CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA

Concepção e descrição de situações olímpicas com auxílio do GeoGebra

Concept and description of olympic situations with GeoGebra aid

Cícera Carla do Nascimento Oliveira[1]; Francisco Régis Vieira Alves[2]; Rodrigo Sychocki da Silva[3];

RESUMO

Propõe-se neste artigo, um recorte da dissertação de mestrado de Oliveira (2016), a descrição de situações didáticas voltadas para a resolução de problemas de Olimpíadas de Matemática em sala de aula como forma de ensino e aprendizado. Por meio da Engenharia Didática, especificamente das duas primeiras etapas, realizou-se uma análise de materiais que contemplam atividades olímpicas, buscando perceber o quanto estes podem ou não contribuir com a prática do professor em sala de aula. Objetiva-se descrever uma estratégia de ensino para o entendimento e evolução da resolução de problemas olímpicos, sendo que esta sequência de aprendizado segue as fases da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau. Investigam-se questões de Olimpíada de Matemática que possam ser usadas em sala de aula com o auxílio do software GeoGebra. Infere-se que ao fazer uso de um meio dinâmico na exploração dos problemas, o professor pode gerenciar uma aula que permitirá o envolvimento do estudante em várias etapas do desenvolvimento e construção do conhecimento em análise.

Palavras-chave: *Aprendizagem; Olimpíada de Matemática; Teoria das Situações Didáticas; Situações Olímpicas; Tecnologias Digitais.*

ABSTRACT

This article proposes a description of the dissertation of Oliveira (2016), the description of didactic situations aimed at solving problems of Mathematical Olympiads in the classroom as a form of teaching and learning. Through Didactic Engineering, specifically the first two stages, an analysis was made of materials that contemplate Olympic activities, seeking to understand how these may or may not contribute to the teacher's practice in the classroom. The objective of this course is to describe a teaching strategy for the understanding and evolution of the resolution of Olympic problems, and this sequence of learning follows the stages of Guy Brousseau's Theory of Teaching Situations. Mathematical Olympiad questions that can be used in the classroom with the help of GeoGebra software are investigated. It is inferred that by making use of a dynamic means in the exploration of problems, the teacher can manage a class that will allow the student's involvement in several stages of the development and construction of the knowledge under analysis.

Keywords: *Learning; Mathematical Olympiad; Theory of Didactic Situations; Olympic Situations; Digital Technologies.*

[1] IFCE – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Quixadá/CE – Brasil.
[2] IFCE – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza/CE – Brasil.
[3] UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre/RS – Brasil.

1. INTRODUÇÃO

Devido ao avanço das Olimpíadas de Matemática no Brasil nos últimos anos, os organizadores destas competições estão cada vez mais envolvidos em fazer com que os estudantes possam se preparar. Para tal dispõe-se de programas, tais como o Polo Olímpico de Treinamento Intensivo – POTI e OBMEP na Escola, e materiais de apoio tanto pela internet quanto presencial. Almeja-se com tais ações contribuir na preparação dos estudantes para a realização dessas provas e potencializar o ensino e o aprendizado da Matemática, quando tais materiais são usados em sala de aula pelos professores. Contudo, não há sinalização nos materiais sobre o uso da tecnologia e não há preocupação em debater sobre metodologias de ensino que possam ser utilizadas ao se fazer uso do material. Dessa forma, tem-se como objetivo neste texto discorrer sobre as situações didáticas de Brousseau (1986) e relações com a preparação de Olimpíadas de Matemática, fazendo-se uso das tecnologias digitais, especificamente do software GeoGebra.

Neste trabalho usa-se uma leitura da Teoria das Situações Didáticas (TSD) que diz ser preciso controlar "as relações de um aluno com o meio" (BROUSSEAU, 2008, p.27), onde deve ser percebida a troca de informações não codificadas, as mensagens codificadas e a troca de opiniões. Acredita-se que seja importante no processo educacional o aluno ser convidado a realizar suas próprias descobertas e formular estratégias, pois na construção de uma solução há uma exploração de diversos conhecimentos, inclusive dos conhecimentos prévios.

O resultado final de uma atividade proposta pode ser o fim, porém a produção que se faz é que permite a construção do conhecimento. Por isso é relevante que uma aula seja estruturada antecipadamente usando-se meios e instrumentos que possam estimular o raciocínio do estudante.

Com essa prerrogativa, desenvolve-se uma situação de ensino norteada pela metodologia de resolução de problemas olímpicos, segundo as fases dialéticas de Brousseau (1986). Tal constructo será chamado de *Situação Didática Olímpica* ou, resumidamente, *Situação Olímpica*, e servirá de apoio às atividades olímpicas ministradas pelo professor.

Apresenta-se e debate-se ao longo do presente artigo:

- Dois problemas olímpicos que tenham potencial para uso do software GeoGebra, o qual entende-se que seja um possível recurso na elaboração, verificação e (re)elaboração de conjecturas e hipóteses pelos estudantes;
- Estruturação de *Situações Didáticas* relativas a problemas olímpicos.
- Desenvolvimento da resolução de atividade olímpica como sendo um objeto a ser pesquisado e explorado pelos estudantes e professores fazendo-se uso do software GeoGebra.

Considera-se que "o estudo sobre a Olimpíada de Matemática (...) almeja a melhoria na qualidade de Ensino da Matemática e serve como um instrumento de estímulo à busca de novos conhecimentos" (ALVES, 2010, p. 13). De fato, a competitividade que visa uma premiação pode despertar o interesse por parte do estudante em estudar/pesquisar e se aprofundar em conteúdos vistos não tão somente em sala de aula. E, ainda nota-se que há escolas que se sentem motivadas pelas premiações, por isso desenvolvem atividades de preparação para tal competição. Portanto, acredita-se que tais ações derivadas de uma prática de ensino que envolva Olimpíadas e Ensino de Matemática contribuam para o campo de discussão da Educação Matemática e mereçam ser debatidas neste manuscrito.

2. OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA NO BRASIL

As Olimpíadas de Matemática surgiram no Brasil no ano de 1967 (BURIGO, 1989) no estado de São Paulo, tendo o Grupo de Estudo do Ensino de Matemática (GEEM) como organizador (1967 e 1969).

Realizada pela Academia Paulista de Ciências, aconteceu no ano de 1977, a Olimpíada Paulista de Matemática (OPM). Dois anos mais tarde (1979) ocorreu a 1ª Olimpíada de Matemática (OBM) em âmbito nacional, organizada pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). A OBM desde a sua primeira edição tem tido alterações até chegar aos moldes atualmente conhecidos.

Há mais de 25 anos o Ceará tem se destacado no cenário das Olimpíadas de Matemática, tais como: Olimpíada Cearense de Matemática, Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) e Projeto Leituralizar e Numeratizar. Conforme Barbosa (2005), o projeto de Olimpíadas surgiu pela necessidade de melhoria da qualidade do ensino, devido aos baixos índices educacionais do Brasil o que comprometia o futuro do desenvolvimento do país, em particular, pelo baixo nível em que o ensino de Matemática até então era oferecido.

Em 2005, por iniciativa do Governo Federal, a partir das experiências das olimpíadas no Ceará, realizou-se um dos maiores esforços governamentais visando melhor o ensino de Matemática no País. Criou-se a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), oportunizando, conforme o discurso da época, a "identificação de talentos". Os moldes da OBMEP tal como acontece nas Olimpíadas de Matemática no Ceará; com treinamento e premiação de um número expressivo de estudantes e retornos financeiros para as escolas da rede municipal de ensino, o que serve de certa forma como um incentivo à melhoria. Com o passar dos anos, novas Olimpíadas de Matemática surgiram por diversas regiões do Brasil, instigando não apenas desvendar talentos, mas sim contribuir na melhoria do ensino de Matemática.

3. REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA

Ainda que o estudo da Matemática não seja considerado fácil, é necessário que a escola oportunize ao estudante a possibilidade de aprendê-la, a partir da construção do raciocínio, conforme afirma Brousseau (1999). Se o estudante conhece e utiliza formas de raciocinar, possivelmente produzirá argumentos na resolução de problemas no qual possa se deparar. Assim, percebe-se que seja necessária por parte do professor, a preocupação de criar elementos, situações e fazer uso de materiais e métodos que norteiem as atitudes do aprendiz em matemática.

Para embasar as situações olímpicas, realizou-se inicialmente um levantamento, uma análise de livros e materiais de apoio específicos para a preparação das Olimpíadas de Matemática. Teve-se o cuidado de realizar uma amostragem representativa do universo olímpico em âmbito nacional e internacional das Olimpíadas de Matemática, conforme dispomos abaixo.

- **Livros Nacionais/escrito em língua portuguesa/materiais de apoio:** Técnicas em Olimpíadas de Matemática – Combinatória (Marcelo Rufino Oliveira); Teoria dos Números (Renato Carneiro de Souza), Olimpíadas Paraenses de Matemática: 2000 – 2009 (Marcelo Rufino Oliveira), Círculos Matemáticos – A experiência Russa (Dimitri Fomim, Sergey Genkin e Ilia Itenberg), Banco OBMEP (diversas versões) e materiais de apoio do Polo Olímpico de Treinamento Intensivo (POTI).

- **Livros Internacionais:** II Olimpiada Nacional Escolar de Matemática (Jorge Tipe Villanueva), IV Olimpiada Nacional Escolar de Matemática (Jorge Tipe Villanueva et al.), Mathematical Olympiad Challenges (Titu Andreescu e Răzvan Gelca), 103 trigonometry problems – from the training of the USA IMO team (Titu Andreescu e Zuming Feng).

A partir do fato que os materiais (livros e afins) olímpicos apresentam diversos problemas como uma forma de treinamento, fazendo aparecer várias questões com mesma natureza de solução, bem como as mesmas sendo tratadas em ordem de dificuldade de raciocínio acredita-se que os materiais não tenham sido pensados sobre a ótica da forma como o estudante poderia enxergar tal proposição. Em outras palavras, os materiais não seriam provocativos ao ponto de fazer os estudantes elaborarem os seguintes questionamentos: "Qual conteúdo já conheço que talvez me auxilie na resolução? Devo conhecer novos conteúdos ou apenas ideias que sirvam de modelo aos problemas futuros? Como posso pensar em fazer uma construção que ajude na formação inicial das ideias preliminares de solução?"

Segundo Victor (2013, p.16) a prática da resolução de problemas é um dos fatores de grande contribuição na aprendizagem matemática para obtenção de um desempenho satisfatório, pois permite o amadurecimento do raciocínio. A partir dessa leitura e por observação dos avanços tecnológicos das últimas décadas com o desenvolvimento de recursos computacionais, considera-se que a tecnologia possa contribuir de forma significativa no ensino e na aprendizagem da matemática.

Portanto, objetivou-se com a pesquisa fazer além de uma simples descrição das situações que possam ser utilizadas por professores na preparação para olimpíada. Tal descrição, fundamentada em etapas tem como objetivo desenvolver habilidades e capacidades que permitam aos aprendizes a construção e reconstrução do conhecimento, que incentivem o pensamento, a reflexão, a análise, a descoberta e a criação. Ou seja, que as atividades oportunizem a aprendizagem da matemática.

4. APORTE METODOLÓGICO DA PROPOSTA

A pesquisa trata apenas de uma parte da Engenharia Didática (ED), a saber: análise prévia e análise *a priori*. Pretendeu-se identificar e apresentar quais problemas poderiam ser potencializados pela utilização do GeoGebra e com os quais se pudesse realizar as construções, de maneira que as resoluções tivessem corelações com a Teoria das Situações Didáticas (TSD).

Artigue (1988, apud LEIVAS, 2014), precursora da ED, acredita que o ensino deve ser pensado como uma pesquisa, o qual deve acontecer no ambiente de ensino, sendo construído como um projeto de engenharia. Leivas (2014) afirma que é necessário que o ensino seja planejado antes de sua ação em sala de aula. A sequência de aulas ou atividades deve ser planejada e organizada coerentemente. Dessa forma, entende-se que o planejamento de uma aula, especificamente, de preparação para Olimpíada de Matemática, especificamente, não deve ser apenas elaboração e resolução de problemas olímpicos, mas um momento de fazer o estudante percebe-se enquanto produtor de conhecimentos.

4.1. Engenharia Didática

A Engenharia Didática (ED), metodologia de raiz francesa, é constituída de quatro etapas ou fases: 1ª fase, análise preliminar; 2ª fase, concepção e análise *a priori*; 3ª fase, experimentação; 4ª fase, análise *a posteriori* e validação. Descreve-se a seguir as características das duas primeiras fases da ED, conforme o que se deseja abordar neste manuscrito.

Análise prévia – É necessário que seja feito um levantamento sobre três dimensões relacionadas a um conteúdo a ser visto em sala de aula: a epistemologia, a didática e a cognição. Na pesquisa aqui relatada, objetivou-se em analisar os livros e materiais de apoio que são disponibilizados pelas organizadoras de Olimpíadas de Matemática (bancos de questões, provas do passado e outros). A análise concentrou-se em verificar como os materiais procuram preparar os estudantes que visam realizar Olimpíadas de Matemática, qual a metodologia empregada, quais ferramentas computacionais são propostas ou não.

Concepção e Análise a priori – Referem-se às decisões dos problemas e/ou instrumentos que devem ser expostos aos estudantes para que eles sejam colocados em desequilíbrio cognitivo. Artigue (1996, apud Gomes, 2008, p. 11) considera essa fase composta por duas partes: descritiva e preditiva. É preciso que se tenha conhecimento sobre as escolhas no sentido global e no âmbito local, com a descrição da ação que será realizada. O intuito é criar uma situação controlável, prevendo quais anseios e dificuldades os estudantes poderão apresentar, de forma a ter um aprendizado planejado. É nesta etapa que se faz, de forma propriamente dita, o planejamento da aula, como ela irá ocorrer, descrevendo todos os seus passos.

Por meio da análise prévia descrevem-se os problemas indicados para o uso da tecnologia. Especificamente, para a utilização do GeoGebra. Segundo Almouloud (2007, p. 178) é preciso que sejam discutidos pelo pesquisador os resultados e as questões levantadas pela pesquisa. Tal análise deve ser feita considerando-se as interações dos alunos com o *milieu*[4] adidático e didático.

4.2. Teoria das Situações Didáticas

Conforme Brousseau (1999) trata-se das interações conjuntas entre professor e estudante em um meio, onde são estabelecidas relações entre conhecimentos ou transformações de conhecimentos em saberes. Posta a oportunidade para que o estudante reflita sobre a forma de agir, perceba como o pensamento funciona, aprimorando o desempenho cognitivo diante dos desafios propostos no contexto do ensino e da aprendizagem em Matemática.

Brousseau (1975, apud Almouloud, 2007) entende que o ensino da matemática deva seguir um conjunto de situações identificáveis, as quais preveem o comportamento do estudante diante de um problema proposto e quais caminhos o discente deverá considerar na construção da solução. Pommer (2008) argumenta que a utilização de problemas permite que o estudante possa expressar diferentes formas de visualizar um caminho favorecendo diversas estratégias de construir respostas aos desafios propostos. O autor defende a possibilidade do estudante expor verbalmente ou de outra maneira o procedimento que o fez chegar àquela resposta.

Brousseau (2008) reflete que é preciso considerar que o estudante constrói conhecimento por meio da experiência de vida, mas aprende adaptando-se a fatores de dificuldades e desequilíbrio. Por isso um meio sem intenções didáticas é incapaz de estimular o estudante a construir novos conhecimentos. Desse pensamento, depreende-se que cabe ao professor fazer uma seleção apropriada dos problemas

[4] Expressão usada para designar "meio" ou "um dispositivo criado por alguém que queira ensinar um conhecimento ou controlar sua aquisição" (BROUSSEAU, 2008, p.28).

a serem utilizados com intuito de provocar no estudante as adaptações desejadas, tendo em vista que existe pelo menos uma situação que caracteriza e diferencia um conhecimento matemático.

Tendo em vista o foco da discussão, cabe acentuar que uma definição de situação seja "o modelo de interação de um sujeito com um meio específico que determina certo conhecimento" (BROUSSEAU, 2008, p. 19) e as *situações didáticas* são os modelos de ensino estruturados pelas atividades do professor e do aluno. Assim, a TSD baseia-se na preocupação em identificar tudo que "colabora no componente matemático de sua formação" (BROUSSEAU, 2008, p. 53).

Para Brousseau (1986, apud TEIXEIRA e PASSOS, 2013) o aprendizado deve partir de algo já conhecido do aluno, uma situação do seu interesse que contemple uma evolução matemática partindo do conhecido e permitindo que discente consiga conjecturar e inferir novas situações matemáticas, propiciando a criação do novo e do inusitado.

Para que haja um fluxo de conhecimento específico e controle do que está sendo abordado é preciso o uso de um dispositivo, que denota um *milieu* material, no caso em questão: a aplicação de problemas olímpicos, cujas resoluções são realizadas com o auxílio do GeoGebra. Por outro lado, um *milieu* se refere a "um dispositivo criado por alguém que queira ensinar um conhecimento ou controlar sua aquisição" (BROUSSEAU, 2008, p. 28), podendo ser uma situação-problema, um jogo ou qualquer outra atividade com prerrogativa de aprendizado, porém se não for explícito esse tipo de situação é chamado por Brousseau de situação *adidática*.

Por conseguinte, a Teoria das Situações Didáticas (TSD) é composta por quatro fases: ação, formulação e validação e institucionalização, que segundo Almouloud (2007) são assim definidas:

Ação – "deve permitir ao aluno julgar o resultado de sua ação e ajustá-lo, se necessário, sem a intervenção do mestre [...] exprimir suas escolhas e decisões por ações sobre o *milieu*. Nela as interações estão centralizadas na tomada de decisões" (ALMOULOUD, 2007, p. 37 e 38). Nesta fase acredita-se que seja o momento em que o estudante deva identificar quais conteúdos e conhecimentos o mesmo detém para serem usados na questão proposta.

Formulação – "consiste em proporcionar ao aluno condições para que este construa, progressivamente, uma linguagem compreensível por todos" (ALMOULOUD, 2007, p 38). Tal linguagem pode oral ou escrita, e estar redigida em língua natural ou matemática, criando um modelo que pode ser formulado com sinais ou regras comuns. Na presente etapa, o grupo de estudante deve averiguar um sistema de representação ou sistemas de representações que tornem homogênea a comunicação de mensagens entre seus interlocutores. Para tanto, nessa fase o professor poderá usar instrumento(s) que contribua na formulação de elementos matemáticos. No presente contexto trata-se da apresentação das construções realizadas no GeoGebra.

Validação – "o aprendiz deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem matemática (modelo da situação) ao julgamento de um interlocutor" (ALMOULOUD, 2007, p. 39). Almeja-se um debate sobre a certeza das asserções. Deseja-se que haja discussões entre os aprendizes quanto à modelagem matemática apresentada, pois nesse momento esta deve ser objeto de atenção entre os estudantes e as devidas correções que devem ser feitas.

Institucionalização – "o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber" (ALMOULOUD, 2007, p. 40). O novo conhecimento deve ser incorporado aos esquemas mentais dos estudantes. Assim, a figura do professor se mostra imprescindível, no sentido de fazer aderir uma dimensão global e cultural para determinado conhecimento matemático, pois nessa fase há a formalização das soluções de problemáticas propostas.

Assim a partir de uma leitura na teoria das Situações Didáticas busca-se descrever situações de ensino, específicas para desenvolver no estudante, participante de Olimpíada de Matemática, o estímulo para o raciocínio, bem como a postura do professor diante de uma problemática. Com isso, talvez seja possível identificar quais os comportamentos e os conhecimentos que os estudantes terão diante de cada problema e quais os saberes devem ser explorados antecipadamente e de que maneira.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Um dos pontos observados nos materiais de apoio e livros pesquisados é a utilização do termo "treinamento" como forma de aprendizado. Todavia, acredita-se que isso deve estar aliado ao desenvolvimento do raciocínio, para assim estimular estratégias de resolução. Percebe-se que os conteúdos olímpicos são pouco vistos em estudos convencionais fazendo com que, do ponto de vista do estudante, eles sejam tratados/assumidos como assuntos de alta complexidade.

Neste cenário, considera-se que "a utilização de um recurso computacional que possa auxiliar a percepção das problemáticas, mobilizando as categorias de raciocínio lógico-matemático formal ou não contribuem na elaboração do raciocínio" (ALVES, 2012 p.150). Alves (2012, p. 152) ainda considera que a estrutura mental voltada à resolução de um problema pode ser encarada como um plano, no qual se emprega um conjunto de operações, e com estas pode-se prever alguma solução. Sabe-se que nem todos os problemas são passíveis de conjecturações pela percepção, contudo esse procedimento permite que surjam estratégias e argumentos matemáticos, necessários na elaboração de um problema de Olimpíada de Matemática.

Conceber uma aula conforme a TSD com o auxílio do software GeoGebra, permite-se por meio das construções ou da interatividade apresentada em cada situação, o entendimento do procedimento de resolução de maneira mais facilitada e, simultaneamente, propicia aos estudantes desenvolver estratégias para que ocorra a formalização matemática em cada problema. É necessário, por parte do professor, o uso de estratégias metodológicas que oriente o estudante à construção da solução das situações-problema, pois:

> O passo inicial é que, de alguma forma, dentro do conteúdo que está sendo estudado no momento, devemos utilizar alguma estratégia de modo que o aluno se sinta motivado. Podemos desenvolver um problema com o aluno, conduzindo-o à resposta, encaminhando a resolução e sugerindo alguns passos. Esse procedimento será muito gratificante para o estudante, o qual se sentirá fortalecido para soluções futuras de outros problemas. (VICTOR, 2013, p. 2)

Há inúmeros caminhos na solução dos problemas, os quais são difíceis do estudante trilhar sozinho; porém com o auxílio do professor, tal percurso pode tornar-se menos obscuro. Assim, acredita-se que o docente deve introduzir formas diversas de aprendizado que propicie o entendimento por parte dos estudantes na construção da solução de problemas, tornando-se um colaborador na construção do conhecimento pelos discentes.

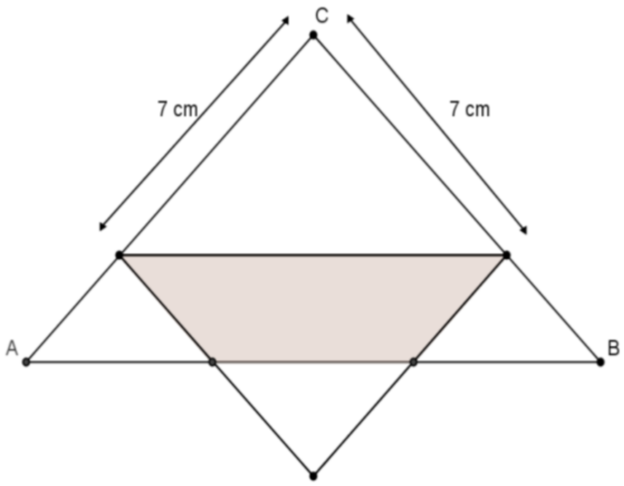
A seguir apresenta-se e discutem-se duas situações olímpicas à luz dos conceitos teóricos apresentados.

5.1. Situação Olímpica 1

Conhecimentos prévios: área de triângulo e função.

Problema - (Prova f2 – OBMEP 2013 – questão 4 (item b))

A figura mostra um triângulo de papel *ABC*, retângulo em *C* e cujos catetos medem 10 cm. Para cada número *x* tal que $0 \leq x \leq 10$, marcam-se nos catetos os pontos que distam *x* cm do ponto *C* e dobra-se o triângulo ao longo da reta determinada por esses pontos. Indicamos por $f(x)$ a área, em cm², da região onde ocorre sobreposição de papel. Por exemplo, na figura abaixo a área da região cinzenta, em cm², é $f(7)$.



Escreva as expressões de f (x) para $0 \leq x \leq 5$ e $5 \leq x \leq 10$.

Ação – Ao se deparar com a problemática é intuitivo que o estudante olhe para área poligonal como sendo apenas área de trapézio, pois pode percebê-la como sendo uma região fixa, ou que se trata da diferença entre áreas de triângulos; ou ainda que a área esteja dividida em dois resultados de acordo com a sobreposição. Assim, deve-se inicialmente encontrar informações numéricas ou algébricas que conduzam para a construção da solução. Considerando-se que a percepção esteja de forma correta, ou ainda, se for registrada de forma errada e enganosa em algum momento da ação, por parte do estudante, a área é uma região fixa. Neste aspecto, o professor pode mostrar de forma interativa a área em diversas posições fazendo uso do software GeoGebra destacando a área resultante da interseção visando contribuir na compreensão dos estudantes. A etapa do auxílio do docente deve ocorrer na fase seguinte, na formulação.

Formulação – Conforme Brousseau (1999) essa fase corresponde pelos argumentos/modelos matemáticos formalizados ou não, realizados pelo estudante diante da situação a ser solucionada. Dessa forma, o professor poderá realizar por meio de movimentos da figura, denotando a área de interesse, as possibilidades de valores da variável x, oportunizando ao estudante que possa conjecturar sobre o modelo que deverá descrever a área. A Figura 1 abaixo ilustra o que foi mencionado.

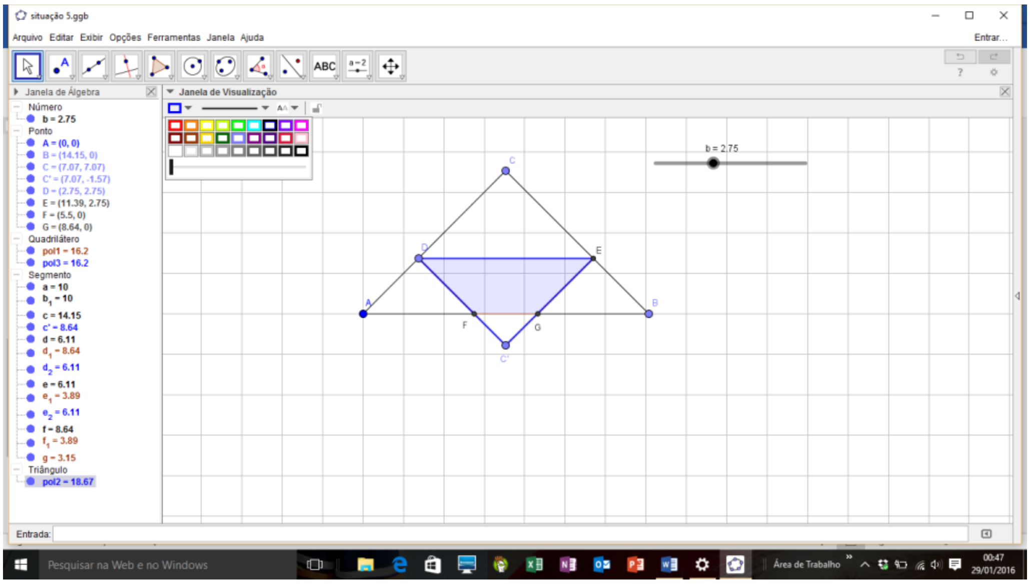


Figura 1. Área de sobreposição entre os triângulos.
Fonte: Autores

Almeja-se que os estudantes consigam deduzir que a área, sendo esta quando o triângulo fica totalmente sobreposto, vale $\frac{x^2}{2}$, para $0 \le x \le 5$. Ainda, pela interatividade deve ser percebido e argumentado que se $5 \le x \le 10$ a área será x^2. Para tanto é preciso constatar se os estudantes identificam as medidas DF e FC′, no caso $(10 - x)$ e $(2x - 10)$, respectivamente. Se essa constatação não for possível é necessário que o professor intervenha por meio de questionamentos, tais como: "Qual a medida de AD? Vocês percebem alguma correspondência entre a medida de AD e DF? Contudo, quanto mede DC′ e FC′?". O intuito é oportunizar que o estudante identifique a área do triângulo FGC′, obtendo *f(x),* a área sobreposta, como sendo $\frac{x^2}{2}$, quando $0 \le x \le 5$; $\frac{x^2}{2} - \frac{(2x-10)^2}{2}$ quando $5 \le x \le 10$, ou de modo equivalente, $\frac{-3x^2 + 40x - 100}{2}$ para $5 \le x \le 10$.

Validação – É a fase onde o estudante deve provar e comprovar seus resultados, por meio da apresentação e discussão sobre o que foi feito. Fazendo uso dos conceitos e principais ideias usadas no problema acredita-se que seja possível que o estudante tenha consciência de que sem o conhecimento de função com a discriminação de domínio a sua constatação não seria possível. Portanto, nota-se ser importante retomar discussões prévias e realçar o papel da argumentação no processo em construção.

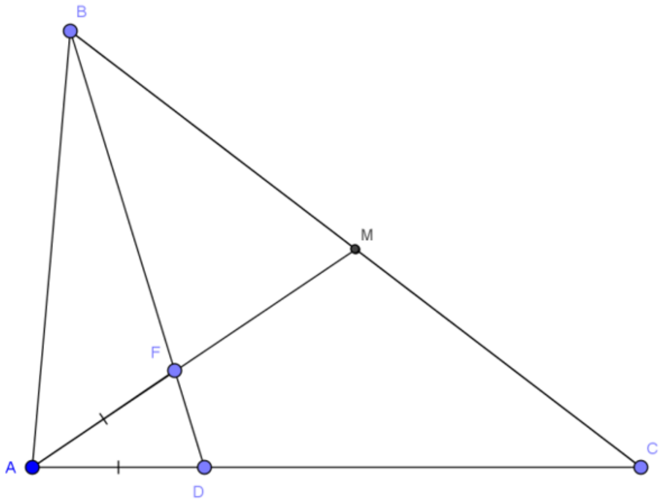
Institucionalização – É a fase de formalização da solução, nesse momento cabe ao professor juntar as ideias dos estudantes e sintetizar as respostas, ressaltando os conhecimentos usados que neste caso foram: área de um triângulo plano e o conceito de Domínio, conforme Iezzi e Murakami (1977) definem que para uma função $f: A \to B$, chamamos de domínio o conjunto D dos elementos $x \in A$ para os quais existe $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$. Nota-se que a *Situação Olímpica* visa organizar meios e estratégias de solução que se fazem valer pelo uso de conceitos já conhecidos dos alunos. Ainda sobre funções é importante mencionar que aspectos pedagógicos e epistemológicos são explorados por Sierpinska (1992).

5.2. Situação Olímpica 2

Conhecimentos prévios: semelhança de triângulo, razões de semelhança.

Problema – (Banco de Questões OBMEP 2015 – questão 26)

Sejam D um ponto no lado AC do triângulo ABC e F a interseção de BD e da mediana AM. Se AF = AD, encontre a razão entre CD e FM.



Ação – Espera-se que o estudante use a relação a qual envolva os triângulos (semelhança ou congruência) ou inicie traçando segmentos que sirvam de auxílio, ou ainda, que identifique um ponto auxiliar para depois trilhar outros caminhos.

Formulação – Essa fase é marcada pelas descrições, verbais ou escritas, que os estudantes devem realizar diante da situação apresentada. A sugestão é que o professor construa um ponto auxiliar E, em BD, de forma a obtermos um segmento EM paralelo ao segmento AC estimulando que o estudante use os conhecimentos prévios para construir uma hipótese sobre a solução. A Figura 2 ilustra a construção mencionada anteriormente.

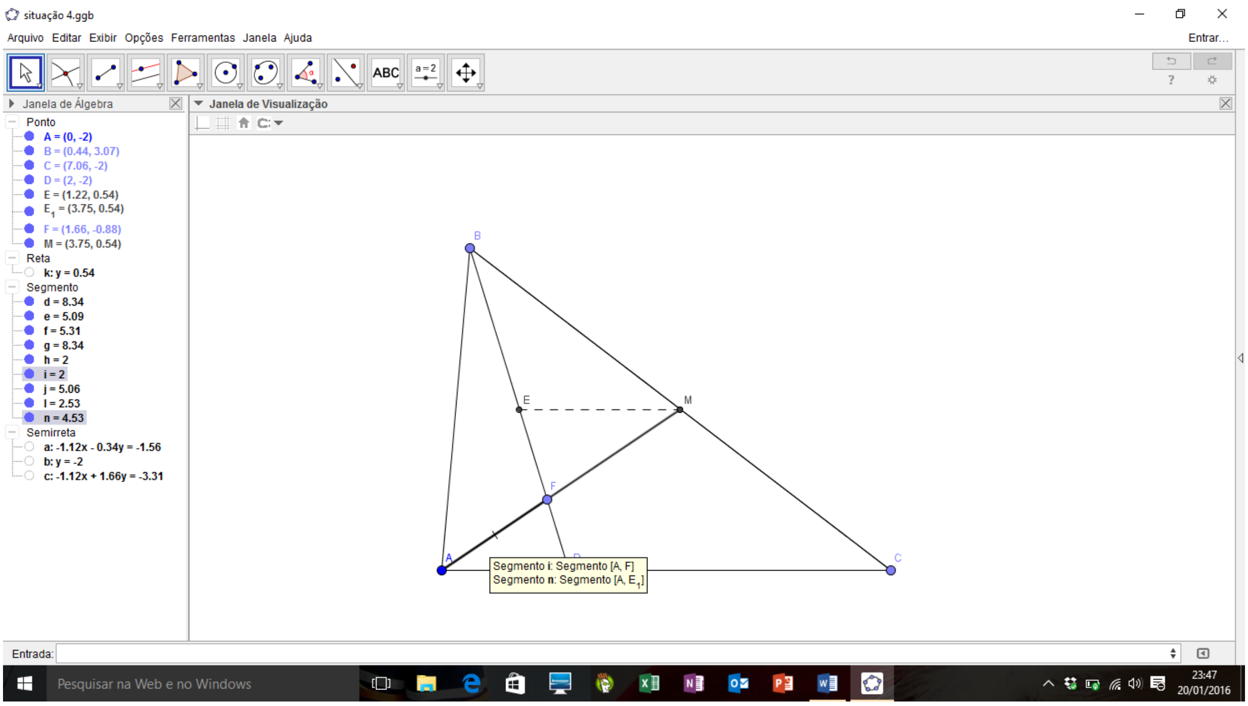


Figura 2: Ponto E no segmento BD com definição do segmento EM. Fonte: Autores

Deseja-se que os estudantes constatem, por meio da investigação, a semelhança entre os triângulos AFD e MFE. O professor pode ainda deixar essas regiões hachuradas para que os estudantes, por meio da própria percepção, construam alguma relação entre os elementos. Na figura 3 ilustra-se a construção mencionada neste parágrafo.

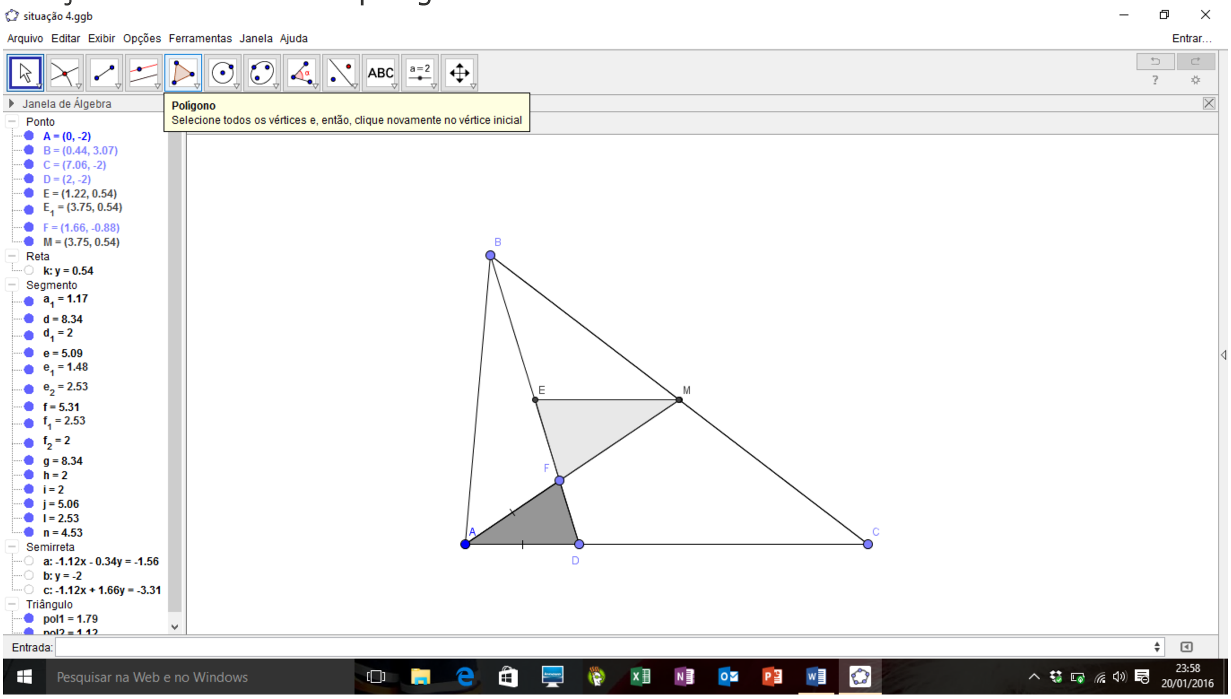


Figura 3. Triângulos AFD e MFE hachurados.
Fonte: Autores

O que se pode concluir a partir dos dois triângulos AFD e EFM? Espera-se que o estudante perceba que os triângulos são semelhantes, pelo caso AAA (sigla para "Ângulo, Ângulo, Ângulo", ou seja, os triângulos devem ter os três ângulos congruentes), tendo em vista que possui ângulo oposto pelo vértice, $F\hat{D}A \equiv F\hat{E}M$ e $E\hat{M}F \equiv F\hat{A}D$. Devido ao triângulo AFD ser isósceles, tem-se que MFE também é isósceles onde $EM \equiv FM$.

O que se pode observar nos triângulos BEM e BDC? (Neste caso é interessante a apresentação da construção a seguir, que é feita fazendo uso do comando "Polígono") É esperado que os estudantes percebam que se trata de triângulos semelhantes, novamente pelo caso AAA (Ângulo, Ângulo, Ângulo), pois há um ângulo em comum, $B\hat{E}M \equiv B\hat{D}C$ e $B\hat{M}E \equiv B\hat{C}D$.

O professor pode ainda fazer uma provocação, a fim de que o estudante infira algo ou uma conclusão: "Sabendo que M é o ponto médio do segmento CB o que podemos concluir?" Espera-se que o estudante use as relações de semelhança, especificamente que escreva CB = 2.CM, isto é, conclua que a constante de proporcionalidade da medida maior pela menor do triângulo BDC por BEM é 2. Com isso, tem-se que $\frac{CD}{FM} = \frac{CD}{EM} = 2$.

Validação – Como cada etapa descrita nessa situação olímpica retrata as expectativas diante das reações dos estudantes perante o problema exposto, entende-se que na validação o estudante deverá conjecturar qual o caminho usado para construir tal solução. Espera-se que destaque os incrementos acrescidos, como a identificação do ponto E, do segmento EM paralelo ao segmento AC e das relações da semelhança de triângulo é o que os fez seguir com a resolução. O conceito usado pelos estudantes se refere aos critérios de semelhança de triângulos.

Institucionalização – Nessa fase o professor deve explorar o problema inicial com o objetivo de constatação dos elementos, conteúdos e raciocínio que induziram e que poderão servir de auxílio à análise de outros problemas. É preciso ainda enfatizar aos estudantes os conceitos (critérios) de semelhança de triângulos e procedimentos para a resolução, bem como denotar que a criação do ponto E e do segmento EM é a base para a aplicação dos conceitos a priori já conhecidos.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando-se pesquisas que abordam a Olimpíada de Matemática, notou-se que nenhum trabalho encontrado teve a preocupação de olhar para esta competição através da ótica da metodologia de ensino. Por isso, a partir de uma necessidade, usou-se a Situação Didática como uma forma de abordar situações-problema de olimpíadas, fazendo uso de problemas com o auxílio das tecnologias digitais com a finalidade de ajudar e convidar o professor a refletir sobre o fazer docente em sala de aula.

Percebe-se que a partir do uso de um meio facilitador das percepções como forma de auxiliar na interação diante do que estava sendo exposto, o professor pode obter uma aula na qual permitirá que o estudante siga todos os passos de uma resolução de problema olímpico, desde a sua concepção para agir (no momento de ação), modelagem por meio de conjecturas (na fase de formulação) e depois averiguação se está ou não correto. A confirmação da solução pode ser feita no momento da validação, havendo por fim as explanações dos colegas e do professor diante do conhecimento usado e da resolução propriamente dita como maneira de formalização da escrita (na fase da institucionalização). Acredita-se que cada etapa da solução será conhecida e construída pelo próprio estudante, implicando na evolução de seu aprendizado.

Almejou-se nesse trabalho, baseado na dissertação de Oliveira (2016), dissertar sobre um olhar diferenciado em situações-problema desta natureza, pois se sabe que os mesmos requerem um raciocínio apurado. Por meio da construção dos objetos virtuais verificou-se que as construções realizadas no GeoGebra exigem um tempo de dedicação do professor, pois não são triviais. E por fim, acredita-se que este trabalho lança luz e convida à discussão, no campo da Educação Matemática, sobre metodologias de trabalho docente que façam uso de problemas de Olimpíadas de Matemática atreladas ao uso das tecnologias digitais.

7. REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Ed. UFPR, 2007.

ALVES, Francisco Régis Vieira. **Insight: descrição e possibilidades de seu uso no ensino do cálculo.** VIDYA, v. 32, n. 2, p.149-161, jul./dez., 2012 - Santa Maria, 201

ALVES, Washington José Santos. **O Impacto da Olimpíada de Matemática em Alunos da Escola Pública**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - PROFMAT). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC. 2010.

ANDREESCU, Titu; FENG, Zuming. **103 trigonometry problems – from the training of the USA IMO team**. Editora: Birkhauser. 1956.

ANDREESCU, Titu; GELCA, Răzvan. **Mathematical Olympiad Challenges.** 2009. 2ª Ed. Birkhauser.

BARBOSA, João Lucas Marques. **Olimpíadas de matemática**: Uma experiência de sucesso em educação no Ceará. 2005. Disponível em: http://www.sbpcnet.org.br/livro/57ra/programas/CONF_SIMP/textos/joaolucasbarbosa-simp.htm Acesso em: 20 de out. de 2015.

BROUSSSEAU, Guy. **Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques**. Mathematics. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 1986.

BROUSSEAU, Guy. **Guy Brousseau:"A cultura matemática é um instrumento para a cidadania"**. Revista Escola Abril, 1999. Entrevista cedida a Thais Gurgel. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/formacao/cultura-matematica-instrumento-para-cidadania-guy-brousseau-calculo-518776.shtml?page=0>. Acesso em: 05 de dez. de 2015.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas**. Editora Ática, 2008.

BURIGO, Elisabete Zardo. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: Estudo da Ação e do Pensamento de Educadores Matemáticos nos Anos 60**. Dissertação (Mestrado) — UFRGS, Porto Alegre, 1989.

FOMIM, Dimitri; GENKIN, Sergey; ITEMBERG, Ilia. **Círculos Matemáticos – A experiência Russa**. 2012. 1ª Ed. Rio de Janeiro. IMPA.

GOMES, Helena Carina Malaguez. **Reflexões sobre uma prática de ensino: Uma engenharia didática.** Porto alegre, 2008. Monografia - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Disponível em: < http://www.mat.ufrgs.br/~vclotilde/orientacoes/tcc.pdf/Microsoft%20Word%20-%20TCC_Helena_Carina_Malaguez_Gomes_144112.pdf> Acesso em: 06 de outubro de 2014

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar.** Vol.1 Conjuntos e Função. 3.ed. São Paulo: Atual Editora, 1977.

LEIVAS, José Carlos Pinto; GOBBI, Juliana Aparecida. 2014. **O software Geogebra e a Engenharia Didática no estudo de áreas e perímetros de figuras planas**. Disponível em: < http://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/download/1521/1226 > Acesso em: 17 de outubro de 2014.

OBM. **Como montar um projeto de Olimpíada de Matemática na sua escola**. Disponível em: < http://www.obm.org.br/opencms/docs/projeto_olimpiadas_na_escola.pdf > Acesso em: 20 de novembro de 2014.

OLIVEIRA, Cícera Carla do Nascimento. **Olimpíadas de Matemática: concepção e descrição de "Situações Olímpicas" com o recurso do Software GeoGebra**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Ceará. 2016. Disponível em: <http://www.academia.edu/30082719/Dissertacao_de_Mestrado_Cicera_Carla> Acesso em: 10 de maio de 2017.

OLIVEIRA, Marcelo Rufino. **Olimpíadas Paraenses de Matemática: 2000 – 2009**. Editora: Vestseller. Disponível em: <http://www.vestseller.com.br/olimpiadas-paraenses-de-matematica-2000-a-2009-marcelo-rufino > Acesso em 30 de maio de 2017.

OLIVEIRA, Marcelo Rufino. **Técnicas em Olimpíadas de Matemática – Combinatória**. 2014. 1ª. Ed. Fortaleza: Vestseller.

POMMER, Wagner Marcelo. **Brousseau e a idéia de Situação Didática**. 2008. Seminários de Ensino de Matemática/ FEUSP. Disponível em: < http://www.nilsonjosemachado.net/sema20080902.pdf> Acesso em: 16 de outubro de 2014

SIERPINSKA, Anna. **On understand the notion of function.** In: The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy. Guersh on Hareland Ed Dubinsky (Eds.). Mathematical Association of America, vol. 25, 25-58, 1992.

SOUZA, Renato Carneiro. **Teoria dos Números.** 2014. 1ª. Ed. Fortaleza: Vestseller.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães; PASSOS, Claudio Cesar Manso. **Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau**. Artigo. Zetetiké – FE/Unicamp – v. 21, n. 39. 2013.

VICTOR, Carlos Alberto da Silva. **Olimpíada de matemática: que preciosidades envolvem os problemas desta competição e qual o seu impacto para o professor de matemática sem experiência em olimpíadas e a sua importância para o estudante?** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT). Universidade Federal Rural de Rio de Janeiro – UFRRJ. 2013.

VILLANUEVA, Jorge Tipe. **II Olimpíada Nacional Escolar de Matemática**. 2009. 1ª Ed. Lumbreras Editores.

VILLANUEVA, Jorge Tipe; BARRIOS, John Cuya; CHOQQUPURA, Claudio Espinoza. PATINÕ, Sergio Vera. **IV Olimpiada Nacional Escolar de Matemática**. 2010. 1º Ed. Lumbreras Editores.