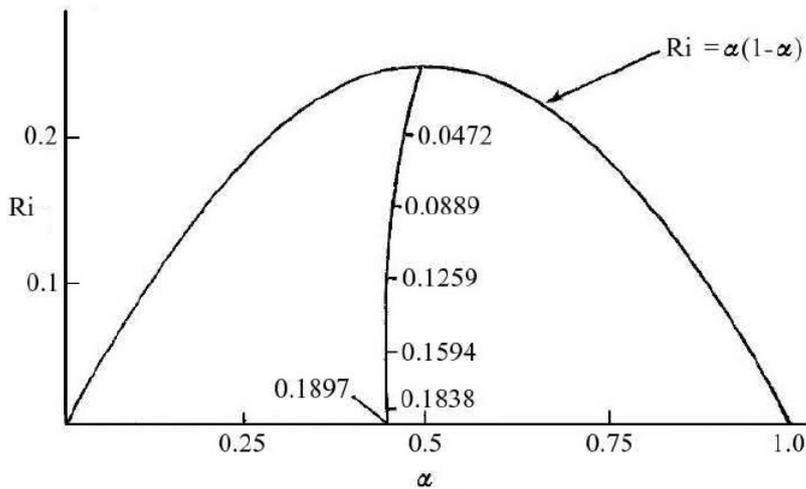


Figura 2.7: Curva de estabilidade neutra para uma camada de mistura estratificada apresentada por Hazel (1972)[22].

Um resultado semelhante foi obtido por Ferreira (2014) [17], utilizando Simulação Numérica Direta de uma camada de mistura espacial estavelmente estratificada. A Figura (2.8) apresenta a evolução da amplitude da flutuação de velocidade vertical em um ponto no centro do domínio de cálculo. Ferreira determinou o tamanho do domínio de cálculo levando em consideração o perfil médio de velocidade do escoamento de base. Dessa forma, o tamanho do domínio depende do comprimento de onda do modo mais amplificado da instabilidade de Kelvin-Helmholtz.

Os resultados dos experimentos numéricos de Ferreira (2006) [17] confirmam a conclusão de Hazel (1972) [22] e reafirmam que os casos com maior estratificação apresentam escoamento mais estável. Segundo Martinez (2006) [39], maior estratificação faz com que a dinâmica do escoamento seja governada pelo empuxo que se impõe diante do cisalhamento.

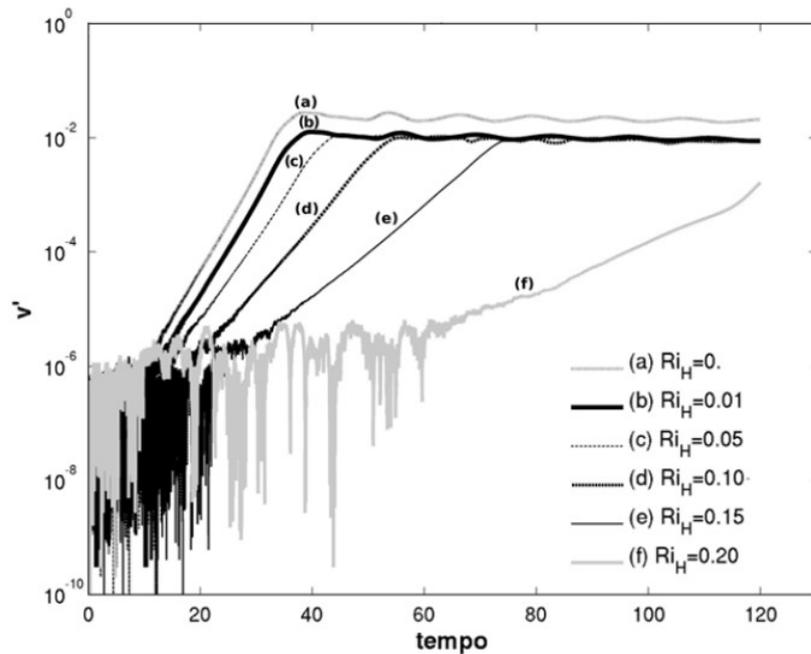


Figura 2.8: Evolução da amplitude da flutuação da velocidade vertical captada no centro do domínio de cálculo. Esses resultados foram obtidos por Ferreira (2014) [17].

### 2.3 INSTABILIDADES EM PLUMAS HIPOPÍCNIS

São numerosos os estudos experimentais relacionados à instabilidade em escoamentos por convecção natural. Um dos primeiros trabalhos sobre esse assunto foi o de Stommel (1956) [65], que reproduziu em laboratório o movimento causado pela diferença de densidade entre duas camadas de água com diferentes temperaturas separadas por uma membrana onde se verificou o processo de equilíbrio de temperatura. Posteriormente, Stern, em 1960 [63], apresentou um estudo sobre o movimento convectivo laminar em um fluido com estratificação gravitacional estável em de salinidade e temperatura, como a observada nos oceanos. Stern (1969) [64] também investigou, experimentalmente, o comportamento da interface e os mecanismos de formação de instabilidade que, segundo Tunner (1967) [69], são capazes de transportar concentração de sal e calor. Tais fenômenos são conhecidos como *Salt Fingering*.

Os fenômenos associados aos *Salt Fingers*, que se desenvolvem ao longo de uma fronteira entre uma camada de água quente e salgada, mais densa, que repousa sobre uma camada de água fria e fresca, menos densa, estão relacionados a que a difusividade molecular do calor ser muito maior que a difusividade da água salgada [69]. O fenômeno do dedilhamento também pode se

formar em fluidos que contém dois solutos com difusividades diferentes. Huppert (1973) [27] apresenta um trabalho experimental no qual relaciona a formação da Instabilidade *Fingering* com a Razão de densidade,  $R_\rho = \alpha\Delta T/\beta\Delta\rho$ . Segundo esse autor, os *Salt Fingers* ocorrerão quando  $R_\rho < (\kappa_T/\kappa_S)^{3/2}$ .

Green (1987) [21] observa uma situação análoga ao *Fingers* na interface entre a água clara e a água com sal. Para o caso de uma interface horizontal nítida entre as duas camadas de água, o fluxo descendente de sedimentos resultante é comparado com o que ocorre por meio de sedimentação. Segundo Green, o efeito da Dupla-Difusividade afeta o fluxo vertical, e a resistência da pluma à gravidade pode ser menor do que o esperado.

A foz de um rio pode gerar correntes hipopícnais e instabilidades podem surgir a partir dessa configuração. A Figura (2.9) apresenta um perfil esquemático de um sistema estratificado, inicialmente estável devido à maior massa específica de salinidade em comparação com o carregamento de partículas. Esse esquema foi apresentado por Burns & Meiburg (2012) [6], que estudaram as instabilidades em correntes hipopícnais.

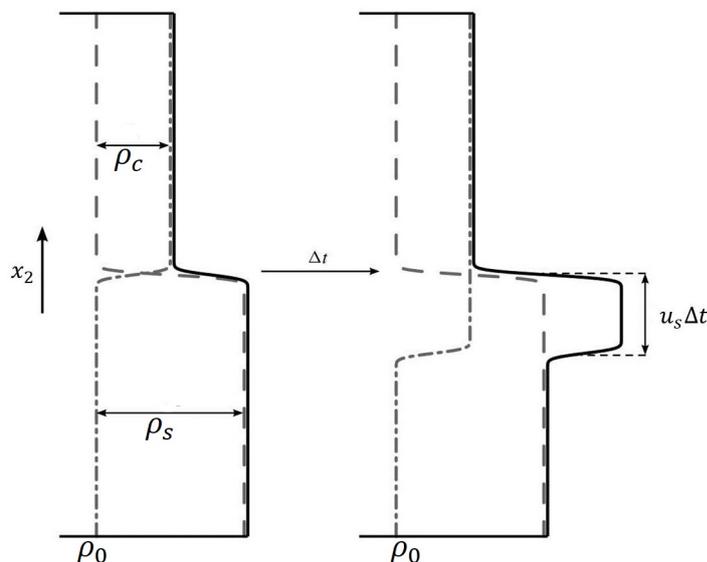


Figura 2.9: Representação esquemática da distribuição de massa específica de um rio apresentado por Burns & Meiburg (2012) [6] em um período de tempo  $\Delta t$ . A linha traço-pontilhada corresponde à massa específica de partículas flutuantes ( $\rho_c$ ), a linha tracejada corresponde à massa específica da salinidade ( $\rho_s$ ) e a linha sólida corresponde à massa específica total ( $\rho_0$ ).  $u_s$  corresponde a velocidade de sedimentação.

As partículas se movem, sob a ação da gravidade, na direção de  $\vec{g}$ , formam uma camada instável de excesso de massa específica. A presença de uma velocidade de queda torna essa configuração qualitativamente diferente da clássica configuração Duplo-Difusiva água quente salgada sobre água fresca. Tal configuração resulta na formação de uma região com alta densidade devido à presença do sal e dos sedimentos. Burns & Meiburg [7] chama essa região de "nariz", e a espessura dessa região é definida por:  $H = u_{st}t$ . Essa configuração tem potencial para gerar instabilidades Duplo-Difusivas bem como a Instabilidade de Rayleigh-Taylor. Um esquema geral da diferença entre os dois tipos de instabilidades é apresentado na Figura (2.10).

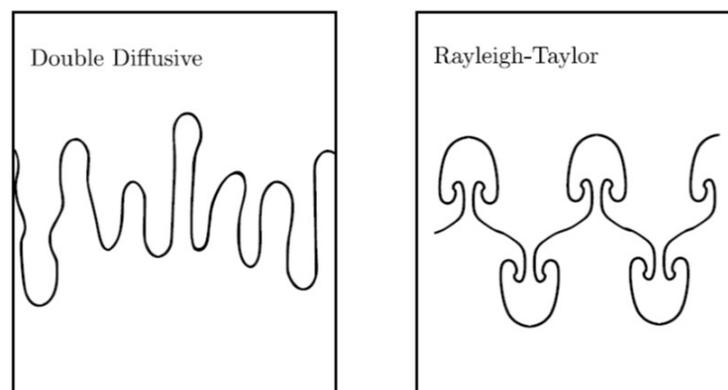


Figura 2.10: Esboço dos dois modos de instabilidade: Duplo-Difusiva (direita) e Rayleigh-Taylor (esquerda). Burns & Meiburg (2014)[7].

No experimento realizado por Jazi et al. (2016) [29], simulou-se, fisicamente, a formação de instabilidades por ação da gravidade em um fluido estratificado com silício e sal. A Figura (2.11) mostra uma foto do experimento em dois instantes. Os autores verificaram a relação entre a estratificação e o tamanho do grão de sedimento com a formação de instabilidade. Para analisar a estratificação, foi considerada a razão de densidade,  $R_\rho$ , que também pode ser definida por

$$R_\rho = \frac{\Delta\rho_{sal}}{\Delta\rho_{sed}}, \quad (2.16)$$

e, para a velocidade de sedimentação da partícula, a velocidade de queda de Stokes. Segundo este estudo, a velocidade dos *fingers* de sedimentos é maior que a velocidade individual da partícula de Stokes, que, por sua vez, é o parâmetro controlador das instabilidades Duplo-Difusivas.

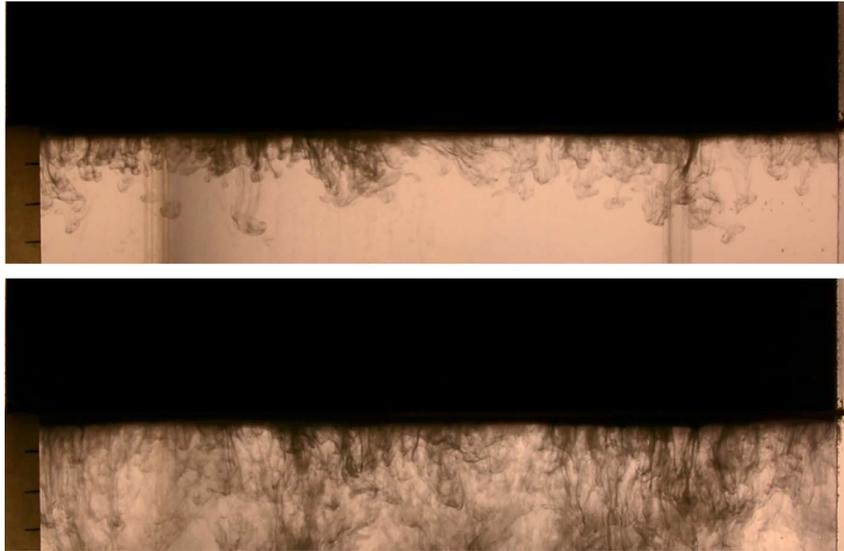


Figura 2.11: Fotografias do experimento de Jazi et al. [29]. Simulação para  $R_\rho = 3,33$ ; a foto superior corresponde ao instante  $t = 28s$  e a foto inferior ao instante  $t = 70s$ . Nesse experimento ocorre a formação de instabilidade por sedimentação convectiva.

Burns & Meiburg (2012) [6] realizaram uma análise de estabilidade linear em um fluxo por convecção natural, sem perfil de velocidade horizontal, com dois perfis escalares, simulando uma corrente hipopical. Nesse estudo, Burns & Meiburg apresentam uma relação entre a razão de densidade ( $R_\rho$ ) e a taxa de amplificação da perturbação  $\sigma$  mostra que a estratificação é um agente amortecedor da perturbação e que quanto mais intensa é a estratificação, mais estável será o escoamento. Ainda por esse estudo, constataram que a razão entre a espessura da região instável e a espessura do perfil de salinidade,  $R_t = H/\delta_{sal}$ , sendo  $H = u_s t$  e  $\delta_{sal}$  a espessura do perfil médio de salinidade, é menor que a unidade. Sendo assim, a instabilidade do sistema e o número de onda mais amplificado são do efeito duplo-difusivo. Caso contrário,  $R_t > 1$  foi constatado que o modo dominante assemelha-se ao modo de Rayleigh-Taylor, centrado no limite inferior do fluxo carregado de partículas e portanto a velocidade de queda individual da partícula tem a capacidade de alterar o modo de instabilidade [6].

De forma semelhante, Yu et al. (2013) [73] notaram que o modo de instabilidade é influenciado pela velocidade de queda. Segundo estes autores, o aumento do tamanho do grão de sedimento enfraquece o efeito duplo-difusivo e melhora o efeito de sedimentação. A instabilidade convectiva resultante é semelhante à instabilidade de Rayleigh-Taylor.

Farenzena (2018) [16] apresentou uma análise de estabilidade linear na camada de mistura estratificada, considerando dois perfis escalares: salinidade e sedimentos. O autor considerou ainda, a velocidade de queda da partícula. Para a estratificação, o autor considerou o Número de Richardson Total,  $Ri_t$ , é definido como a diferença entre os Números de Richardson Salino e o de Sedimentos,  $Ri_t = Ri_{sal} - Ri_{sed}$ .

Em trabalho anterior, Farenzena (2016) [15] verificou que, para,  $Ri_t < 0,25$ , a velocidade que queda não interfere no modo de instabilidade, mantendo o número de onda máximo próximo ao valor característico do modo de instabilidade de Kelvin-Helmholtz, Figura (2.12). Por esses resultados, para  $Ri_t = 0$ , isto é,  $R_\rho = 1$ , a instabilidade tem um comportamento de escoamento homogêneo. Nota-se que o crescimento da estratificação cria um efeito amortecedor, de modo que a taxa de amplificação decai nos casos em que  $0 < Ri_t < 0,25$ .

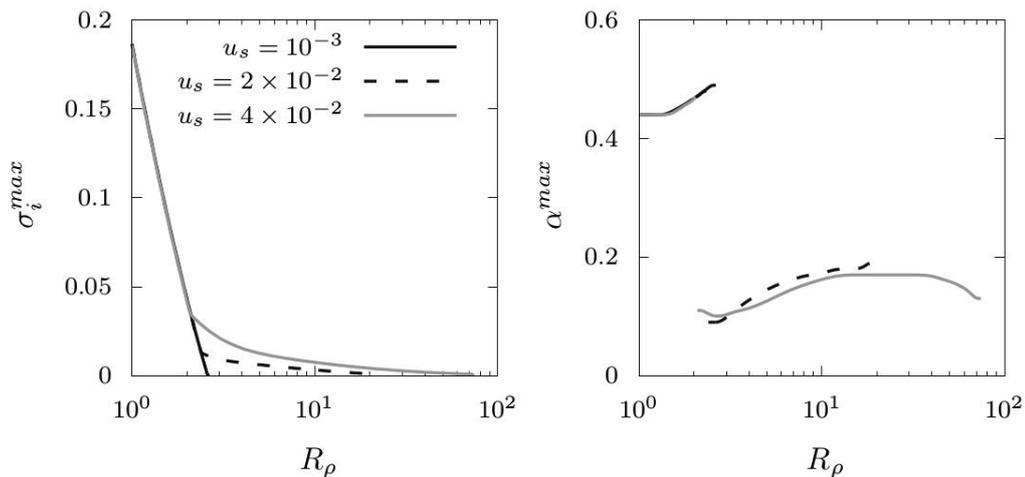


Figura 2.12: Relações entre estratificação representada pela razão de densidade,  $R_\rho$ , e taxa de amplificação (Direita) e número de onda da amplificação máxima (Esquerda), obtido por Farenzena 2016[15]. Os resultados apresentados no gráficos consideraram  $Ri_{sal} = 0,4$ .

Consoante com os resultados apresentados na Figura (2.12), a velocidade de queda interfere na taxa de amplificação e no número de onda máximo para  $R_\rho$  maiores, de forma que  $Ri_t \geq 0,25$ . Por esse resultado Farenzena [15], [14] sugeriu a existência de instabilidade para essas condições, da considerou sendo o modo *Settling-Driven* (SD), (Figura 2.13). Na Figura (2.14), de acordo com Farenzena [16], são apresentadas as curvas neutras com os valores críticos que caracterizam os modos de instabilidades e as condições de estabilidade nos casos em que a distância entre os pontos de inflexão dos perfis escalares de base é zero.

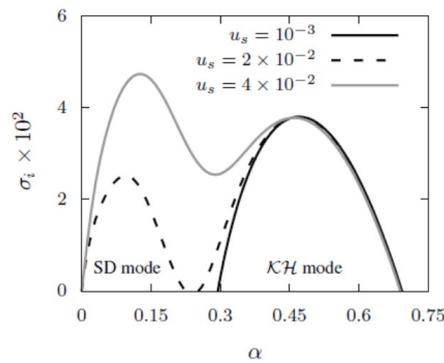


Figura 2.13: Taxa de crescimento da perturbação em função do número de onda para três velocidades de queda em camada de mistura no caso em que  $R_\rho = 1,7$ . Resultado obtido por Farenzena (2016) [15].

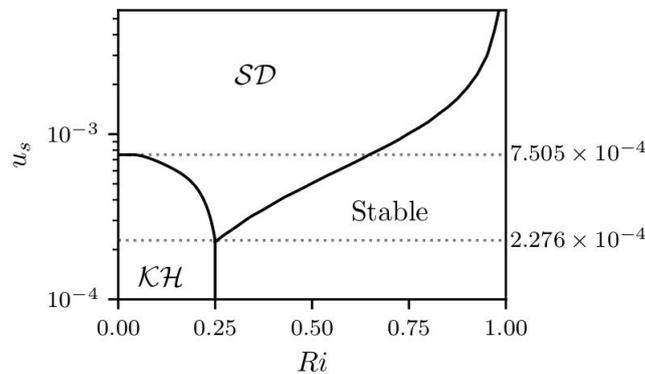


Figura 2.14: Curvas limite de estabilidade e os modos dominantes em função do Número de Richardson Total e da velocidade de queda nos casos em que a distância entre os pontos de inflexão dos perfis escalares de base é zero. Resultado apresentado por Farenzena (2018) et al. [16].

## 2.4 TRANSPORTE TURBULENTO E SEDIMENTAÇÃO

Na maioria dos casos, o fluxo de água doce misturada a partículas é menos denso do que a água salgada do estuário, de modo que as plumas dos rios são positivamente flutuantes e podem ser transportadas por distâncias relativamente grandes. O efeito da sedimentação está relacionado com a velocidade com que os grãos decantam na água sob a ação de seu próprio peso. Existem muitos modelos na literatura para a aproximação dos efeitos da sedimentação. O modelo de decantação de Stokes considera a partícula como uma esfera sólida que cai em um fluido e acelera até chegar em uma velocidade constante, função da gravidade, do empuxo e do arrasto, conhecida como velocidade de queda  $u_s$ .

Supondo partículas esféricas de diâmetro  $d_p$ , induzido pelo empuxo com massa específica é  $\rho_p$ . Sendo a massa específica  $\rho$  do fluido menor que  $\rho_p$ , assim a força dominante sobre a partícula é a de arrasto de Stokes, definida por:

$$F = 3\pi\mu d_p(V - u_s), \quad (2.17)$$

em que  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido,  $V - u_{i,s}$  é a diferença entre a velocidade do fluido  $V$  e a velocidade da partícula  $u_s$  [48]. A velocidade de sedimentação,  $u_s$ , é obtida pelo equilíbrio da força gravitacional com a resistência de Stokes para uma esfera em queda livre

$$u_s = \frac{d_p^2(\rho_p - \rho)}{18\mu}. \quad (2.18)$$

A simulação numérica do escoamento da foz de estuários é um recurso que tem sido utilizado largamente em pesquisa geofísica. Henning et al. (2012) [24] simularam duas configurações de saídas de estuário. Para essas simulações, foi considerada a velocidade de sedimentação das partículas. Os resultados apresentados indicaram uma boa concordância qualitativa com experimentos físicos em laboratório. Particularmente, os resultados, os campos de velocidade, confirmam um acréscimo significativo das velocidades de sedimentação de partículas em comparação com a de Stokes. Os campos escalares indicam que as configurações dos bocais do rio interferem na estabilidade da interface e no grau de mistura.

Sheu et al. (2012) [55] mediram a concentração de sedimentos em suspensão no Lago Maggiore, Itália, na foz de um de seus afluentes, e observaram que a taxa de sedimentação é, em média, uma ordem maior que a previsão do valor de sedimentação de Stokes. De forma semelhante, Novak et al. (2011) [49] realizaram medidas de concentração na foz do rio Columbia nos Estados Unidos. Sua pesquisa analisou a dispersão de sedimentos no oceano, e constatou uma taxa de sedimentação maior que a prevista por Stokes próximo à foz para grãos maiores, enquanto que as plumas sedimentam, com velocidade menor a uma distância maior da foz.

Por simulação física, Hoyal et al. (1999) [26] se deduz a existência de uma relação entre sedimentação, difusividade e a diferença de densidade. Hoyal verifica que a convecção dirigida pela sedimentação é potencializadora de transporte vertical. Posteriormente, Hoyal et al. (1999) [25] investigaram a salinidade em estuários, que apresenta um forte gradiente estabilizador que tendem a se opor e evitar qualquer convecção difusiva de calor que pode ocorrer quando um efluente mais carregado de partículas sobrepõe. Segundo os autores, a sedimentação é favorecida pela diferença de coeficientes de difusividade, o que implica a formação de instabilidades alongadas, conhecidas na literatura como Instabilidades *Fingering*. Segundo os autores, na dupla difusividade está relacionada à distribuição granulométrica na coluna de água.

Os trabalhos de Burns & Meiburg (2015) [7] e Yu et al. (2014) [74] avançaram na simulação não linear e obtiveram uma análise mais precisa da relação sedimentação e instabilidade em processo de decantação e nas Instabilidades *Fingerings*. Em ambos os trabalhos, descreveram-se o comportamento do fluxo de sedimentação vertical dos escalares envolvidos e a velocidade de queda efetiva, que é definida pelo deslocamento do centro de massa do campo de sedimentos  $\varphi_{sed,cm}$ , e a velocidade de sedimentação instantânea, expressa por:

$$u_s^{int}(t) = \frac{d\varphi_{sed,cm}(t)}{dt}. \quad (2.19)$$

Para Burns & Meiburg [7] (2015), a velocidade de sedimentação efetiva mede quão rápido o escalar sedimenta devido à instabilidade. Henning et al. (2012) [24] apresentam um estudo bem detalhado sobre a velocidade de queda individual a partir da equação de Maxey-Riley e concluem que a velocidade de uma partícula deve ser a soma da velocidade vertical do escoamento e a velocidade individual, o que sugere a existência de efeitos na sedimentação. A velocidade de sedimentação efetiva é definida por:

$$u_s^{ef} = \frac{\int_{\Omega} \varphi_{sed}(\mathbf{u} + \mathbf{u}_s) \cdot \mathbf{e}_g dV}{\int_{\Omega} \varphi_{sed} dV}. \quad (2.20)$$

Henning (2012) [24] relata que a velocidade de sedimentação efetiva atinge seu pico sob o efeito da instabilidade, fato também constatado por Yu et. al, (2014) [74], que ressalta a dependência com a razão de densidades. A relação entre a instabilidade e a sedimentação

também pode ser observada pelo modo da instabilidade. A instabilidade alongada, do tipo *finger*, está relacionada ao fluxo turbulento de sedimentos na interface; se este for menor que o fluxo de sedimentação, então há um predomínio de sedimentação convectiva [21]. Para uma camada de mistura, Smyth (2007) [61] observa que, se o fluxo turbulento total for menor que a unidade, então, o modo de instabilidade dominante será o Kelvin-Helmholtz.

Alsinan et al. (2017) [1] mostram que a velocidade de sedimentação gera uma mudança de fase entre os campos de perturbação dos dois escalares, dando origem a outro modo de instabilidade. Este mecanismo de instabilidade favorece o crescimento das ondas em outras direções, que não a horizontal. Segundo Farenzena et al. (2017) [16], para velocidade de queda menor que  $u_s = 2,276 \times 10^{-4}$ , o modo de Kelvin-Helmholtz é predominante, e a taxa de amplificação depende, apenas, do Número de Richardson nos casos em que a distância entre os pontos de inflexão dos perfis escalares de base é zero. Para velocidade de queda maior, o autor verificou o surgimento de outros modos de instabilidade, como o Settling-Driven ou o Rayleigh-Taylor modificado, para o caso fortemente misturado que ocorre quando a espessura da camada instável é grande.

## 2.5 INSTABILIDADES TRIDIMENSIONAIS

Na Camada de Mistura Estavelmente estratificada, a saturação da Instabilidade bidimensional de Kelvin-Helmholtz (KH) pode produzir efeitos tridimensionais [11]. A instabilidade secundária está relacionada ao gradiente de densidade, que, quanto mais intenso, é capaz de gerar vorticidade negativa no núcleo do turbilhão de KH [62]. Dessa forma, a produção de vorticidade negativa é seguida pelo crescimento da instabilidade próxima ao núcleo, que perturba a camada baroclínica induzindo uma nova instabilidade, chamada de instabilidade secundária de Kelvin Helmholtz. Segundo Martinez (2006) [39], esta instabilidade, na camada baroclínica, ocorre na camada de mistura tridimensional e está relacionada ao aumento do fluxo turbulento vertical de massa. A Figura (2.15) apresenta exemplos das instabilidades secundárias de Kelvin Helmholtz na camada baroclínica gerada em um experimento de Martinez (2006) [39].

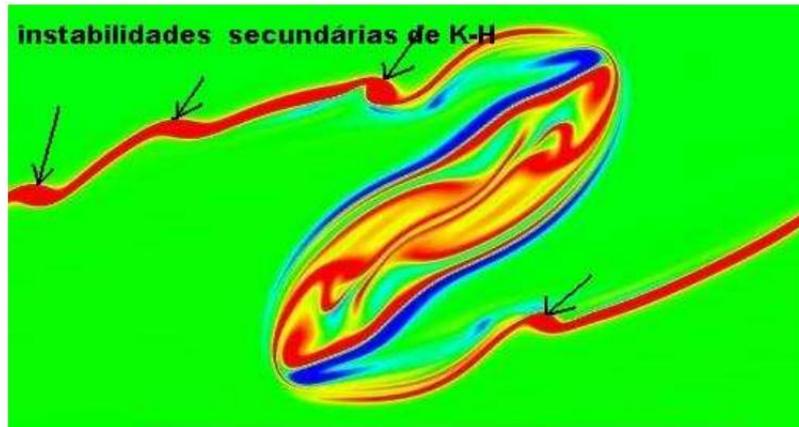


Figura 2.15: Campo de Vorticidade gerada pelas simulações de Martinez (2006) [39] apresenta instabilidades secundárias de KH.

As instabilidades secundárias que se desenvolvem nos turbilhões saturados de KH também geram movimentos tridimensionais na camada de mistura. Os movimentos tridimensionais produzem instabilidades transversais que formam os vórtices longitudinais, localizados entre os turbilhões de KH. Segundo Pierrehumbert et al. (1982) [52], um conjunto de vórtices de Stuart com configuração semelhante aos vórtices de KH, é instável a diferentes perturbações tridimensionais. O modo instável é caracterizado por oscilações em fase com os turbilhões primários de KH. A instabilidade resultante é conhecida como Instabilidade Transitiva, sendo responsável pela tridimensionalização da camada de mistura homogênea e, conseqüentemente, pela formação de vórtices longitudinais, conforme na Figura (2.16). Nas camadas de mistura estratificadas, o processo de tridimensionalização é mais complexo que na camada de mistura homogênea, devido às instabilidades causadas por efeitos baroclínicos. O mecanismo de tridimensionalidade da camada de mistura estratificada está associado, além de com instabilidade translativa, com a instabilidade convectiva gravitacional e com a instabilidade secundária cisalhante bidimensional [39].

Sobre instabilidades secundárias da instabilidade de Rayleigh-Taylor (RT), Umeda et al. (2016) [70] apresenta um estudo sobre esse tipo de instabilidade em plasma magnético. Apresentam simulações de escoamentos magneto-hidrodinâmicos, seu desenvolvimento transversal e o surgimento de instabilidade de Rayleigh-Taylor semelhante aos realizados em fluido neutro devido à gravidade e podem ser geradas pela instabilidade secundária de Kelvin-Helmholtz em razão de a uma força centrífuga. A Figura (2.17) apresenta uma sequência evolutiva de perfis

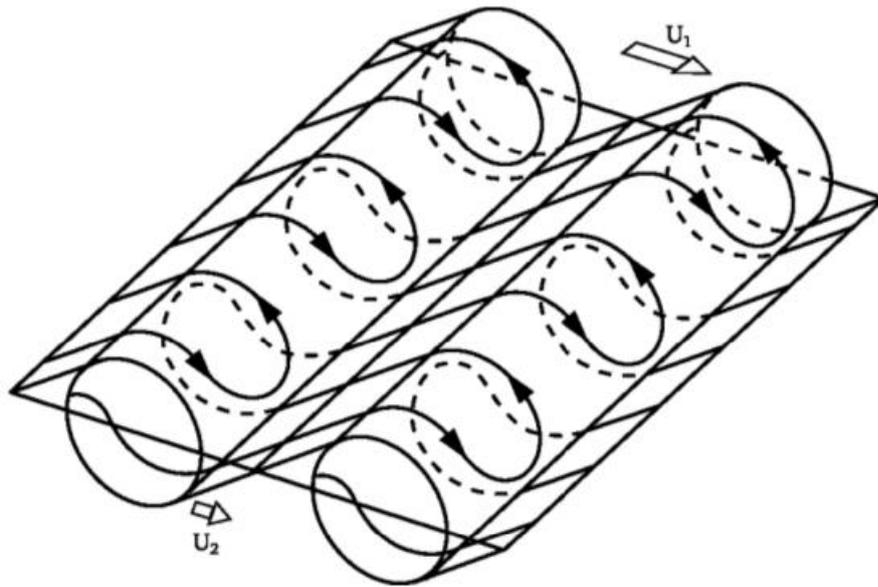


Figura 2.16: Esquematização dos vórtices longitudinais na camada de mistura, Bernal et al. (1986) [3]

espaiais de densidade de íons. Nota-se o desenvolvimento da Instabilidade de Rayleigh-Taylor na direção da gravidade. A instabilidade secundária é gerada ao lado direito da estrutura a partir  $t\omega_0 = 6.5$ . Camadas cisalhantes de velocidade são formadas ao longo da estrutura das bolhas e, posteriormente, dos cogumelos.

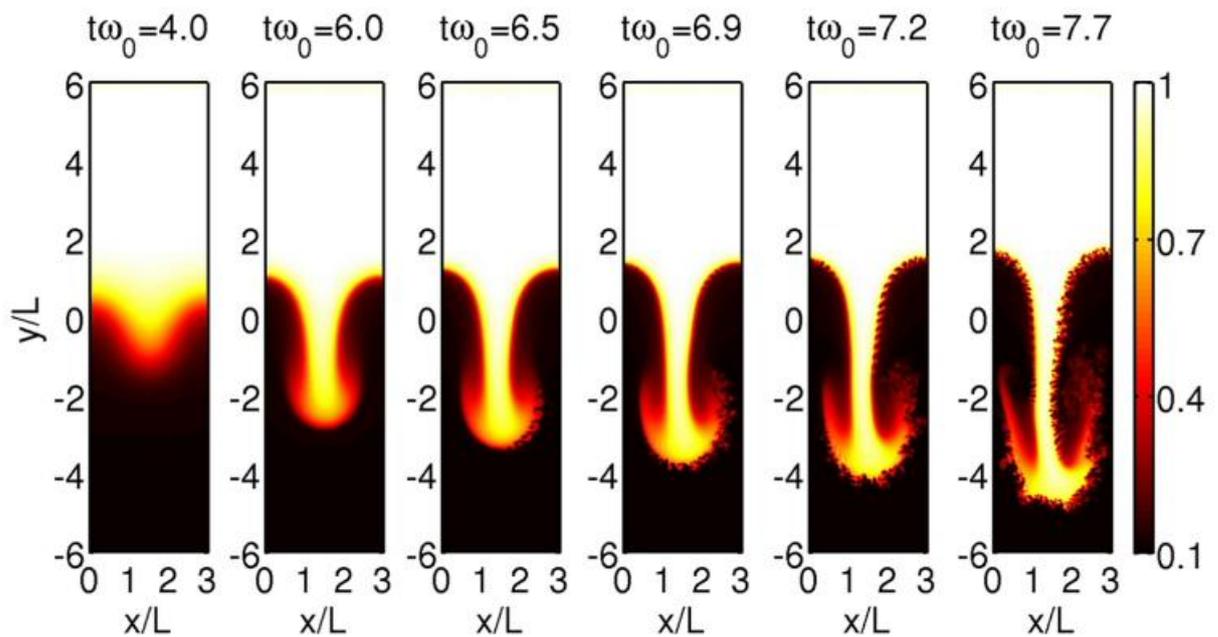


Figura 2.17: Perfis espaciais de densidade iônica em diferentes momentos. Figura gerada por Umeda et al (2016) [70].

He et al. (1999) [23] simularam a instabilidade de Rayleigh-Taylor tridimensional usando o esquema Lattice Boltzmann para fluxo multifásico. O autor procurou dar enfoque às estruturas tridimensionais da interface. A Figura (2.18) apresenta uma sequência temporal de desenvolvimento da Instabilidade de Rayleigh-Taylor obtida nos experimentos numéricos de Saito et al. (2016) [53]. A Bolha de fluido leve que sobrepõe o mais pesado é formada no período de crescimento da não linearidade da perturbação, sendo este estágio é fortemente influenciado por efeitos tridimensionais. Posteriormente, surgem estruturas adicionais como a instabilidade de Kelvin Helmholtz [23].

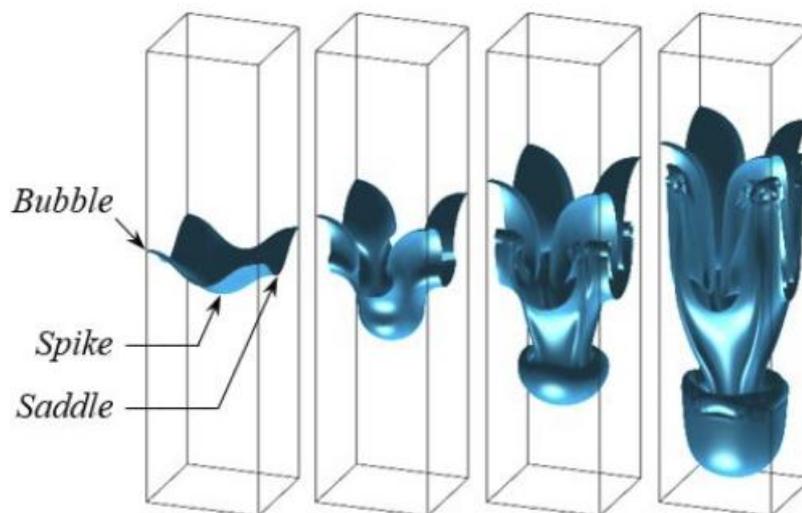


Figura 2.18: Figura gerada pelas simulações de Saito et al. (2016) [53]. Apresenta a evolução da Instabilidade de RT na interface para  $Re = 1024$ .

Yu et al. (2014) [74] simularam um tanque com dois perfis escalares sobrepostos de forma que o perfil superior simula uma concentração de sedimentos e o inferior a concentração salina. Segundo Yu et al. (2014) [74], observou que, para sedimentos com maior velocidade de queda, promoviam instabilidades secundárias cisalhantes, responsáveis pelo formato de cogumelo. De forma semelhante, Burns & Meiburg (2015) [7] compararam as simulações bidimensionais e tridimensionais de tanques com dois fluidos com diferentes coeficientes de difusividade de massa e o campo de sedimentos com velocidade de queda não nula. A Figura (2.19) apresenta o contorno de campos de sedimentos, onde se observa a formação de estruturas alongadas resultado da diferença de coeficiente de difusividade.

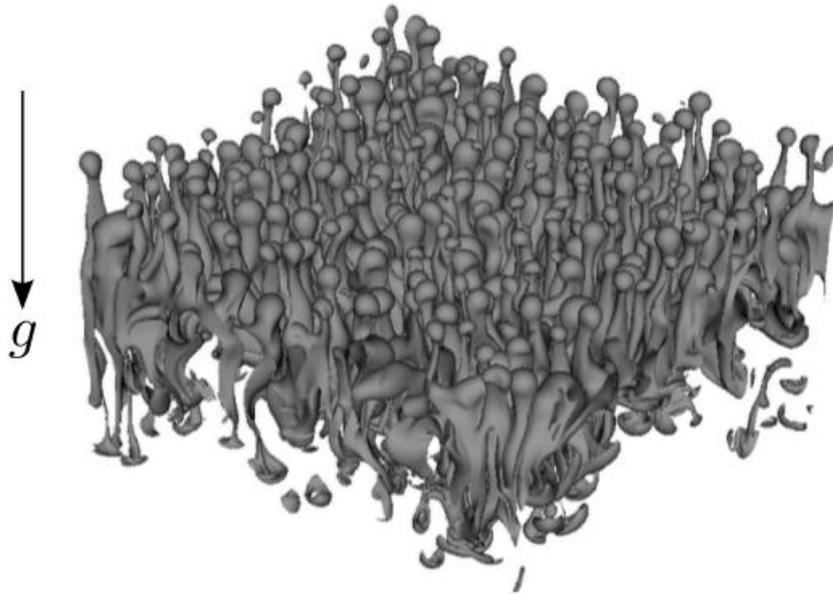


Figura 2.19: Contorno do campo de sedimentos em um dado instante de tempo obtido em uma simulação de Burns & Meiburg [7] na qual  $\tau = 25$ ,  $R_\rho = 2$  e  $u_s = 2$ .

As simulações tridimensionais de Burns & Meiburg [7] apontam o movimento da interface salina na direção contrária à gravidade e a interface de sedimentos na direção da gravidade, formando assim uma região de nariz entre essas duas interfaces. Segundo Burns & Meiburg (2015) [7], essa separação entre as interfaces também é gerada e mantida pela velocidade de sedimentação de Stokes, criando um desequilíbrio na velocidade de propagação dos dedos, deixando os dedos salinos mais lentos em relação aos de sedimentos. A espessura da região de nariz,  $h(t) = \delta_{sal}(t) - \delta_{sed}(t)$ , é o parâmetro que determina o tipo de instabilidade, segundo Burns, conforme já citado anteriormente.

### 3 METODOLOGIA MATEMÁTICA

Neste capítulo será apresentado o modelo matemático que descreve o fenômeno em questão e a metodologia numérica empregada. Também serão apresentadas considerações sobre as métricas estatísticas empregadas para a análise de instabilidade. Para as simulações, empregou-se o código Incompact3d, escrito em FORTRAN, para resolver numericamente as Equações da Continuidade, Navier-Stokes e Advecção-Difusão.

#### 3.1 MODELO HIDRODINÂMICO

O presente trabalho considerou uma camada de mistura com dois perfis escalares, em que a concentração de sedimentos é instável e a concentração salina é estável, cuja massa específica  $\rho$  é uma função dos valores máximos dos escalares, expressa por:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha_1\varphi_1 + \alpha_2\varphi_2), \quad (3.1)$$

em que  $\rho_0$  é a massa específica da água clara,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são os coeficientes de expansão volumétrica da concentração de sedimentos e da salinidade, respectivamente, e  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  correspondem às massas específicas da concentração de sedimentos e da salinidade.

O modelo matemático adotado são as Equações de Continuidade, Navier-Stokes e Advecção-Difusão. Tendo em vista que a massa específica da água salgada é de 3 a 4% maior que a massa específica da água doce, é plausível a aplicação da Hipótese de Boussinesq [6]. Por essa hipótese, como a razão entre a massa específica do fluido ambiente (oceano) e a do fluido corrente (fluxo de sedimentos) é próxima da unidade, a variação de massa específica será considerada apenas no termo referente à ação gravitacional, ou seja, no termo de empuxo na equação da quantidade de movimento. Assim, as equações dimensionais do escoamento são escritas da seguinte forma:

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} = 0 \quad (3.2)$$

$$\rho_0 \left( \frac{\partial u_j^*}{\partial t^*} + u_i^* \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i^*} \right) = -\frac{\partial p^*}{\partial x_j^*} + \mu^* \frac{\partial^2 u_j^*}{\partial x_i^* \partial x_i^*} + (\rho - \rho_0) g \mathbf{e}_g \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \varphi_k^*}{\partial t^*} + (u_i^* + u_{ik}^*) \frac{\partial \varphi_k^*}{\partial x_i^*} = \kappa_k^* \frac{\partial^2 \varphi_k^*}{\partial x_i^* \partial x_i^*}, \quad (3.4)$$

em que  $\mathbf{e}_g = -j$ , o índice  $k = 1$  corresponde à concentração salina e o índice  $k = 2$  à concentração de sedimentos. Quanto ao termo  $u_{ik}^*$ ,  $u_{1k}^* = 0$  para todo  $k$ ,  $u_{21}^* = 0$  e  $u_{22}^* = -u_s^*$  que é a velocidade de sedimentação.

Para a adimensionalização das Equações, assumiu-se a que:  $L = \delta_u$ ,  $U = (U_2 - U_1)/2$ ,  $\varphi_{1,max}$  e  $\varphi_{2,max}$ . Como consequência, surgem os Números de Reynolds,  $Re$ , de Richardson,  $Ri$ , e de Schmidt,  $Sc$ , e as Razões de Densidade,  $R_\rho$ , e de difusividade,  $\tau$ , que estão definidos na Tabela (3.1). As equações adimensionalizadas ficam:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_i} + Ri_2 \left( \frac{1}{R_\rho} \varphi_1 + \varphi_2 \right) e_g, \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + (u_i + u_s e_g) \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_i} = \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x_i \partial x_i}, \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + u_i \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_i} = \frac{1}{Re\tau Sc} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x_i \partial x_i}. \quad (3.8)$$

Tabela 3.1: Grupos adimensionais e definições segundo a adimensionalização proposta. As constantes  $\kappa_1$  e  $\kappa_2$  correspondem à difusividade da concentração de partículas e da salinidade, respectivamente.

Adimensional	Definição
Número de Reynolds	$Re = \delta_u U / \nu$
Número de Richardson	$Ri_k = \alpha_k \varphi_{k,max} g \delta_u / U^2$
Número de Schmidt	$Sc = \nu / \kappa_2$
Razão de Difusividade	$\tau = \kappa_2 / \kappa_1$
Razão de Densidade	$R_\rho = \alpha_2 \varphi_{2,max} / \alpha_1 \varphi_{1,max}$

O Número de Reynolds ( $Re$ ) corresponde à razão entre as forças de inércia e viscosa. O Número de Richardson ( $Ri_k$ ) corresponde à razão entre as forças de empuxo e de inércia e é

definido para cada grandeza escalar. O surgimento do Número de Richardson, no processo de adimensionalização, ocorre por meio da definição de gravidade aparente  $g'_k = \alpha_k \varphi_{k,max} g^*$ .

O Número de Schmidt ( $Sc$ ) corresponde à razão entre a viscosidade cinemática e a difusividade. Neste trabalho considerou-se, apenas, o Número de Schmidt do fluxo salino; a difusividade do fluido com sedimento é considerada na razão de difusividade ( $\tau$ ), que também pode ser definida como a razão entre o Número de Schmidt do fluido com sedimentos e o Número de Schmidt salino. A razão de densidade ( $R_\rho$ ) é outro adimensional que surge em vários trabalhos na literatura e é definida como sendo a razão entre o número de Richardson salino e o número de Richardson do fluido com sedimento ( $R_\rho = Ri_1/Ri_2$ ).

### 3.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO E INICIAIS

A instabilidade na camada de mistura é representada de forma espacial ou temporal. Segundo Ferreira (2014) [17], uma instabilidade em desenvolvimento espacial é gerada por escoamentos paralelos de velocidades  $U_1$  e  $U_2$  ( $U_1 < U_2$ ) que se desenvolvem ao longo da direção principal do escoamento. A camada de mistura temporal, que é **periódica na direção do escoamento principal** e se desenvolve no tempo, é uma aproximação da camada de mistura espacial, em que se observa o escoamento em um sistema galileano de referência movendo-se com velocidade de convecção  $u_C = (U_1 + U_2)/2$ .

As condições de contorno utilizadas para as camadas de mistura temporal e espacial diferem na direção do escoamento principal. Para a camada de mistura temporal, as condições de contorno são **periódicas** na direção do escoamento principal e **semiperiódicas** na outra direção com condição de deslizamento livre. Para um desenvolvimento espacial, é utilizada uma condição de entrada e saída na direção principal do escoamento.

Para simular a camada de mistura temporal, as condições de contorno adotadas estão esquematizadas na Figura (3.1) e são as seguintes:

- Condição Periódica para todas as variáveis na direção do eixo  $0x_1$ : se  $F$  é uma variável do problema, então  $F(x_1 = 0, x_2, x_3, t) = F(x_1 = L_{x_1}, x_2, x_3, t)$ .
- Condição de deslizamento livre: no caso da camada de mistura, para  $x_2 = \pm L_{x_2}/2$ , tem-se  $\partial u_1 / \partial x_2 = 0$  e  $u_2 = 0$ .

- Para a condição de contorno no limite superior, pressupõe-se que o fluxo de massa é nulo. Com efeito, a integração da Equação (3.7), em regime permanente, resulta em:

$$u_s \varphi_1 + \frac{1}{ScRe} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2} = 0, \quad (3.9)$$

conhecida também como condição de Robin [7]. Considerou-se, ainda, que não há fluxo salino por meio da fronteira superior:  $\partial \varphi_2 / \partial x_2 = 0$ .

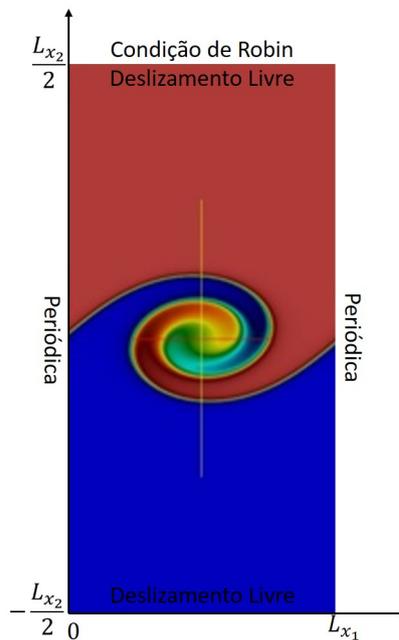


Figura 3.1: Esquema das condições de contorno do domínio de cálculo.

Os Perfis do Fluxo de Base são representados na Figura (3.2), correspondem à condição inicial da simulação:

- Velocidade:  $u_1(x_1, x_2, x_3, 0) = \bar{u}_1(x_2)$  e  $u_2(x_1, x_2, x_3, 0) = u_3(x_1, x_2, x_3, 0) = 0$ , sendo que

$$\bar{u}_1(x_2) = U \tanh\left(\frac{2x_2}{\delta_u}\right). \quad (3.10)$$

- Concentrações:  $\varphi_1(x_1, x_2, x_3, 0) = \bar{\varphi}_1(x_2)$  e  $\varphi_2(x_1, x_2, x_3, 0) = \bar{\varphi}_2(x_2)$ . As equações dos perfis adimensionalizados são:

$$\bar{\varphi}_1(x_2) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \tanh\left(\frac{2x_2}{\delta_{\varphi_1}}\right) \right] \quad (3.11)$$

$$\bar{\varphi}_2(x_2) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \tanh\left(\frac{2x_2}{\delta_{\varphi_2}}\right) \right], \quad (3.12)$$

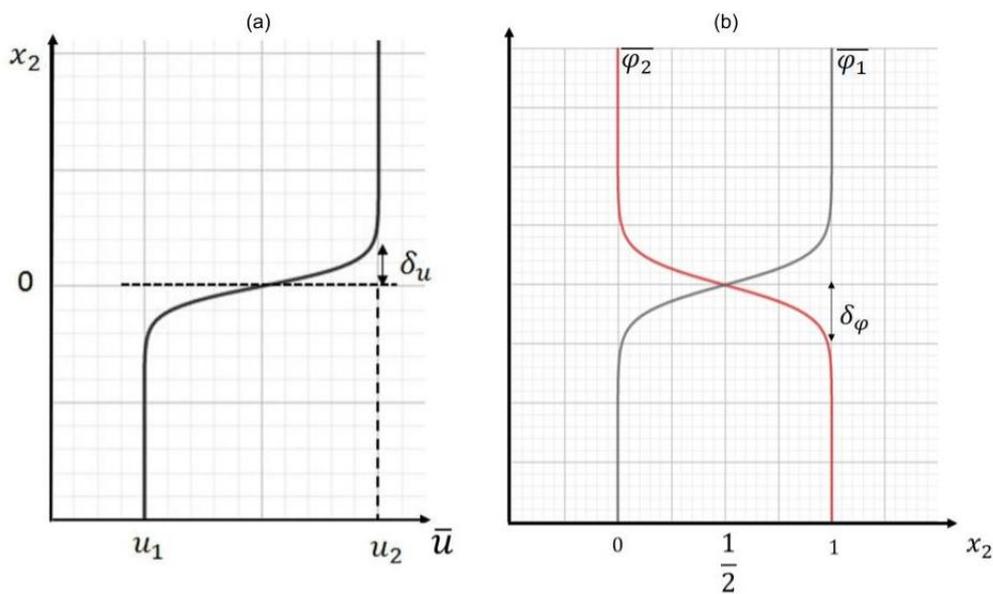


Figura 3.2: Esquema da configuração do escoamento de base. O gráfico na Figura (a) corresponde ao perfil de velocidades e o gráfico na Figura (b) corresponde aos perfis escalares .

Com o objetivo de gerar a instabilidade e a formação dos turbilhões no escoamento, no instante inicial, é adicionado ao perfil de velocidade de base um campo de perturbação tridimensional. O campo de perturbações adicionado ao campo de velocidade de base deve satisfazer a equação da continuidade.

O campo  $\vec{u}'$ , sobreposto ao perfil de base, apresenta com número de onda mais amplificado  $\alpha$ , seu primeiro sub-harmônico, seu segundo sub-harmônico  $\alpha/2$ , é uma onda senoidal ou ruído branco na direção transversal ( $x_3$ ). Para os casos simulados, em camada de mistura, adotou-se o seguinte campo que satisfaz a Equação da Continuidade:

$$u'_1(\vec{x}) = \frac{sx_2L_{x_1}}{\pi} e^{-sx_2^2} \left[ A_f \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_{x_1}}\right) + 2A_s \sin\left(\frac{\pi x_1}{L_{x_1}}\right) \right] \quad (3.13)$$

$$u'_2(\vec{x}) = e^{-sx_2^2} \left[ A_f \cos\left(\frac{2\pi x_1}{L_{x_1}}\right) + A_s \cos\left(\frac{\pi x_1}{L_{x_1}}\right) + A_{x_3} \cos\left(\frac{2\pi x_3}{L_{x_3}}\right) \right] \quad (3.14)$$

$$u'_3(\vec{x}) = \frac{sx_2L_{x_3}A_{x_3}}{\pi} e^{-sx_2^2} \sin\left(\frac{2\pi x_3}{L_{x_3}}\right) \quad (3.15)$$

O campo de perturbação satisfaz a equação da continuidade e  $A_f$  é a amplitude do modo fundamental e  $A_s$  a amplitude do modo sub-harmônico e  $A_{x_3}$  é a amplitude do modo fundamental na direção de  $x_3$ . A perturbação apresenta um comportamento gaussiano (normalizado) e  $s = (2\sigma_p^2)^{-1}$ , sendo  $\sigma_p$  é o desvio padrão, e corresponde à largura de banda da perturbação.

O número de onda  $\alpha = 2\pi/\lambda$  é correspondente um a modo característico da instabilidade, nesse caso o modo mais amplificado. Para a instabilidade de Kelvin-Helmholtz, em camada de mistura, tem-se que  $\alpha = 0,8894\delta_0^{-1}$  assim  $\lambda = 7\delta_0$  [22]. O dimensionamento do domínio de cálculo é determinado em função do número do comprimento de onda mais instável. Dessa forma  $L_{x_1} = N\lambda$ , em que  $N$  corresponde ao número de comprimentos de onda, para se ter  $N$  vórtices desenvolvidos no domínio [39].

### 3.3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA DIRETA

A metodologia numérica é essencial para a confiança nos resultados. A técnica da Simulação Numérica Direta, conhecida na literatura como *DNS* (*Direct Numerical Simulation*), é uma metodologia numérica para resolver as Equações de Navier-Stokes e apresenta uma abordagem simples do ponto de vista conceitual e alta ordem de precisão [18]. Por essa metodologia, a menor escala de comprimento da turbulência é representada, o que exige uma malha muito refinada. Com efeito, a metodologia DNS representa todas as escalas de turbulência. A maior escala representada é a escala integral da turbulência ( $l$ ), que corresponde ao comprimento do maior vórtice, que é essencialmente a distância até a qual as componentes da flutuação de ve-

locidade permanecem correlacionadas. Com efeito, o domínio de cálculo deve ser maior ou igual que a escala integral. Uma DNS para ser válida também deve capturar toda a dissipação energética que ocorre nas menores escalas, aquelas em que a viscosidade é ativada, de modo que o tamanho da malha não deve ser maior que a escala viscosa de Kolmogorov ( $\eta$ ) [60].

Considerando um domínio de cálculo de dimensões,  $L_{x_1} \times L_{x_2} \times L_{x_3}$ , no qual o número de pontos da malha é  $n_{x_1} \times n_{x_2} \times n_{x_3}$ , então

$$\Delta x_i = \frac{L_{x_i}}{n_{x_i}}. \quad (3.16)$$

sendo que para haver DNS,  $\Delta x_i < \eta$ .

A escala viscosa de Kolmogorov, segundo Lumley (1972) [68], é definida por

$$\eta = \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (3.17)$$

na qual, para turbulência homogênea isotrópica,  $\epsilon$  é a dissipação viscosa que, por sua vez, é definida por

$$\epsilon = \frac{2}{Re} \int_{\Omega} s'_{ij} s'_{ij} dV. \quad (3.18)$$

em que  $s'_{ij}$  corresponde à taxa de deformação turbulenta.

Quanto ao passo de tempo, o número de intervalos de tempo,  $n_t$  está relacionado à discretização espacial,  $n_t \propto \max(n_{x_1}, n_{x_2}, n_{x_3})$ , e o tempo de cálculo  $T_{cal}$  deve ser proporcional à  $\prod_{i=1}^3 n_t n_{x_i}$  ou, ainda, proporcional a  $Re_l^3$ .

### 3.4 ESTRUTURA DO CÓDIGO

O código Incompact3d permite a solução numérica das equações de Navier-Stokes para escoamento incompressível utilizando esquemas compactos para a discretização espacial. A integração no tempo pode ser feita pelo método de Adams-Bashforth ou Runge-Kutta ambos de terceira ordem. O Incompact3d é um código escrito em FORTRAN sendo uma ferramenta atraente para realização de DNS. O código apresenta uma precisão quase espectral, pois usa esquemas compactos de sexta ordem de diferenças finitas que mimetizam o comportamento de métodos espectrais por meio da precisão espectral [33].

As equações do movimento são resolvidas numericamente em uma malha cartesiana, uniforme em cada direção, para diferentes tipos de escoamentos. É possível utilizar as mais diversas condições de contorno, e com a possibilidade de introduzir ruídos ou planos pré-calculados.

### 3.4.1 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL

Considerando-se a Equação de Navier-Stokes dada pela Equação (3.7), reescrita por:

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} = F_j - \frac{\partial p}{\partial x_j}, \quad (3.19)$$

sendo

$$F_j = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_i} + Ri_2 \left( \frac{1}{R_\rho} \varphi_1 + \varphi_2 \right) e_g - u_j \frac{\partial u_j}{\partial x_i}. \quad (3.20)$$

A integração no tempo da Equação (3.19) no intervalo de tempo  $[t_n, t_{n+1}]$  é escrita por:

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{\partial u_j}{\partial t} dt = \int_{t_n}^{t_{n+1}} F_j dt - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{\partial p}{\partial x_j} dt \quad (3.21)$$

colocando

$$p^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} p dt \quad (3.22)$$

resulta, diretamente, que:

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} F_j dt - \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_j}. \quad (3.23)$$

A Equação (3.23) é avaliada em duas etapas, com a introdução de um campo de velocidade intermediário  $u_j^*$ . A Equação (3.23) pode ser interpretada como a diferença entre as equações abaixo:

$$\frac{u_j^* - u_j^n}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} F_j dt \quad (3.24)$$

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^*}{\Delta t} = - \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_j} \quad (3.25)$$

Em cada passo de tempo, a Equação da Continuidade deve ser satisfeita e, assim,  $p^{n+1}$  é solução da Equação de Poisson:

$$\frac{\partial^2 p^{n+1}}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial u_j^*}{\partial x_j} \quad (3.26)$$

A integração no tempo se completa com a aplicação do método de Adams-Bashforth de terceira ordem:

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} F_j dt = \frac{23}{12} F_j^n - \frac{16}{12} F_j^{n-1} + \frac{5}{12} F_j^{n-2} \quad (3.27)$$

Para as Equações de Advecção-Difusão, a discretização temporal é feita da seguinte forma:

$$\frac{\varphi^{n+1} + \varphi^n}{\Delta t} = a_1 G^n + b_1 G^{n+1}, \quad (3.28)$$

em que

$$G = -u_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} + \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i \partial x_i}. \quad (3.29)$$

### 3.4.2 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

Para a discretização espacial, no código Incompac3d faz-se uso de esquemas compactos de sexta ordem [35]. O uso de tais esquemas de diferenças finitas compactas, em um sistema cartesiano, pode ser visto como um método numérico próximo do espectral com moderada perda de precisão [33].

Os esquemas compactos são esquemas implícitos propostos por Lele (1992) [35], que relacionam a derivada em um ponto ao valor da derivada em pontos vizinhos. Sendo dada uma distribuição de pontos sobre uma malha uniforme  $x_i = (i - 1)\Delta x$ , existe uma relação entre a aproximação  $f'_i$  e os valores de  $f$  que é dada por:

$$\beta_{1,6} f'_{i-2} + \alpha_{1,6} f'_{i-1} + f'_i + \alpha_{1,6} f'_{i+1} + \beta_{1,6} f'_{i+2} = c_{1,6} \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6\Delta x} + b_{1,6} \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4\Delta x} + a_{1,6} \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x}, \quad (3.30)$$

em que  $\alpha_{m,n}$ ,  $\beta_{m,n}$ ,  $a_{m,n}$ ,  $b_{m,n}$  e  $c_{m,n}$  são coeficientes que surgem da combinação dos coeficientes da Série de Taylor.

No código Incompact3d, foi utilizado, na resolução da primeira derivada, um esquema numérico tridiagonal de sexta ordem de precisão, em que, de acordo com Lele (1992)[35], resulta em

$$\alpha_{1,4}f'_{i-1} + f'_i + \alpha_{1,4}f'_{i+1} = b_{1,4}\frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4\Delta x} + a_{1,4}\frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x}. \quad (3.31)$$

Na fronteira do domínio ( $i = 1$  e  $i = N$ ), é utilizado um esquema de terceira ordem descendido, dado por:

$$f'_1 + \alpha_{1,3}f'_2 = \frac{a_{1,3}f_1 + b_{1,3}f_2 + c_{1,3}f_3}{\Delta x}, \quad (3.32)$$

$$f'_N + \alpha_{1,3}f'_{N-1} = \frac{-a_{1,3}f_N - b_{1,3}f_{N+1} - c_{1,3}f_{N-2}}{\Delta x}. \quad (3.33)$$

Para os pontos vizinhos aos contornos ( $i = 2$  e  $i = N$ ), é utilizado um esquema centrado de quarta ordem:

$$f'_1 + \alpha_{1,4}f'_2 = \frac{a_{1,4}f_1 + b_{1,4}f_2 + c_{1,4}f_3}{\Delta x} \quad (3.34)$$

$$f'_N + \alpha_{1,4}f'_{N-1} = \frac{-a_{1,4}f_N - b_{1,4}f_{N+1} - c_{1,4}f_{N-2}}{\Delta x} \quad (3.35)$$

Os coeficientes para a aproximação da derivada primeira estão relacionados na Tabela (3.2).

Tabela 3.2: Coeficiente para aproximação da 1ª derivada [35], [17]

Ordem da 1ª derivada	$\alpha_{1,k}$	$a_{1,k}$	$b_{1,k}$	$c_{1,k}$
3ª ordem	2	-5/2	2	1/2
4ª ordem	1/4	3/2	-	-
6ª ordem	1/3	14/9	1/9	-

Para a segunda derivada, obtem-se um esquema análogo:

$$\alpha_{2,6}f''_{i-1} + f''_i + \alpha_{2,6}f''_{i+1} = a_{2,6}\frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2} + b_{2,6}\frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4(\Delta x)^2} + c_{2,6}\frac{f_{i+3} - 2f_i + f_{i-3}}{9(\Delta x)^2}. \quad (3.36)$$

No entanto, o código adota um esquema no qual  $c_{2,6} = 0$ , o que torna o esquema Penta.

Segundo Lamballais *et al.* [34], o esquema (3.36) pode ter ordem ampliada segundo as relações descritas na Tabela (3.3):

Tabela 3.3: Relação entre as constantes da equação (3.36) e a ordem do esquema de diferenças finitas [34] para derivada segunda.

Ordem	Esquema
2 <sup>a</sup>	$a + b + c = 1 + 2a^*$
4 <sup>a</sup>	$a + 4b + 9c = 12a^*$
6 <sup>a</sup>	$a + 16b + 81c = 30a^*$
8 <sup>a</sup>	$a + 64b + 729c = 56a^*$

Assim como para a derivada primeira, nas fronteiras ( $i = 1$  e  $i = N$ ) adotam-se esquemas de terceira ordem, que são dados por:

$$f''_1 + \alpha_{2,3}f''_2 = \frac{a_{2,3}f_1 + b_{2,3}f_2 + c_{2,3}f_3 + d_{2,3}f_4}{(\Delta x)^2}, \quad (3.37)$$

$$f''_N + \alpha_{2,3}f''_{N-1} = \frac{a_{2,3}f_N + b_{2,3}f_{N-1} + c_{2,3}f_{N-2} + d_{2,3}f_{N-3}}{(\Delta x)^2}. \quad (3.38)$$

Para os pontos vizinhos aos contornos ( $i = 2$  e  $i = N - 1$ ), o esquema de quarta ordem centrado usado pelo código é:

$$\alpha_{2,4}f''_1 + f''_2 + \alpha_{2,4}f''_3 = a_{2,4}\frac{f_3 - 2f_2 + f_1}{2(\Delta x)^2}, \quad (3.39)$$

$$\alpha_{2,4}f''_{N-2} + f''_{N-1} + \alpha_{2,4}f''_N = a_{2,4}\frac{f_N - 2f_{N-1} + f_{N-2}}{2(\Delta x)^2}. \quad (3.40)$$

Os coeficientes para a aproximação da segunda derivada estão relacionados na tabela (3.4).

Tabela 3.4: Coeficiente para aproximação da 2ª derivada [35], [17]

Ordem da 2ª derivada	$\alpha_{1,k}$	$a_{1,k}$	$b_{1,k}$	$c_{1,k}$	$d_{2,k}$
3ª ordem	11	13	-27	15	-1
4ª ordem	1/10	6/5	-	-	-
6ª ordem	2/11	12/11	3/11	-	-

### 3.4.3 COMPORTAMENTO ESPECTRAL

A simulação de fluxo turbulento por DNS exige métodos numéricos altamente precisos para preservar as propriedades físicas sem ser excessivamente exigente em recursos computacionais. No entanto, a perda de precisão, introduzida por esquemas numéricos em pequenas escalas combinadas com erros de *aliasing* e outros procedimentos numéricos ou condições de contorno, frequentemente cria oscilações em pequenas escalas, tipicamente aquelas próximas do tamanho da malha [34]. Tais oscilações podem ser controladas pela dissipação física usando uma malha altamente refinada, o que gera um aumento do custo computacional.

Uma transposição entre o espaço físico e o espectral ocorre por meio da Transformada de Fourier. Uma investigação minuciosa de oscilações pode ser feita com base na decomposição por série de Fourier. Assim, para um dado instante, uma componente  $u(x,t)$  da velocidade pode ser escrita como:

$$u(x,t) = \sum_k \widehat{u}_k(t) e^{ikx}, \quad (3.41)$$

em que  $k$  é o número de onda e  $i$  a unidade imaginária. Assume-se que o maior número de onda ( $\pi/\Delta x$ ) deve ser resolvido em uma célula de tamanho  $\Delta x$  [18].

A equivalência entre o espaço físico e o espaço espectral pode ser observada pela função  $f(x) = e^{ikx}$ , na sua função derivada é  $f'(x) = ik e^{ikx}$ . Se aplicado um método de diferenças finitas de segunda ordem centrado, considerando as identidades necessárias, tem-se que:

$$f'(x) = \frac{e^{ik(x+\Delta x)} - e^{ik(x-\Delta x)}}{2\Delta x} = i \frac{\sin(k\Delta x)}{\Delta x} e^{ikx} = ik'_e e^{ikx}, \quad (3.42)$$

em que  $k'_e$  é chamado de número de onda modificado para o esquema de diferenças finitas em questão. Para o esquema representado pela equação (3.31) e o número de onda modificado,

$$k'_e \Delta x = \frac{a \sin(k\Delta x) + (b/2) \sin(2k\Delta x)}{1 + 2\alpha^* \cos(k\Delta x)}, \quad (3.43)$$

em que  $k = 2\pi/L_x$ . Com efeito, no espaço espectral  $\widehat{f}' = ik'_e \widehat{f}$  [32].

No caso da derivada segunda,  $\widehat{f}'' = -k''_e \widehat{f}$ , para o esquema representado na equação (3.36), Lamballais [34] verificou que

$$k''_e (\Delta x)^2 = \frac{2a[1 - \cos(k\Delta x)] + \frac{b}{2}[1 - \cos(2k\Delta x)] + \frac{2c}{9}[1 - \cos(3k\Delta x)]}{1 + 2\alpha^* \cos(k\Delta x)}. \quad (3.44)$$

O comportamento dos números de onda modificados  $k'_e$  e  $k''_e$ , em função de  $k\Delta x$ , nas equações (3.43) e (3.44), é apresentado na figura (3.3). Nota-se que os esquemas compactos apresentam número de onda modificado próximo aos obtidos pela diferenciação analítica; e que os esquemas compactos apresentam menor erro para uma faixa de número de onda maior que a do método explícito [35], [17].

A fim de preservar a sexta ordem do esquema numérico para as derivadas na equação (3.36), Lamballais *et al.* [34], a partir da equação (3.44), procuram ajustar  $\alpha^*$  para controlar  $k''_e$ , e determinaram que:

$$\alpha = \frac{272 - 45k''_c (\Delta x)^2}{416 - 90k''_c (\Delta x)^2} \quad (3.45)$$

$$a = \frac{48 - 135k''_c (\Delta x)^2}{1664 - 360k''_c (\Delta x)^2} \quad (3.46)$$

$$b = \frac{528 - 81k''_c (\Delta x)^2}{208 - 45k''_c (\Delta x)^2} \quad (3.47)$$

$$c = \frac{-432 + 63k''_c (\Delta x)^2}{1664 - 360k''_c (\Delta x)^2}, \quad (3.48)$$

$k_c$  é o número de onda de corte, que corresponde a uma singularidade na equação (3.44), quando  $\alpha^* = \frac{1}{2}$  e  $k_c \Delta x = \pi$ .

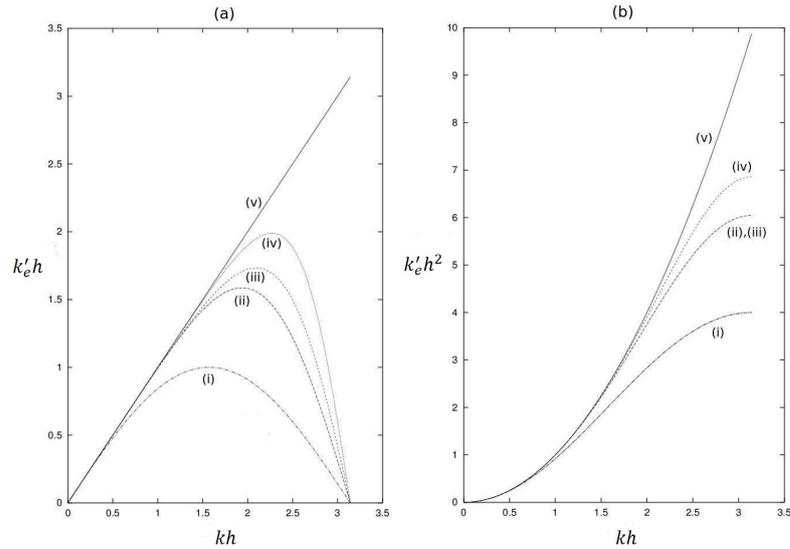


Figura 3.3: Número de Onda Modificado  $k'_e \Delta x$  e  $k''_e \Delta x$  em função de  $k\Delta x$ . (a) primeira derivada, (b) segunda derivada, e diferentes esquemas numéricos: (i) esquema explícito de segunda ordem; (ii) esquema explícito de sexta ordem; (iii) esquema compacto de quarta ordem; (iv) esquema compacto de sexta ordem; (v) solução exata. (Ferreira, [17] e Lamballais, [34])

### 3.5 ANÁLISE DA ESTABILIDADE

Para um escoamento transiente simulado usando DNS, a evolução da Energia Cinética Turbulenta apresenta características que têm muito a dizer sobre a transição à turbulência. Uma forma muito recorrente na literatura para análise de estabilidade hidrodinâmica é dada pela Equação de Reynolds-Orr (2.9)[12]. Para o problema em questão, a Equação da Energia Cinética Turbulenta é:

$$\frac{dE_c}{dt} = - \int_{\Omega} u'_i u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} dV - \int_{\Omega} u'_i u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} dV - \frac{2}{Re} \int_{\Omega} s'_{ij} s'_{ij} dV - Ri_2 \int_{\Omega} u'_2 \left( \frac{1}{R_p} \varphi'_1 + \varphi'_2 \right) dV. \quad (3.49)$$

Cada uma das parcelas da Equação (3.49) corresponde:

- aos efeitos não lineares:  $\int_{\Omega} u'_i u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} dV$ ,
- à interação entre o escoamento de base e a perturbação de velocidade:  $\int_{\Omega} u'_i u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} dV$ ,
- à dissipação viscosa:  $\frac{2}{Re} \int_{\Omega} s'_{ij} s'_{ij} dV$ ;
- à do empuxo:  $Ri_2 \int_{\Omega} u'_2 \left( \frac{1}{R_p} \varphi'_1 + \varphi'_2 \right) dV$ .

O período de crescimento linear da Energia Cinética Turbulenta corresponde ao intervalo de tempo no qual  $d(\log(E))/dt$  permanece constante.  $E \propto e^{2\sigma t}$ , no período linear,  $\sigma$  é a taxa de crescimento da perturbação. Assim, durante o período linear, é possível obter a relação:

$$\log(E_c) = 2\sigma t + C, \quad (3.50)$$

na qual  $C$  é uma constante, e a taxa de amplificação instantânea é determinada por:

$$\sigma(t) = \frac{1}{2E} \frac{dE_c}{dt} \quad (3.51)$$

Metcalf (1987) [43] observou o comportamento da evolução da Energia Cinética Turbulenta em uma série de simulações DNS, nas quais variou a amplitude da perturbação inicial adicionada ao perfil de base. Segundo o autor, o período linear depende da amplitude do primeiro harmônico da perturbação inicial  $A_f$  nas Equações (3.13) e (3.14). Conforme a Figura (3.4), nota-se que o período linear apresenta a mesma taxa de amplificação para as diferentes amplitudes iniciais, porém, quanto maior for a amplitude inicial, menor será o período linear. Quanto menor o período linear, mais rápido surgirão os vórtices característicos do período não-linear. A aplicação da Equação (3.49) na Equação (3.51) permite a decomposição em parcelas da Taxa de Amplificação  $\sigma$ , o que resulta em:

$$\sigma(t) = \sigma_{nl}(t) + \sigma_m(t) + \sigma_v(t) + \sigma_b(t), \quad (3.52)$$

em que  $\sigma_{nl}(t), \sigma_m(t), \sigma_v(t)$  e  $\sigma_b(t)$  correspondem à contribuição dos efeitos não lineares, da interação com o fluxo médio, da viscosidade e do empuxo respectivamente. Por essa metodologia, foi possível analisar cada uma das parcelas que compõem a Energia Cinética Turbulenta e caracterizar a instabilidade segundo o padrão do comportamento de cada parcela.

A fim de ilustrar os conceitos e a metodologia de análise de instabilidade, apresenta-se o caso simulado da Camada de Mistura com perfil de velocidade inicial dado pela Equação (3.13). Os perfis escalares são dados pelas Equações (3.14) e (3.15). São considerados  $u_s = 0$ ,  $R_\rho = 1$ ,  $\tau = 1$  e  $Sc = 1$ .

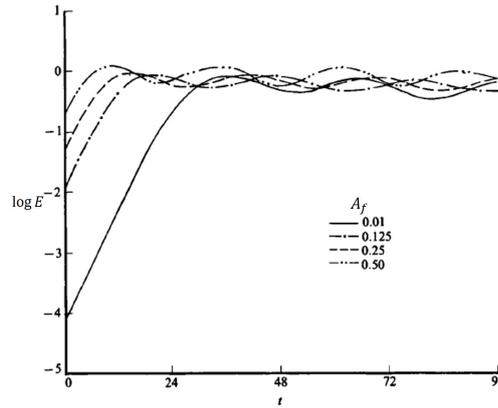


Figura 3.4: Evolução da Energia Cinética da perturbação observada na DNS de Metcalfe [43].  $A_f$  corresponde às amplificações fundamentais das perturbações iniciais adicionadas aos perfis de base.

Segundo a análise de estabilidade realizada por Farenzena (2016) [14], nessas condições, o modo mais amplificado apresenta como número de  $\alpha = 0,4446$ . Com efeito, as dimensões usadas no domínio de cálculo foram  $L_{x_1} = 7$  e  $L_{x_2} = 14$  e a malha de cálculo utilizada foi  $n_{x_1} = 256$  e  $n_{x_2} = 521$ . Para o caso simulado, a amplificação da perturbação no perfil base foi de  $A_f = 10^{-5}$ .

A evolução da Energia Cinética Turbulenta está na Figura (3.5). Por esse gráfico  $t \times \log(E_c)$ , o período linear é o intervalo que apresenta o melhor ajuste à Equação (3.50) pelo Coeficiente de Determinação. Portanto, a metade da declividade da reta, no período linear, corresponde a taxa de amplificação da perturbação.

No período linear, entre os instantes adimensionais 20 e 40, foi possível fazer o ajuste da reta a um Coeficiente de Determinação de 0,999 e o valor obtido para a taxa de amplificação na simulação é  $\sigma = 0,1899$ . O valor de referência obtido da análise de estabilidade linear foi de  $\sigma = 0,1897$  [14]. Por esse resultado, aceita-se uma boa concordância com o valor obtido por análise de estabilidade modal.

A evolução da taxa de amplificação da perturbação, dada pela Equação (3.51), é apresentada na Figura (3.6). Verificou-se que, no intervalo escolhido para determinar a taxa de amplificação pelo ajuste, [20; 40] o valor médio da taxa de amplificação,  $\bar{\sigma}$ , é 0,1898.

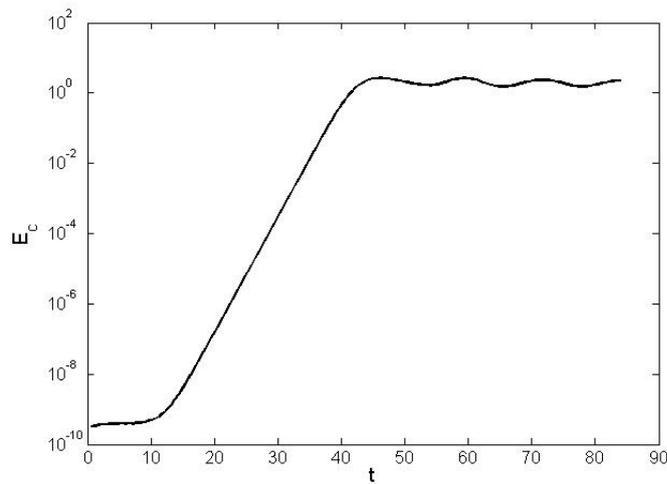


Figura 3.5: Evolução da Energia Cinética da Perturbação para o caso em que  $u_s = 0$ ,  $R_\rho = 1$  e  $\tau = 1$ .

Para o caso simulado cuja a evolução da taxa de amplificação está representada na Figura (3.6). Nota-se uma boa convergência a partir do período linear. A diferença observada no período anterior é desconsiderada tendo em vista que a energia da perturbação é da ordem do erro de máquina. A Figura (3.7) apresenta a evolução de cada uma das parcelas da Equação (4.5).

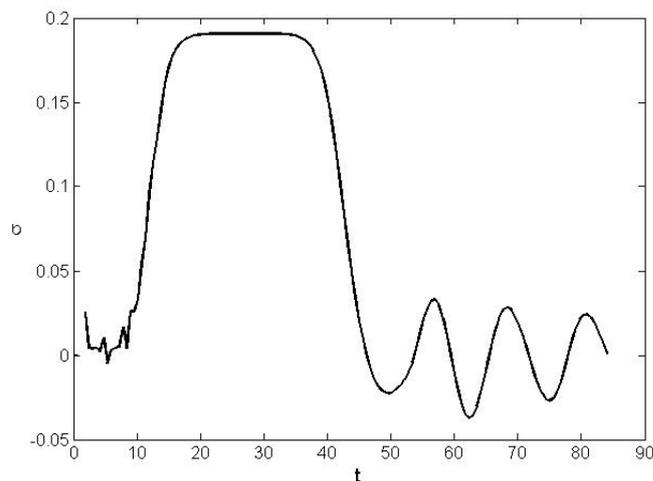


Figura 3.6: Evolução da taxa de amplificação.

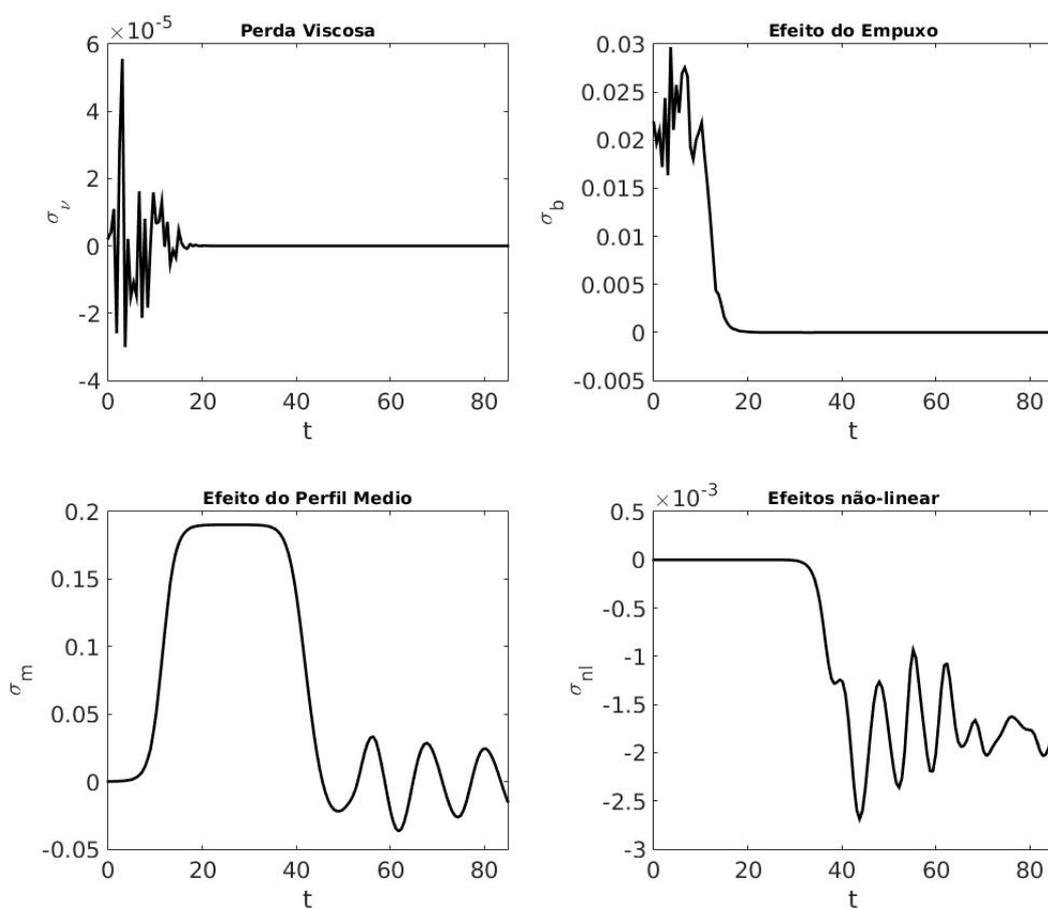


Figura 3.7: Decomposição da taxa de amplificação segundo a equação (4.5): Efeito Viscoso, Empuxo, Fluxo Médio e não linearidade. Evolução de cada uma das parcelas da equação (3.49).

#### 4 ANÁLISE BIDIMENSIONAL DA INSTABILIDADE DUPLO DIFUSIVA

A foz de um rio pode gerar plumas hipopícnais que permanecem na superfície do oceano ou lago. Conforme apresentado no Capítulo 2, uma corrente hipopícnal é aquela em que a densidade combinada da água doce e sedimentos suspensos no rio é menor do que a densidade da água salgada do mar ou água doce do lago. Na Figura (4.1), é possível verificar a pluma hipopícnal na foz do Rio Reuss no Lago Lucerne, na Suíça.



Figura 4.1: Foz do Rio Reuss no Lago Lucerne, na Suíça [28]

O presente capítulo apresenta um estudo sobre as instabilidades hidrodinâmicas que ocorrem na configuração hipopícnal. Os resultados apresentados têm por objetivo validar a metodologia apresentada com os resultados do experimento numérico de Burns & Meiburg (2014) [7]. A validação será realizada por meio da comparação das taxas de amplificação da perturbação nos casos simulados. Após a validação, são apresentados os resultados das simulações dos mesmos casos expostos na validação, porém considerando o efeito da velocidade de queda da partícula.

Para as simulações propostas neste capítulo, considerou-se a adimensionalização na qual assume-se uma escala de comprimento para forçar que o número de Grashof seja unitário. O número de Grashof corresponde à razão entre as forças de empuxo e as forças viscosas. Esse

parâmetro desempenha, na convecção livre, um papel análogo ao desempenhado pelo número de Reynolds, pois nesse caso a velocidade forçada é nula e o termo de empuxo é responsável pela única força motriz significativa. Segundo Çengel (2007) [13], o efeito combinado entre convecção livre e forçada implica em  $Gr \cong Re^2$ . Portanto, as grandezas características que satisfazem o problema são:

$$L = \left( \frac{v^{*2}}{g'} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.1)$$

$$t = \frac{L^2}{v^*} \quad (4.2)$$

$$g' = g^* \alpha^* \varphi_{1,max}^* \quad (4.3)$$

$$\varphi_k = \varphi_{k,max}^* \quad (4.4)$$

Os casos propostos avaliam a relação entre a diferença de difusividade dos escalares, representada pela constante adimensional  $\tau$ , que corresponde à razão entre os coeficientes de difusão de massa entre as concentrações de sal e sedimentos e a instabilidade hidrodinâmica sob efeito da sedimentação representado por  $u_s$ . As características dos dois casos estão descritas na Tabela (4.1).

Tabela 4.1: Características dos Casos Simulados.

Caso	$\tau$	$Sc$	$L$
I	10	10	28,13
II	100	1	20

Nos dois casos, a Razão de Densidade é assumida igual a  $R_\rho = 2$  e a espessura dos perfis de concentração inicial é  $\delta_{\varphi_k} = 1,5$ . Quanto à perturbação inicial, assumiu-se um ruído branco com amplitude tal que o sinal tenha variância menor que  $5 \times 10^{-7}$ . A diferença de difusividade entre as concentrações de sedimento,  $\kappa_1$ , e salina,  $\kappa_2$ , é tal que, no Caso I, é  $\kappa_2 = 10\kappa_1$  e no Caso II,  $\kappa_2 = 100\kappa_1$ .

#### 4.1 ESCOAMENTO SEM VELOCIDADE DE QUEDA

As simulações numéricas, cujos resultados são apresentados nessa seção, simularam o movimento gerado exclusivamente pela gravidade, dado que a condição inicial é de repouso das partículas. Os perfis escalares apresentados são os mesmos apresentados no Capítulo 3.

As simulações numéricas, cujos resultados serão apresentados nessa seção, consideraram que a partícula de sedimento apresenta um diâmetro muito pequeno, para a qual é considerada velocidade de queda nula ( $u_s = 0$ ). O domínio de cálculo utilizado para as simulações foi o mesmo que adotaram Burns & Meiburg para simular os mesmos casos:  $n_x = 128$  e  $n_y = 385$ .

Para calcular a taxa de amplificação da perturbação, considerou-se a Energia Cinética da Perturbação,  $E_c$ . Propõe-se ajustar sua evolução à Equação (3.50), para calcular a taxa de amplificação da perturbação no Período Linear. Foi considerado como período linear,  $pl$ , o intervalo que proporcionou o melhor ajuste ( $R^2 \simeq 1$ ) à Equação (3.50). Para o Caso I ( $\tau = 10$ ,  $Sc = 10$ ),  $pl_1 = [40, 90]$ , e para o Caso II ( $\tau = 1$ ,  $Sc = 100$ ),  $pl_2 = [30, 60]$ . Os resultados obtidos estão representados na Figura (4.2), que apresenta o desenvolvimento da Energia Cinética da Perturbação. As taxas de amplificação da perturbação detectadas nos experimentos foi de 0,0698 e 0,1695 para os Casos I e II, respectivamente. Verificou-se que o trabalho de referência, [7], obteve como taxa de amplificação 0,0695 e 0,1689 para os casos 1 e 2, respectivamente. Por esses resultados, verifica-se uma boa concordância entre o experimento empreendido por esse trabalho usando a metodologia do *Incompact3d* com o trabalho de referência, [7]. A análise das parcelas que compõem a taxa de amplificação:

$$\sigma(t) = \sigma_{nl}(t) + \sigma_m(t) + \sigma_v(t) + \sigma_b(t), \quad (4.5)$$

permite destacar as variáveis físicas que influenciam o processo de instabilidade.

A Figura (4.3) apresenta as relações no tempo em cada uma das parcelas para o Caso I. Esses resultados são apresentados em um intervalo de tempo maior que o apresentado na Figura(4.2) com a finalidade de investigar o comportamento além da fase linear. Verifica-se, em ambos os casos, que a taxa de amplificação é fortemente influenciada pela gravidade. Conforme o gráfico da Dissipação Viscosa na Figura (4.3), o crescimento da instabilidade decorre da perda de in-

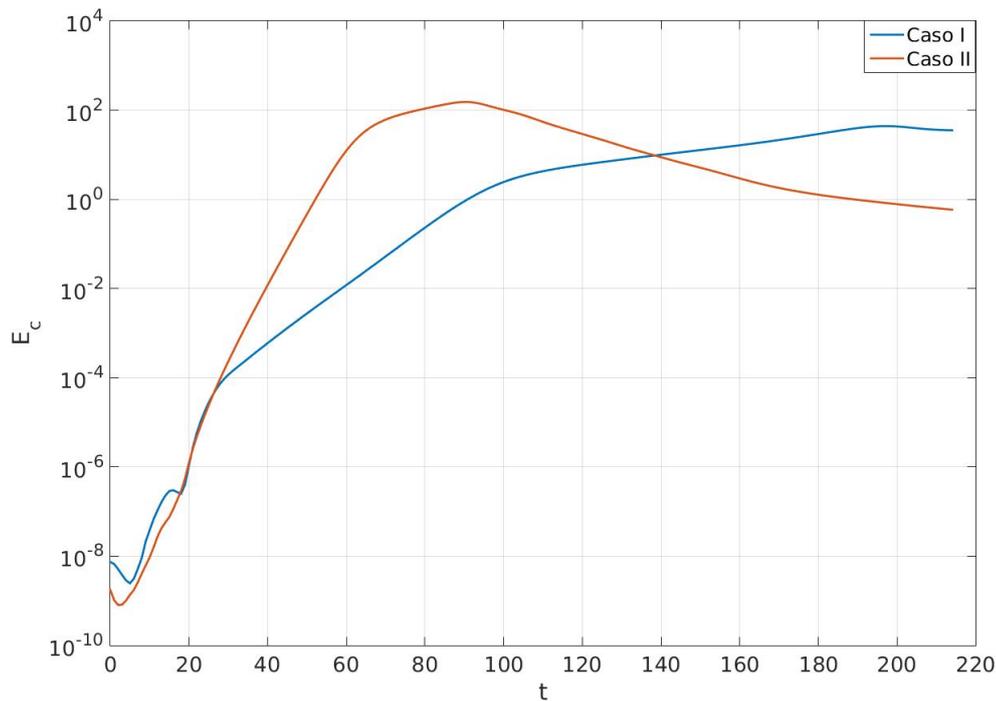


Figura 4.2: Evolução temporal da Energia Cinética da Perturbação, obtida nos presentes experimentos numéricos, para os Casos I ( $\tau = 10$ ,  $Sc = 10$ ) e II ( $\tau = 1$ ,  $Sc = 100$ ).

fluência das forças viscosas sobre o escoamento, o que é característico no processo turbulento. Quanto às contribuições do fluxo médio horizontal, que corresponde ao termo de produção de energia da Equação (4.5), e dos efeitos não lineares, nota-se que, ao final do período linear, ambas parcelas crescem. Esses efeitos indicam o crescimento de um fluxo horizontal como efeito da instabilidade não linear.

A Figura (4.4) apresenta as relações no tempo em cada uma das parcelas para o Caso II. Esses resultados são apresentados no mesmo intervalo de tempo que o apresentado na Figura (4.2). Isso ocorreu, pois a perturbação apresenta uma taxa de amplificação maior e nessa situação a fase não linear é antecipada.

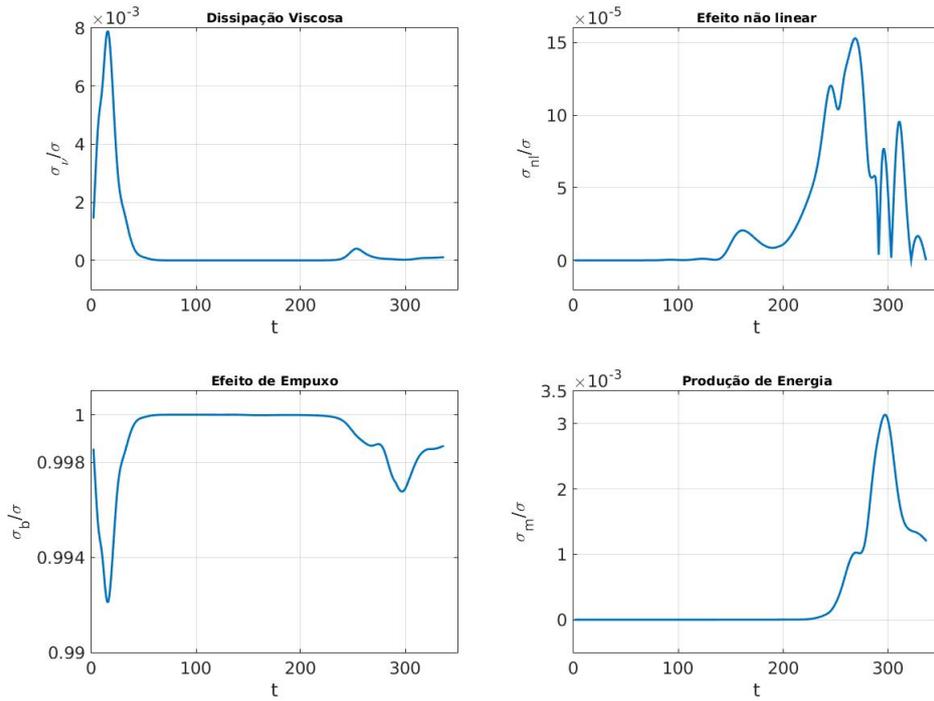


Figura 4.3: Decomposição da Energia Cinética da Perturbação, para o Caso I. O eixo vertical corresponde ao valor absoluto da razão entre a parcela da taxa e a taxa total.

#### 4.1.1 ANÁLISE DOS ESPECTROS DE POTÊNCIA

Como no trabalho de Burns & Meiburg [7], a taxa de amplificação da perturbação também foi calculada com base na Variância da flutuação da concentração de sedimentos  $\langle \varphi_1'^2 \rangle$  e da potência máxima do espectro de  $\|\widehat{\varphi}_{1,max}\|$ .

Para obter o espectro de potências, optou-se pela análise na direção vertical, que nesse caso corresponde à direção do movimento principal. Foi considerado que se a perturbação pode ser expandida como uma Série Complexa de Fourier

$$f(x_1, x_2, t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \widehat{f}(x_1, \kappa_{2n}, t) e^{i\kappa_{2n} x_2}, \quad (4.6)$$

onde  $\kappa_{2n} = n\pi/L_2$  e  $n \in \mathbb{Z}$ , a transformada de  $f$  é

$$\widehat{f}(x_1, \kappa_{2n}, t) = \int_{-\frac{L_{x_2}}{2}}^{\frac{L_{x_2}}{2}} f(x_1, x_2, t) e^{-i\kappa_{2n} x_2} dx_2 \quad (4.7)$$

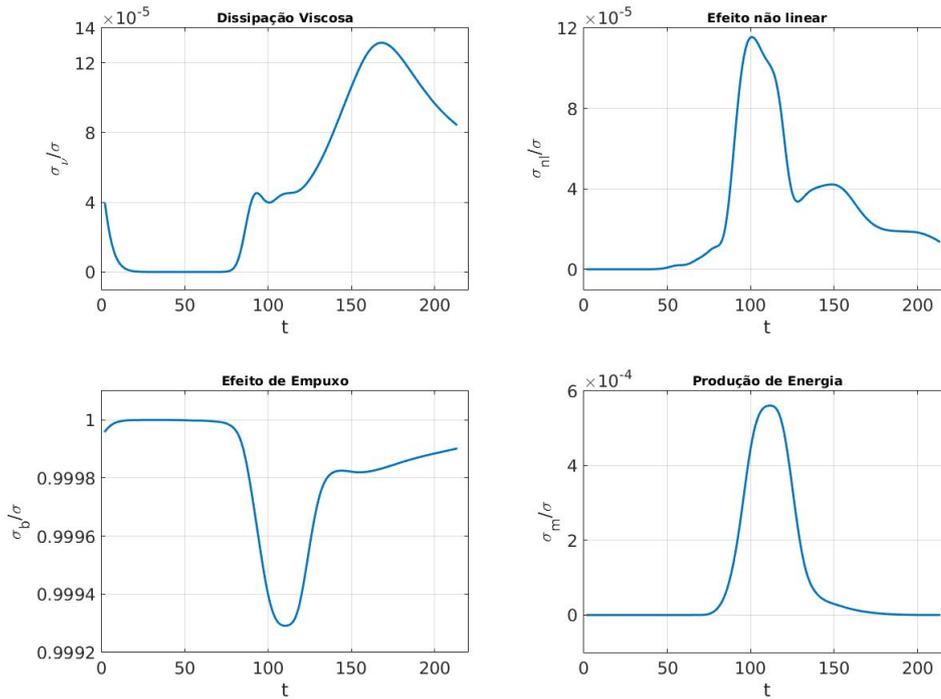


Figura 4.4: Decomposição da Energia Cinética da Perturbação, para o Caso II. O eixo vertical corresponde ao valor absoluto da razão entre a parcela da taxa e a taxa total.

e, portanto, sua norma é

$$\|\widehat{f}(\kappa_{2n}, t)\| = \int_0^{L_{x_1}} \|\widehat{f}(x_1, \kappa_{2n}, t)\|^2 dx_1. \quad (4.8)$$

Os resultados obtidos por essa metodologia estão representados na Figura (4.5). Assim como no trabalho de Burns & Meiburg [7], no período linear no qual verificam-se duas retas quase paralelas no intervalo de tempo, [40, 50]. A Tabela (4.2) apresenta a comparação entre as taxas de amplificação calculadas nas simulações dos dois casos usando o *Incompact3d* com as taxas de amplificação obtidas no trabalho de Burns & Meiburg [7]. As taxas de amplificação foram determinadas e contabilizou-se um erro médio de 0,63% em relação aos valores de referência.

Tabela 4.2: Comparação entre as taxas de amplificação obtidas pelo espectro de potência da variância da concentração de sedimentos,  $\|\widehat{\varphi}_1\|$ , ou,  $\langle \varphi_1'^2 \rangle(t)$ , com os valores de referência [7].

	<b>Simulado</b>	<b>Referência</b>	<b>Erro</b>
<b>Caso I</b>	0,0605	0,0610	0,901%
<b>Caso II</b>	0,1634	0,1640	0,366%

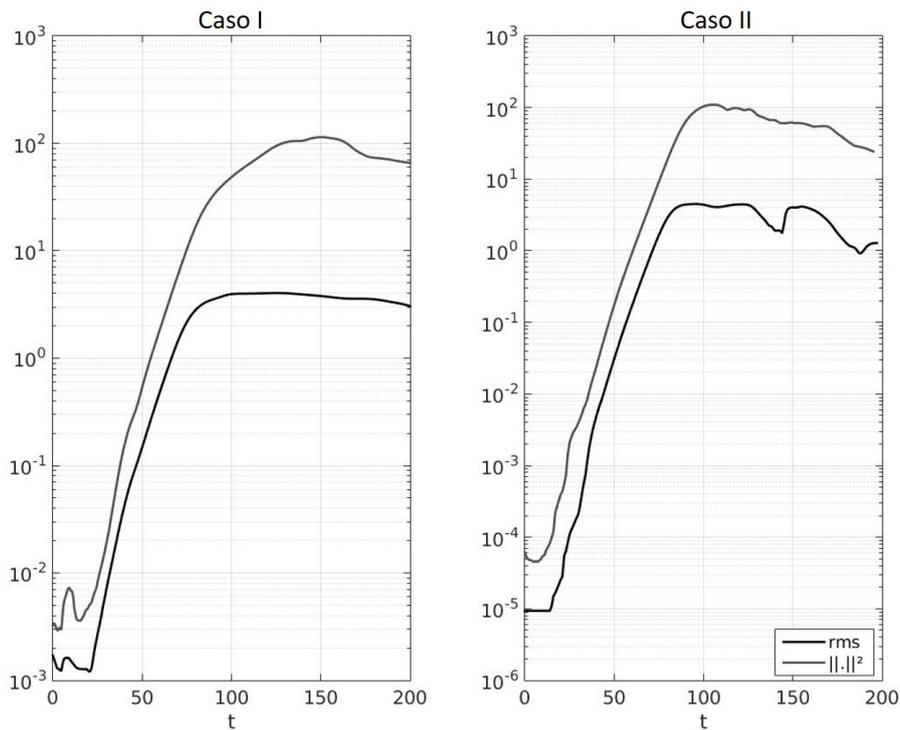


Figura 4.5: Desenvolvimento temporal de  $\langle \varphi_1' \rangle$ , nas curvas em preto, e  $\|\widehat{\varphi}_1\|^2$ , nas curvas em cinza, para os dois casos simulados.

Os espectros de potência da Energia Cinética da Perturbação para as componentes  $u_1$  e  $u_2$  são apresentados na Figura (4.6). Energia Cinética da Perturbação produzida pela componente horizontal da flutuação de velocidade é praticamente nula para a maior escala representada. Tal comportamento não se mantém e a energia cresce rapidamente para as escalas subsequentes. Isso é uma particularidade da natureza exclusivamente gravitacional do movimento, de forma que o movimento horizontal surge devido às interações turbulentas sendo da ordem das flutuações.

Tennekes e Lumley [68] investigaram o espectro de variância das flutuações das concentrações escalares  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$ . A Figura (4.7) apresenta, de forma compacta, algumas conclusões desse estudo que indica a existência de subintervalos de diferentes declividades, quando a turbulência homogênea isotrópica é bem desenvolvida. O subintervalo inercial deve apresentar declividade de  $-5/3$  enquanto o subintervalo viscoso-convectivo apresenta declividade  $-1$  (4.7). No subintervalo inercial-convectiva, as flutuações escalares são, apenas, convectadas e, no subintervalo, viscoso-convectivo, as flutuações escalares são reduzidas por efeito da taxa de deformação.

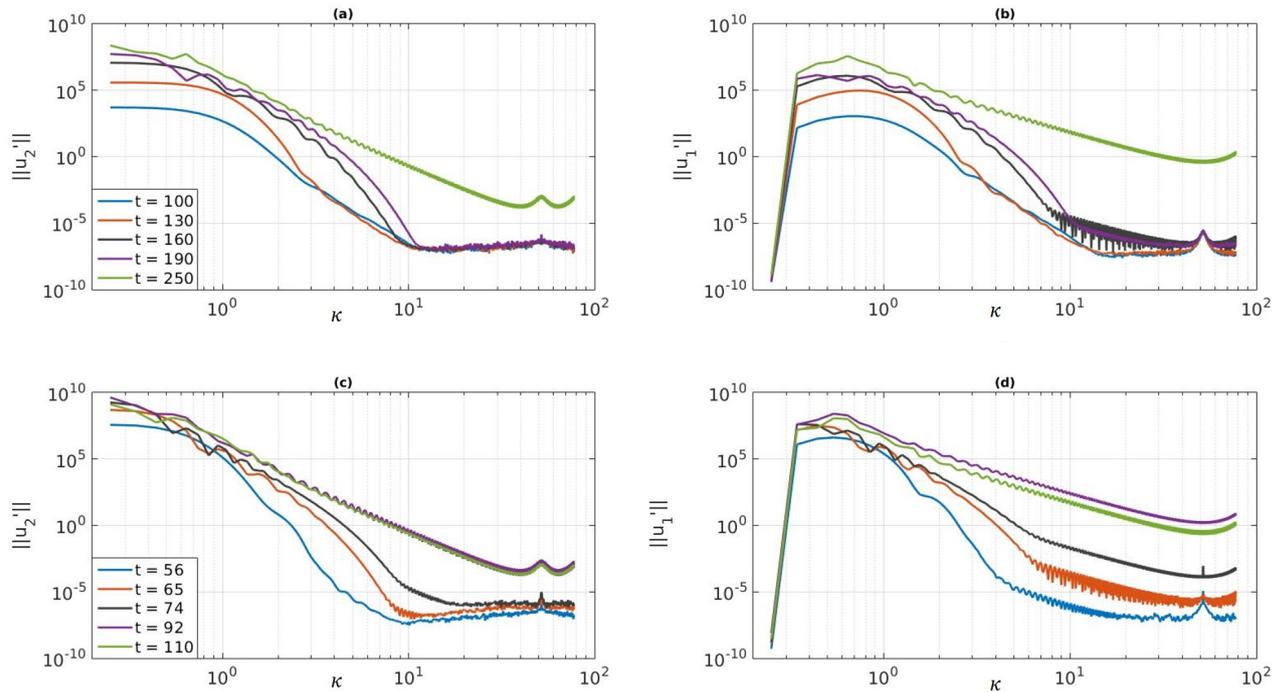


Figura 4.6: Espectros de Energia Cinética da Perturbação Horizontal ( $\|\widehat{u}_1\|^2$ ) e Vertical ( $\|\widehat{u}_2\|^2$ ) para o Caso 1 (Figuras (a) e (b)) e o Caso 2 (Figuras (c) e (d)).

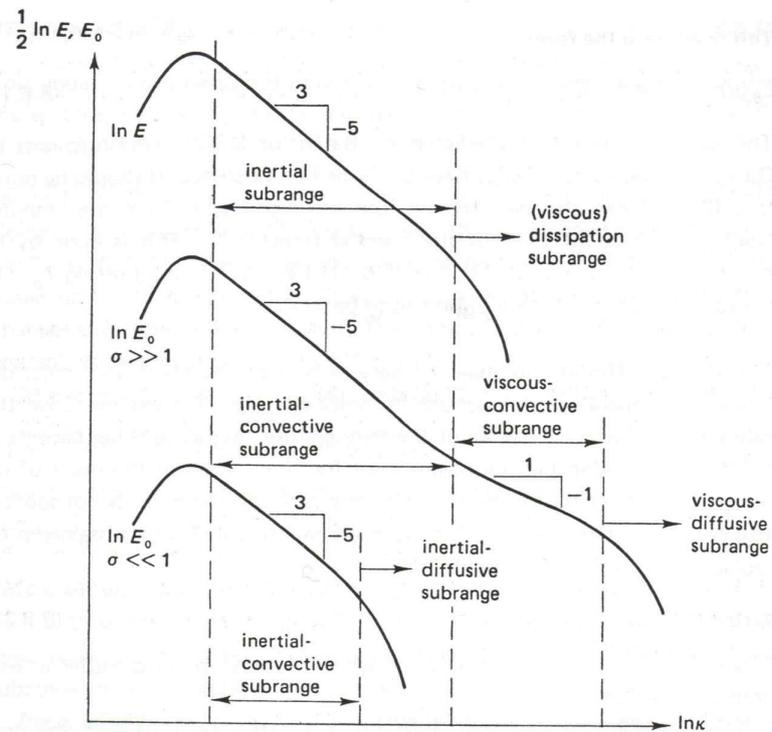


Figura 4.7: Espectro de variância escalar para diferentes Números de Prandtl.

Os espectros de potência da variância das flutuações das concentrações escalares,  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$ , na Figura (4.8), indicam os subintervalos inercial-convectivo e viscoso-convectivo. Os subintervalos, para o campo de sedimentos,  $\varphi_1$ , apresentam uma declividade, em termos absolutos, menor que para o campo de salinidade,  $\varphi_2$ . Tal fato é observado nos dois casos simulados, o que decorre da salinidade ter maior coeficiente de difusão que a concentração de sedimentos. Quanto ao subintervalo Viscoso-Convectivo na Figura(4.8), constata-se o decrescimento, em termos absolutos, da declividade.

Os espectros de variância indicam que, no início do período não linear, a flutuação da concentração de sedimentos,  $\varphi_1$ , é mais acentuada, tendendo à formação de um subintervalo viscoso-convectivo. A flutuação salina,  $\varphi_2$ , apresenta um comportamento de maior retração da variância, pois o subintervalo viscoso-convectivo torna-se evidente nesse campo, já no início. Tais comportamentos são verificados nos dois casos simulados, principalmente no Caso II, que apresenta maior diferença nos coeficientes de difusividade.

Os espectros de variância indicam que, no início do período não linear, a flutuação da concentração de sedimentos,  $\varphi_1$ , é mais acentuada, tendendo à formação de um subintervalo viscoso-convectivo. A flutuação salina,  $\varphi_2$ , apresenta um comportamento de maior retração da variância, pois o subintervalo viscoso-convectivo, torna-se evidente nesse campo, já no início. Tais comportamentos são verificados nos dois casos simulados, principalmente no Caso II que apresenta maior diferença nos coeficientes de difusividade.

#### 4.1.2 INSTABILIDADE E TRANSPORTE ESCALAR

Os efeitos já relatados na análise da Energia Cinética da Perturbação podem ser observados, de forma mais explícita, na evolução dos campos escalares, pois a taxa de amplificação está relacionada com a velocidade de formação de instabilidade nos campos escalares. As Figuras (4.9) e (4.10) apresentam os campos escalares em cinco instantes de tempo. Verifica-se que a formação de estruturas instáveis ocorre no período não linear. Tendo em vista que ambas simulações foram realizadas na mesma escala de tempo, constata-se que a rapidez com que ocorre a formação de instabilidades está relacionada à taxa de amplificação da perturbação.

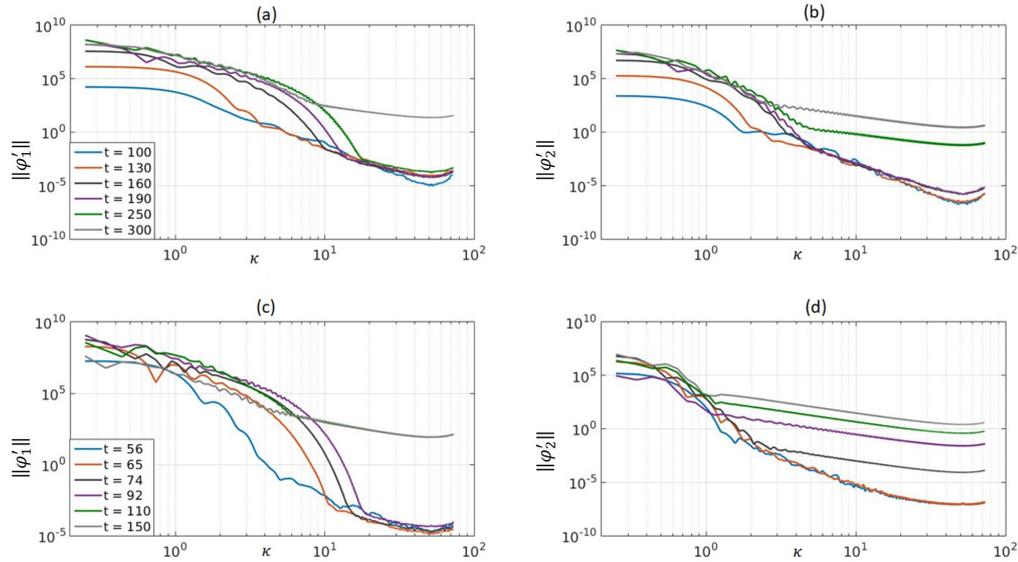


Figura 4.8: Espectros de Variância das flutuações das concentrações de sedimentos ( $\|\widehat{\varphi}'_1\|$ ) e salinidade ( $\|\widehat{\varphi}'_2\|$ ) para o Caso I (Figuras a e b) e o Caso II (Figuras c e d).

Os efeitos verificados nos campos escalares também se refletem nos campos de velocidade. O crescimento da não linearidade implica o crescimento da vorticidade. A Figura (4.11) apresenta a evolução dos campos de vorticidade para os experimentos realizados por este trabalho. Os campos apresentados correspondem aos mesmos instantes representados nas Figuras (4.9) e (4.10). Tal crescimento acompanha o processo de desestabilização nos campos escalares, o que indica que a vorticidade está associada ao processo de mistura e de formação de instabilidade.

Para aprofundar a investigação da instabilidade com a saturação do período linear, foram obtidas as Equações Médias de Advecção-Difusão, dadas por:

$$\frac{\partial \bar{\varphi}_1}{\partial t} - u_s \frac{\partial \bar{\varphi}_1}{\partial x_2} = \frac{1}{Re\tau Sc} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_1}{\partial x_2^2} - \frac{\partial}{\partial x_1} (\overline{u'_1 \varphi'_1}) - \frac{\partial}{\partial x_2} (\overline{u'_2 \varphi'_1}), \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial \bar{\varphi}_2}{\partial t} = \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_2}{\partial x_2^2} - \frac{\partial}{\partial x_1} (\overline{u'_1 \varphi'_2}) - \frac{\partial}{\partial x_2} (\overline{u'_2 \varphi'_2}). \quad (4.10)$$

Por essas equações, verifica-se que, enquanto as parcelas não lineares,  $u'_i \varphi'_k$ , forem de ordem muito menor que a ordem do escoamento médio, o transporte será unidimensional na direção vertical. Com o crescimento da não linearidade, os efeitos bidimensionais influenciam o perfil médio.

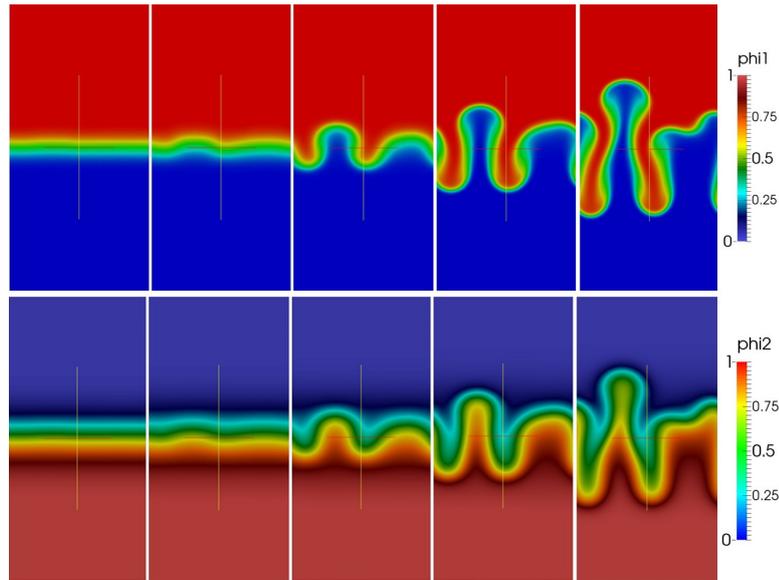


Figura 4.9: Evolução dos campos escalares para o Caso I,  $Sc = 10$  e  $\tau = 10$ , para os tempos adimensionais  $t = 100, 130, 160, 190$  e  $200$ . A sequência superior corresponde à evolução do campo de sedimentos  $\varphi_1$ , em vermelho, e a sequência inferior à evolução do campo salino  $\varphi_2$ , em vermelho, nos tempos indicados.

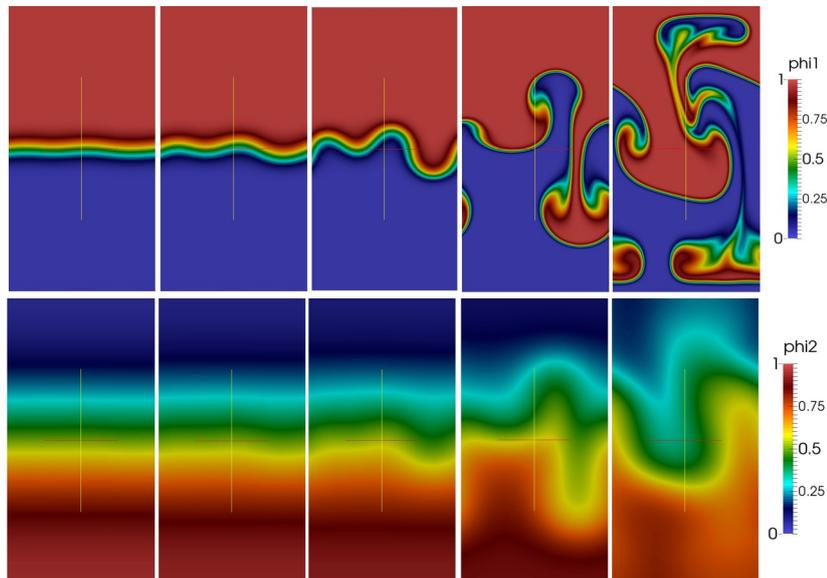


Figura 4.10: Evolução dos campos escalares para o Caso II,  $Sc = 1$  e  $\tau = 100$ , para os tempos adimensionais  $t = 56, 65, 74, 92$  e  $110$ . A sequência superior corresponde à evolução do campo de sedimentos  $\varphi_1$ , em vermelho, e a sequência inferior, à evolução do campo salino  $\varphi_2$ , em vermelho, nos tempos indicados.

A Figura (4.12) apresenta a evolução temporal dos perfis escalares para os casos simulados nos instantes observados na evolução dos campos das Figuras (4.9) e (4.10). Nota-se que, durante o regime linear,  $pl_1 = [40, 90]$  e  $pl_2 = [30, 60]$ , os perfis médios não sofrem deformação

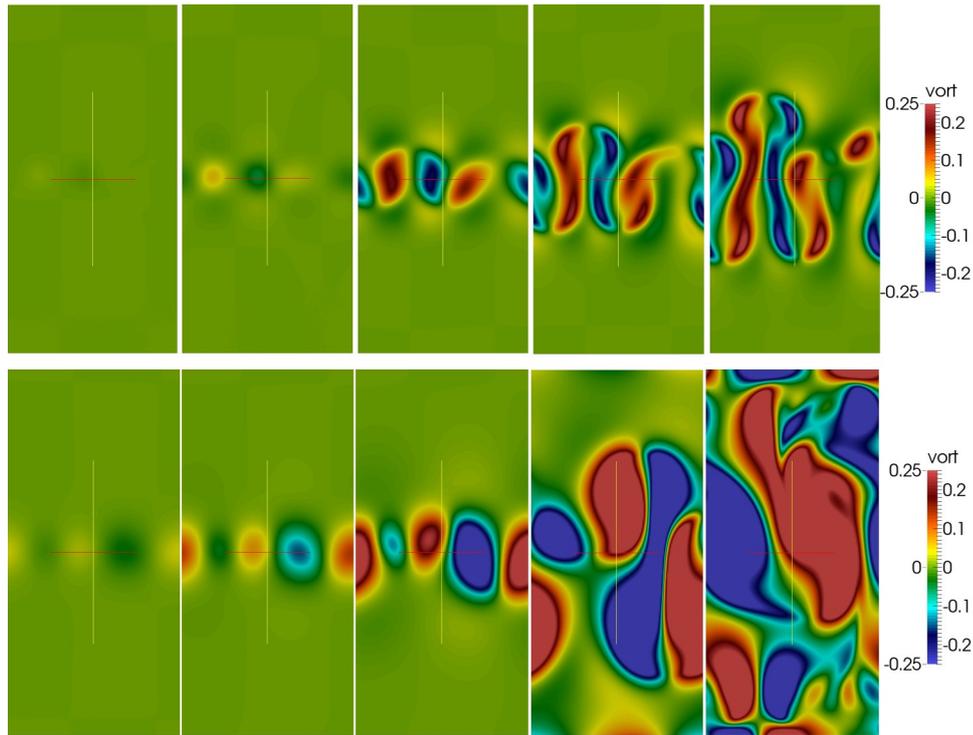


Figura 4.11: Campos de Vorticidade observados nos experimentos numéricos realizados. A sequência superior corresponde à evolução do campo de vorticidade do Caso 1, para os instantes  $t = 100, 130, 160, 190$  e  $200$ . A sequência inferior corresponde à evolução dos campos de vorticidade do Caso 2, para os instantes  $t = 56, 65, 74, 92$  e  $110$ .

significativa e a única variação ocorre na espessura do perfil médio de salinidade, como indica a Figura (4.13). Nos campos salinos dos dois casos, a diferença de comportamento dos perfis médios é notável. Tal diferença pode ser explicada pela Equação (4.10), em que o termo difusivo,  $\partial^2/\partial x_2^2$ , no Caso II, é dez vezes maior que no Caso I, pois a salinidade apresenta maior difusividade que a concentração de sedimentos.

O processo difusivo pode ser notado no crescimento das espessuras médias, que podem ser definidas por:

$$\delta_{\varphi_k}(t) = \frac{(-1)^{k+1}}{2} \left( \frac{\partial \bar{\varphi}_k}{\partial x_2}(x_2, t) \right)^{-1}, \quad (4.11)$$

o índice  $k = 1$  corresponde à concentração de sedimentos e o índice  $k = 2$  corresponde à concentração salina. A relação evolutiva está representada na Figura (4.13) e está de acordo com o observado nos perfis escalares médios: nos dois casos, os campos salinos são mais difusivos no período linear e melhor ajustado por  $t^{1/2}$ .

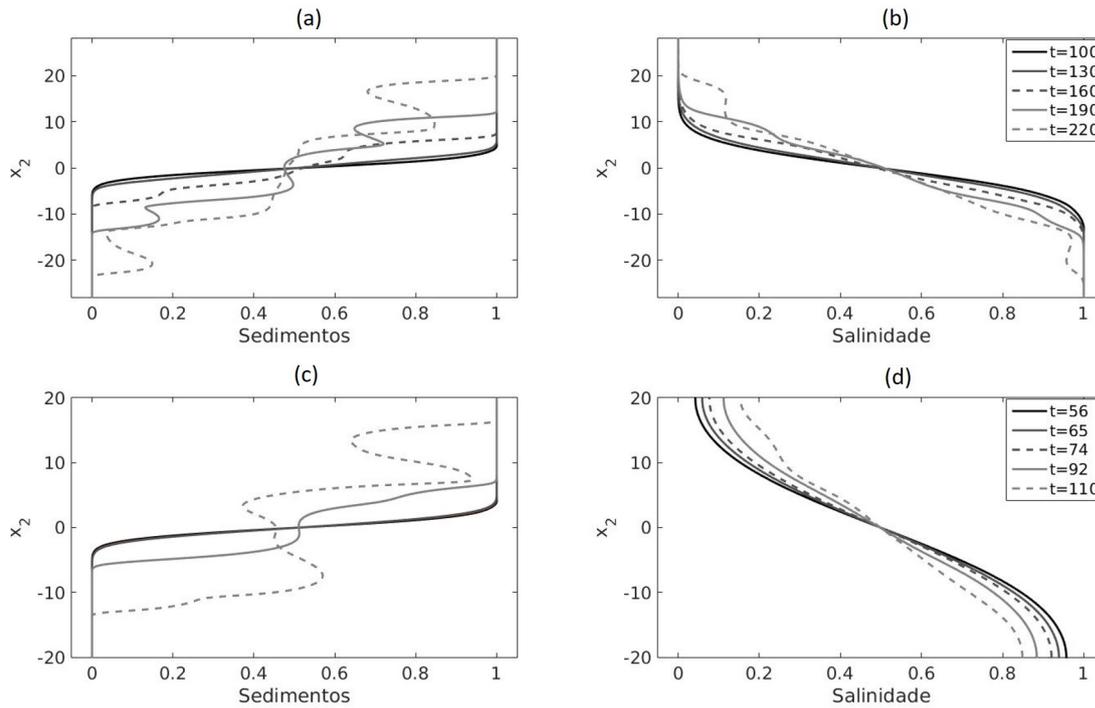


Figura 4.12: Perfis médios dos campos escalares correspondentes aos instantes representados na Figuras 4.9 e 4.10. As Figuras (a) e (b) correspondem ao Caso I e as Figuras (c) e (d) ao Caso II.

A espessura da camada instável, no período linear, cresce e é muito próxima da espessura do perfil salino. Porém, com o crescimento da não linearidade e a deformação do perfil médio de sedimentos, a camada instável cresce e se espalha.

Os Fluxos Turbulentos Verticais  $F_k$  são definidos da seguinte forma

$$F_k(x_2, t) = \int_0^{L_{x_1}} u'_2 \phi'_k dx_1 \quad (4.12)$$

em que  $k = 1$  e  $k = 2$  correspondem às concentrações de sedimentos e salinidade, respectivamente. As relações espaço temporais dos fluxos verticais estão representadas na Figura (4.14) para os dois casos simulados. Verifica-se, em ambos os casos, que o fluxo de sedimentos é maior que o fluxo salino e que o crescimento dos fluxos ocorre após o período linear. Atribui-se esse fato ao termos difusivos, visto que, na Equação (4.9), a parcela  $\partial^2 / \partial x_2^2$  tem menor influência que na Equação (4.10). No Caso II, constata-se uma maior distância entre os picos nos instantes representados, o que está de acordo com os perfis médios apresentados. Verifica-se, assim, que a instabilidade apresenta maior influência sobre o campo de sedimentos, modificando o perfil

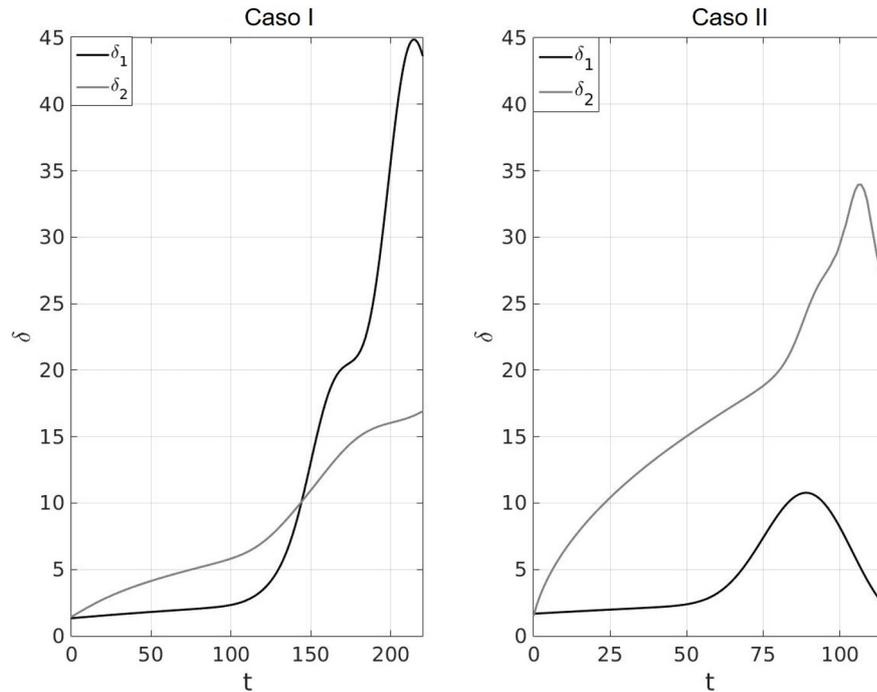


Figura 4.13: Espessuras dos perfis médios de concentração calculados nos dois casos. A Figura da esquerda corresponde ao primeiro caso simulado e a Figura da direita corresponde ao segundo caso simulado.

médio significativamente e elevando o fluxo. Nota-se, ainda, que quanto menor a influência do termo difusivo no campo de sedimentos em relação ao termo difusivo salino, mais instável será o escoamento.

O movimento observado é gerado, exclusivamente, pela ação da gravidade. O crescimento da instabilidade afeta o equilíbrio de forças e permite o deslocamento de massa. Devido às características já apresentadas, é possível medir a velocidade induzida pela instabilidade na interface escalar, definida por:

$$u_s^{ef} = \frac{\int_{\Omega} \varphi_{sed}(\mathbf{u} + \mathbf{u}_s) \cdot \mathbf{e}_g dV}{\int_{\Omega} \varphi_{sed} dV}. \quad (4.13)$$

A evolução da velocidade induzida pela instabilidade, em cada caso simulado, é apresentada na Figura (4.25). O crescimento de  $u_s^{ef}$  tem seu pico máximo no início do período não linear. Verifica-se uma relação com a taxa de amplificação da perturbação, pois o Caso II apresenta maior amplificação e maior velocidade induzida pela instabilidade.

A velocidade induzida pela instabilidade é um fenômeno que ocorre no final da fase linear,

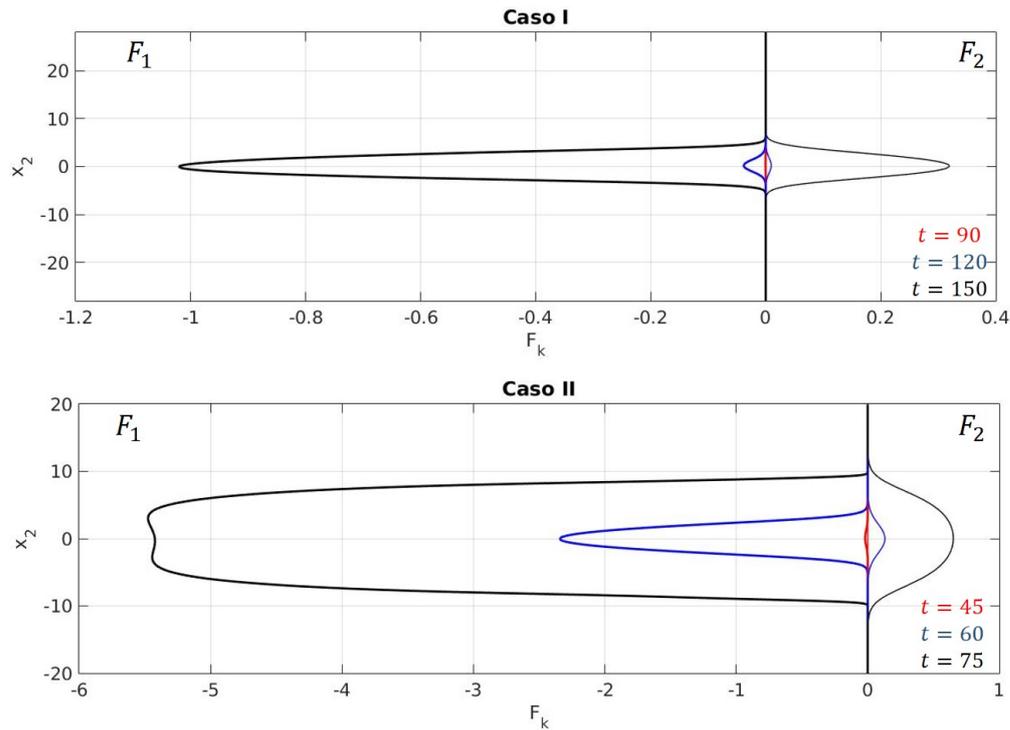


Figura 4.14: Fluxos Turbulentos dos escalares nos casos simulados em três instantes pertencentes ao período não linear.

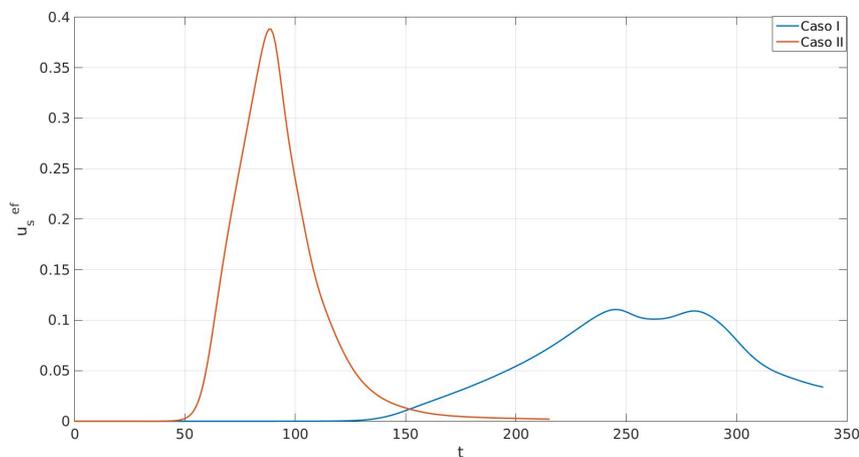


Figura 4.15: Evolução da Sedimentação Efetiva para cada um dos casos simulados.

quando a Energia Cinética da Perturbação atinge a máxima expansão. Os experimentos indicam que, para a maior diferença entre os coeficientes de difusividade, o termo  $\partial^2/\partial x_2^2$  terá maior influência no campo médio da salinidade e menor influência no campo médio de sedimentos, permitindo o crescimento dos termos não lineares que impulsionam a instabilidade. Dessa forma, é possível indicar que a instabilidade hidrodinâmica induz uma velocidade no campo de

$\varphi_1$ , na direção da gravidade. Observa-se, ainda, que o Caso 2 apresenta maior magnitude de taxa de sedimentação e maior taxa de amplificação da perturbação.

Conforme os resultados apresentados, quanto maior a diferença entre os coeficientes de difusividade dos escalares envolvidos, maior será a taxa de amplificação da perturbação. Sugere-se que há uma relação entre a instabilidade hidrodinâmica e a taxa de sedimentação, de modo que os resultados indicam que, quanto mais instável o escoamento, maior será a velocidade na interface.

## 4.2 ESCOAMENTO COM INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE DE QUEDA

Os resultados apresentados na seção anterior não levaram em consideração a ação da velocidade individual de queda das partículas. Nesta seção são mostrados os resultados quando é adicionado o termo advectivo de velocidade de queda da partícula à equação de advecção e difusão do campo de sedimentos e os resultados para as configurações de escoamento apresentadas nos Casos I e II da seção anterior.

A taxa de amplificação da perturbação, no período linear, foi determinada admitindo que  $E_c \propto e^{2\sigma t}$  e pelo ajuste da Equação (3.50). Os períodos lineares foram determinados considerando o melhor ajuste quando  $R^2 \simeq 1$ . A Figura (4.16) apresenta a evolução da Energia Cinética da Perturbação, para os dois Casos simulados, para as diferentes velocidades de queda. A Tabela (4.3) apresenta a relação entre a taxa de amplificação e os casos simulados. Nota-se que a instabilidade depende da diferença nos coeficientes de difusividade entre os escalares, representada na razão  $\tau$ . Porém a taxa de amplificação não depende da velocidade de queda. Os resultados indicam que a velocidade de queda não interfere na rapidez com que ocorre a instabilidade.

Tabela 4.3: Relação entre velocidade de queda  $u_s$  e a taxa de amplificação ( $\sigma$ ) para os Casos I e II.

$u_s$	<b>Caso I:</b> $\tau = 10$	<b>Caso II:</b> $\tau = 100$
0,001	0,0688	0,1681
0,01	0,0696	0,1685
0,025	0,0684	0,1696
0,05	0,0698	0,1688

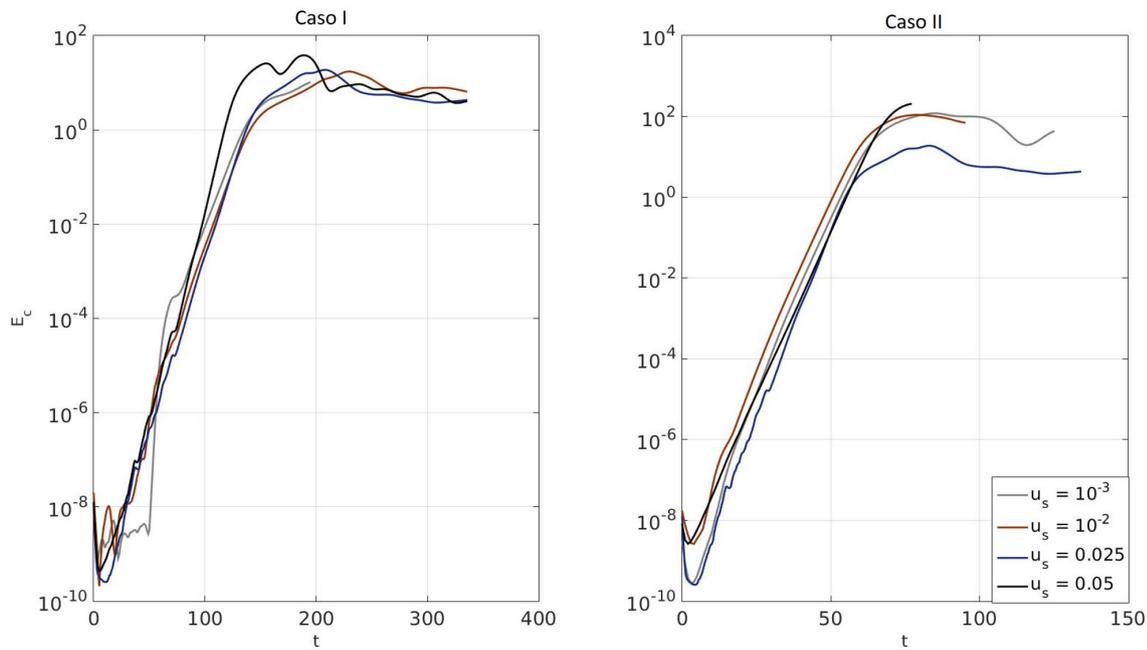


Figura 4.16: Evolução da Energia Cinética da Perturbação para os dois Casos simulados para quatro diferentes velocidades de queda:  $10^{-3}$ ,  $10^{-2}$ , 0,025 e 0,05.

A decomposição da taxa de amplificação é apresentada na Figura (4.17) para os Casos I e II, na situação em que  $u_s = 0,001$  e  $u_s = 0,05$ . Verifica-se que a dissipação viscosa atua sobre a taxa de amplificação no início da simulação até o início do período linear. A parcela do empuxo predomina na taxa de amplificação e as demais parcelas são muito pequenas. Por essa análise, verifica-se que a ação do empuxo é a responsável pelo crescimento da Energia Cinética da Perturbação responsável pela formação da instabilidade.

A formação da instabilidade, e as consequências da influência da velocidade de queda são observadas nos campos escalares. A Figura (4.18) apresenta uma sequência temporal de campos escalares, para os Casos I e II, e velocidades de queda de 0,001 e 0,05. O Caso II é mais instável e apresenta uma evolução temporal mais rápida para  $u_s = 0,05$ . O número de *fingers* representados pelo domínio simulado é menor quando comparado com a situação análoga para  $u_s = 0,001$ . Esse fato evidencia que o número de onda do modo mais amplificado resulta menor na presença de sedimentos maiores.

Para classificar o tipo de instabilidade usou-se o critério proposto por Burns & Meiburg, [6] que tem como referência a razão entre a espessura da camada instável e a espessura da concentração de sedimentos ( $R_h = h(t)/\delta_2(t)$ ). A espessura da camada instável é definida por

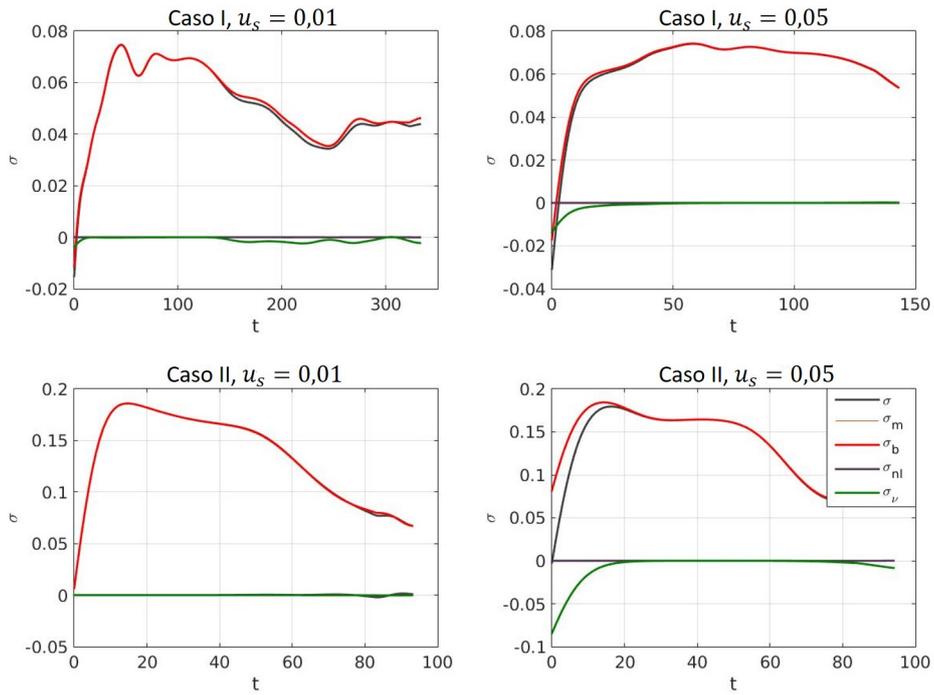


Figura 4.17: Evolução das parcelas da taxa de amplificação ( $\sigma = \sigma_m + \sigma_{nl} + \sigma_b + \sigma_v$ ) nos Casos I e II, para  $u_s = 0,01$  e  $u_s = 0,05$ .

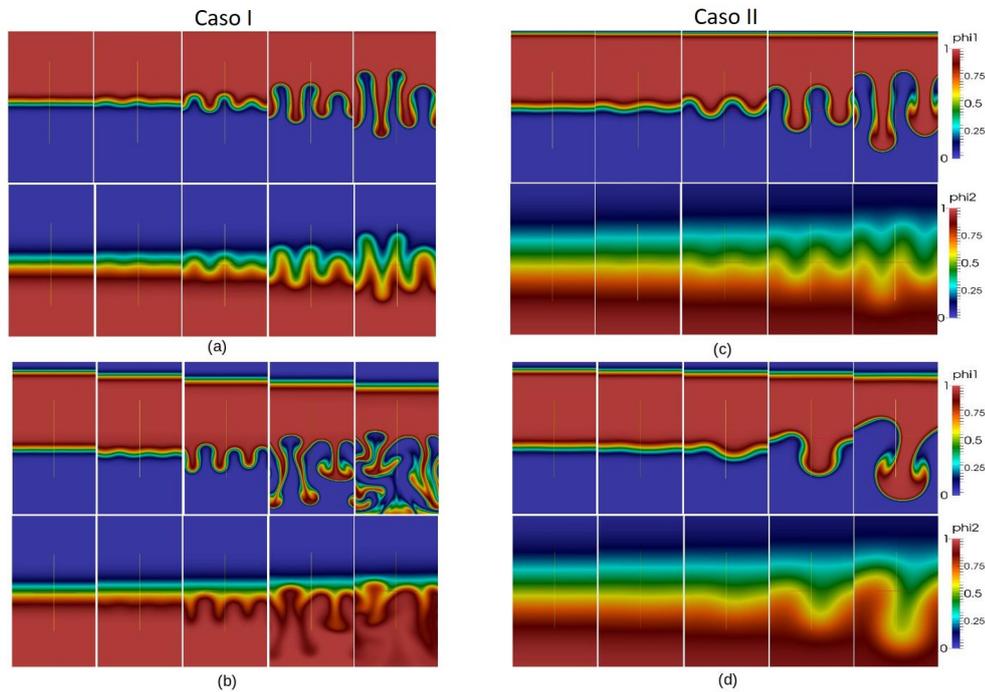


Figura 4.18: Evolução dos campos escalares para os dois casos para diferentes velocidades de queda:  $u_s = 0,001$  nas Figuras (a) e (c) e  $u_s = 0,05$  nas Figuras (b) e (d). No Caso I estão representados os instantes 75, 102, 129, 156 e 183. O Caso II estão representados os instantes 40, 49, 58, 67 e 76.

$h(t) = x_{22}(t) - x_{21}(t)$ , e  $x_{2k}(t)$  é tal que  $\bar{\varphi}_k(x_2, t) = 0,5$ . Segundo essa classificação, se a razão for menor que a unidade, a instabilidade desenvolvida será uma instabilidade Duplo Difusiva, caso contrário será do tipo Rayleigh-Taylor. A Figura (4.19) mostra a relação temporal do indicador  $R_h$  para os dois Casos e para as velocidades de queda  $u_s = 0,001$  e  $u_s = 0,05$ . Conforme o indicador  $R_h$ , apenas no Caso I, para  $u_s = 10^{-3}$ , a instabilidade é Duplo Difusiva no período simulado, enquanto que todos os casos simulados, para velocidade de queda de  $u_s = 0,05$ , indicam a presença de instabilidade de Rayleigh-Taylor.

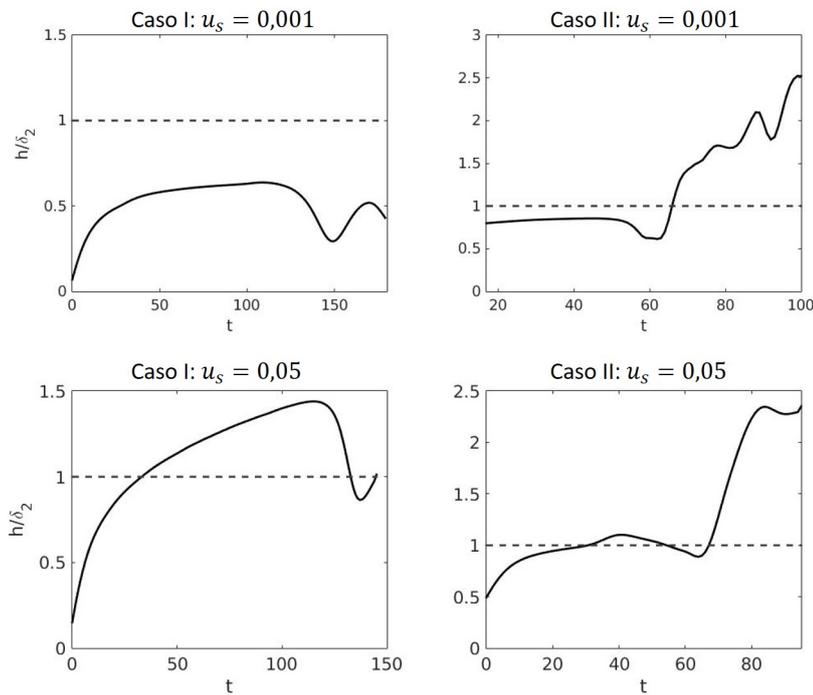


Figura 4.19: Evolução da Razão  $R_h$  nos Casos I e II para as velocidades de queda  $u_s = 0,001$  e  $u_s = 0,05$ .

Conforme foi apresentado no desenvolvimento dos Campos Escalares na Figura (4.18), verifica-se a mudança no número de onda no Caso II, situação não observada no Caso I. Tal variação pode ser observada na evolução dos campos de vorticidade na Figura (4.20). Nota-se que, no Caso II, há uma mudança no número de vórtices representados, indicando que o número de onda do modo mais amplificado diminuiu. Esse resultado está de acordo com Burns & Meiburg (2014) [6], no qual o número de onda decresce à medida que a velocidade de queda cresce para razão de difusividade elevada. No entanto, o Caso I apresenta uma razão de difusividade pequena e não são observados variações significativas quanto ao número de onda.

Esse resultado sugere que a relação velocidade de queda e número de onda depende da razão de difusividade.

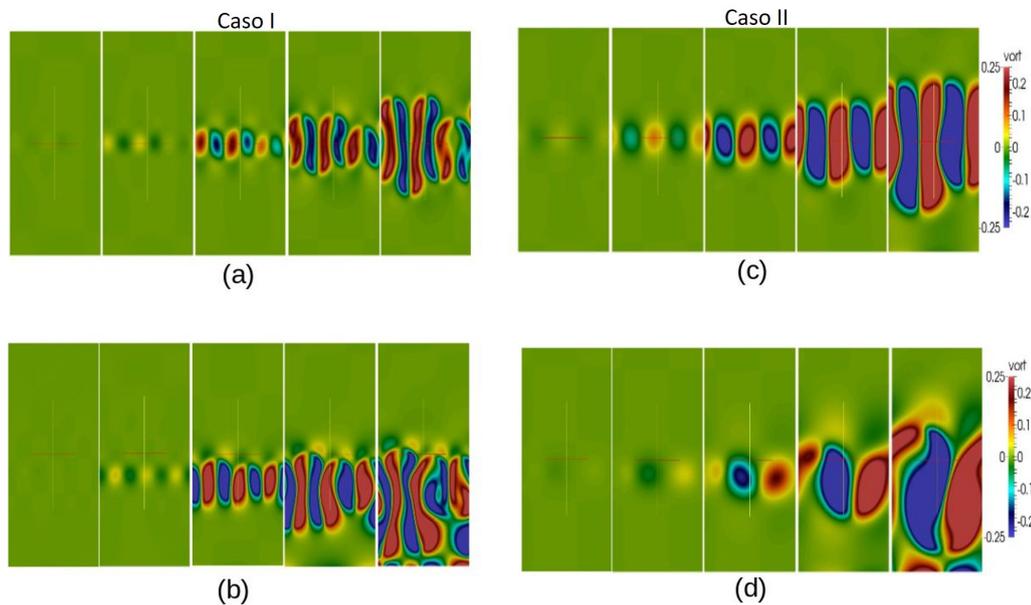


Figura 4.20: Evolução dos campos de vorticidade para os dois casos para diferentes velocidades de queda:  $u_s = 0,001$  nas Figuras (a) e (c) e  $u_s = 0,05$  nas Figuras (b) e (d). No Caso I, estão representados os instantes 75, 102, 129, 156 e 183. O Caso II, estão representados os instantes 40, 49, 58, 67 e 76.

A atuação da instabilidade também é verificada nos perfis médios escalares, para diversos instantes de tempo, como pode ser visto na Figura (4.21). Verifica-se, nos campos escalares de médios de concentração de sedimentos, um padrão semelhante ao observado nos casos em que  $u_s = 0$ , porém as equações médias dos perfis escalares, Equações (4.9) e (4.10), consideram a atuação da velocidade de queda da partícula no termo advectivo vertical. Com a velocidade de queda, o ponto em que o valor médio da concentração de sedimentos é 0,5 desloca-se para baixo com o tempo. Com efeito, a velocidade de queda da partícula tem influência, apenas, sobre o campo médio de sedimentos, porém não o suficiente para influenciar os termos não lineares que ampliam o processo difusivo.

A Figura (4.22) apresenta o desenvolvimento da espessura do perfil médio de salinidade. Nota-se que, para maiores valores de velocidade de queda, a espessura apresenta uma declividade menor. Com efeito, esse comportamento que a difusividade salina é reduzida com o acréscimo da velocidade de queda no campo de sedimentos.

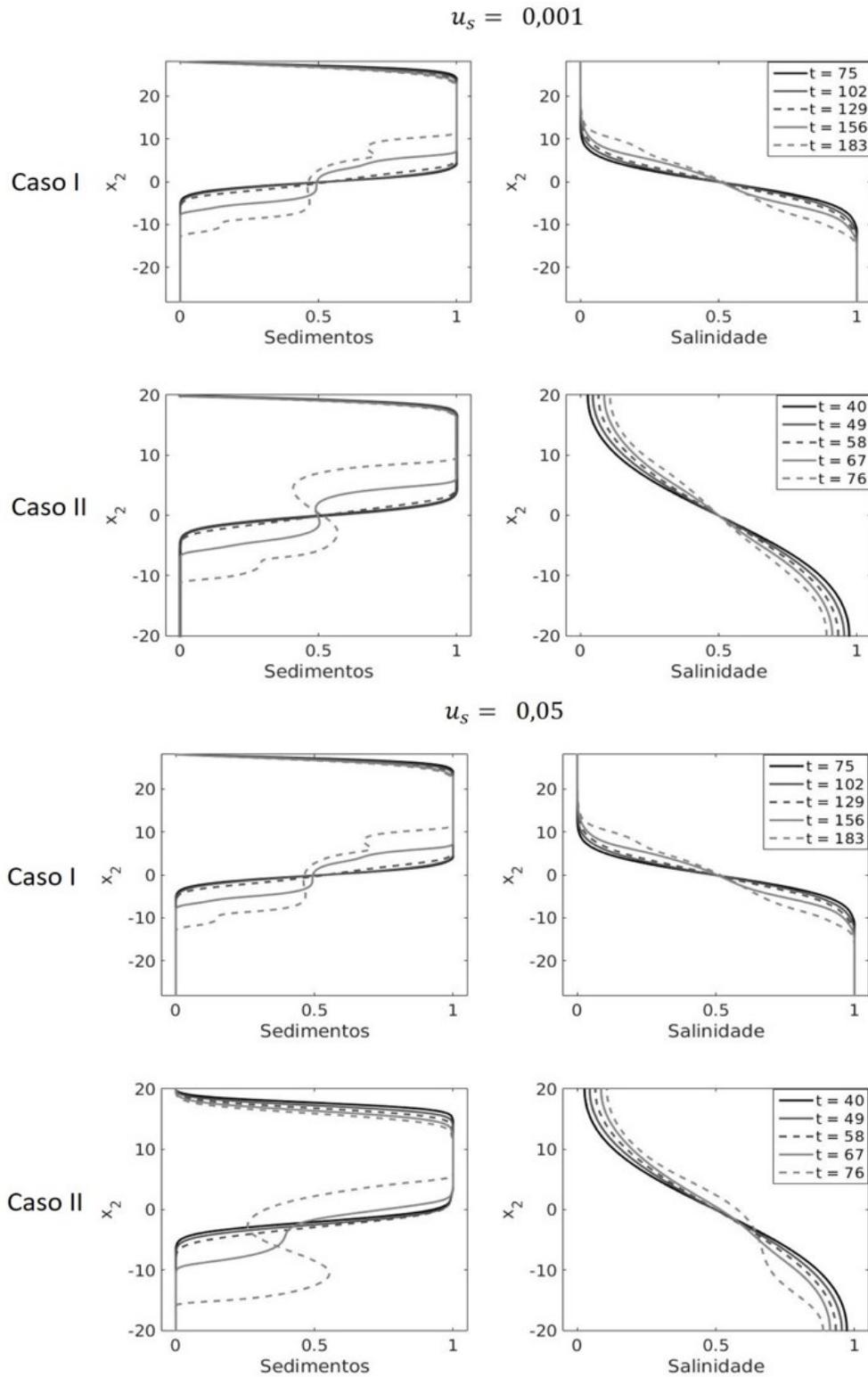


Figura 4.21: Os gráficos das linhas superior correspondem à evolução dos perfis médios de sedimentos  $\bar{\varphi}_1$  e salinidade  $\bar{\varphi}_2$ . No Caso I, os instantes considerados foram  $t = 75, 102, 129, 156$  e  $183$ ; no Caso II, os instantes considerados foram  $t = 40, 49, 58, 67$  e  $76$ .

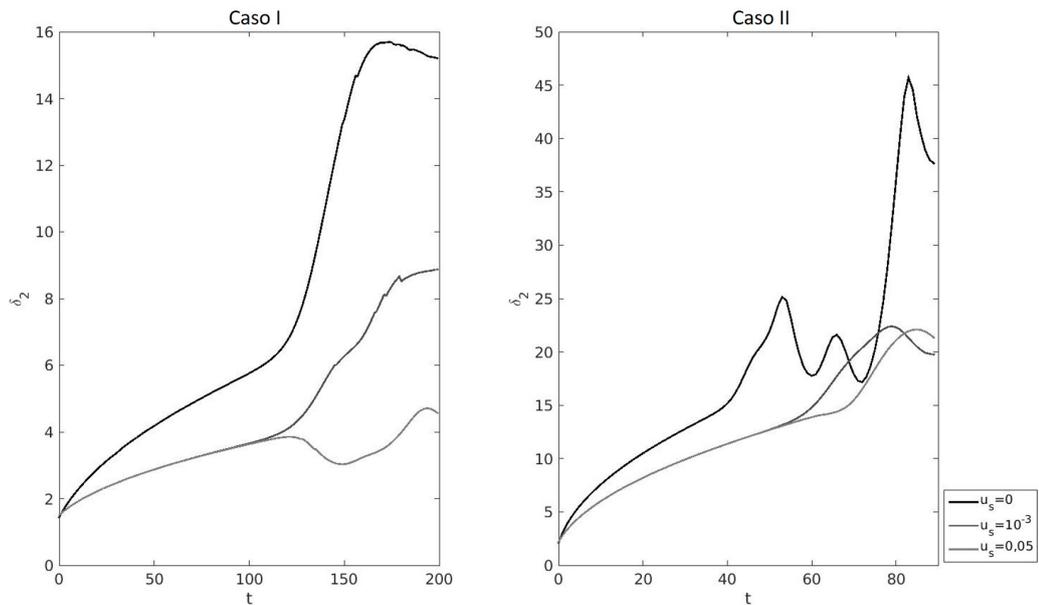


Figura 4.22: Evolução das espessuras médias de salinidade ( $\delta_2$ ) para as velocidades de queda  $u_s = 0$ ,  $u_s = 10^{-3}$  e  $u_s = 0,05$ , para os dois casos simulados.

O desenvolvimento dos efeitos não lineares é perceptível nos Fluxos Turbulentos escalares. A Figura (4.23) apresenta o desenvolvimento dos Fluxos Turbulentos nos dois Casos simulados para as velocidades de queda  $u_s = 0,001$  e  $u_s = 0,05$ . A presença da velocidade de queda interfere na localização dos picos, pontos mais afastados do eixo das ordenadas. No caso em que a velocidade de queda é nula, apresentado na Figura (4.14), o pico se encontra sobre a reta  $x_2 = 0$ . Com a ação da velocidade de queda, o pico passa a ser localizado abaixo dessa reta. Nota-se, ainda, que a velocidade de queda intensifica os Fluxos Turbulentos em comparação aos Casos em que  $u_s = 0$ , o que indica que a velocidade de queda impulsiona o crescimento dos efeitos não lineares.

A localização da coordenada vertical  $x_{21}(t)$ , na qual  $\bar{\varphi}_1(x_{21}, t) = 0,5$ , depende da velocidade de queda individual da partícula e da instabilidade não linear. Conforme é descrito na Figura (4.24), durante o período linear, a velocidade de queda de Stokes é um bom preditor para a decantação de partículas e, na extrapolação desse período a lei de Stokes não é válida.

A localização da interface está relacionada à velocidade de queda da partícula de sedimento e na presença de não linearidade é possível determinar a velocidade de queda efetiva nos casos simulados. Nota-se que, quanto maior é a taxa de amplificação da perturbação, maior é a velocidade de decantação efetiva. Com efeito, quanto maior é a diferença difusiva entre os escalares,

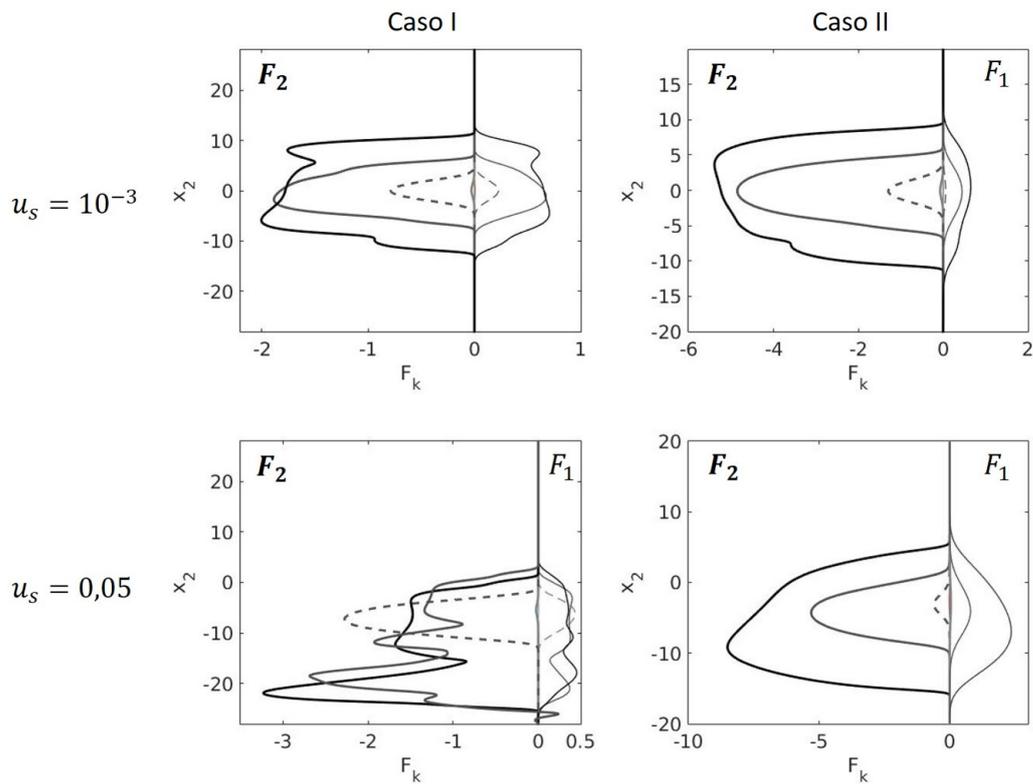


Figura 4.23: Gráficos da evolução dos fluxos turbulentos. No Caso I, os instantes considerados foram  $t = 90, 120$  e  $150$ ; no Caso II, os instantes considerados foram  $t = 45, 60$  e  $75$ .

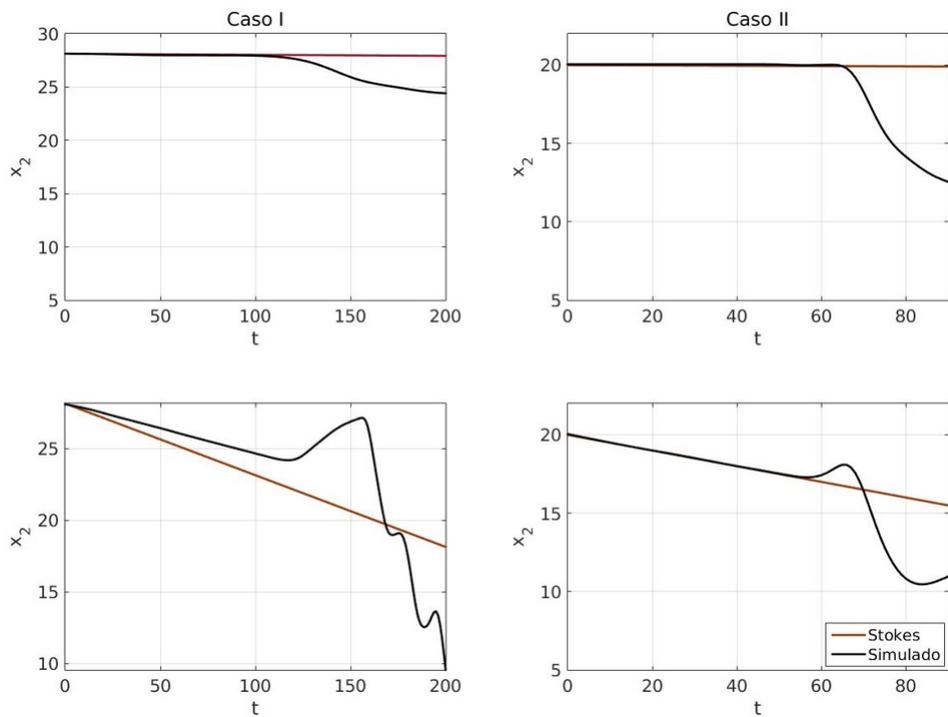


Figura 4.24: Localização da interface de sedimentos,  $x_2$  tal que  $\bar{\varphi}_1(x_2, t) = 0,5$ .

menor é o Número de Schmidt salino, e maior será o processo de decantação de sedimentos. A Figura (4.25) apresenta a relação temporal da velocidade de queda efetiva, que mostra uma relação existente entre o crescimento da não linearidade com a velocidade de queda efetiva: durante o período linear, o processo de sedimentação é governado "apenas" pelas velocidade de queda de Stokes. Com o fim desse período e o crescimento dos termos não lineares, o campo de sedimentos torna-se mais difuso e decanta mais rapidamente.

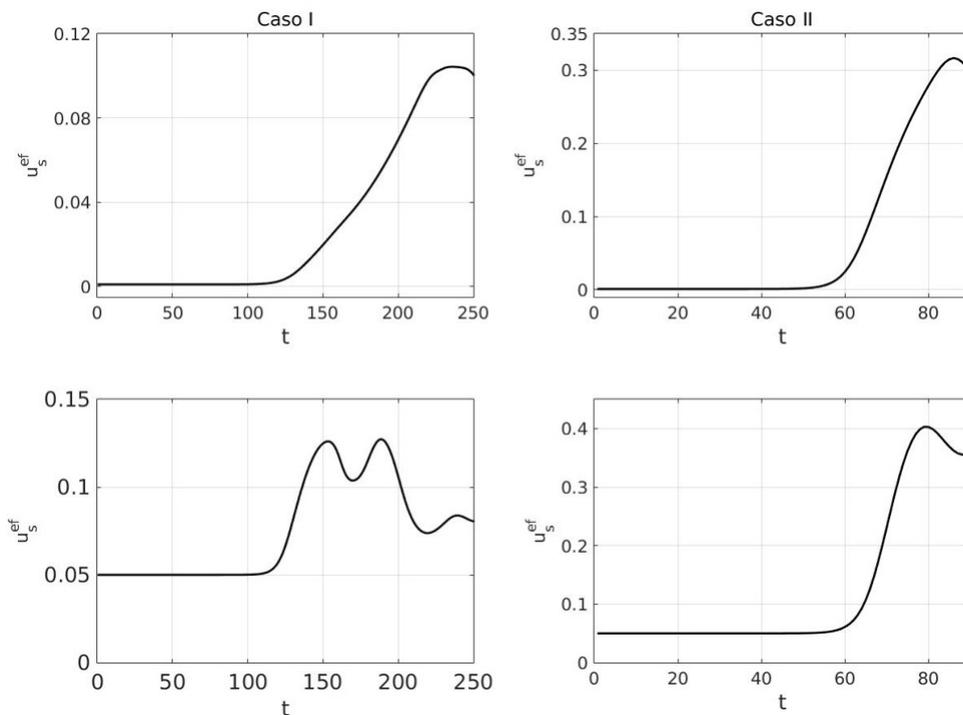


Figura 4.25: Evolução da Velocidade de Queda Efetiva, calculada pela Equação (4.25) para cada um dos casos simulados.

Os resultados indicam que as configurações com maior diferença entre os coeficientes de difusividade de massa apresentam maior capacidade de amplificação da perturbação. Os casos simulados com velocidade de queda indicam que esse parâmetro é responsável pelo tipo de instabilidade que é formada. A decomposição da taxa de amplificação indicou o empuxo como o agente mais significativo no processo de instabilidade, o que está de acordo com o tipo de fenômeno.

Verificou-se que a instabilidade induz uma velocidade vertical na interface escalar, de tal forma que os casos com a configuração de maior capacidade de amplificação da perturbação apresenta maior magnitude de velocidade induzida pela instabilidade. Tal fenômeno ocorre

devido ao crescimento dos termos não lineares que faz com que o Fluxo Turbulento Vertical de sedimentos tenha magnitude maior que o Fluxo Turbulento Vertical Salino.

## 5 ANÁLISE BIDIMENSIONAL PARA CAMADA DE MISTURA DUPLAMENTE ESTRATIFICADA

Com o objetivo de investigar a instabilidade hidrodinâmica na corrente hipocinál, são propostas simulações da camada de mistura duplamente estratificada. É entendido que tal representação é mais adequada para o fenômeno em questão, pois possui um perfil de velocidade média horizontal. O presente trabalho apresentará simulações bidimensionais e tridimensionais da camada de mistura duplamente estratificada e analisar as instabilidade hidrodinâmicas geradas.

As simulações bidimensionais, apresentadas neste capítulo, têm por objetivo estabelecer relações entre a instabilidade a as razões de massas específicas, velocidades de sedimentação e coeficientes de difusividade turbulenta. Para definir os parâmetros numéricos, tomou-se como referência a análise de estabilidade linear de Farenzena et al. [15]. Em todas as simulações de camada de mistura realizadas, foram consideradas as perturbações iniciais que satisfazem a equação da continuidade,

$$u'_1(x_1, x_2) = \frac{sx_2 L_{x_1}}{\pi} e^{-sx_2^2} A_f \sin\left(\frac{2\pi x_1}{L_{x_1}}\right), \quad (5.1)$$

$$u'_2(x_1, x_2) = e^{-sx_2^2} A_f \cos\left(\frac{2\pi x_1}{L_{x_1}}\right). \quad (5.2)$$

Como definido no Capítulo 3,  $s$  corresponde à metade do inverso da variância do sinal. Em todas as simulações, assumiu-se que  $s = 0,2$  e  $A_f = 10^{-7}$ .

### 5.1 SIMULAÇÃO DA CAMADA DE MISTURA

O perfil de velocidade média horizontal considerado nas simulações é uma função hiperbólica, dada por  $\bar{u}(x_2) = \tanh(2x_2)$ . Esse perfil apresenta um ponto de inflexão, favorecendo o surgimento de instabilidade hidrodinâmica do tipo de Kelvin Helmholtz [44]. Para esse modo

de instabilidade, o número de onda mais amplificado é  $\alpha = 0,444$ . Dessa forma para a visualizar os vórtices da instabilidade de Kelvin Helmholtz nas simulações, o domínio proposto deve estar em função do comprimento de onda:  $\lambda \simeq 7\delta_0$ . Portanto, o domínio de cálculo para as simulações bidimensionais adotadas neste trabalho é:  $L_{x_1} = 7\delta_u$  e  $L_{x_2} = 2L_{x_1}$ . Assumiu-se que os coeficientes de difusividade são iguais, assim  $\tau = 1$ . Para as simulações deste capítulo, a malha de cálculo adotada foi de  $n_x = 256$  e  $n_z = 521$ .

Outro aspecto relevante para a simulação da camada de mistura é a difusão vertical. Para Medeiros (2002) [41], a difusão vertical é dominante, aumentando a espessura da camada cisalhante durante a simulação, o que pode levar a uma variação na taxa de amplificação e dificultar a interpretação dos resultados. Para verificar a influência da difusão vertical ou seja do efeito viscoso, foram propostas duas simulações da camada de mistura, em que os termos  $\partial^2/\partial x_2^2$  foram anuladas e na outra os termos de derivada segunda vertical não são nulas, com as seguinte configuração física:  $R_\rho = 1$ ,  $Ri_2 = 0,4$  e  $u_s = 0$ .

O desenvolvimento temporal das espessuras de vorticidade  $\delta_u$  estão representados na Figura (5.1), que também expõe o desenvolvimento da Energia Cinética Perturbação. Conforme Medeiros (2002) [41], a espessura da camada cisalhante cresceu durante o período linear, no caso em que o efeito difusivo vertical foi considerado, enquanto, no outro caso, a espessura manteve-se constante.

A taxa de amplificação, segundo a análise de estabilidade linear apresentada por Farenzena (2016), [14], para essa configuração física é  $\sigma = 0,1897$ . Conforme apresentado no Capítulo 3, a determinação da taxa de amplificação é feita por

$$\sigma = \frac{d}{dt} \log(E_c). \quad (5.3)$$

O intervalo de tempo em que se desenvolve a instabilidade linear será denominado de período linear. Por esse cálculo, obtém-se, para o caso sem efeito viscoso, que o período linear é (15; 33),  $\sigma = 0,1898$ . Nota-se que, no caso com efeito viscoso, a declividade da reta no período linear correspondente, (15; 40), é menor, o que indica que, nessa formulação, a taxa de amplificação é menor e, portanto, o efeito difusivo vertical amortece a perturbação no período linear. Conforme é observado no desenvolvimento da Energia Cinética da Perturbação após o período

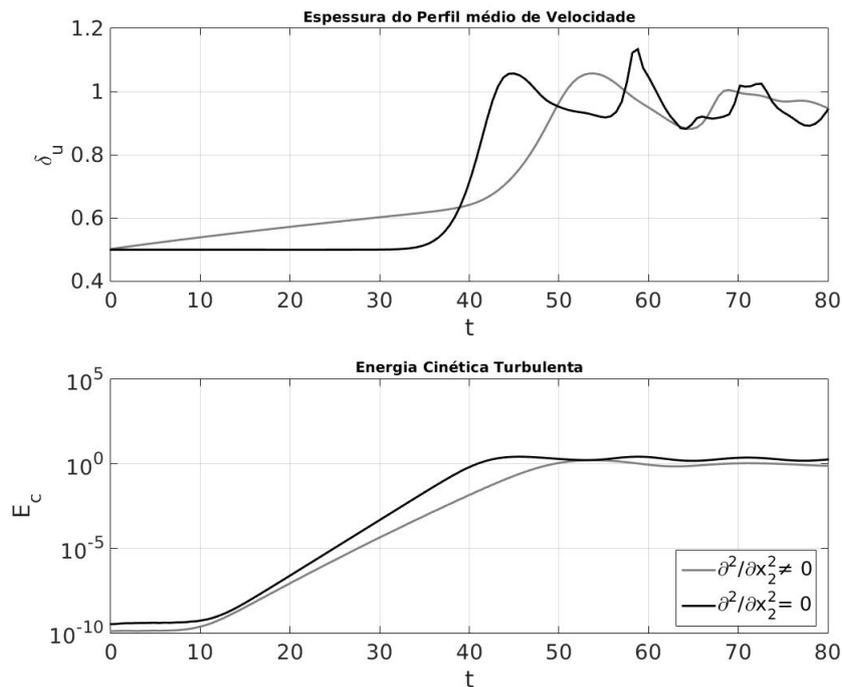


Figura 5.1: Influência do termo de difusividade vertical  $\partial^2/\partial x_2^2$ : as curvas em preto correspondem à simulação em que o termo foi eliminado e a curva em cinza à simulação que contabilizou o termo. O primeiro gráfico compara a evolução da espessura do perfil de velocidade média, e o segundo compara a evolução da energia cinética da perturbação nos dois casos simulados.

linear, o termo de difusivo vertical não influencia o desenvolvimento da perturbação, pois, em relação à Energia Cinética da Perturbação, nos dois casos, os valores são próximos.

Como base nos resultados obtidos nas simulações realizadas, para obter melhor aproximação da taxa de amplificação com os resultados obtidos pela análise de estabilidade linear, as demais simulações da Camada de Mistura consideraram que  $\partial^2/\partial x_2^2 = 0$ .

## 5.2 ESCOAMENTO SEM O EFEITO DA SEDIMENTAÇÃO

Para sedimentos com granulometria muito fina, a influência da sedimentação é muito pequena, o que permite assumir a velocidade de queda nula,  $u_s = 0$ . Foram realizadas simulações para as razões de densidade,  $R_\rho = 1, 1,2, 1,5, 1,8, 2$ . As taxas de amplificação obtidas foram comparadas com os valores de referência [14], e estão descritas na Tabela (5.1). Constata-se uma boa concordância com os valores de referência com um erro relativo que varia entre 0,9% e 0,005%.

## 78 Capítulo 5. Análise bidimensional para Camada de Mistura duplamente estratificada

As evoluções da Energia Cinética da Perturbação e da taxa de amplificação da perturbação para cada um dos casos simulados estão representadas na Figura (5.2). No período linear, é possível o ajuste à equação  $\log(E_c) = 2\sigma t + K$ , em que  $K$  é uma constante real. A determinação do período linear foi feita pelo Coeficiente de Determinação do Ajuste,  $R^2$ . Dessa forma, foi considerado período linear o intervalo de tempo no qual o ajuste apresentasse  $R^2 \approx 1$ .

Tabela 5.1: Comparação entre as taxas de referência e as obtidas pelas simulações para diferentes  $R_\rho$  quando  $u_s = 0$ .

$R_\rho$	Simulado	Referência	Erro(%)	Período Linear
1,0	0,1898	0,1897	0,005	(15; 36)
1,2	0,1586	0,1544	0,272	(16; 38)
1,5	0,1126	0,1113	0,116	(22; 39,25)
1,8	0,0770	0,0759	0,145	(23,5; 41))
2,0	0,0561	0,0556	0,9	(25,5; 45)

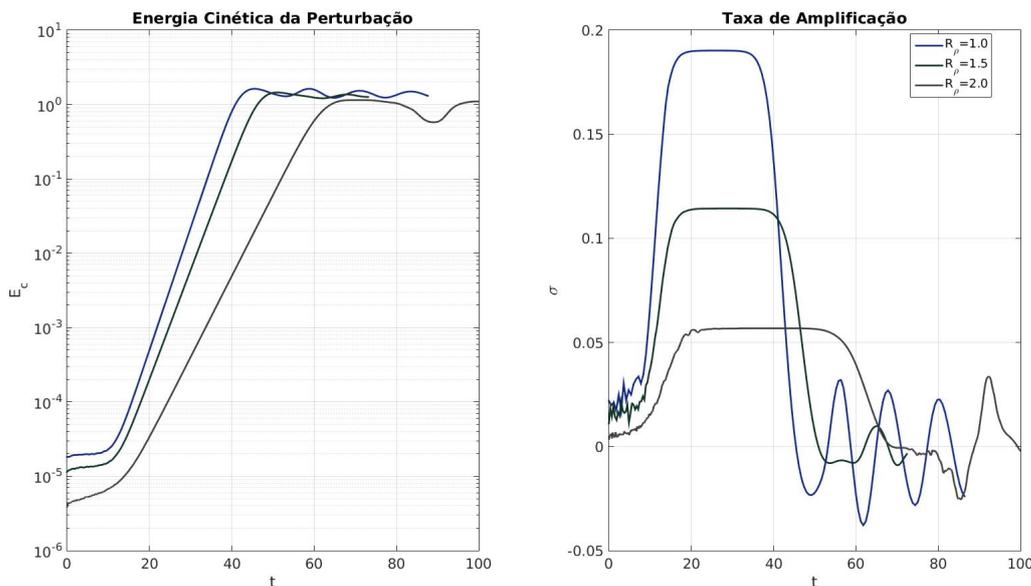


Figura 5.2: Relações instantâneas da Energia Cinética da Perturbação (à direita) e da taxa de amplificação (à esquerda), para os casos em que  $u_s = 0$ .

Conforme foi apresentado no Capítulo 3, a taxa de amplificação pode ser decomposta em uma soma, de forma a contabilizar a contribuição dos principais agentes físicos envolvidos no processo. A decomposição da taxa de amplificação e a evolução de cada uma das parcelas, para os casos em que  $R_\rho = 1$ ,  $R_\rho = 1,5$  e  $R_\rho = 2$ , é apresentada na Figura (5.3). Em todos

os casos, a taxa de amplificação linear da perturbação tem o escoamento médio como o maior contribuinte. Ao final desse período, a Energia Cinética da Perturbação atinge um máximo e passa a receber contribuições dos efeitos não lineares, que a mantém praticamente constante, o que leva ao declínio da taxa de amplificação. O crescimento da não linearidade impulsiona a formação de vórtices característicos da instabilidade.

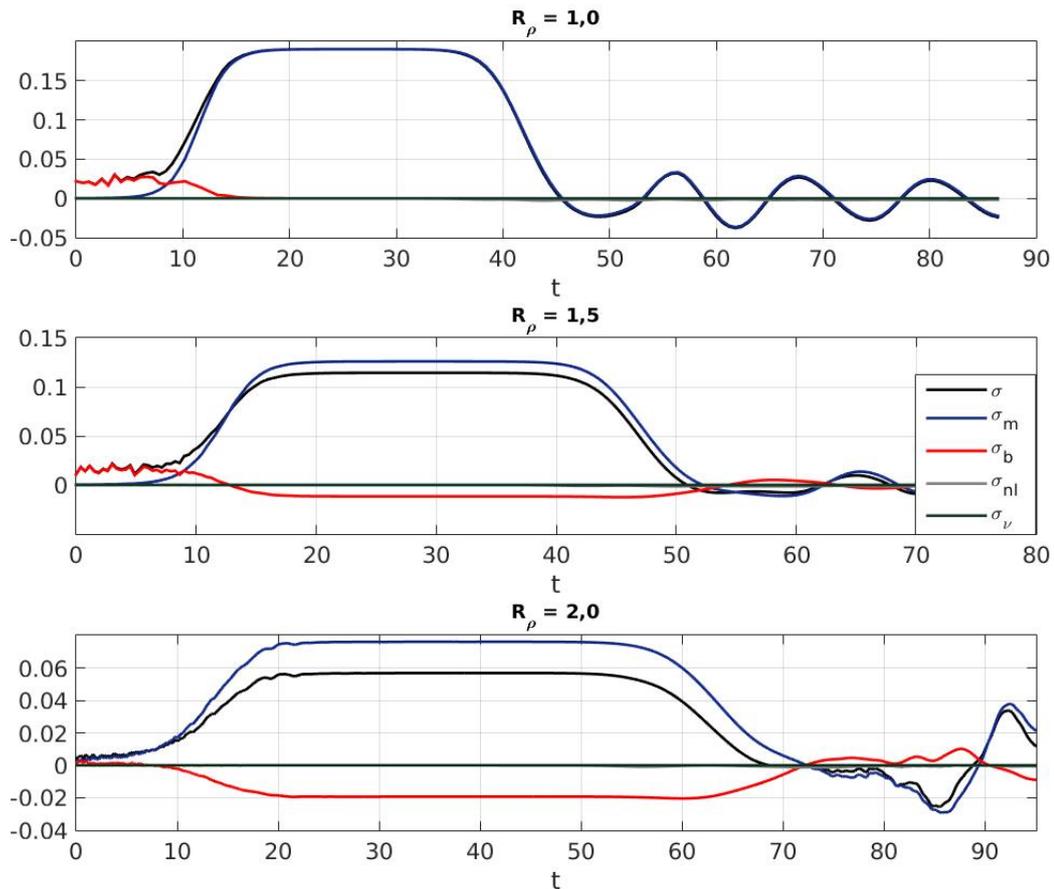


Figura 5.3: Decomposição da taxa de amplificação da perturbação para os casos em que  $R_\rho = 1$ ,  $R_\rho = 2,0$  e  $R_\rho = 2$ .

Para  $R_\rho > 1$ , a salinidade,  $\varphi_2$ , apresenta menor densidade que a concentração de sedimentos,  $\varphi_1$ , e a instabilidade ocorrerá desde que  $Ri_2 - Ri_1 < 0,25$  [14]. Com efeito, a camada salina torna-se sujeita à ação do empuxo e passa a influenciar a taxa de amplificação da perturbação, conforme indica a Figura (5.3). Por esse resultado, a taxa de amplificação decorrente do empuxo,  $\sigma_b$ , é negativa no período linear, o que indica que o empuxo é um agente amortecedor da perturbação. Para  $R_\rho = 2$ , a parcela do empuxo é mais significativa.

Com o objetivo de avaliar a evolução da Energia Cinética da Perturbação e da Variância das flutuações escalares, foram calculados os espectros de potência para as simulações em que  $R_\rho = 1$  e  $R_\rho = 2$ . A Figura (5.4) apresenta os espectros de Energia Cinética da Perturbação a para cada uma das componentes do vetor de flutuação de velocidade. A forma geral das curvas é muito semelhante; sendo composto de um platô quase constante de energia em baixos números de onda, seguido por uma lenta decadência de energia em meados dos números de onda e terminando com uma forte queda de energia nas menores escalas. Os espectros não contêm um intervalo inercial turbulento de declividade  $-5/3$ .

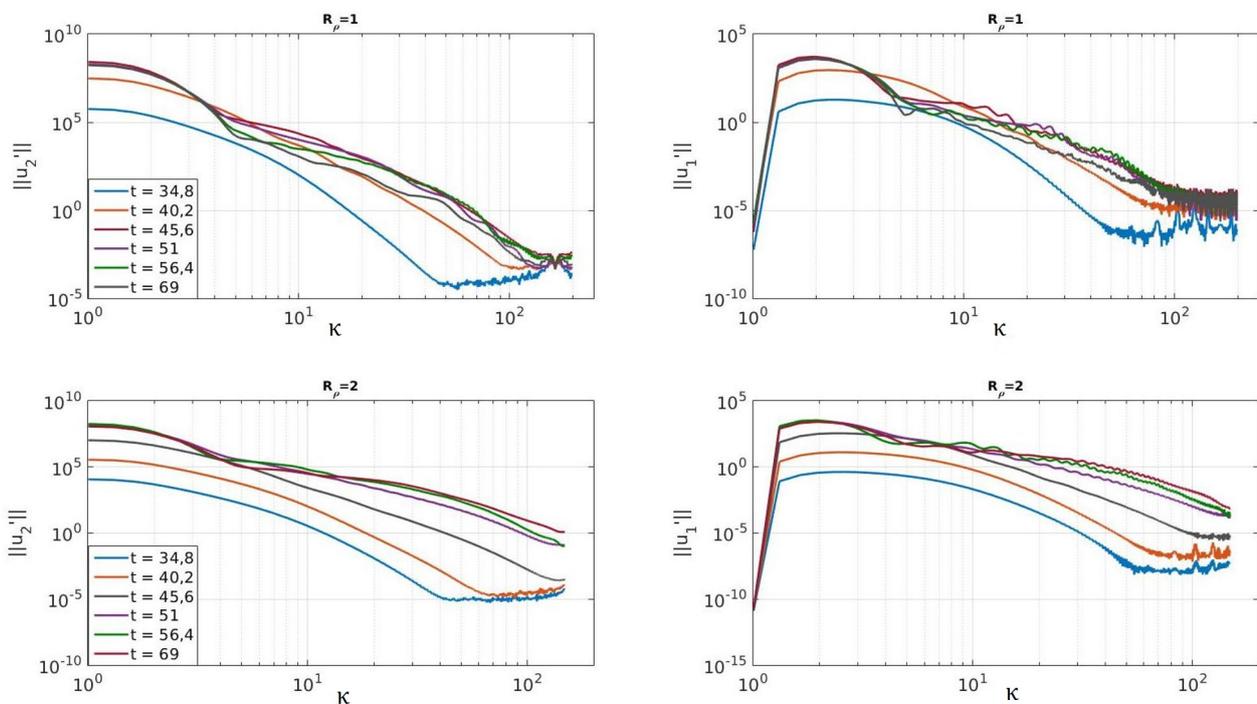


Figura 5.4: Evolução dos espectros de Energia Cinética da Perturbação, nos instantes adimensionais 34,8, 40,2, 45,6, 51,0 e 56,4. A linha superior corresponde à simulação em que a razão de densidade  $R_\rho = 1$  e a linha inferior à  $R_\rho = 2$ .

Quanto aos Espectros de Flutuação Escalar, que são apresentados na Figura (5.5), não é possível verificar a formação de intervalo de número de onda convectivo, como ocorreu nos casos simulados no Capítulo 4. Isso fato pode ser explicado pelo fato de que nos casos simulados nesse capítulo o Número de Schmidt é unitário,  $Sc = 1$ , portanto não há diferença de difusividade.

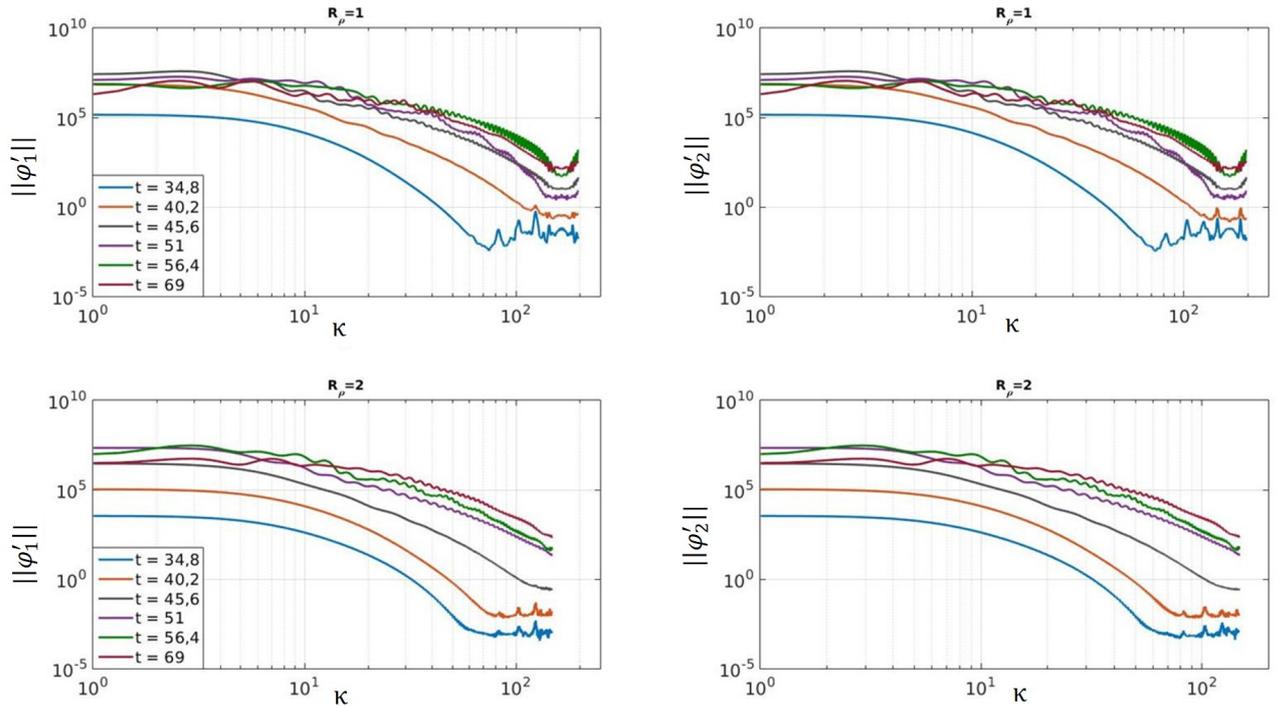


Figura 5.5: Evolução dos espectros de Variância da flutuação dos escalares para os instantes adimensionais 34,8, 40,2, 45,6, 51,0 e 56,4. A sequência da linha superior corresponde à simulação em que a razão de densidade  $R_\rho = 1$  a linha inferior à  $R_\rho = 2$ .

A formação de instabilidade pode ser observada nos campos escalares, conforme apresenta a Figura (5.6), as sequências dos campos de sedimento ( $\varphi_1$ ) e salinidade ( $\varphi_2$ ). As sequências apresentam o comportamento dos campos escalares nos mesmos instantes. Sendo assim, é possível observar as consequências do decrescimento da taxa de amplificação e o alongamento do período linear. A formação de vórtices ocorre após o limite superior do período linear. Essa formação é decorrente da superação do efeito de empuxo que amortece a instabilidade. Os vórtices apresentados são característicos do modo de instabilidade de Kelvin-Helmholtz, o que já era esperado tendo em vista às características da camada de mistura.

Para camada de mistura, espera-se a ocorrência de vorticidade na região de interface de espessura  $2\delta_u$ . Com o crescimento da instabilidade, essa região é deformada conforme indica a evolução da vorticidade dos casos simulados na Figura (5.7). Nota-se também, a formação de vórtices característicos da instabilidade Kelvin-Helmholtz (KH), o que está de acordo com as características do fenômeno simulado.

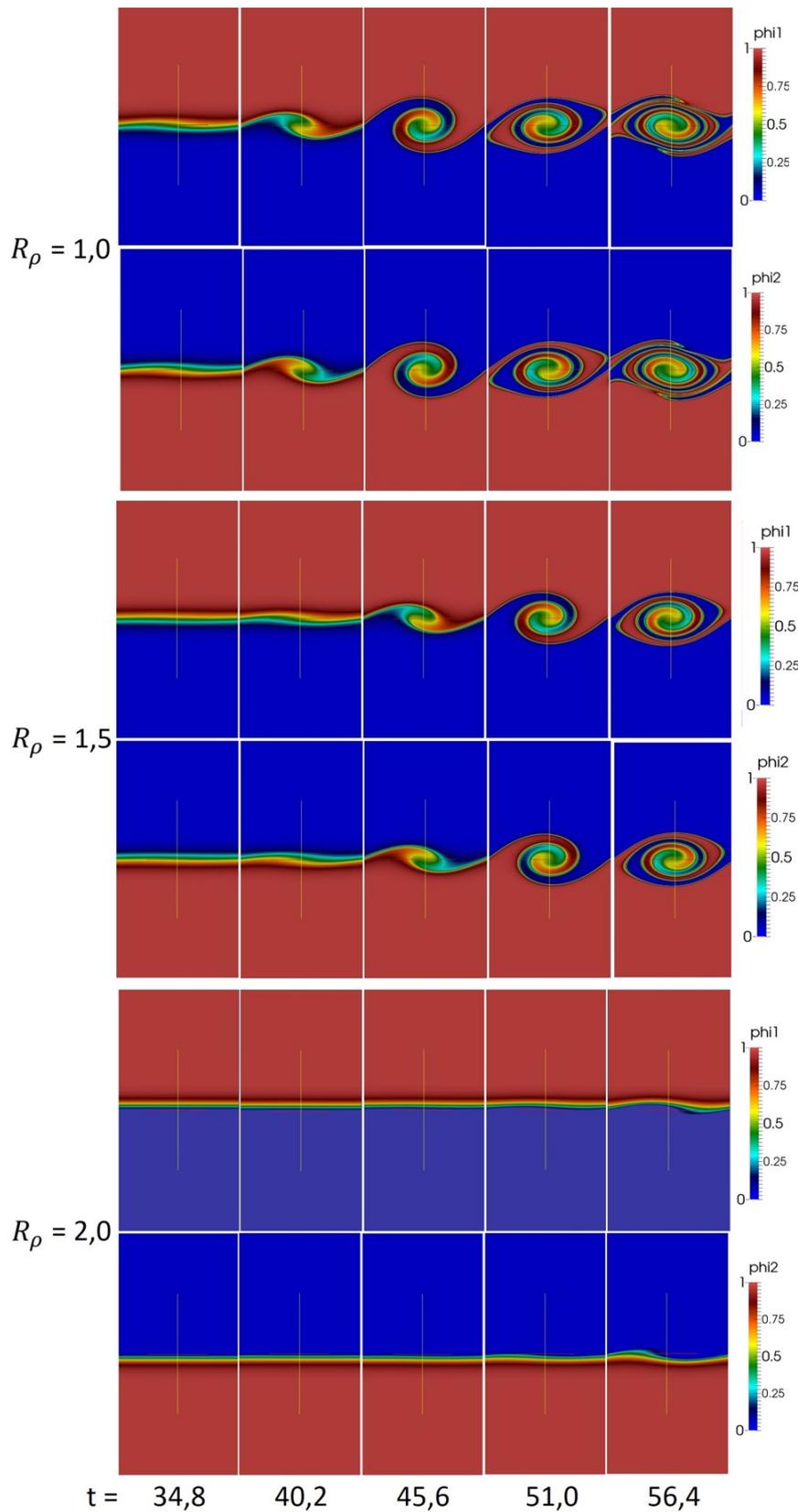


Figura 5.6: Evolução dos campos de escalares de sedimentos ( $\varphi_1$ ) e salinidade ( $\varphi_2$ ) nos instantes adimensionais 34,8, 40,2, 45,6, 51,0 e 56,4.

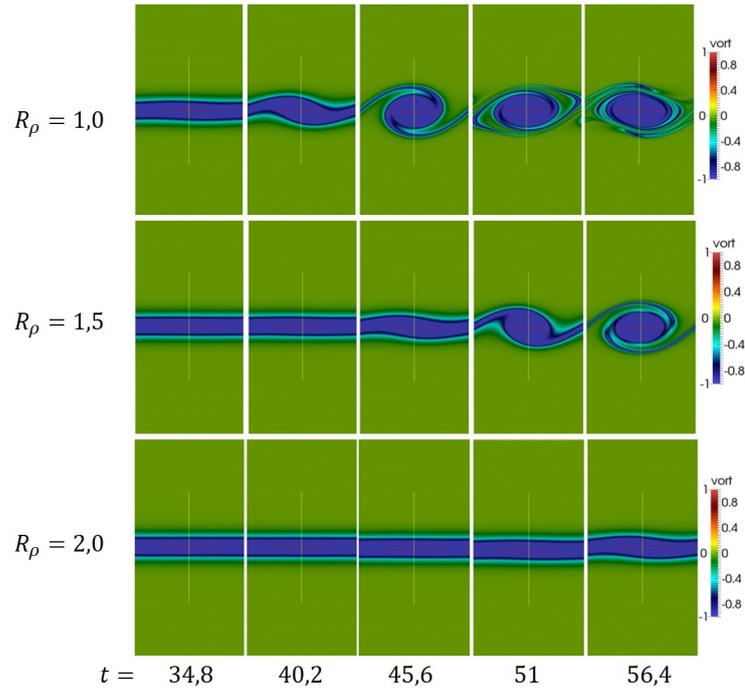


Figura 5.7: Evolução da vorticidade para os nos instantes adimensionais 34,8, 40,2, 45,6, 51,0 e 56,4, para  $R_\rho = 1, 1,5$  e 2.

### 5.3 ESCOAMENTO SOB EFEITO DA SEDIMENTAÇÃO DE PARTÍCULAS

Para avaliar a influência da sedimentação, simulou-se a camada de mistura na qual as partículas da concentração de sedimentos apresentam um diâmetro tal que velocidade de queda não seja desprezível. Para a realização da simulação numérica do escoamento, tomou-se como base os resultados da análise de estabilidade linear modal apresentado por Farenzena (2016) [14]. Segundo essa análise linear, a velocidade de queda não influencia a taxa de crescimento da perturbação nem o número de onda mais amplificado para  $R_\rho \leq 2,0$ .

Para avaliar o efeito da velocidade de queda foram simulados dois conjuntos de experimentos numéricos um com  $u_s = 0,025$  e outro com  $u_s = 0,05$  para as Razões de Densidade  $R_\rho = 1, 1,2, 1,5, 1,8$  e 2. A lista de simulações com as respectivas taxas de amplificação, simuladas e de referência, estão listadas na Tabela (5.2). Também são apresentas as taxas de amplificação da perturbação,  $\sigma$ , calculadas em cada simulação comparadas com os valores de referência [15]. Os valores de taxas de amplificação calculados, tendo que  $E_c \propto e^{2\sigma t}$ , nas simulações por DNS, são próximos aos valores calculados no trabalho de referência. Tal comparação indica que a metodologia usada é adequada para a determinação da taxa de amplificação.

Tabela 5.2: Casos Simulações e comparação entre as taxas de referência e as obtidas pelas simulações. As taxas de amplificação obtidas nas simulações pelo ajuste da Energia Cinética da Perturbação à Equação  $\log(E_c) = 2\sigma t + K$ .

$u_s$	$R_\rho$	$\sigma$ Simulado	$\sigma$ Referência [16]	Erro %
0,025	1,0	0,1889	0,1897	0,01%
	1,2	0,1561	0,1544	1,10%
	1,5	0,1129	0,1113	1,43%
	1,8	0,0745	0,0759	1,84%
	2,0	0,0548	0,0556	1,44%
0,05	1,0	0,1884	0,1897	0,68%
	1,2	0,1529	0,1544	0,97%
	1,5	0,1103	0,1113	0,98%
	1,8	0,0737	0,0759	2,90%
	2,0	0,0566	0,0556	1,80%

Tabela 5.3: Aproximação do Limite Superior do Período Linear nos casos simulados

$R_\rho$	$u_s = 0.025$	$u_s = 0.05$
<b>1</b>	38	35.25
<b>1.5</b>	40	38.50
<b>2.0</b>	48.2	46

Com efeito, no gráfico  $t \times \log(E_c)$ , o período linear da instabilidade é representado por uma reta, Figura (5.8), e se encontra caracterizado pela taxa de amplificação aproximadamente constante, de modo que seu valor médio, nesse período, é um valor muito próximo ao da declividade da reta.

### 5.3.1 INFLUÊNCIA DO EMPUXO

Para avaliar a influência da velocidade de queda, propôs-se a decomposição da taxa de amplificação conforme apresentado na seção (3.5). A Figura (5.9) apresenta as relações evolutivas de cada uma das parcelas nas simulações para  $R_\rho = 1$  quando  $u_s = 0,001, 0,01, 0,025$  e  $0,05$ . Por essas relações, nota-se que a parcela do empuxo torna-se mais evidente nos casos com maior velocidade de sedimentação. No caso em que  $u_s = 0,001$ , a taxa de amplificação não apresenta contribuição significativa do empuxo, enquanto que para o caso  $u_s = 0,05$ , o empuxo é um agente amortecedor. Nota-se, também, que a taxa de amplificação é independente da velo-

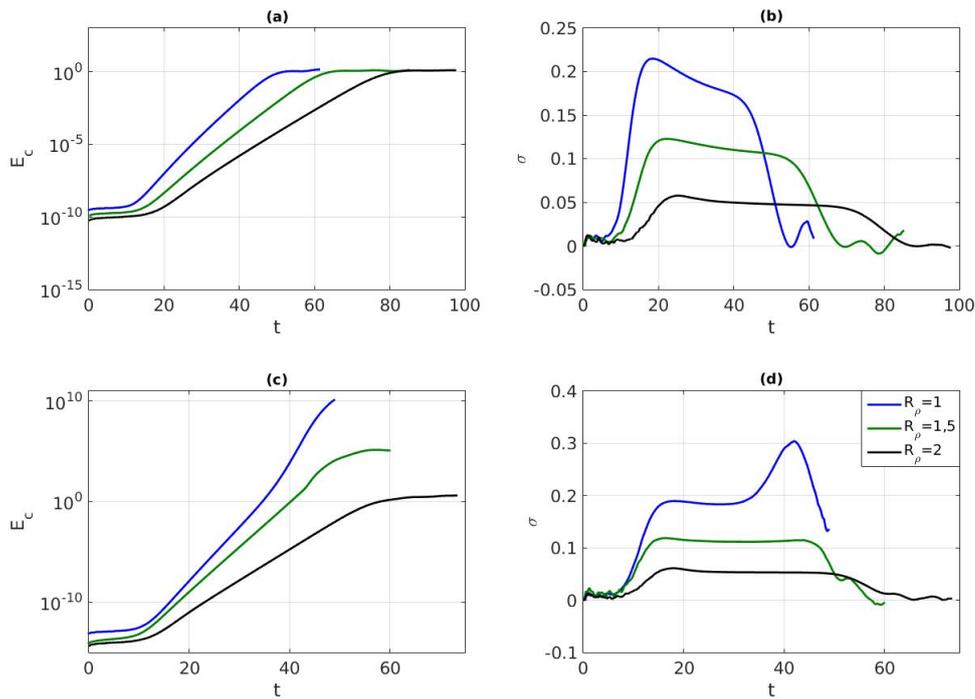


Figura 5.8: Evolução da Energia Cinética da Perturbação e da Taxa de Amplificação para os casos simulados com velocidade de queda  $u_s = 0,025$ , (a) e (b), e  $u_s = 0,05$  e  $R_\rho = 1,0, 1,5$  e  $2,0$ , (c) e (d).

cidade de queda no período linear, conforme visto anteriormente. Porém, no caso com maiores velocidades de sedimentação, a taxa, devido ao escoamento médio, apresenta maior magnitude no período linear contraponto pelo amortecimento do empuxo ( a taxa de amplificação de referente ao empuxo é negativa).

Para quantificar a influência do empuxo na taxa de amplificação total, foi proposta a razão entre os valores absolutos médios no período linear da taxa devido ao empuxo,  $\bar{\sigma}_b$ , e a taxa total,  $\bar{\sigma}$ , denotada por  $R_{\sigma_b}$ . Assim,

$$R_{\sigma_b} = \left| \frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}} \right|. \quad (5.4)$$

A Figura (5.10) apresenta a relação entre  $u_s \times R_{\sigma_b}$ , para  $u_s = 0,001, 0,01, 0,025$  e  $0,05$  para  $R_\rho = 1,0$ . Os resultados apresentados indicam que a contribuição do empuxo é maior para maiores velocidades de queda, o que contribui com a formação de instabilidade decorrente da ação da gravidade. Com efeito, sugere-se que a velocidade de queda também influencia o crescimento do empuxo.

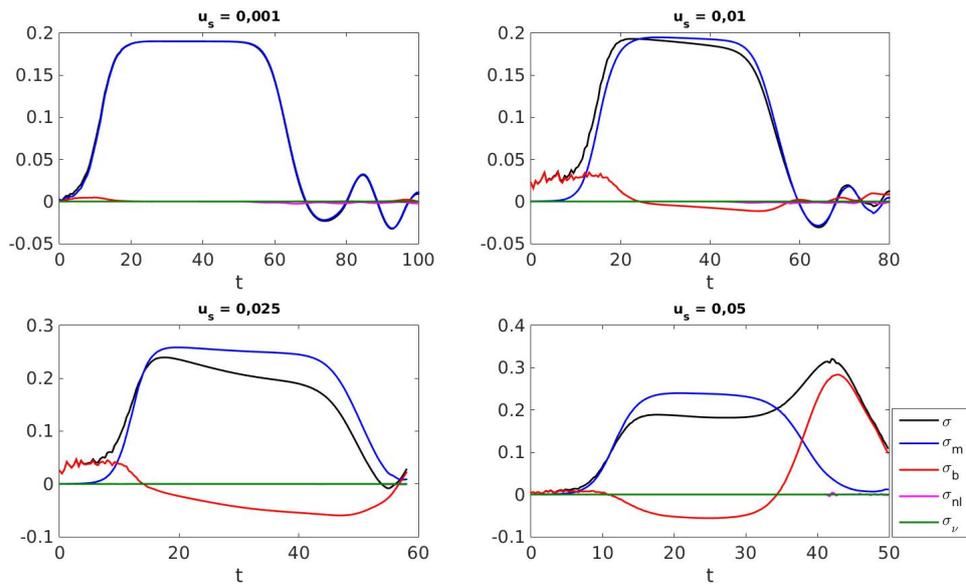


Figura 5.9: Decomposição da taxa de amplificação para os casos em que  $R_\rho = 1$  para as velocidades de queda de  $u_s = 0,001$ ,  $u_s = 0,01$ ,  $u_s = 0,025$  e  $u_s = 0,05$ .

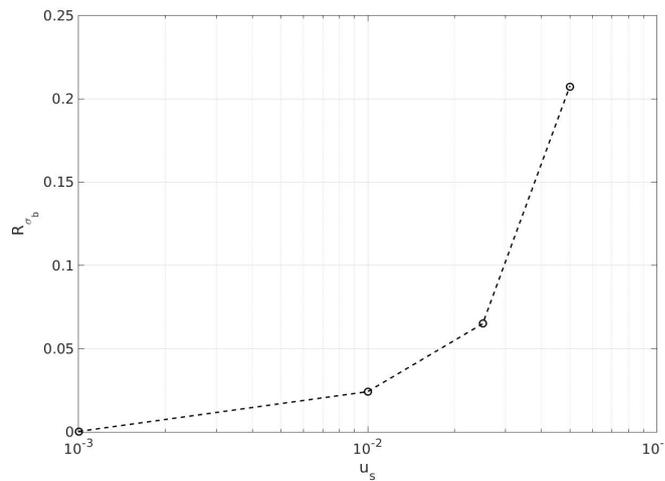


Figura 5.10: Relação  $u_s \times R_{\sigma_b}$  para  $u_s = 0,001, 0,01, 0,025$  e  $0,05$  para  $R_\rho = 1$ . Os valores  $R_{\sigma_b}$  são  $2.9 \times 10^{-4}$ ,  $0,0242$ ,  $0,065$  e  $0,2074$  respectivamente.

Para verificar o comportamento da parcela de empuxo em diferentes casos, variando velocidade de queda e razão de densidade, foi feita a decomposição das taxas de amplificação para os casos em que  $R_\rho > 1$  para as velocidades de queda de  $u_s = 0,025$  e  $u_s = 0,05$ . Os resultados obtidos estão relacionados na Figura (5.11). Conforme os gráficos mostram, à medida que a velocidade de queda aumenta, a parcela do empuxo tem maior influencia sobre a taxa de amplificação final  $\sigma$ , o que indica que o efeito gravitacional tem ação sobre o processo de cres-

cimento da instabilidade. Dessa forma, com grãos de sedimentos maiores, a decantação ocorre mais rapidamente pressionando a camada salina, que, por sua vez, tende a ocupar os espaços deixados pelo sedimento.

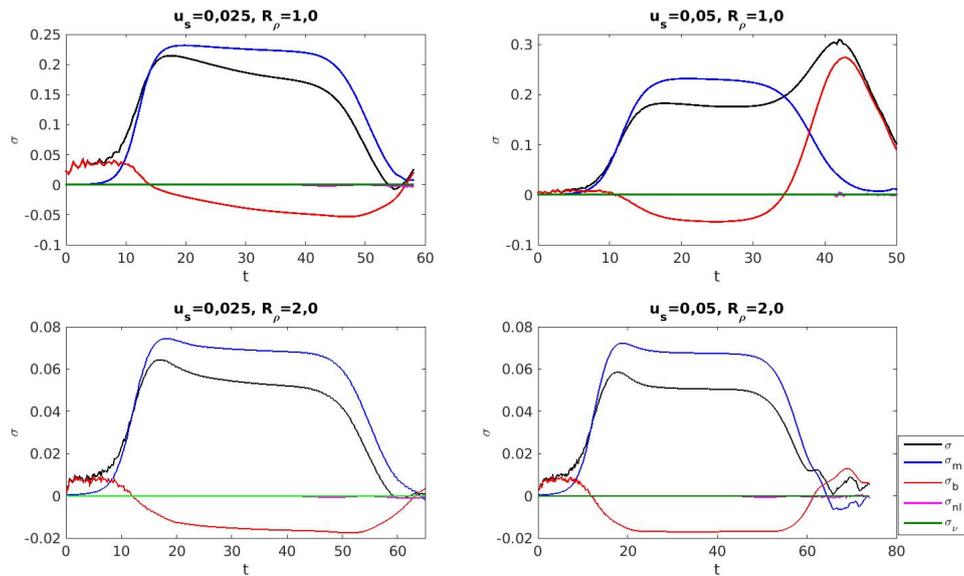


Figura 5.11: Decomposição da taxa de amplificação da perturbação para os razões de densidade  $R_\rho = 1,0$  e  $R_\rho = 2,0$  para as velocidades de queda de  $u_s = 0,025$  e  $u_s = 0,05$ .

Comparando os valores de  $R_{\sigma_b}$ , mostrada na Tabela (5.4), é possível verificar que o empuxo apresenta maior influência na composição da taxa de amplificação no caso em que  $R_\rho = 2$  com  $u_s = 0,05$ . Verifica-se, ainda, que o caso em que  $R_\rho = 1$  e  $u_s = 0,05$  apresenta maior  $R_b$  que o caso em que  $R_\rho = 2$  e  $u_s = 0,025$ . Tal fato indica que a velocidade de queda tem maior peso na taxa de amplificação.

Tabela 5.4: Valores da Razão  $R_{\sigma_b}$  para as simulações com  $R_\rho = 1$  e  $2$  para  $u_s = 0,025$  e  $0,05$ .

	$u_s = 0,025$	$u_s = 0,05$
$R_\rho = 1$	0,18	0,28
$R_\rho = 2$	0,25	0,31

### 5.3.2 DESENVOLVIMENTO DA INSTABILIDADE

Os efeitos gravitacionais decorrentes da velocidade de queda individual da partícula no período linear da instabilidade impulsionam a formação topológica diferente do modo de Kelvin-Helmholtz. Tal fenômeno pode ser observado na evolução dos campos escalares, conforme mostra a Figura (5.12). O campo de sedimentos,  $\varphi_1$ , tende a se deslocar para baixo ampliando a região de instabilidade. O campo salino,  $\varphi_2$ , permanece sob influência do fluxo médio horizontal. Pela observação dos campos escalares, é possível, também, comparar as situações em que há um crescimento do efeito gravitacional com o tipo de instabilidade formada. Nas situações em que  $u_s = 0,05$ , quando o efeito do empuxo na instabilidade é maior, verifica-se a formação de estruturas no campo de sedimentos,  $\varphi_1$ , semelhantes às observadas em fluxos que são decorrentes, apenas, da ação gravitacional, conforme os resultados do Capítulo 4.

A evolução da vorticidade é mostrada na Figura (5.13), o comportamento apresentado está de acordo com o observado nos campos escalares. Nota-se a presença de duas topologias de campo de vorticidade. A topologia característica do modo de Kelvin-Helmholtz, como previsto para o campo de salinidade, centrado na origem, do eixo horizontal  $x_2 = 0$ , está presente em todos os casos, pois são recorrentes em camada de mistura. A outra topologia presente ocorre abaixo do eixo horizontal e mostra-se dependente da magnitude da velocidade de queda.

Para o caso em que  $u_s = 0,025$ , a instabilidade causada pela velocidade de queda ocorre logo abaixo dos vórtices de Kelvin-Helmholtz e apresenta pouca capacidade de desenvolvimento. A instabilidade de Kelvin-Helmholtz é influenciada pela velocidade de queda. Já caso em que  $u_s = 0,05$ , a instabilidade causada pela velocidade de queda é mais robusta e mostra-se independente de Kelvin-Helmholtz. Esse tipo de configuração nos campos de vorticidade ocorre nos casos simulados com maior velocidade de queda, tal configuração decorre da sedimentação que interfere na instabilidade como já observado na Figura (5.12).

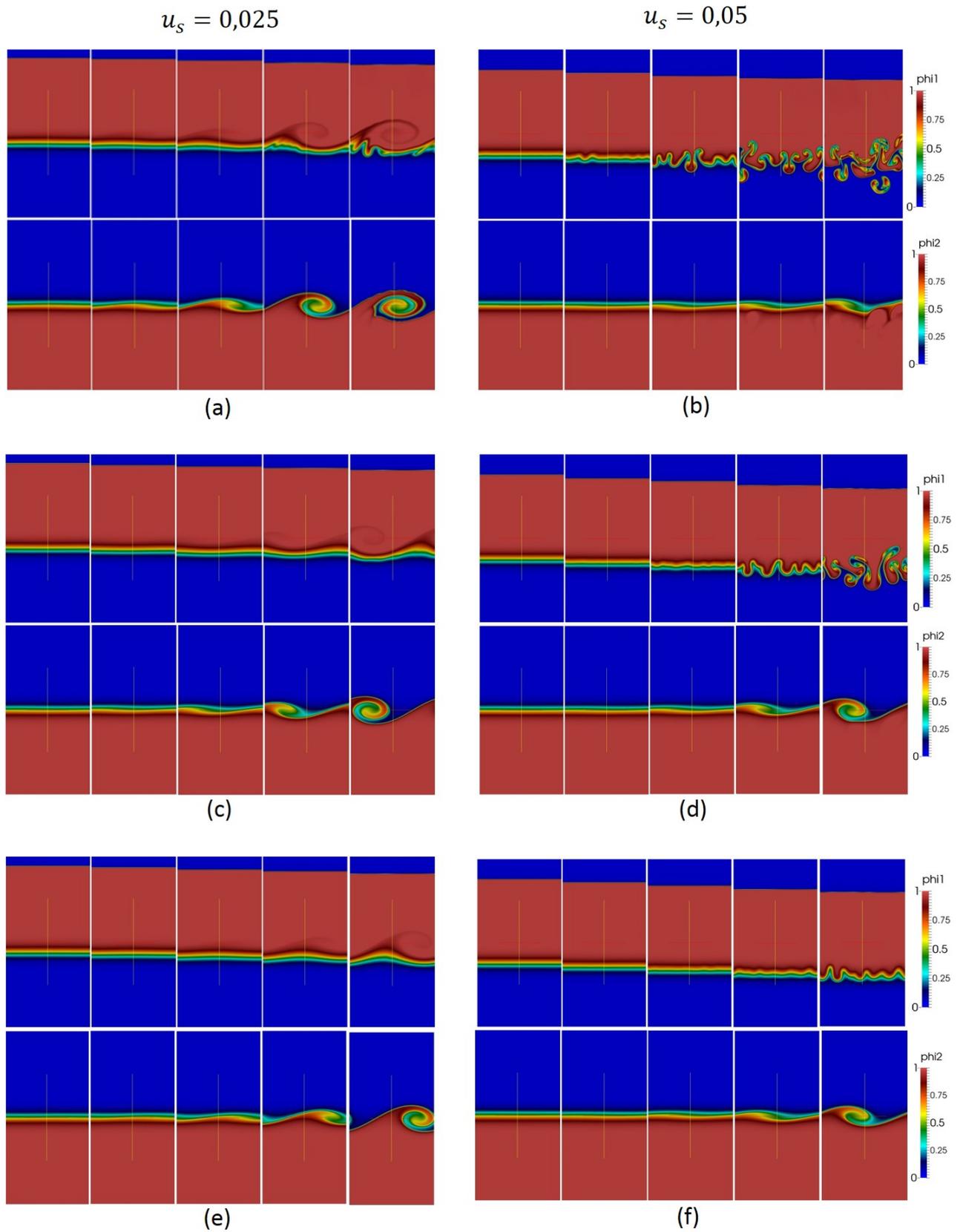


Figura 5.12: Evolução dos campos de escalares de sedimentos ( $\phi_1$ ) e salinidade ( $\phi_2$ ) nos instantes adimensionais 34,8, 40,2, 45,6, 51,0 e 56,4, para  $u_s = 0,025$  e  $u_s = 0,05$ . As seqüências (a) e (b) correspondem a  $R_p = 1,0$ , as (c) e (d) correspondem a  $R_p = 1,5$  e as (e) e (f) correspondem a  $R_p = 2,0$ .

Os resultados preliminares indicam que a velocidade de queda interfere na formação de estruturas de instabilidade de tal forma que, para maiores velocidade de queda, nota-se uma competição e entre os modos de instabilidade característicos da camada de mistura e dos fluxos puramente gravitacionais (*fingering*). Os resultados apresentados no Capítulo 4, as topologias de instabilidade estão relacionadas à diferença de coeficientes de difusividade. Conforme os trabalhos de Yu et al. (2014) [74] e Burns et al. (2015) [7], essas topologias de instabilidades estão relacionadas à diferença nos coeficientes de difusividade de massa dos escalares envolvidos. Por essa razão, o presente trabalho investigará a possível relação entre essas estruturas e a diferença de coeficientes de difusividade turbulenta.

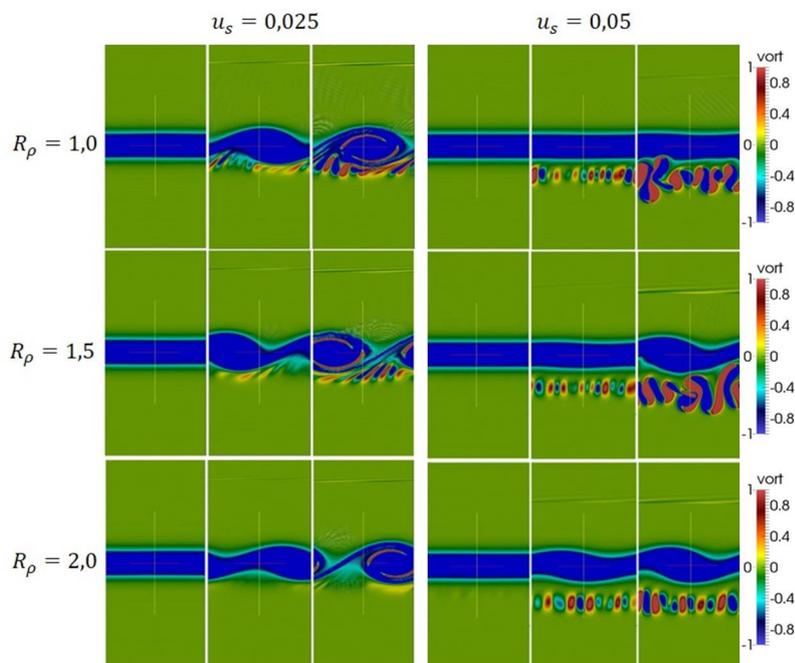


Figura 5.13: Campos de Vorticidade para os instantes adimensionais 45,6, 51,0 e 56,4.

Com a finalidade de avaliar a influência apenas da velocidade de queda, foram traçados os espectros das flutuações escalares, que são apresentados na Figura (5.14), para os casos em que  $R_\rho = 1$ . Para as duas velocidades de queda testadas, as curvas correspondentes ao final do período linear e início da não linearidade, no espectro do campo de sedimentos, apresentaram intervalos viscoso-convectivo, conforme definido por Tennekes et al. [68] e apresentado no Capítulo 4. Esse comportamento é semelhante ao observado nas simulações do Capítulo 4, nas quais os fluidos envolvidos possuíam diferença de difusividade de massa, ou seja  $\tau > 1$ .

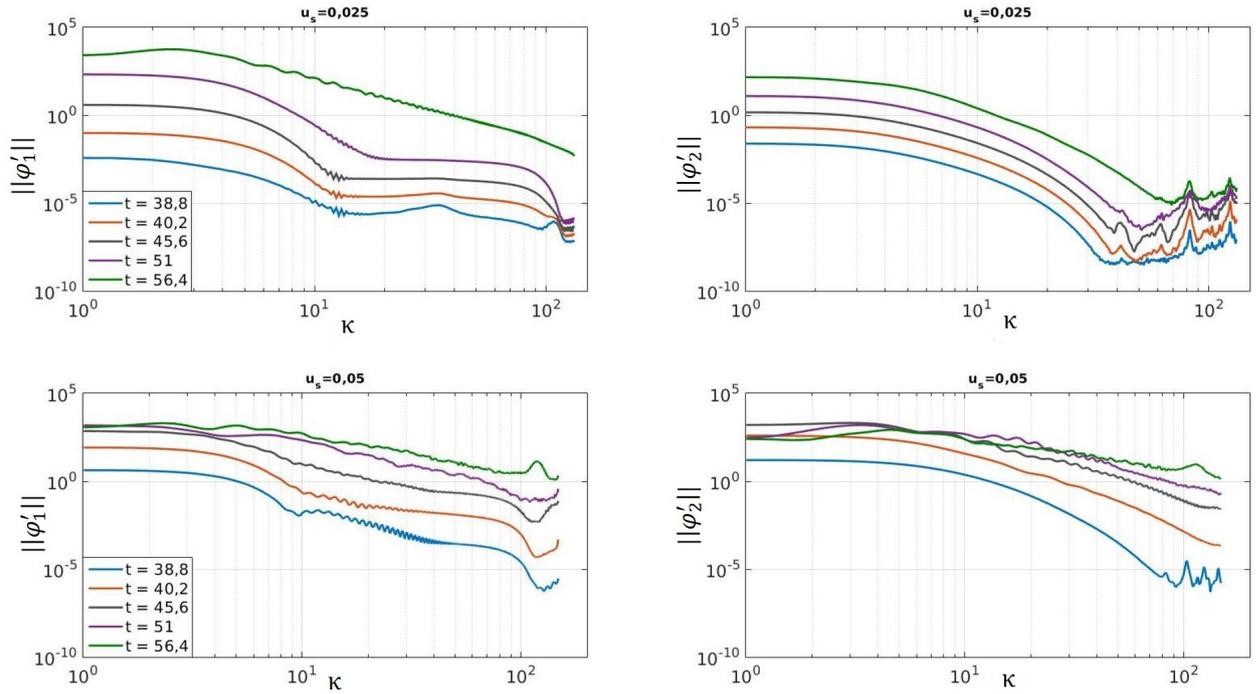


Figura 5.14: Evolução dos espectros de Variância da flutuação dos escalares para os instantes adimensionais 34,8, 40,2, 45,6, 51,0 e 56,4. A sequência da linha superior corresponde à simulação velocidade de queda  $u_s = 0,025$ , e a linha inferior para  $u_s = 0,05$ . Em todos os casos, tem-se  $R_\rho = 1$ .

#### 5.4 INSTABILIDADE E TRANSPORTE ESCALAR

Com o crescimento da amplitude das perturbações, os termos não lineares passam a influenciar na instabilidade, pois o período não linear é caracterizado pela formação de vórtices característicos associado ao tipo de instabilidade. Tais fenômenos podem ser representados nas equações médias de transporte dos escalares que, para os casos simulados, são:

$$\frac{\partial \bar{\varphi}_1}{\partial t} - u_s \frac{\partial \bar{\varphi}_1}{\partial x_2} = \frac{1}{Re\tau Sc} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_1}{\partial x_2^2} - \frac{\partial}{\partial x_1} (\overline{u'_1 \varphi'_1}) - \frac{\partial}{\partial x_2} (\overline{u'_2 \varphi'_1}) \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial \bar{\varphi}_2}{\partial t} = \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_2}{\partial x_2^2} - \frac{\partial}{\partial x_1} (\overline{u'_1 \varphi'_2}) - \frac{\partial}{\partial x_2} (\overline{u'_2 \varphi'_2}). \quad (5.6)$$

As Equações (5.5) e (5.6) descrevem o comportamento dos perfis médios das concentrações escalares  $\bar{\varphi}_1$  (sedimentos) e  $\bar{\varphi}_2$  (salinidade). No período linear, em que os termos não lineares são muito pequenos, essas Equações se reduzem às equações de Difusão Unidimensional.

A quantificação da não linearidade pode ser estimadas pelos Fluxos Turbulentos. Definiu-se como Fluxo Turbulento do escalar  $k$  na direção  $j$  à expressão:

$$F_{kj} = \int_{\Omega} \varphi'_k \mathbf{u}' \cdot \mathbf{e}_j dS. \quad (5.7)$$

Entretanto, os Fluxos Turbulentos, calculados na direção crescente do eixo  $0x_j$ , são impulsionados pelos gradientes locais. Dessa forma, podem ser definidos também por:

$$F_{kj} = -\kappa_{tk} \frac{\partial \bar{\varphi}_k}{\partial x_j}, \quad (5.8)$$

na qual o gradiente é calculado ao longo do eixo de interesse e  $\kappa_{tk}$  é a Difusividade Turbulenta do escalar  $k$ .

Os Fluxos turbulentos são medidas que permite estimar a Difusividade Turbulenta de um escalar  $k$ ,  $\kappa_{tk}$ . Segundo Smyth e Kimura (2010) [61],  $\kappa_{tk}$  é calculada no domínio por:

$$\kappa_{tk} = \frac{\int_{-L_{x_2}/2}^{L_{x_2}/2} F_k(x_2, t) dx_2}{\int_{\Omega} \frac{\partial \bar{\varphi}_k}{\partial x_2} d\Omega} \quad (5.9)$$

#### 5.4.1 EFEITOS NÃO LINEARES EM ESCOAMENTOS SEM VELOCIDADE DE QUEDA

Nesta seção foram considerados os resultados obtidos nas simulações da camada de mistura na qual  $u_s = 0$ . Para avaliar a influência dos efeitos não lineares no escoamento, inicialmente é feita uma análise dos perfis médios escalares. Na Figura (5.15), são apresentados os perfis médios escalares, no caso em que  $R_\rho = 1$  e  $u_s = 0$ .

Com o crescimento da não linearidade, o perfil médio distancia-se da condição inicial. A Figura (5.16) apresenta a diferença entre o perfil médio da concentração de sedimentos,  $\bar{\varphi}_1$ , nos instantes  $t = 34,8, 45,6$  e  $56,4$  com a condição inicial. Nota-se que, no período não linear, um acentuado crescimento da diferença nos perfis, fato já constatado na Figura (5.15). Tal comportamento evidencia a interferência da instabilidade na evolução dos perfis.

A simetria dos perfis médios é uma característica que indica que os dois campos escalares estão se difundindo à mesma velocidade, como consequência de não haver diferença de difusividade de massa. Tal característica, também, é verificada no Fluxo Turbulento Vertical dos

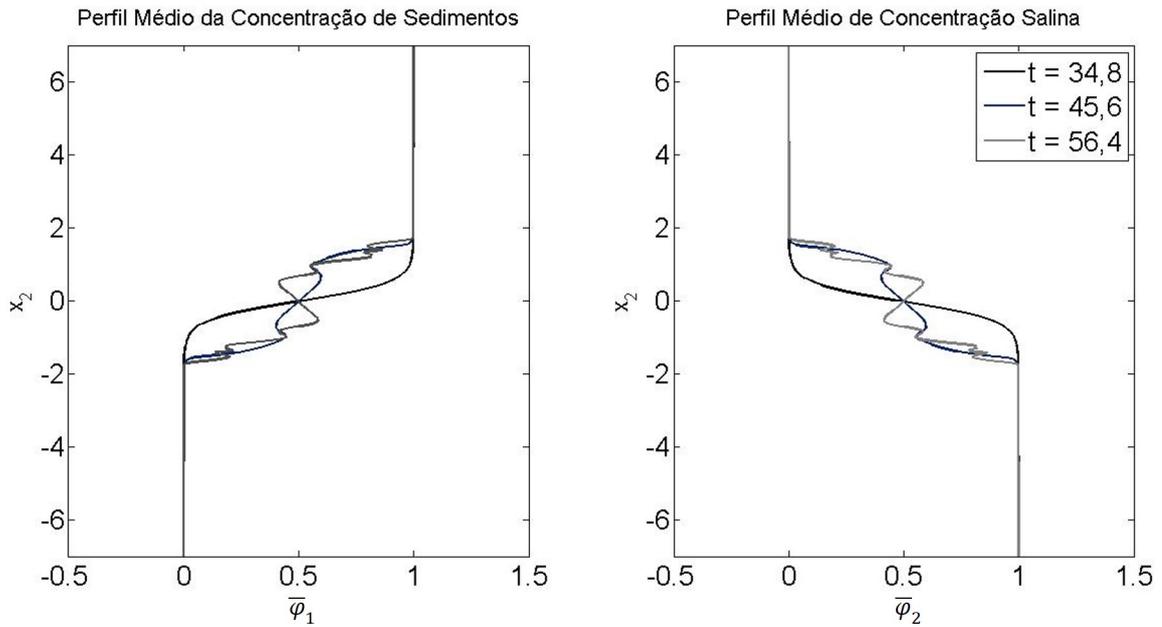


Figura 5.15: Evolução dos perfis escalares médios para o caso em que  $R_\rho = 1$ , sem sedimentação  $u_s = 0$ .

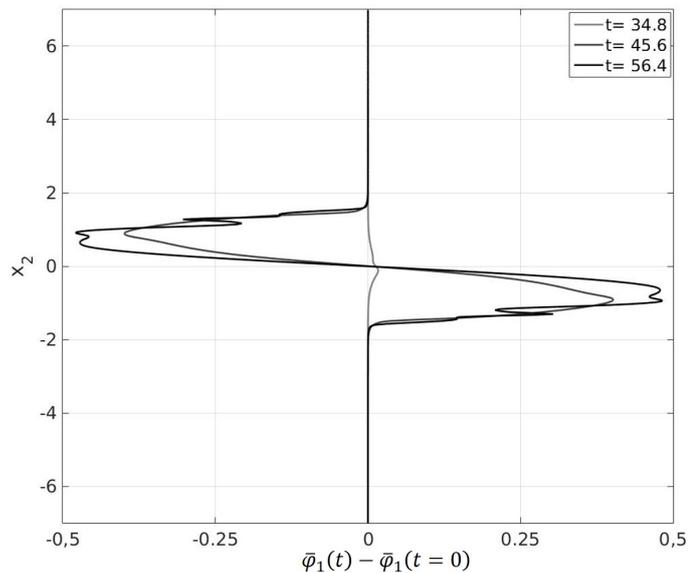


Figura 5.16: Diferença entre o perfil médio instantâneo  $\bar{\varphi}_1$  e a condição inicial definida pela equação  $\bar{\varphi}_2(t, x_2) = 0.5[1 + \tanh(2x_2)]$ .

campos, mostrado na Figura(5.17). Os resultados apresentados indicam que a estratificação não interfere na simetria, porém na magnitude do Fluxo. Tal fato está de acordo com o crescimento da Energia Cinética da Perturbação, pois o caso em que  $R_\rho = 1$  apresenta maior taxa de amplificação.

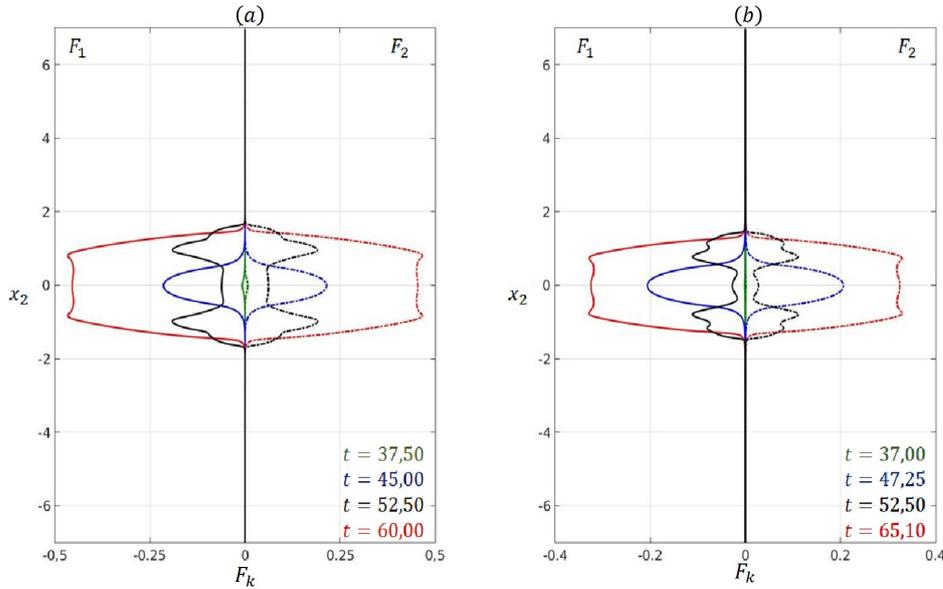


Figura 5.17: Fluxos turbulentos verticais calculados pela Equação (5.7) para os casos em que  $u_s = 0$ . As curvas cheias correspondem ao Fluxo de Sedimentos  $F_1$  e as pontilhadas ao Fluxo Salino  $F_2$ . Os gráficos (a) e (b) correspondem aos casos em que  $R_\rho = 1$  e  $R_\rho = 2$ , respectivamente.

#### 5.4.2 EFEITOS NÃO LINEARES EM ESCOAMENTOS COM VELOCIDADE DE QUEDA

Para os casos em que há velocidade de queda, os perfis escalares médios não apresentam simetria em relação ao eixo vertical,  $0\vec{x}_2$ , conforme é visto na Figura (5.18). Verifica-se que o perfil médio do campo de sedimentos desloca-se na direção da gravidade. Tal comportamento justifica-se pela Equação (5.5), visto que a advecção vertical depende da velocidade de sedimentação. Quanto ao campo salino, no caso com maior potencial de sedimentação, a ausência da parcela advectiva inibe o crescimento significativo da perturbação.

Os efeitos da velocidade de queda também são observados nos perfis de Fluxo Turbulento Vertical, representados na Figura (5.19). Os Fluxos Turbulentos verticais apresentam o mesmo comportamento observado anteriormente: crescem no início da fase não linear, declinando em seguida. No instante  $t = 52$ , o Fluxo Turbulento Vertical de Sedimentos, nos dois casos, apresenta grande magnitude. Nesse mesmo instante, nota-se, nos Campos Escalares, Figura (5.12), as formações topológicas da instabilidade bem desenvolvidas. No caso em que  $u_s = 0,05$ , ocorre a formação topológica da instabilidade de Rayleigh-Taylor Modificado e verifica-se maior intensidade de Fluxo Turbulento Vertical de Sedimentos.

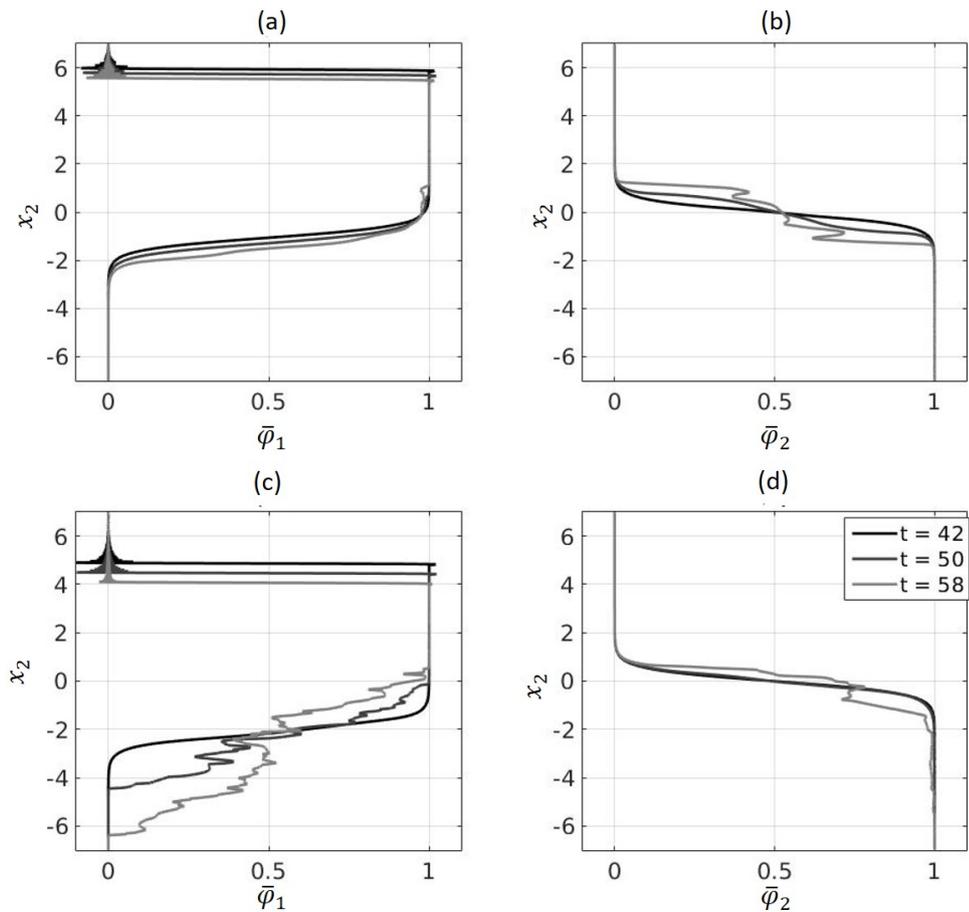


Figura 5.18: Perfis médio espaciais escalares para os casos em que  $R_\rho = 1,0$  com velocidade de queda de  $u_s = 0,025$ , gráficos (a) e (b), e  $u_s = 0,05$ , gráficos (c) e (d), para os campos de sedimentos ( $\bar{\varphi}_1$ ) e salinidade ( $\bar{\varphi}_2$ ) respectivamente.

Os Fluxos Turbulentos indicam que a velocidade de queda no campo dos sedimentos é a variável significativa no processo de instabilidade, pois provoca o crescimento dos termos não lineares. Comparando os Fluxos Turbulentos Verticais Médios instantâneo em relação a todo o domínio do campo de sedimentos, apresentados na Figura (5.20). O resultado da simulação indicou que o caso em que  $u_s = 0,05$  apresenta Fluxos de maior magnitude. Tal fenômeno é decorrente do termo advectivo da Equação (5.5), o que indica que a velocidade de queda proporciona o crescimento da magnitude dos termos não lineares.

A velocidade de sedimentação influencia a localização das interfaces e da espessura da região instável. Considerou-se como interface instantânea a coordenada vertical  $x_2 = x_{21}$ , na qual  $\bar{\varphi}_1(x_2, t) = 0,5$ . De forma semelhante, é possível determinar a localização  $x_2 = x_{22}$ , tal que  $\bar{\varphi}_2(x_2, t) = 0,5$ . A diferença entre os dois resultados foi denominada de espessura da região

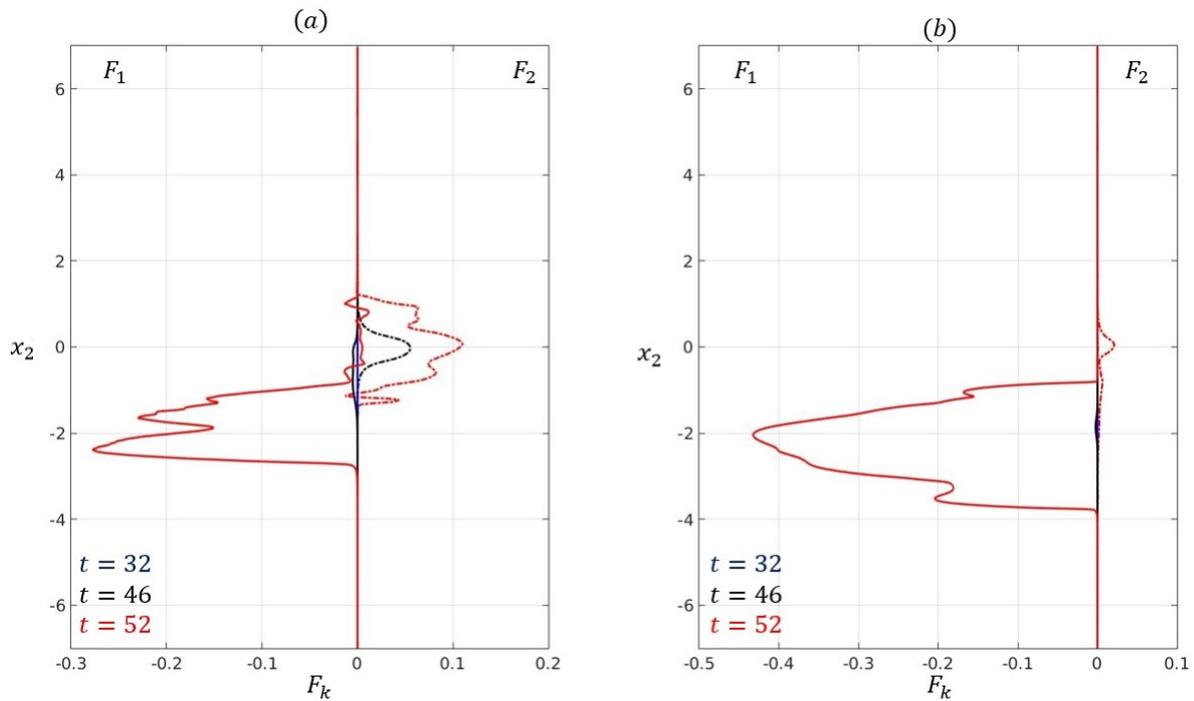


Figura 5.19: Perfis dos Fluxos turbulentos verticais calculados pela Equação (5.7), (a) para o caso em que  $u_s = 0,025$ , (b) e  $u_s = 0,05$ , gráfico (b), e  $R_\rho = 1$ . As curvas cheias correspondem ao Fluxo de sedimentos ( $F_1$ ) e a pontilhadas fluxo salino ( $F_2$ ).

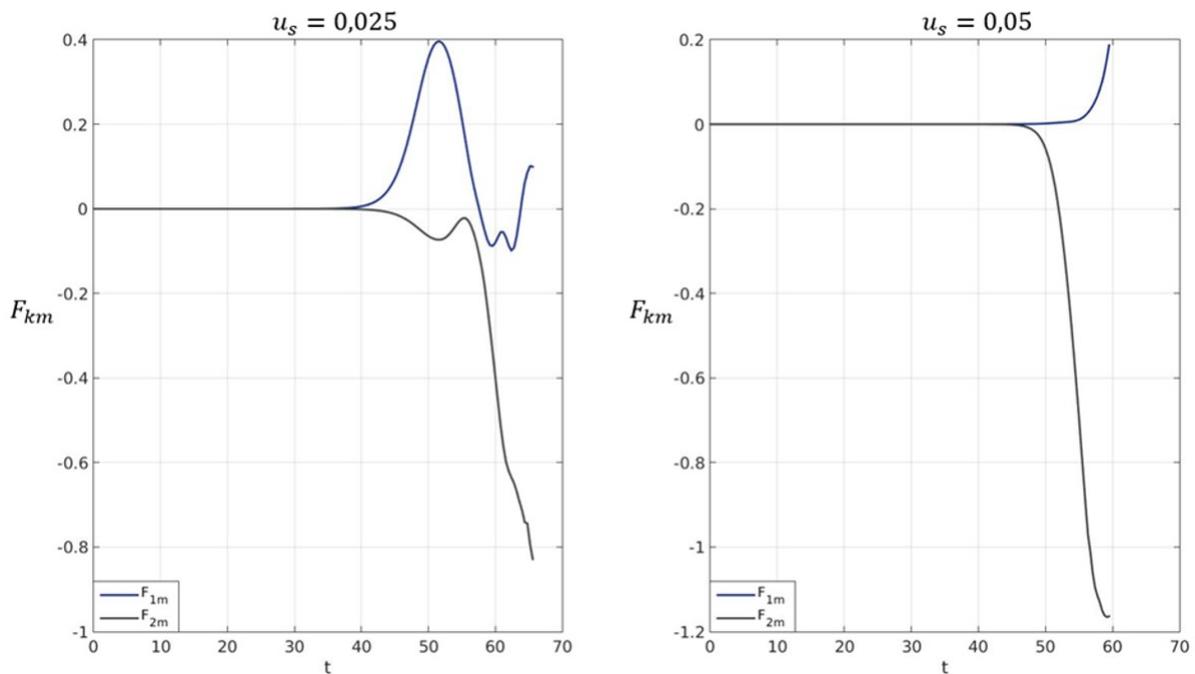


Figura 5.20: Fluxos Verticais Médios instantâneos,  $F_{km}(t)$ , para os casos em que  $u_s = 0,025$ , à esquerda, e  $u_s = 0,05$  e  $R_\rho = 1$ .

instável:  $H(t) = x_{22}(t) - x_{21}(t)$ . A Figura (5.21) apresenta as relações evolutivas da espessura da camada instável e da localização da interface de sedimentos  $x_{21}(t)$ . Segundo esses resultados, durante o período linear, o crescimento da espessura da camada instável é linear no tempo. A localização da interface  $x_{21}$ , no período linear, acompanha a localização prevista pela velocidade de sedimentação. Porém, com a saturação dessa fase,  $x_{21}$  tende a localizar-se abaixo da localização prevista pela velocidade de queda. Tal comportamento decorre do crescimento da instabilidade não linear que impulsiona o processo difusivo turbulento.

Dessa forma, para velocidades de queda maiores, as flutuações não lineares também influenciam a localização da interface,  $x_{21}$ , e, na espessura da camada instável,  $H$ , como indica a Figura (5.21). Fato já esperado, tendo em visto o que já foi comentado sobre Fluxo Turbulento Vertical.

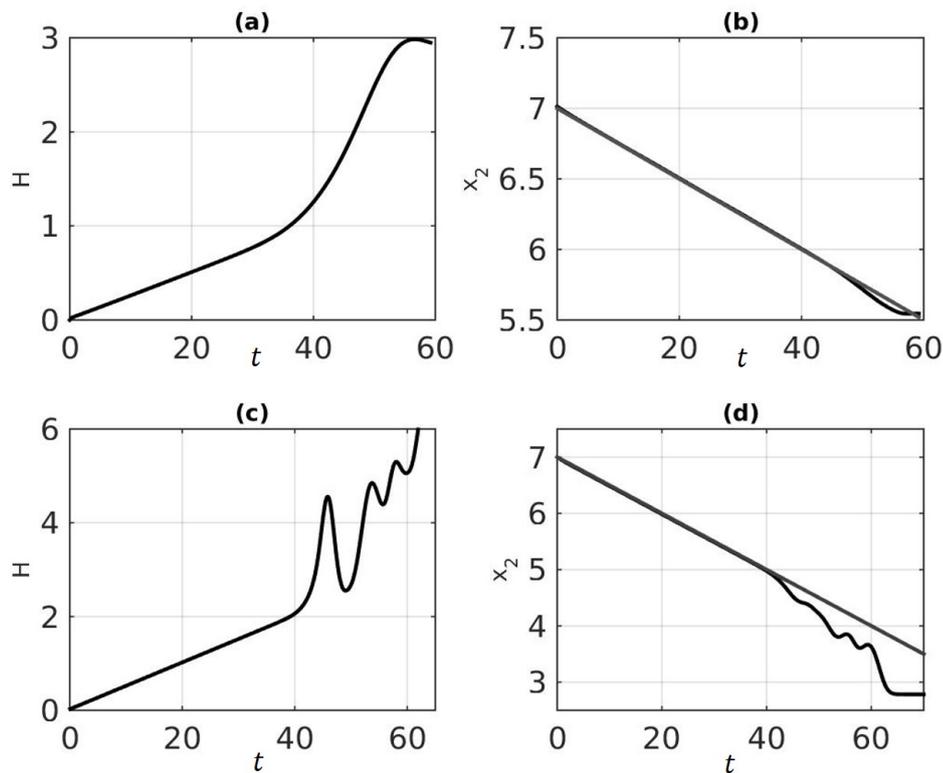


Figura 5.21: Espessura da camada instável e localização da interface do campo de sedimentos,  $x_{21}$ , tal que  $\overline{\varphi_1}(x_{21}, t) = 0,5$ , para os casos em que  $u_s = 0,01$  (gráficos (a) e (b)) e  $u_s = 0,05$  (gráficos (c) e (d)). Nos gráficos (b) e (d) a linha tracejada corresponde à localização da interface estimada pela velocidade de queda  $-u_s t$ .

### 5.4.3 CLASSIFICAÇÃO DA INSTABILIDADE

Uma das fontes da instabilidade de Kelvin-Helmholtz é o escoamento cujo perfil médio de velocidade horizontal possui um ponto de inflexão. Sendo assim, espera-se que o Fluxo Turbulento Horizontal seja predominante. Para avaliar a relação entre os Fluxos Turbulentos, o presente trabalho propõe a Razão de Fluxos Turbulentos Médios do campo de sedimentos em termos absolutos ( $\zeta$ ) definida por:

$$\zeta(t) = \frac{F_{1x_1}(t)}{F_{1x_2}(t)} \quad (5.10)$$

em que  $F_{1x_p}$  corresponde à média espacial do fluxo turbulento na direção  $p \in 1,2$ , na qual 1 e 2 correspondem às direções horizontal e vertical, respectivamente. O Fluxo Turbulento Horizontal é calculado de forma semelhante à dada pela Equação (5.7). Os resultados apresentados na Tabela (5.5) indicam que, para maior velocidade de queda, há um predomínio do Fluxo Turbulento Vertical de sedimentos, podendo interferir na difusão turbulenta.

Nos casos sem velocidade de queda,  $u_s = 0$ , avaliaram-se as médias temporais para a Difusividade Turbulenta, e Razão de Fluxo Médio nos casos simulados. Para a difusividade turbulenta, foi considerada a razão  $\tau_t = \kappa_{t1}/\kappa_{t2}$ . Os valores médios para  $\zeta$  e  $\tau_t$ , em cada caso, estão relacionados na Tabela (5.5).

Tabela 5.5: Médias temporais das razões  $\tau_t$  e  $\zeta$ , para diferentes  $R_\rho$  e  $u_s = 0$ .

$R_\rho$	$\bar{\tau}_t$	$\bar{\zeta}$
<b>1,0</b>	0,9999	6,6671
<b>1,5</b>	1,0002	5,4797
<b>2,0</b>	1,0000	5,5577

Nota-se que os valores obtidos para  $\bar{\tau}_t$  são muito próximos de 1, indicando que não há diferença de difusividade turbulenta no desenvolvimento da instabilidade. Os valores de  $\bar{\zeta}$  indicam que o Fluxo Turbulento Horizontal de sedimentos apresenta maior magnitude que o Fluxo Turbulento Vertical de sedimentos. Esses resultados indicam que a instabilidade não linear ocorre na direção do fluxo médio e que o processo difusivo turbulento vertical ocorre, aproximadamente, na mesma magnitude. Tendo em vista que, para esses casos, observou-se, nos campos de escalares e de vorticidade, a formação topológica da instabilidade de Kelvin-Helmholtz, associa-se as características apontadas pelos resultados a esse tipo de instabilidade.

Para os casos com velocidade de queda não nulas, as médias temporais para  $\tau_t$  e  $\zeta$  estão relacionados na Figura (5.22). Nos casos com velocidades de queda maiores, os termos não lineares são de maior magnitude na direção vertical, conforme indica o valor  $\bar{\zeta}$ . Sendo assim, o campo de sedimentos apresenta maior coeficiente de Difusividade Turbulenta conforme indica  $\bar{\tau}_t$ . Tendo em vista que, para os casos em questão, nos campos escalares e de vorticidade, verifica-se a formação topológica da Instabilidade de Rayleigh Taylor Modificada. Dessa forma, associa-se a esse tipo de Instabilidade o predomínio da instabilidade não linear vertical sobre a horizontal e do Fluxo Turbulento de sedimentos sobre o salino.

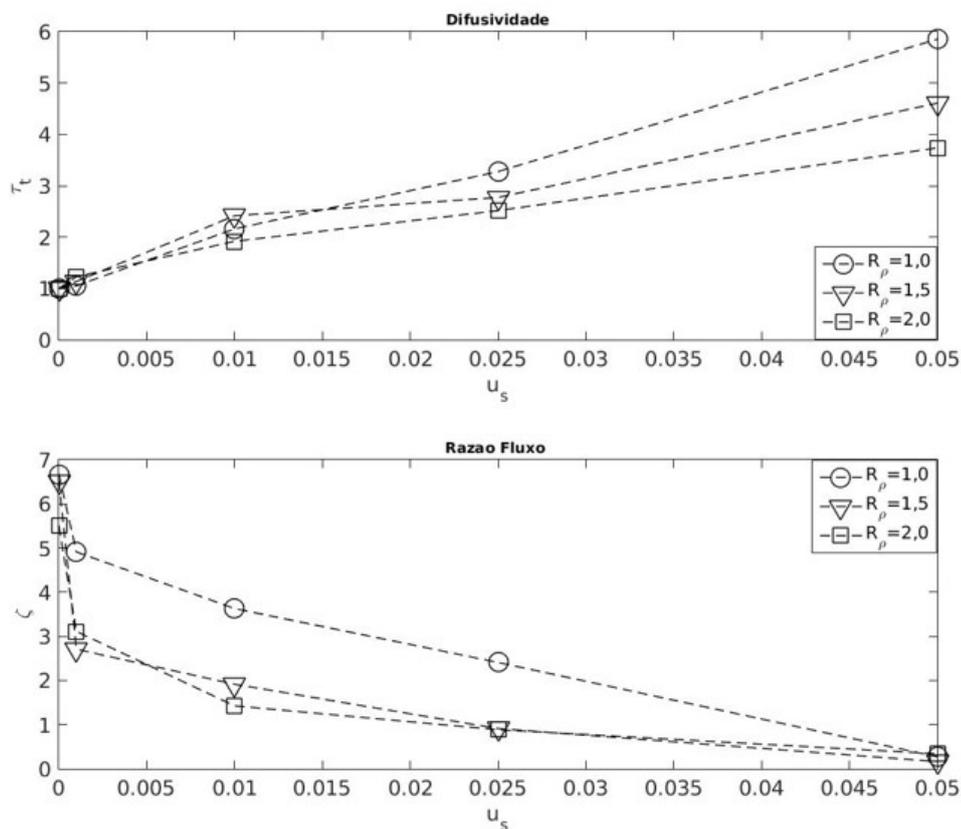


Figura 5.22: Relações entre Difusividade Turbulenta Média,  $\tau_t$ , e a Razão de Fluxo Médio,  $\zeta$ , com a velocidade de queda.

#### 5.4.4 VELOCIDADE DE QUEDA EFETIVA

Conforme já foi apresentado no Capítulo 4, a instabilidade interfere no processo de sedimentação com o crescimento da instabilidade não linear vertical induzida pela velocidade de queda que desloca a interface de sedimentos abaixo da previsão pela velocidade de queda de

Stokes, conforme a Figura (5.21). Sendo assim, existe uma velocidade de queda efetiva, que é definida por:

$$u_s^{ef} = \frac{\int_{\Omega} \varphi_{sed}(\mathbf{u} + \mathbf{u}_s) \cdot \mathbf{e}_g dV}{\int_{\Omega} \varphi_{sed} dV} \quad (5.11)$$

Durante o período linear, a localização da interface entre os escalares é predita pela velocidade de queda de Stokes. Porém, com o desenvolvimento da não linearidade vertical, a velocidade de sedimentação cresce, conforme indica a Figura (5.23). Como velocidade de queda efetiva, esta relacionada a instabilidade, é possível estabelecer uma correlação crescente entre velocidade de queda efetiva e taxa de amplificação. Como a taxa de amplificação está relacionada à Razão de Densidade  $R_{\rho}$ , a velocidade de queda efetiva também depende desse parâmetro. Sendo assim, quanto maior a taxa de amplificação da perturbação na fase linear, maior a dissipação da Energia Cinética da Perturbação em Energia Potencial que agrega o processo de sedimentação.

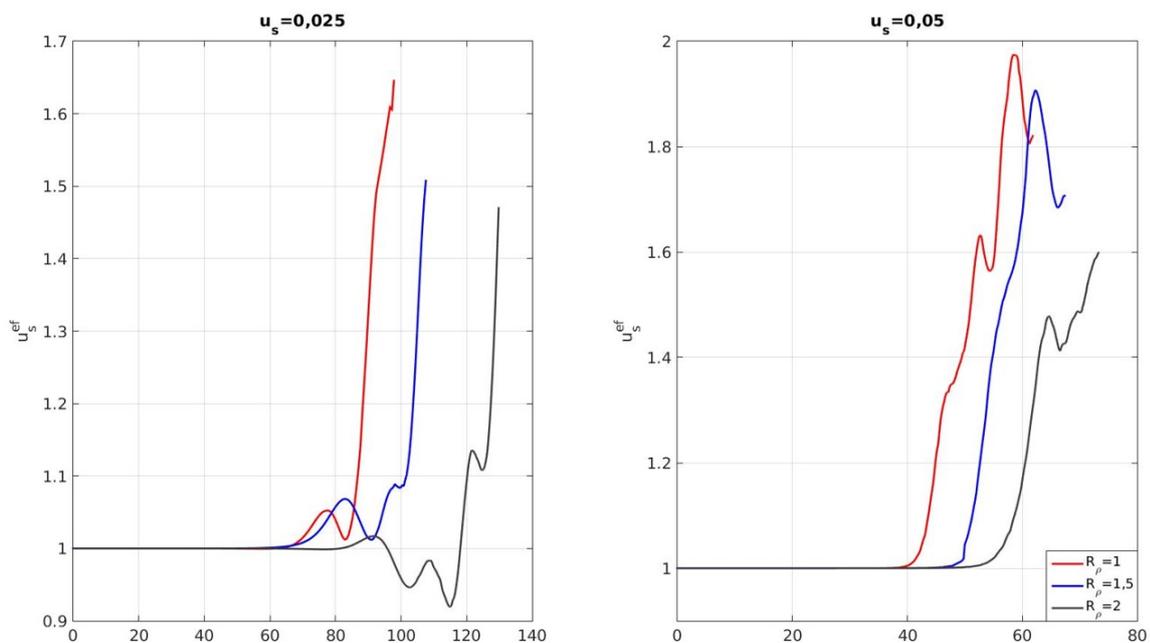


Figura 5.23: Velocidade de queda efetiva normalizada para os casos simulados com as velocidades de queda de  $u_s = 0,025$  e  $u_s = 0,05$  para os casos em que  $R_{\rho} = 1$ ,  $R_{\rho} = 1,5$  e  $R_{\rho} = 2$ .

**5.5 VELOCIDADE DE QUEDA E INSTABILIDADE EM FLUXO ESTRATIFICADO COM NÚMERO DE RICHARDSON TOTAL DE 0,25**

O Número de Richardson total,  $Ri_t$ , corresponde à diferença entre os Números de Richardson da concentração Salina e da concentração de sedimentos, isto é,  $Ri_t = Ri_2 - Ri_1$ . Dessa forma se  $R_\rho = 1$  então  $Ri_t = 0$ . Dessa forma o Número de Richardson Total está relacionado ao empuxo resultante. Para verificar a relação do Número de Richardson Total com a formação de instabilidade hidrodinâmica na camada de mistura, foi realizada uma sequência de simulações com velocidade de queda nula,  $u_s = 0$ , e Razão de Densidade  $R_\rho = 1,5$ . Os parâmetros da simulação estão relacionados na Tabela (5.6).

Tabela 5.6: Parâmetros das simulações para avaliar a influência do  $Ri_t$  sobre a taxa de amplificação obtida pelas simulações. Em todos os casos  $R_\rho = 1,5$ .

$Ri_t$	$Ri_2$	$Ri_1$	$\sigma$
0,0333	0,1	0,0667	0,1851
0,1	0,3	0,2	0,1249
0,1333	0,4	0,2667	0,1113
0,2	0,6	0,4	0,0851
0,2667	0,8	0,5333	0,001

Conforme os valores calculados em cada simulação para a taxa de amplificação,  $\sigma$ , o Número de Richardson Total possui uma correlação linear negativa com a taxa de amplificação para uma mesma Razão de Densidade. Nota-se que, como no caso de,  $Ri_t = 0,0333$ , o fluxo apresenta taxa de amplificação próxima da calculada para o fluxo com  $Ri_t = 0$ . Por outro lado, nota-se que o crescimento do Número de Richardson Total torna o fluxo mais estável, visto que as taxas de amplificação são menores. A Figura (5.24) apresenta essa relação de forma gráfica. O ajuste linear entre as variáveis de interesse é :  $\sigma = -0,7313Ri_t + 0,1993$  com  $R^2 = 0,9919$ .

Conforme observado nos casos em que  $u_s = 0$ , o Número de Richardson Total apresenta um comportamento semelhante ao Número de Richardson na camada de mistura com um perfil de estratificação instável estudado por Martinez [39]. O resultado, apresentado na Figura (5.24), para o  $Ri_t > 0,25$ , mostra que o escoamento apresenta um comportamento estável.

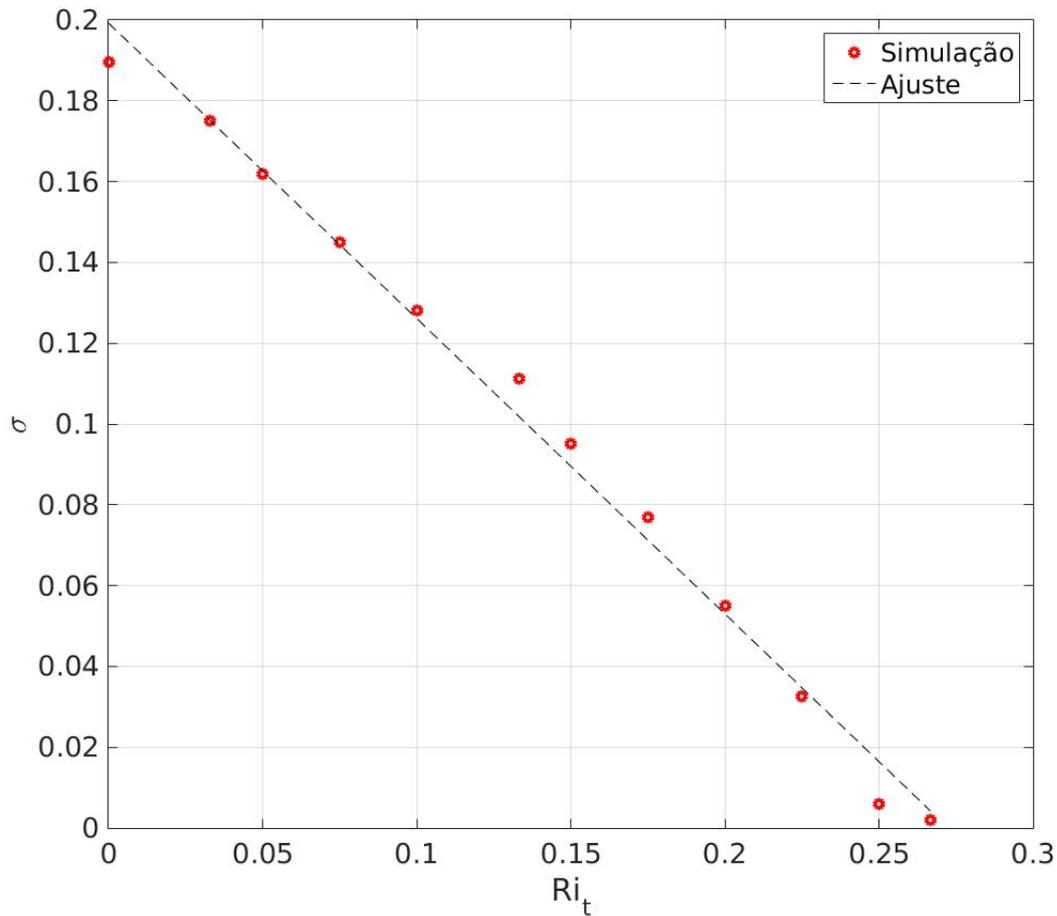


Figura 5.24: Relação entre Número de Richardson Total e Taxa de amplificação da perturbação.

Tendo em vista que, nos casos apresentados nas seções anteriores, o efeito de sedimentação interferiu na topologia da instabilidade, simulou-se o caso em que  $Ri_t = 0,25$ ,  $Ri_2 = 0,4$  e  $u_s = 0,05$ , com a finalidade de investigar se o padrão estável se mantém. Para essa simulação, foi adotado o mesmo domínio dos casos anteriores e uma malha de  $n_{x_1} = 512$  e  $n_{x_2} = 1001$ .

A evolução da Energia Cinética da Perturbação, na Figura (5.25), indica que a taxa de amplificação é  $\sigma = 0,0377$  no período linear. A decomposição da taxa de amplificação indica forte influência do empuxo. Fato já esperado, visto que o escoamento é influenciado por uma velocidade de queda significativa e apresenta  $R_\rho = 2,667$ , conforme apresentado na seção anterior.

Os resultados apresentados até o momento indicam que a topologia da instabilidade é do tipo de Rayleigh-Taylor, o que se verifica na Figura (5.26), que apresenta cinco instantes dessa sequência temporal. No campo salino se verifica-se a formação topológica da instabilidade

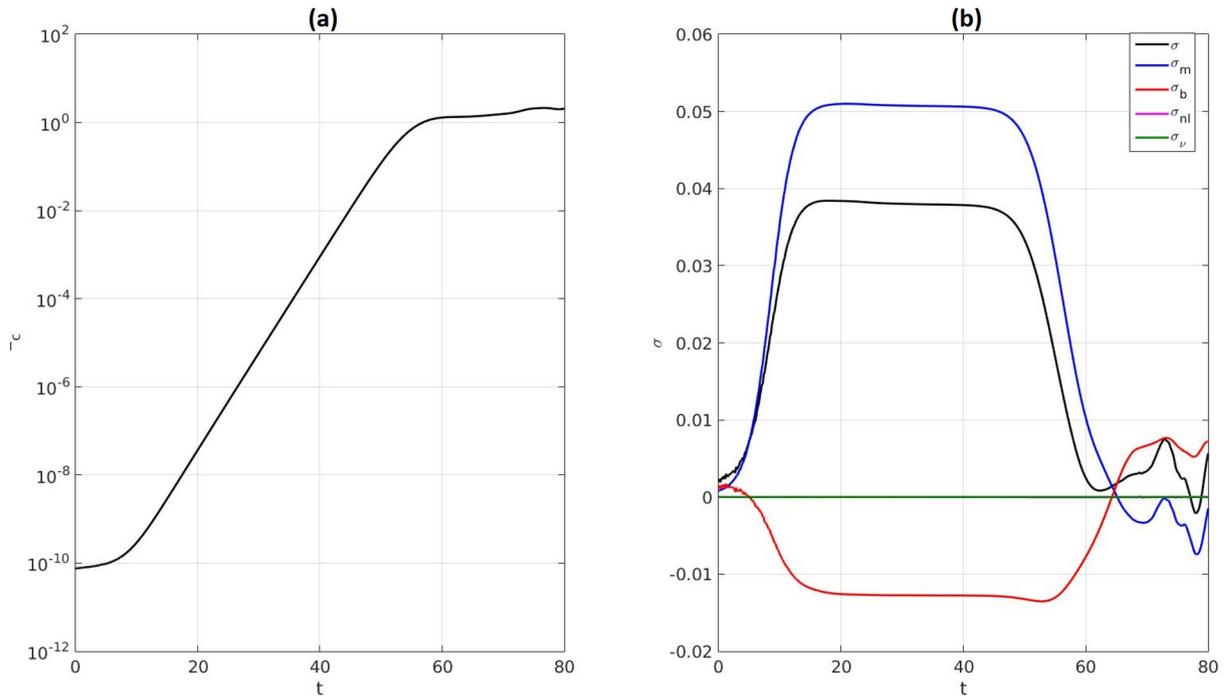


Figura 5.25: Evolução da Energia Cinética da Perturbação (a) e das Taxas de Amplificação (b) para o caso em que  $Ri_t = 0,25$ ,  $Ri_2 = 0$  para o caso  $u_s = 0,05$ .

de Kelvin-Helmholtz enquanto que no campo de sedimentos ocorre a formação de outro tipo de estrutura instável. A camada instável tem crescimento em função da velocidade de queda, conforme a Figura (5.27), e nota-se que a localização da interface de sedimentos, predita pela velocidade de queda,  $-u_s t$ , é próxima de  $x_{21}$  até o final do período linear, assim como os demais casos simulados na seção anterior

A análise da evolução da razão de Fluxos Turbulentos,  $\zeta$ , na Figura (5.28), na fase linear o Fluxo Turbulento Horizontal é predominante, devido à configuração do escoamento. Porém com o avanço do período não linear, fase em que se desenvolve a instabilidade, o Fluxo Turbulento Vertical torna-se predominante. Nota-se que o crescimento desse fluxo coincide com o crescimento da influência da parcela de empuxo, que deixa de amortecer a perturbação para contribuir com o desenvolvimento da instabilidade. Esses resultados são característicos da instabilidade de Rayleigh-Taylor modificado.

Os efeitos do crescimento dos termos não lineares foram constatados nos indicadores anteriores. Para o caso simulado nesta seção, os perfis de concentração média, para os instantes adimensionais  $t = 64$ ,  $t = 68$  e  $t = 77$ , pertencentes ao período não linear, são apresentados na

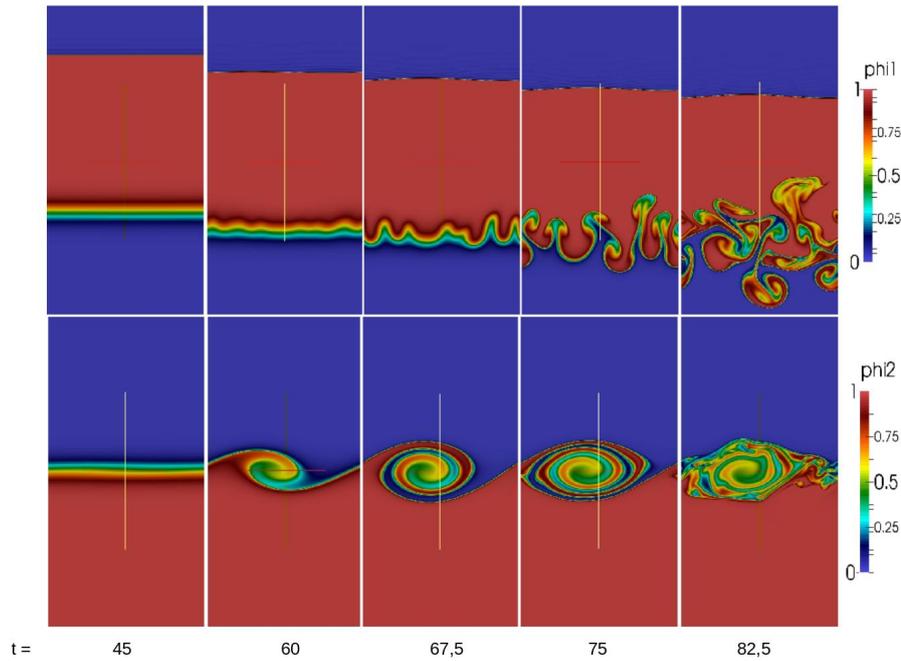


Figura 5.26: Sequência temporal dos campos de escalares de sedimentos ( $\varphi_1$ ) e salinidade ( $\varphi_2$ ), nos instantes adimensionais 45, 60, 67,5, 75 e 82,5, para  $u_s = 0,05$ ,  $Ri_1 = 0,25$  e  $Ri_2 = 0,4$ .

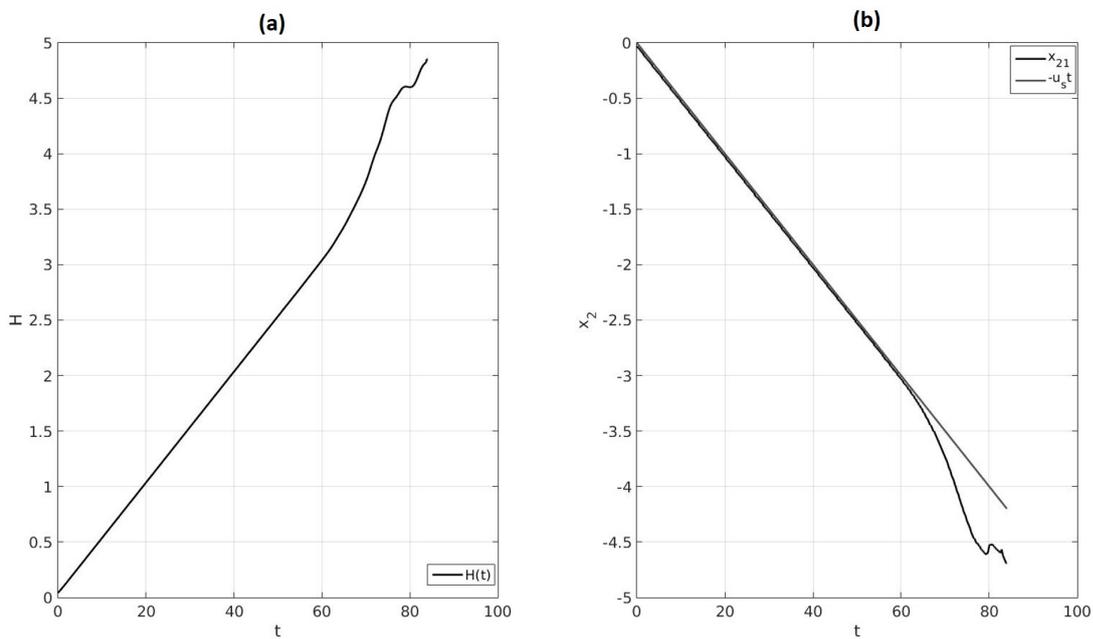


Figura 5.27: Evolução da espessura da camada instável (a) e localização da interface,  $x_2$  tal que  $\bar{\varphi}_1 = 0,5$  (b).

Figura (5.29). No campo salino, representado na Figura (5.29b), para os instantes que se apresentam, o ponto  $P(0,5; 0)$  pertence a todas as curvas. Tal fato está de acordo com as estruturas de Kelvin-Helmholtz, observadas no desenvolvimento do campo de salino. Para o campo de

sedimentos apresentado na Figura (5.29a), o ponto de inflexão sofre o deslocamento provocado pela velocidade de queda. No decorrer do tempo, o perfil médio da concentração de sedimentos sofre deformações mais acentuadas às observadas no campo salino.

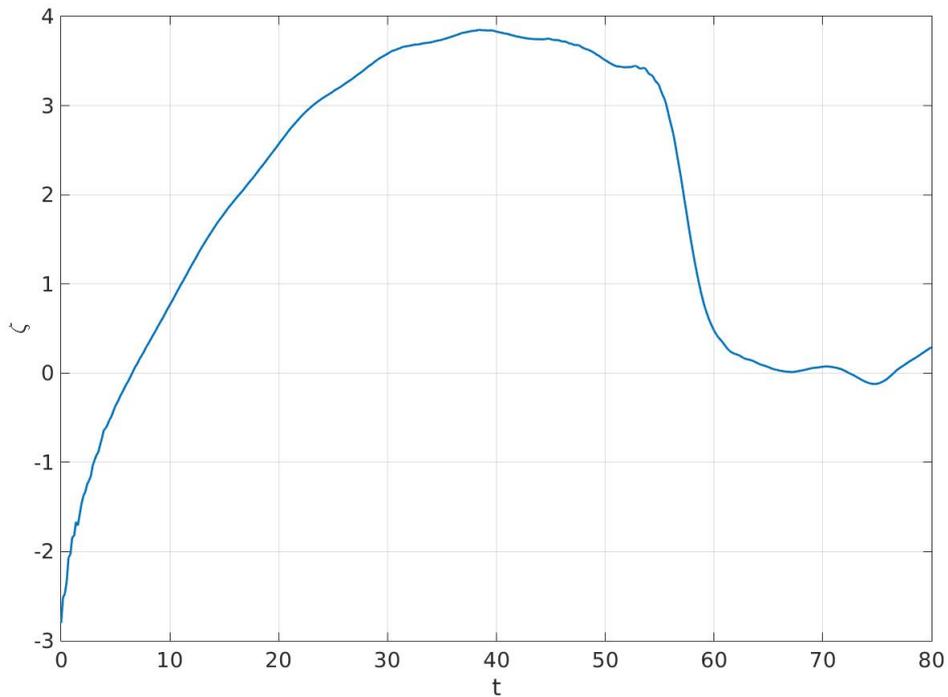


Figura 5.28: Desenvolvimento temporal da Razão de Fluxo,  $\zeta$ .

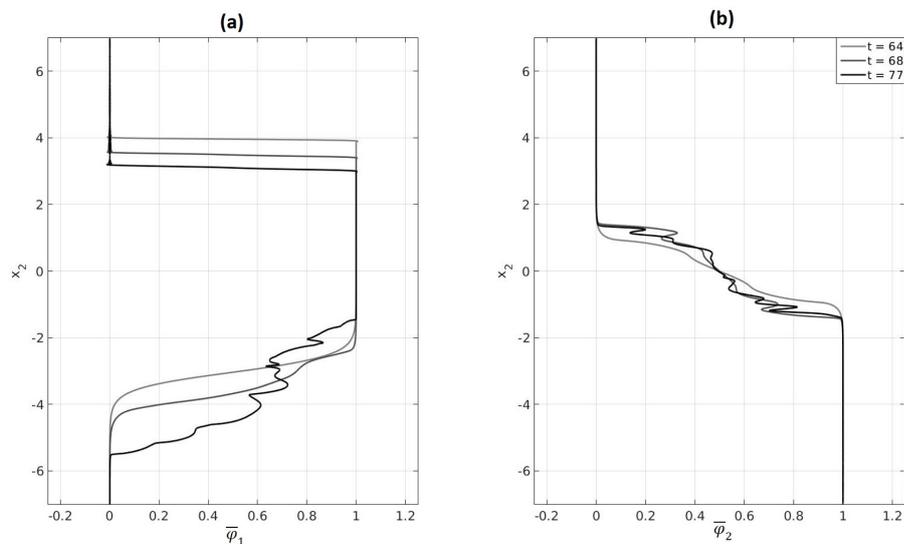


Figura 5.29: Sequência temporal dos perfis médios escalares para os campos de (a) sedimentos,  $\bar{\varphi}_1$ , e (b) o campo salino,  $\bar{\varphi}_2$ .

Conforme já dito, anteriormente, o desenvolvimento da instabilidade, na fase não linear, interfere no processo de sedimentação. Tal consideração pode ser verificada pela diferença da localização da interface de sedimentos com o valor predito por  $-u_s t$ . Para quantificar essa influência no processo de sedimentação, foi calculada a velocidade de queda efetiva e comparada com o valor considerado nesse caso de  $u_s = 0,05$ . O resultado dessa quantificação nos instantes simulados estão expostos na Figura(5.30).

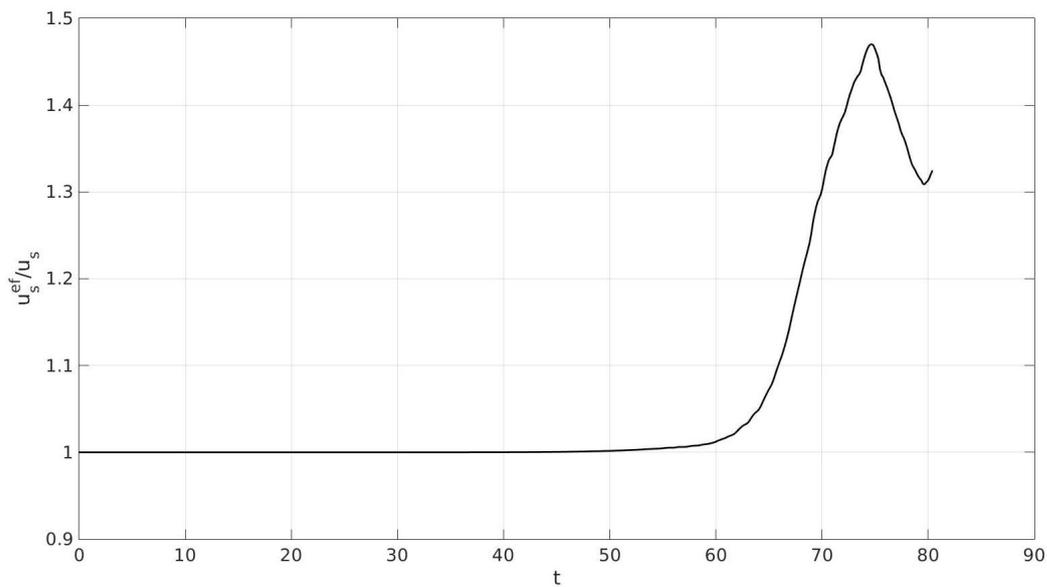


Figura 5.30: Evolução da velocidade de queda efetiva.

O experimento numérico, apresentado nessa secção, indica que a velocidade de queda interfere, de forma significativa, no processo de instabilidade, alterado a configuração imposta pela estratificação. Em todos os casos em que há um processo de sedimentação significativo, existem indicadores comuns: a existência de um subintervalo Viscoso-Convectivo no Espectro das Flutuações do Campo de Sedimentos; Crescimento da difusividade turbulenta do campo de sedimentos; predomínio do fluxo turbulento vertical de sedimentos sobre o horizontal. Em todos esses casos, é observada a formação da instabilidade de Rayleigh Taylor Modificado.

## 6 SIMULAÇÃO TRIDIMENSIONAL DA CAMADA DE MISTURA DUPLAMENTE ESTRATIFICADA

A simulação bidimensional apresentou resultados significativos no que diz respeito à relação entre velocidade de queda e modo de instabilidade. Segundo Martinez (2006) [39], a saturação da instabilidade de Kelvin-Helmholtz produz efeitos tridimensionais, oriundos do fluxo vertical de massa, ou seja, causada pelos efeitos não lineares. As simulações tridimensionais para a camada de mistura, apresentadas neste capítulo, têm por objetivo investigar a topologia das instabilidades formadas em condições semelhantes às propostas no Capítulo 5 e verificar a relação entre a não linearidade e os efeitos tridimensionais. Para as simulações tridimensionais, o domínio de cálculo adotado tem as mesmas dimensões apresentadas nos trabalhos de Burns & Meiburg, [7], Yu et al. [74] e Martinez [39] que consideraram  $L \times 2L \times L$  sendo  $L = \lambda = 7\delta_0$ .

### 6.1 CASOS COM NÚMERO DE RICHARDSON TOTAL NULO

Os resultados, apresentados por Martinez (2006) [39], indicam uma relação de causa e efeito entre instabilidade e estratificação, descrita por meio do Número de Richardson. Para investigar essa relação, na camada de mistura com dois perfis escalares, uma de salinidade e outra de sedimentos com e sem velocidade de queda, foram realizadas duas simulações considerando  $Ri_t = 0$ : uma para  $u_s = 0$  e outra para  $u_s = 0,05$ . Considerou-se que  $Ri_2 = 0,1$  e a amplitude da perturbação inicial em todas as direções é  $10^{-3}$ . A malha de cálculo, adotada para a simulação, foi:  $(n_{x_1}, n_{x_2}, n_{x_3}) = (256, 257, 96)$ .

#### 6.1.1 SEM EFEITO DA VELOCIDADE DE QUEDA

Para o experimento em questão, não foi considerada a velocidade de queda, ou seja  $u_s = 0$ . A taxa de amplificação da perturbação, considerando as três dimensões, é  $\sigma = 0,1885$ , resultado semelhante apresentado no Capítulo 5 para o caso bidimensional. A comparação do desenvol-

vimento da Energia Cinética da Perturbação para os dois casos está exposto na Figura (6.1). O desenvolvimento nos dois casos é próximo conforme é indicado pela taxa de amplificação em cada caso, nos valores de  $\sigma = 0,1898$  para o bidimensional e  $0,1885$  tridimensional. Por esse resultado verifica-se que a simulação bidimensional é suficiente para obter a taxa de amplificação da perturbação. A diferença no início da simulação ocorre devido a amplitude da perturbação inicial, que no caso tridimensional a amplitude é maior. Conforme Metcalfe et al., (1987) [43], perturbações iniciais de pequena amplitude mantêm por mais tempo a estabilidade do escoamento na simulação. Dessa forma o terceiro eixo dissipa a influência da perturbação inicial o que mantém em maior tempo a estabilidade do escoamento. Portanto para diminuir o período estável do escoamento foi necessário impor a amplitude da perturbação inicial maior.

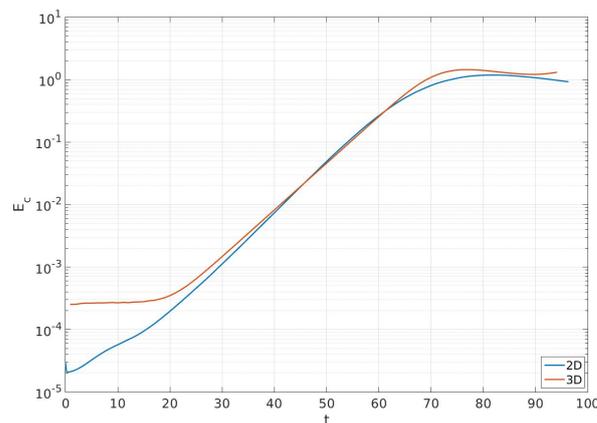


Figura 6.1: Desenvolvimento temporal da Energia Cinética da Perturbação nos casos em que  $Ri_t = 0$  nas situações bidimensional e tridimensional.

O desenvolvimento tridimensional da instabilidade foi observado sob diversos ângulos. A Figura (6.2) apresenta uma comparação entre as vistas  $x_10x_2$  e  $x_30x_2$  e o corte pelo plano  $x_2 = -1$  no instante  $t = 200$ , para o campo de sedimentos,  $\varphi_1$ . Tal visualização permite observar o desenvolvimento longitudinal da instabilidade de Kelvin-Helmholtz.

A evolução temporal da instabilidade, nos campos escalares, está representada na Figura (6.3) e, conforme previsto pela simulação bidimensional para essa configuração, ocorre a formação de vórtices característicos da instabilidade de Kelvin-Helmholtz na vista  $x_10x_2$ . A evolução tridimensional indica que o modo Kelvin-Helmholtz é predominante e as estruturas observadas na vista  $x_30x_2$  não interferem nesse modo de instabilidade.

Os perfis médios escalares das simulações tridimensionais podem ser descritos pelas equações médias de transporte:

$$\frac{\partial \bar{\varphi}_1}{\partial t} - u_s \frac{\partial \bar{\varphi}_1}{\partial x_2} = \frac{1}{Re\tau Sc} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_1}{\partial x_2^2} - \frac{\partial}{\partial x_1} (\overline{u'_1 \varphi'_1}) - \frac{\partial}{\partial x_2} (\overline{u'_2 \varphi'_1}) - \frac{\partial}{\partial x_3} (\overline{u'_3 \varphi'_1}) \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial \bar{\varphi}_2}{\partial t} = \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_2}{\partial x_2^2} - \frac{\partial}{\partial x_1} (\overline{u'_1 \varphi'_2}) - \frac{\partial}{\partial x_2} (\overline{u'_2 \varphi'_2}) - \frac{\partial}{\partial x_3} (\overline{u'_3 \varphi'_2}). \quad (6.2)$$

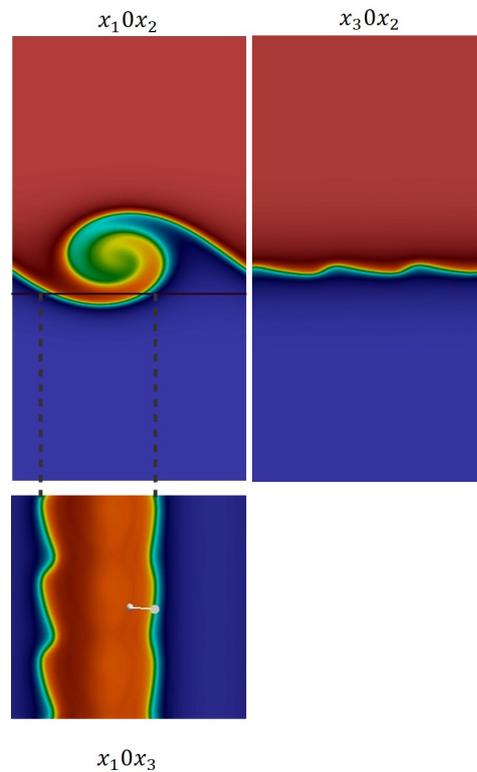


Figura 6.2: Vistas da Instabilidade e corte pelo plano  $x_2 = -1$ , no instante  $t = 200$ .

De forma semelhante ao obtido nas simulações bidimensionais, o desenvolvimento dos perfis médios escalares mantém a forma hiperbólica no período linear, perdendo esse formato com o desenvolvimento da instabilidade, Figura(6.4). As formas simétricas também podem ser vistas no desenvolvimento da não linearidade, o que é captado na evolução dos Fluxos Turbulentos Verticais, do campo de sedimentos,  $F_{21}$ , e da salinidade  $F_{22}$ , Figura (6.5). As simetrias observadas indicam que não há diferença de difusividade turbulenta entre os escalares, fato característico da Instabilidade de Kelvin-Helmholtz.

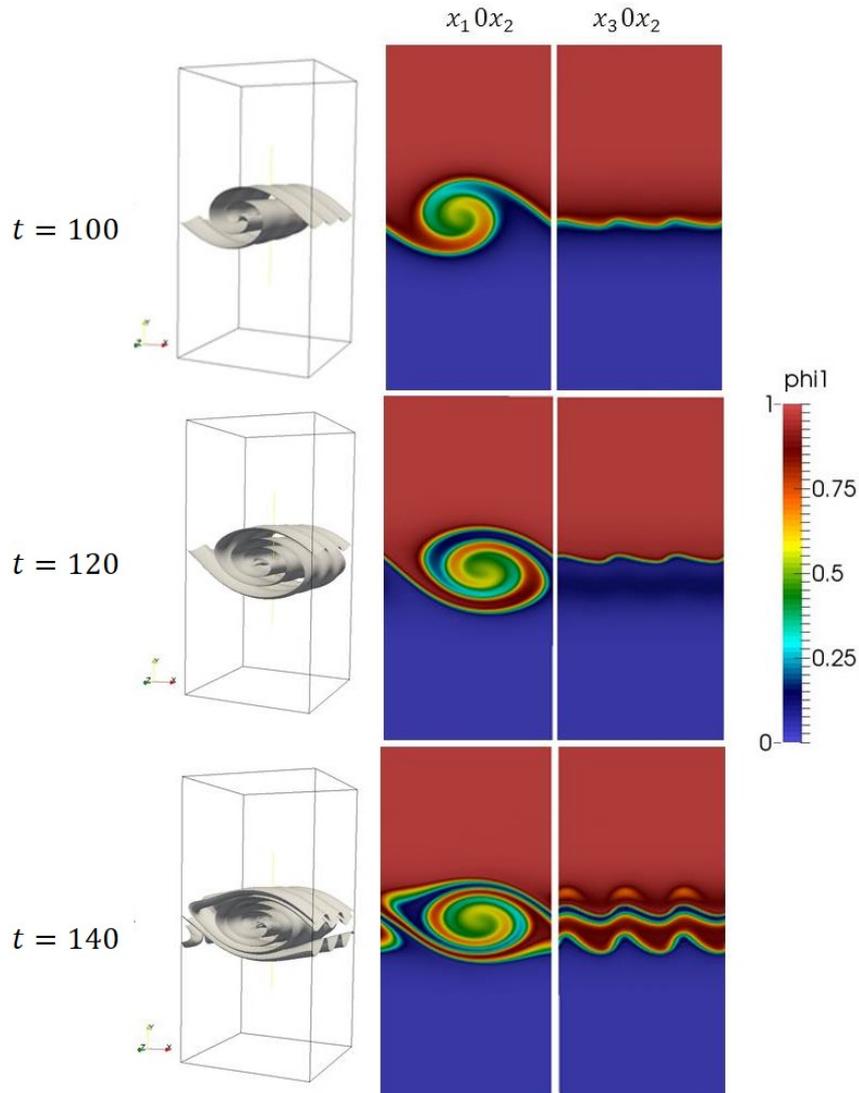


Figura 6.3: Desenvolvimento da Interface ( $\bar{\varphi}_1$ ) nos instantes  $t = 200$ ,  $t = 240$  e  $t = 274$ , e a vistas  $x_1 O x_2$  e  $x_3 O x_2$ .

A evolução da magnitude do Fluxo Médio instantâneo é apresentada na Figura (6.6). Nota-se que o Fluxo Horizontal de Sedimentos tem maior magnitude em boa parte do período de tempo. Porém, nota-se um crescimento da magnitude do Fluxo Vertical de Sedimentos ( $F_{2x_2}$ ) que supera o Fluxo Horizontal durante o período não linear. Os resultados apresentados estão de acordo com Martinez (2006), [39]. Segundo a autora, a instabilidade de Kelvin-Helmholtz, em simulação tridimensional, ocasiona um aumento do fluxo turbulento vertical de massa. Tal comportamento decorre do crescimento da não linearidade, o que sugere que a tridimensionalidade potencializa o crescimento dos termos de derivadas verticais,  $\partial/\partial x_2$ , na Equação (6.1) sobre as demais.

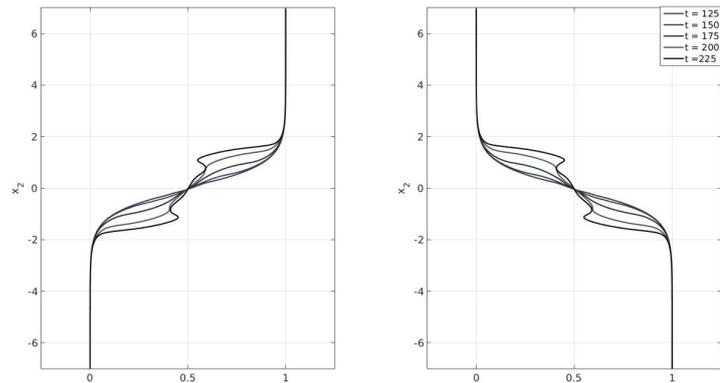


Figura 6.4: Desenvolvimento dos Perfis Escalares Médios, integrados nas direções  $x_1$  e  $x_3$ , nos instantes  $t = 125, 150, 175, 200, 225$ .

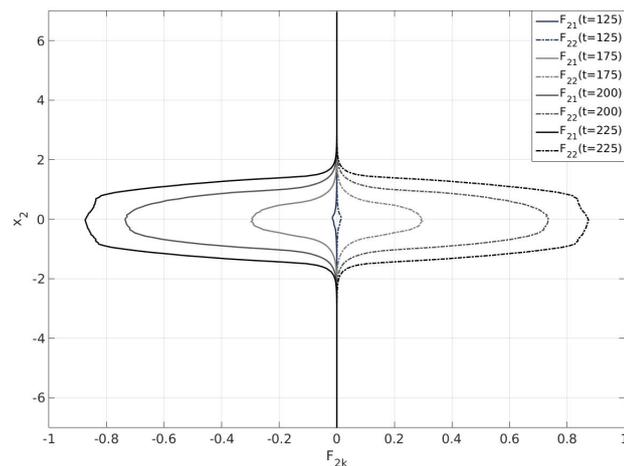


Figura 6.5: Desenvolvimento dos Fluxos Turbulentos Verticais do campo de sedimentos,  $F_{21}$ , e da salinidade  $F_{22}$ , nos instantes  $t = 125, 150, 175, 200, 225$ .

Na simulação bidimensional, para o caso em que  $R_t = 0$ , apresentada na seção 5.4.3, constatou-se que a magnitude do fluxo horizontal era predominante sobre o fluxo vertical, o que foi considerado como característica da Instabilidade de Kelvin-Helmholtz. Na simulação tridimensional, o modo de Kelvin-Helmholtz foi mantido mesmo quando a magnitude do Fluxo Turbulento Horizontal é superada pela magnitude do Fluxo Turbulento Vertical, o que está de acordo com o verificado por Martinez [39].

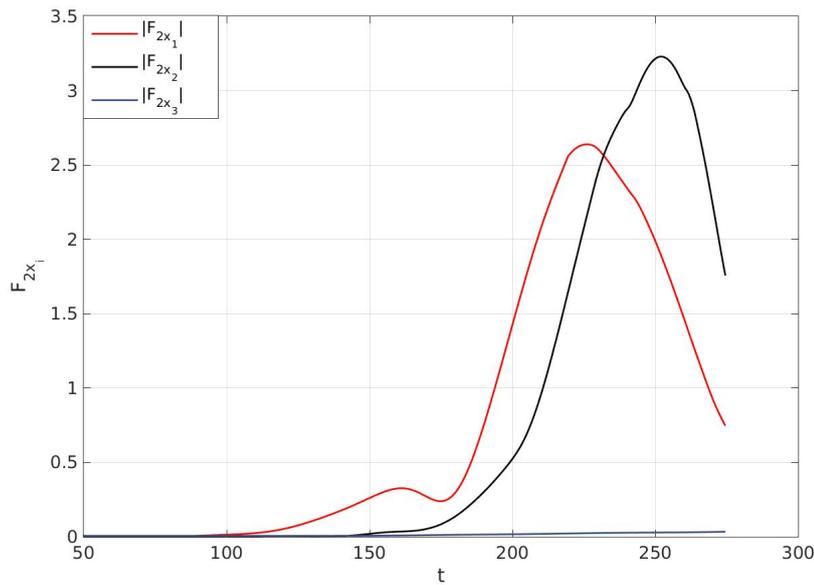


Figura 6.6: Evolução da Magnitude dos Fluxos Médios do caso em que  $Ri_t = 0$  e  $u_s = 0$ .

### 6.1.2 INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE DE QUEDA

Para avaliar a influência da velocidade de queda, foi simulado o caso em que  $u_s = 0,05$  para  $Ri_t = 0$ . A simulação bidimensional para um caso semelhante foi apresentada no Capítulo 5, na Seção 5.3, e verificou-se a formação de Instabilidade de Rayleigh-Taylor Modificado no campo de sedimentos. A simulação tridimensional mostra comportamento semelhante, conforme é visto na Figura (6.7).

Os resultados indicam que no o desenvolvimento de dois tipos de Instabilidade, a de Kelvin-Helmholtz e a de Rayleigh-Taylor Modificada. Conforme foi apresentado no Capítulo 5, na Seção 5.4.3, o modo de Rayleigh-Taylor Modificado é predominante. Na vista  $x_30x_2$ , verifica-se a formação de três estruturas de Rayleigh-Taylor. Dessa forma,  $L = \lambda$  e  $\lambda$  é o comprimento de onda do modo mais amplificado. Como formaram-se três estruturas instáveis, então, o comprimento de onda mais amplificado é  $\lambda_{RTM} = L/3$ . Portanto, o número de onda longitudinal para Rayleigh-Taylor Modificado é  $\beta = 6\pi/L = 2,6928$ . Da mesma forma, como na vista  $x_10x_2$ , verifica-se a formação de três estruturas de Rayleigh-Taylor. O número de onda horizontal é  $\alpha = 1,7952$ .

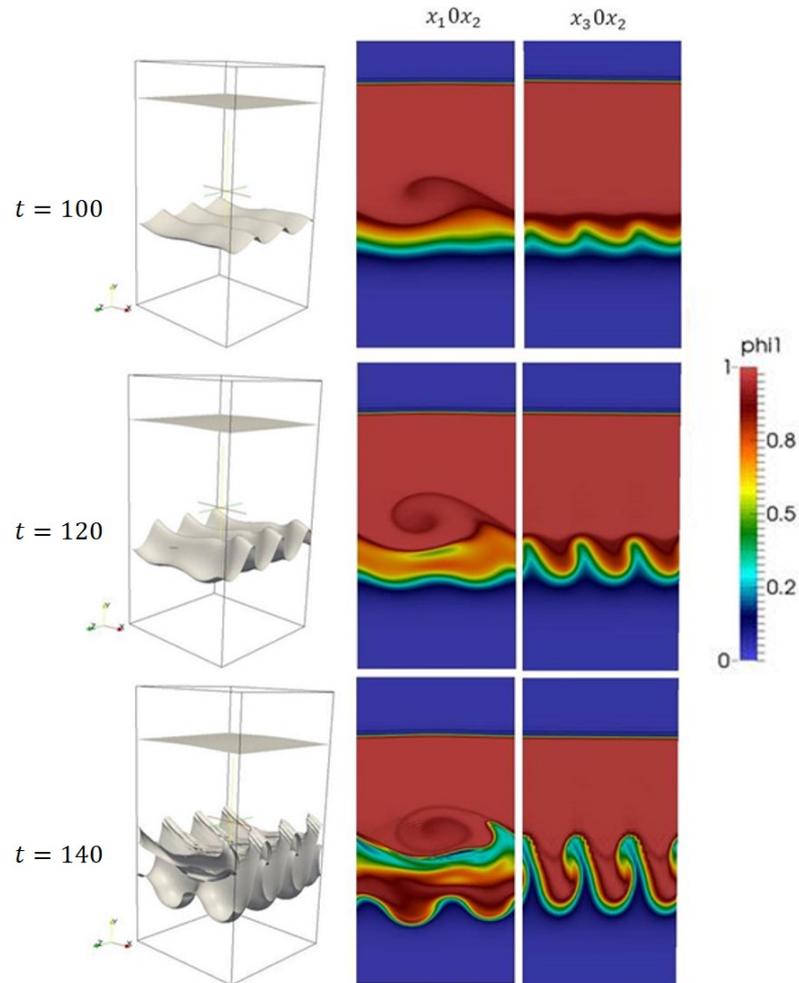


Figura 6.7: Desenvolvimento da interface e do campo de concentração de sedimentos na simulação tridimensional nos instantes adimensionais  $t = 145$ ,  $t = 230$  e  $t = 265$  para o caso em que  $Ri_t = 0$  e  $u_s = 0,05$ .

Os resultados das simulações bidimensionais já indicavam o surgimento desse tipo de fenômeno na camada de mistura, levando à suposição da existência de uma competição entre os dois modos de instabilidade. As simulações tridimensionais reforçam os resultados bidimensionais e confirmam a influência da velocidade de queda no processo de instabilidade.

A Figura (6.8) apresenta a evolução da concentração de sedimentos nos cortes  $x_2 = -3$ ,  $x_2 = -2$  e  $x_1 = -1$ . É possível acompanhar a evolução da sedimentação e as formas que as estruturas instáveis assumem em cada corte. Verifica-se que o corte  $x_2 = -1$  apresenta uma estrutura alongada na direção do eixo  $x_3$ , o que indica a presença de uma estrutura de Kelvin-Helmholtz. No instante  $t = 230$ , no plano  $x_2 = -2$ , ocorre a formação de estruturas elípticas, fato que se repete no instante  $t = 265$ , no plano  $x_2 = -3$ .

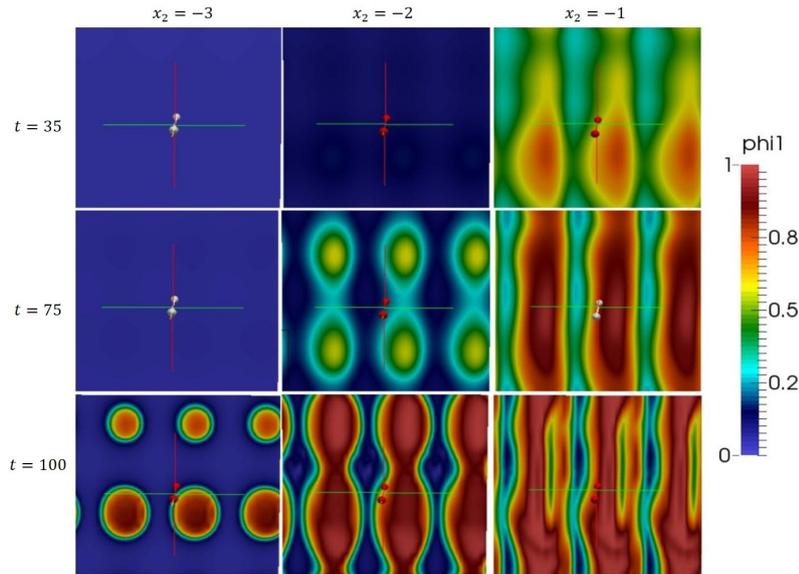


Figura 6.8: Evolução do campo de concentração de sedimentos na simulação tridimensional nos instantes adimensionais  $t = 195$ ,  $t = 230$  e  $t = 265$ . Para cada instante são apresentadas nos planos  $x_2 = -3$ ,  $x_2 = -2$  e  $x_2 = -1$  paralelo ao plano coordenado  $x_1 0 x_3$ .

As estruturas elípticas, observadas nas ordenadas inferiores nos instantes  $t = 230$  em  $x_2 = -2$  e  $t = 265$  e  $x_2 = -3$ , são um indicativo do modo de instabilidade de Rayleigh-Taylor Modificado decorrente da velocidade de queda. Esse tipo de estrutura, como indica a Figura (6.8), ocorre abaixo das estruturas de Kelvin-Helmholtz que, como vistas nas simulações bidimensionais, ocorrem no campo salino. Esse resultado reforça a evidência da relação da velocidade de queda e a instabilidade de Rayleigh-Taylor Modificado.

## 6.2 INSTABILIDADE EM CAMADA DE MISTURA ESTRATIFICADA COM EFEITO DE SEDIMENTAÇÃO

Para avaliar o efeito da sedimentação na camada de mistura estratificada no caso em que  $Ri_t = 1,5$  e que  $Ri_b = 0,3$ , foram simulados dois casos, uma para  $u_s = 0,025$  e o outro para  $u_s = 0,05$ . Os resultados apresentados nas seções anteriores indicam que a velocidade de queda interfere no modo de instabilidade na camada de mistura e, no caso em que  $Ri_t = 0$ , nota-se, ainda, a presença da Instabilidade de Kelvin-Helmholtz. Portanto, os casos simulados nesta seção buscam verificar o tipo de instabilidade formada na camada de mistura nas condições apresentadas.

Para o caso em que a velocidade de queda é  $u_s = 0,025$ , uma sequência evolutiva da concentração de sedimentos é apresentada na Figura (6.9). Conforme previsto pela simulação bidimensional, a simulação tridimensional evidencia os efeitos tridimensionais na instabilidade causados pela velocidade de queda e a competição entre os modos de instabilidade. A Figura (6.10) apresenta o desenvolvimento temporal da concentração de sedimentos no campo salino. Os planos de corte considerados foram  $x_2 = -4$ ,  $x_2 = -3$  e  $x_1 = -2$ . A concentração de sedimentos é observada em regiões isoladas nos planos de ordenadas  $x_2 = -2$  e  $x_2 = -3$ .

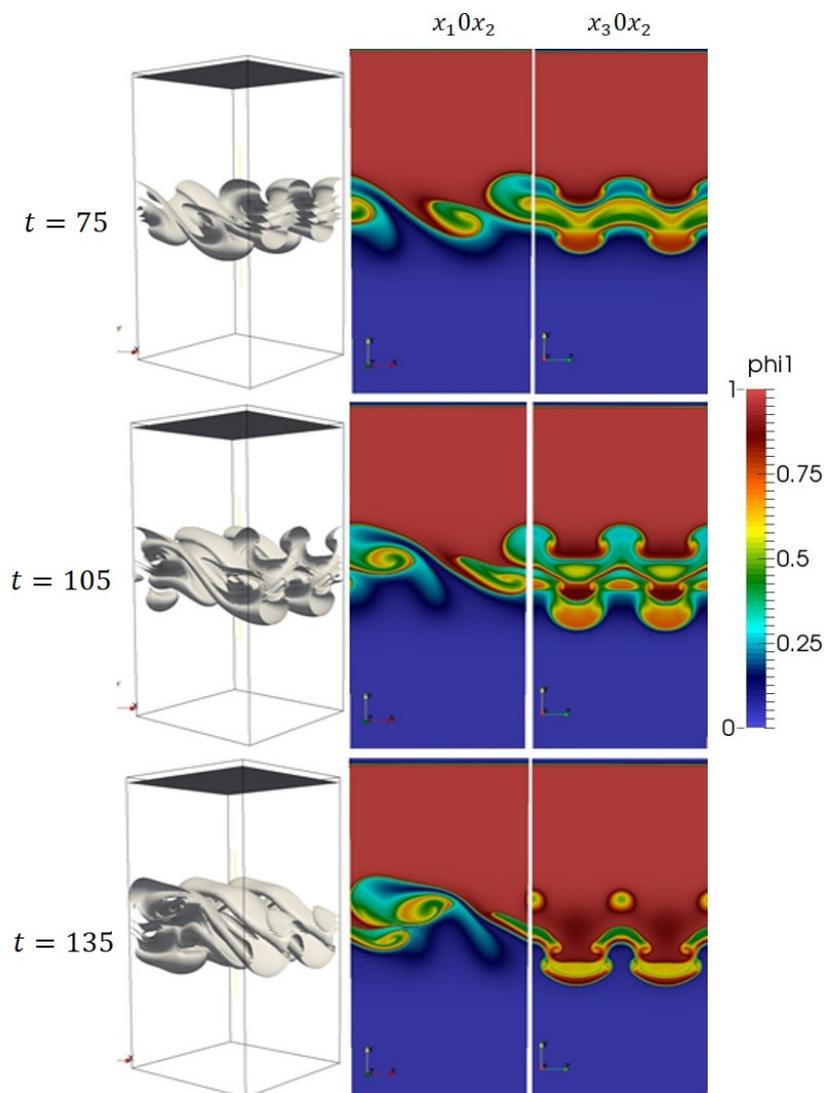


Figura 6.9: Sequência temporal da representação tridimensional do campo de sedimentos. Interface da concentração de sedimentos e as vistas  $x_1 \text{ vs } x_2$  e  $x_3 \text{ vs } x_2$ , obtidos na simulação da camada de mistura em que  $Ri_t = 0,1$  com  $R_\rho = 1,5$  e  $u_s = 0,025$ .

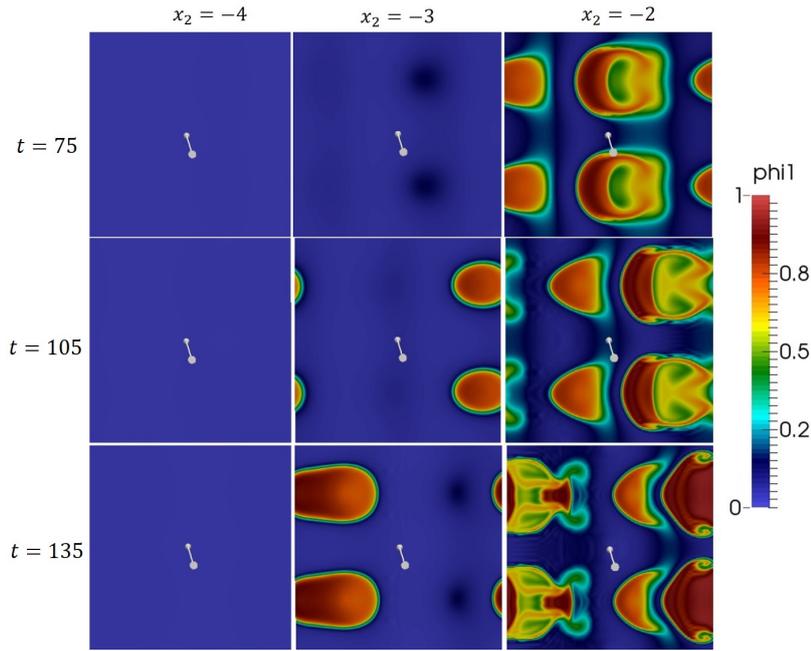


Figura 6.10: Evolução do campo de concentração de sedimentos na simulação tridimensional nos instantes adimensionais  $t = 75$ ,  $t = 105$  e  $t = 135$ . Para cada instante são apresentadas nos planos  $x_2 = -4$ ,  $x_2 = -3$  e  $x_2 = -2$  paralelo ao plano coordenado  $x_10x_3$ .

Para o caso em que a velocidade de queda é  $u_s = 0,05$ , uma evolução do campo de concentração de sedimentos é representado na Figura (6.11). São apresentadas as vistas  $x_10x_2$  e  $x_30x_2$  e a interface dos escalares em representação tridimensional. Conforme predito pela simulação bidimensional para  $u_s = 0,05$ , o modo de Rayleigh-Taylor Modificado é predominante. A simulação tridimensional evidencia os efeitos tridimensionais na instabilidade causados pela velocidade de queda. A Figura (6.12) apresenta os planos de corte nas ordenadas  $x_2 = -4$ ,  $x_2 = -3$  e  $x_2 = -2$ . Verificam-se as regiões de alta concentração de sedimentos nas ordenadas inferiores. Tal comportamento é indicativo da ação da velocidade de queda, porém não é possível identificar se há sinais da presença de instabilidade de Kelvin-Helmholtz.

Para investigar a existência de vórtices de Kelvin-Helmholtz, usou-se o Critério Q. Esse recurso estabelece as regiões positivas do segundo invariante do tensor gradiente de velocidade, permite isolar e visualizar, mais facilmente, estruturas tridimensionais na região turbilhonar. É definido por:

$$Q = \frac{1}{2} (\|\Omega\|^2 - \|S\|^2), \quad (6.3)$$

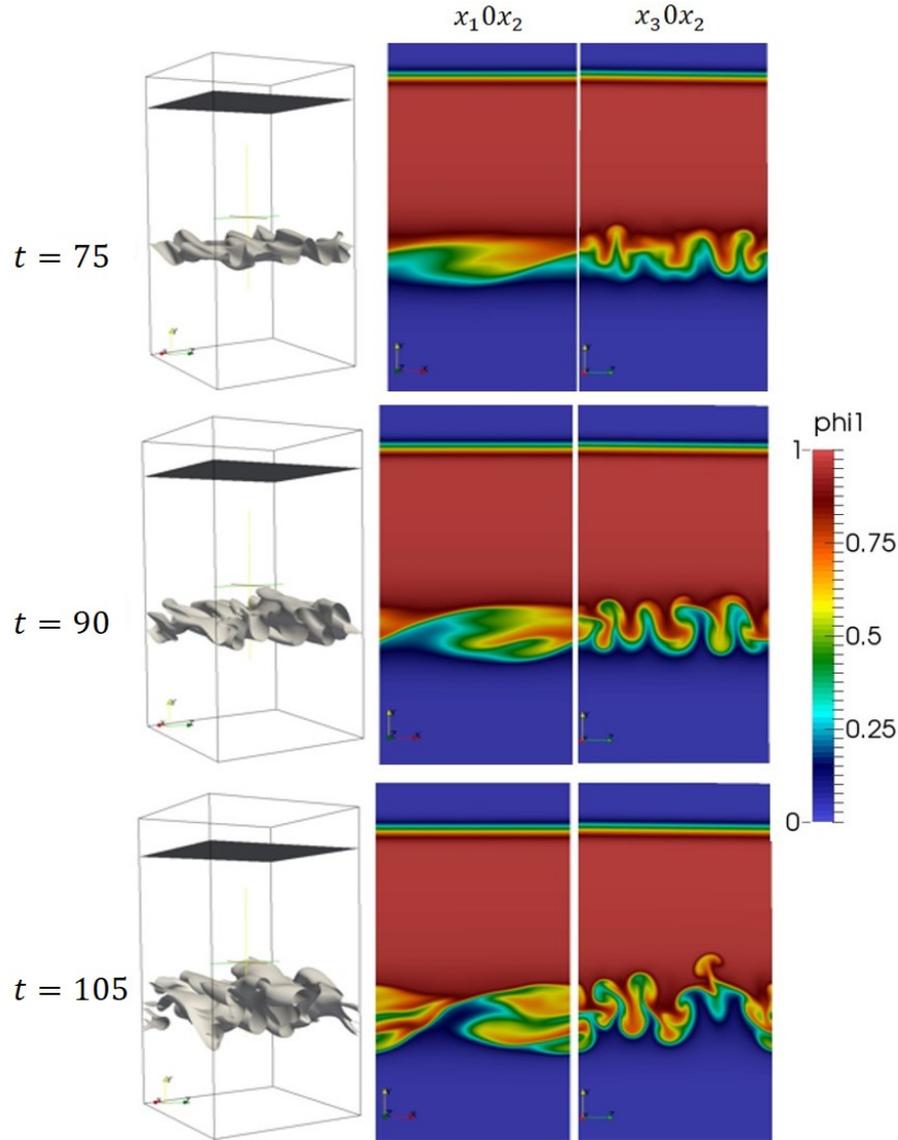


Figura 6.11: Sequência temporal da representação tridimensional do campo de sedimentos. Interface da concentração de sedimentos e as vistas  $x_10x_2$  e  $x_30x_2$ , obtidos na simulação da camada de mistura em que  $Ri_t = 0,1$  com  $R_\rho = 1,5$  e  $u_s = 0,05$ .

sendo

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (6.4)$$

e

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (6.5)$$

Com efeito,  $Q$  corresponde ao balanço entre a taxa de rotação  $\Omega_{ij}\Omega_{ij}$  e a taxa de deformação  $S_{ij}S_{ij}$ . As regiões em que  $Q$  é um valor positivo indicam que a taxa de rotação é superior à de deformação, indicando a zona turbilhonar.

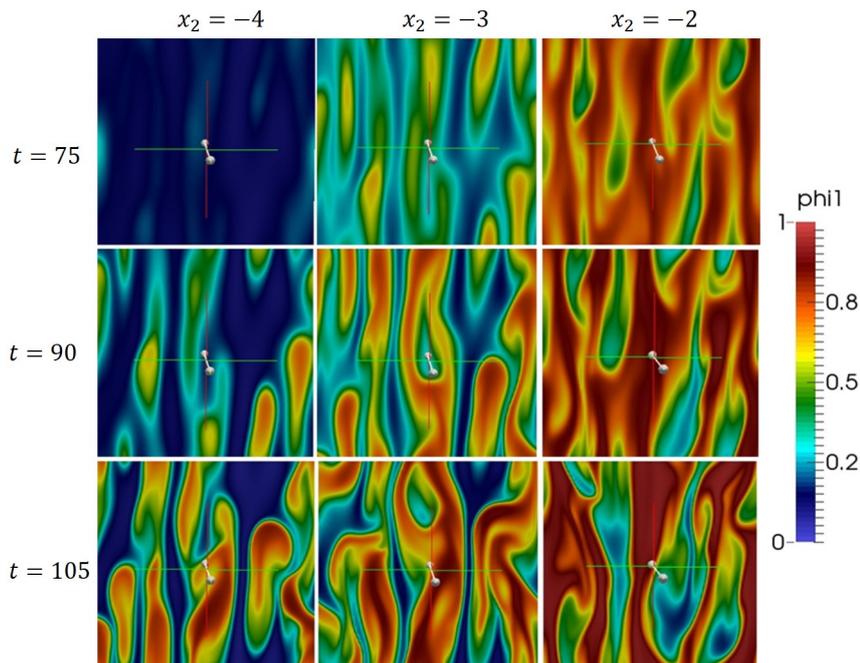


Figura 6.12: Evolução do campo de concentração de sedimentos na simulação tridimensional nos instantes adimensionais  $t = 75$ ,  $t = 90$  e  $t = 105$ . Para cada instantes, são apresentadas nos planos  $x_2 = -4$ ,  $x_2 = -3$  e  $x_2 = -2$  paralelamente ao plano coordenado  $x_1 0 x_3$ .

Conforme foi visto nas simulações bidimensionais, o Modo de Kelvin-Helmholtz fica evidente nas sequências temporais dos campo salinos. A comparação entre sequências evolutivas entre os campos de salinidade e do Critério Q, indicam que a vorticidade acompanha a direção da velocidade de queda e a região instável ocorre abaixo do plano coordenado  $x_2 = 0$ , (Figura 6.13). Como os resultados não indicam a presença de vórtices de Kelvin-Helmholtz e pode-se assumir que a instabilidade decorrente é dominada pela velocidade de queda.

A velocidade de queda interfere na instabilidade do escoamento, modificando o modo de instabilidade na camada de mistura. As simulações tridimensionais possibilitaram a verificação de tal influência e foi possível verificar a formação da instabilidade de Rayleigh-Taylor Modificada. Essa instabilidade apresenta um caráter tridimensional, consequência da não linearidade que tem um maior crescimento devido ao processo de sedimentação.

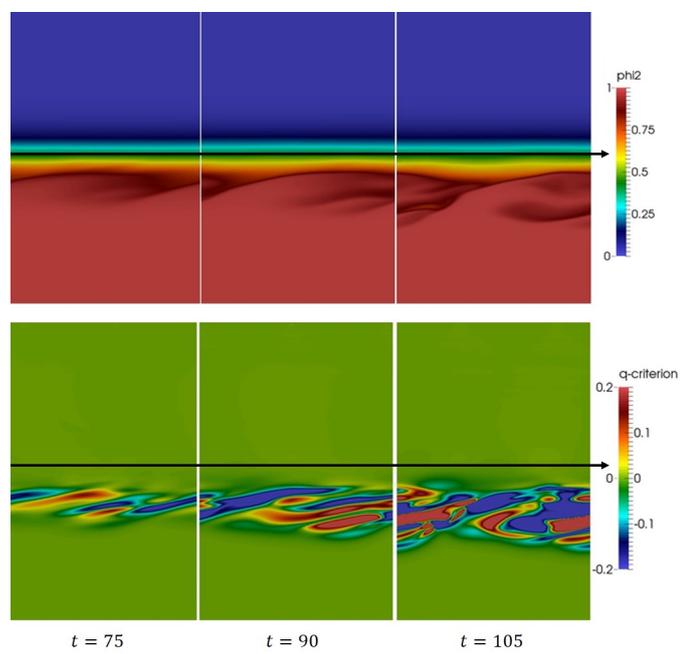


Figura 6.13: Sequências temporais de concentração salina e Critério Q, na vista  $x_1 0 x_2$  do caso em que  $u_s = 0,05$  e  $R_p = 1,5$ .

## 7 CONCLUSÕES E PERSPETIVAS

Na foz de um rio, a água carregada de sedimentos gera uma corrente de densidade que pode formar uma camada de mistura. Nessa situação, a água fresca carregada de partículas se sobrepõem à água com concentração salina. Essa configuração é propícia para a formação de instabilidades hidrodinâmicas que podem interferir no processo de sedimentação das partículas transportadas pelo fluxo do rio. Para caracterizar as instabilidades geradas em determinadas configurações, de densidade e de velocidade de queda, a presente investigação apresentou um modelo matemático para o escoamento e os resultados da simulação computacional por Simulação Numérica Direta.

O presente trabalho apresentou resultados obtidos em experimentos numéricos que simularam a instabilidade ocorrida na configuração de correntes hipopícnais. As simulações tinham por objetivo investigar a relação entre velocidade de queda e estratificação com a ocorrência de instabilidades hidrodinâmicas e sua associação com os processos de mistura e de sedimentação.

Foram realizados três conjuntos de simulações numéricas. Em todos os casos simulados, a configuração fundamental considerou dois perfis escalares hiperbólicos opostos. O perfil instável simulou a concentração do campo de sedimentos e o perfil estável a concentração do campo salino.

O primeiro conjunto de experimentos numéricos tinha por objetivo validar a metodologia numérica, investigar a relação entre os de coeficientes de difusividade de massa dos escalares e a instabilidade, sob efeito ou não da velocidade de queda dos sedimentos e caracteriza a instabilidade resultante dessas interações.

O segundo conjunto tinha por objetivo simular a camada de mistura bidimensional duplamente estratificada, sob efeito ou não da velocidade de queda no campo escalar de sedimentos, com a finalidade de caracterizar a instabilidade hidrodinâmica resultante, e analisar as interações não lineares e suas consequências.

No terceiro conjunto de experimentos, simulou-se a camada de mistura tridimensional duplamente estratificada, sob efeito ou não da velocidade de queda no campo escalar de sedimentos, com a finalidade de investigar as interações tridimensionais causadas pela instabilidade.

As simulações numéricas dos escoamentos foram realizadas usando o código *Incompact3d*, escrito em FORTRAN 90, que resolve, numericamente, as Equações da Continuidade, Navier-Stokes e Advecção-Difusão, para escoamento incompressível, utilizando esquemas compactos para a discretização espacial. A integração no tempo foi aproximada pelo método de Adams-Bashforth de terceira ordem. A metodologia numérica utilizada foi a DNS.

Os resultados apresentados avançam um pouco no conhecimento dos fenômenos de instabilidade hidrodinâmica. O trabalho, realizado por Martinez (2006) [39], considerou a camada de mistura instável, ao passo que Ferreira (2014) [17] considerou a camada de mistura estável sob efeito de uma declividade. Os experimentos numéricos de Burns & Meiburg (2015) [7] e Yu et al. (2015)[74] consideraram dois perfis escalares, estável (salinidade) e instável (sedimentos), para simular uma corrente hipopical, porém não consideraram a camada cisalhante. Alsinan et al. (2017) [1] simularam a instabilidade que ocorre na interação entre massa e temperatura sem camada cisalhante. Nesse sentido, o presente trabalho avança na simulação numérica da instabilidade hidrodinâmica na camada de mistura com as duas configurações, a estável e a instável simultaneamente, com e sem efeito da velocidade de queda; propõe a decomposição da taxa de amplificação da perturbação com a finalidade de identificar o agente indutor da instabilidade; avalia os efeitos não lineares como agentes da sedimentação efetiva; propõe uma classificação da instabilidade na camada de mistura; e avalia os efeitos tridimensionais da instabilidade formada pela velocidade de queda na camada de mistura. De forma específica, o desenvolvimento da pesquisa possibilitou responder às questões propostas inicialmente, no Capítulo 1.

### **1) Como a velocidade de queda e a estratificação interferem no desenvolvimento das instabilidades?**

Pela análise dos resultados, foi possível constatar que a taxa de amplificação depende da estratificação, de tal forma que, quanto maior for o número de Richardson Total,  $Ri_t$ , mais estável será o escoamento, o que está de acordo com a análise de estabilidade linear apresentada por Hazel (1972) [22] e as simulações de Martinez (2006) [39] e Ferreira

(2014) [17]. Porém, os trabalhos citados consideram, apenas, um perfil escalar, e, Hazel e Martinez trabalharam com configuração instável e Ferreira com configuração estável. Quanto à taxa de amplificação, os resultados apresentados estão de acordo com a análise de estabilidade linear de Farenzena (2017) [16], que considerou dois perfis escalares e variando o Número de Richardson Total. No tocante à velocidade de queda, as simulações indicam a independência da taxa de amplificação em relação à velocidade de queda, na faixa de valores para  $u_s$ , na qual foram realizadas as simulações.

Segundo os resultados obtidos, a velocidade de queda potencializa os efeitos não lineares no campo de sedimentos conforme indicou a evolução dos fluxos turbulentos. Por outro lado, a estratificação, ligada à estabilização do escoamento, perde capacidade de manutenção do equilíbrio, como mostrado nas simulações da última seção do Capítulo 5, para velocidades de queda maiores e com  $Ri_t = 0,25$ .

**2) A velocidade de queda e a estratificação afetam a formação de vórtices e os perfis escalares? De que forma? Quais são os fatores que contribuem?**

Nos escoamentos sem velocidade de queda, a instabilidade gerada depende, apenas, da camada cisalhante, cuja espessura depende da estratificação [39]. Nos escoamentos sob efeito da velocidade de queda no campo de sedimentos, foi verificado um desacoplamento da instabilidade nos campos escalares, gerando uma competição entre os modos de instabilidade. O campo salino manteve-se sob efeito da camada cisalhante e gerou uma vorticidade característica da instabilidade de Kelvin Helmholtz. Já no campo de sedimentos, ocorre a formação de vórtices abaixo do eixo do escoamento base, característicos de instabilidade gerada exclusivamente de efeitos gravitacionais. Nesse caso, a instabilidade gerada é a de Rayleigh Taylor Modificada. Essa instabilidade é decorrente da ação do empuxo [12] e, conforme visto nos Capítulo 4 e 5, é dependente da velocidade de queda. Como a velocidade de queda está diretamente ligada ao crescimento do fluxo turbulento vertical, o efeito não linear dá a predominância ao modo Rayleigh Taylor Modificada.

**3) A instabilidade gerada pela velocidade de queda apresenta estruturas tridimensionais?**

Conforme verificado em trabalhos anteriores, a instabilidade de Kelvin Helmholtz é uma instabilidade de caráter bidimensional [39]. Com efeito da velocidade de queda, a instabilidade assume forte caráter não linear, criando características tridimensionais. O primeiro indício de tal fato foi verificado nas simulações bidimensionais, visto o desacoplamento da instabilidade nos campos escalares, indicando a necessidade de ampliação do sistema de representação. Os efeitos tridimensionais ficaram evidentes nas simulações tridimensionais, nas situações com e sem velocidade de queda. A simulação tridimensional possibilitou verificar formações topológicas características dos modos de instabilidade, previstas pelas estatísticas dos experimentos bidimensionais.

**4) A instabilidade gerada pela velocidade de queda afeta o processo de mistura do escoamento?**

Conforme verificado no Capítulo 5, para o caso em que  $u_s = 0$ , a estratificação não altera o processo difusivo, de forma que a razão entre os coeficientes de difusividade turbulenta do campo de sedimentos e do campo salino permanece constante e igual a 1. Com efeito, é possível verificar simetria nas relações  $F_1(t, x_2) \times x_2$  e  $F_2(t, x_2) \times x_2$ . A perda da simetria nos perfis se deve à velocidade de queda, que afeta o processo de instabilidade e desenvolve a difusividade turbulenta no campo de sedimentos.

**5) A instabilidade proporciona interferência de forma significativa no processo de sedimentação?**

Os experimentos do Capítulo 4 indicaram que qualquer instabilidade é suficiente para interferir no processo de sedimentação. Esse resultado foi observado na simulação da camada de mistura sem velocidade de queda. Para ambos os casos com a saturação do período linear, é possível mensurar uma velocidade de sedimentação efetiva, cuja intensidade está relacionada a taxa de amplificação de forma direta. Nos caso em que há uma velocidade de queda, verificou-se que a suposição da Lei de Stokes para sedimentação é válida, apenas, na fase linear da instabilidade. Com efeito, o crescimento da não linearidade afeta a sedimentação com maior intensidade que a prevista pela velocidade de Stokes.

A presente investigação sugere como futuros trabalhos:

- Investigar a instabilidade na camada de mistura duplamente estratificada com diferentes coeficientes de difusividade,  $\tau > 1$ ;
- Investigar a instabilidade na camada de mistura duplamente estratificada com um perfil instável de temperatura e avaliar a influência da velocidade de queda;
- Simular a instabilidade em escoamento estratificado com diferentes granulometrias;
- Investigar detalhadamente, o desenvolvimento da instabilidade secundária de Rayleigh-Taylor Modificado na camada de mistura.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] ALSINAN, A., MEIBURG, E., AND GARAUD, P. A settling-driven instability in two-component, stably stratified fluids. *J. Fluid Mech.* **816** (2017), 243 – 267.
- [2] BATES, C. C. Rational theory of delta formation. *AAPG* **37** (1953), 2119 – 2162.
- [3] BERNAL, L. P., AND ROSHKO, A. Streamwise vortex structure in mixing layer. *J. Fluid Mech.* **170** (1986), 499–525.
- [4] BHATTACHARYA, J. P., AND MACEACHERN, J. A. Hyperpycnal rivers and prodeltaic shelves in the cretaceous seaway of north america. *J. Sedimentary Res.* **79** (2009), 184 – 209.
- [5] BOFFO, C. H. Modelagem física de correntes de densidade em ambientes salinos sob diferentes contrastes de densidade. Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Porto Alegre, 2010.
- [6] BURNS, P., AND MEIBURG, E. Sediment-laden fresh water above salt water: linear stability analysis. *J. Fluid Mech.* **691** (2012), 279–314.
- [7] BURNS, P., AND MEIBURG, E. Sediment-laden fresh water above salt water: non-linear simulations. *J. Fluid Mech.* **762** (2015), 156–195.
- [8] CARDOZO, G., AND JELLINEK, A. M. A new view of the dynamics, stability and longevity of volcanic clouds. *Earth and Planetary Science Letters* **325 - 326** (2012), 39 – 51.
- [9] CARPENTER, J. R., SOMMER, T., AND WÜEST, A. Stability of a double-diffusive interface in the diffusive convection regime. *Journal of Physical Oceanography* **42** (2011), 840 – 854.
- [10] CASPER, A. Wave clouds"bring the beach to breckenridge. <https://loghome.com/articles/article/wave-clouds-bring-beach-breckenridge>, 2015.

- [11] DAVIS, P. A., AND PELTIER, W. R. Some characteristics of the kelvin-helmholtz and resonant over-reflection modes of shear flow instability and of their interaction through vortex pairing. *Journal of the Atmospheric Sciences* **36** (1979), 2394–2412.
- [12] DRAZIN, P., AND REID, W. H. *Hydrodynamic Stability*. Cambridge University Press, Cambridge, 1981.
- [13] ÇENGEL, Y. A., AND GHAJAR, A. *Heat and mass transfer : fundamentals and applications*. McGraw-Hill, New York, 2011.
- [14] FARENZENA, B. A. Análise de estabilidade linear em plumas hipopícnais. Master's thesis, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais, Porto Alegre, 2016.
- [15] FARENZENA, B. A., AND SILVESTRINI, J. H. Particle-laden hypopycnal stratified shear layer: linear stability analysis. *ABCM Spring School on Transition and Turbulence* **10** (2016), 10.
- [16] FARENZENA, B. A., AND SILVESTRINI, J. H. Linear stability analysis of particle-laden hypopycnal plumes. *Physics of Fluids* **29** (2017), 124108–1 – 124108–9.
- [17] FERREIRA, D. E. T. I. *Análise numérica de uma camada de mistura estavelmente estratificada com efeito de declividade*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Porto Alegre, 2014.
- [18] FERZIGER, J. H., AND PERIC, M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer, United States of America, 1997. 364p.
- [19] FLORINDO-LOPEZ, C. Mixing in the oceans. some extraordinary phenomena. <http://moocs.southampton.ac.uk/oceans/2014/11/23/mixing/>, Nov. 2014.
- [20] GENNARO, E. M., AND RODRÍGUES, R. , *Turbulência, cap: Ferramentas Avançadas para a análise de instabilidade global de escoamentos complexos*, vol. 10. ABCM, 2016, pp. 1–63.

- [21] GREEN, T. The importance of double diffusion to the settling of suspended material. *Sedimentology* **34** (1987), 319–331.
- [22] HAZEL, P. Numerical studies of stability of inviscid stratified shear flows. *J. Fluid Mech.* **51** (1972), 39–61.
- [23] HE, X., ZHANG, R., AND DOOLEN, G. On the three-dimensional rayleigh taylor instability. *Physics of Fluids* **11** (1999), 1143 – 1152.
- [24] HENNIGER, R., KLEISERA, L., AND MEIBURG, E. Direct numerical simulations of particle transport in a model estuary. *J. Turbulence* **39** (2010), 1–39.
- [25] HOYAL, D. C. J. D., BURSIK, M. I., AND ATKINSON, J. F. The influence of diffusive convection on sedimentation from buoyant plumes. *Journal of Marine Geology* **159** (1999), 205 – 220.
- [26] HOYAL, D. C. J. D., BURSIK, M. I., AND ATKINSON, J. F. Settling driven convection: A mechanism of sedimentation from stratified fluids. *Journal of Geophysical Research: Oceans* **104(C4)** (1999), 7953 – 7966.
- [27] HUPPERT, H. E., AND MANINS, P. C. Limiting conditions for salt-fingering at an interface. *Deep-Sea Research* **20** (1973), 315 – 323.
- [28] HUTTULA, T. Modeling in aquatic environment. <http://www.eme.okayama-u.ac.jp/Sections/SHISETSU/lecture/L1-Intro-Models-Huttula.pdf>, July 2019.
- [29] JAZI, S. D., AND WELLS, M. Enhanced sedimentation beneath particle-laden flows in lakes and the ocean due to double-diffusive convection. *Journal of Geophysical Research: Oceans* **43** (2016), 10883 – 10890.
- [30] JOSEPH, D. D. *Stability of Fluid Motions I*. Springer Tracts in Natural Philosophy., USA, 1976.
- [31] JUNIPER, M. P., HANIFI, A., AND THEOFILIS, V. Modal stability theory. *Applied Mechanics Reviews* **66** (2014).

- [32] LAIZET, S., AND LAMBALLAIS, E. High-order compact schemes for incompressible flows: a simple and efficient method with quasi-spectral accuracy. *Journal Computers and Fluids* **228** (2009), 589 – 601.
- [33] LAIZET, S., AND LI, N. A powerful tool to tackle turbulence problems with up to  $o(10^5)$  computational cores. *Int. J. Numer. Meth. Fluids* **67** (2011), 1735 – 1757.
- [34] LAMBALLAIS, E., FORTUNÉ, V., AND LAIZET, S. Straightforward high-order numerical dissipation via the viscous term for direct and large eddy simulation. *J. Comp. Phys.* **230** (2011), 3270–3275.
- [35] LELE, S. K. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics* **103** (1992), 16 – 42.
- [36] LESIEUR, M. *Turbulence in Fluids*. Kluwer Academic Publishers., Netherlands, 2008.
- [37] LOWE, D. R. Sediment gravity flows: II. depositional models with special reference to the deposits of high-density turbidity currents. *Journal of Sedimentary Petrology* **52** (1982), 279 – 297.
- [38] MARTINEZ, D. M., SCHETTINI, E. B. C., AND SILVESTRINI, J. H. The formation of streamwise vortices in a 3d stably stratified temporal mixing layer by large-eddy simulation. *International Congress of Mechanical Engineering* **19** (2007), 9.
- [39] MARTINEZ, D. M. V. *Transição à turbulência na camada de mistura estavelmente estratificada utilizando simulação numérica direta e simulação de grandes escalas*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Porto Alegre, 2006.
- [40] MCCOOL, W. W., AND PARSON, J. D. Sedimentation from buoyant fine-grained suspensions. *Continental Shelf Research* **24** (2004), 1129 – 1142.
- [41] MEDEIROS, M. A. F., SILVESTRINI, J. H., AND MENDONÇA, M. T. Using linear and non linear stability theory for evaluating code accuracy. In *Proceeding of the III Escola de Primavera de Transição e Turbulência*. (Florianópolis - Brasil, 2002).

- [42] MENDONÇA, M. T. Turbulência, cap: Estabilidade de escoamentos laminares: teoria linear. *ABCM* **2** (2003), 245 – 304.
- [43] METCALFE, R., ORSZAG, S. A., BRACHET, M. E., MENON, S., AND RILEY, J. J. Secondary instability of a temporally growing mixing layer. *J. Fluid Mech.* **184** (1987), 207 – 243.
- [44] MICHALKE, A. On the inviscid instability of the hyperbolic tangent velocity profile. *J. Fluid Mech.* **19** (1964), 543 – 556.
- [45] MORAES, R. Foz do rio doce. <http://g1.globo.com/espírito-santo/noticia/2015/11/lama-no-rio-doce-saiba-o-impacto-na-vida-na-economia-e-na-natureza.html>, 2017.
- [46] MULDER, T., AND ALEXANDER, J. The physical character of subaqueous sedimentary density flows and their deposits. *Sedimentology* **48** (2001), 269–299.
- [47] MULDER, T., AND ALEXANDER, J. Experimental quasi-steady density currents. *Marine Geology* **186** (2002), 195–210.
- [48] NECKER, F., HÄRTEL, C., AND MEIBURG, E. High-resolution simulations of particle-driven gravity currents. *International Journal Multiphase Flow* **28** (2002), 279–300.
- [49] NOWACKI, D. J., HORNER-DEVINE, A. R., NASH, J. D., AND JAY, D. A. Rapid sediment removal from the columbia river plume near field. *Continental Shelf Research* **35** (2011), 16 – 28.
- [50] ORTON, G. J., AND READING, H. G. Variability of deltaic processes in terms of sediment supply, with particular emphasis on grain size. *Sedimentology* **40** (1993), 475 – 512.
- [51] PARSONS, J. D., AND BUSH, J. W. M. Hyperpycnal plume formation from riverine outflows with small sediment concentrations. *Sedimentology* **48** (2001), 465 – 478.
- [52] PIERREHUMBERT, R. T., AND WIDNALL, S. E. The two and three-dimensional instabilities of a spatially periodic shear flows. *J. Fluid Mech.* **114** (1982), 59–82.
- [53] SAITO, S., ABE, Y., AND KOYAMA, K. Lattice boltzmann modeling and simulation of liquid jet breakup. *Physical Reviews* **96** (2017).

- [54] SCASE, M. M., BALDWIN, K. H., AND HILL, R. J. A. Suppression of the rayleigh-taylor instability by rotation. In *International Congress of Theoretical and Applied Mechanics* (Montreal - Canadá, 2016).
- [55] SCHEU, K. R., FONG, D. A., AND S. G. MONISMITH, O. B. FRINGER. Sediment transport dynamics near a river inflow in a large alpine lake. *Limnology and Oceanography* **60** (2015), 1195 – 1211.
- [56] SCHIEBER, J. Mud re-distribution in epicontinental basins - exploring likely processes. *Marine and Petroleum Geology* **71** (2016), 119 – 133.
- [57] SCHMID, P. J. Nonmodal stability theory. *Physical Rev. E* **92** (2007), 129 – 162.
- [58] SCHMID, P. J., AND HENNINGSON, D. S. *Stability and Transition in Shear Flows*. Springer - Applied Mathematical Sciences., USA, 2001.
- [59] SHI, P. How does density and buoyancy work in plasmas? <http://www.quora.com/How-does-density-and-buoyancy-work-in-plasmas>, 2017.
- [60] SILVESTRINI, J. H. *Turbulência, cap: Simulação Numérica Direta e de Grandes Escalas de Escoamentos Transicionais e Turbulentos.*, vol. 2. ABCM, 2000, pp. 1–81.
- [61] SMYTH, W. D., AND KIMURA, S. Mixing in a moderately sheared salt-fingering layer. *J. of Physical Oceanography* **41** (2010), 1364 – 1384.
- [62] STAQUET, S. Two-dimensional secondary instabilities in a strongly stratified shear layer. *J. Fluid Mech.* **296** (1995), 73 – 126.
- [63] STERN, M. The salt-fountain and thermohaline convection. *Tellus* **12** (1960), 172–175.
- [64] STERN, M. E., AND TUNNER, J. S. Salt finger and convection layer. *Deep-Sea Res.* **16** (1969), 497 – 511.
- [65] STOMMEL, H., ARONS, A. B., AND BLANCHARD, D. An oceanographic curiosity: the perpetual salt fountain. *Deep-Sea Research* **3** (1956), 152 – 153.

- [66] SUTHERLAND, B. R. Stratified shear flow: Instability and wave radiation. *WIT Transactions on State of the Art in Science and Engineering* **6** (2005), 81–106.
- [67] TAYLOR, G. I. Effect of variation in density on the stability of superposed streams of fluid. *Proc. Roy. Soc.* **132 (820)** (1931), 499 – 523.
- [68] TENNEKES, H., AND LUMLEY, J. L. *A first course in turbulence*. The MIT press, United States of America, 1972. 300p.
- [69] TUNNER, J. S. Salt fingers across a density interface. *Deep-Sea Res.* **14** (1967), 599 – 611.
- [70] UMEDA, T., AND WADA, Y. Secondary instabilities in the collisionless rayleigh-taylor instability: Full kinetic simulation. *Physics of Plasmas* **23** (2016).
- [71] WEIGHT, R. W. R., ANDERSON, J., AND FERNANDEZ, R. Rapid mud accumulation on the central texas shelf linked to climate change and sea level rise. *J. Sedimentary Res.* **81** (2011), 743 – 764.
- [72] WRIGHT, L. D., AND NITTROUER, C. A. Dispersal of river sediments in coastal seas: Six contrasting cases. *Estuaries* **18(3)** (1995), 494 – 508.
- [73] YU, X., HSU, T. J., AND BALACHANDAR, S. Convective instability in sedimentation: linear stability analysis. *Journal of Geophysical Research: Oceans* **118** (2013), 256 – 272.
- [74] YU, X., HSU, T. J., AND BALACHANDAR, S. Convective instability in sedimentation: 3d numerical study. *Journal of Geophysical Research: Oceans* **119** (2014), 8141 – 8161.