

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SENSORIAMENTO REMOTO

CAROLINA COLLISCHONN

ESTUDOS DE CONFIABILIDADE DE REDES GNSS

Dissertação de Mestrado

PORTO ALEGRE

2015

CAROLINA COLLISCHONN

ESTUDOS DE CONFIABILIDADE EM REDE GNSS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Sensoriamento Remoto.

Área de Concentração: Sensoriamento Remoto e Geoprocessamento

Linha de Pesquisa: Geodésia por Satélite

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Tomio Matsuoka

PORTO ALEGRE

2015

BANCA EXAMINADORA

Dr. Francisco Humberto Simões Magro
Departamento de Geodésia – UFRGS

Dr. Gilberto Gagg
Departamento de Geodésia – UFRGS

Dr. Mauricio Roberto Veronez
Programa de Pós-Graduação em Geologia – UNISINOS

RESUMO

O principal objetivo dessa dissertação foi estudar a confiabilidade de redes GNSS. Em termos metodológicos foram analisadas redes obtidas pelos seguintes métodos: redes com inclusão de linhas-base repetidas, por posicionamento relativo e pelo Posicionamento por Ponto Preciso (PPP). A rede GNSS utilizada possui seis estações pertencentes a Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC) do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). As estações se localizam no oeste do estado de São Paulo. Para atingir o objetivo do trabalho foram estruturadas as seguintes hipóteses: a inserção de novas linhas-base em uma estrutura de rede GNSS possibilita melhorar a eficiência na detecção de *outliers* e aumenta a confiabilidade da rede, bem como, existe um limiar de número de linhas-base que a partir dele não se verifica mais melhora na confiabilidade. E, a outra hipótese, é que redes GNSS podem ser formadas a partir do PPP e ter parâmetros de qualidade estimados (de precisão e de confiabilidade), requisito fundamental para o uso em aplicações geodésicas. Com relação a primeira hipótese foi gerado um artigo onde é aplicado o controle de qualidade por meio da teoria de confiabilidade convencional analisando a melhora da confiabilidade a partir da inclusão de linhas-base repetidas em rede GNSS. Primeiramente foi realizado o ajustamento por mínimos quadrados da rede GNSS e calculadas as medidas de confiabilidade: o número de redundância local, a confiabilidade interna, externa e razão tendência-ruído. As linhas-base repetida na rede foram selecionadas a partir da análise de qual observação possuía menor valor de número de redundância local. O ajustamento foi realizado novamente, bem como o cálculo das medidas de confiabilidade. Esse procedimento foi repetido cinco vezes, quando se verificou a estabilização dos resultados. A segunda hipótese resultou no artigo onde foi apresentada uma metodologia de desenvolvimento de rede utilizando dados GNSS processados pelo PPP. Nesse artigo foi aplicada a teoria convencional de confiabilidade para verificar a potencialidade da metodologia apresentada. Diferentes tempos de rastreamento foram empregados nos experimentos. O serviço de processamento de PPP utilizado é o fornecido pelo IBGE. A partir dos resultados foram feitas análises para verificar a aplicabilidade da metodologia descrita em rede com dados GNSS de 24, 6 e 4 horas de rastreamento. Após o ajustamento, os testes global e o *data snooping* foram aplicados. Também é analisada a confiabilidade da rede com o objetivo de avaliar o método proposto, além de verificar a influência do tempo de rastreamento nos resultados.

Palavras-chave: rede GNSS, confiabilidade convencional, PPP.

ABSTRACT

The main goal of the present dissertation was to study the reliability of GNSS networks. In methodological terms networks obtained from the following methods were analyzed: networks with including repeated baselines, relative positioning and Precise Point positioning (PPP). The GNSS network used has six stations belonging to the Brazilian Network of Continuous Monitoring (RBMC) of the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE), located in the west part of São Paulo. In order to achieve the objective of the study the following hypotheses were structured: the insertion of the new baselines in a GNSS network structure enables to improve the efficiency in detecting outliers and increases network reliability, just like, there is a threshold in the number of baselines in which above these number there is no improvement in the reliability. The other hypothesis is that GNSS networks can be formed from the PPP and have its quality parameters estimated (accuracy and reliability), fundamental requirement for geodetic applications. An article was generated regarding the first hypothesis where the quality control through the conventional reliability theory was applied to analyze the quality improvement from the inclusion of repeated baselines in GNSS network. First, the least squared adjustment was made and then the reliability measures were calculated, which are: local redundancy number, the internal and external reliability and bias to noise - ratio. The repeated base lines in the network were selected by choosing the observations with lowest number of local redundancy. The adjustment and the calculation of the reliability measures were performed again. When this procedure was repeated five times, the stabilization of the results was observed. The second hypothesis resulted in an article in which a methodology of network development using GNSS data processed by the PPP was presented. In this paper the conventional reliability theory was applied to verify the presented methodology capability. Different occupation times were used in the experiments. The PPP processing service used is provided by the IBGE. From the results, analyses were performed to verify the applicability of the methodology described in network with GNSS data of 24, 6 and 4 occupation. After the adjustment, the global and data snooping tests were applied. The network reliability is also analyzed with the objective of evaluating the proposed method. In addition was verifying the influence of occupation time in the results.

Key-words: GNSS Network, conventional reliability, PPP.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 –Configuração da rede, com onze linhas-base independentes.	29
Figura 2.2 – Valores máximos de MDB (metros) em cada cenário.	43
Figura 2.3 – Valores máximos de confiabilidade externa (metros) em cada cenário.	44
Figura 2.4 – Valores máximos de BNR (metros) em cada cenário.	45
Figura 2.5 – Valores máximos de número de redundância em cada cenário.....	46
Figura 2.6 – Menores valores de número de redundância em cada cenário.	46
Figura 3.1 –Configuração da rede, com onze linhas-base independentes.	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Confiabilidade Externa das observações ΔX_{ILHA_ROSA} , ΔX_{SPAR_ILHA} e ΔZ_{SJRP_ILHA} , em metros.....	33
Tabela 2.2 – Confiabilidade Externa das observações ΔX_{ILHA_ROSA} , ΔX_{ILHA_ROSA} , ΔX_{PPTE_OURI} e ΔZ_{SJRP_ILHA} , em metros.	35
Tabela 2.3 – Confiabilidade Externa das observações ΔX_{ILHA_ROSA} , ΔX_{PPTE_OURI} e ΔZ_{SJRP_ILHA} em metros.	37
Tabela 2.4 – Confiabilidade Externa das observações ΔX_{ILHA_ROSA} , ΔX_{ROSA_PPTE} e ΔZ_{SJRP_SPAR} , em metros. ...	39
Tabela 2.5 – Confiabilidade Externa das ΔX_{ILHA_ROSA} , ΔX_{ROSA_PPTE} e ΔZ_{SJRP_SPAR} , em metros.....	42
Tabela 3.1 – Erro de fechamento linear da rede em cinco circuitos para os três cenários de rede (tempos de rastreo de 24, 6 e 4 horas).....	58
Tabela 3.2 – Coordenadas e respectivos desvios-padrão para os diferentes tempos de rastreo.	59
Tabela 3.3 – Valores máximos, mínimos e médios de MDB em cada cenário.	61
Tabela 3.4 – Valores máximos, mínimos e médios de número de redundância em cada cenário.	61
Tabela 3.5 – Valores máximos, mínimos e médios de BNR em cada cenário.	62
Tabela 3.6 – Confiabilidade externa das observações com maior, menor e valor intermediário de MDB no primeiro cenário (4 horas de rastreo).....	63
Tabela 3.7 – Confiabilidade externa das observações com maior, menor e valor intermediário de MDB no segundo cenário (6 horas de rastreo).	65
Tabela 3.8 – Confiabilidade externa das observações com maior, menor e valor intermediário de MDB no segundo cenário (24 horas de rastreo).	66

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
1.1	Objetivos.....	14
1.2	Justificativa.....	14
1.3	Estrutura do Trabalho	15
1.4	Descrição dos estudos realizados por capítulo	15
1.4.1	Capítulo 2	15
1.4.2	Capítulo 3	16
2	ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE REDE GNSS E REPETIÇÃO DE LINHAS-BASE	17
2.1	Introdução.....	17
2.2	Fundamentação Teórica.....	19
2.2.1	Ajustamento de Observações.....	19
2.2.2	Teste estatístico <i>data snooping</i> (DS).....	20
2.2.3	Teoria de Confiabilidade Convencional	23
2.3	Materiais e Metodologia.....	29
2.4	Resultados e discussões	31
2.4.1	Cenário 1	31
2.4.2	Cenário 2	34
2.4.3	Cenário 3	36
2.4.4	Cenário 4	38
2.4.5	Cenário 5	40
2.4.6	Análise Geral	43
2.5	Conclusões.....	47
3	PROPOSTA DE MÉTODO DE REDE GNSS POR PPP E ANÁLISE DE CONFIABILIDADE	48
3.1	Introdução.....	48
3.2	Fundamento do PPP	49
3.3	Método de formação de rede GNSS por PPP	51
3.4	Elementos utilizados para a análise da rede GNSS	53
3.5	Experimentos	55
3.6	Resultados e Análises	58
3.6.1	Análise de fechamento linear de circuito fechado	58
3.6.2	Resultados do ajustamento da rede.....	59
3.6.3	Testes Estatísticos.....	60
3.6.4	Análise de Confiabilidade	60

3.7	Conclusões.....	67
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	69
	REFERÊNCIAS	72

1 INTRODUÇÃO

Uma rede geodésica consiste em um conjunto de pontos materializados no terreno, cujas coordenadas (posições) em relação a um referencial são estimadas por meio de observações terrestres como medidas de ângulos e distâncias entre os vértices, e/ou por meio de técnicas espaciais como os métodos de posicionamento por GNSS (*Global Navigation Satellite System* – Sistema Global de Navegação por Satélite).

Redes geodésicas são utilizadas nos mais diversos ramos da ciência e da engenharia, como por exemplo, na materialização de sistemas geodésicos de referência (ALTAMIMI et al., 2011); no apoio e controle básico aos projetos de mapeamento topográfico (IBGE, 1993); no monitoramento de deformações de estruturas (CHAVES, 2001); no cadastro técnico rural e urbano (AMORIM, 2004); na locação de obras de engenharia (PINTO, 2000); no monitoramento de fenômenos de natureza dinâmica sobre a superfície terrestre (DREWES & HEIDBACH, 2009); na implantação e manutenção de diversos serviços de infraestrutura urbana (IBGE, 1983), dentre outros.

O projeto de uma rede geodésica envolve a etapa de planejamento; a coleta dos dados (observações) em campo; o ajustamento destas observações para estimar as coordenadas de cada ponto/vértice da rede; e por fim, a etapa de controle de qualidade dos resultados (detecção e identificação de possíveis erros durante o processo).

O método de posicionamento GNSS utilizado em redes é o relativo, onde são estimadas as componentes de linha-base entre dois ou mais vértices e realizado o ajustamento da rede. Outro método de posicionamento GNSS é o Posicionamento por Ponto Preciso (PPP). No PPP utilizam-se os dados de apenas um receptor GNSS, de forma isolada, sem conexões com outros pontos e, dessa forma, não é possível aplicar o controle de qualidade, tal como em redes GNSS obtidas pelo método relativo.

Na etapa de controle de qualidade, busca-se detectar e identificar possíveis erros na execução do projeto, como por exemplo, a existência de erros grosseiros (*outliers*) nas observações. Dentro deste contexto, o procedimento de teste estatístico *data snooping* (DS), inicialmente proposto em Baarda (1968), é um dos métodos mais utilizados para identificação e remoção de observações suspeitas de estarem contaminadas por erros grosseiros.

O DS é um procedimento de teste que considera somente uma observação suspeita de estar contaminada por erro grosseiro por vez, e portanto, na prática, o teste é aplicado para todas as observações, porém, cada observação é testada individualmente. Entretanto, devido ao fato do DS ser um procedimento de teste estatístico, ou seja, possuir níveis de

probabilidade associados, podem ocorrer erros grosseiros não detectados (isto é, remanescentes) nas observações após a aplicação do DS.

Desta forma, a teoria de confiabilidade, também inicialmente proposta em Baarda (1968), destina-se a estimar o menor erro detectável de cada observação (confiabilidade interna), segundo certos níveis de probabilidade associados; bem como a confiabilidade externa, isto é, a influência deste erro nos resultados finais, quando não detectado (no caso de redes geodésicas, nos valores das coordenadas dos vértices).

Dentre alguns dos trabalhos mais relevantes sobre este tema, pode-se citar Pope (1976), Baarda (1977), Kavouras (1982), Ding & Coleman (1996a, 1996b), Ober (1996), Schaffrin (1997), Prószyński (1997, 2010), Aydin & Demirel (2005), Knight et al. (2010), dentre outros.

Abordagens alternativas (ou complementares) aos procedimentos de testes estatísticos para a detecção e a identificação de erros grosseiros também foram propostas, como por exemplo, os métodos de estimação robusta (HUBER, 1964,1981; ROUSSEEUW & LEROY, 1987; YANG et al. 1994, 2002; XU, 2005; GUO et al., 2010); estratégias realizadas antes do ajustamento das observações (CEN et al., 2003); métodos de inferência bayesiana (GUI et al., 2007, 2010); a análise de robustez (VANÍČEK et al., 1990, 1996, 2001; BERBER, 2006); o método QUAD (OU, 1999; GUO et al., 2007); algoritmos de lógica *fuzzy* (NEUMANN et al., 2006); o uso da transformação *wavelet* (KERN et al., 2005), dentre outras.

Dentre os trabalhos referentes ao controle de qualidade de redes geodésicas publicados no Brasil, tem-se: Tommaselli e Lugnani (1986), Mitishita (1986), Silva (1987), Firkowski (1986), Magro (1990), Camargo (1992), Marques (1994), Moraes (2001), Oliveira e Dalmolin (2003), Teixeira e Ferreira (2003), Machado e Monico (2004), Santos Junior et al. (2005), Monico et al. (2006), Santos (2006), Oliveira (2007), Oliveira e Dalmolin (2008), Carvalho (2009), Klein et al. (2011b), Klein (2012), Klein et al. (2012), Klein et al. (2013), Klein et al. (2014a, 2014b), Cavalheri e Chaves (2014), Klein (2014), dentre outros.

O método PPP a partir de serviços *on-line* tem sido estudado nos últimos anos, podendo-se citar os seguintes trabalhos: MATSUOKA et al.(2009); Klein et al. (2010), PERDIGÃO et al. (2010), OCALAN et al., 2013. Alguns trabalhos internacionais publicados sobre o PPP e avaliações dos serviços oferecidos são: ZUMBERGE ET al (1997), KOUBA, J.; HÉROUX, P. (2001), GAO, Y e SHEN, X (2002) e EL-MOWAFY (2011).

1.1 Objetivos

O objetivo principal desta dissertação foi estudar a confiabilidade de redes GNSS, especificamente por repetição de linhas-base, método relativo e Posicionamento por Ponto Preciso. Para atingir o objetivo principal foram feitas as seguintes hipóteses:

- A inserção de novas linhas-base em uma estrutura de rede GNSS possibilita melhorar a eficiência na detecção de *outliers* e aumenta a confiabilidade da rede, bem como, existe um limiar de número de linhas-base que a partir dele não se verifica mais melhora na confiabilidade.
- Redes GNSS podem ser formadas a partir do PPP e ter parâmetros de qualidade estimados (de precisão e de confiabilidade), requisito fundamental para o uso em aplicações geodésicas.

1.2 Justificativa

O controle de qualidade em redes GNSS é um tema largamente investigado, principalmente no sentido de detecção e identificação de observações eivadas de erros grosseiros e verificação de medidas de confiabilidade, tanto no planejamento (pré-análise) quanto após o ajustamento de observações.

Além dessas aplicações, as medidas de confiabilidade podem ser utilizadas como critério para escolha de linhas-base a serem incorporadas ou repetidas na rede. Neste contexto, o estudo da escolha de linha-base a ser repetida em rede baseado no número de redundância foi realizado e concomitantemente avaliada a melhoria obtida nas medidas de confiabilidade.

Ainda no sentido de avaliar rede GNSS utilizando as medidas de confiabilidade, nessa dissertação é proposta uma metodologia de formação de rede utilizando dados GNSS processados por PPP e verificada a sua potencialidade a partir do fechamento de circuitos, testes estatísticos e análise de confiabilidade.

A metodologia utilizada tradicionalmente em redes GNSS é o posicionamento relativo. Porém, esse necessita de softwares comerciais para o processamento dos dados GNSS e posterior ajustamento. Devido a facilidade de uso hoje em dia, tais como acesso aos resultados de processamento de forma on-line e gratuita, o PPP vem a ser um método cada vez mais difundido. Entretanto, o PPP fornece as coordenadas de estações de forma isolada, sem conexões com outras estações e, dessa forma, os resultados obtidos com o PPP possuem

a desvantagem de não se valerem de análises como as aplicadas no caso de redes GNSS, tais como: aplicação de testes estatísticos e análises de confiabilidade.

A vantagem do método de rede GNSS utilizando o PPP, proposta nessa dissertação, com relação a somente o PPP para os pontos GNSS individualmente é a possibilidade de ajustar a rede e realizar o controle de qualidade.

1.3 Estrutura do Trabalho

Essa dissertação está estruturada em quatro capítulos, dois dos quais organizados na forma de artigos. Considerando o objetivo apresentado anteriormente, os temas rede GNSS e controle de qualidade permeiam ambos os artigos e, dessa forma, há repetições que não puderam ser evitadas dentro da estrutura pretendida para a dissertação.

Neste capítulo introdutório são descritos os objetivos, a justificativa e a estrutura desta dissertação. No segundo capítulo, é apresentado o primeiro artigo no qual é realizada análise de confiabilidade em uma rede GNSS a partir da inclusão de linhas-base repetidas na mesma. Neste capítulo fundamenta-se a teoria conceitual para ambos os artigos, de forma detalhada e servindo de referência para o terceiro capítulo. O artigo apresentado no segundo capítulo dessa dissertação já foi aceito para publicação na Revista Brasileira de Cartografia.

No terceiro capítulo consta o segundo artigo no qual é apresentada a proposta de um novo método de rede GNSS e são realizados experimentos para verificação dos resultados obtidos utilizando elementos para análise de confiabilidade que estão detalhados no segundo capítulo. A rede GNSS utilizada em ambos os artigos é a mesma, localizada no estado de São Paulo. Por fim, no quarto capítulo constam as considerações finais e as conclusões obtidas com a realização desta pesquisa.

1.4 Descrição dos estudos realizados por capítulo

1.4.1 Capítulo 2

Nesse artigo foi aplicado o controle de qualidade em rede GNSS, por meio da teoria de confiabilidade convencional. Na rede foram repetidas linhas-base para melhorar a eficiência do teste *data snooping* na identificação de *outliers*. Após o ajustamento por mínimos quadrados da rede original foram calculadas as medidas de confiabilidade para a rede: o número de redundância local, número de absorção, a confiabilidade interna, externa e razão

tendência-ruído. A escolha da linha-base a ser repetida na rede foi realizada a partir da análise de qual observação possuía menor valor de número de redundância local. Identificada essa observação verificou-se a qual linha-base pertencia e essa linha-base foi repetida na rede com novas observações GNSS. O ajustamento foi realizado novamente, bem como o cálculo das medidas de confiabilidade. Esse procedimento foi repetido cinco vezes, quando foi verificada a estabilização dos resultados. A rede GNSS é constituída de estações da RBMC, com dois pontos de controle e onze linhas-base.

1.4.2 Capítulo 3

O método de posicionamento GNSS tradicionalmente utilizado em redes é o relativo. Outro método de posicionamento GNSS é o Posicionamento por Ponto Preciso (PPP). No PPP são utilizados dados de apenas um receptor GNSS e é fundamental o uso de efemérides e correções dos relógios dos satélites, ambas com alta precisão. Neste artigo foi apresentada uma metodologia de desenvolvimento de rede utilizando dados GNSS processados pelo método de PPP e a verificada a sua potencialidade em aplicações geodésicas. Os dados utilizados foram de estações GNSS pertencentes à RBMC/IBGE. O serviço de processamento de PPP utilizado foi o fornecido pelo IBGE. A partir dos resultados foram feitas análises para verificar a aplicabilidade da metodologia descrita em rede com dados GNSS de 24, 6 e 4 horas de rastreamento. Após o ajustamento, os testes global e *data snooping* foram aplicados e também foi analisada a confiabilidade da rede com o objetivo de avaliar o método proposto, além de verificar a influência do tempo de rastreamento nos resultados.

2 ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE REDE GNSS E REPETIÇÃO DE LINHAS-BASE

2.1 Introdução

A Geodésia, tal como outras ciências, necessita da coleta de dados (observações), por meio de processos experimentais de medidas. Desta forma, os parâmetros incógnitos que se deseja estimar, se relacionam com as observações realizadas (medidas), por meio de um modelo matemático conhecido e previamente estipulado (TEUNISSEN, 2003). Entretanto, devido a natureza experimental do processo de medições, as observações são contaminadas por erros de diferentes tipos. Tradicionalmente, os erros que contaminam as observações são classificados em erros aleatórios, sistemáticos e grosseiros (GEMAEL, 1994).

Os erros aleatórios (ou acidentais) são inevitáveis, sendo uma característica intrínseca da observação, resultando da incerteza associada a natureza experimental do processo de medidas (ou seja, da própria precisão da observação) (KLEIN, 2012). Eles são tratados como variáveis aleatórias, seguindo, portanto, funções estatísticas. Somente os erros aleatórios são considerados no modelo matemático no ajustamento de observações pelo método dos mínimos quadrados (MMQ). Erros sistemáticos são erros que apresentam tendência, e, portanto, causa conhecida, podendo ser evitados por meio de técnicas especiais de observação ou devidamente parametrizados no modelo matemático. Por fim, e segundo Fan (2010), erros grosseiros são devidos a falha humana, mau funcionamento do instrumento ou algum método errado de medição. Erros grosseiros devem ser evitados ou devidamente identificados (localizados) nas observações, para que a sua influência nos resultados finais (parâmetros estimados) possa ser removida ou minimizada (KLEIN, 2012). O processo de estimação proporciona resíduos que possuem uma combinação de todos os tipos de erros. Neste trabalho assume-se que *outliers* são observações contaminadas por erro grosseiro e que os erros sistemáticos estão devidamente parametrizados pelo modelo matemático.

Devido a inevitável existência de erros aleatórios nas observações, e a possível existência de erros grosseiros, geralmente, o geodesta trabalha com observações redundantes, sendo duas as principais razões para isto: a primeira visa melhorar a acurácia (exatidão) dos resultados estimados, e a segunda visa detectar a possível presença de erros (não aleatórios) nos modelos e/ou nas observações (TEUNISSEN, 2006).

Porém, o uso de observações redundantes (e inevitavelmente contaminadas por erros) no modelo matemático resulta na inconsistência do mesmo. Adicionando um vetor de resíduos

ao sistema de equações, ou seja, admitindo que as observações possuem erros, este passa a ser matematicamente consistente, porém, com infinitas soluções (DALMOLIN, 2002).

Para a solução única destes sistemas de equações redundantes e inconsistentes, o critério mais adotado nas ciências geodésicas é o MMQ, ou seja, aquela solução para os parâmetros incógnitos que minimiza a soma do quadrado dos resíduos, ponderados pelos respectivos pesos das observações (GHILANI e WOLF, 2006).

Quando apenas erros de natureza aleatória contaminam as observações, o método dos mínimos quadrados é dito ser um estimador imparcial (GEMAEL, 1994). Além disso, quando a ponderação das observações é tomada em função de suas variâncias e covariâncias, corretamente determinadas, o MMQ é dito ser o melhor estimador linear imparcial, e ainda, quando os erros aleatórios seguem distribuição normal multivariada, a solução pelo MMQ coincide com a solução de máxima verossimilhança (TEUNISSEN, 2003).

Entretanto, quando as observações também estão contaminadas por erros grosseiros, estes podem exercer influência na solução do ajustamento (ou seja, nos parâmetros estimados), e assim sendo, estas propriedades do MMQ não são satisfeitas (GUI et al., 2005).

Desta forma, diversas técnicas para a detecção e a identificação (localização) de *outliers* foram desenvolvidas, estratégias estas desenvolvidas para serem aplicadas tanto antes quanto após o ajustamento pelo MMQ ter sido realizado (KAVOURAS, 1982).

Uma das técnicas mais conhecidas e usadas na área de Geodésia para a detecção e a identificação de erros nas observações, após o ajustamento pelo MMQ, é o chamado β -Method, proposto por Baarda (1968). Neste trabalho é proposto o uso do chamado teste global do ajustamento para a detecção de erros nas observações e/ou no modelo, e o procedimento de teste *data snooping* (DS) para a localização destes erros, ou seja, para a identificação das observações suspeitas de estarem contaminadas.

Entretanto, por ser uma estratégia que se utiliza de testes estatísticos (testes de hipóteses), ou seja, que possui níveis de probabilidade associados (nível de significância e poder do teste), erros não aleatórios podem ainda não ser identificados pelo procedimento DS (KAVOURAS, 1982).

Isto levou ao desenvolvimento da teoria de confiabilidade, que se utiliza de medidas adequadas para quantificar o “menor erro detectável” em uma observação que pode ser identificado por um determinado teste estatístico, como por exemplo o DS, com certo nível de probabilidade, bem como a sua influência nos resultados do ajustamento (ou seja, a influência nos parâmetros estimados), quando não detectado (KLEIN, 2012).

No procedimento de teste DS é pressuposto que apenas uma única observação está contaminada por erros por vez, e necessita, portanto, realizar repetições do teste para a localização de todas as observações suspeitas. Desta forma, as medidas de confiabilidade desenvolvidas para o DS também se baseiam no pressuposto de apenas uma observação contaminada por erros por vez.

Nesse experimento é feito um estudo de escolha das linhas-base a serem repetidas em uma rede GNSS (*Global Navigation Satellite Systems*) a fim de melhorar a sua confiabilidade. Inicialmente, o ajustamento da rede foi realizado considerando as linhas-base da configuração original. A partir desse foram obtidos os resultados das coordenadas dos vértices, bem como seus desvios-padrão, aplicados o teste DS, obtidos os valores de confiabilidade interna e externa, razão tendência - ruído, número de redundância e de absorção. Após foi realizada análise através dos valores de número de redundância para se determinar qual linha-base é repetida no ajustamento. Esse procedimento foi realizado até a estabilização dos valores analisados, configurando seis cenários diferentes, cada um com uma nova linha-base repetida acrescentada no ajustamento.

2.2 Fundamentação Teórica

2.2.1 Ajustamento de Observações

Considere um sistema linear(izado) de equações, por meio do denominado modelo de Gauss-Markov:

$$V = AX + l, \quad (2.1)$$

onde V é o vetor dos resíduos, l é um vetor que contém as n observações (medidas) realizadas, X é o vetor dos u parâmetros incógnitos que se deseja estimar no modelo, e A é a matriz design (ou Jacobiana), que relaciona linearmente os parâmetros com as observações. O MMQ adota como solução única para este sistema linearizado (redundante e inconsistente, pois $n > u$), aquele vetor dos parâmetros X que minimiza a soma do quadrado dos resíduos, ponderados pelo respectivo peso das observações, ou seja:

$$V^T P V = \text{Mínimo}, \quad (2.2)$$

onde na expressão (2.2), P é a matriz peso das observações, usualmente tomada como sendo igual ao inverso da matriz de covariância destas, multiplicada por um fator de variância a priori σ_0^2 , de caráter arbitrário (DALMOLIN, 2002). A solução do ajustamento pelo MMQ, ou seja, o vetor dos parâmetros X cujo vetor dos resíduos V correspondente, satisfaz a condição em (2.2), é dada por:

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (2.3)$$

Além da estimação dos parâmetros incógnitos do modelo, por meio da lei de propagação de variâncias e covariâncias das observações, é possível determinar ainda a matriz de covariância destes parâmetros estimados (ajustados), resultando em:

$$\Sigma_x = \sigma_0^2 (A^T P A)^{-1} \quad (2.4)$$

Ou seja, por meio do MMQ, é possível estimar o vetor dos parâmetros ajustados (X), bem como as suas variâncias e covariâncias (Σ_x). Mais detalhes quanto ao MMQ, consultar: Gemael (1994), Dalmolin (2002), Teunissen (2003) e Leick (2004).

Para a aplicação do MMQ, presume-se que a inconsistência do sistema de equações em (2.1) é devido somente à existência de erros de natureza aleatória. Para a detecção e a identificação (localização) de *outliers*., uma das estratégias possíveis é a aplicação de testes estatísticos.

2.2.2 Teste estatístico *data snooping* (DS)

Classicamente, após o ajustamento pelo MMQ ter sido realizado, dois dos testes estatísticos mais utilizados para a detecção e a identificação de erros (não aleatórios) nas observações, são, respectivamente, o teste global do ajustamento e o procedimento de teste DS, ambos propostos por Baarda (1968). Estes dois testes estatísticos são casos particulares de uma única família de testes, formulada com base na razão de verossimilhança (TEUNISSEN, 2006). O teste global do ajustamento é aplicado para a detecção de erros no conjunto de observações e/ou no modelo matemático, e mais detalhes sobre o mesmo podem ser obtidos em Baarda (1968), Kavouras (1982), Gemael (1994) e Teunissen (2006).

O poder do teste global e do DS deve ser mantido o mesmo (γ_0). Entretanto, como os graus de liberdade (q) destes dois testes são diferentes, o nível de significância do teste global deve ser obtido em função do nível de significância que foi arbitrado para o DS. Uma discussão mais detalhada do tema pode ser obtida em Baarda (1968), Kavouras (1982) e Teunissen (2006). Esta dependência entre o nível de significância do teste global e do procedimento DS visa garantir o mesmo poder de teste para ambos, pois o número de graus de liberdade (q) destes dois testes é diferente, sendo $q=1$ para o teste DS e $q=n-u$ para o teste global (para mais detalhes consultar BAARDA, 1968; KAVOURAS, 1982; TEUNISSEN, 2006; KLEIN, 2012).

No procedimento de teste DS, para cada observação l_i do vetor das observações $l_{n \times 1}$ ($i=1,2,3,\dots,n$), testam-se as seguintes hipóteses (TEUNISSEN, 2006):

$$H_0 : E\{L_{n \times 1}\} = A_{n \times u} X_{u \times 1} \quad \text{vs.} \quad (2.5)$$

$$H_A : E\{L_{n \times 1}\} = (A : c_{l_i})_{n \times u+1} \begin{pmatrix} X \\ \nabla_i \end{pmatrix}_{u+1 \times 1}, \nabla_i \neq 0$$

onde $X_{u \times 1}$ é o vetor dos u parâmetros incógnitos que se deseja estimar, $A_{n \times u}$ é a matriz que relaciona linearmente as observações com os parâmetros, c_{l_i} é um vetor unitário contendo a unidade na linha da i -ésima observação l_i e zero nas demais, ou seja, $c_{l_i} = [0 \dots 0 \dots \underset{i}{1} \dots 0 \dots 0]_{n \times 1}^T$, e ∇_i corresponde, em módulo, a um possível *outlier*, diferente de zero, na observação l_i .

Desta forma, na hipótese nula do teste (H_0), assume-se que nenhuma observação está contaminada por erros grosseiros, e na hipótese alternativa (H_A), assume-se que um *outlier* ∇_i contamina a observação l_i .

O critério de teste do procedimento DS é dado por (BAARDA, 1968):

Rejeitar H_0 se:

$$w_i < -Z_{\alpha_0/2} \quad \text{ou} \quad w_i > Z_{\alpha_0/2} \quad (2.6)$$

Onde para cada observação l_i , a estatística de teste w_i é dada por (BAARDA, 1968):

$$w_i = \frac{c_i^T \Sigma_L^{-1} V}{\sqrt{c_i^T \Sigma_L^{-1} \Sigma_V \Sigma_L^{-1} c_i}}, \quad (2.7)$$

e $Z_{\alpha_0/2}$ é o valor teórico (tabelado) para a distribuição normal padronizada (da forma bilateral), com o nível de significância α_0 que foi assumido para o teste.

Na equação (2.7), Σ_L é a matriz de covariância do vetor das observações $L_{n \times 1}$, V é o vetor dos resíduos, obtido na solução por MMQ, e Σ_V é a matriz de covariância do vetor dos resíduos, obtida pela lei de propagação de variâncias e covariâncias (para mais detalhes, ver, por exemplo, GEMAEL, 1994).

No procedimento de teste DS, calcula-se a estatística de teste w_i para todas as observações l_i ($i=1,2,3,\dots,n$), porém, como o DS identifica apenas uma observação por vez, a observação l_i suspeita de estar contaminada por um *outlier* ∇_i será aquela que (BAARDA, 1968):

$$\left\langle \begin{array}{l} |w_i| > |Z_{\alpha_0/2}| \\ |w_i| > |w_j|, \forall i \neq j \end{array} \right. \quad (2.8)$$

A magnitude e o sinal do erro são desconhecidos, sendo que o teste é apenas um indicador se o valor (desconhecido) de ∇_i é significativamente diferente de zero, ou não, segundo o nível de significância α_0 que foi assumido (KLEIN, 2012).

Identificada a observação suspeita de estar contaminada por erro grosseiro, retira-se a mesma do modelo e repete-se o ajustamento e novamente o procedimento de teste, repetindo até que todas as observações suspeitas sejam devidamente identificadas e retiradas, num processo iterativo de identificação (localização) e remoção de observações com erros (BAARDA, 1968).

Entretanto, segundo Kavouras (1982), por ser uma estratégia formulada com base em hipóteses estatísticas, ou seja, com níveis de probabilidade associados, o teste possui uma capacidade finita para a detecção e a identificação de erros grosseiros de pequena magnitude,

e, desta forma, poderão ocorrer erros não detectáveis pelo procedimento de teste utilizado. Ainda segundo Kavouras (1982), a sensibilidade dos testes em detectar e identificar erros, bem como a possível influência de erros não detectados sobre o vetor dos parâmetros estimados x , diz respeito à teoria de confiabilidade.

A teoria de confiabilidade avalia se um determinado erro grosseiro em uma observação é detectável pelo procedimento de teste utilizado, e avalia também a influência deste erro nos resultados do ajustamento, quando não detectado, segundo os níveis de probabilidade que foram estipulados para o teste (TEIXEIRA e FERREIRA, 2003). Na próxima seção, será apresentada a teoria de Confiabilidade Convencional, inicialmente desenvolvida por Baarda (1968) para o procedimento de teste DS (uma observação contaminada por erro por vez).

2.2.3 Teoria de Confiabilidade Convencional

Na teoria convencional de confiabilidade, que assume que apenas uma observação está contaminada por erros por vez, e, portanto se refere ao teste DS, a confiabilidade interna de uma observação l_i se refere ao módulo do menor erro detectável (*minimal detectable bias* – MDB) desta observação l_i , segundo os níveis de probabilidade que foram assumidos para o teste estatístico de identificação de erros (DS).

Desta forma, para cada observação l_i , o módulo $|\nabla l_i|$ do seu menor erro detectável (MDB) será dado por (TEUNISSEN, 2006):

$$|\nabla l_i| = \sqrt{\frac{\lambda_0}{c_i^T \Sigma_L^{-1} \Sigma_V \Sigma_L^{-1} c_i}} \quad (2.9)$$

onde λ_0 é o parâmetro de não centralidade do modelo, que expressa a separação entre a hipótese nula (ausência de *outlier* na observação l_i) e a hipótese alternativa considerada (presença de *outlier* na observação l_i).

Como a magnitude dos erros que contaminam as observações é desconhecida na prática, o verdadeiro valor para o parâmetro de não centralidade do modelo λ_0 não pode ser determinado, mas pode ser obtido em função dos níveis de probabilidade assumidos e do número de graus de liberdade do teste estatístico em questão (TEUNISSEN, 2006).

Por exemplo, para o procedimento DS, onde $q = 1$, fixando o nível de significância do teste em $\alpha_0 = 0,001$ (0,1%), e o poder do teste em $\gamma_0 = 0,80$ (80%), valores estes recomendados por Baarda (1968), o parâmetro de não centralidade do modelo é dado por $\lambda_0 = 17,075$. Em Baarda (1968) são apresentados monogramas para encontrar o valor do parâmetro de não centralidade do modelo, para diferentes valores de α , γ e q .

A confiabilidade externa, por sua vez, expressa a influência de um possível erro não detectado na observação l_i , nos resultados finais do ajustamento, ou seja, no vetor dos parâmetros ajustados X (OLIVEIRA e DALMOLIN, 2008).

Para cada observação l_i , a confiabilidade externa pode ser obtida substituindo o vetor $L_{n \times 1}$ pelo modelo de erro $c_{l_i} |\nabla l_i|$ no estimador por mínimos quadrados de X , resultando em (TEUNISSEN, 2006):

$$\nabla X_i = (A^T P A)^{-1} A^T P c_{l_i} |\nabla l_i| \quad (2.10)$$

onde ∇X_i é um vetor de dimensão $u \times 1$ que quantifica a influência do MDB da observação l_i em cada um dos u parâmetros estimados de X .

Como para cada observação l_i , tem-se um modelo de erro associado (pois $q = 1$), para cada observação l_i , tem-se uma confiabilidade externa ∇X_i associada. Em outras palavras, a confiabilidade externa convencional expressa a influência no vetor dos parâmetros estimados do maior erro não detectado na observação l_i pelo teste DS considerando um nível de significância α_0 e poder do teste γ_0 .

2.2.3.1 Razão tendência-ruído, número de redundância local, absorção e redundância média

Os números de redundância local (ou números de redundância) r_i são obtidos pelos elementos da diagonal principal da matriz $R_{n,m}$, dada por (KAVOURAS, 1982):

$$R = \frac{1}{\sigma_0^2} \sum_v P \quad (2.11)$$

onde Σ_v é a matriz de covariância do vetor dos resíduos ajustados v , P é a matriz peso das observações, e σ_0^2 é o fator de variância a priori, também arbitrário (para mais detalhes, ver, por exemplo, GEMAEL, 1994).

Desta forma, para cada observação l_i de $L_{n \times 1}$, seu número de redundância local r_i é dado pelo respectivo elemento da diagonal principal da matriz $R_{n \times n}$.

A matriz $R_{n \times n}$ também pode ser definida por (GUO et al., 2007):

$$R_{n \times n} = [I_{n \times n} - A_{n \times u} (A_{u \times u}^T P_{n \times u} A_{n \times u})^{-1} A_{u \times n}^T P_{n \times n}] \quad (2.12)$$

sendo $I_{n \times n}$ a matriz identidade $n \times n$ e $A_{n \times u}$ a matriz design (jacobiana). Das propriedades da matriz idempotente $R_{n \times n}$, sabe-se que (OLIVEIRA e DALMOLIN, 2008):

$$\text{traço}[\Sigma_v P] = \text{rank}[\Sigma_v P] = n - u \quad (2.13)$$

Ou seja, o traço da matriz $R_{n \times n}$ é igual ao número de graus de liberdade (q) do sistema de equações ($n - u$), sendo o traço de uma matriz a soma dos elementos de sua diagonal principal (GHILANI e WOLF, 2006).

Designando os elementos da diagonal principal da matriz $R_{n \times n}$ por r_i (para $i = 1, 2, 3, \dots, n$) e o número de graus de liberdade do sistema de equações por $r = n - u$, considerando a expressão (2.13), pode-se escrever (SCHAFFRIN, 1997):

$$\sum_{i=1}^n r_i = r = n - u \quad (2.14)$$

Desta forma, pode-se interpretar os números de redundância local r_i de cada observação l_i como a contribuição de cada observação a redundância total ($r = n - u$) do sistema de equações (KAVOURAS, 1982).

Além disso, o número de redundância local r_i de uma observação l_i indica a fração de um possível erro grosseiro na observação l_i que é diretamente refletida no respectivo resíduo v_i desta observação, obtido com o ajustamento pelo MMQ.

Analisando a expressão (2.12), pode-se definir ainda a matriz $U_{n \times n} = I_{n \times n} - R_{n \times n}$, como sendo dada por:

$$U_{n \times n} = A_{n \times u} (A_{u \times n}^T P_{n \times n} A_{n \times u})^{-1} A_{u \times n}^T P_{n \times n} \quad (2.15)$$

Como a matriz $U_{n \times n}$ também é uma matriz idempotente, decorre que:

$$\text{traço}[U] = \text{rank}[A] = u \quad (2.16)$$

Designando os elementos da diagonal principal da matriz $U_{n \times n}$ por u_i (para $i = 1, 2, 3, \dots, n$) considerando a expressão (2.16), pode-se escrever (FORSTNER, 1987):

$$\sum_{i=1}^n u_i = u \quad (2.17)$$

Analogamente aos números de redundância local, para cada observação l_i de $L_{n \times 1}$, o seu número de absorção local (ou número de absorção) u_i é dado pelo respectivo elemento $u(i, i)$ da diagonal principal da matriz $U_{n \times n}$.

Como o número de absorção u_i local de uma observação l_i é o complemento de seu número de redundância local r_i (pois $I_{n \times n} = R_{n \times n} + U_{n \times n}$), este indica a fração de um possível erro grosseiro na observação l_i que é absorvida na estimação dos parâmetros incógnitos do modelo, não sendo refletida no respectivo resíduo v_i desta observação (KAVOURAS, 1982).

Portanto, para a identificação de um erro grosseiro em uma observação l_i , é desejável um alto valor para r_i e, conseqüentemente, um baixo valor para u_i pois os testes para a identificação de erros apresentados dependem da magnitude dos resíduos ajustados. Em Oliveira e Dalmolin (2008) são encontrados intervalos de classificação para a controlabilidade das observações mediante os valores de seus números de redundância local.

Quando a matriz peso das observações é uma matriz diagonal (matriz cujos elementos fora da diagonal principal são nulos), para cada observação l_i , a seguinte condição é satisfeita (KAVOURAS, 1982):

$$r_i + u_i = 1 \quad (2.18)$$

E, além disso, os números de redundância e absorção local estão restritos aos seguintes intervalos fechados (FORSTNER, 1987):

$$0 \leq r_i \leq 1 \quad ; \quad 0 \leq u_i \leq 1 \quad (2.19)$$

Entretanto, quando a matriz peso das observações não é diagonal, Wang e Chen (1994) demonstram que os números de redundância local podem apresentar valores maiores do que a unidade, ou até mesmo negativos (menores do que zero), fugindo deste intervalo fechado definido pela equação (20).

Considerando que $r = n - u$ uma redundância média pode ser definida como a média (\bar{r}) dos elementos da diagonal principal da equação (15), ou seja, (TEUNISSEN, 2006):

$$\bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^n r_i}{n} = \frac{n - u}{n} \quad (2.20)$$

Essa redundância média é uma medida única e global de todo o modelo, ao contrário dos números de redundância local r_i específicos de cada observação l_i (KLEIN, 2012). Na prática, para a maioria das redes geodésicas obtidas por técnicas de levantamento clássicas, o número de redundância médio é aproximadamente igual a $\bar{r} \cong 0,5$ e não pode ser aumentado facilmente (POPE, 1976). Entretanto, Klein (2012) ressalva que atualmente, em Fotogrametria e Posicionamento por GNSS, por exemplo, o número de observações em geral é muito superior ao número de parâmetros, e nestes casos, o número de redundância média das observações será em muitos casos maior que $\bar{r} \geq 0,5$.

As confiabilidades interna e externa que foram apresentadas anteriormente se referem ao procedimento DS, onde a confiabilidade interna se reduz ao menor erro detectável na i -ésima observação l_i , e a confiabilidade externa se reduz a influência deste possível menor erro detectável em l_i , no vetor dos parâmetros estimados X . Um problema que surge adotando esta estratégia de teste para detecção e identificação de erros é que, para cada observação l_i ($i = 1, 2, \dots, n$), tem-se uma confiabilidade interna diferente, e para cada confiabilidade interna, tem-se uma confiabilidade externa associada, levando a um largo número de cálculos na prática

(KLEIN, 2012). Para reduzir esse número de cálculos podem-se substituir os vetores confiabilidade interna ∇l e externa ∇X por medidas escalares. A utilização da razão tendência-ruído não é muito vantajosa para a confiabilidade interna no caso do procedimento DS, pois a confiabilidade interna já se reduz ao escalar ∇l_i (MDB em l_i).

Para o vetor de confiabilidade externa, considerando ∇X_{uxl} um possível vetor de erros (*bias*) não detectados no vetor dos parâmetros estimados X_{uxl} , e Σ_X a matriz de covariância de X_{uxl} , ou seja, uma descrição do ruído (*noise*) em X_{uxl} , pode-se definir o escalar quadrático *bias-to-noise ratio* (BNR - razão tendência-ruído) para X_{uxl} por (PAPOULIS, 1991):

$$\lambda_x = \nabla X^T \Sigma_X^{-1} \nabla X \quad (2.21)$$

Segundo Teunissen (2006), um alto valor para λ_x (BNR) indica que a influência do modelo de erro ∇l sobre X_{uxl} é estatisticamente significativa, enquanto um valor pequeno para λ_x indica que a influência do modelo de erro ∇l_i sobre X_{uxl} não é estatisticamente significativa (com uma probabilidade $\gamma = \gamma_0$). Uma expressão de cálculo alternativa para λ_x é demonstrada em Klein (2012).

De acordo com Kavouras (1982), uma das vantagens da variável padronizada BNR (λ_x) é que, ao contrário do vetor confiabilidade externa ∇X_{uxl} , ela é invariante com respeito ao sistema de referência adotado. Além de também poder ser considerada uma medida de confiabilidade dos resultados, sendo desejáveis valores baixos para λ_x , para qualquer modelo de erro ∇l considerado.

Para o caso do teste DS ($q = 1$), para cada MDB ∇l_i tem-se um vetor de confiabilidade externa ∇X_{xi} . Neste caso, o uso da razão tendência-ruído λ_{xi} é interessante para análise, pois, para cada ∇l_i tem-se um escalar λ_{xi} ao invés de um vetor. Este escalar λ_{xi} pode ser entendido como um indicador global do efeito do MDB da i -ésima observação no vetor dos parâmetros X . Como para cada observação tem-se um λ_{xi} , aquela observação que resulta no maior λ_{xi} é a que produz um maior efeito global na rede.

Maiores detalhes sobre a razão tendência - ruído de l_{uxl} e X_{uxl} podem ser obtidos em Kavouras (1982), Teunissen (2006) e Klein (2012).

2.3 Materiais e Metodologia

A rede GNSS utilizada no experimento é constituída por dados de estações da RBMC do IBGE e que datam de fevereiro de 2010. No experimento, as estações ILHA (Ilha Solteira - SP), SPAR (Araçatuba - SP), OURI (Ourinhos - SP) e PPTE (Presidente Prudente – SP) foram considerados vértices desconhecidos da rede, cujas coordenadas cartesianas geocêntricas (X, Y, Z) devem ser determinadas. As estações SJRP (São José do Rio Preto – SP) e ROSA (Rosana – SP) foram consideradas pontos de controle da rede, injuncionando no ajustamento as coordenadas oficiais (SIRGAS2000) destas estações no processo de ajustamento. A figura 2.1 apresenta a rede geodésica.

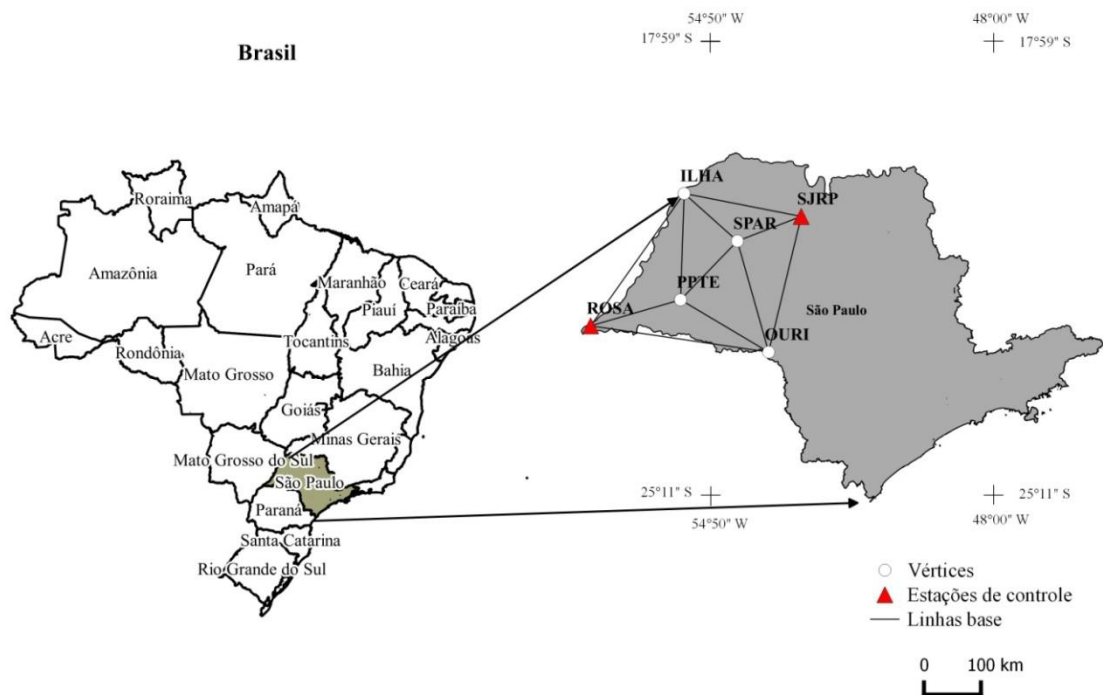


Figura 2.1 –Configuração da rede, com onze linhas-base independentes.

Analisando a figura 2.1 verifica-se que a rede se constitui de seis vértices: ILHA, SPAR, OURI, PPTE, SJRP, ROSA e onze linhas-base: PPTE – SPAR, PPTE – ILHA, PPTE – OURI, SJRP – SPAR, SJRP – ILHA, SJRP – OURI, SPAR – ILHA, SPAR – OURI, ROSA – PPTE, OURI – ROSA, ILHA – ROSA. Os vértices SJRP e ROSA foram consideradas pontos de controle (injunção absoluta). O número de observações é $11 \times 3 = 33$ (componentes ΔX , ΔY e ΔZ das onze linhas-base), o número de incógnitas é $4 \times 3 = 12$ (coordenadas cartesianas

geocêntricas dos vértices desconhecidos ILHA, SPAR, OURI, PPTE) e o número de injunções absolutas é $2 \times 3 = 6$ (coordenadas cartesianas geocêntricas dos pontos de controle SJRP e ROSA). O comprimento médio das linhas-base é de 200 quilômetros.

Inicialmente, os dados foram processados no *software* Topcon Tools para obtenção das linhas-base, considerando 6 horas de rastreamento. As variâncias e covariâncias das componentes de cada linha-base foram obtidas por meio do posicionamento GNSS relativo, que foi realizado para estimar o valor numérico de suas componentes ΔX , ΔY e ΔZ . As covariâncias entre componentes de diferentes linhas-base foram consideradas nulas. Os ajustamentos foram realizados com auxílio do *freeware* Scilab v.4.1.2.

A escolha da linha-base a ser repetida na rede foi realizada a partir da análise de qual observação possuía menor valor de número de redundância local. Esse valor indica a fração de um possível erro grosseiro na observação que é diretamente refletida no respectivo resíduo desta observação, obtido com o ajustamento. O número de absorção local de uma observação é o complemento de seu número de redundância local e indica a fração de um possível erro não aleatório na observação que é absorvida na estimação dos parâmetros incógnitos do modelo. Para a identificação de *outliers* é desejável um alto valor para o número de redundância e, conseqüentemente, um baixo valor para número de absorção, pois os testes para a identificação de erros apresentados dependem da magnitude dos resíduos ajustados.

Identificando o menor valor de número de redundância local verifica-se a qual linha base esta observação pertence. A linha-base então é repetida na rede. Esse procedimento é repetido cinco vezes, sendo que cada inserção configura um novo cenário. Dessa forma ter-se-ão seis cenários (o primeiro da configuração original e mais cinco configurando cada inserção de linha-base).

A metodologia empregada neste trabalho pode também ser aplicada na fase de planejamento, antes mesmo da coleta de dados em campo. Isto porque as medidas de confiabilidade não dependem do valor das observações, e sim, da precisão das mesmas e da geometria/configuração da rede. Desta forma, com base no limiar de precisão que se deseja para as observações e estipulando uma geometria prévia, pode-se empregar a metodologia aplicada neste trabalho para definir, baseado nos valores de confiabilidade, quais as linhas-base serão repetidas.

2.4 Resultados e discussões

As análises são realizadas para cada configuração da rede. Inicialmente é analisada a rede original e identificada a linha-base a ser repetida, verificando a qual linha-base pertence à observação com menor valor de número de redundância. Esse procedimento é repetido cinco vezes e a cada inserção de nova linha-base tem-se um novo cenário. Para cada cenário, as medidas de confiabilidade convencionais foram obtidas considerando um poder de teste $\gamma_0=80\%$ e nível de significância $\alpha_0=0,001$, o que implica em um parâmetro de não centralidade de $\lambda_0=17,075$.

2.4.1 Cenário 1

A rede original é constituída de seis vértices, 33 observações e 12 incógnitas. Após o ajustamento pelo MMQ, o teste DS foi aplicado, sendo nenhuma observação identificada, com nível de significância de $\alpha_0=0,001$. Analisando os resultados com relação aos valores de desvio padrão das observações, verifica-se a precisão média de 3,8 centímetros, sendo que as onze linhas-base possuem precisões semelhantes em suas componentes, com exceção da componente ΔX das linhas base SJRP_ILHA e ILHA_ROSA que possuem precisão menor, de 6 e 6,6 centímetros, respectivamente.

A fim de verificar a redundância da rede foi calculada a média dos números de redundância locais obtidos e comparada com a média obtida pela equação (2.20). Ambos os resultados são 0,636. Ainda com relação aos números de redundância local, pode-se verificar que linhas-base compostas por dois pontos desconhecidos, em geral, apresentam menores valores para os seus números de redundância local do que as linhas-base compostas por um ponto de controle e um ponto desconhecido. A linha-base ILHA_ROSA apresentou os maiores números de redundância local, devido à menor precisão de suas observações, resultando em menor peso no ajustamento e, portanto, deixando suas observações “mais livres” para variar no processo de estimação.

Sobre o menor erro detectável (MDB - confiabilidade interna), em média as observações apresentaram MDB pelo procedimento de teste DS 3,52 vezes maior que a precisão (σ_i) destas para a configuração original. Em geral, quanto menos precisa é a observação, maior o seu MDB (correlação de 0,87). A linha-base ILHA_ROSA apresentou os maiores valores para os números de redundância local e também apresentou a menor

confiabilidade interna (maiores valores para o MDB). Ou seja, embora um erro grosseiro em alguma componente desta linha-base seja altamente refletido no respectivo resíduo, devido ao fato de sua baixa precisão, o menor erro detectável pelo procedimento DS, também é relativamente maior do que para as componentes de outras linhas-base. Portanto, é importante que estas medidas de confiabilidade sejam analisadas conjuntamente.

A linha-base ILHA_ROSA também é a que possui menor valor de BNR. Isto significa que entre todas as linhas-base, a ILHA_ROSA provoca o menor efeito nos parâmetros em decorrência de erros não detectados nas suas observações. O maior efeito é provocado pela linha-base SPAR_ILHA. Entre o número de redundância e o BNR é verificada alta correlação negativa, de 0,92. Quanto maior valor do número de redundância, menor o valor de BNR.

A confiabilidade externa reflete a influência do MDB de uma observação nos resultados do ajustamento (no vetor dos parâmetros ajustados). Como a rede geodésica em estudo possui 33 observações, pela teoria de confiabilidade convencional, tem-se 33 confiabilidades externas associadas (uma para cada observação). A Tabela 2.1 apresenta apenas três destas confiabilidades externas, relativas à observação com maior MDB, MDB intermediário e menor MDB. O maior valor de MDB encontrado é de 0,26 metros na observação ΔX_{ILHA_ROSA} , o MDB intermediário é de 0,136 (media dos valores de MDB é 0,133) na observação ΔX_{SPAR_ILHA} e menor MDB de 0,09 metros na observação ΔZ_{SJRP_ILHA} .

Tabela 2.1 – Confiabilidade Externa das observações ΔX_{ILHA_ROSA} , ΔX_{SPAR_ILHA} e $\Delta Z_{SJRILHA}$, em metros.

Parâmetros	Maior MDB (metros)	MDB Inter. (metros)	Menor MDB (metros)
X_PPTE	-0,009	0,005	0
Y_PPTE	0,001	0,005	0
Z_PPTE	-0,002	-0,001	0,013
X_SPAR	-0,011	-0,02	-0,001
Y_SPAR	0,002	0,003	0,002
Z_SPAR	-0,002	-0,001	0,015
X_ILHA	-0,025	0,066	-0,001
Y_ILHA	0,004	0,003	0,002
Z_ILHA	-0,005	-0,004	0,034
X_OURI	-0,006	-0,004	0
Y_OURI	0	0,002	0,001
Z_OURI	-0,002	0	0,008

Analisando a Tabela 2.1 verifica-se que a influência do menor erro detectável em uma observação afeta principalmente as coordenadas referentes ao eixo cartesiano sobre o qual foi tomada aquela observação. O menor erro detectável da observação $\Delta Z_{SJRILHA}$ afeta principalmente as coordenadas Z_j da rede, e o mesmo para as observações ΔX_{ILHA_ROSA} e ΔX_{SPAR_ILHA} . Também nota-se que a influência do MDB de uma observação é maior para os parâmetros diretamente ligados aquela observação (como por exemplo, a coordenada X_{ILHA} para a observação ΔX_{SPAR_ILHA}).

Analisando as medidas de confiabilidade conjuntamente verifica-se que o maior MDB encontrado, de 26 centímetros, correspondente a observação ΔX_{ILHA_ROSA} , quando não detectado causa um erro de apenas 2,5 centímetros na coordenada X_{ILHA} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação encontrado de 0,903 (ou seja, 90% do erro é refletido no resíduo desta observação e 10% é absorvido na estimação dos parâmetros incógnitos).

Nessa mesma análise, verifica-se que o MDB intermediário de 13,6 centímetros, correspondente a observação ΔX_{SPAR_ILHA} , quando não detectado causa um erro de 6,6 centímetros na mesma coordenada X_{ILHA} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,371 (ou seja, 37% do erro é refletido no

resíduo desta observação e os restantes 63% são absorvidos na estimação dos parâmetros incógnitos).

Interessante comparar a influência do maior MDB e de um MDB intermediário na mesma componente de uma coordenada. O maior MDB teve menos da metade da influência que o MDB intermediário, o número de redundância para as observações explica esse fato. Ainda nesse sentido, analisando a influência do menor MDB, de 9 centímetros, correspondente a observação $\Delta Z_{\text{SJR}_P_{\text{ILHA}}}$, quando não detectado causa um erro de 3,4 centímetros na coordenada Z_{ILHA} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,63 (ou seja, 63% do erro é refletido no resíduo desta observação e os restantes 37% são absorvidos na estimação dos parâmetros incógnitos).

O menor número de redundância corresponde à observação $\Delta X_{\text{ILHA_SPAR}}$ e é de 0,371. Esse valor indica a fração de um possível erro grosseiro na observação que é diretamente refletida no respectivo resíduo desta observação, obtido com o ajustamento. Para a identificação de *outliers* é desejável um alto valor para o número de redundância, pois os testes para a identificação de erros apresentados dependem da magnitude dos resíduos ajustados. Com o objetivo de melhorar a redundância da rede, a linha-base a qual pertence à observação com menor valor de número de redundância é repetida, configurando o próximo cenário a rede: a rede original com a adição da linha-base ILHA_SPAR, repetida.

2.4.2 Cenário 2

A rede do segundo cenário possui 36 observações, com a nova linha-base ILHA_SPAR. Após o ajustamento por mínimos quadrados (MMQ), o teste DS foi aplicado, sendo nenhuma observação identificada, com nível de significância de $\alpha_0=0,001$. As medidas de confiabilidade convencionais foram obtidas considerando um poder de teste $\gamma_0=80\%$ e nível de significância $\alpha_0=0,001$.

O valor da redundância média aumentou de 0,63 para 0,67 com a inserção da linha-base ILHA_SPAR, no segundo cenário. A linha-base ILHA_ROSA novamente apresentou os maiores valores de redundância local, mais alto que no cenário 1, para a componente X (0,917). O maior valor de redundância é para a resultante da linha-base ILHA_ROSA, de 0,802. O menor valor de redundância local encontrado (0,512) é para a componente ΔX da linha-base SJRP_SPAR. E o menor valor de redundância para a resultante de linha-base é em SJRP_SPAR, de 0,566.

Em média as observações apresentaram MDB pelo procedimento de teste DS 3,36 vezes maior que a precisão (σ_i) destas para a configuração original. A linha-base ILHA_ROSA apresentou o maior valor para o número de redundância local e também apresentou a menor confiabilidade interna (maiores valores para o MDB) e maior valor de BNR.

A Tabela 2.2 apresenta apenas as confiabilidades externas relativas à observação com maior MDB, MDB intermediário e menor MDB no segundo cenário. O maior valor de MDB encontrado é de novamente 0,26 metros na observação ΔX_{ILHA_ROSA} , o MDB intermediário é de 0,128 (média dos valores de MDB é 0,128 metros) na observação ΔZ_{PPTE_OURI} e novamente menor MDB de 0,088 metros na observação $\Delta Z_{SJRILHA}$. No cenário anterior a componente ΔX da linha-base SPAR_ILHA foi utilizada como MDB intermediário, tendo o valor de 0,136 metros. Verifica-se a diminuição do valor de MDB nessa componente no segundo cenário, para 0,108 metros. A resultante de MDB para a linha base SPAR_ILHA passou de 0,12 para 0,1. A diminuição do valor de MDB se deve ao fato de a linha-base repetida ser a ILHA_SPAR. A média dos valores de MDB era de 0,133 no primeiro cenário. Houve diminuição de media de MDB para 0,128 neste segundo cenário.

Tabela 2.2 – Confiabilidade Externa das observações ΔX_{ILHA_ROSA} , ΔY_{ILHA_ROSA} , ΔX_{PPTE_OURI} e $\Delta Z_{SJRILHA}$, em metros.

Parâmetros	Maior MDB (metros)	MDB Inter. (metros)	Menor MDB (metros)
X_PPTE	-0,009	-0,028	-0,001
Y_PPTE	0,001	-0,002	0,001
Z_PPTE	-0,003	-0,005	0,014
X_SPAR	-0,011	-0,006	-0,002
Y_SPAR	0,001	0	0,004
Z_SPAR	-0,003	0,001	0,018
X_ILHA	-0,021	-0,01	-0,001
Y_ILHA	0,004	0	0,002
Z_ILHA	-0,005	0	0,03
X_OURI	-0,006	0,03	0
Y_OURI	0	0,001	0,002
Z_OURI	-0,003	0,008	0,009

Analisando na Tabela 2.2 as medidas de confiabilidade conjuntamente verifica-se que o maior MDB encontrado, de 26 centímetros, correspondente a observação ΔX_{ILHA_ROSA} , quando não detectado causa um erro máximo nos parâmetros da rede na coordenada X_{ILHA} , de apenas 2,1 centímetros. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,917 (ou seja, aproximadamente 92% do erro é refletido no resíduo desta observação e 8% é absorvido na estimação dos parâmetros incógnitos). Nessa mesma análise, verifica-se que o MDB intermediário de 12,8 centímetros, correspondente a observação ΔX_{PPTE_OURI} , quando não detectado causa um erro de 2,8 centímetros na coordenadas X_{PPTE} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,602. Assim, cerca de 40% do erro é refletido nos parâmetros.

O maior valor de confiabilidade externa encontrado nesse cenário é de 5,6 centímetros para a coordenada X_{SPAR} a partir de um MDB de 11,5 na observação ΔX_{SJR_SPAR} , para qual o número de redundância é de 0,512. O segundo maior valor de confiabilidade externa é de 5,5 centímetros na coordenadas X_{OURI} a partir de um MDB de 13,3 na observação ΔX_{SJR_OURI} , para qual o número de redundância é de 0,587. O que corrobora com o que foi verificado nos outros casos. Um MDB maior (26 centímetros) teve menos da metade da influência (2,1 centímetros) que o MDB intermediário (11,5) em outro parâmetros (5,6 centímetros), o número de redundância para as observações explica esse fato. Ainda nesse sentido, analisando a influência do menor MDB, de 8,8 centímetros, correspondente a observação ΔZ_{SJR_ILHA} , quando não detectado causa um erro de 3 centímetros na coordenada Z_{ILHA} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,655 (ou seja, 66% do erro é refletido no resíduo desta observação e os restantes 34% são absorvidos na estimação dos parâmetros incógnitos).

O menor número de redundância corresponde à observação ΔX_{SJR_SPAR} e é de 0,512. Com o objetivo de melhorar a redundância da rede, a linha-base a qual pertence a observação com menor valor de número de redundância é repetida, configurando o terceiro cenário a rede: a rede com a adição da segunda linha-base repetida: SPAR_SJRP.

2.4.3 Cenário 3

A rede do terceiro cenário possui 39 observações, com a nova linha-base SPAR_SJRP. Novamente, nenhuma observação foi identificada pelo teste DS, com nível de significância de $\alpha_0=0,001$. Analisando as medidas de confiabilidade convencionais verifica-se que valor da

redundância média subiu de 0,67 para 0,69 com o novo cenário. A linha-base ILHA_ROSA novamente apresentou os maiores valores de redundância local, mais alto que nos cenários anteriores, para a componente X (0,929). O maior valor de redundância é também para a resultante da linha-base ILHA_ROSA, de 0,821. O menor valor de redundância local encontrado (0,549) é para a componente ΔY da linha-base PPTE_ILHA. E o menor valor de redundância para a resultante de linha-base é em PPTE_OURI, de 0,566. A linha base SJRP_SPAR que antes possuía menor valor de redundância, agora passa a ter 0,694. A linha-base ILHA_ROSA apresentou o maior valor para o número de redundância local e também apresentou maiores valores para o MDB e de BNR.

A Tabela 2.3 apresenta as confiabilidades externas, relativas à observação com maior MDB, MDB intermediário e menor MDB para o terceiro cenário. O maior valor de MDB encontrado é de novamente 25,5 centímetros na observação ΔX_{ILHA_ROSA} , o MDB intermediário é de 12,31 (média dos valores de MDB é 12,34 centímetros) na observação ΔY_{ROSA_PPTE} e novamente menor MDB de 8,37 centímetros na observação ΔZ_{SJRP_SPAR} .

Tabela 2.3 –Confiabilidade Externa das observações ΔX_{ILHA_ROSA} , ΔX_{PPTE_OURI} e ΔZ_{SJRP_ILHA} em metros.

Parâmetros	Maior MDB (metros)	MDB Inter. (metros)	Menor MDB (metros)
X_PPTE	-0,007	0,003	0,002
Y_PPTE	0,001	0,038	-0,004
Z_PPTE	-0,002	-0,006	0,009
X_SPAR	-0,007	0,003	0,006
Y_SPAR	0,001	0,012	-0,011
Z_SPAR	-0,002	-0,001	0,019
X_ILHA	-0,018	0,005	0,004
Y_ILHA	0,004	0,015	-0,007
Z_ILHA	-0,004	-0,002	0,009
X_OURI	-0,004	0	0,003
Y_OURI	0	0,014	-0,004
Z_OURI	-0,002	0,002	0,008

Analisando na Tabela 2.3 verifica-se que o maior MDB encontrado, de 25,5 centímetros, correspondente a observação ΔX_{ILHA_ROSA} , quando não detectado causa um erro

máximo nos parâmetros da rede na coordenada X_{ILHA} , de -1,8 centímetros. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,93. No geral, a confiabilidade externa para a observação com maior MDB - ΔX_{ILHA_ROSA} - apresenta valores baixos, com média de 0,3 centímetros. Nessa mesma análise, verifica-se que o MDB intermediário de 12,31 centímetros, correspondente a observação ΔY_{ROSA_PTE} , quando não detectado causa um erro máximo de 3,83 centímetros na coordenadas Y_{PTE} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,69. Assim, cerca de 31% do erro é refletido nos parâmetros.

O maior valor de confiabilidade externa encontrado nesse cenário é de 5,1 centímetros para a coordenada X_{OURI} a partir de um MDB de 13,1 centímetros na observação ΔX_{SIRP_OURI} , para qual o número de redundância é de 0,61. O segundo maior valor de confiabilidade externa é de 4,6 centímetros na coordenadas X_{PTE} a partir de um MDB de 12,3 centímetros na observação ΔX_{ROSA_PTE} para qual o número de redundância é de 0,624. Conforme foi verificado nos outros casos, um MDB maior (25,5 centímetros) teve menos influência (1,8 centímetros) que o MDB intermediário (12,3) em outro parâmetro (4,6 centímetros), o número de redundância para as observações explica esse fato. Ainda nesse sentido, analisando a influência do menor MDB, de 8,37 centímetros, correspondente a observação ΔZ_{SIRP_SPAR} , quando não detectado causa um erro de 1,94 centímetros na coordenada Z_{SPAR} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,768 (ou seja, cerca de 77% do erro é refletido no resíduo desta observação e os restantes 23% são absorvidos na estimação dos parâmetros incógnitos).

O menor número de redundância corresponde à observação ΔY_{PTE_ILHA} e é de 0,549. Com o objetivo de melhorar a redundância da rede, a linha-base a qual pertence a observação com menor valor de número de redundância é repetida, configurando o próximo cenário a rede: a rede com a adição da terceira linha-base repetida: PTE_ILHA .

2.4.4 Cenário 4

A rede do quarto cenário possui 42 observações, com a nova linha-base PTE_ILHA . Novamente, nenhuma observação foi identificada pelo teste DS, com nível de significância de $\alpha_0=0,001$. Analisando as medidas de confiabilidade convencionais verifica-se que o valor da redundância média aumentou de 0,69 para 0,71 com o novo cenário. A linha-base $ILHA_ROSA$ novamente apresentou os maiores valores de redundância local, mais alto que

nos cenários anteriores, para a componente X (0,936). O maior valor de redundância é também para a resultante da linha-base ILHA_ROSA, de 0,832. O menor valor de redundância local encontrado (0,566) é para a componente ΔX da linha-base PPTE_OURI. E o menor valor de redundância para a resultante de linha-base é em PPTE_OURI, de 0,594. A observação ΔY_{PPTE_ILHA} que antes possuía menor valor de redundância (0,549), agora passa a ter 0,624.

Em média as observações apresentaram MDB pelo procedimento de teste DS 3,23 vezes maior que a precisão (σ_i) destas para a configuração original. Em geral, quanto menos precisa (maiores valores de desvio-padrão) é a observação, maior o seu MDB (correlação de 0,87). A linha-base ILHA_ROSA apresentou o maior valor para o número de redundância local e também apresentou maiores valores para o MDB de BNR, novamente.

Na Tabela 2.4 são apresentados os valores de confiabilidade externa para o maior valor de MDB encontrado, de 25,4 centímetros na observação ΔX_{ILHA_ROSA} , o MDB intermediário, de 12 centímetros (média dos valores de MDB é 12 centímetros) na observação ΔY_{ROSA_PPTE} , e menor MDB, de 8,37 centímetros na observação ΔZ_{SPAR_SJR} novamente. Em geral, os valores máximos e mínimos de MDB são idênticos ao cenário anterior. A média dos valores de MDB baixou 34 milímetros.

Tabela 2.4 – Confiabilidade Externa das observações ΔX_{ILHA_ROSA} , ΔX_{ROSA_PPTE} e ΔZ_{SJR_SPAR} , em metros.

Parâmetros	Maior MDB (metros)	MDB Inter. (metros)	Menor MDB (metros)
X_PPTE	-0,008	0,002	0,002
Y_PPTE	0,001	0,036	-0,004
Z_PPTE	-0,003	-0,004	0,009
X_SPAR	-0,007	0,003	0,006
Y_SPAR	0,001	0,012	-0,011
Z_SPAR	-0,002	-0,001	0,019
X_ILHA	-0,016	0,007	0,004
Y_ILHA	0,004	0,016	-0,006
Z_ILHA	-0,004	-0,003	0,009
X_OURI	-0,004	0	0,003
Y_OURI	0	0,014	-0,004
Z_OURI	-0,002	0,002	0,008

Analisando na Tabela 2.4 verifica-se que o maior MDB encontrado, de 25,4 centímetros, correspondente a observação ΔX_{ILHA_ROSA} , quando não detectado causa um erro máximo nos parâmetros da rede na coordenada Y_{ILHA} , de apenas 1,6 centímetros. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,94. Nessa mesma análise, verifica-se que o MDB intermediário de 12 centímetros, correspondente a observação ΔY_{ROSA_PSTE} , quando não detectado causa um erro máximo de 3,6 centímetros na coordenadas Y_{PSTE} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,704. Assim, cerca de 30% do erro é refletido nos parâmetros.

O maior valor de confiabilidade externa encontrado nesse cenário é de 5,1 centímetros para a coordenada X_{OURI} a partir de um MDB de 13,1 centímetros na observação ΔX_{SJR_OURI} , para qual o número de redundância é de 0,61. O segundo maior valor de confiabilidade externa é de 4,2 centímetros na coordenadas X_{PSTE} a partir de um MDB de 12,1 centímetros na observação ΔX_{ROSA_PSTE} para qual o número de redundância é de 0,652.

Conforme foi verificado nos outros casos, um MDB maior (25,4 centímetros) teve menos influência (1,6 centímetros) que o MDB intermediário (12,1) em outro parâmetro (4,2 centímetros), o número de redundância para as observações explica esse fato. Ainda nesse sentido, analisando a influência do menor MDB, de 8,4 centímetros, correspondente a observação ΔZ_{SJR_SPAR} , quando não detectado causa um erro de 1,9 centímetros na coordenada Z_{SPAR} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,768 (ou seja, cerca de 77% do erro é refletido no resíduo desta observação e os restantes 23% são absorvidos na estimação dos parâmetros incógnitos).

O menor número de redundância corresponde à observação ΔY_{PSTE_OURI} e é de 0,566. Com o objetivo de melhorar a redundância da rede, a linha-base a qual pertence a observação com menor valor de número de redundância é repetida, configurando o próximo cenário a rede: a rede com a adição da quarta linha-base repetida: $PSTE_OURI$.

2.4.5 Cenário 5

A rede do quarto cenário possui 45 observações, com a nova linha-base $PSTE_OURI$. Novamente, nenhuma observação foi identificada pelo teste DS, com nível de significância de $\alpha_0=0,001$. Analisando as medidas de confiabilidade convencionais obtidas considerando um poder de teste $\gamma_0=80\%$ e nível de significância $\alpha_0=0,001$ no quinto cenário, verifica-se que o valor da redundância média aumentou de 0,71 para 0,73. A linha-base $ILHA_ROSA$

novamente apresentou os maiores valores de redundância local, mais alto que nos cenários anteriores, para a componente X (0,937). O maior valor de redundância é também para a resultante da linha-base ILHA_ROSA, de 0,834. O menor valor de redundância local encontrado (0,605) é para a componente X da linha-base ILHA_ROSA. E o menor valor de redundância para a resultante de linha-base é em SPAR_OURI, de 0,694. A observação $\Delta X_{\text{PTE_OURI}}$ que antes possuía menor valor de redundância (0,566), agora passa a ter 0,696.

O maior valor de MDB é de 17 centímetros na resultante da linha-base ILHA_ROSA e o menor valor de MDB é de 9,1 centímetros na resultante da linha-base SJRP_SPAR, o que é idêntico ao cenário anterior e que era esperado, já que a linha base repetida novamente não contém essas estações. A componente ΔX da linha-base ILHA_ROSA apresentou o maior valor de MDB de 25,4 centímetros. A correlação entre os valores de desvio-padrão e de MDB é de 0,86. A linha-base ILHA_ROSA apresentou novamente o maior valor para o número de redundância local e também apresentou a maiores valores para o MDB e BNR. Ou seja, embora um erro grosseiro em alguma componente desta linha-base seja altamente refletido no respectivo resíduo, devido ao fato de sua baixa precisão, o menor erro detectável pelo procedimento DS, também é relativamente maior do que para as componentes de outras linhas-base. Portanto, é importante que estas medidas de confiabilidade sejam analisadas conjuntamente.

A Tabela 2.5 apresenta apenas as confiabilidades externa relativas à observação com maior MDB, MDB intermediário e menor MDB. O maior valor de MDB encontrado é de 25,4 centímetros na observação $\Delta X_{\text{ILHA_ROSA}}$, o MDB intermediário é de 11,8 centímetros (média dos valores de MDB é 11,8 centímetros) na observação $\Delta Y_{\text{ROSA_PTE}}$ e novamente menor MDB de 8,37 centímetros na observação $\Delta Z_{\text{SPAR_SJRP}}$. Pelo menos quatro observações apresentaram valores de MDB iguais a média dos valores de MDB e, dessa forma, a observação escolhida para exemplificar o MDB médio foi a mesma do cenário anterior, a fim de verificar modificações nos resultados para esta. Em geral, os valores máximos e mínimos de MDB são idênticos ao cenário anterior. A média dos valores de MDB diminuiu 2 milímetros.

Tabela 2.5 – Confiabilidade Externa das ΔX_{ILHA_ROSA} , ΔX_{ROSA_PPTE} e ΔZ_{SIRP_SPAR} , em metros.

Parâmetros	Maior MDB (metros)	MDB Inter. (metros)	Menor MDB (metros)
X_PPTE	-0,007	0,001	0,002
Y_PPTE	0,001	0,033	-0,004
Z_PPTE	-0,003	-0,003	0,009
X_SPAR	-0,007	0,003	0,006
Y_SPAR	0,001	0,011	-0,011
Z_SPAR	-0,002	-0,001	0,019
X_ILHA	-0,016	0,006	0,004
Y_ILHA	0,004	0,014	-0,006
Z_ILHA	-0,004	-0,002	0,009
X_OURI	-0,005	0,002	0,002
Y_OURI	0	0,015	-0,004
Z_OURI	-0,002	0	0,009

Analisando na Tabela 2.5 verifica-se que o maior MDB encontrado, de 25,4 centímetros, correspondente a observação ΔX_{ILHA_ROSA} , quando não detectado causa um erro máximo nos parâmetros da rede na coordenada Y_{ILHA} , de apenas 1,4 centímetros, igual ao cenário anterior. O número de redundância local desta observação que é de 0,94.

Nessa mesma análise, verifica-se que o MDB intermediário de 11,8 centímetros, correspondente a observação ΔY_{ROSA_PPTE} , quando não detectado causa um erro máximo de 3,3 centímetros na coordenadas Y_{PPTE} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,724. Assim, cerca de 28% do erro é refletido nos parâmetros.

O maior valor de confiabilidade externa encontrado nesse cenário é de 4,3 centímetros para a coordenada X_{OURI} a partir de um MDB de 12,7 centímetros na observação ΔX_{SIRP_OURI} , para qual o número de redundância é de 0,662. O segundo maior valor de confiabilidade externa é de 3,79 centímetros na coordenadas X_{PPTE} a partir de um MDB de 11,8 centímetros na observação ΔX_{ROSA_PPTE} para qual o número de redundância é de 0,680.

Conforme foi verificado nos outros casos, um MDB maior (25,4 centímetros) teve menos influência (1,6 centímetros) que o MDB intermediário (11,8 centímetros) em outro parâmetro (3,79 centímetros), o número de redundância para as observações explica esse fato.

Ainda nesse sentido, analisando a influência do menor MDB, de 8,4 centímetros, correspondente a observação $\Delta Z_{SJR\text{P_SPAR}}$, quando não detectado causa um erro de 1,9 centímetros na coordenada Z_{SPAR} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,768 (ou seja, cerca de 77% do erro é refletido no resíduo desta observação e os restantes 23% são absorvidos na estimação dos parâmetros incógnitos).

Nesse cenário verificou-se a estabilização da rede através das análises com a inclusão de linhas-base repetidas. No sexto cenário, com a quinta linha-base repetida: OURI_SPAR, o valor mínimo de redundância se manteve o mesmo identificado no quinto cenário, de 0,605. Também não se verificou mudança nos valores de confiabilidade interna e externa extremos. Dessa forma, optou-se por encerrar a inserção de novas linhas-base.

2.4.6 Análise Geral

Em geral, quanto menos precisa é a observação, maior o seu MDB. A correlação linear média entre o desvio-padrão das observações e os resultados de MDB para todos os cenários é de 87%. Na figura 2.2 são visualizados os maiores valores de confiabilidade interna (MDB) encontrados. A diferença entre o cenário 6 e o cenário 1 é de 6 milímetros, o que corresponde a uma melhora de 23%. A estabilização é verificada visualmente a partir do quarto cenário, aproximadamente no valor de MDB de 25,4 centímetros.

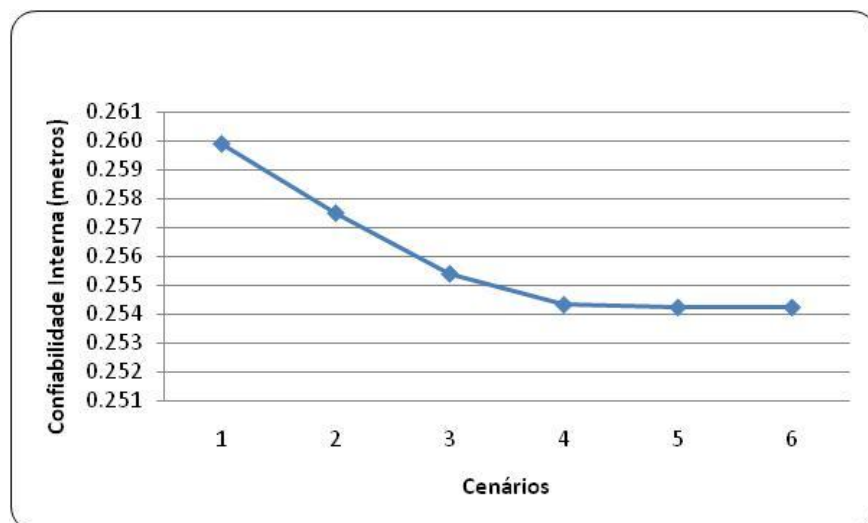


Figura 2.2 – Valores máximos de MDB (metros) em cada cenário.

A linha-base ILHA_ROSA apresentou em todos os cenários o maior valor para o número de redundância local e também apresentou a menor confiabilidade interna (maiores valores para o MDB). Ou seja, embora um erro grosseiro em alguma componente desta linha-base seja altamente refletido no respectivo resíduo, devido ao fato de sua baixa precisão, o menor erro detectável também é relativamente maior do que para as componentes de outras linhas-base. Portanto, é importante que estas medidas de confiabilidade sejam analisadas conjuntamente.

Com relação à confiabilidade externa foram analisados os resultados relativos às observações com maior MDB, MDB intermediário e menor MDB, em cada cenário. Verificou-se que a influência do menor erro detectável em uma observação afeta principalmente as coordenadas referentes ao eixo cartesiano sobre o qual foi tomada aquela observação. Também nota-se que a influência do MDB de uma observação é maior para os parâmetros diretamente ligados àquela observação. Analisando as medidas de confiabilidade conjuntamente verifica-se que maiores MDBs podem causar, quando não detectados, menos da metade do erro nos resultados que MDBs intermediários, por exemplo. Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local das observações. Na figura 2.3 são visualizados os maiores valores de confiabilidade externa encontrados.

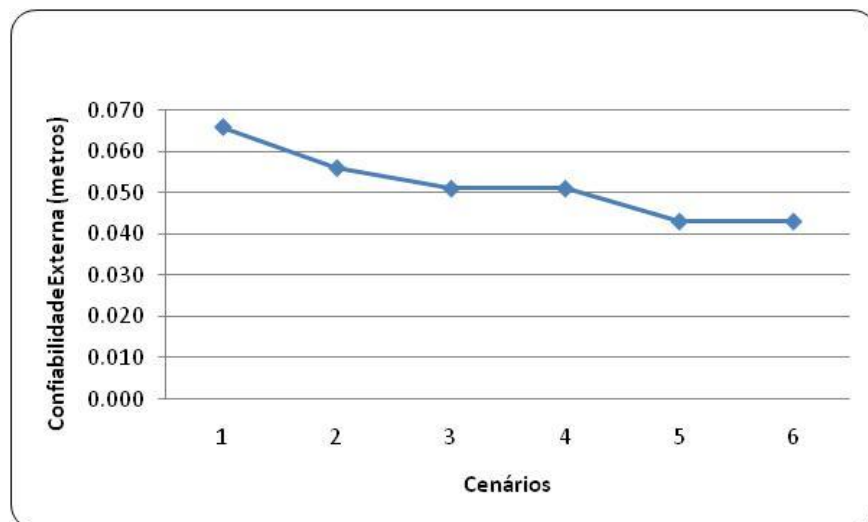


Figura 2.3 – Valores máximos de confiabilidade externa (metros) em cada cenário.

Analisando a figura 2.3 verifica-se a diferença entre o cenário 6 e o cenário 1 é de 2,3 centímetros, que corresponde a uma melhora de 35% no valor de confiabilidade externa máxima. A estabilização é verificada a partir do quinto cenário, aproximadamente no valor de 4,3 centímetros. Porém, os cenários três e quatro também são semelhantes quanto ao valor

máximo de confiabilidade externa. Isso se deve ao fato que o parâmetro com maior confiabilidade externa é a coordenada X da estação OURI e a linha-base repetida no terceiro cenário não compreende essa estação, é PPTE_ILHA. No quarto cenário, a linha-base repetida é PPTE_OURI, e no quinto cenário é a linha-base OURI_SPAR, dessa forma, se verifica a melhora no valor de confiabilidade externa nesse parâmetro.

Somente no primeiro cenário o parâmetro X_{SPAR} possui o maior valor de confiabilidade externa. A partir do segundo cenário o parâmetro X_{OURI} possui maior valor de confiabilidade externa em todos os cenários. No primeiro cenário esse parâmetro possui a segundo maior de confiabilidade externa. Após a inserção da linha-base ILHA_SPAR, no segundo cenário, o parâmetro X_{SPAR} deixa de ser o que possui maior confiabilidade externa.

Na figura 2.4 são visualizados os maiores valores BNR encontrados. A diferença entre o cenário 6 e o cenário 1 é de 18,8, ou seja, uma melhora de 64%. A estabilização é verificada visualmente a partir do quinto cenário, aproximadamente no valor de 10,3. Analisando a figura 2.5 se verifica um “salto” entre o primeiro cenário e o segundo, outro salto entre o quarto e o quinto cenário. O primeiro “salto” se deve provavelmente a inserção da linha-base ILHA_SPAR.

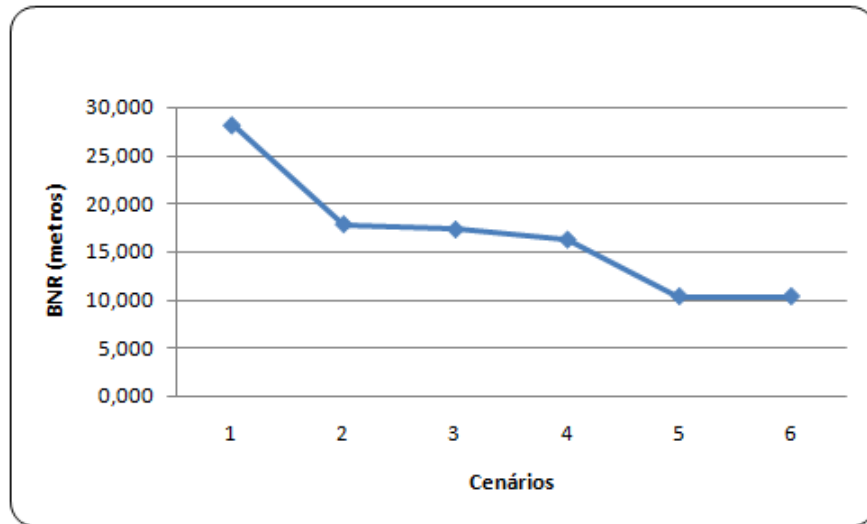


Figura 2.4 – Valores máximos de BNR (metros) em cada cenário.

Na figura 2.5 são visualizados os maiores valores de número de redundância máximos encontrados. A diferença entre o cenário 6 e o cenário 1 é de 0,034, o que corresponde a uma melhora de 4%. A estabilização é verificada visualmente a partir do quinto cenário, aproximadamente no valor de 0,937.

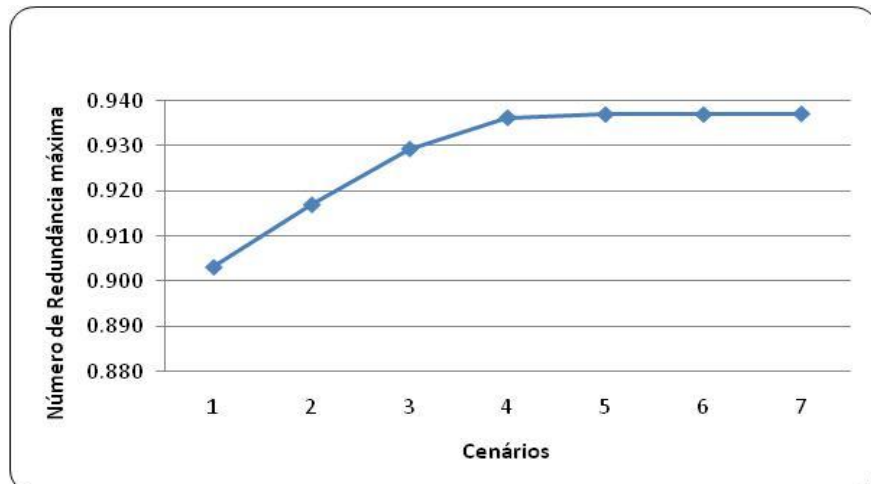


Figura 2.5 – Valores máximos de número de redundância em cada cenário.

O número de redundância local de uma observação indica a fração de um possível erro grosseiro na observação que é diretamente refletida no respectivo resíduo desta observação, obtido com o ajustamento pelo MMQ.

Para a identificação de *outliers* é desejável um alto valor para o número de redundância, pois os testes para a identificação de erros apresentados dependem da magnitude dos resíduos ajustados. Assim, a escolha de linha-base a ser inserida em cada cenário foi baseada na observação com menor valor de número de redundância. Na figura 2.6 são visualizados os valores mínimos de número de redundância encontrados em cada cenário.

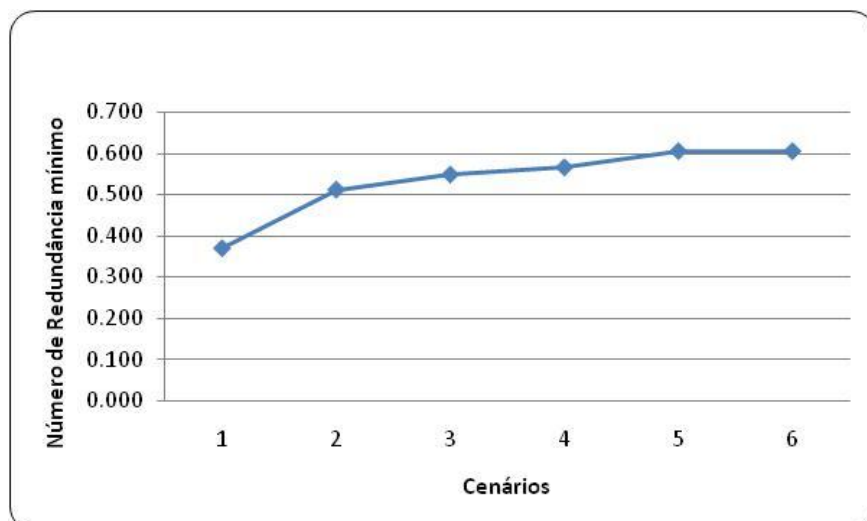


Figura 2.6 – Menores valores de número de redundância em cada cenário.

A diferença entre o último e o primeiro cenário para o valor de redundância mínima foi de 0,243, o que corresponde a uma melhora de 65,5%. A redundância média da rede passou de 0,64, no primeiro cenário, para 0,73 no quinto cenário.

2.5 Conclusões

Para cada cenário foi realizado o ajustamento da rede considerando a configuração original e adicionadas as novas observações pertencentes às linhas-base inseridas em cada caso. O procedimento de teste DS foi aplicado em cada cenário e nenhuma observação foi identificada, com nível de significância de 0,001. As medidas de confiabilidade convencional que foram analisadas para cada cenário são: número de redundância (figura 2.5), confiabilidade interna (figura 2.2) e externa (figura 2.3) e razão tendência-ruído (figura 2.4), considerando poder do teste de 80% e nível de significância de 0,001. A inserção de novas linhas-base na rede foi realizada até a estabilização dos valores analisados.

Com relação aos valores máximos de confiabilidade interna, a melhora obtida entre o primeiro e o último cenário foi de 23%. Para os resultados de confiabilidade externa, a melhora entre o primeiro e o último cenário foi de 35%. Com relação a razão tendência - ruído, entre o primeiro e último cenário, verificou-se a melhora de 64%. Para os menores valores de número de redundância encontrados verificou-se a melhora de 65,5% entre o primeiro e o último cenário, de onde se conclui que, com a inserção das novas linhas-base, mais do possível erro não aleatório presente nas observações é refletido no vetor de resíduos, melhorando a eficiência do teste DS na detecção de *outlier*.

A metodologia empregada neste trabalho pode também ser aplicada na fase de planejamento, antes mesmo da coleta de dados em campo. Isto porque as medidas de confiabilidade não dependem do valor das observações, e sim, da precisão das mesmas e da geometria/configuração da rede. Desta forma, com base no limiar de precisão que se deseja para as observações e estipulando uma geometria prévia, pode-se empregar a metodologia aplicada neste trabalho para definir, baseado nos valores de confiabilidade, quais as linhas-base serão repetidas.

3 PROPOSTA DE MÉTODO DE REDE GNSS POR PPP E ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

Neste capítulo, é apresentado e discutido o método de rede GNSS (*Global Navigation Satellite System*) por Posicionamento por Ponto Preciso (PPP), desenvolvido e proposto nesta dissertação. Para mais detalhes sobre os aspectos teóricos envolvidos, consultar o capítulo anterior, bem como as referências indicadas.

3.1 Introdução

Tradicionalmente o método de posicionamento GNSS utilizado em redes geodésicas é o relativo. No posicionamento relativo utilizam-se, em geral, as duplas diferenças (DD) como observáveis fundamentais e dois ou mais receptores envolvidos rastreiam, simultaneamente, pelo menos dois satélites comuns. Nesse método, são estimadas as componentes da linha-base entre duas ou mais estações. Uma linha-base envolve duas estações, podendo ser uma supostamente conhecida e outra a determinar, as duas estações conhecidas, ou ainda, ambas as estações desconhecidas, fazendo parte de uma rede. As componentes que compõem a linha-base, ou seja, ΔX , ΔY e ΔZ , são estimadas e, ao serem acrescentadas às coordenadas da estação-base ou de referência (estação com coordenadas conhecidas), proporcionam as coordenadas da estação desejada (MONICO, 2008). As linhas-base são processadas, podendo ser em softwares comerciais, de forma individual ou levando em conta a correlação entre as várias linhas-base simultâneas de cada sessão. Na maioria dos casos, a partir das soluções individuais de cada linha-base (suas componentes), proporcionada pelo processamento do método de posicionamento relativo, e injunções das coordenadas dos vértices conhecidos é feito o ajustamento da rede para a obtenção das coordenadas e precisões dos vértices desconhecidos.

Outro método de posicionamento GNSS existente é o Posicionamento por Ponto Preciso (PPP). Esse método é empregado desde a década de 1990, primeiramente limitando-se a aplicações científicas. Nos últimos anos o PPP passou a ser empregado mais amplamente, também no Brasil, principalmente devido ao surgimento de serviços on-line gratuitos de processamento com facilidade de acesso e simplicidade de uso (MATSUOKA et. al., 2009). No PPP utilizam-se os dados de apenas um receptor GNSS (LEICK, 2004) e é fundamental o uso de efemérides e correções dos relógios dos satélites, ambos com alta precisão (MONICO, 2008). O método PPP a partir de serviços on-line tem sido estudado nos últimos anos,

podendo-se citar os seguintes trabalhos: Matsuoka et al.(2009); Klein et al. (2010), Perdigão et al. (2010), Ocalan et al., 2013. Alguns trabalhos internacionais publicados sobre o PPP e avaliações dos serviços oferecidos podem ser citados, por exemplo: Zumberge et al (1997), Kouba, J.; Héroux, P. (2001), Gao, Y e Shen, X (2002) e El-Mowafy (2011). Nenhum trabalho que tenha abordado a formação de rede a partir de dados GNSS processados por PPP.

O PPP fornece as coordenadas de estações de forma isolada, sem conexões com outras estações, ou seja, sem a formação de uma linha-base da forma tradicional como a citada. Dessa forma, os resultados obtidos com o PPP possuem a desvantagem de não se valerem de análises como as aplicadas no caso de redes GNSS, tais como: análise de fechamento de circuitos, aplicação de testes estatísticos e análises de confiabilidade.

Neste trabalho é apresentada uma proposta de método de desenvolvimento de rede utilizando resultados de estações GNSS processados por PPP. Além da apresentação do método são realizados experimentos aplicando a metodologia descrita. Os experimentos são realizados utilizando dados GNSS com diferentes tempos de rastreamento e as análises dos resultados são realizadas a fim de verificar a potencialidade do uso do método em aplicações geodésicas.

3.2 Fundamento do PPP

De acordo com Monico (2008), no PPP são utilizadas as observáveis pseudodistância e/ou fase da onda portadora, coletadas por receptores de simples ou dupla frequência, e as efemérides precisas. Segundo Leick (2004), o PPP refere-se ao posicionamento com GNSS utilizando dados de apenas um receptor, com precisão em torno do centímetro quando se considera o modo estático e um longo período de coleta de dados até a precisão da ordem de alguns decímetros, quando utilizado o modo cinemático. Nesses casos, para atingir este nível de qualidade, deve-se considerar como observável no processamento a combinação linear livre da ionosfera (*ion-free*) para a fase da onda portadora e/ou código (LEICK, 2004; HOFMANN-WELLENHOF et al., 2008), o que obviamente implica no uso de receptor de dupla-frequência. Quando utilizados receptores de simples frequência, devem-se minimizar os efeitos da ionosfera com emprego de algum modelo da ionosfera disponível (MATSUOKA et. al., 2009).

Ainda segundo Monico (2008), nas efemérides precisas, ou pós-processadas, a órbita (posição) e o erro do relógio (tempo) dos satélites são determinados com alta precisão por algum serviço e disponibilizados por algum meio de comunicação, como, por exemplo, a

internet. Essas informações têm sido produzidas e disponibilizadas pelo IGS (*International GNSS Service*) e centros associados, sem nenhum custo. O IGS produz três tipos de efemérides e correções para o relógio dos satélites denominadas de efemérides IGS, IGR e IGU, cuja descrição detalhada pode ser obtida em Monico (2008).

A qualidade das coordenadas estimadas no PPP está relacionada principalmente aos erros considerados no processamento dos dados, cuja remoção parcial ou completa dos efeitos é realizada através dos modelos matemáticos (ROSA, 2008). Quando se utilizam dados de receptores de dupla frequência, tanto de pseudodistância quanto de fase, os modelos matemáticos envolvidos no PPP que descrevem as observáveis depois de realizada a combinação linear *ion-free*, são normalmente dados por (MONICO, 2008; LEICK, 2004):

$$\begin{aligned} PD_{r(IF)}^s &= \rho_r^s + c(dt_r - dt^s) + T_{r0}^s + dT_z m(E) \\ \varphi_{r(IF)}^s &= \frac{f_1}{c} \rho_r^s + f_1(dt_r - dt^s) + N_{IF} + \frac{f_1}{c} T_{r0}^s + \frac{f_1}{c} dT_z m(E) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Onde:

$PD_{r(IF)}^s$ = pseudodistância resultante da combinação linear *ion-free*;

$\varphi_{r(IF)}^s$ = fase obtida da combinação linear *ion-free*;

ρ_r^s = distância geométrica entre o centro de fase da antena do satélite e do receptor;

dt_r = erro do relógio do receptor;

dt^s = erro do relógio do satélite;

N_{IF} = ambiguidade da observável *ion-free*;

T_{r0}^s = atraso troposférico aproximado por algum modelo disponível;

dT_z = atraso zenital troposférico residual a ser estimada no modelo;

$m(E)$ = função de mapeamento em função do ângulo de elevação E do satélite;

c = velocidade da luz no vácuo; e

f_1 = é a frequência da observável *ion-free* (igual a da portadora L1).

No modelo matemático apresentado estão representados somente os erros mais comuns. Considerando a equação (3.1), pode-se observar que os parâmetros (incógnitas) a serem estimados envolvem as coordenadas da estação (presentes no termo ρ_r^s), o erro do relógio do receptor (dt_r), a correção residual da troposfera (dT_z) e o vetor de ambiguidades (N_{IF}). O erro do relógio do satélite (dt^s) é injuncionado pelo valor disponibilizado pelo IGS ou por

qualquer outro centro de análise. O valor do atraso troposférico aproximado (T_{r0}^s) é obtido pelo uso de algum modelo disponível, como por exemplo, o de Hopfield e o Saastamoinen (MONICO, 2008).

Outros erros, como o relacionado ao centro de fase da antena dos satélites e do receptor também devem ser tratados no PPP. Adicionalmente, os erros relacionados a marés terrestres, carga dos oceanos, entre outros, podem também ser levados em conta. Uma descrição detalhada dos erros envolvidos pode ser encontrada em Witchayangkoon (2000), Leick (2004), Faustino (2006), Hofmann-Wellenhof et al. (2008) e Monico (2008).

Serviços de PPP são disponibilizados de forma gratuita e de processamento *on-line*, tais como o serviço de PPP do JPL (*Jet Propulsion Laboratory*), da UNB (*University of New Brunswick*), do NRCan (*Natural Resources Canada*) e, no Brasil, o serviço do IBGE, que é utilizado nesse artigo, entre outros. O IBGE-PPP é um serviço *on-line* para o pós-processamento de dados GPS pelo PPP. Os dados podem ser no modo estático ou cinemático, de receptores de simples ou dupla frequência. O sistema aceita arquivos nos formatos RINEX ou Hatanaka, caso seja mais de um arquivo, devem ser comprimidos. Além disso, é necessário o tipo da antena utilizado no levantamento, conforme identificação adotada pelo IGS (*International GNSS Service*) e o valor da altura da antena em metros referidos ao plano de referência da antena. Os resultados são informados através de e-mail fornecido pelo usuário, quando este submete os dados para processamento. Este serviço de posicionamento faz uso do aplicativo de processamento CSRS-PPP (*Canadian Spatial Reference System-PPP*) desenvolvido pelo NRCan. Para mais informações sobre o PPP ver em Leick (2004) e Monico, 2008. E para mais especificações quanto ao serviço IBGE-PPP, consultar IBGE (2009).

3.3 Método de formação de rede GNSS por PPP

O método proposto para o desenvolvimento de rede, utilizando pontos cujas dados GNSS foram processados pelo método de PPP, consiste em, primeiramente, planejar a localização dos vértices da rede e as suas linhas-base. A rede deve ser planejada de modo que se formem linhas-base independentes em sessões de rastreamento GNSS. Por linhas-base independentes entende-se que, por exemplo, considerado um circuito formado por três linhas-base, nenhuma delas é combinação linear das outras. Na prática, para se garantir linhas-base independentes, pode-se, por exemplo, tendo como base um circuito fechado de três linhas-

base, obter os dados dos pontos de duas linhas-base em um mesmo período de rastreamento e a dos pontos da terceira linha-base em um período diferente.

Após o planejamento da rede e levantamento dos dados GNSS, os mesmos são processados pelo método de PPP. Esse processamento pode ser realizado em serviços disponibilizados de forma gratuita e de processamento on-line (alguns já supracitados). Com o processamento dos dados GNSS pelo método do PPP são obtidos, dentre outras informações, para cada ponto levantado, as coordenadas cartesianas geocêntricas (X, Y, Z) e os desvios-padrão e correlações entre as suas coordenadas.

Para formar a Matriz Variância Covariância (MVC) das coordenadas de cada ponto, os resultados de desvios-padrão e correlação dessas coordenadas são convertidos em variância e covariância. A MVC de cada ponto processado por PPP é uma matriz de dimensão 3x3 (três linhas e três colunas).

Para a formação da rede para posterior ajuste é necessário obter as componentes de cada linha-base e sua MVC associada. As linhas-base entre os vértices da rede são determinadas a partir das diferenças entre as coordenadas X, Y e Z, resultado do processamento pelo PPP, dos vértices. Assim, são obtidos ΔX , ΔY e ΔZ para cada linha-base da rede. Por exemplo: considerando dois vértices i e j tem-se respectivamente, as coordenadas X_i , Y_i , Z_i e X_j , Y_j , Z_j obtidas por PPP. As componentes das linhas-base são assim formadas:

$$\begin{aligned}\Delta X_{ij} &= X_j - X_i \\ \Delta Y_{ij} &= Y_j - Y_i \\ \Delta Z_{ij} &= Z_j - Z_i\end{aligned}\tag{3.2}$$

A MVC de cada linha-base é obtida por meio da aplicação da Lei de Propagação de Variância e Covariância (GEMAEL, 1994). Para o exemplo dos vértices i e j, a partir da MVC ($\Sigma_{PPP(ij)}$), bloco diagonal, contendo as variâncias e covariâncias dos dois vértices pertencentes à linha-base, de dimensão 6x6, e da matriz dos coeficientes lineares (G), de dimensão 3x6, é obtida a MVC das componentes da linha-base ($\Sigma_{\Delta X_{ij} \Delta Y_{ij} \Delta Z_{ij}}$), com dimensão 3x3, pela Lei de Propagação de Variância e Covariância;

$$\Sigma_{\Delta X_{ij} \Delta Y_{ij} \Delta Z_{ij}} = G \Sigma_{PPP(ij)} G^T\tag{3.3}$$

Sendo:

$$\Sigma_{(\Delta X_{ij}\Delta Y_{ij}\Delta Z_{ij})} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta X_{ij}}^2 & \sigma_{\Delta X,\Delta Y} & \sigma_{\Delta X,\Delta Z} \\ \sigma_{\Delta Y,\Delta X} & \sigma_{\Delta Y_{ij}}^2 & \sigma_{\Delta Y,\Delta Z} \\ \sigma_{\Delta Z,\Delta X} & \sigma_{\Delta Z,\Delta Y} & \sigma_{\Delta Z_{ij}}^2 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\Sigma_{PPP(ij)} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_i}^2 & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{YX} & \sigma_{Y_i}^2 & \sigma_{YZ} & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{ZX} & \sigma_{ZY} & \sigma_{Z_i}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{X_j}^2 & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{YX} & \sigma_{Y_j}^2 & \sigma_{YZ} \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{ZX} & \sigma_{ZY} & \sigma_{Z_j}^2 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$G = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Onde em (3.4), $\sigma_{\Delta X_{ij}}^2$, $\sigma_{\Delta Y_{ij}}^2$ e $\sigma_{\Delta Z_{ij}}^2$ são as variâncias das componentes das linhas-base entre os pontos i e j e demais elementos são as covariâncias associadas. Em (3.5), $\sigma_{X_i}^2$, $\sigma_{Y_i}^2$, $\sigma_{Z_i}^2$, $\sigma_{X_j}^2$, $\sigma_{Y_j}^2$, $\sigma_{Z_j}^2$ são as variâncias dos pontos i e j e demais elementos as covariâncias, todas advindas do resultado do PPP dos vértices i e j.

Para cada linha-base da rede se procede da mesma forma descrita anteriormente. Com as linhas-base da rede e a respectiva MVC de cada linha-base obtidas, realiza-se o ajustamento da rede, considerando também as injunções necessárias. A solução do ajustamento se dá pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) (GEMAEL, 1994). Por meio do MMQ é possível estimar o vetor dos parâmetros ajustados, bem com a sua MVC. Mais detalhes quanto ao MMQ, consultar, por exemplo, Gemael (1994), Leick (2004) e Ghilani e Wolf (2006). Especificamente sobre o tema ajustamento por MMQ de rede GNSS pode-se consultar, por exemplo, Monico (2008) e Ghilani e Wolf (2006).

3.4 Elementos utilizados para a análise da rede GNSS

Após o ajustamento pelo MMQ ter sido realizado, dois dos testes estatísticos mais utilizados para a detecção e a identificação de erros (*outliers*) nas observações, são aplicados, respectivamente, o teste global do ajustamento e o procedimento de teste *data snooping* (DS), ambos propostos por Baarda (1968). O teste global do ajustamento é aplicado para a detecção

de erros no conjunto de observações e/ou no modelo matemático, e mais detalhes sobre o mesmo podem ser obtidos em Baarda (1968), Kavouras (1982), Gemael (1994) e Teunissen (2006). O procedimento DS é aplicado para identificação de *outliers*, considerando que uma observação contém erro por vez, sendo assim, o procedimento é repetido até que todas as observações que contenham erros grosseiros sejam identificadas e retiradas do conjunto de observações. Mais detalhes sobre o teste DS podem ser obtidos em Baarda (1968), Teunissen (2006) e Klein(2012). O poder do teste global e do DS deve ser mantido o mesmo. Entretanto, como os graus de liberdade destes dois testes são diferentes, o nível de significância do teste global deve ser obtido em função do nível de significância que foi arbitrado para o DS. Uma discussão mais detalhada do tema pode ser obtida em Baarda (1968), Kavouras (1982), Teunissen (2006) e Klein (2012).

A teoria convencional de confiabilidade é baseada no teste DS e, assim, assume que apenas uma observação está contaminada por erros por vez. A confiabilidade interna de uma observação se refere ao módulo do menor erro detectável (*minimal detectable bias* – MDB) desta observação, segundo os níveis de probabilidade que foram assumidos para o teste estatístico de identificação de erros (DS). Desta forma, para cada observação, o módulo do seu menor erro detectável (MDB) depende do parâmetro de não centralidade do modelo, que expressa a separação entre a hipótese nula (ausência de erros grosseiros na observação) e a hipótese alternativa considerada (presença de erros grosseiros na observação). Como a magnitude dos erros que contaminam as observações é desconhecida na prática, o verdadeiro valor para o parâmetro de não centralidade do modelo não pode ser determinado, mas pode ser obtido em função dos níveis de probabilidade assumidos e do número de graus de liberdade do teste estatístico em questão (TEUNISSEN, 2006).

A confiabilidade externa, por sua vez, expressa a influência de um possível erro não detectado em uma observação, nos resultados finais do ajustamento, ou seja, no vetor dos parâmetros ajustados (OLIVEIRA e DALMOLIN, 2008). Para cada observação, a confiabilidade externa pode ser obtida substituindo o vetor das observações pelo modelo de erro, considerando o MDB, no estimador por mínimos quadrados dos parâmetros. Outra medida de confiabilidade é a razão tendência-ruído (*bias to noise - ratio* - BNR) da confiabilidade externa (ver, por exemplo, Baarda (1977), Klein (2012) e Teunissen, 2006) que é uma medida de confiabilidade externa que resulta em um único escalar para cada observação, facilitando as análises. O BNR é adimensional e quanto maior o BNR menor é a confiabilidade da rede.

Além dessas medidas tem-se o número de redundância local de cada observação, que corresponde a contribuição de cada observação para a redundância total do sistema de equações (KAVOURAS, 1982), e indica a fração de um possível erro grosseiro na observação que é diretamente refletida no respectivo resíduo desta observação, obtido com o ajustamento pelo MMQ. Analogamente, o número de absorção local é o complemento do número de redundância e indica a fração de um possível erro grosseiro na observação que é absorvido nos parâmetros incógnitos, não sendo refletido no respectivo resíduo desta observação. Para a identificação de um erro em uma observação é desejável um alto valor para o número de redundância, pois os testes para a identificação de erros apresentados dependem da magnitude dos resíduos ajustados. Mais detalhes sobre a confiabilidade convencional e os números de confiabilidade podem ser obtidos em Teunissen (2006) e Klein (2012).

A rede por PPP realizada neste estudo, com base no método proposto, será avaliada com base no teste global, no DS, na confiabilidade interna e externa, no número de redundância e no BNR, todos descritos anteriormente. A formulação matemática envolvida em cada um deles não é descrita neste artigo por ser um assunto já consagrado na área da Geodésia e facilmente encontrado na literatura. Ver, por exemplo, Teunissen (2006) e Klein (2012).

3.5 Experimentos

Os principais dados e softwares utilizados na aplicação do método proposto são:

- Dados GNSS das estações da RBMC/IBGE.
- Serviço de processamento de dados GNSS de PPP fornecido pelo IBGE (IBGE-PPP).
- *Software* livre para computação e programação numérica – *Scilab* v.4.1.2 (*freeware*);

No presente estudo a proposta de desenvolvimento de rede por PPP é aplicada em rede GNSS constituída por dados de estações da RBMC do IBGE de fevereiro de 2010. O comprimento médio das linhas-base da rede é de 200 quilômetros. De acordo com IBGE (2008), para linhas-base maiores do que 100 km, tempo de rastreamento mínimo em cada par de vértice ocupado simultaneamente deve ser de 4 horas. Os dados GNSS disponíveis no site do IBGE, para cada estação da RBMC, são referentes a um dia inteiro de rastreamento (24 horas de observação) com taxa amostral de 15 segundos. Com o auxílio do *software* gratuito Teqc (<http://www.unavco.org/software/data-processing/teqc/teqc.html>), para cada arquivo de cada

estação, foram gerados dois novos arquivos de dados, contendo 6 (com início às 8 horas e término às 14 horas, em UTC) e 4 horas (com início às 8 horas e término às 14 horas, em UTC) de rastreamento. Dessa forma, os experimentos apresentados configuram três cenários de rede, mantendo a mesma configuração, mas com diferentes tempos de rastreamento. O primeiro cenário com 24 horas de rastreamento, o segundo com 6 horas e o terceiro com 4 horas de rastreamento.

As estações da RBMC utilizadas são ILHA (Ilha Solteira - SP), SPAR (Araçatuba - SP), OURI (Ourinhos - SP) e PPTE (Presidente Prudente - SP), SJRP (São José do Rio Preto - SP) e ROSA (Rosana - SP). As estações SJRP e ROSA foram consideradas pontos de controle da rede, injuncionadas no ajustamento a partir das coordenadas oficiais (SIRGAS2000) destas estações. As demais estações são consideradas vértices desconhecidos da rede, cujas coordenadas cartesianas geocêntricas (X, Y, Z) devem ser determinadas. A figura 3.1 apresenta a rede geodésica.

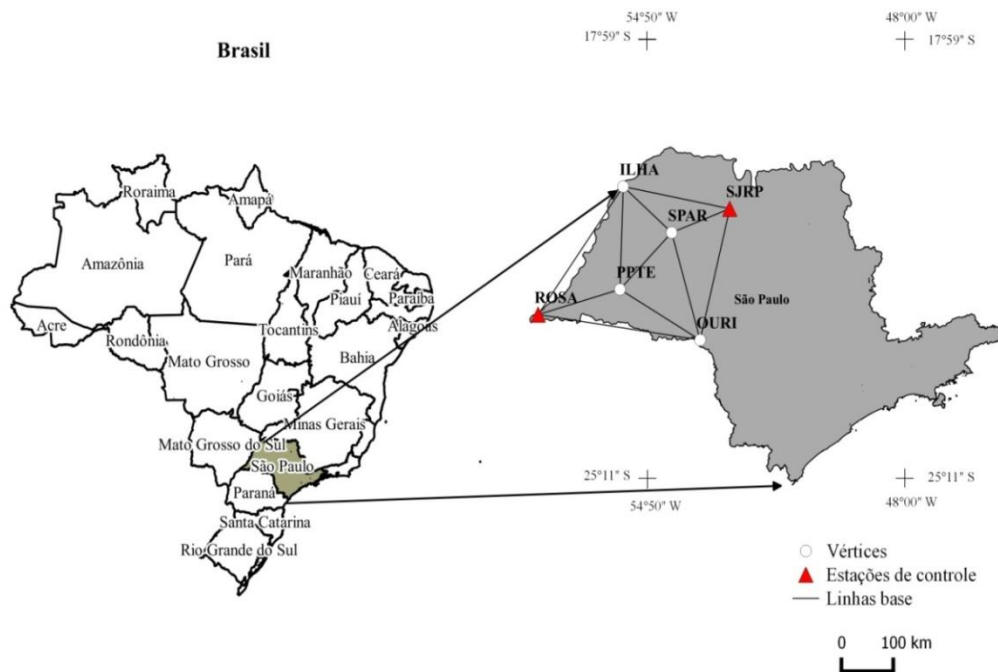


Figura 3.1 –Configuração da rede, com onze linhas-base independentes.

Analisando a figura 3.1 verifica-se que a rede é constituída de seis vértices e onze linhas-base: PPTE – SPAR, PPTE – ILHA, PPTE – OURI, SJRP – SPAR, SJRP – ILHA, SJRP – OURI, SPAR – ILHA, SPAR – OURI, ROSA – PPTE, OURI – ROSA, ILHA –

ROSA. O número de observações é $11 \times 3 = 33$ (componentes ΔX ΔY ΔZ das onze linhas-base), o número de incógnitas é $4 \times 3 = 12$ (coordenadas cartesianas geocêntricas dos vértices desconhecidos ILHA, SPAR, OURI, PPTE) e o número de injunções absolutas é $2 \times 3 = 6$ (coordenadas cartesianas geocêntricas dos pontos de controle SJRP e ROSA).

Seguindo a metodologia apresentada, inicialmente é realizado o planejamento da rede GNSS. A rede foi planejada contendo seis vértices que são estações pertencentes à RBMC, supracitadas. As linhas-base foram planejadas para serem independentes, sendo dados GNSS correspondentes à mesma linha-base com rastreamento simultâneo. Após o planejamento da rede e obtenção dos dados GNSS no site do IBGE, os mesmos foram processados pelo método de PPP no serviço IBGE-PPP. Com o processamento dos dados GNSS pelo método do PPP foram obtidas as coordenadas cartesianas geocêntricas (X, Y, Z) e os desvios-padrão e correlações entre as coordenadas, para cada vértice.

A Matriz Variância Covariância (MVC) de cada vértice da rede foi obtida a partir dos resultados de desvios-padrão e correlação do PPP de cada vértice. Os desvios-padrão e covariâncias foram convertidos em variâncias e covariâncias. Para formar as componentes das linhas-base (ΔX , ΔY , ΔZ), a diferença entre as coordenadas obtidas pelo PPP foi realizada entre dois vértices que compunham cada linha-base. A MVC de cada linha-base foi obtida por meio da aplicação da Lei de Propagação Variância e Covariância propagando a variância e covariância das coordenadas dos vértices pertencentes a cada linha-base para as componentes da linha-base correspondente.

Com as linhas-base obtidas pelas diferenças das coordenadas entre dois vértices de cada uma das linhas-base e as respectivas MVC de cada linha-base determinadas procedeu-se o ajustamento da rede. No ajustamento, as estações ROSA e SJRP foram consideradas pontos de controle. A solução do ajustamento foi realizada pelo método paramétrico.

Após o ajustamento da rede GNSS ter sido realizado o teste global foi aplicado para a detecção de possíveis erros grosseiros nas observações e de erros no modelo (funcional e estocástico) e o procedimento de teste DS. Os resultados da aplicação da metodologia descrita foram analisados em função dos erros de fechamento dos circuitos fechados da rede, testes estatísticos (teste global e DS), MVC das coordenadas dos vértices da rede e os elementos de confiabilidade. Além disso, também foram realizadas comparação desses resultados com relação ao tempo de rastreamento GNSS.

3.6 Resultados e Análises

Os resultados serão analisados para os três cenários levando-se em conta: os erros de fechamento dos circuitos fechados da rede, testes estatísticos (teste global e DS), MVC das coordenadas dos vértices da rede e os elementos de confiabilidade - confiabilidade interna (MDB), número de redundância, confiabilidade externa e razão tendência-ruído (BNR).

3.6.1 Análise de fechamento linear de circuito fechado

Para a verificação dos erros de fechamento dos circuitos fechados, as componentes em X (ΔX) de cada linha-base foram somadas procedimento este repetido para ΔY e ΔZ , de todas as linhas-base que compunham cada circuito para os as redes com tempos de rastreo de 24, 6 e 4 horas. Os cinco circuitos analisados são: ROSA-ILHA-SJRP-OURI-ROSA, PPTE-ILHA-SPAR-OURI-PPTE, ROSA-ILHA-SPAR-PPTE-ROSA, ROSA-PPTE-SPAR-SJRP-OURI-ROSA, PPTE-SPAR-SJRP-OURI-PPTE. A tabela 3.1 apresenta o erro de fechamento linear (em ppm – partes por milhão) para cada circuito e para cada cenário (24, 6 e 4 horas).

Tabela 3.1 – Erro de fechamento linear da rede em cinco circuitos para os três cenários de rede (tempos de rastreo de 24, 6 e 4 horas).

Erro de fechamento (ppm)				
Circuito fechado		Tempo de rastreo GNSS		
		4 horas	6 horas	24 horas
1	ROSA-ILHA-SJRP-OURI-ROSA	0,013	0,024	0,011
2	PPTE-ILHA-SPAR-OURI-PPTE	0,011	0,015	0,048
3	ROSA-ILHA-SPAR-PPTE-ROSA	0,024	0,012	0,014
4	ROSA-PPTE-SPAR-SJRP-OURI-ROSA	0,040	0,047	0,010
5	PPTE-SPAR-SJRP-OURI-PPTE	0,061	0,048	0,016

Analisando a tabela 3.1 verifica-se que o menor erro de fechamento foi para o circuito 4 com 24 horas de rastreo, de 0,010 ppm. O maior erro de fechamento foi de 0,061 ppm para o circuito 5 com 4 horas de rastreo. Em geral, os resultados de erro de fechamento de circuito foram menores nos tempos de rastreo de 24 horas quando comparados aos de 6 e 4 horas. Exceto para o segundo circuito, cujo erro de fechamento foi cerca de quatro vezes maior que

para o resultado obtido em 4 horas. O teste de hipóteses foi realizado e as diferenças encontradas entre os resultados de erros de fechamento de circuito para os tempos de rastreamento analisados não é significativa (com nível de significância de 0,05).

3.6.2 Resultados do ajustamento da rede

Após a aplicação da metodologia proposta de desenvolvimento de rede GNSS a partir dos resultados obtidos pelo PPP, para os tempos de rastreamento de 24, 6 e 4 horas, e ajustamento da rede foram obtidas as coordenadas cartesianas geocêntricas, em SIRGAS2000, e respectivos desvios-padrão dos vértices PPTe, SPAR, ILHA e OURI da rede:

Tabela 3.2 – Coordenadas e respectivos desvios-padrão para os diferentes tempos de rastreamento.

Tempo de rastreamento (horas)	Coordenadas (metros)			Desvio-padrão (milímetros)		
	24	6	4	24	6	4
X _{PPTe}	3687624,377	3687624,365	3687624,367	4,484	11,114	14,441
Y _{PPTe}	-4620818,684	-4620818,679	-4620818,680	5,137	12,395	16,543
Z _{PPTe}	-2386880,382	-2386880,378	-2386880,379	2,626	5,722	6,868
Y _{SPAR}	3789545,404	3789545,398	3789545,399	4,523	11,145	13,996
Z _{SPAR}	-4587255,762	-4587255,754	-4587255,753	5,168	11,770	16,679
X _{SPAR}	-2290619,365	-2290619,359	-2290619,360	2,603	5,469	6,408
X _{ILHA}	3735306,336	3735306,337	3735306,335	4,566	10,803	13,722
Y _{ILHA}	-4669666,384	-4669666,378	-4669666,375	5,250	12,290	16,604
Z _{ILHA}	-2212269,476	-2212269,476	-2212269,477	2,585	5,459	7,076
X _{OURI}	3785720,225	3785720,209	3785720,205	4,136	10,987	13,870
Y _{OURI}	-4494897,641	-4494897,634	-4494897,630	4,684	11,407	14,154
Z _{OURI}	-2471710,596	-2471710,591	-2471710,591	2,437	5,386	6,175

Os valores de desvios-padrão para as coordenadas na tabela 3.2 foram obtidas a partir da MVC dos parâmetros do ajustamento. Em média a precisão obtida para as coordenadas cartesianas geocêntricas no ajustamento foi de 4 milímetros para o tempo de rastreamento de 24 horas, 9,5 milímetros para 6 horas e 12 milímetros para 4 horas. A precisão obtida nos vértices da rede são cerca de 3 vezes menores para o tempo de rastreamento de 4 horas com relação a 24 horas. E de 2,3 vezes menor para 6 horas com relação aos resultados para 24 horas, em

média. Após o ajustamento aplicou-se os testes global do ajustamento e o DS na rede, em cada cenário.

3.6.3 Testes Estatísticos

Depois de realizado o ajustamento (MMQ) da rede para os tempos de rastreo de 24, 6 e 4 horas, o teste global do ajustamento é aplicado para a detecção de *outliers*, em cada cenário. O nível de significância do teste global foi obtido em função do nível de significância adotado para o procedimento DS ($\alpha_0 = 0,001$) garantindo o mesmo poder do teste de 80% ($\gamma = 0,8$). Sendo 21 graus de liberdade, o valor teórico para a distribuição χ^2 a um nível de significância de 0,033, é dado por 34,38. A estatística de teste global calculada resulta em 21,94 para o primeiro cenário (24 horas), 5,97 para o segundo cenário (6 horas) e 2,66 para o terceiro cenário (4 horas). Dessa forma, como a estatística calculada é menor que o valor crítico teórico, em todos os três cenários, a hipótese nula do teste global do ajustamento não é rejeitada ao nível de significância de 0,033 e o ajustamento é aceito pelo teste global, em todos os cenários.

Analisando o fator de variância a posteriori, para 21 graus de liberdade, verifica-se para o primeiro cenário o valor 1,044 demonstrando que nesse cenário a precisão das observações está adequada. No segundo e terceiro cenários o fator de variância a posteriori foi, respectivamente, de 0,28 e 0,13. Ou seja, menor que para o primeiro cenário, além do valor do terceiro cenário (4 horas) ser menor que do segundo (6 horas). O fator de variância a posteriori nesses casos demonstra que a precisão das observações é menos realística que no primeiro cenário, e a precisão dos parâmetros pode ser melhor que as obtidas no ajustamento.

Para o procedimento do teste DS o valor crítico teórico na distribuição normal para $q = 1$ grau de liberdade e um nível de significância $\gamma_0 = 0,001$, é dado por 3,29. O teste DS é aplicado e nenhuma observação é identificada, com nível de significância de 0,001, nos três cenários.

3.6.4 Análise de Confiabilidade

As medidas de confiabilidade convencionais foram obtidas considerando um poder de teste de 80% e nível de significância de 0,001, o que implica em um parâmetro de não

centralidade de 17,075. A tabela 3.3 apresenta os valores máximos, mínimos e médios de confiabilidade interna (MDB) obtidos para os três cenários (24, 6 e 4 horas de rastreo).

Tabela 3.3 – Valores máximos, mínimos e médios de MDB em cada cenário.

Cenário	Tempo de rastreo	MDB (centímetros)		
	(horas)	Máximo	Mínimo	Médio
1	24	2,9	0,9	1,97
2	6	10,4	2,41	5,26
3	4	19,63	3,46	7,76

Analisando a tabela 3.3 verifica-se que o MDB máximo encontrado para o terceiro cenário é cerca de 6,8 vezes maior que para o primeiro cenário. E o segundo cenário é cerca de 3,6 vezes maior que o primeiro cenário, também com relação ao valor máximo de confiabilidade interna. Com relação aos valores mínimos de MDB encontrados em cada cenário verifica-se o segundo e o terceiro cenários, respectivamente, são cerca de 3,9 e 2,7 vezes maiores que o primeiro cenário. Analisando os valores médios de MDB se verifica aproximadamente a mesma proporção entre os cenários obtida pra os valores mínimos de MDB.

A tabela 3.4 apresenta os valores máximos, mínimos e médios de número de redundância encontrados para os cenários de 24, 6 e 4 horas de rastreo.

Tabela 3.4 – Valores máximos, mínimos e médios de número de redundância em cada cenário.

Cenário	Tempo de rastreo	Redundância		
	(horas)	Máximo	Mínimo	Médio
1	24	0,73	0,56	0,64
2	6	0,91	0,52	0,64
3	4	0,83	0,51	0,64

Analisando a tabela 3.4 verifica-se que a média de número de redundância nos três cenários foi o mesmo, de 0,64. Além disso, os valores mínimos encontrados em cada cenário são aproximadamente de mesma magnitude e maiores que 0,5. Com relação aos valores máximos de redundância, o maior valor encontrado é para o cenário intermediário, de 6 horas

de rastreo. No primeiro cenário, com maior tempo de rastreo verifica-se mais homogeneidade nos valores, sendo a média igual aos demais cenários.

A tabela 3.5 apresenta os valores máximos, mínimos e médios de razão tendência-ruído (BNR) encontrados para os três cenários.

Tabela 3.5 – Valores máximos, mínimos e médios de BNR em cada cenário.

Cenário	Tempo de rastreo	BNR (metros)		
	(horas)	Máximo	Mínimo	Médio
1	24	12,86	7,43	9,91
2	6	15,58	1,91	10,43
3	4	23,02	4,37	12,65

Analisando a tabela 3.5 verifica-se que a média de BNR é menor para o primeiro cenário, ou seja, o maior tempo de rastreo melhorou a confiabilidade externa da rede. O menor valor de BNR mínimo é para o segundo cenário. Com relação aos valores máximos se verifica maior BNR para o terceiro cenário, com menor tempo de rastreo, sendo cerca de 1,8 vezes maior que no primeiro cenário.

Para cada cenário foram realizadas análises dos parâmetros de confiabilidade conjuntamente e em função dos maiores, menores e valores intermediários de MDB e com relação à confiabilidade externa da rede, em cada cenário.

3.6.4.1 *Cenário 3: dados GNSS com 4 horas de rastreo*

As componentes Z e Y da linha-base OURI_SPAR apresentaram o maior valor (0,83) e o terceiro maior valor (0,82) de redundância, respectivamente, na rede e a componente Y dessa linha base apresentou a menor confiabilidade interna (maiores valores para o MDB) de 19,63 centímetros. As componentes Z e Y da linha-base OURI_SPAR também são as que possuem maiores valores de BNR (23 e 22,3 metros, respectivamente). Isto significa que entre todas as linhas-base, a OURI_SPAR provoca o maior efeito nos parâmetros em decorrência de erros não detectados nas suas observações, mesmo os seus números de redundância sendo maiores para a rede. Isso pode ser devido ao fato de o MDB dessas observações ser cerca de 2,5 vezes maior que a média dos valores de MDB da rede.

A confiabilidade externa reflete a influência do MDB de uma observação nos resultados do ajustamento (no vetor dos parâmetros ajustados). Como a rede geodésica em estudo possui 33 observações, pela teoria de confiabilidade convencional, tem-se 33 confiabilidades externas associadas (uma para cada observação). A Tabela 3.6 apresenta apenas três destas confiabilidades externas, relativas à observação com maior MDB, MDB intermediário e menor MDB. O maior valor de MDB encontrado é de 19,93 centímetros na observação $\Delta Y_{\text{OURI_SPAR}}$, o MDB intermediário é de 7,62 centímetros (média dos valores de MDB é 7,73 centímetros) na observação $\Delta X_{\text{SJRJ_ILHA}}$ e menor MDB de 3,46 centímetros na observação $\Delta Z_{\text{PPTE_ROSA}}$.

Tabela 3.6 – Confiabilidade externa das observações com maior, menor e valor intermediário de MDB no primeiro cenário (4 horas de rastreo).

	Confiabilidade Externa das Observações (em metros)		
Parâmetros	$\Delta Y_{\text{OURI_SPAR}}$ - Maior MDB	$\Delta X_{\text{SJRJ_ILHA}}$ - MDB Interf.	$\Delta Z_{\text{PPTE_ROSA}}$ - Menor MDB
X_PPTE	0,002	-0,003	0,004
Y_PPTE	-0,003	-0,007	-0,004
Z_PPTE	-0,002	0,001	0,012
X_SPAR	0,013	-0,002	0,002
Y_SPAR	-0,020	-0,009	-0,002
Z_SPAR	-0,016	0,001	0,006
X_ILHA	0,004	0,000	0,001
Y_ILHA	-0,006	-0,023	0,000
Z_ILHA	-0,005	0,001	0,004
X_OURI	-0,013	-0,001	0,002
Y_OURI	0,016	-0,003	-0,001
Z_OURI	0,014	0,000	0,004

Analisando as medidas de confiabilidade conjuntamente verifica-se que o maior MDB encontrado, de 19,93 centímetros, correspondente a observação $\Delta Y_{\text{OURI_SPAR}}$, quando não detectado causa um erro de 2 centímetros na coordenada Y_{SPAR} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,82 (ou seja, 82% do erro é refletido no resíduo desta observação e 18% é absorvido na estimação dos parâmetros incógnitos).

Nessa mesma análise, verifica-se que o MDB intermediário de 7,7 centímetros, correspondente a observação $\Delta X_{\text{SJR}_{\text{P}}_{\text{ILHA}}}$, quando não detectado causa um erro de 2,3 centímetros na mesma coordenada Y_{ILHA} . Ainda nesse sentido, analisando a influência do menor MDB, de 3,5 centímetros, correspondente a observação $\Delta Z_{\text{PPTE}_{\text{ROSA}}}$, quando não detectado causa um erro de 1,2 centímetros na coordenada Z_{PPTE} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,64.

3.6.4.2 Cenário 2: dados GNSS com 6 horas de rastreo

A componente X da linha-base SJRP_OURI apresenta o maior valor (0,914) de redundância na rede e também apresentou a menor confiabilidade interna (maior valor para o MDB) de 10,4 centímetros. Mas, ao contrario do primeiro cenário, essa observação possui o menor valor de BNR da rede, de 1,905. As componentes X da linha-base OURI_PPTE possui maior valor de BNR (15,58 metros). Dentre todas as linhas-base, a OURI_PPTE provoca o maior efeito nos parâmetros em decorrência de erros não detectados nas suas observações, sendo seus valores de números de redundância (em média de 0,55) abaixo da média para a rede (0,64) e valores de MDB baixos.

A Tabela 3.7 apresenta apenas três confiabilidades externas, relativas à observação com maior MDB, MDB intermediário e menor MDB. O maior valor de MDB encontrado é de 10,4 centímetros na observação $\Delta X_{\text{SJR}_{\text{P}}_{\text{OURI}}}$, o MDB intermediário é de 5,22 centímetros (média dos valores de MDB é 5,26 centímetros) na observação $\Delta Y_{\text{SPAR}_{\text{SJR}_{\text{P}}}}$ e menor MDB de 2,41 centímetros na observação $\Delta Z_{\text{SPAR}_{\text{SJR}_{\text{P}}}}$.

Tabela 3.7 – Confiabilidade externa das observações com maior, menor e valor intermediário de MDB no segundo cenário (6 horas de rastreo).

Parâmetros	Confiabilidade Externa das Observações (em metros)		
	$\Delta X_{\text{SJRP_OURI}}$ -Maior MDB	$\Delta Y_{\text{SPAR_SJRP}}$ -MDB Inter.	$\Delta Z_{\text{SPAR_SJRP}}$ -Menor MDB
X_PPTE	-0,004	-0,001	0,001
Y_PPTE	-0,001	0,010	0,000
Z_PPTE	0,000	0,000	0,004
X_SPAR	-0,004	-0,001	0,001
Y_SPAR	-0,001	0,021	0,000
Z_SPAR	0,000	0,000	0,009
X_ILHA	-0,002	0,000	0,000
Y_ILHA	0,000	0,007	0,000
Z_ILHA	0,000	0,000	0,003
X_OURI	-0,009	0,000	0,001
Y_OURI	-0,002	0,009	-0,001
Z_OURI	-0,001	0,000	0,004

Analisando as medidas de confiabilidade conjuntamente verifica-se que o maior MDB encontrado, de 10,4 centímetros quando não detectado causa um erro de apenas 9 milímetros na coordenada X_{OURI} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,914 (maior valor de redundância na rede neste cenário). Ou seja, 91% do erro é refletido no resíduo desta observação e 9% é absorvido na estimação dos parâmetros incógnitos).

Nessa mesma análise, verifica-se que o MDB intermediário de 5,22 centímetros quando não detectado causa um erro de 2,1 centímetros na coordenada Y_{SPAR} . Ainda nesse sentido, analisando a influência do menor MDB, de 2,41 centímetros quando não detectado causa um erro de 9 milímetros na coordenada Z_{SPAR} . Isso faz sentido, considerando também o número de redundância local desta observação que é de 0,61.

3.6.4.3 Cenário 1: dados GNSS com 24 horas de rastreamento

A componente Z da linha-base ROSA_OURI apresenta o maior valor (0,727) de redundância na rede. Essa componente da linha-base ROSA_OURI também apresenta o menor valor para o MDB, de 9 milímetros. As componentes X da linha-base OURI_SPAR possui maior valor de BNR (12,86 metros). A Tabela 3.8 apresenta as confiabilidades externas relativas à observação com maior MDB, MDB intermediário e menor MDB. O maior valor de MDB encontrado é de 2,9 centímetros na observação ΔX_{ILHA_SPAR} , o MDB intermediário é de 2,15 centímetros (média dos valores de MDB é 1,97 centímetros) na observação ΔY_{ROSA_OURI} e menor MDB de 9 milímetros na observação ΔZ_{ROSA_OURI} .

Tabela 3.8 – Confiabilidade externa das observações com maior, menor e valor intermediário de MDB no segundo cenário (24 horas de rastreamento).

Parâmetros	Confiabilidade Externa das Observações (em metros)		
	ΔX_{ILHA_SPAR} -Maior MDB	ΔY_{ROSA_OURI} -MDB Inter.	ΔZ_{ROSA_OURI} -Menor MDB
X_PPTE	-0,001	0,000	0,000
Y_PPTE	0,000	-0,003	0,000
Z_PPTE	0,000	0,000	0,001
X_SPAR	-0,005	0,000	0,001
Y_SPAR	0,000	-0,003	0,001
Z_SPAR	0,000	0,000	0,001
X_ILHA	0,006	0,000	0,000
Y_ILHA	0,000	-0,002	0,000
Z_ILHA	0,000	0,000	0,000
X_OURI	-0,001	0,001	0,001
Y_OURI	0,000	-0,007	0,001
Z_OURI	0,000	0,000	0,002

Analisando as medidas de confiabilidade conjuntamente verifica-se que o maior MDB encontrado, de 2,9 centímetros quando não detectado causa um erro de apenas 6 milímetros na coordenada X_{ILHA} . Nessa mesma análise, verifica-se que o MDB intermediário de 2,15 centímetros quando não detectado causa um erro de 7 milímetros na coordenada Y_{OURI} . Ainda nesse sentido, analisando a influência do menor MDB, de 9 milímetros quando não detectado

causa um erro de 2 milímetros na coordenada Z_{OURI} , sendo o número de redundância nesse caso de 0,727, o maior valor para a rede. O valor máximo de confiabilidade externa nesse cenário foi de 9 milímetros.

3.7 Conclusões

O foco principal deste artigo foi apresentar, aplicar e avaliar uma proposta de método de desenvolvimento de rede utilizando dados GNSS processados por PPP. O método foi aplicado em três cenários de rede geodésica, variando os tempos de rastreamento GNSS nos vértices. O primeiro cenário com 24 horas de rastreamento, o segundo com 6 horas e o terceiro com 4 horas de rastreamento. A rede em questão possui seis vértices, sendo dois pontos de controle, 33 observações e 12 parâmetros incógnitos.

Os dados GNSS de cada cenário e de cada vértice foram processados pelo método de PPP no serviço IBGE-PPP. As componentes de todas as linhas-base foram determinadas a partir dos resultados do PPP. A MVC das linhas-base foi obtida por meio da aplicação da Lei de Propagação Variância e Covariância. Com as linhas-base e as respectivas MVC de cada linha-base determinadas procedeu-se o ajustamento da rede.

Antes do ajustamento foi realizada a análise relativa entre os pontos, com a verificação dos erros de fechamento dos mesmos cinco circuitos fechados em cada cenário. O teste de hipóteses foi realizado e as diferenças encontradas entre os resultados de média de erros de fechamento para os tempos de rastreamento analisados não é significativa (com nível de significância de 0,05).

Após a realização do ajustamento da rede para os tempos de rastreamento de 24, 6 e 4 horas, o teste global é aplicado, sendo o ajustamento dos três cenários aceitos, com nível de significância de 0,033. A partir da análise do fator de variância a posteriori verificou-se que no primeiro cenário, com 24 horas de rastreamento, a precisão das observações foi mais realística que com relação aos cenários com 6 e 4 horas de rastreamento. Nesses outros dois cenários a precisão pode ser melhor do que a estimada, o que mostra que o resultado do PPP para 6 e 4 horas de rastreamento pode estar sendo mais conservador do que a real precisão (o que não gera um problema – na verdade, o contrário seria complicado). O teste DS também é aplicado e nenhuma observação é identificada, com nível de significância de 0,001, nos três cenários. Os valores de desvios-padrão para as coordenadas obtidas a partir da MVC dos parâmetros do ajustamento mostra que a precisão dos vértices da rede são cerca de 3 vezes menores para o

tempo de rastreo de 4 horas com relação a 24 horas e de 2,3 vezes menor para 6 horas com relação aos resultados para 24 horas, em média.

Analisando a confiabilidade interna da rede para os três cenários verifica-se que o MDB máximo encontrado para o terceiro cenário é cerca de 7 vezes maior que para o primeiro cenário. E o segundo cenário é cerca de 3,6 vezes maior que o primeiro cenário, também com relação ao valor máximo de confiabilidade interna. Com relação aos valores mínimos de MDB encontrados em cada cenário verifica-se o segundo e o terceiro cenários, respectivamente, são cerca de 3,9 e 2,7 vezes maiores que o primeiro cenário. Analisando os valores médios de MDB se verifica aproximadamente a mesma proporção entre os cenários obtida pra os valores mínimos de MDB.

Com relação a redundância da rede verificou-se que a média de número de redundância nos três cenários foi o mesmo, de 0,63 e os valores mínimos encontrados em cada cenário são aproximadamente de mesma magnitude e maiores que 0,5. Com relação aos valores máximos de redundância, o maior valor encontrado é para o cenário intermediário, de 6 horas de rastreo. No primeiro cenário, com maior tempo de rastreo verifica-se mais homogeneidade nos valores, sendo a média igual a encontrada nos demais cenários.

No terceiro cenário de 4 horas de rastreo os valores máximos e mínimos de confiabilidade externa foram, respectivamente, 4,8 e 0,8 centímetros. No segundo cenários os valores máximos e mínimo foram de 2,7 e 0,6 centímetros, respectivamente. Enquanto que no primeiro cenário, com 24 horas de rastreo, os valores de confiabilidade externa se encontraram entre 0,9 e 0,2centímetros.

A vantagem do método de rede GNSS utilizando o PPP com relação a somente o PPP para os pontos GNSS individualmente é a possibilidade de ajustar a rede e, a partir dos resultados do ajustamento, a possibilidade de aplicação de controle de qualidade da mesma, conforme apresentados nesse artigo. Para trabalhos futuros pretende-se comparar os resultados de uma rede com posicionamento relativo e com o método PPP. Além disso, também verificar os resultados de coordenadas e precisão em planimetria (latitude e longitude) e em altimetria (altitude geométrica) separadamente.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, o principal objetivo era aplicar a teoria da confiabilidade convencional em rede GNSS de modo a analisar a melhora da confiabilidade de rede a partir da inclusão de linhas-base repetidas e avaliar os resultados obtidos a partir da aplicação da metodologia de desenvolvimento de rede GNSS proposta nessa dissertação.

Com relação a análise de confiabilidade da rede realizada no primeiro artigo conclui-se que:

- Houve melhora nos valores máximos de confiabilidade interna de 23% após a inserção das cinco linhas-base repetidas; e de 35% para a confiabilidade externa. Com relação a razão tendência - ruído verificou-se a melhora de 64%.
- Para os menores valores de número de redundância encontrados verificou-se a melhora de 65,5%, de onde se conclui que, com a inserção das novas linhas-base, mais do possível erro grosseiro presente nas observações é refletido no vetor de resíduos, melhorando a eficiência do teste DS na detecção de *outlier*.
- Vale salientar que a metodologia empregada neste trabalho pode também ser aplicada na fase de planejamento, pois as medidas de confiabilidade dependem somente da precisão das observações e da geometria/configuração da rede.

Sobre a metodologia de desenvolvimento de rede proposta no segundo artigo e com relação aos resultados obtidos com os experimentos pode-se concluir que:

- Em geral, os resultados de erro de fechamento de circuito foram menores nos tempos de rastreamento de 24 horas quando comparados aos de 6 e 4 horas, sendo da ordem de 0,02 ppm.
- A precisão das observações foi mais realística para 24 horas, enquanto que para 6 e 4 horas de rastreamento, a precisão pode ser melhor do que a estimada, o que mostra que esses resultados do PPP podem estar sendo mais conservadores do

que a real precisão (o que não gera um problema – na verdade, o contrário seria complicado).

- A precisão dos vértices da rede (obtida a partir da MVC dos parâmetros do ajustamento) são cerca de 3 vezes menores para o tempo de rastreamento de 4 horas com relação a 24 horas e de 2,3 vezes menor para 6 horas com relação aos resultados para 24 horas, em média.
- O MDB máximo encontrado para 4 horas de rastreamento é cerca de 7 vezes maior que para 24 horas. E para 6 horas é cerca de 3,6 vezes maior que 24 horas de rastreamento.
- Os valores mínimos de MDB encontrados para 6 e 4 horas de rastreamento, respectivamente, são cerca de 3,9 e 2,7 vezes maiores que para 24 horas de rastreamento. Analisando os valores médios de MDB se verifica aproximadamente a mesma proporção obtida para os valores mínimos de MDB, para os três tempos de rastreamento.
- A média de número de redundância para os três tempos de rastreamento analisados foi o mesmo, de 0,63 e os valores mínimos encontrados em cada cenário são aproximadamente de mesma magnitude e maiores que 0,5. Com relação aos valores máximos de redundância, o maior valor encontrado é para 6 horas de rastreamento. Com maior tempo de rastreamento, 24 horas, verifica-se valores mais homogêneos, sendo a média igual aos demais cenários.
- Para 4 horas de rastreamento os valores máximos e mínimos de confiabilidade externa foram, respectivamente, 4,8 e 0,8 centímetros. Para 6 horas, os valores máximos e mínimo foram de 2,7 e 0,6 centímetros, respectivamente. Enquanto que para 24 horas de rastreamento, os valores de confiabilidade externa se encontraram entre 0,9 e 0,2 centímetros.
- A vantagem do método de rede GNSS utilizando o PPP com relação a somente o PPP para os pontos GNSS individualmente é a possibilidade de ajustar a rede e,

a partir dos resultados do ajustamento, a possibilidade de aplicação de controle de qualidade da mesma.

Em trabalhos futuros pretende-se comparar os resultados de uma rede com posicionamento relativo e com o método PPP e verificar os resultados de coordenadas e precisão em planimetria (latitude e longitude) e em altimetria (altitude geométrica) separadamente.

REFERÊNCIAS

- AMORIM, G. P. Confiabilidade de rede GPS de referência cadastral municipal - estudo de caso: rede do município de Vitória (ES). 2004. Dissertação (Mestrado em Transportes) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.
- ALTAMIMI, Z.; COLLILIEUX, X.; METIVIER, L. ITRF2008: An improved solution of the International Terrestrial Reference Frame. *Journal of Geodesy*, v. 85, n. 8, p. 457–473, 2011.
- AYDIN, C.; DEMIREL, H. Computation of Baarda's lower bound of the non-centrality parameter. *Journal of Geodesy*, v. 78, n. 7–8, p. 437–441, 2005.
- BAARDA, W. A generalization of the concept Strength of Figure. *Publications of the Computing Center of the Geodetic Institute, Delft University*, 1962.
- BAARDA, W. A testing procedure for use in geodetic networks. *Publications on Geodesy, New Series*, v. 2, n. 5, Delft: Netherlands Geodetic Commission, 1968.
- BAARDA, W. Measures for the accuracy of geodetic networks. In: *Symposium on Optimization of Design and Computation of Control Networks*, p. 419–436, Sopron, Hungary, 1977.
- BAARDA, W. S-transformation and criterion matrices, *Netherland Geodetic Commission, Delft, Netherlands*, 1973.
- BERBER, M. Robustness Analysis of Geodetic Networks. 2006. 121 p. Ph.D. Dissertation – Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, Canada, 2006.
- CAMARGO, P. O. Controle de qualidade aplicado ao filtro de Kalman. 1992. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1992.
- CARVALHO, A. S. Avaliação do Desempenho de Técnicas de Ajustamento para Análise de Deslocamentos em Redes GPS. 2009. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2009.
- CAVALHERI, E. P.; CHAVES, J. C. Análise de robustez de estações da Rede GNSS-SP. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 20, n. 2, p. 376–387, 2014.
- CEN, M.; LI, Z.; DING, X.; ZHUO, J. Gross error diagnostics before least squares adjustment of observations. *Journal of Geodesy*, v. 77, n. 9, p. 503–513, 2003.
- CHAVES, J. C. Uso da tecnologia GPS na monitoração de deformação: sistemas, etapas e experimentos. 2001. Tese (Doutorado em Transportes) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

DALMOLIN, Q. Ajustamento por Mínimos Quadrados. Curitiba: Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas/UFPR, 2002. 175p.

DING, X.; COLEMAN, R. Multiple outlier detection by evaluating redundancy contributions of observations. *Journal of Geodesy*, v. 70, n. 8, p. 489–498, 1996a.

DING, X.; COLEMAN, R. Sensitivity analysis in Gauss-Markov models. *Journal of Geodesy*, v. 70, n. 8, p. 480–488, 1996b.

DREWES H., HEIDBACH O. The 2009 horizontal velocity model for South America and the Caribbean. Submitted to C. Pacino et al. (Eds.). IAG Scientific Assembly “Geodesy for Planet Earth”. IAG Symposia, Buenos Aires, August 31 to September 4, 2009.

EL-MOWAFY, A. Analysis of web-based GNSS post-processing services for static and kinematic positioning using short data spans. *Survey Review*, v.43, n.323, p. 535-549, 2011.

FAUSTINO, R. C. Posicionamento Por Ponto Preciso estático e cinemático. 2006. 105 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente. 2006.

FIRKOWSKI, H. Confiabilidade da fototriangulação: configuração e detecção de erros no apoio de campo. 1986. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1986.

FÖRSTNER, W. Reliability analysis of parameter estimation in linear models with applications to mensuration problems in computer vision. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, v. 40, p. 273-310, 1987.

GAO, Y and SHEN, X. A New Method for Carrier Phase Based Precise Point Positioning. *Navigation, Journal of the Institute of Navigation*, Vol. 49, No. 2, 2002.

GEMAEL, C. Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas. Curitiba: Ed. UFPR, 1994. 319p.

GHILANI, C. D.; WOLF, P. R. Adjustment Computations: Spatial Data Analysis. 4.ed. New York: John Wiley & Sons, 2006. 611p.

GUI, Q.; LI, G.; OU, J. Robust-biased estimation based on quasi-accurate detection. *Journal of Surveying Engineering*, v. 131, n. 3, p. 67-72, 2005.

GUI, Q.; LI, X.; GONG, Y.; LI, B.; LI, G. A Bayesian unmasking method for locating multiple gross errors based on posterior probabilities of classification variables. *Journal of Geodesy*, v. 85, n. 4, p. 191–203, 2010.

GUO, J. F.; OU, J. K.; WANG, H. Quasi-accurate detection of outliers for correlated observations. *Journal of Surveying Engineering*, v. 133, n. 3, p. 129–133, 2007.

GUO, J.; OU, J.; WANG, H. Robust estimation for correlated observations: two local sensitivity-based downweighting strategies. *Journal of Geodesy*, v. 84, n. 4, p. 243–250, 2010.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; WASLE, E. 2008. GNSS– Global Navigation Satellite System: GPS, GLONASS, GALILEO, and More. New York, SpringerWien, 516 p.

HUBER, P. J. Robust estimation of a location parameter. *Annals of Mathematical Statistics*. v. 35, p. 73–101, 1964.

HUBER, P. J. *Robust Statistics*. New York: John Wiley and Sons, 1981.

IBGE. Resolução PR. n° 22, de 21 de julho de 1983. Dispõe sobre as Especificações e Normas para Levantamento Geodésicos em Território Brasileiro. Boletim de Serviço 1602 (Suplemento). Rio de Janeiro. 11 p. 1° Agos. 1983.

IBGE. Manual de normas, especificações e procedimentos técnicos para a carta internacional do Mundo ao Milionésimo - CIM 1:1 000 000. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Departamento de Cartografia, 1993.

IBGE. 2009. Manual do Usuário Posicionamento Por Ponto Preciso. Diretoria de Geociências. Disponível em: http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/ppp/manual_ppp.pdf.

IBGE. RBMC – Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS. 2014. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/rbmc/rbmc.shtm?c=7>>. Acesso em: 08/07/2014.

IBGE. Recomendações para Levantamentos Relativos Estáticos – GPS. 2008. Disponível em: ftp://geofpt.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pdf/recom_gps_internet.pdf>. Acesso em: 08/07/2014.

KAVOURAS, M. On the Detection of Outliers and the Determination of Reliability in Geodetic Networks. 1982. M.Sc.E. Thesis – Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, Canada, 1982.

KERN, M.; PREIMESBERGER, T.; ALLESCH, M.; PAIL, R.; BOUMAN, J.; KOOP, R. Outlier detection algorithms and their performance in GOCE gravity field processing. *Journal of Geodesy*, v. 78, n. 9, p. 509-519, 2005.

KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; SOUZA, S. F.: Análise do serviço on-line de PPP (GDGPS – APPS) para Receptores de Dupla Frequência: um estudo envolvendo dados de estações da RBMC, in: III Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Recife – PE, 27-30 de julho de 2010, p. 001-007.

KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; SOUZA, S. F. Teoria de Confiabilidade Generalizada para Múltiplos Outliers: Apresentação, Discussão e Comparação com a Teoria Convencional. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 17, n. 4, p. 519–548, 2011.

KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; SOUZA, S. F.; VERONEZ, M. R. Ajustamento de Observações: Uma Interpretação Geométrica para o Método dos Mínimos Quadrados. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v.17, n. 2, p. 272–294, 2011.

KLEIN, I. 2012. Controle de Qualidade no Ajustamento de Observações Geodésicas. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, UFRGS, 2012. 322 p.

KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; SOUZA, S. F.; COLLISCHONN, C. Planejamento de Redes Geodésicas Resistentes a Múltiplos Outliers. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 18, n. 3, p. 480–507, 2012.

KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; MONICO, J. F. Proposta para a Estimativa da Acurácia de Redes Geodésicas Horizontais Integrando Análise de Robustez e de Covariância. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 19, n. 4, p. 525–547, 2013.

KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; GUZZATTO, M. P.; SOUZA, S. F.; VERONEZ, M. R. On evaluation of different methods for quality control of correlated observations. *Survey Review*, Open Access, 2014b.

KLEIN, I. 2014. Proposta de um Novo Método para o Controle de Qualidade de Redes Geodésicas. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, UFRGS, 2014. 136 p.

KNIGHT, N. L.; WANG, J.; RIZOS, C. Generalised Measures Of Reliability For Multiple Outliers. *Journal of Geodesy*, v.84, n. 10, p.625–635, 2010.

KOUBA, J.; HÉROUX, P. Precise Point Positioning using IGS orbit and clock products. *GPS Solutions*, v. 5, n. 2, p. 12-28, 2001.

LEICK, A. *GPS satellite surveying*. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 2004

MACHADO, W. C.; MONICO, J. F.G. Controle de qualidade do ajustamento recursivo de observações GPS em linhas de base curta. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 10, n. 2, p. 123–140, 2004.

MAGRO, F. H. S. Aerotriangulação com métodos alternativos na detecção de erros e uso de injunções. 1990. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1990.

MARQUES, J. M. O método da análise de componentes principais na detecção e identificação de *outliers* múltiplos em fototriangulação. 1994. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Departamento de Geociências, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1994.

MATSUOKA, M.T.; AZAMBUJA, J.L.F.; SOUZA, S.F. Potencialidades do serviço on-line de Posicionamento por Ponto Preciso (CSRS-PPP) em aplicações geodésicas. *Gaea - Journal of Geoscience*, vol. 5, n. 1, jan/jun 2009, p. 42-49.

MITISHITA, E. A. Detecção de erros grosseiros nas aerotriangulações. 1986. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1986.

MONICO, J. F. G.; MATSUOKA, M. T.; SAPUCCI, L. F. Confiabilidade interna e externa em Aplicações Geodésicas: Exemplo de uma Rede de Nivelamento. *Geodésia Online*, v. 2, p. 1, 2006.

MONICO, J. F. G. Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações. 2. ed. São Paulo: Ed. UNESP, 2008. 473p.

MORAES, C. V. Caracterização de Extremas no Espaço Geométrico: Fundamentos Jurídicos e Geodésicos. *Revista Brasileira de Cartografia*, n. 53, p.1–15, 2001.

NEUMANN, I.; KUTTERER, H.; SCHÖN, S. Outlier Detection in Geodetic Applications with respect to observation imprecision. In: *Proceedings of the NSF Workshop on Reliable Engineering Computing -Modeling Errors and Uncertainty in Engineering Computations*, Savannah (Georgia), USA, p. 75-90, 2006.

OBER, P.B. New, generally applicable metrics for RAIM/AAIM integrity monitoring. In: *9th international technical meeting of The Satellite Division of The Institute of Navigation, IONGPS-96*, Kansas City, Missouri, p. 1677–1686, 1996.

OCALAN, T.; ERDOGAN, B.; TUNALIOGLUN. Analysis of web-based online services for GPS relative and precise point positioning techniques. *Bol. Ciênc. Geod.*, sec. Artigos, Curitiba, vol. 19, n° 2, p.191-207, abr-jun, 2013.

OLIVEIRA, R.; DALMOLIN, Q. Critérios para a análise da geometria de redes geodésicas por componentes principais. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 9, n. 1, p. 25–37, 2003.

OLIVEIRA, R.; DALMOLIN, Q. A Influência da Redundância da Observação sobre a Precisão dos Parâmetros. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 14, n. 3, p. 295–315, 2008.

OLIVEIRA, R. Otimização dos pesos das observações geodésicas pelo problema de valor próprio inverso com considerações sobre o planejamento da confiabilidade da observação. 2007. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2007.

OU, J. K. A new method of identifying and locating gross errors: Quasi-accurate detection. *Chinese Science Bulletin*, v. 44, n. 23, p. 2200–2204, 1999.

PAPOULIS, A. *Probability, random variables and stochastic processes*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1991.

PERDIGÃO, T. D.; SANTOS, A. P. Avaliação da acurácia a partir de diferentes tempos de rastreamento utilizando a solução PPP on-line do IBGE. *Anais do III Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação*. 2010.

- PINTO, J. R. M. Potencialidade do uso do GPS em obras de Engenharia. 2000. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, UNESP, Presidente Prudente, 2000.
- POPE, A. J. The statistics of residuals and the detection of outliers. NOAA Technical Report. NOS 65 NGS 1, Rockville, Md, 1976.
- PRÓSZYNSKI, W. Measuring the robustness potential of the least squares estimation: geodetic illustration. *Journal of Geodesy*, v. 71, n. 10, p. 652-659, 1997.
- PRÓSZYNSKI, W. Another approach to reliability measures for systems with correlated observations. *Journal of Geodesy*, v. 84, n. 9, p. 547-556, 2010.
- ROSA, G.P.S. Análise de Séries Temporais de Coordenadas Estimadas com Gps: Uma Proposta Metodológica para Eliminação de Efeitos Sazonais. Tese (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2008. 106 p.
- ROUSSEEUW, P. J.; LEROY, A. M. Robust regression and outlier detection, New York: John Wiley and Sons, 1987.
- SANTOS JUNIOR, G.; FREITAS, S.R. C.; GEMAEL. C.; FAGGION, P. L. Implicações em Ajustar uma Rede Gravimétrica com Observações Médias ou Independentes: Análise de Precisão e Confiabilidade. *Revista Brasileira de Cartografia*, n. 57/02, 2005.
- SANTOS, A. J. P. M. Proposta de ajustamento para melhoria da confiabilidade e precisão dos pontos de rede geodésicas para fins topográficos locais. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos, 2006.
- SCHAFFRIN, B. Reliability measures for correlated observations. *Journal of Surveying Engineering*, v. 123, n. 3, p. 126–137, 1997.
- TEIXEIRA, N. N.; FERREIRA, L. D. D. Análise da Confiabilidade de Redes Geodésicas. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 9, n. 2, p.199–216, 2003.
- TOMMASELLI, A. M. G.; LUGNANI, J. B. Detecção de erros grosseiros em Fototriangulação. In: Simpósio Latino Americano de Sensoriamento Remoto, Gramado, 1986.
- TEUNISSEN, P. J. G. Adjustment Theory: an introduction. Delft: Ed. Delft University Press, 2003. 193p.
- TEUNISSEN, P. J. G. Testing theory: an introduction. 2. ed. Delft: Ed. VSSD, 2006. 147p.
- VANIČEK, P.; KRAKIWSKY, E. J.; CRAYMER, M. R.; GAO, Y.; ONG, P. J. Robustness analysis. Final contract report, Department of Surveying Engineering Technical Report No. 156, University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada, 1990. 116p.
- WANG, J.; CHEN, Y. On the reliability measure of observations. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, English Edition, p. 42–51, 1994.

WITCHAYANGKOON, B. Elements of GPS precise point positioning. 2000. 265f. PhDThesis in Spatial Information Science and Engineering. University of Maine, USA. 2000.

XU, P. Sign-constrained robust least squares, subjective break downpoint and the effect of weights of observations on robustness. *Journal of Geodesy*, v. 79, n. 1–3, p. 146–159, 2005.

YANG, Y. Robust estimation for dependent observations. *Manuscripta Geodaetica*, v. 19, n. 1, p. 10–17, 1994.

YANG, Y.; SONG, L.; XU, T. Robust estimator for correlated observations based on bifactor equivalent weights. *Journal of Geodesy*, v. 76, n. 6–7, p. 353-358, 2002.

ZUMBERGE, J.F.; HEFLIN, M.B.; JEFFERSON, D.C.; WATKINS, M.M.; WEBB, F.H. 1997. Precise Point Positioning for the efficient and robust analysis of GPS Data from Large Networks. *Journal of Geophysical Research*, 102(B3):5005-5017.