

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE METALURGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE MINAS

**LÚCIO DE ABREU CORRÊA**

**ESTUDO DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS  
EM TUBOS EPÓXI REFORÇADO COM  
FIBRA DE VIDRO**

Porto Alegre  
2014

**LÚCIO DE ABREU CORRÊA**

**ESTUDO DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS  
EM TUBOS EPÓXI REFORÇADO COM  
FIBRA DE VIDRO**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciência e Tecnologia dos Materiais.

Área de concentração: Ciência e Tecnologia dos Materiais.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Thomas G.R. Clarke

Porto Alegre  
2014

### CIP - Catalogação na Publicação

Corrêa, Lúcio de Abreu  
Estudo de Propagação de Ondas em Tubos Epóxi  
Reforçado com Fibra de Vidro / Lúcio de Abreu Corrêa.  
-- 2014.  
78 f.

Orientadora: Thomas Gabriel Rosauero Clarke.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de  
Materiais, Porto Alegre, BR-RS, 2014.

1. Ondas Guiadas. 2. Dutos Compósitos. 3.  
Propagação de Ondas. 4. Ensaios não Destrutivos. I.  
Clarke, Thomas Gabriel Rosauero, orient. II. Título.

**LÚCIO DE ABREU CORRÊA**

**ESTUDO DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS  
EM TUBOS EPÓXI REFORÇADO COM  
FIBRA DE VIDRO**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Ciência e Tecnologia dos Materiais e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Thomas G.R. Clarke, UFRGS

Professor do Programa de Pós Graduação em Metalúrgica, Materiais e Minas

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Ignacio Iturrioz, UFRGS

Professor do Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica

Dr. Toni Roger Schifelbain de Lima, FAURGS

Fundação de Apoio a Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dr. Ricardo Callegari Jacques, FAURGS

Fundação de Apoio a Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Coordenador do PPGEM: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Telmo Strohaecker

Porto Alegre, Janeiro de 2014.

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho aos meus pais, em especial pela dedicação e apoio em todos os momentos. Aos meus irmãos pela paciência e suporte durante todos esses anos longe de casa.

## AGRADECIMENTOS

Aos professores, funcionários, colegas e bolsistas do Laboratório de Metalurgia Física (LAMF) da UFRGS. Em especial ao Prof. Thomas, meu orientador, pela sua força de vontade, perfeccionismo e a sua paciência sobre-humana para me explicar absolutamente tudo.

Aos meus amigos e colegas, Alberto, Henrique, Giovanni, por esses 7 anos de amizade, trabalhos e risadas. Aos que por aqui passaram, Marcelo, Lucas, Vitinho, Daniel, Pedro... A "gangue dos argentinos" por cada erva-mate, chimarrão e tereré roubados. Ao Facu (original) por me incentivar a utilizar o  $\LaTeX$ , Guille pelas várias e várias horas de conversa. Às delinquências e gordices da Mari.

Aos meus colegas do Grupo de Ensaio não Destrutivos, por todos os ensinamentos, suporte e amizade, meus sinceros agradecimentos a Xu, Sonaldo, Toni (doutor), Toni (aprendiz do doutor), Gamarra, Pererinha, Baiotto, Felipe, Ale, Vanessa, Sérgio, Rafael, Conrado, Pedro (obrigado pelas medidas) e o Jonas.

Ao Luciano, pelas horas de música, parceria e conjecturas sobre o universo e similares, Gaëlle por toda a paciência em me aguentar, a Letícia, a irmã adotada. A Letícia pela paciência e companheirismo.

Por fim a todas as pessoas que contribuíram para meu desenvolvimento, pessoal e profissional durante esse período.

## RESUMO

A adoção de materiais compósitos pela indústria de petróleo e gás vem ocorrendo de forma gradual, e ainda encontra certa resistência devido à novidade de sua aplicação em projetos mecânicos do setor, e da menor confiabilidade que possuem em relação a metais. A sua implementação em maiores escalas depende também do desenvolvimento de métodos de inspeção e monitoramento de integridade estrutural. Em paralelo a isso, sistemas de varredura de tubulações baseados em ondas guiadas ultrassônicas vêm ganhando espaço devido à sua capacidade de inspecionar toda a seção de trechos extensos de uma tubulação metálica. Baseado nestas duas premissas, este trabalho tem como objetivo apresentar estudos visando o desenvolvimento de uma metodologia que seja capaz de obter as propriedades elásticas de um meio e obter as características de propagação das ondas mecânicas, cobrindo uma metodologia para obtenção das propriedades elásticas baseados em ensaios ultrassônicos, um método de otimização baseado em propriedades vibracionais e por fim, confrontando dados provenientes de modelos em elementos finitos com resultados experimentais e aproximações teóricas. Como resultados espera-se gerar informações necessárias para que possa-se compreender os mecanismo de propagação das ondas elásticas, pois é ele que permitirá a obtenção de informações a respeito dos defeitos presentes na estrutura analisada ou ainda utilizar as informações de dispersão em função da frequência e em função da direção para localização de fontes acústicas em meios ortotrópicos, sendo o conhecimento das propriedades de fase e energia das ondas em tais materiais de fundamental importância para a plena exploração do seu potencial de inspeção e monitoramento.

**Palavras-chave:** Ondas Guiadas, Dutos Compósitos, Propagação de Ondas, Ensaios Não Destrutivos.

## **ABSTRACT**

The adoption of new materials by the oil and gas industry has been occurring gradually and still finds some resistance due to the novelty of their application in mechanical design and their lower reliability compared to metals. The usage in large scales also depends on the development of inspection methods and structure health monitoring. In a parallel way, systems that scan pipes using mechanical guided waves have gained space because of their ability to inspect the section of large excerpts of an metallic pipe. Based on these two assumptions, this work aims to study the development of a methodology that is able to obtain the elastic properties of a medium and obtain mechanical characteristics through propagation of the stress waves in it. For this, a method to obtain elastic properties based on ultrasonic testing, a optimization method was based on vibrational properties, and comparison of to data from finite element models with experimental results and theoretical approaches were used. The results are expected to generate information needed for understand the mechanism of propagation of elastic waves, needed to obtain information about defects present in the structure or using information of angular or frequency dispersion for localizing acoustic sources in orthotropic media. As knowledge of the properties of the phase and energy waves propagation in such material are crucial for the full exploitation of inspection and monitoring.

**Keywords: Guided Waves, Composite Pipes, Wave Propagation, Non Destructive Test.**

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b> . . . . .	9
<b>LISTA DE TABELAS</b> . . . . .	11
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> . . . . .	12
<b>1 INTRODUÇÃO</b> . . . . .	15
<b>2 REVISÃO DA LITERATURA</b> . . . . .	17
<b>2.1 Introdução as ondas guiadas</b> . . . . .	17
2.1.1 O ensaio de ondas guiadas . . . . .	19
2.1.2 Ondas guiadas em dutos . . . . .	21
<b>2.2 Ondas volumétricas em meios anisotrópicos</b> . . . . .	24
2.2.1 Classes de simetria . . . . .	24
2.2.2 Velocidade de fase e velocidade de grupo . . . . .	26
2.2.3 Equação de onda para meios anisotrópicos . . . . .	28
2.2.4 Representações gráficas . . . . .	30
2.2.5 Pureza e ortogonalidade de modos . . . . .	34
<b>2.3 Ondas guiadas</b> . . . . .	35
2.3.1 Ondas guiadas em dutos não isotrópicos . . . . .	36
<b>2.4 Método numérico-experimental</b> . . . . .	36
2.4.1 Método misto numérico-experimental . . . . .	37
<b>3 METODOLOGIA</b> . . . . .	40
<b>3.1 Obtenção das Propriedades Elásticas</b> . . . . .	40
3.1.1 Corpos de prova . . . . .	40
3.1.2 Densidade . . . . .	41
3.1.3 Inversão da equação de onda . . . . .	41
<b>3.2 Ajuste das propriedades mecânicas</b> . . . . .	43
3.2.1 Perturbação da solução da equação de equilíbrio . . . . .	44

3.2.2	Derivação das equações de identificação do sistema estatístico . . . . .	45
3.3	Propagação de ondas volumétricas . . . . .	48
3.4	Ensaio de ondas guiadas . . . . .	49
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO . . . . .</b>	<b>52</b>
4.1	Medida de velocidade . . . . .	52
4.2	Propriedades elásticas . . . . .	53
4.3	Ensaio harmônico . . . . .	54
4.4	Método misto numérico-experimental . . . . .	55
4.5	Representação de ondas planas . . . . .	58
4.6	Ondas guiadas . . . . .	59
4.6.1	Validação do modelo numérico . . . . .	60
4.6.2	Resultados numéricos . . . . .	61
4.6.3	Resultados experimentais . . . . .	65
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>68</b>
<b>6</b>	<b>TRABALHOS FUTUROS . . . . .</b>	<b>69</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>70</b>
<b>APÊNDICE A</b>	<b>DESENHO TÉCNICO DOS CORPOS DE PROVA DE VELOCIDADE . . . . .</b>	<b>77</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1:	Dispersão da velocidade de fase para uma placa de alumínio, no vácuo. . .	18
Figura 2:	Dispersão da velocidade de grupo para uma placa de alumínio, no vácuo. .	19
Figura 3:	Ilustração das deformações causadas em uma placa causadas por a) um modo propagante, número de onda real; b) um modo propagante com atenuação, número de onda complexo; c) um modo não propagante, número de onda imaginário. . . . .	19
Figura 4:	Campo de deslocamentos em vários pontos do modo S0 em uma placa de alumínio, apresentando o deslocamento no plano ( $u$ , em linha sólida) e o deslocamento fora do plano ( $w$ , linha pontilhada) ao longo da espessura da placa. . . . .	20
Figura 5:	Dispersão da velocidade de fase para uma placa de aço, com tensão nula. .	21
Figura 6:	Representação do sistema de coordenadas em um duto. . . . .	22
Figura 7:	Curvas de dispersão, velocidade de fase, para um duto de 3 polegadas de diâmetro <i>schedule</i> 40 (5,5mm de espessura), no vácuo. . . . .	23
Figura 8:	Curvas de dispersão, velocidade de grupo, para um duto de 3 polegadas de diâmetro <i>schedule</i> 40 (5,5mm de espessura), no vácuo. . . . .	24
Figura 9:	Propagação em um meio anisotrópico. . . . .	27
Figura 10:	Resposta da superfície normal. . . . .	31
Figura 11:	Superfície de lentidão do plano XZ de um cristal de arseneto de gálio. . . .	32
Figura 12:	Curva de velocidade de grupo, apresentando as cúspides, mesmo material apresentado na Figura 11. . . . .	33
Figura 13:	Esquema do método numérico experimental. . . . .	37
Figura 14:	Esquema da formulação direta. . . . .	38
Figura 15:	Tipos de passo para a otimização: (a) Ordem 1. (b) Ordem 2 . . . . .	39
Figura 16:	Corpo de prova utilizado para as medidas de velocidade, transdutores cisa-lhantes acoplados ao corpo de prova . . . . .	41
Figura 17:	Sinal obtido através do ensaio de ultrassom no corpo de prova na direção longitudinal com polarização longitudinal. . . . .	43
Figura 18:	Representação esquemática do ensaio harmônico realizado. . . . .	44

Figura 19:	Variáveis envolvidas no algoritmo de otimização. . . . .	48
Figura 20:	Força aplicada no modelo numérico. . . . .	49
Figura 21:	Bancada tridimensional utilizada para as medidas do campo acústico no corpo de prova. . . . .	50
Figura 22:	Ensaio Harmônico. . . . .	54
Figura 23:	Modos de vibração longitudinal. . . . .	54
Figura 24:	Modos de vibração flexural. . . . .	55
Figura 25:	Gráfico de convergência do método de otimização. (a) função objetivo. (b) derivada da função objetivo. . . . .	55
Figura 26:	Gráfico da estabilidade da matriz de sensibilidade utilizada durante o processo de otimização. . . . .	56
Figura 27:	Variação do erro percentual das frequências de ressonância em função da iteração. . . . .	56
Figura 28:	Variação das propriedades elásticas em função da iteração. . . . .	57
Figura 29:	Superfície normal e da superfície de raio para $l_3 = 0$ . . . . .	58
Figura 30:	Superfície normal e da superfície de raio para $l_3 = 0,25$ . . . . .	58
Figura 31:	Superfície normal e da superfície de raio para $l_3 = 0,5$ . . . . .	59
Figura 32:	Superfície normal e da superfície de raio para $l_3 = 0,75$ . . . . .	59
Figura 33:	Superfície normal e da superfície de raio para $l_3 = 1$ . . . . .	60
Figura 34:	Torcional experimental . . . . .	60
Figura 35:	Torcional numérico . . . . .	61
Figura 36:	Deslocamento dos modos em função da frequência. . . . .	62
Figura 37:	Superfície gerada pela propagação da onda em função do tempo nos 120 nós de monitoramento para a frequência de 12 kHz, modelo numérico. . . . .	63
Figura 38:	Modo T(0,1) frequência de 12 kHz, modelo numérico. . . . .	63
Figura 39:	Família de modos F(1,n) 12kHz, modelo numérico. . . . .	64
Figura 40:	Família de modos F(2,n) 12kHz, modelo numérico. . . . .	64
Figura 41:	Superfície gerada pela propagação da onda em função do tempo nos 16 pontos de monitoramento circunferencial para a frequência de 12kHz, dados experimentais. . . . .	65
Figura 42:	Modo T(0,1) frequência de 12 kHz, dados experimentais. . . . .	66
Figura 43:	Família de modos F(1,n) 12kHz, dados experimentais. . . . .	66
Figura 44:	Família de modos F(2,n) 12kHz, dados experimentais. . . . .	67

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Tabela apresentando a velocidade média das medidas e o respectivo desvio padrão. . . . .	52
Tabela 2:	Tabela apresentando o valor das propriedades obtidas pelo ensaio de ultrassom. . . . .	53
Tabela 3:	Tabela apresentando o valor das propriedades obtidas pelo ensaio de ultrassom. . . . .	53
Tabela 4:	Tabela apresentando o valor das propriedades obtidas pelo método de otimização. . . . .	57
Tabela 5:	Tabela de relação dos modos numéricos. . . . .	65
Tabela 6:	Tabela de ruído de geração experimental. . . . .	67

## LISTA DE SÍMBOLOS

- C** Matriz tensão deformação
- $C_{ijkl}$  Tensor constitutivo de quarta ordem
- C** Matriz de flexibilidade
- $V_n^f$  Velocidade de fase numa dada direção **n**
- $V_f$  Velocidade de fase
- $\omega$  Frequência temporal
- $k$  Frequência espacial
- $V_i^r$  Velocidade de grupo para uma dada direção **r**
- $V_g$  Velocidade de grupo
- $\Delta$  Ângulo de deflexão do feixe sônico
- $\sigma_{ij}$  Tensor de tensões
- $C_{ij}^{def}$  Tensor de deformações de Cauchy-Green à direita
- $F_{ik}$  Matriz jacobiana
- $\epsilon_{kl}$  Tensor de deformações infinitesimais
- $u_i$  Vetor de deslocamentos na direção  $i$
- $P_i$  Vetor de polarização da onda
- $\rho$  Densidade
- $\Gamma_{ijkl}$  Tensor de Christoffel-Green
- $l_k$  Vetor de número de onda normalizado
- $\lambda_i''$  Autovalor resultante da equação de Christoffel
- $S_i$  Vetor de lentidão do modo
- $v'$  Autovalor associado a  $\lambda_i''$

$\phi_f$	Ângulo de fase
$\phi_g$	Ângulo de grupo
$\mathbf{v}$	Vetor de velocidades
$\alpha$	Constante
$\chi$	Constante
$\beta$	Constante
$\psi$	Constante
$\theta$	Constante
$n$	Número onda circunferencial
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker
$\xi$	Número de onda na direção da propagação
$x$	Eixo do sistema de coordenadas ou autovetor da equação de equilíbrio
$y$	Eixo do sistema de coordenadas
$z$	Eixo do sistema de coordenadas
$f(r)$	Função de amplitudes dependente do raio
$g(r)$	Função de amplitudes dependente do raio
$\Phi$	Função potencial escalar da decomposição de Helmholtz
$H_i$	Função potencial vetorial da decomposição de Helmholtz
$C_{ij}$	Propriedade elastica em notação de Voigt
$V_{ij}$	Velocidade de propagação da onda na direção $i$ polarizada na direção $j$
$\mathbf{K}$	Matriz de rigidez da estrutura
$\mathbf{M}$	Matriz de massas da estrutura
$x_i$	Autovetor da solução da equação de equilíbrio
$\lambda_i$	Autovalor da solução da equação de equilíbrio
$\lambda_p$	Autovalor estimado da solução da equação de equilíbrio
$\mathbf{T}$	Matriz de sensibilidade
$\mathbf{Y}$	Vetor de erro
$\mathbf{R}$	Vetor das propriedades
$\mu_x$	Média de uma variável $x$

$E(x)$  Expectância de uma variável  $x$

$S_{ii}$  Variância de uma variável  $i$  em  $i$

$\epsilon$  Erro associado a medida

$\mathbf{R}_*$  Estimador a ser minimizado

$\mathbf{G}$  Minimizador de  $\mathbf{R}_*$

$\mathbf{Q}$  Variância do estimador

$\delta$  Operador delta

$r^*$  Valor da propriedade do estimador minimizada

$S_{rr}^*$  Variância do estimador minimizada

*Obj* Função objetivo

$U$  Espectro de frequências de  $u(x, t)$

$E$  Modulo de elasticidade

$G$  Modulo de cisalhamento

$\nu$  Coeficiente de Poisson

$\Delta x$  Variação da variável  $x$

$R$  Raio externo do duto

$H$  Espessura do duto

# 1 INTRODUÇÃO

Diversos métodos de ensaios não destrutivos (ENDs) estão sendo desenvolvidos e utilizados diariamente, envolvendo vários domínios do ramo da física, como raio-x, transferência de calor, acústica, dentre outros. A grande vantagem desses métodos é a possibilidade de monitorar a integridade estrutural sem a necessidade de danificar a estrutura. O campo de atuação dos END's é variada e se estende desde a indústria aeronáutica que precisa garantir a integridade estrutural dos componentes que compõem aviões e helicópteros a indústria do petróleo e gás na extração, transporte e refino. Atualmente uma grande demanda nacional está sendo criada, com a descoberta e extração dos campos de petróleo localizados no pré-sal, sendo extremamente necessário garantir a integridade dos componentes envolvidos nesses novos desafios.

Os ENDs realizados em tubulações e vasos de pressão na indústria petro-química são uma questão de grande importância, por razões de segurança e de controle do impacto ambiental que uma possível falha venha a ocasionar. Centenas de milhares de quilômetros de tubulações e milhares de vasos de pressão são utilizados em todo mundo, sendo necessário uma rígida e sistemática rotina de monitoramento da integridade destas estruturas. O transporte de substâncias que podem ser potencialmente perigosas, como por exemplo a água pesada dos processos de usinas nucleares, através de tubulações também requer cuidado especial quanto a possíveis defeitos no sistema de transporte, tais como trincas, vazios e delaminações que podem ser prejudiciais a segurança dos componentes.

Os ensaios que utilizam técnicas pontuais, como ultrassom ou correntes parasitas, demandam muito tempo para a cobertura de grandes áreas mesmo com grande grau de automação da técnica. Outros tipos de inspeção como a radiografia ou fuga de campo magnético, necessitam de acesso, interno ou externo, a toda tubulação. Os pigs também são ferramentas utilizadas em inspeções, porém normalmente necessitam interromper o funcionamento da tubulação.

Para inspeções mais rápidas uma outra técnica acústica, chamada ondas guiadas, está sendo utilizada/desenvolvida. Essa onda mecânica é capaz de se propagar por toda a área da seção transversal da estrutura, sendo chamada de ondas de *Lamb* (em homenagem a Horace Lamb). Normalmente essas ondas de Lamb são guiadas por placas, tubos ou estruturas que se comportam como uma casca, podendo propagar em meios com comportamento isotrópico ou anisotrópico, lineares ou não.

As ondas de *Lamb* foram descobertas no início do século 20 e se mostram um eficiente método para realizar um primeiro estágio de inspeção, sendo capaz de, com certa precisão, indicar a posição de defeitos. Uma vez que se obtenha essa indicação um segundo estágio poderá ser utilizado, esse segundo estágio consiste em utilizar técnica de maior resolução na região indicada pelo ensaio de ondas guiadas. Na realidade a implementação de uma técnica de longo alcance permite realizar uma inspeção total da estrutura sem um grande período de inspeção. Esses sistemas, especialmente voltados para tubulações, baseados em ondas guiadas ultrassônicas vêm ganhando espaço devido à sua capacidade de inspecionar trechos extensos de uma estrutura a partir de um único ponto de acesso, sem necessidade de parada de produção ou de inserção de equipamentos no duto.

A interação das ondas guiadas com discontinuidades na estrutura é um fenômeno físico muito complexo que ainda não é bem explicado para todos os casos. Essa interação depende muito da propagação da onda no meio e das condições de conservação da estrutura. Esse é um dos motivos pelo qual o mecanismo de propagação das ondas elásticas em um meio deve ser conhecido, pois é esse mecanismo que permitirá a obtenção de informações a respeito das discontinuidades presentes na estrutura analisada. Sendo o conhecimento das propriedades da fase e energia das ondas que viajam em tais materiais de fundamental importância para a plena exploração do seu potencial de inspeção.

É nesse contexto que o presente trabalho se insere, visando a obtenção das propriedades acústicas. A presente dissertação tratará da propagação de ondas elásticas em uma estrutura tubular, com simetria ortotrópica, produzidas por enrolamento filamentar, apresentando uma análise numérica e experimental. Para a realização desse estudo partiu-se da obtenção das propriedades elásticas através da inversão da equação de Christoffel, passando pela obtenção das propriedades acústicas das ondas volumétricas e posteriormente obtenção das propriedades acústicas para as ondas de *Lamb*. Foi criada uma metodologia completa, capaz de realizar a identificação do material de forma não destrutiva e posteriormente obter as propriedades acústicas pertinentes.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 Introdução as ondas guiadas

O uso do ultrassom na indústria já encontra-se bem estabelecido como técnica de END. A maioria dos testes que envolvem localização de defeitos se dá através do seu uso (1). O ultrassom acaba por ser utilizado mais do que o ensaio por ondas guiadas pois apresenta algumas vantagens, seus resultados são de fácil interpretação bem como o seu uso (1) e equipamentos relativamente mais simples e baratos. Parte dessa simplicidade deve-se ao fato de que apenas dois tipos de ondas podem propagar, a onda cisalhante e a onda longitudinal, e suas velocidades são constantes em relação a frequência (2).

Já os ensaios de ondas guiadas são muito vantajosas quando pretende-se inspecionar estruturas de grandes dimensões (3), fazendo valer o esforço despendido para o estudo e implementação dessa técnica. A principal diferença entre o ultrassom (que consiste em ondas volumétricas) e as ondas guiadas (ondas de *Lamb* ou Rayleigh) é que enquanto a onda volumétrica propaga no interior da estrutura (afastado das bordas) as ondas guiadas podem propagar na superfície da estrutura (ondas superficiais) ou entre as superfícies dela (ondas de *Lamb*) (4).

A principal dificuldade da aplicação das ondas guiadas vem da complexidade da solução das equações que regem o problema (5). Como resultado dessa solução observa-se que as ondas guiadas são extremamente dependentes do comprimento de onda e da frequência, sendo que a propagação de um modo de onda guiada depende de uma dada combinação de geometria, número de onda e frequência.

Essas relações acabam gerando um fenômeno conhecido como dispersão, a dispersão é a variação da velocidade de propagação da onda com respeito a alguma variável, no caso das ondas guiadas a variação de velocidade é função da frequência (6). O entendimento desses fenômenos é fundamental para a sua aplicação como método de ensaio não destrutivo. A dispersão acaba provocando ainda outro fenômeno não visto no ultrassom convencional, a distinção entre velocidades, a velocidade de fase e velocidade de grupo (7).

Essas informações de dispersão são tipicamente apresentadas em um gráfico de velocidade de fase em função do produto frequência pela espessura, como mostrado na Figura 1. Várias informações podem ser verificadas na análise desse gráfico, onde o eixo ordenado é a velocidade

de fase ( $V_f$ ),  $f$  é a frequência,  $d$  é a espessura da placa (geometria utilizada para esse exemplo),  $C_R$  é a velocidade das ondas de Rayleigh,  $C_T$  é a velocidade da onda cisalhante. De acordo com o aumento do produto da frequência pela espessura da placa, mais modos de ondas de *Lamb* surgem e suas velocidades tendem a velocidade das ondas de Rayleigh (8), a frequência na qual o modo passa a existir no gráfico é denominada de frequência de corte do modo.

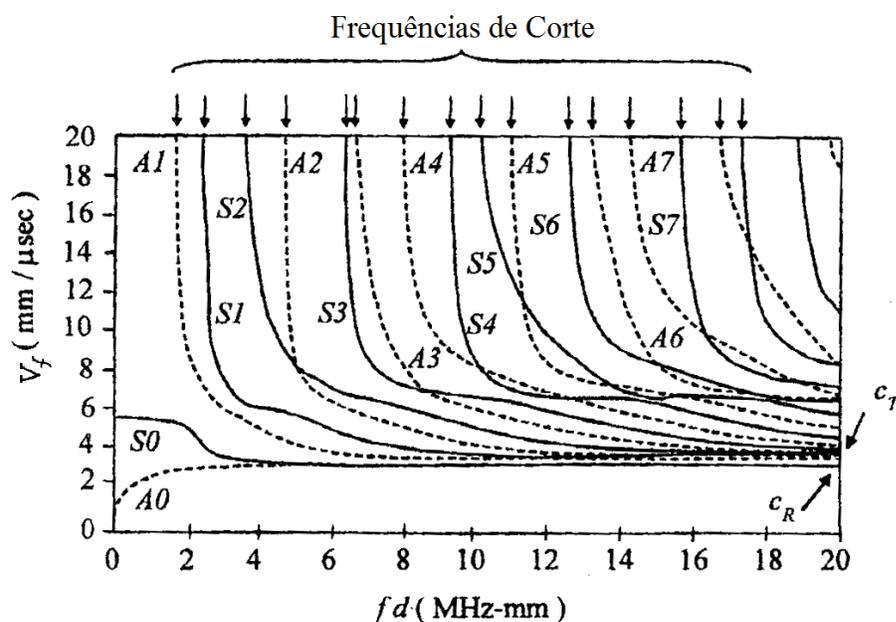


Figura 1: Dispersão da velocidade de fase para uma placa de alumínio, no vácuo.  
Adaptado (4)

As informações sobre a dispersão das ondas de *Lamb* podem ser geradas para qualquer tipo de estrutura, placas, dutos, barras, estruturas multi-camadas, ou qualquer geometria que sirva como um guia de onda (9; 10).

O gráfico de velocidade de fase comumente vem acompanhado do gráfico de velocidade de grupo pelo produto da frequência pela espessura. O gráfico de velocidade de fase contém os valores obtidos pela solução da equação de onda, como citado acima. Todavia quando fala-se de várias ondas propagando numa estrutura com uma valores de frequências aproximadamente similares, esse pacote de várias ondas propaga com uma velocidade chamada de velocidade de grupo (4), como apresentado na Figura 2. A velocidade de grupo pode variar drasticamente em função do produto da frequência pela espessura. Sendo que é a velocidade de grupo a velocidade utilizada para realizar a localização de uma descontinuidade na estrutura inspecionada (8). A velocidade de grupo é derivada das curvas de velocidade de fase, sendo relacionada com a velocidade de fase através da inclinação da curva de velocidade de fase (2).

Quando números de onda complexos são obtidos na solução da equação de propagação de onda, eles representam modos que sofrem atenuação ou não propagam (11), um esquema dos

resultados gerados pelas diferentes respostas obtidas em função do número de onda podem ser vistas na Figura 3, em a) observa-se uma onda propagante, b) observa-se uma onda propagante sofrendo atenuação e c) observa-se uma onda não propagante.

### 2.1.1 O ensaio de ondas guiadas

Qualquer ponto sobre a curva de dispersão pode ser utilizado para realizar o ensaio de ondas guiadas, porém alguns pontos oferecerão resultados com maior sensibilidade e/ou poder de penetração (12). Uma das variáveis mais importantes para uma boa inspeção está relacionada com o campo de deslocamento produzido da onda (8). Pensa-se usualmente em dois tipos de deslocamentos, os deslocamentos que ocorrem no plano da propagação e os deslocamentos que ocorrem fora do plano da propagação, aqui referidos por  $u$  e  $w$  respectivamente. O campo de

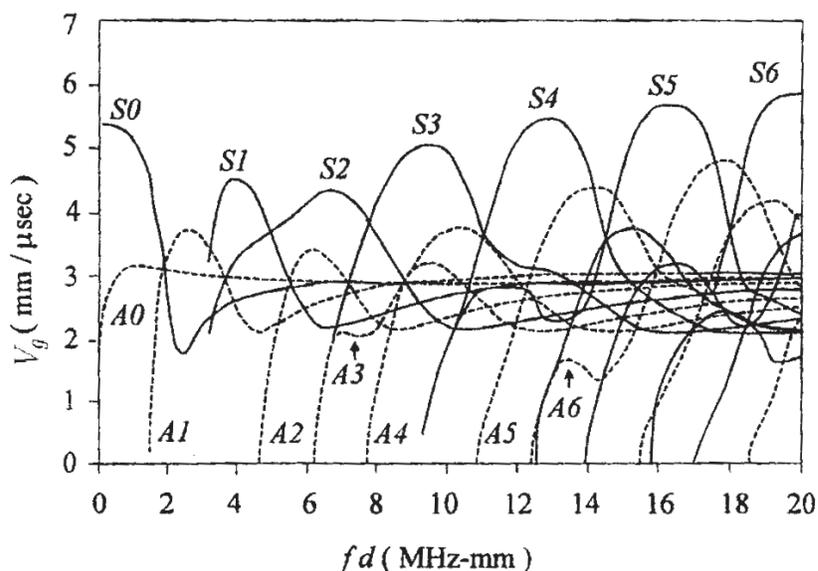


Figura 2: Dispersão da velocidade de grupo para uma placa de alumínio, no vácuo.  
Adaptado (4)

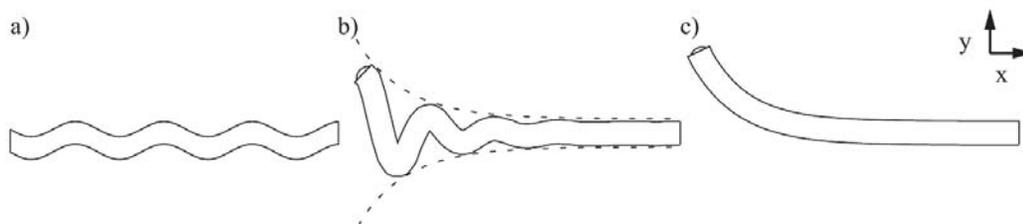


Figura 3: Ilustração das deformações causadas em uma placa causadas por a) um modo propagante, número de onda real; b) um modo propagante com atenuação, número de onda complexo; c) um modo não propagante, número de onda imaginário.

Adaptado (11)

deslocamentos da onda muda para cada ponto da curva de dispersão, fazendo com que também ocorra uma variação do campo de deslocamentos em função da frequência (13).

Analisando as ondas de *Lamb*, um exemplo de resultado pode ser visto na Figura 4 onde o produto frequência por espessura vai de 0,5 até 3, onde os deslocamentos fora do plano e no plano são expressos em função da espessura da estrutura. Para baixas frequências, é fácil ver que existe a dominância do movimento no plano, porém quando o produto frequência por espessura aumenta, a componente fora do plano passa a aumentar e a componente no plano diminui. Sendo que para cada modo de onda de *Lamb*, há uma combinação específica de deslocamentos, fora do plano e no plano existente. Sendo essa combinação de deslocamentos a responsável pelo campo de energia e tensão no guia de onda. A sensibilidade a defeitos depende dessa relação, por exemplo, se a descontinuidade se localiza na superfície gostaria-se de ter maior concentração de energia da onda na região superficial (8).

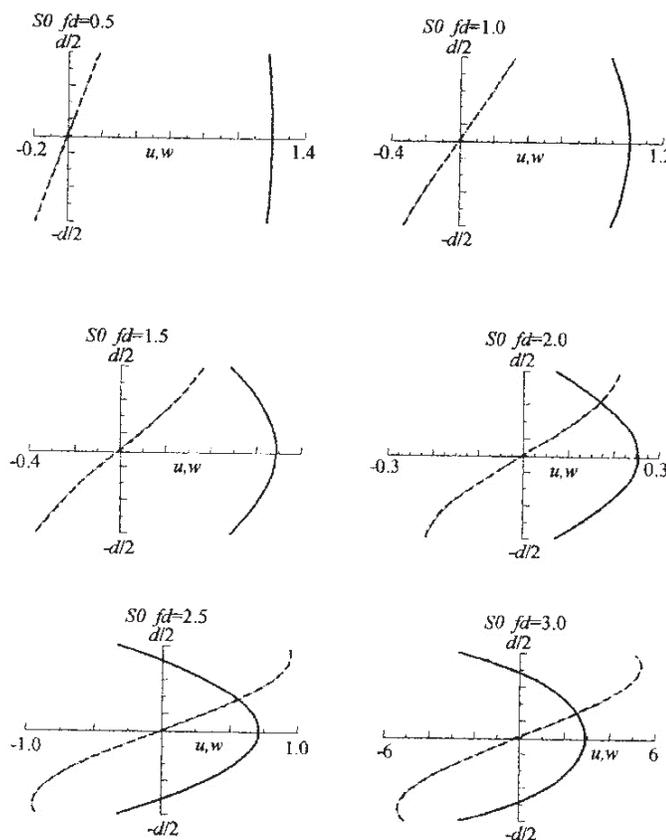


Figura 4: Campo de deslocamentos em vários pontos do modo *S0* em uma placa de alumínio, apresentando o deslocamento no plano ( $u$ , em linha sólida) e o deslocamento fora do plano ( $w$ , linha pontilhada) ao longo da espessura da placa.

Adaptado (4)

Para o ensaio de ondas guiadas, deve-se selecionar a onda que produz o campo de deslocamentos mais sensíveis aos defeitos que se quer inspecionar, com respeito ao deslocamento no plano ou fora dele e a interação dessa onda com a descontinuidade. Muitíssimo trabalho é

feito para achar as variáveis que melhoram a sensibilidade da técnica a certos tipos de descontinuidade e permitam maior poder de penetração na estrutura. O poder de penetração é particularmente importante quando considera-se estruturas multi-camadas ou que tem fronteiras que absorvem muita energia (4).

Um outro tipo de onda que é utilizada para realizar inspeções é chamada de ondas cisalhantes horizontais elas são mostradas na Figura 5. Observa-se que são curvas simples, quando comparadas aos acima apresentados. Existem poucos modos envolvidos e certa simplicidade no campo de deslocamentos gerados pelos modos. Verifica-se que existe um modo SH0 que apresenta característica não dispersiva, sendo uniforme para toda a faixa de frequências (1), exibindo um excelentes características para seu uso como técnica de inspeção.

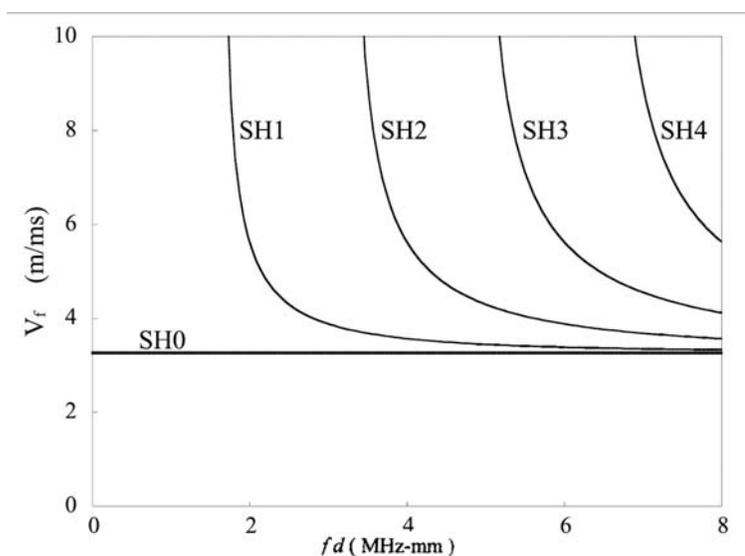


Figura 5: Dispersão da velocidade de fase para uma placa de aço, com tensão nula.  
Adaptado (4)

### 2.1.2 Ondas guiadas em dutos

O estudo da propagação de ondas de Lamb em estruturas cilíndricas consiste em dos grandes temas de interesse dos ensaios não destrutivos, pois esses dutos são os responsáveis pelo transporte de grande parte do petróleo e gás natural produzido e/ou explorado pelo nosso país. O grande interesse da indústria por técnicas de monitoramento e de inspeção de longo alcance tem aumentado com a rígida política ambiental pregada recentemente por essa indústria (14). Um dos principais atrativos da técnica de ondas guiadas é permitir que a partir de um único ponto de acesso a estrutura (15), possa-se realizar a inspeção de um longo trecho da tubulação.

A base dos estudos de propagação de ondas em guias foi o trabalho publicado por Pochhammer. Ele foi o responsável pela elaboração das equações de vibrações livres em cilindros (16), atualmente essas equações são chamadas de equações de Pochhammer-Chree, relacionando os espectros de frequência para uma barra circular. Um dos primeiros estudos completo acerca de

espectro de frequências em dutos foi apresentado por Gazis (17; 18), onde a sua solução foi desenvolvida através de um campo de deslocamentos expressos por funções de Bessel. Posteriormente validado em um estudo de propagação em um duto de alumínio (19).

Um diagrama esquemático de um cilindro com a definição dos eixos pode ser vista na Figura 6, onde  $z$  é o eixo colinear ao duto,  $r$  é a direção radial e  $\theta$  é a coordenada de ângulo.

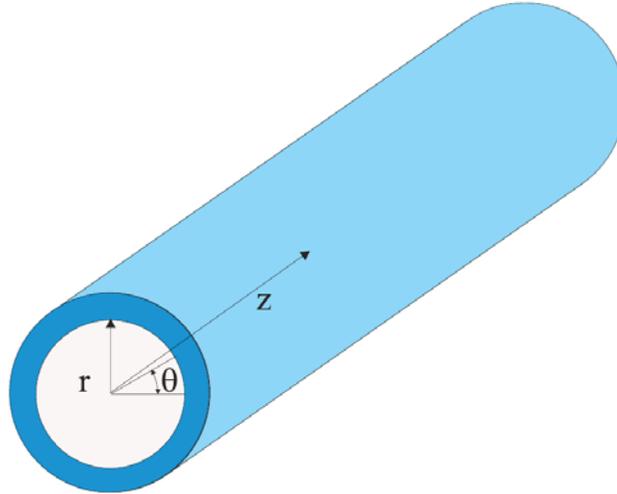


Figura 6: Representação do sistema de coordenadas em um duto.  
(1)

Utilizando a decomposição de Helmholtz, em coordenadas cilíndricas e aplicando na equação de equilíbrio, Equação (9), pode-se obter a solução para o problema. Onde o campo de funções para a decomposição de Helmholtz é:

$$\Phi = f(r) \cos(n\theta) \cos(\omega t + \xi z) \quad (1)$$

$$H_r = g_r(r) \cos(n\theta) \cos(\omega t + \xi z)$$

$$H_\theta = g_\theta(r) \cos(n\theta) \cos(\omega t + \xi z)$$

$$H_z = g_z(r) \cos(n\theta) \cos(\omega t + \xi z)$$

(2)

onde  $\xi$  é a componente do número de onda na direção  $z$ .

Substituindo as Equações (1) e (2) na equação de equilíbrio obtém-se o sistema de equações a ser resolvido (17). Para realizar a diferenciação dos modos no sistema cilíndrico, usa-se os deslocamentos produzidos pelo modo para realizar a distinção entre os modos. Existem dois modos que apresentam campos de deslocamento axissimétricos, os modos Longitudinais (L) com deslocamentos predominantemente longitudinais e os modos Torçionais (T) com desloca-

mentos predominantemente tangenciais. Já os modos Flexurais (F) são modos não axialmente simétricos, devidamente identificados nas Figuras 7 e 8.

Para a complementação da nomenclatura, um sistema com dois índices é utilizado, o primeiro índice indica a ordem harmônica circunferencial, com isso todos os modos que contém zero como primeiro índice são axialmente simétricos. O segundo índice é uma variável contadora, onde o valor um é associado ao modo fundamental (1).

As curvas de dispersão são uma representação das soluções obtidas. Essas representações (velocidade de fase, velocidade de energia, atenuação e deslocamento modal), são em geral informações utilizadas para compreender e prever comportamentos vistos nos ensaios (4; 20; 21).

A Figura 7 é uma representação clássica das curvas de dispersão para dutos, nessa figura vê-se a variação da velocidade de fase em função da frequência para diversos modos, já na Figura 8 observa-se a variação da velocidade de grupo em função da frequência para diversos modos, essas curvas foram obtidas para um duto com três polegadas de diâmetro e 5,5mm de espessura (1).

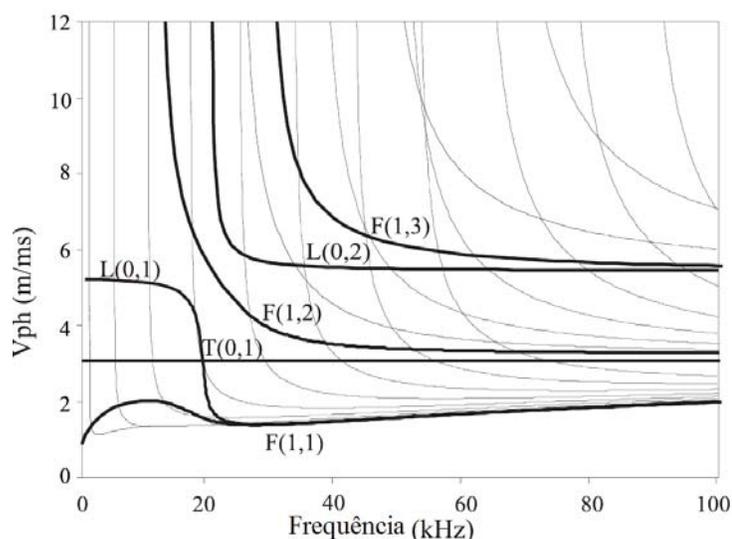


Figura 7: Curvas de dispersão, velocidade de fase, para um duto de 3 polegadas de diâmetro *schedule 40* (5,5mm de espessura), no vácuo.

Adaptado (1)

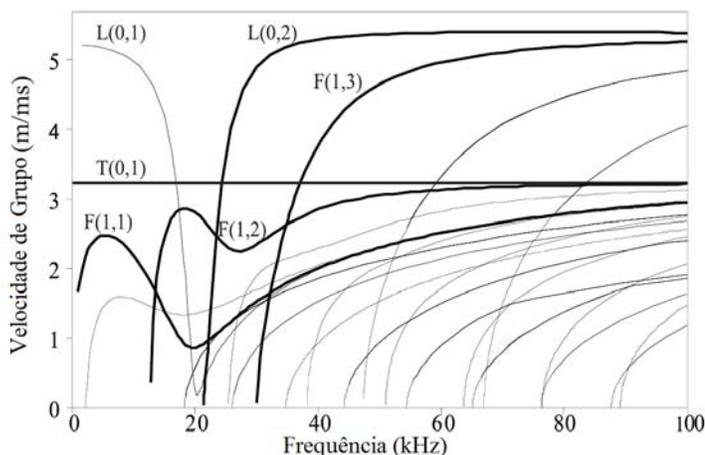


Figura 8: Curvas de dispersão, velocidade de grupo, para um duto de 3 polegadas de diâmetro *schedule 40* (5,5mm de espessura), no vácuo.

Adaptado (1)

## 2.2 Ondas volumétricas em meios anisotrópicos

O estudo da propagação das ondas elásticas em meios infinitos é um assunto que já foi abordado por diversos autores (2; 7; 22; 16; 4; 23) esses estudos são capazes de cobrir todo os assuntos aqui abordados, sendo realizado apenas uma pequena apresentação dos tópicos de interesse para essa dissertação. Os demais conteúdos, como por exemplo propagação de ondas em meios isotrópicos, podem ser facilmente encontrados em livros específicos de elastodinâmica ou até mesmo livros que tratam da mecânica do contínuo (24; 25).

As próximas seções apresentarão desde as classes de simetria de um meio, salientando as diferenças existentes entre velocidade de fase e velocidade de grupo, o equacionamento das ondas planas em meios ortotrópicos.

### 2.2.1 Classes de simetria

Qualquer meio linear elástico é definido em termos de seu tensor elástico, o qual possui características de simetria intrínsecas resultantes da teoria da elasticidade, devido as condições de simetria dos tensores de tensão e deformação (24). Todavia, esse tensor pode apresentar simetrias adicionais que dependem das propriedades desse meio contínuo. Sendo assim, se um meio é simétrico sobre uma certa transformação de coordenadas, um ente matemático (tensor) deve representar de certa forma essa propriedade do meio, correspondendo a essa simetria. Então para um uma certa classe de simetria a relação constitutiva expressa pelo tensor  $\mathbf{C}$  pode ser simplificada para que se possa ter algumas vantagens. Quanto maior o grau de simetria de um meio mais simples a matriz constitutiva será. Uma lista completa dessas classes pode ser obtida no Apêndice 2.A da referência (2).

A classe de simetria transversalmente isotrópica comumente está ligada a tubulações pro-

duzidas por meio do enrolamento filamentar (26), a geometria de interesse desta dissertação, onde o plano de simetria ocorre no eixo  $z$ , colinear ao eixo longitudinal do duto. Já diversos outros autores ligam essa classe de simetria a placas com fibras unidirecionais (27; 28) ou fibras aleatoriamente distribuídas (29) reduzindo a matriz constitutiva para apenas 5 constantes independentes, podendo ser expressa como:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{11} - 2C_{66} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{11} - 2C_{66} & C_{22} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$

Em um caso mais geral que a simetria transversalmente isotrópica, utiliza-se meios com simetria ortorrômbica (ortotrópica), caso de materiais parcialmente anisotrópicos, tendo assim 12 constantes, das quais 9 são independentes:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$

Tanto para um meio transversalmente isotrópico quanto para um meio ortorrômbico os planos também são eixos de simetria (30), por isso faz sentido pensar que a propagação de uma onda bi-dimensional propagará dentro de um plano de simetria. Exemplificando o papel de cada constante na propagação da onda no meio (31): para uma onda propagando no plano  $x$ - $z$  essa propagação será controlada pelas constantes referentes a  $x$  e a  $z$ :  $xx \Rightarrow 1$ ,  $zz \Rightarrow 3$  e  $xz \Rightarrow 5$ , então as constantes elásticas envolvidas são:  $C_{11}, C_{33}, C_{13}$  e  $C_{55}$ , as demais constantes deverão ser nulas com a penalidade de quebrar as condições de simetria de um material ortorrômbico (quebrariam as condições de simetria nos outros dois planos), logo  $C_{15} = 0$  e  $C_{35} = 0$ . O efeito dessas constantes podem ser entendidos de forma grosseira como;  $C_{11}$  e  $C_{55}$  controlam a propagação de duas ondas (quase-longitudinal e quase-transversal, esses nomes são os correspondentes as ondas longitudinais e transversais quando o meio de propagação não tem simetria isotrópica) na direção do eixo  $x$ ,  $C_{33}$  e  $C_{55}$  controlam a propagação de duas ondas (quase-longitudinal e quase-transversal) direção do eixo  $z$  cabendo a  $C_{13}$  controlar a relação entre as ondas que propagam no eixo  $x$  e no eixo  $z$ . Para a completa descrição dos 3 tipos de ondas ainda falta considerar o movimento no eixo  $y$ , para isso considera-se simplesmente os pares de  $y$  com  $x$  e  $z$ :  $xy \Rightarrow 6$  e  $zy \Rightarrow 4$ , então as constantes elásticas envolvidas na propagação do modo transversalmente horizontal são  $C_{44}$  e  $C_{66}$ . Envolvendo assim 6 constantes na propagação

das ondas nesse plano.

### 2.2.1.1 Restrições sobre as constantes

As constantes elásticas dos materiais não podem assumir qualquer valor, elas devem estar dentro de certos limites físicos (24). Para casos aplicados de identificação de parâmetros, esse limites podem ser utilizados para verificar a validade das propriedades obtidas no processo de obtenção das propriedades elásticas dos materiais (32; 33).

Esses limites podem ser chamados de limites termodinâmicos, sendo baseados no conceito de que o trabalho realizado por todos os componentes de tensão deve ser positivo, sendo isso respeitado, evita-se a "criação de energia"(25). O trabalho realizado pelas componentes de tensão é calculado como a integral no volume do produto interno duplo entre o tensor de tensões e o tensor de deformação. O trabalho realizado pelas tensões será apenas positivo quando a matriz de flexibilidade,  $\mathbf{S}$ , for positiva definida. Portanto as relações a seguir devem ser satisfeitas:  $C_{ii} > 0$  (Sendo os componentes da diagonal da matriz, não o traço da matriz, como seria por notação indicial),  $\det(\mathbf{C}) > 0$  e  $\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1}$  existe sendo simétrico e definido positivamente.

### 2.2.2 Velocidade de fase e velocidade de grupo

Nesta seção será abordada a dispersão angular, fenômeno que ocorrem em meios anisotrópicos. As velocidades de fase e grupo são conceitos gerais, aplicáveis a qualquer tipo de onda em qualquer meio homogêneo, criando dois efeitos de dispersão: a angular (dependente da direção de propagação da onda) e a referente a frequência (dependente da frequência temporal, citado acima) (34; 35), essa última será tratada apenas como dispersão no restante dessa dissertação. Sendo os assuntos abordados abaixo referentes a dispersão angular.

Para ondas periódicas, a velocidade de fase pode ser representada em termos da frequência angular e do número de onda angular como apresentado na Equação (3):

$$V_n^f = \frac{\omega}{k} \quad (3)$$

$\omega$  é a frequência angular em  $rad/s$  e  $k$  é a magnitude do número de onda angular em  $rad/m$ , para cada direção do vetor de fase  $\mathbf{n}$ .

Um dos motivos da utilização da velocidade de fase é devida a facilidade matemática de sua obtenção além da facilidade em medi-la (36). Entretanto em problemas reais dificilmente tem-se uma onda plana e infinita, então a velocidade com que a energia se move torna-se mais útil para problemas reais caracterizando mais corretamente as perturbações periódicas nascidas da propagação de uma onda (7; 16), sendo de extremo interesse a obtenção de uma relação entre essas velocidades. Alguns autores utilizam ainda a abordagem da difusão de energia para explicar a propagação de ondas (para mais detalhes ver (37)).

A velocidade de energia é caracterizada como a velocidade de propagação da energia no

meio. Para meios lineares elásticos a velocidade de grupo se confunde com a velocidade de energia, porém como o problema que será tratado nessa dissertação foi adotado como elástico, a apresentação desse conceito será feito do ponto de vista linear elástico. Para considerar o meio como viscoelástico outra abordagem se faz necessária (38; 35; 39).

A dedução da equação de velocidade de grupo é apresentada em (4). Sendo apresentada aqui somente a formula final, Equação (4).

$$V_r^g = \frac{\partial \omega}{\partial k_r} \quad (4)$$

Devido as características anisotrópicas do meio o segmento plano de onda viaja por uma direção que é diferente da direção dada pelo vetor de fase  $\mathbf{n}$  (2). A essa direção será denominada por  $\mathbf{r}$  (direção de propagação do raio sônico). Ao ângulo existente entre os vetores  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{n}$  será dado o nome de ângulo de deflexão, utilizado como medida de deflexão do feixe sônico, para materiais isotrópicos esse ângulo é zero, fazendo coincidir a direção de propagação da energia com a direção da velocidade de fase (27; 40).

Para um meio anisotrópico a direção da velocidade de fase pode ser diferente da velocidade de grupo, criando assim a possibilidade para um ângulo de deflexão (2) seja calculado da seguinte forma pela Equação (5):

$$\cos(\Delta) = \frac{V_n^f}{V_r^g} \quad (5)$$

na Figura 9 pode-se visualizar a diferença existente entre a direção de propagação da velocidade de fase e da velocidade de grupo apresentada pela equação acima.

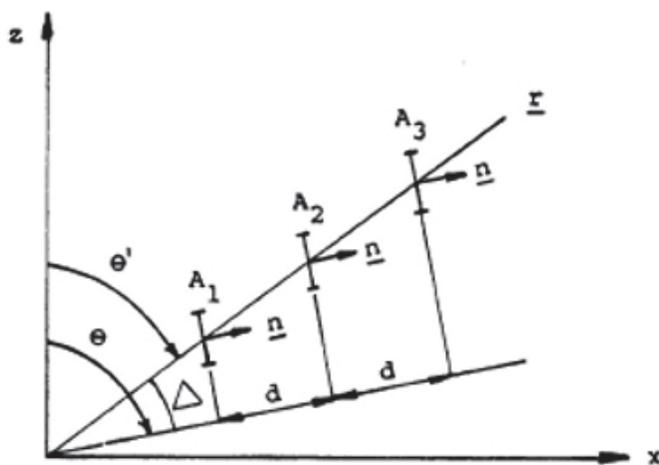


Figura 9: Propagação em um meio anisotrópico.  
(27)

### 2.2.3 Equação de onda para meios anisotrópicos

Tradicionalmente, os materiais compósitos são empregados na forma de um aglomerado de laminas ou camadas (*plies*), formando assim um componente laminado. Uma lamina individual dessa estrutura é composta por fibras frágeis e resistentes embebidas em uma matriz mais dúctil que é responsável por manter as fibras unidas e distribuir as cargas externas do meio para as fibras (26). Todavia, a morfologia dessa classe de material, se comparada com um meio isotrópico homogêneo, pode apresentar uma resposta mecânica muito mais complexa devido ao comportamento anisotrópico e por sua construção não homogênea. Essas características dos materiais compósitos são devido tanto às interfaces existentes entre fibra e matriz e entre camadas (influenciando nas propriedades micromecânicas), quanto à morfologia que depende do material em questão (exercendo maior influência sobre as propriedades macromecânicas) (34). Essas considerações devem ser tomadas sempre com um referencial de escala envolvido, já que para referenciais pequenos (pequenos comprimentos de onda) esse meio é não homogêneo (abordagem micromecânica), porém a referenciais maiores ele "se torna" um meio homogêneo (41).

Em meios ortorrômbicos e homogêneos, a velocidade de fase e de grupo dependem diretamente da direção de propagação da onda plana (35). Um modo comum de resolver esse problema é através da equação de Christoffel, que determina analiticamente a propagação de ondas no meio em questão.

Para tal, inicia-se com a lei de Hooke generalizada, Equação (6), em forma indicial, para um material anisotrópico elástico linear como:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl} \quad (6)$$

Para pequenas deformações pode-se utilizar o tensor de Cauchy-Green à direita (24), Equação (7). Para o uso mais comum de engenharia o tensor utilizado é o tensor de Green em função do campo de deslocamentos (25), Equação(8), temos:

$$C_{ij}^{def} = F_{ik}F_{kj} = \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \quad (7)$$

$$\epsilon_{kl} = \frac{1}{2}(C_{kl}^{def} - \delta_{kl}) = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_l} - \delta_{kl} \right) \quad (8)$$

sendo a matriz  $\mathbf{F}$  conhecida como matriz jacobiana e  $\delta_{kl}$  o operador Delta de Kronecker. Através da análise do equilíbrio de forças em um cubo infinitesimal na ausência de forças de corpo a segunda lei de Newton (25; 24) pode ser deduzida de forma diferencial como visto na Equação (9):

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (9)$$

Pode-se substituir a Equação (8) na Equação (6) e após a diferenciação espacial, o resultado

pode ser substituindo na Equação (9), dessa forma obtém-se a equação de equilíbrio em termos de uma única variável, o deslocamento expresso pela Equação (10).

$$C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (10)$$

A solução dessa equação é feita utilizando um campo de deslocamentos harmônicos, como exposto por (42; 43) da seguinte forma:

$$u_i = AP_i \exp(\sqrt{-1}(k_j x_j - \omega t)) \quad (11)$$

onde  $P_i$  é o vetor de polarização  $k_j$  é o vetor de número de onda em  $rad/m$ ,  $\omega$  é a frequência angular em  $rad/s$ . Após diferenciar duas vezes o campo de deslocamentos da equação (11), em relação ao tempo e ao espaço, pode-se substituir na Equação (10), para obter-se:

$$C_{ijkl} k_j k_k = \rho \omega^2 \delta_{il} \quad (12)$$

o número de equações homogêneas resultante da equação (12), é igual ao número de dimensões espaciais do sistema, sendo que para um caso tridimensional serão três equações. Considerando que  $V^f = \omega/k$ , podemos simplificar a equação de Christoffel para a equação (13):

$$\Gamma_{ijkl} - \rho V^{f2} \delta_{il} = 0 \quad (13)$$

onde  $\Gamma_{ijkl} = C_{ijkl} l_j l_k$ , onde  $l$  é o vetor de número de onda normalizado. Esse tensor é também chamado por tensor acústico de Christoffel-Green (4; 40), sendo a solução não trivial obtida utilizando-se os autovalores  $\lambda''$  deste tensor:

$$\lambda_i'' = \frac{\rho}{S_i^2} \quad (14)$$

e os autovetores  $\mathbf{v}'$ ,

$$\mathbf{v}' = P_i \quad (15)$$

com  $i = 1, 2, 3$  sendo  $S_i$  o vetor de lentidão na direção  $i$ . Os autovalores são então interpretados como portadores do campo de velocidade de fase e os autovetores são interpretados como os vetores de polarização das ondas planas. Das três soluções obtidas por esse sistema uma terá comportamento quase-longitudinal e as outras duas um comportamento quase-transversal.

Cabe aqui enfatizar que para as direções principais (0 e 90°) o comportamento das ondas assumem a característica puramente longitudinal e puramente transversal (28; 34) quando se trabalha com meios onde os eixos coordenados são planos de simetria.

A utilização de propriedades espectrais da equação de Christoffel (44) pode provar a existência da unicidade de soluções bem como a existência de direções nas quais existem "modos esquecidos", devido a característica das soluções possíveis para os autovalores e autovetores

dessa equação.

## 2.2.4 Representações gráficas

Nas seções subsequentes serão apresentadas diversas formas de representação gráfica da dispersão angular obtidas no capítulo 2.2.3, como as curvas de velocidade de fase, velocidade de grupo e curvas de lentidão.

### 2.2.4.1 Transformação de curvas de velocidade de grupo para fase

Como descrito na seção 2.2.2, a relação existente entre velocidade de fase e grupo torna-se uma tarefa não-trivial para meios anisotrópicos. Para que, matematicamente, possa-se gerar uma fonte de ondas planas pode-se utilizar uma fonte pontual. Pelo princípio de Huygens-Fresnel, também conhecido na fórmula de difração de Kirchhoff (45) essa fonte acaba irradiando energia equipotencialmente em todas as direções, com um decaimento da amplitude inversamente proporcional a distância percorrida pela onda (23).

Um ponto sobre essa superfície gerada por essa fonte é a representação de uma frente de onda plana irradiada. A direção de propagação de cada ponto é sempre dada pelo vetor normal à curva de velocidade de grupo naquele ponto. Então para cada  $V^g$  e  $\phi^g$  (ângulo de grupo) pode-se construir uma curva  $V^f$  e um  $\phi^f$  (ângulo de fase, colinear ao vetor  $\mathbf{I}$ ). Matematicamente pode-se modelar esse processo como a integração de uma função de Green pontual para obter uma função de linha de Green (23; 36). Outra prova matemática dessa relação pode ser vista no capítulo 3 (seção 3.5) da referência (34).

Esse processo pode ser visto geometricamente na Figura 10. A linha sólida representa a velocidade de grupo,  $V^g$ , e a curva tracejada a velocidade de fase,  $V^f$ . Para três pontos na curva de velocidade de grupo traçou-se uma reta tangente, uma segunda linha é traçada, ela contém a orientação do vetor normal à curva de velocidade de grupo no ponto, sendo traçada da origem até a intersecção dessa com a linha tangente, sendo esse comprimento proporcional a velocidade de fase da onda. Obtendo assim a cada intersecção um ponto da curva de velocidade de fase.

As relações descritas pela Equação (16) e Equação (19) foram obtidas por Radon (36), essas equações podem ser encontradas no meio geofísico com o nome de Transformada de Radon (transformada R). Infelizmente essa transformada é pouco útil, pois obtém-se a curva de velocidade de fase através da solução da Equação (13). As relações matemáticas abaixo são baseadas na Figura 10.

$$V_f = \frac{V_g^2}{\sqrt{V_g^2 + \left(\frac{\partial V_g}{\partial \phi_g}\right)^2}} \quad (16)$$

$$\phi_f = \phi_g - \arctan\left(\frac{1}{V_g} \frac{\partial V_g}{\partial \phi_g}\right) \quad (17)$$

### 2.2.4.2 Transformação de curvas de velocidade de fase para grupo

A curva de velocidade de fase é uma função do ângulo de fase, sendo assim, deve-se obter uma relação entre a superfície do vetor de velocidade de grupo e seu vetor de orientação e as respectivas fases. Examinando um par de ondas planas viajando em direções de propagação muito próximas elas devem se intersectar em algum ponto do espaço, pois são retas não paralelas. O ponto onde essas duas ondas planas se tocarem terá uma amplitude superior as outras regiões do espaço. Contando com a inserção de mais ondas planas nessa análise vê-se que existem regiões onde as ondas se somarão de modo totalmente construtivo e outras totalmente destrutivo, na maioria a soma não será nem totalmente construtiva nem totalmente destrutiva, porém normalmente ela se cancelará (36). Somando essas ondas planas obteremos direções com uma maior concentração de energia se movendo (34).

A Figura 10 apresenta a soma de três ondas planas. Usando a curva de velocidade de fase para posicionar os pontos a distância correta da fonte, a curva ao longo da qual elas se somam deve ser tangente a cada uma das ondas planas e passar em uma região onde elas se intersectam (34). Para a construção da curva de velocidade de grupo utiliza-se infinitas ondas planas, então cada ponto da curva de velocidade de fase tem um correspondente na curva de velocidade de grupo.

A relação entre velocidade de fase e velocidade de grupo pode ser expressa como (36):

$$V_g = \sqrt{V_f^2 + \left(\frac{\partial V_f}{\partial \phi_f}\right)^2} \quad (18)$$

$$\phi_g = \phi_f + \arctan\left(\frac{1}{V_f} \frac{\partial V_f}{\partial \phi_f}\right) \quad (19)$$

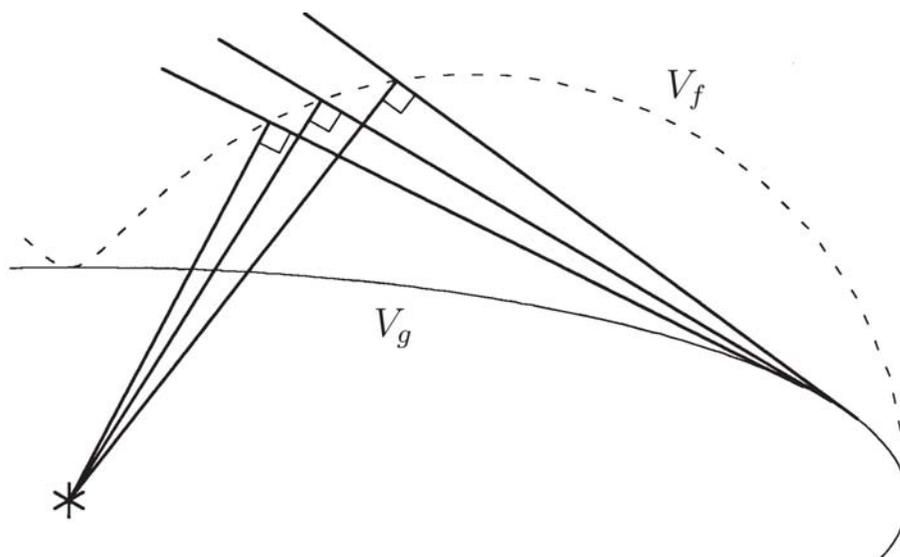


Figura 10: Resposta da superfície normal.  
Adaptado (36)

essa relação é conhecida como relação inversa de R. Um fato interessante a se notar comparando as Equações (18) e (16) é que a velocidade de grupo é sempre igual ou superior a velocidade de fase, o significado físico dessa afirmação é que a velocidade de fase não capta o "escape" de energia (que convertido para velocidade é representado por  $\partial V_f / \partial \phi_f$ ) para direções diferentes do vetor normal à frente de onda (representado pela velocidade de fase  $V_f$ ) (27).

### 2.2.4.3 Curvas de lentidão

Outra forma bastante utilizada para a visualização da dispersão angular é apresentada como o inverso da velocidade de fase. O vetor de número de onda é inversamente proporcional a  $\omega$ , e por isso é mais conveniente considerar a superfície de lentidão de fase (40) (o inverso da velocidade de fase  $k/\omega = 1/V_i^f = S_i$ ), como uma função da direção de propagação, ângulo de fase, independente de  $\omega$ , ao invés da superfície gerada pelo vetor número de onda que varia em função de  $\omega$  (lembrar da relação  $V^f = \omega/k$  onde  $V^f$  é constante para um dado ângulo de fase).

Se um vetor de lentidão (colinear ao vetor velocidade de fase) é conhecido varias outras propriedades podem ser deduzidas graficamente (2). Esse procedimento é mostrado na Figura 11, utilizando apenas um plano da superfície de lentidão, por simplicidade. Após selecionado um vetor de lentidão de fase observa-se três intersecções com as curvas de lentidão. O comprimento dessas linhas, da origem até a intersecção é a lentidão do modo.

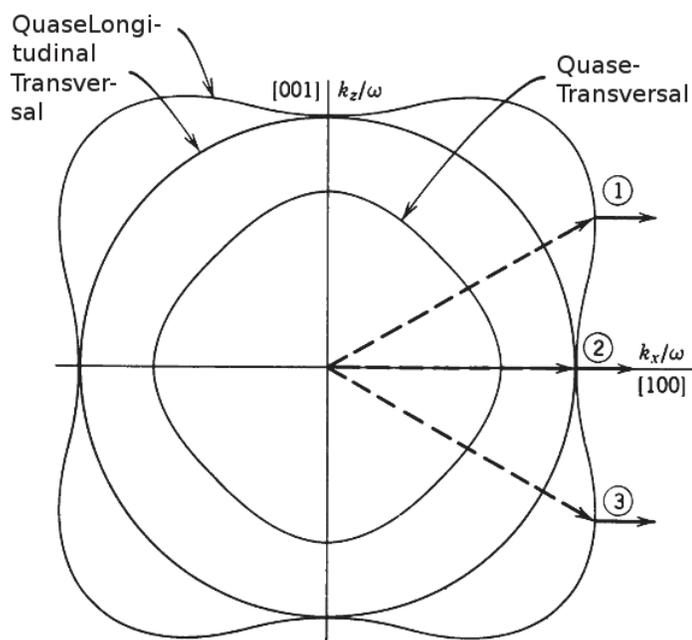


Figura 11: Superfície de lentidão do plano XZ de um cristal de arseneto de gálio.

Adaptado (2)

Para meios anisotrópicos com simetria ortotrópica, as superfícies tendem a serem mais complexas, mas mesmo assim ainda apresentam um certo grau de simetria angular em relação a um ou mais eixos.

Um dos fenômenos possíveis para alguns casos de anisotropia chama-se triplicação, onde para uma dado ângulo de fase, ocorrem três velocidades distintas (40; 2). Esse fenômeno não é observado quando a curva de lentidão é convexa, pois o o ângulo de grupo aumenta e o ângulo de fase diminui (17), fazendo com que a velocidade de grupo seja uma uma função do vetor de grupo (esse é uma função injetora do ângulo de fase).

A ocorrência das cúspides se dá quando o vetor de grupo continua crescendo e o vetor de fase decresce temporariamente, para tornar a crescer devido a uma concavidade na curva de lentidão. Quando esse fenômeno ocorre, o mesmo valor do vetor de grupo assume três diferentes valores de vetor de fase, gerando as cúspides. Sendo assim faz sentido equacionar matematicamente a ocorrência das cúspides como:

$$\frac{\partial \phi_g}{\partial \phi_f} < 0 \quad (20)$$

utilizando a Equação (19) e substituindo em (20), após alguns algebrismos obtém-se:

$$\frac{\partial^2 V_f}{\partial \phi_f^2} < -V_f \quad (21)$$

Essas Equações (20) e (21) descrevem a condição para a formação de cúspides, podendo ser verificada graficamente na Figura 12, sendo os pontos 1, 2 e 3 os representados pelos vetores normais na Figura 11.

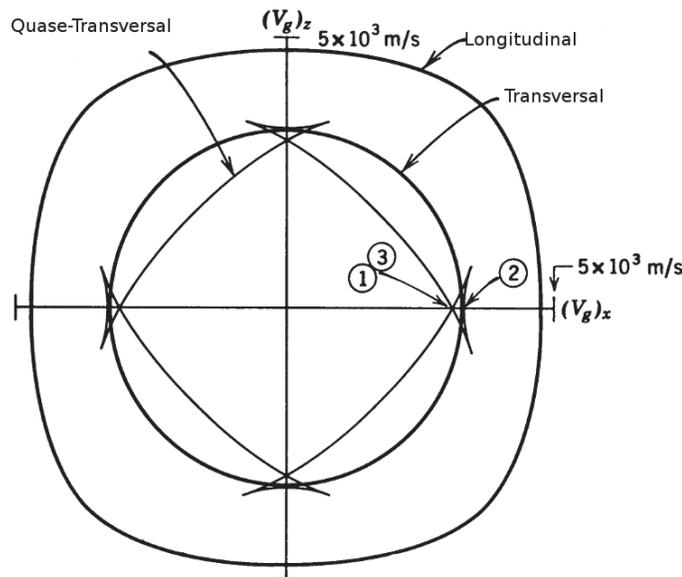


Figura 12: Curva de velocidade de grupo, apresentando as cúspides, mesmo material apresentado na Figura 11.

Adaptado (2)

### 2.2.5 Pureza e ortogonalidade de modos

A equação de Christoffel apresenta três soluções, cada uma corresponde a um tipo de onda (2), e a constatação de que a matriz de Christoffel é simétrica, pode inferir que a solução para  $V_1^f$ ,  $V_2^f$  e  $V_3^f$  são mutuamente ortogonais. Essa garantia da existência de três tipos de ondas ortogonais é um caso especial sobre o teorema dos autovetores de matrizes de Hermite (a matriz de Hermite é apenas o caso análogo ao caso simétrico, porém para o caso de onde temos o domínio dos números complexos envolvidos, todas as matrizes reais simétricas são matrizes de Hermite): toda matriz de Hermite tem um conjunto de autovetores ortogonais (46). Essa afirmação permite o uso das mesmas equações para representar a propagação de ondas em meios viscoelásticos.

Para materiais anisotrópicos, as ondas longitudinais têm componentes cisalhantes de deslocamento, por isso ela é chamada de quase-longitudinal, já as ondas cisalhantes tem movimentos longitudinais também, sendo por esse motivo chamadas de quase-transversais (34). Por motivo de conveniência o prefixo "quase" será omitido no restante dessa dissertação.

Quando se tem uma direção  $\mathbf{l}$  definida, pode-se utilizar uma superfície de lentidão, traçando da origem do sistema coordenado até a superfície e verificar se o deslocamento da partícula naquele ponto apresenta um movimento totalmente coincidente com o vetor de direção (27), diz-se que o modo é puramente longitudinal, matematicamente representado pela Equação (22), já se o movimento é perpendicular o modo é dito puramente transversal, matematicamente representado pela Equação (23).

$$\mathbf{l} \times \mathbf{v} = 0 \quad (22)$$

$$\mathbf{l} \bullet \mathbf{v} = 0 \quad (23)$$

Para meios isotrópicos essas relações são sempre satisfeitas, porém para meios anisotrópicos essas relações não são sempre satisfeitas, um caso específico de meio anisotrópico, o transversalmente isotrópico, sempre apresenta a onda transversalmente horizontal pura (27; 28). As direções coincidentes com os eixos de propagação apresentarão sempre propagação de modos puros, já para as outras direções nada pode ser afirmado (2). Outro tópico relevante é a possibilidade de as superfícies das ondas transversais se tocarem ou se sobreponem em certos locais, para esses pontos a mesma velocidade de fase e de grupo é obtida, porém a polarização da propagação é perpendicular entre si, podendo assim ser utilizada como metodologia para a separação do modo (40).

Outra abordagem extremamente interessante faz uso da Equação (5), consistindo no cálculo do ângulo de deflexão existente, quando esse ângulo é nulo o modo é considerado puro (34).

## 2.3 Ondas guiadas

Nessa seção serão apresentadas diversos trabalhos na área de modelagem e aplicação das ondas de *Lamb*, independentemente da classe de simetria do meio de propagação ou do seu comportamento mecânico.

Como apresentado, a inserção das condições de contorno nesse problema faz com que os problemas de ondas de *Lamb* sejam de difícil resolução analítica e para a grande maioria das geometrias essa solução não pode ser encontrada (4). Outro fato explicitado por Lamb é de que ao contrário do meio infinito, que suporta apenas três modos de ondas (uma longitudinal e duas transversais), um meio finito é capaz de suportar infinitos modos de ondas de *Lamb* (47) contribuindo ainda mais para a complexidade do problema. A explicação matemática para esse fato é que, como citado na literatura (48), as soluções das equações diferenciais que regem o problema acarretam na obtenção de funções transcendentais.

Os primeiros trabalhos realizados no intuito de solucionar esse problema concentram-se na propagação de ondas em meios multi-camadas, impulsionados pelo interesse em conhecer o comportamento de propagação das ondas sísmicas na crosta terrestre, porém as soluções mostraram-se muito mais complexas que a relatada para um meio isotrópico (42; 16). O método de solução através da decomposição de Helmholtz em campos potenciais torna-se muito complexa, sendo assim, um novo equacionamento baseado na ressonância transversal (42) demonstrou ser mais simples para a obtenção do espectro de frequências (curvas de dispersão) em chapas.

A maioria dos métodos consiste em simplificações das soluções das equações de elastodinâmica, um dos métodos mais utilizados para a área de ensaios não destrutivos baseia-se no método da matriz global, desenvolvido originalmente para a área geofísica (49). Com algumas adaptações realizadas (13) esse método atualmente é utilizado em um código desenvolvido pelo Departamento de Engenharia Mecânica do Imperial College em Londres para facilitar a aplicação de ensaios não destrutivos, comercialmente chamado de *Disperse* (50). Uma das justificativas da não resolução da forma exata é devido as condições de continuidade entre as camadas que compõem a estrutura tornam a solução exata extremamente complexa a tal ponto que o esforço matemático não é recompensado (5). Outro método bastante explorado para a obtenção do espectro de frequências é denominado de método de elementos finitos semi-analítico (51; 5; 52; 53; 10; 9), também utilizado para essas modelagens, o método toroidal foi utilizado na análise de ondas de Rayleigh de trilhos de trem (54) e no estudos de curvaturas de dutos (1). Outra importante ferramenta utilizada para o desenvolvimento nessa área são os modelos matemáticos, modelos baseados em elementos de contorno (4) e elementos finitos (55; 11). Também utilizada para a modelagem da propagação de ondas e interação com defeitos, o método da decomposição modal (1; 56) possibilita usar as relações de ortogonalidade para reduzir o problema de espalhamento de problemas tridimensionais a problemas bi-dimensionais, reduzindo assim o custo computacional de simulações numéricas (57).

Estudos demonstram a versatilidade dessa técnica, sua utilização pode variar desde detecção de delaminação (58), corrosão (21; 59; 60), testes de uniões adesivadas (61; 62; 63; 64), inspeção de dutos (1; 65; 15; 66; 67; 68; 69; 39).

### **2.3.1 Ondas guiadas em dutos não isotrópicos**

Como continuidade dos estudos realizados por Gazis, os estudos seguintes com meios menos simétricos apresentam as mesmas características do meio isotrópico. Uma variação na família de funções de Bessel permitiu a solução para um meio transversalmente isotrópico (70; 48). A solução de ondas torcionais em cilindros transversalmente isotrópicos também é obtida através de modificações na família de funções de Bessel (71). Soluções mais completas foram obtidas através da utilização da solução das equações diferenciais pela expansão em série de Frobenius (72) para meios ortotrópicos, método utilizado atualmente não só para solução de propagação de ondas, mas também para problemas de vibrações.

Outros autores também utilizam esse tipo de solução para o problema de propagação de ondas e vibrações em cilindros ortotrópicos. Cilindros laminados com camadas de materiais ortotrópicos foram tratadas de forma recursiva (73), ou em análise baseada em aproximações por elementos finitos (53). Essas formulações são baseadas em teoria de casca fina, a solução obtida sem nenhuma hipótese simplificadora para uma única camada também utiliza expansão em série de Frobenius (74). Soluções obtidas pelo método de Rayleigh-Ritz também são utilizados (75; 76). Teorias mistas também são utilizadas, através do método semi-analítico dos elementos finitos com a teoria de cascas de Reissner-Mindlin, como sabido da teoria de Timoshenko, ela é uma excelente ferramenta para aproximação do campo de deslocamentos não acarretando grandes erros devido à teoria (24; 25).

## **2.4 Método numérico-experimental**

Simulações numéricas tem se apresentado como uma ferramenta indispensável nos processos que norteiam os desenvolvimentos tecnológicos realizados por engenheiros. Além disso, essas simulações tem substituído a grande maioria dos testes experimentais, mas mesmo assim eles não tornam os testes experimentais obsoletos. Grande parte da precisão dos modelos são na sua maioria dependente exclusivamente dos parâmetros dos materiais utilizados nos modelos, todavia esses parâmetros, via de regra, são obtidos experimentalmente.

Tradicionalmente, as propriedades elásticas dos materiais são obtidas através de ensaios mecânicos, realizados no regime quase-estático, como ensaios de tração ou ensaios de flexão. As propriedades mecânicas tem sido obtidas, alternativamente, por meio de ensaios baseados nas propriedades vibracionais da estrutura (77). Sendo comumente chamado de análise inversa, ou método misto numérico-experimental (33).

### 2.4.1 Método misto numérico-experimental

Algumas propriedades físicas são difíceis ou até mesmo impossíveis de medir diretamente. Algumas vezes essas propriedades de interesse podem ser medidas indiretamente ou derivadas através de variáveis relacionadas a essas quantidades (78).

Um exemplo vastamente explorado são os métodos baseados nas propriedades vibracionais. Com essas propriedades pode-se obter as propriedades elásticas até mesmo sem a necessidade de contato com o corpo de prova (79), podendo ser aplicados a materiais frágeis ou até mesmo para amostras de dimensões reduzidas. Outras vantagens dos testes baseados em vibrações, além da precisão, é a simplicidade e acessibilidade para a montagem do teste, e baixíssimo tempo de preparação do ensaio (78).

Métodos baseados na análise das frequências de ressonância já foram normatizados, a ASTM apresenta uma norma específica para isso (ASTM C 1259-01 (80)), com a formulação analítica para materiais isotrópicos. O uso de formulações exatas para a descrição da resposta vibratória do corpo de prova é no entanto o maior obstáculo para entender o método vibracional para materiais com menor grau de simetrias, ou geometrias complexas.

Se a relação é muito complexa para ser expressa de forma analítica, as propriedades físicas de interesse devem ser relacionadas com as medidas indiretas através de modelos numéricos (79), e essas propriedades de interesse devem ser identificadas através de uma técnica mista numérico-experimental. A Figura 13 ilustra esse conceito.

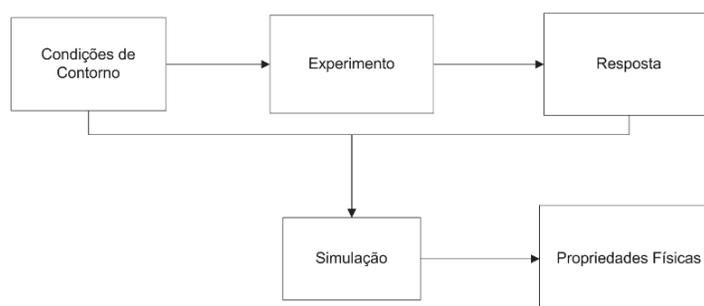


Figura 13: Esquema do método numérico experimental.

Modelos numéricos são comumente usados para gerar respostas de sistemas frente a condições de contorno e propriedades do sistema (81). O problema de determinar a resposta do sistema frente a condições de contorno e suas propriedades é chamado de problema direto e está ilustrado na Figura 14.

O problema direto não é resolvido pelo método misto numérico-experimental. Nesse método, o número de parâmetros do modelo deve ser derivado da resposta do sistema frente a uma determinada resposta (32). A maioria dos problemas numéricos não pode ser reformulada de forma a contemplar o problema inverso. Sendo assim a solução para o problema inverso é então encontrada de forma iterativa, ajustando os parâmetros do modelo de forma a obter uma resposta igual a medida (32).

Os parâmetros então podem ser obtidos através dos dados utilizados para o cálculo do modelo numérico (33). As rotinas baseadas em métodos vibracionais utilizam as frequência de ressonância e os deslocamentos modais e para materiais elásticos lineares, os modos de vibrações e as frequências de ressonância não dependem da excitação do sistema, somente das condições de contorno (24).

As técnicas de otimização de parâmetros por meio do método numérico-experimental devem seguir diversas diretrizes (82). Primeiramente a função custo, ou objetivo, do método misto numérico-experimental descreve a diferença existente entre a medida e a resposta simulada. Isso significa que a cada calculo realizado para a função custo, um modelo de elementos finitos deve ser calculado, tornando o cálculo da função objetivo muito oneroso do ponto de vista computacional (33). A identificação de parâmetros para o cálculo da função objetivo deve ser tal que mantenha com o menor número de iterações possível.

Uma vez que estes parâmetros do modelo representam parâmetros físicos reais, o problema de otimização deve ter uma solução única (79). De acordo com a condição de identificabilidade, uma solução única só pode ser obtida se a matriz de sensibilidade não for singular. Matematicamente, isto requer uma matriz de sensibilidade bem condicionada (82), isto é, uma matriz com colunas linearmente independentes. Uma vez que o método deve fornecer uma solução única, o seu algoritmo de otimização não deve ser capaz de lidar com os problemas singulares ou mal-condicionado. Nestes dois casos, o método tem de ser refeito em vez de ser resolvido, porque nunca pode fornecer uma estimativa confiável dos valores dos parâmetros desconhecidos (82).

A listagem abaixo sumariza os métodos de otimização (79):

**Métodos de ordem zero:** Métodos de ordem zero são técnicas que usam uma sequência de soluções teste e envolvendo comparações entre as soluções teste e o melhor resultado obtido, juntamente com uma estratégia para determinar, em função dos resultados anteriores, qual será a próxima solução teste. Porém, uma definição mais genérica pode ser apresentada como um método que não depende da matriz de sensibilidade, dependendo exclusivamente da função objetivo para a solução do problema (83; 84).

**Métodos de ordem um:** O gradiente de uma função em um ponto particular representa a direção perpendicular ao hiper-plano tangente a esse ponto (85). Sendo assim o gradiente

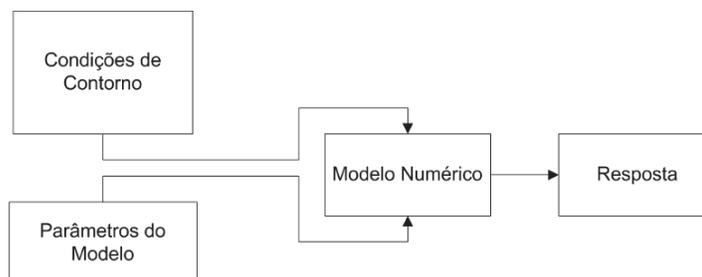


Figura 14: Esquema da formulação direta.

fornece informações a respeito do comportamento da função nos pontos vizinhos ao ponto onde foi calculado. Usando essas informações é possível determinar a direção na qual a função apresenta seu mínimo. Métodos baseados em aproximação por série de Taylor são baseados nessa idéia (77).

**Métodos de ordem dois:** A combinação da primeira e da segunda derivada fornece uma aproximação parabólica para a função objetivo. Com a aproximação parabólica não apenas a direção na qual a função decresce pode ser obtida, mas também a distância ao ponto de mínima (86). Como tal, a função de custo é gradualmente reduzida até que o mínimo é encontrado. A utilização da informação de ordem superior geralmente conduz a uma redução substancial do número de etapas de iteração, e assim o número de cálculos da função objetivo. Os métodos baseados em derivadas têm também um certos inconvenientes importantes, por exemplo, eles exigem o cálculo das derivadas de funções de custo. Essas diferenças entre a ordem um e a ordem dois podem ser vistas na Figura 15.

Métodos de otimização são largamente utilizados para a obtenção de propriedades mecânica, alguns utilizam informações sobre a propagação de ondas guiadas (87; 88; 89), propriedades vibracionais (77; 33; 32) ou ondas volumétricas (90; 91; 92).

Um fato observado é que na grande maioria da bibliografia pesquisada os métodos apresentados utilizam sempre corpos de prova que podem ser aproximados por placas (estado plano de tensões (30)), reduzindo para quatro o número de constantes a serem obtidas otimizadas. Diferente do objeto de estudo dessa dissertação, que trata-se de um duto de espessura significativamente grande frente a seu raio.

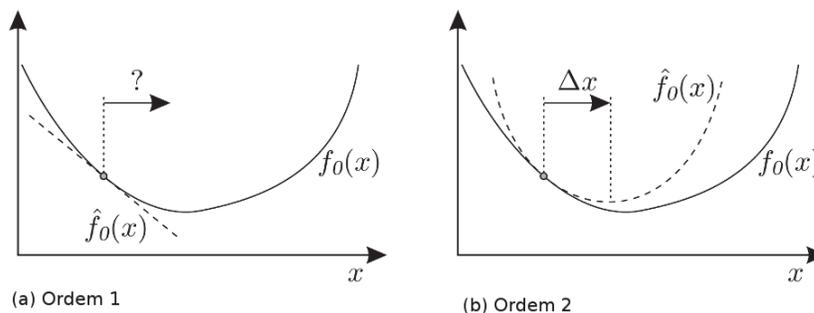


Figura 15: Tipos de passo para a otimização: (a) Ordem 1. (b) Ordem 2  
Adaptado (79)

## **3 METODOLOGIA**

A metodologia será dividida em três partes: primeiramente será apresentada a metodologia para a execução dos ensaios não-destrutivos utilizados para a determinação das propriedades elásticas iniciais; a segunda seção apresentará o ajuste realizado nas propriedades mecânicas; a terceira apresenta os ensaios realizados para a obtenção das propriedades acústicas do guia de onda.

### **3.1 Obtenção das Propriedades Elásticas**

#### **3.1.1 Corpos de prova**

Os corpos de prova foram retirados de um duto de 62 polegadas de diâmetro externo com aproximadamente 60mm de espessura, produzidos por meio de enrolamento filamental. O material do tubo é um composto de fibra de vidro em uma matriz de epóxi com carga mineral de grafite.

A geometria escolhida já foi apresentada na literatura (43), eles podem ser vistos nos desenhos do Apêndice A. foram confeccionados 6 corpos de prova, com 3 tamanhos diferentes, em decorrência da falta de uniformidade de espessura do duto que serviu de matéria prima para a confecção dos corpos de prova. Uma foto do corpo de prova instrumentado é apresentada na Figura 16.

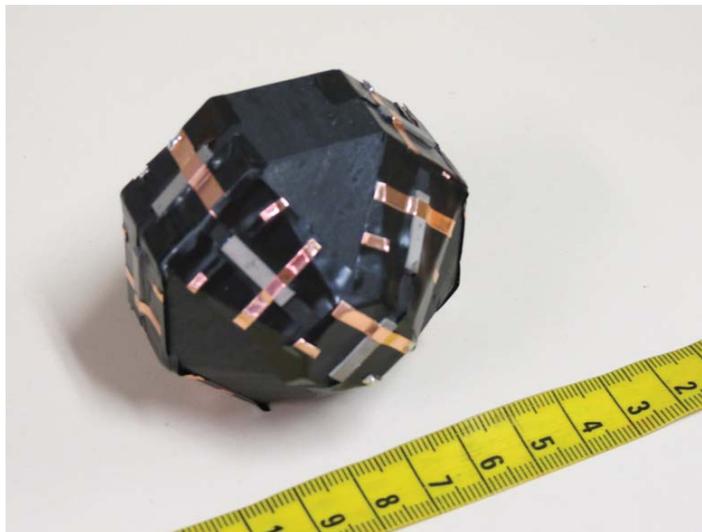


Figura 16: Corpo de prova utilizado para as medidas de velocidade, transdutores cisalhantes acoplados ao corpo de prova

### 3.1.2 Densidade

Outro parâmetro necessário para a determinação das propriedades elásticas é a densidade do material, que foi estimada medindo-se o volume de cubos com aproximadamente 42mm de aresta. Já a massa foi medida numa balança de precisão modelo Mark210A da *BEL engineering*.

### 3.1.3 Inversão da equação de onda

Essa metodologia baseia-se na inversão da equação de onda, conhecida como equação de Christoffel, Equação (12). Para tal, o corpo de prova considerado é de forma simplificada, um sólido com simetria ortotrópica (93). Isso significa que as constantes são influenciadas por três planos mutuamente perpendiculares de simetria. A matriz de rigidez contém 12 elementos, mas em virtude da simetria do tensor de deformações, apenas 9 constantes são independentes: seis termos diagonais ( $C_{11}, C_{22}, C_{33}, C_{44}, C_{55}, C_{66}$ ) e três termos não diagonais ( $C_{12}, C_{23}, C_{13}$ ). Os 9 termos independentes da matriz de rigidez podem ser obtidos por meio da propagação de ondas nos eixos de simetria (6 termos da diagonal) e em direções não coincidentes com esses eixos em cada um dos três planos (3 termos de fora da diagonal). De forma prática, para os três primeiros elementos da diagonal da matriz de rigidez ( $C_{11}, C_{22}, C_{33}$ ), Equações (24, 25 e 26), é necessária a utilização de transdutor longitudinal. Para a obtenção dos outros três elementos da diagonal da matriz de rigidez ( $C_{44}, C_{55}, C_{66}$ ), Equações (27, 28 e 29), é necessária a utilização de transdutor cisalhante.

$$C_{11} = \rho V_{ll}^2 \quad (24)$$

$$C_{22} = \rho V_{rr}^2 \quad (25)$$

$$C_{33} = \rho V_{tt}^2 \quad (26)$$

$$C_{44} = \rho V_{tr}^2 \quad (27)$$

$$C_{55} = \rho V_{lt}^2 \quad (28)$$

$$C_{66} = \rho V_{rl}^2 \quad (29)$$

$$(30)$$

onde  $V_{ll}$  é a velocidade longitudinal propagando na direção longitudinal e polarizada na direção longitudinal,  $V_{rr}$  é a velocidade longitudinal propagando na direção radial e polarizada na direção radial,  $V_{tt}$  é a velocidade longitudinal propagando na direção circunferencial e polarizada na direção circunferencial,  $V_{tr}$  é a velocidade transversal propagando na direção circunferencial e polarizada na direção radial,  $V_{lt}$  é a velocidade transversal propagando na direção longitudinal e polarizada na direção circunferencial e  $V_{rl}$  é a velocidade transversal propagando na direção radial e polarizada na direção longitudinal.

Para a obtenção dos termos fora da diagonal ( $C_{12}$ ,  $C_{23}$ ,  $C_{13}$ ) são utilizadas as Equações (31, 32 e 33). Sendo necessário que a propagação se dê fora dos eixos principais de simetria (nesse caso utilizou-se um ângulo de  $45^\circ$ ). Portanto, a determinação dos termos fora da diagonal deve ser realizada utilizando-se um corpo de prova cortado em um ângulo não coincidente com os eixos de simetria, de tal forma que a propagação da onda se dê de forma quase-longitudinal ou quase-transversal. As equações resultantes se resumem a:

$$C_{12} = -C_{66} + \frac{\sqrt{(C_{11} \cos(\theta)^2 + C_{66} \sin(\theta)^2 - \rho V_{lt45^\circ}^2) (C_{66} \cos(\theta)^2 + C_{22} \sin(\theta)^2 - \rho V_{tr45^\circ}^2)}}{\cos(\theta) \sin(\theta)} \quad (31)$$

$$C_{23} = -C_{44} + \frac{\sqrt{(C_{22} \cos(\theta)^2 + C_{44} \sin(\theta)^2 - \rho V_{tr45^\circ}^2) (C_{44} \cos(\theta)^2 + C_{33} \sin(\theta)^2 - \rho V_{tr45^\circ}^2)}}{\cos(\theta) \sin(\theta)} \quad (32)$$

$$C_{13} = -C_{55} + \frac{\sqrt{(C_{11} \cos(\theta)^2 + C_{55} \sin(\theta)^2 - \rho V_{lr45^\circ}^2) (C_{55} \cos(\theta)^2 + C_{33} \sin(\theta)^2 - \rho V_{lr45^\circ}^2)}}{\cos(\theta) \sin(\theta)} \quad (33)$$

onde  $V_{lr45^\circ}$  é a velocidade transversal propagando na direção longitudinal e polarizada na direção radial no plano formado entre os eixos longitudinal e radial,  $V_{lt45^\circ}$  é a velocidade transversal propagando na direção longitudinal e polarizada na direção circunferencial no plano formado entre os eixos longitudinal e circunferencial,  $V_{tr45^\circ}$  é a velocidade transversal propagando na direção circunferencial e polarizada na direção radial no plano formado entre os eixos circunferencial e radial e  $\theta$  assume o valor de  $45^\circ$ .

No total foram utilizados os 6 corpos de prova, sendo realizadas 1500 médias, para a redução da variância ocasionada pelo ruído elétrico na medição, para cada uma das 9 medidas de velocidade realizada em cada corpo de prova. Para os cálculos acima, utilizou-se a média das velocidades medidas entre as amostras. A propagação das incertezas para as constantes calculadas não será abordada nesse trabalho.

Para a realização do ensaio, utilizou-se transdutores longitudinais de 980kHz, operando no modo de transparência. A excitação e aquisição foram realizadas por um sistema composto por uma placa de geração de sinais, NI PXI 5422, e uma placa de aquisição, NI PXI 5105, da (*National Instruments*). Para a excitação das ondas transversais, utilizou-se um transdutor de 950kHz operando em modo de transparência.

Como demonstrado na literatura (31), não há necessidade em se preocupar com a questão da unicidade dessa inversão, pois os resultados obtidos através desse método são únicos.

### 3.2 Ajuste das propriedades mecânicas

Após a obtenção das propriedades mecânicas médias através da metodologia citada no capítulo 3.1.3, um estudo de vibrações e análise modal foi realizado para o ajuste das propriedades em função das características dinâmicas do sistema. Essa análise se faz necessária, uma vez que devido a grandes incertezas associadas ao cálculo do tempo de chegada da onda ultrassônicas, como pode ser visto na Figura 17, as possíveis variações de velocidade podem causar grandes variações nos valores das constantes elásticas calculadas. Para isso um algoritmo de otimização que utiliza o método do gradiente foi utilizado (33; 77).

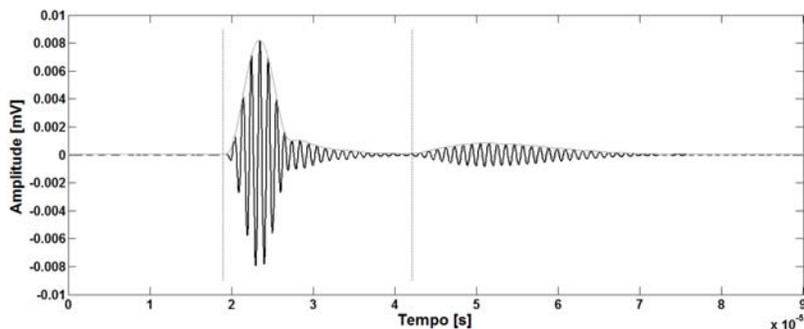


Figura 17: Sinal obtido através do ensaio de ultrassom no corpo de prova na direção longitudinal com polarização longitudinal.

Um corpo de prova tubular (raio interno de 74mm, espessura de parede de 10mm) de 1 metro de comprimento e mesmo material dos corpos de prova utilizados na seção 3.1.3, foi submetido a um ensaio de impacto com um martelo instrumentado (Endevco Modal Hammer 2301-100), monitorado com um acelerômetro triaxial (PCB 356A24), o acelerômetro foi posicionado a 66cm do ponto de aplicação das forças  $F$ , ambos adquiridos com uma placa de aquisição NI USB-4431 a uma taxa de 100kHz, obtendo assim as frequências de ressonância do sistema. A

Figura 18 apresenta uma representação esquemática do procedimento. Utilizou-se um modelo de elementos finitos para análise das frequências de ressonância do sistema, permitindo assim um ajuste das constantes da matriz tensão-deformação. Servindo como calibração/validação para o modelo de numérico posterior. A utilização de duas forças em plano perpendiculares são para excitar os modos flexurais e longitudinais do corpo de prova. O corpo de prova foi mantido suspenso por dois cordoneis, eles sustentaram o duto em eixos perpendiculares ao eixo longitudinal do corpo de prova. Esses cordoneis foram posicionados nas extremidades do duto.



Figura 18: Representação esquemática do ensaio harmônico realizado.

A importância do registro do impacto do martelo instrumento é a possibilidade de obter a função de transferência da estrutura, conseguindo assim, isolar somente a resposta do tubo, já que o acelerômetro apresenta resposta plana em frequência até cerca de 10kHz.

O modelo numérico foi desenvolvido através do método dos elementos finitos, sendo considerado um duto com as mesmas dimensões do corpo de prova utilizado na parte experimental. Escolheu-se o modelo numérico devido as dificuldades de obter os modos de vibração e frequências de ressonância do sistema de forma analítica.

O modelo de elementos finitos consiste de 10752 elementos hexaédricos tri-lineares, sendo 2 na espessura, 56 na circunferência e 96 no eixo longitudinal. As condições de contorno são de corpo livre em todos os graus de liberdade da estrutura.

A obtenção da função custo consiste no ajuste estatístico dos parâmetros, baseado na perturbação da solução da equação de equilíbrio. Esses tópicos serão discutidos em detalhes nas próximas seções.

### 3.2.1 Perturbação da solução da equação de equilíbrio

As frequências naturais não amortecidas e modos de vibração são obtidos a partir de uma solução do problema de autovalor. Inerente a este problema é a formulação das matrizes de massa e de rigidez da estrutura. Uma vez que essas matrizes são formuladas, os autovalores e autovetores de um sistema de  $n$  graus de liberdade são obtidas resolvendo a Equação (34)

$$\mathbf{K}x_i = \lambda_i \mathbf{M}x_i \quad (34)$$

onde a matriz de rigidez é  $\mathbf{K} = [n \times n]$ , a matriz de massas é  $\mathbf{M} = [n \times n]$ ,  $\lambda_i$  é o  $i$ -ésimo

autovalor e  $x_i = [n \times 1]$  é o  $i$ -ésimo autovetor. As matrizes de massa e rigidez são funções dos parâmetros estruturais do sistema e, portanto, os valores e modos de vibração são funções implícitas destes parâmetros.

Expressando como uma aproximação de primeira ordem, a relação funcional entre as características modais e os parâmetros estruturais pode ser expresso em termos de uma expansão da série de Taylor, Equação (35)

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda(r_p) \\ x(r_p) \end{bmatrix} + \mathbf{T}[r - r_p] \quad (35)$$

onde a matriz de parametros estruturais é  $r = [m \times 1]$ , a matriz de parametros estruturais estimados é  $r_p = [m \times 1]$  e  $(\lambda(r_p), x(r_p))$  são os autovalores e e autovetores da Equação (34) quando os parametros de entrada são  $r = r_p$ , por fim,  $\mathbf{T}$  é a matriz que contém as derivadas parciais  $[\partial(\lambda, x)]/\partial(r)$ . A matriz de derivadas parciais, ou ainda matriz de sensibilidade.

### 3.2.2 Derivação das equações de identificação do sistema estatístico

Nesta seção, as relações desenvolvidas na seção anterior são usadas para resolver o problema inverso de estabelecer um valor para os parâmetros estruturais do sistema, dados os autovalores e os deslocamentos modais. O procedimento utilizado na derivação baseia-se minimizar a variância associada ao estimador.

Reescrevendo a Equação (35) no seguinte formato:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{TR} \quad (36)$$

onde

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \lambda - \lambda_p \\ x - x_p \end{bmatrix} \quad (37)$$

e

$$\mathbf{R} = \{r - r_p\} \quad (38)$$

Antes de prosseguir deve-se estabelecer as características estatísticas das variáveis aleatórias presentes na Equação (36). Como nenhuma informação a respeito dessas variáveis é conhecida, assume-se que esse parâmetro  $r$  obedece a uma distribuição normal com média:

$$\mu_r = E[\{r\}] = r_p \quad (39)$$

A matriz de covariância de  $r$  que necessita ser especificada é:

$$S_{rr} = E[\{r - r_p\}\{r - r_p\}^T] \quad (40)$$

Usando a Equação (38), a média e a covariância da matriz  $R$  são:

$$\mu_R = E[R] = E[\{r - r_p\}] = 0 \quad (41)$$

e

$$S_{RR} = E[\{R\}\{R\}^T] = S_{rr} \quad (42)$$

Como na Equação (36) a variável  $\mathbf{R}$  é descrita como uma distribuição multivariável normal, então  $\mathbf{Y}$ , através de uma transformação linear, é também deve ter uma distribuição normal com média e covariância:

$$\mu_Y = E[\{Y\}] = 0 \quad (43)$$

e

$$S_{YY} = E[\{Y\}\{Y\}^T] = E[[T]\{R\}\{R\}^T[T]^T] = [T][S_{rr}][T]^T \quad (44)$$

Na Equação (42), se a média for nula, pode-se concluir que

$$E \left[ \begin{Bmatrix} \lambda \\ x \end{Bmatrix} \right] = \begin{Bmatrix} \lambda_p \\ x_p \end{Bmatrix} \quad (45)$$

A Equação (36) pode ser utilizada diretamente para o desenvolvimento de um estimador para  $\{R\}$  se a medida de  $\{Y\}$  ocorresse sem erros. Todavia, a medida contém erros os quais são independentes da incerteza que os parâmetros estruturais carregam, mas não estão descritos na Equação (44). Para descrever esses erros, um vetor  $\{\epsilon\}$  é adicionado a Equação (36), essa variável tem a média nula e a covariância  $[S_{\epsilon\epsilon}]$ , especificado pelos erros associados a medida, reescrevendo a Equação (36) na forma da Equação (46).

$$\mathbf{Y} = \mathbf{TR} + \epsilon \quad (46)$$

A media e covariância da matriz  $\{Y\}$  agora são, respectivamente:

$$E[\{Y\}] = 0 \quad (47)$$

e

$$S_{YY} = E[\{Y\}\{Y\}^T] = E[(\{T\}\{R\} + \{\epsilon\})(\{T\}\{R\} + \{\epsilon\})^T] = [T][S_{rr}][T]^T + [S_{\epsilon\epsilon}] \quad (48)$$

E a covariância entre  $\{Y\}$  e  $\{R\}$ , que será necessaria no decorrer do desenvolvimento, é:

$$\begin{aligned}
S_{YR} &= E[\{Y\}\{R\}^T] = E[(\{T\}\{R\} + \{\epsilon\})\{R\}^T] = \\
&E[\{T\}\{R\}\{R\}^T + \{\epsilon\}\{R\}^T] = \{T\}\{S_{rr}\}
\end{aligned} \tag{49}$$

onde  $\{\epsilon\}\{R\}^T = [0]$  pois os vetores  $\{\epsilon\}$  e  $\{R\}$  são considerados estatisticamente independentes.

O objetivo deste procedimento é encontrar um estimador linear de  $\{R\}$  com base nos valores medidos de  $\{\lambda\}$  e  $\{x\}$  e estimativas anteriores dos parâmetros estruturais  $\{r\}$ . Portanto, estamos buscando uma equação da forma:

$$\{R^*\} = [G]\{Y\} \tag{50}$$

A matriz  $[G]$  precisa ser definida de forma a minimizar a variância do valor verdadeiro de  $\{R\}$  e o estimador denotado por  $\{R^*\}$ , sendo assim,

$$[Q] = E[\{\{R^* - R\}\{R^* - R\}^T] \tag{51}$$

deve ser minimizado com respeito a seleção de  $[G]$ . Para encontrar o valor para  $[G]$  que minimize  $[Q]$ , pega-se a variação de  $[Q]$  em relação a  $[G]$  e iguala-se a zero, primeiro substituindo a Equação (50) na Equação (51) obtém-se:

$$\begin{aligned}
[Q] &= E[(\{G\}\{Y\} - \{R\})(\{G\}\{Y\} - \{R\})^T] = \\
&[G][S_{YY}][G]^T - [G][S_{YR}] - [S_{YR}]^T[G]^T + [S_{RR}]
\end{aligned} \tag{52}$$

Realizando a variação, utilizando o operador  $\delta$ , com respeito a  $[G]$ , obtém-se:

$$0 = [\delta G]([S_{YY}][G]^T - [S_{YR}]) + ([G][S_{YY}] - [S_{YR}]^T)[\delta G]^T \tag{53}$$

então

$$[G] = [S_{YR}]^T[S_{YY}]^{-1} \tag{54}$$

e

$$\{R^*\} = [S_{YR}]^T[S_{YY}]^{-1}\{Y\} \tag{55}$$

após a substituição das Equações (37, 38, 44 e 49) fica-se com:

$$\{r^*\} = \{r_p\} + [S_{rr}][T]^T ([T][S_{rr}][T]^T + [S_{\epsilon\epsilon}])^{-1} \times \begin{pmatrix} \lambda & -\lambda_p \\ x & x_p \end{pmatrix} \tag{56}$$

A covariância do estimador de  $\{r^*\}$  é:

$$[S_{rr}^*] = E[\{R^* - R\}\{R^* - R\}^T] = [S_{RR}] - [S_{YR}]^T [S_{YY}]^{-1} [S_{YR}] = [S_{rr}] - [S_{rr}][T]^T ([T][S_{rr}][T]^T + [S_{\epsilon\epsilon}])^{-1} [T][S_{rr}] \quad (57)$$

No presente trabalho, toda a parte referente aos deslocamentos modais foi ignorada, pois não havia instrumentação necessária para realizar essas medidas, quando as mesmas foram realizadas. Além disso, a massa foi considerada constante, não sendo considerada sua variação, bem como a constante referente a propagação da onda transversal no sentido longitudinal do duto com polarização circunferencial, uma vez que essa estava bem estabelecida em testes experimentais realizados.

Uma representação esquemática das variáveis envolvidas no processo de otimização encontra-se na Figura 19.

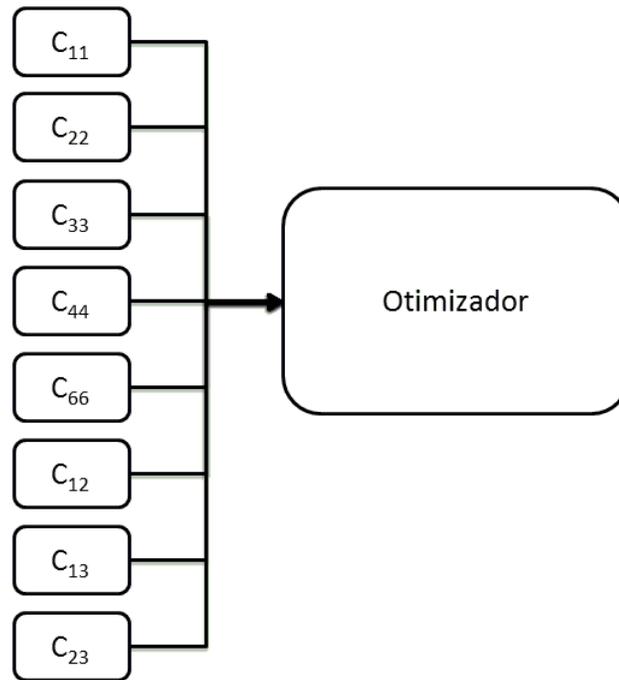


Figura 19: Variáveis envolvidas no algoritmo de otimização.

Sendo a função objetivo da otimização expressa pela Equação (58).

$$Obj = \Delta Y S_{\epsilon\epsilon} \Delta Y + r^T S_{rr} r \quad (58)$$

### 3.3 Propagação de ondas volumétricas

Para a parte de propagação de ondas volumétricas e seus estudos as equações apresentadas no Capítulo 2, na seção referente a ondas planas serão utilizados.

Para obter as curvas de velocidade de fase, a Equação (12) foi resolvida, para o cálculo da velocidade de grupo a Equação(18) foi utilizada.

### 3.4 Ensaios de ondas guiadas

Para uma etapa inicial de testes, modelos em elementos finitos foram desenvolvidos, esses modelos consistem na análise dinâmica de um duto submetido a uma força de torção na superfície externa da tubulação, essa escolha foi tomada na tentativa de representar um cristal piezoelétrico cisalhante exercendo uma deformação nessa superfície, para essa representação aplicou-se diretamente aos nós uma força prescrita. Um desenho esquemático pode ser visto na Figura 20. O modelo utilizado constitui-se de um duto de 3 metros de comprimento onde um anel de excitação de onda foi posicionado a 0,85 metros da borda. Um sinal senoidal janelado com uma janela do tipo *hanning* foi utilizado para a excitação, encontrada na literatura como *tone-burst*, as frequências centrais foram de 7, 8, 10, 12, 14, 16, 20, 24 e 28kHz, esse seleção foi usada para que pelo menos a metade da energia do sinal ficasse contida na banda de frequências útil para o modelo, gerando assim um espectro quase contínuo entre as frequências de 5,5 a 33,5kHz aproximadamente.



Figura 20: Força aplicada no modelo numérico.

A discretização do modelo foi feita com 288000 elementos hexaédricos tri-lineares, sendo 4 na espessura de 10mm, 120 na circunferência produzida por um raio externo de 84mm e 600 elementos no eixo longitudinal do corpo de prova. Já a relação constitutiva utilizada foi do ortotrópica, onde cada elemento recebia um sistema de coordenadas cilíndrico. A matriz tensão deformação utilizada será a apresentada na seção 4.2, Tabela 4. Foi utilizado um tempo total de simulação de 4,5 ms, com passo de 250 ns em modo explícito para a integração temporal. As condições de contorno aplicadas ao modelo foram de corpo livre em todos os graus de liberdade.

Para uma completa descrição dos parâmetros de propagação uma região de 0,2 metros, adjacente ao anel de excitação foi monitorada, ou seja, os deslocamentos foram registrados para cada nó. Com esses dados é possível obter resultados complementares, como por exemplo, o espectro de frequências do modo.

A validação desse modelo foi feita utilizando um corpo de prova de 3 metros de comprimento com raio externo de 84mm e 10mm de espessura de parede. Esse corpo de prova foi produzido por meio de enrolamento filantar, sendo composto de fibra de vidro em uma matriz de epóxi com carga mineral de grafite.

Para a transdução de um modo de onda guiada torcional, 64 transdutores piezoelétricos foram acoplados, por meio de resina epóxi, igualmente espaçados na parede externa do duto, a aproximadamente 0,85m da borda mais próxima. Acoplado aos sensores uma placa de multiplexação era a responsável por fornecer um sinal de entrada amplificado. O sinal de entrada foi gerado por uma placa de geração de sinal NI PXIe 5451 da *National Instruments*. A amplificação do sinal foi realizada por um amplificador de potência Krohn-hite modelo 7602M. Para a aquisição uma placa da *National Instruments*, modelo NI PXI 5105 foi utilizada. O corpo de prova estava bi-apoiado sobre um sistema de rodízios, distantes entre si cerca de 1,6m, no sentido longitudinal do corpo de prova.

Uma bancada tridimensional foi utilizada para realizar a movimentação dos cabeçotes do sistema de interferometria da marca Polytec, modelo OFV-505, utilizado para as medidas no corpo de prova, para aumentar a relação sinal-ruído da medida, utilizou-se 16 tiras de fita refletora espaçadas igualmente na circunferência do duto, esse experimento pode ser visto na Figura 21. Com essa configuração obtém-se as velocidade de deslocamento no plano radial e no plano circunferencial, após a integração se obtém os deslocamentos nesses planos, a decodificação foi feita por dois equipamentos OFV-5000, também da Polytec.



Figura 21: Bancada tridimensional utilizada para as medidas do campo acústico no corpo de prova.

Foram adquiridos 39 pontos com período de amostragem de 5 mm, para cada uma das 16

fitas refletoras, utilizando a escala de 5mm/s/V para a decodificação do sinal emitido pelos interferômetros. Para a redução da dispersão, do ruído eletromagnético, 400 médias foram utilizadas pra cada um dos pontos medidos, sendo a média desses sinais utilizadas como medida final para o ponto.

O processamento dos dados adquiridos nesse ensaio deu-se através da transformada de Fourier bi-dimensional (tempo-espaço)(94). Essa metodologia, consiste basicamente na Equação (59), sua inversa é definida como mostrado na Equação (60);

$$U(\omega, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u(t, x) e^{-i(kx + \omega t)} dx dt \quad (59)$$

$$u(t, x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(\omega, k) e^{i(kx + \omega t)} dk d\omega \quad (60)$$

sendo  $U(\omega, k)$  o espectro de frequências e  $u(x, t)$  são os dados obtidos pelas medidas de deslocamento. Sendo utilizados para a comparação entre os resultados numéricos e experimentais.

Curvas teóricas do espectro de frequências foram obtidas através do pacote comercial *Disperse* (50), para comparação com os resultados experimentais e numéricos.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos na medida da velocidade de propagação da onda plana, as propriedades elásticas após a realização da otimização dos parâmetros, as representações gráficas das propriedades acústicas do meio e por fim as propriedades acústicas da estrutura.

### 4.1 Medida de velocidade

As velocidade médias, bem como o desvio padrão e o coeficiente de variação de Pearson das medidas realizadas nos corpos de prova apresentados na Figura 16 são apresentadas na Tabela 1

	Média [m/s]	Desvio [m/s]	Coefficiente de Variação [%]
$V_{ll}$	2395,4	111,1	4,63
$V_{rr}$	2264,6	295,7	13,05
$V_{tt}$	3591,2	122,9	3,42
$V_{rl}$	1435,0	186,3	12,98
$V_{lt}$	1996,9	187,4	9,38
$V_{tr}$	2954,1	234,6	7,94
$V_{lt45^\circ}$	1612,6	140,6	8,71
$V_{tr45^\circ}$	1736,9	245,3	14,12
$V_{lr45^\circ}$	1547,6	155,7	10,06

Tabela 1: Tabela apresentando a velocidade média das medidas e o respectivo desvio padrão.

Como pode-se perceber as velocidade no eixo radial difere consideravelmente da velocidade no eixo circunferencial, levando a preposição de um material apresentar simetria transversalmente isotrópica não ser um modelo adequando a descrição desse material. Por esse motivo a escolha de um material com simetria ortotrópica foi adequadamente utilizada para o presente trabalho.

## 4.2 Propriedades elásticas

A partir das Equações (24) a (33) calcula-se os componentes da matriz tensão deformação, utilizando a velocidade média apresentada na Tabela 1, após realizados os cálculos obteve-se os resultados apresentados na Tabela 2.

	Constante elástica [GPa]
$C_{11}$	8,64
$C_{22}$	7,72
$C_{33}$	19,42
$C_{44}$	13,14
$C_{55}$	6,00
$C_{66}$	3,10
$C_{12}$	0,47
$C_{23}$	3,48
$C_{13}$	4,94

Tabela 2: Tabela apresentando o valor das propriedades obtidas pelo ensaio de ultrassom.

Como pode ser observado a matriz é positivamente definida, ou seja, sua determinate é maior que zero e portanto inversível. Os componentes da diagonal principal também são todos positivos, garantindo assim as restrições sobre as constantes elásticas, como apresentado na seção 2.2.1. Esse resultado mostra que as propriedades obtidas pela inversão da equação de Christoffel são fisicamente consistentes.

Esses valores convertidos em constantes de engenharia (essa conversão pode ser encontrada no capítulo 5.30 da referência (24)) podem ser vistos na Tabela 3.

	Constante de engenharia
$E_{11}$	7.35 [GPa]
$E_{22}$	7,03 [GPa]
$E_{33}$	15,24 [GPa]
$G_{12}$	13,14 [GPa]
$G_{23}$	3,10 [GPa]
$G_{13}$	6,00 [GPa]
$\nu_{12}$	-0,05
$\nu_{23}$	0,19
$\nu_{13}$	0,26

Tabela 3: Tabela apresentando o valor das propriedades obtidas pelo ensaio de ultrassom.

A presença de coeficientes de Poisson negativos em materiais compósitos não é algo surpreendente, na literatura diversas aplicações para esse tipo de materiais são encontradas (95).

### 4.3 Ensaio harmônico

Após a obtenção da estimativa inicial dos parâmetros elásticos do material, o ensaio harmônico produzido pelo impacto do martelo instrumentado foi utilizado, o espectro de frequências temporais em função da amplitude de aceleração por força, como apresentado na Figura 22.

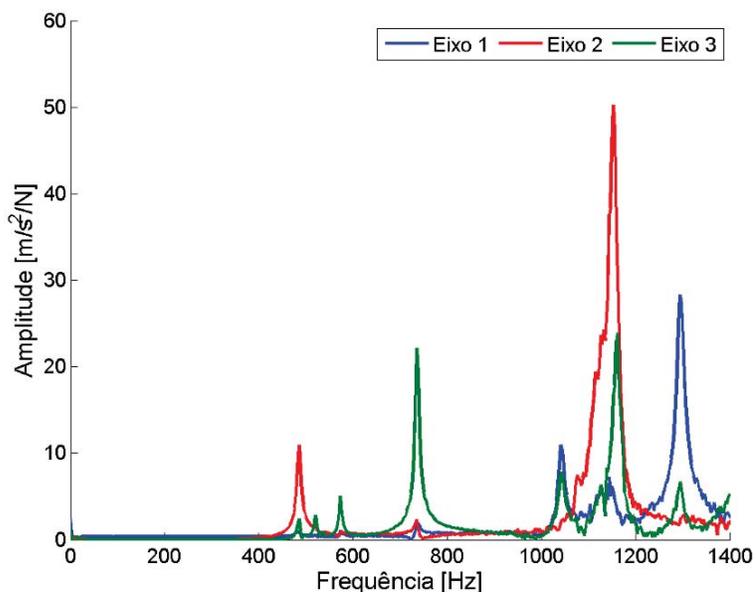
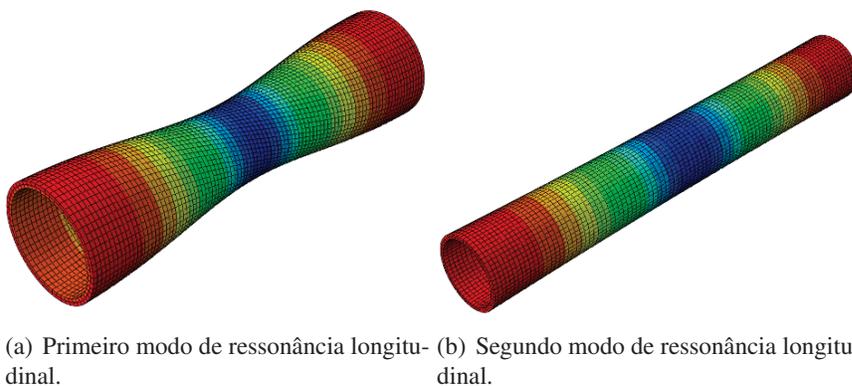


Figura 22: Ensaio Harmônico.

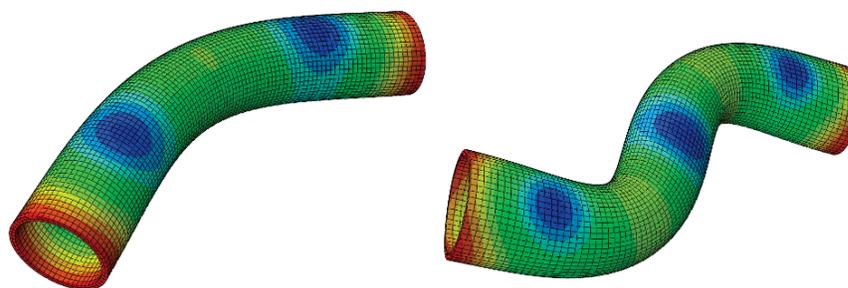
Observando os resultados do ensaio harmônico vê-se na frequência de 485 Hz um modo de vibração flexural, na frequência de 1043 Hz um modo longitudinal, na frequência de 1153 Hz um modo flexural e na frequência de 1296 Hz um modo longitudinal. Os modos longitudinais são ilustrados através das Figura 23



(a) Primeiro modo de ressonância longitudinal. (b) Segundo modo de ressonância longitudinal.

Figura 23: Modos de vibração longitudinal.

e o flexurais nas Figuras 24. Essa figura foi elaborada com base no modelo de elementos finitos realizado para a obtenção das frequências de ressonância do sistema.



(a) Primeiro modo de ressonância flexural. (b) Segundo modo de ressonância flexural.

Figura 24: Modos de vibração flexural.

#### 4.4 Método misto numérico-experimental

Após a identificação dos modos de vibração o algoritmo de otimização foi executado, sendo os 4 modos de vibração acima mencionados utilizados para efetuar a otimização. A Figura 25 mostra a curva de convergência da função objetivo e a sua derivada, evidenciando a convergência do método.

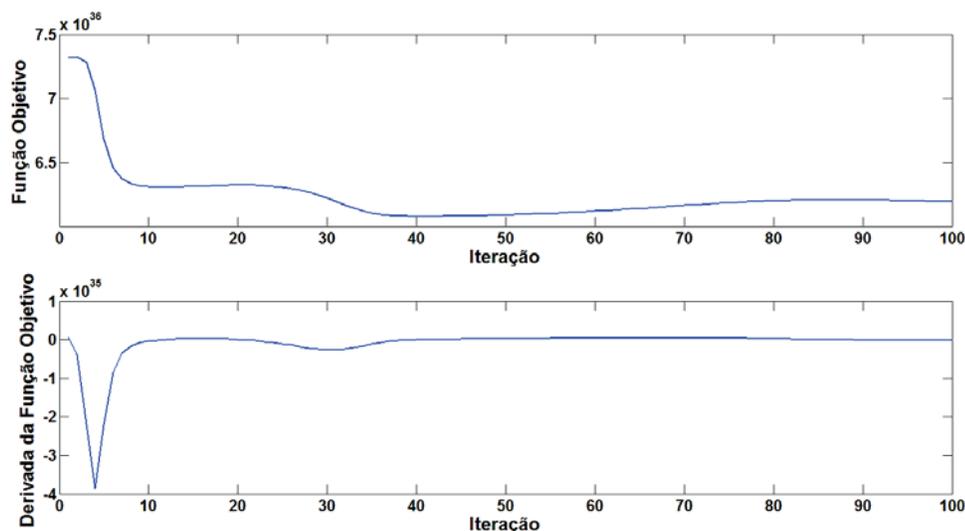


Figura 25: Gráfico de convergência do método de otimização. (a) função objetivo. (b) derivada da função objetivo.

Os valores obtidos pela função objetivo são elevados, na casa de  $1e + 36$ , isso deve-se a escolha da função objetivo, que, aproximadamente, leva em conta o quadrado das propriedades mecânicas multiplicado pela sua variância.

Buscando verificar a condição de não singularidade da matriz de sensibilidade, para provar que o método escolhido para otimização apresenta resultados matematicamente estáveis, para a precisão dupla, como utilizada nos modelos, valores da ordem de  $1e15$  estão no limite de aceitabilidade para os valores de número de condicionamento. Os valores encontrados foram

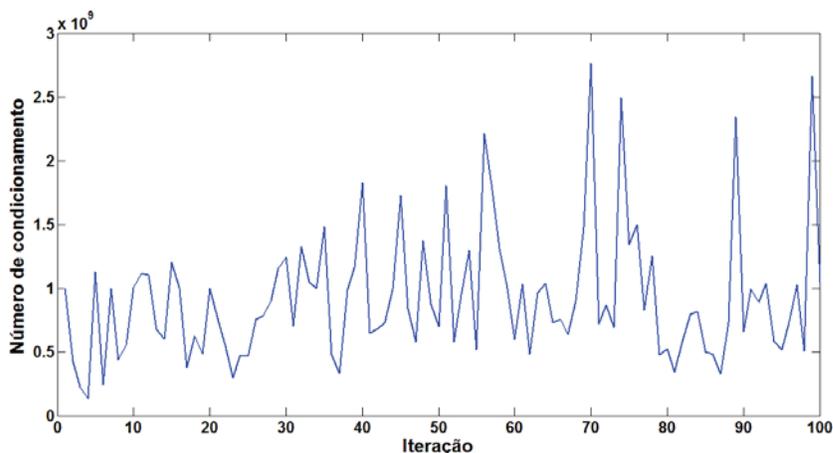


Figura 26: Gráfico da estabilidade da matriz de sensibilidade utilizada durante o processo de otimização.

da ordem de  $1e9$  consistindo em valores aceitáveis para a aplicação, esses valores podem ser vistos na Figura 26.

A Figura 27 apresenta o erro percentual das propriedades em função da iteração. Observa-se que o erro percentual decresce para quase todos modos de vibração, menos para o primeiro modo longitudinal, acredita-se que essa frequência esteja ligada, como visto na Figura 23(a), a movimentos circunferências, que são regidos pelo constante  $C_{55}$ , que não foi utilizada para o algoritmo de otimização.

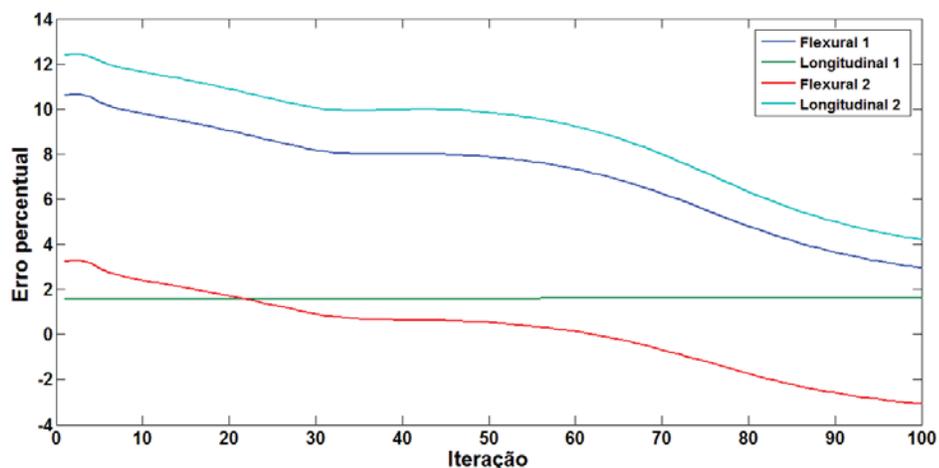


Figura 27: Variação do erro percentual das frequências de ressonância em função da iteração.

A variação das propriedades elásticas em função das iterações são apresentadas na Figura 28.

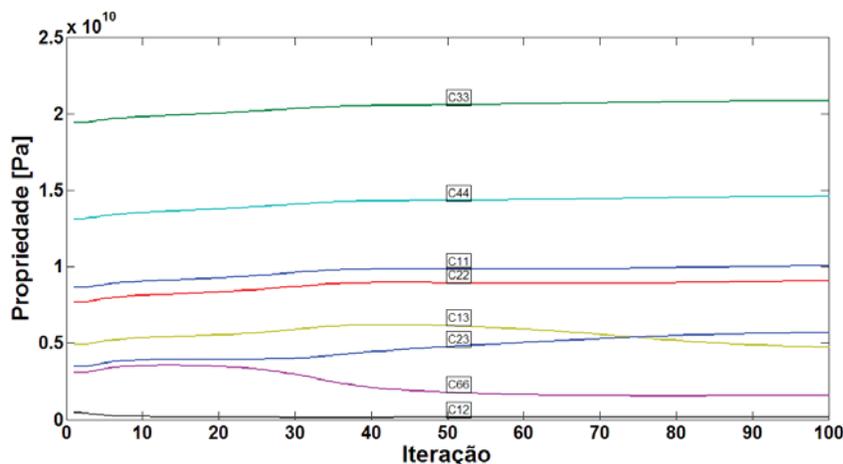


Figura 28: Variação das propriedades elásticas em função da iteração.

A Tabela 4 apresenta as propriedades elásticas decorrentes do processo de otimização.

Essa variação de propriedades apresentadas nas Tabelas 2 e 4 também pode ser atribuída, além da não homogeneidade dos corpos de prova, a fatores de construção, pois o raio de curvatura das fibras enroladas é significativamente distinto, o que possibilitaria as grandes variações vistas no algoritmo de otimização, como por exemplo na constantes  $C_{66}$  e  $C_{23}$ . Não foi observada nenhuma razão aparente para o aumento das demais constantes, além da já citada falta de homogeneidade.

	Constante elástica [GPa]
$C_{11}$	10,04
$C_{22}$	9,06
$C_{33}$	20,85
$C_{44}$	14,59
$C_{55}$	6,00
$C_{66}$	1,56
$C_{12}$	0,14
$C_{23}$	5,66
$C_{13}$	4,74

Tabela 4: Tabela apresentando o valor das propriedades obtidas pelo método de otimização.

Como pode ser observado a matriz é positivamente definida, ou seja, sua determinate é maior que zero e portanto inversível. Os componentes da diagonal principal também são todos positivos, garantindo assim as restrições sobre as constantes elásticas, como apresentado na seção 2.2.1. Esse resultado mostra que as propriedades são fisicamente consistentes.

## 4.5 Representação de ondas planas

A solução da Equação 12 leva ao seguinte campo de velocidades expresso nas Figuras 29 até 33. A Figura 29(a) mostra o plano 1-2 com  $l_3 = 0$ , para a velocidade de fase versus ângulo de fase, já a Figura 29(b) apresenta a velocidade de grupo versus ângulo de grupo.

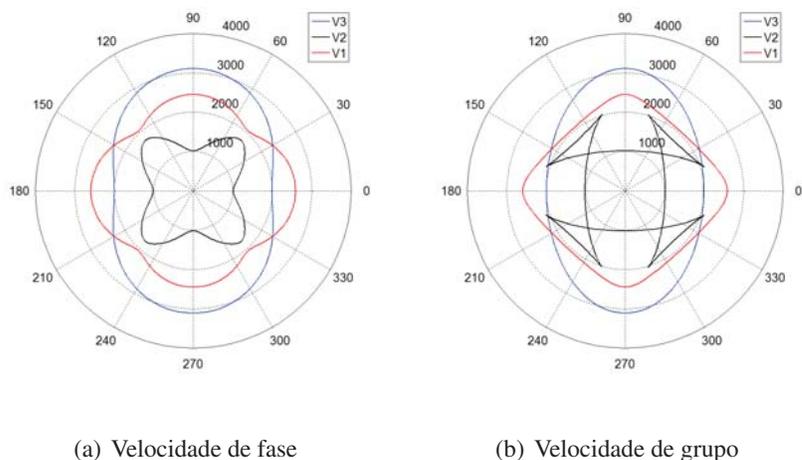


Figura 29: Superfície normal e da superfície de raio para  $l_3 = 0$ .

A Figura 30(a) mostra o plano 1-2 com  $l_3 = 0,25$ , para a velocidade de fase versus ângulo de fase, já a Figura 30(b) apresenta a velocidade de grupo versus ângulo de grupo.

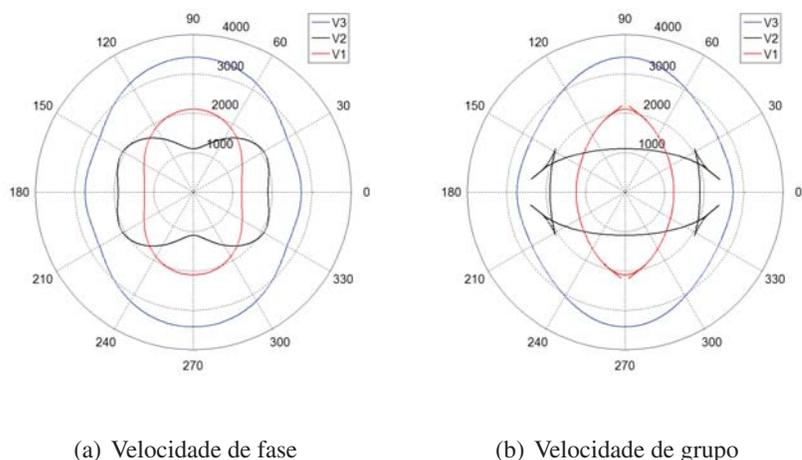


Figura 30: Superfície normal e da superfície de raio para  $l_3 = 0,25$ .

A Figura 31(a) mostra o plano 1-2 com  $l_3 = 0,5$ , para a velocidade de fase versus ângulo de fase, já a Figura 31(b) apresenta a velocidade de grupo versus ângulo de grupo.

A Figura 32(a) mostra o plano 1-2 com  $l_3 = 0,75$ , para a velocidade de fase versus ângulo de fase, já a Figura 32(b) apresenta a velocidade de grupo versus ângulo de grupo.

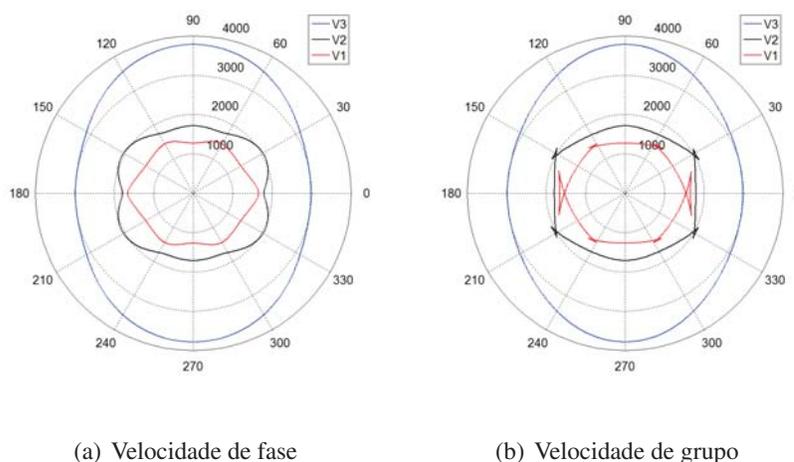


Figura 31: Superfície normal e da superfície de raio para  $l_3 = 0, 5$ .

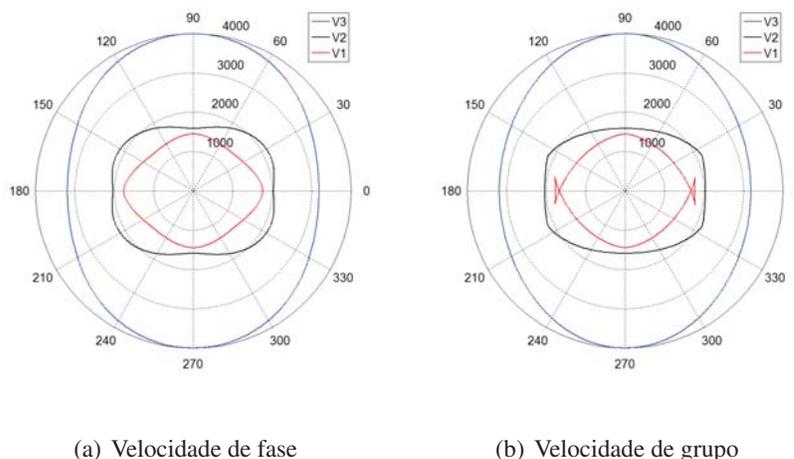


Figura 32: Superfície normal e da superfície de raio para  $l_3 = 0, 75$ .

A Figura 33(a) mostra o plano 1-2 com  $l_3 = 1$ , para a velocidade de fase versus ângulo de fase, já a Figura 33(b) apresenta a velocidade de grupo versus ângulo de grupo.

Observando a variação de comportamento da velocidade em função da componente  $l_3$  do vetor de fase, vê-se que a diferença existente entre as velocidades transversais,  $V1$  e  $V2$  reduz a medida que  $l_3$  aumenta. Já a velocidade longitudinal,  $V3$ , parece permanecer constante no eixo 1 e apresentando aumento no eixo 2. Já no que diz respeito a superfície de raio, observa-se claramente a existência do fenômeno de triplicação, fenômeno que ocorre nas duas ondas transversais.

## 4.6 Ondas guiadas

Essa seção será subdividida em 3 partes, na primeira subseção será apresentada a comparação entre os modelos numéricos e os resultados experimentais. Na segunda subseção serão

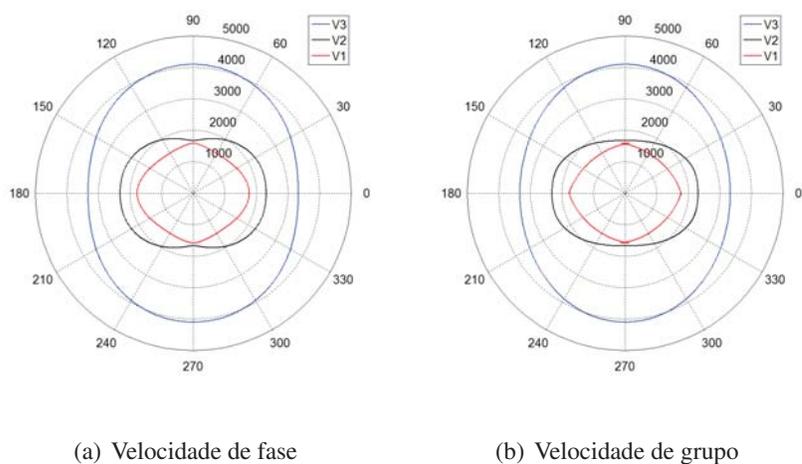


Figura 33: Superfície normal e da superfície de raio para  $I_3 = 1$ .

apresentados resultados dos modelos numéricos. Na terceira subseção serão apresentados os resultados dos experimentos realizados.

#### 4.6.1 Validação do modelo numérico

Utilizando a Equação (59) nos dados obtidos tanto pelos ensaios numéricos quanto nos experimentais, obtém-se os seguintes resultados: a Figura 34 apresenta os resultados obtidos do ensaio experimental; a Figura 35 apresenta os resultados obtidos dos modelos numéricos.

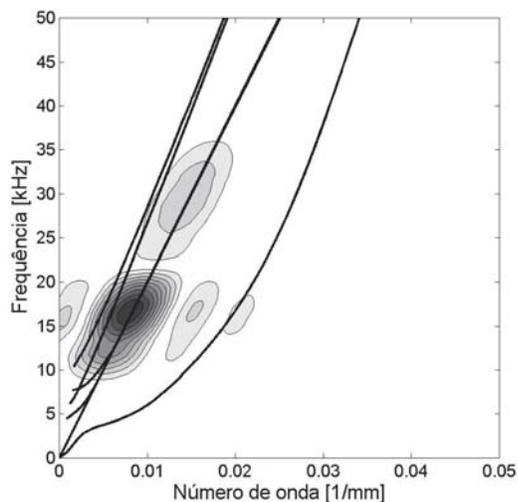


Figura 34: Torcional experimental

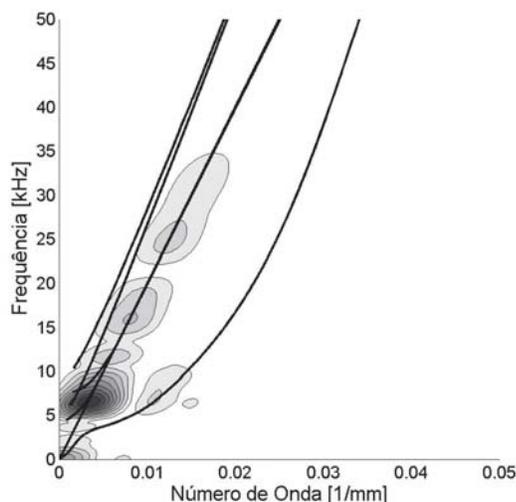


Figura 35: Torcional numérico

As linhas sólidas representam o espectro de frequências gerado pelo *Disperse*, sendo que esse resultado será tomado como referência. As curvas de nível representam a energia contida em uma região específica do espectro de frequências. Espera-se que a energia da onda concentre-se em regiões próximas as linhas sólidas, pois desse modo o sinal obtido nos ensaios e/ou modelo contém as bandas de frequência temporal e espacial condizentes com os modos de propagação. Desse modo pode-se separar diferentes modos de ondas guiadas a partir de um sinal que contenha mais de uma onda propagando. A análise dos espectros de frequência mostram uma grande similaridade entre os dados numéricos, experimentais e os de referência, validando assim o modelo numérico frente a resposta teórica e frente ao experimento.

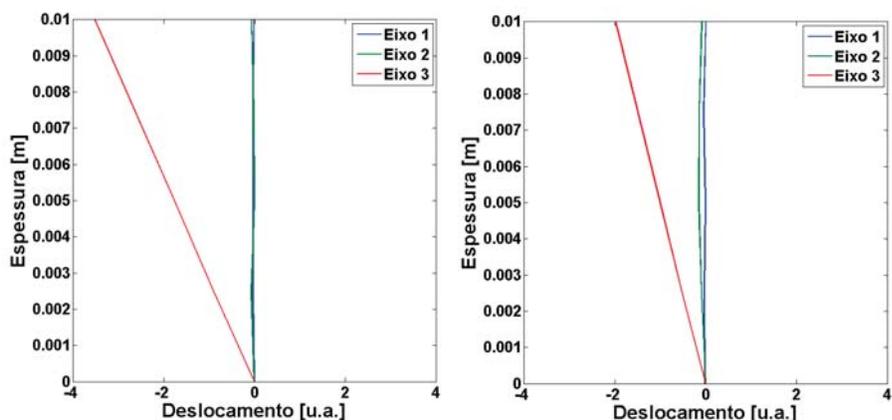
Na análise realizada sobre os resultados experimentais apresentados na Figura 34 observa-se a presença de lóbulos laterais aparecendo no domínio da frequência espacial, a ocorrência desse fenômeno provavelmente deve-se a janela retangular existente na amostragem e processamentos dos dados extraídos do eixo espacial.

#### 4.6.2 Resultados numéricos

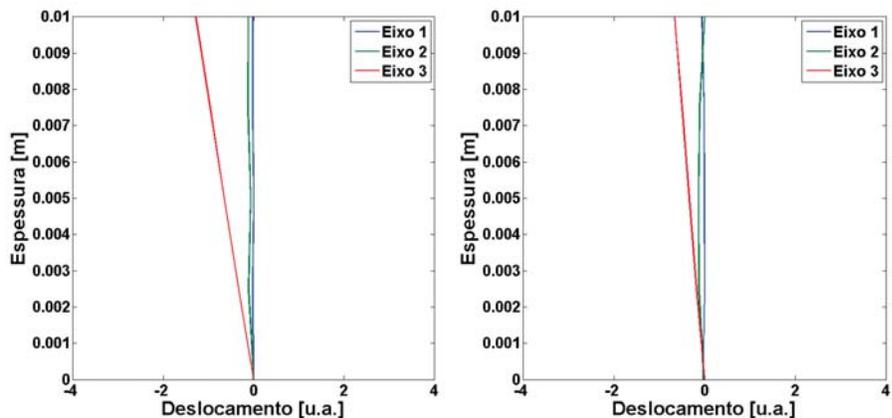
Uma das características mais marcantes da propagação de um modo de onda guiada é o campo de deslocamentos produzidos por essa onda. As informações contidas no campo de deslocamentos geram subsídios para as mais diversas áreas de estudo das ondas guiadas. Através do campo de deslocamentos de um modo pode-se projetar transdutores capazes de excitar modos cada vez mais puros, facilitando assim o posterior processamento de dados, uma vez que a característica multi-modal das ondas guiadas acaba gerando dificuldades para o posterior processamento e análise dos dados.

Sendo assim, a apresentação do campo de deslocamento na Figura 36 serve para ilustrar o modo  $T(0,1)$  para diversas frequências. A Figura 36(a) apresenta o campo de deslocamentos

para as três coordenadas, eixo 1, eixo 2 e eixo 3, que são os movimentos longitudinais, radiais e circunferências, respectivamente. Já as Figuras 36(b), 36(c) e 36(c) apresentam o campo de deslocamentos para as frequências de 12, 16, 20 e 28 kHz, a frequência aqui utilizada refere-se a frequência central do sinal.



(a) Deslocamentos para a frequência de 12 kHz (b) Deslocamentos para a frequência de 16 kHz



(c) Deslocamentos para a frequência de 20 kHz (d) Deslocamentos para a frequência de 28 kHz

Figura 36: Deslocamento dos modos em função da frequência.

A Figura 37 mostra a superfície gerada pela propagação da onda. Devido ao modo selecionado para a geração T(0,1) ser um modo axissimétrico, pode-se observar que todos os canais apresentam amplitude de deslocamento circunferencial constante, caracterizando assim um modo constante na circunferência, assim como os deslocamentos vistos na Figura 36. No eixo  $x$  encontra-se a escala de tempo em ms, no eixo  $y$  corresponde aos sensores utilizados no ensaio, na figura eles estão planejados, sendo assim os 120 nós localizados na circunferência do duto, no eixo  $z$  encontra-se a amplitude de deslocamento. Nesse caso, o modelo de 12kHz foi utilizado para ilustrar.

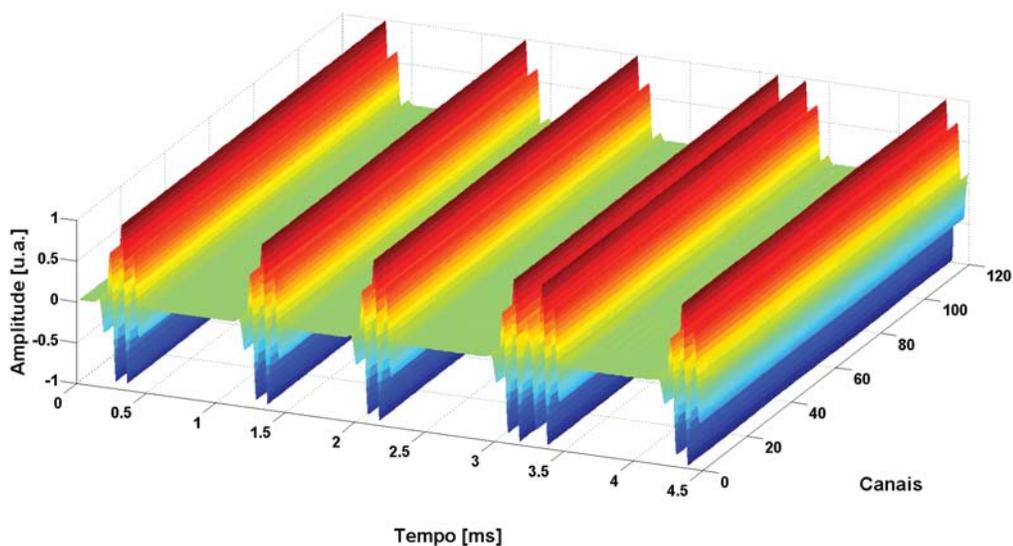


Figura 37: Superfície gerada pela propagação da onda em função do tempo nos 120 nós de monitoramento para a frequência de 12 kHz, modelo numérico.

A última análise a se realizar é a separação dos modos de ondas guiadas, desse modo pode-se saber quais são as ondas que propagam e seus respectivos tempos de chegada, bem como saber qual é a pureza do modo de onda guiada que está sendo gerado. Após realizar a separação dos modos, apresenta-se na Figura 38 o modo T(0,1), o primeiro pacote representa a onda que propagou do sensores e foi lida em um dos anéis de monitoramento, o segundo pacote é a reflexão da borda que se encontra a 0,85 m dos sensores.

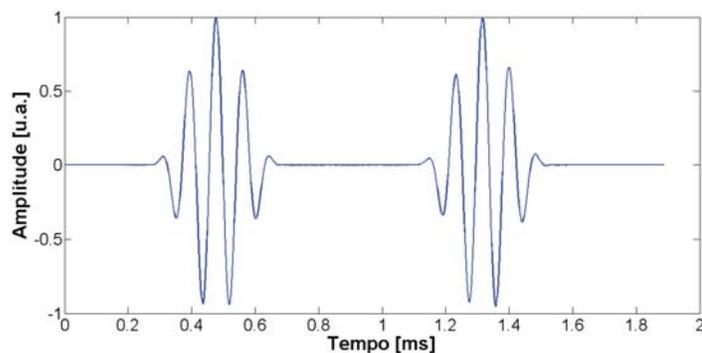


Figura 38: Modo T(0,1) frequência de 12 kHz, modelo numérico.

Para os modos da família F(1,n) a soma de todas as contribuições é apresentada na Figura 39, onde observa-se apenas ruídos.

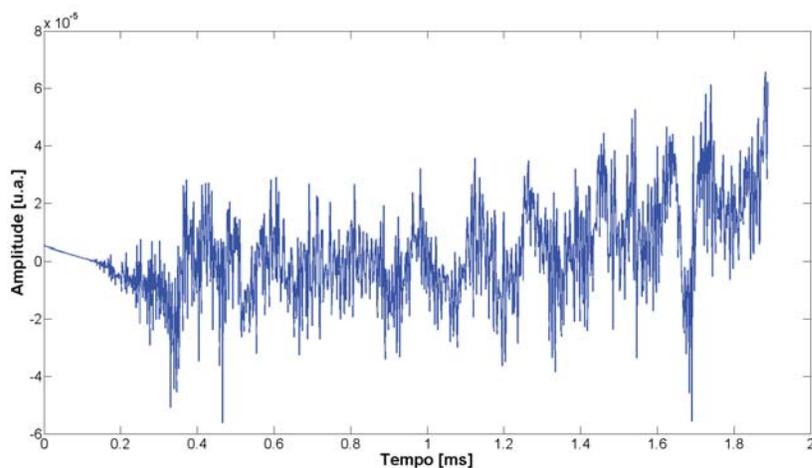


Figura 39: Família de modos F(1,n) 12kHz, modelo numérico.

já na Figura 40 observa-se a família de modos F(2,n). Pode-se notar a presença de sinais, o primeiro pacote refere-se a geração do modo, já o segundo pacote é a reflexão da onda na borda que se encontra a 0,85m dos transdutores.

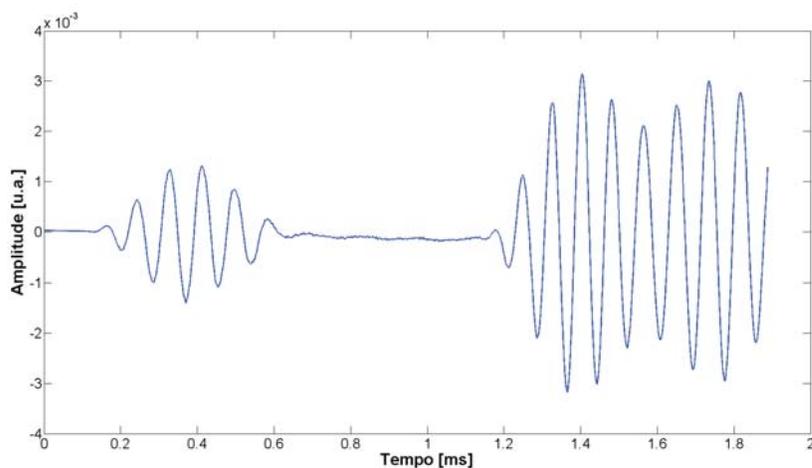


Figura 40: Família de modos F(2,n) 12kHz, modelo numérico.

Para condensar esses dados, uma análise que leva em conta o máximo do sinal em relação ao sinal T(0,1) foi tomada, esses resultados são apresentados na Tabela 5. Pode-se notar que a relação existente entre o modo T(0,1) e os modos F(1,n) e F(2,n), mostra-se satisfatória pois apresenta no máximo  $-29,48dB$  e  $-81,04dB$  respectivamente.

	Modo F(1,n)	Modo F(2,n)
12kHz	-192,58	-115,24
16kHz	-184,44	-107,10
20kHz	-182,42	-106,64
28kHz	-29,48	-81,04

Tabela 5: Tabela de relação dos modos numéricos.

#### 4.6.3 Resultados experimentais

O acesso a dados experimentais é muito mais restrito, pois só tem-se acesso a face exterior do corpo de prova por esse motivo não pode-se obter os campos de deslocamento para a espessura do material e assim realizar uma comparação com os resultados numéricos apresentados acima. Todavia, resultados dos deslocamentos da parte externa do corpo de prova serão apresentados a seguir.

A Figura 41 mostra o campo acústico gerado pelos sensores, pode-se ver que os sinais não são constantes na circunferência, indicando assim a presença de modos não axissimétricos propagando junto com o pacote de ondas.

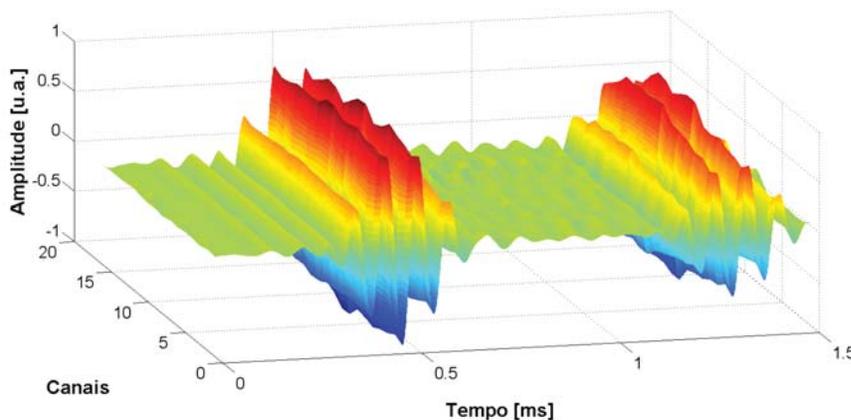


Figura 41: Superfície gerada pela propagação da onda em função do tempo nos 16 pontos de monitoramento circunferencial para a frequência de 12kHz, dados experimentais.

Essa falta de simetria é provavelmente decorrente de problemas de instrumentação. Uma grande variabilidade da resposta dos transdutores piezoelétricos foi notada durante o ensaio, além da ocorrência de ressonâncias em alguns cristais. Essas variações entre os canais podem ser ocasionadas por falhas na colagem, irregularidades na superfície do corpo de prova, falta de uniformidade na espessura da camada de cola e algum nível de pré-tensão nos contatos elétricos dos cristais, contribuindo assim como as principais fontes de variabilidade.

A Figura 42 mostra o sinal T(0,1) do sinal medido com o sistema de interferometria para a frequência de 12kHz. Vê-se a presença de ruídos presentes no sinal, esses ruídos são de característica modal, pois se somam construtivamente durante as 500 médias realizadas.

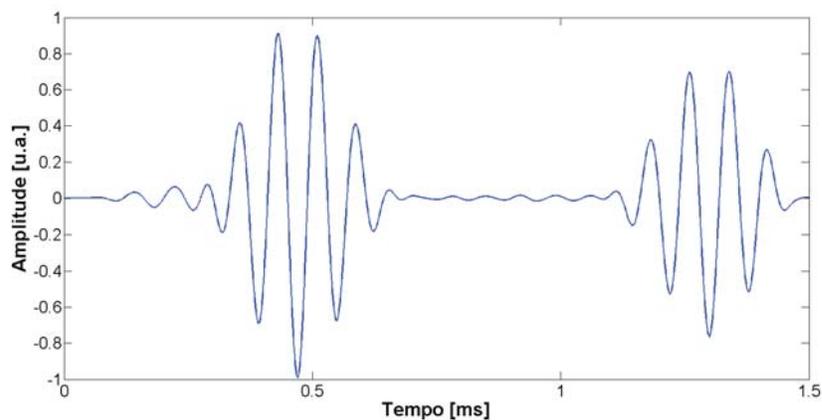


Figura 42: Modo T(0,1) frequência de 12 kHz, dados experimentais.

Devido ao movimento não axissimétrico, ocorre a geração de ruído modal, ou seja, a geração de modos indesejados. Os modos gerados espuriamente, são os da família F. Uma análise dos dados obtidos mostra que para os modos da família F(1,n) a soma de todas as contribuições é apresentada na Figura 43.

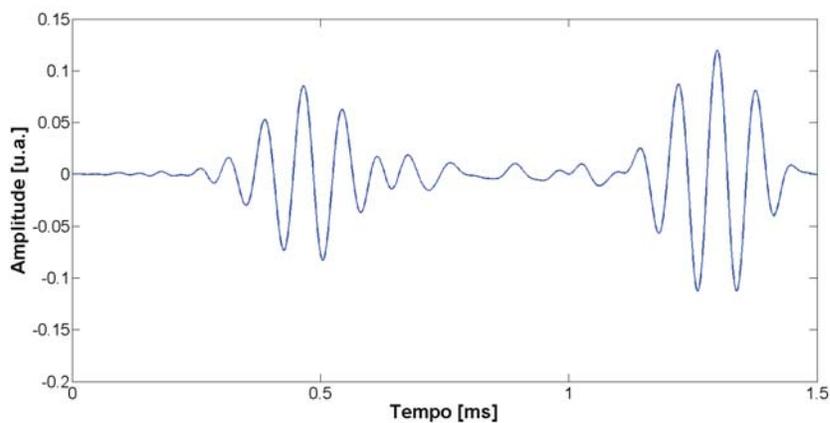


Figura 43: Família de modos F(1,n) 12kHz, dados experimentais.

Para os modos da família F(2,n) a soma de todas as contribuições é apresentada na Figura 44.

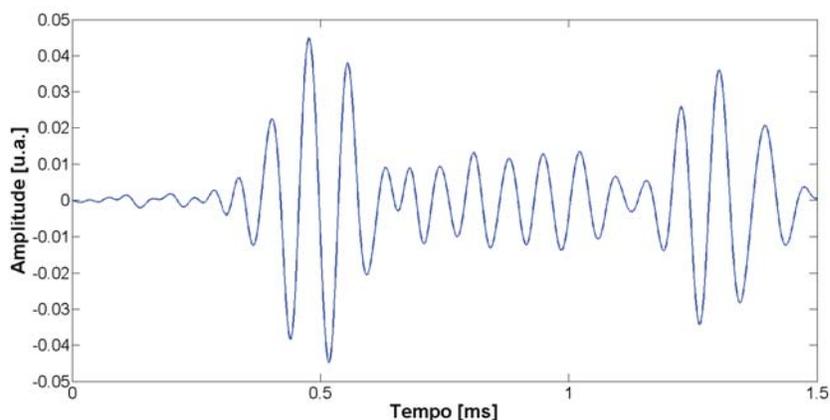


Figura 44: Família de modos  $F(2,n)$  12kHz, dados experimentais.

Para condensar esses dados, uma análise que leva em conta o máximo do sinal em relação ao sinal  $T(0,1)$  que foi gerado foi tomada, esses resultados são apresentados na Tabela 6. Pode-se notar que a relação existente entre o modo  $T(0,1)$  e os modos  $F(1,n)$  e  $F(2,n)$ , mostra-se satisfatória pois apresenta no máximo  $-34,52dB$  e  $-44,44dB$  respectivamente.

	Modo $F(1,n)$	Modo $F(2,n)$
$12kHz$	$-34,52$	$-44,44$
$16kHz$	$-46,83$	$-53,09$
$20kHz$	$-45,36$	$-52,23$
$28kHz$	$-42,44$	$-62,09$

Tabela 6: Tabela de ruído de geração experimental.

## 5 CONCLUSÃO

Após a realização deste trabalho conclui-se que a metodologia aqui abordada apresentou resultados satisfatórios, pois trata-se de uma metodologia completa, desde a caracterização do material frente as ondas planas, um otimização através de métodos estatísticos baseado em resposta dinâmicas da estrutura e a obtenção das curvas de dispersão do duto.

Destacando como grande vantagem o caráter não destrutivo dessa metodologia, não havendo necessidade de fabricação de corpos de prova para ensaios destrutivos e a possibilidade de realizar testes repetidos em um mesmo corpo de prova. Com base na revisão feita da literatura, pode-se inclusive propor uma metodologia similar para o uso em campo, em linhas que não dispõem de um histórico das propriedades elásticas, não restringindo-se a linhas novas. Contribuindo assim, com todo um ramo da área de ensaios não destrutivos, desde o ultrassom convencional até técnicas avançadas, como emissão acústica e ondas guiadas são beneficiadas pelos dados aqui expostos.

Já que a caracterização da propagação de ondas planas pode-se ser utilizado para correções em algoritmos de imagem, e/ou auxiliar a correta localização e dimensionamento de defeitos no componente. As propriedades acústicas referentes ao guia de onda foram completamente descritas através dos modelos de elementos finitos e das curvas teóricas obtidas pelo método da matriz global.

## 6 TRABALHOS FUTUROS

Durante a elaboração desta dissertação foram identificados trabalhos futuros que resultariam numa contribuição para pesquisas na área de inspeção por ondas guiadas:

- Caracterização das propriedades viscoelásticas e cálculo da velocidade de energia e das curvas de atenuação;
- Realização de cálculos exatos para a solução da equação de onda em meios ortotrópicos;
- Estudos de reflectometria frente a defeitos presentes no duto, abrindo assim a possibilidade de utilizar ondas guiadas em estruturas compósitas como ferramenta de dimensionamento de defeitos.
- Realizar a propagação das incertezas de medição das propriedades mecânicas.

## REFERÊNCIAS

- [1] DEMMA, A. *The Interaction Of Guided Waves With Discontinuities In Structures*. Tese (Doutorado) — Imperial College, University Of London, Londres, 2003.
- [2] AULD, B. *Acoustic fields and waves in solids*. 2. ed. EUA: Krieger Pub Co, 1990.
- [3] CAWLEY, P. et al. Practical long range guided wave testing: applications to pipes and rail. *Material Evaluation*, v. 31, p. 66–74, 2003.
- [4] ROSE, J. *Ultrasonic Waves in Solid Media*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2004.
- [5] HUANG, K. H.; DONG, S. B. Propagating waves and edge vibrations in anisotropic composite cylinders. *Journal of Sound and Vibration*, v. 96, n. 3, p. 363–379, 1984.
- [6] ROSE, J. L. A baseline and vision of ultrasonic guided wave inspection potential. *Journal of Pressure Vessel Technology*, v. 124, p. 273–282, 2002.
- [7] ROYER, D.; DIEULESAINT, E. *Elastic Waves in Solids I: Free and Guided Propagation*. 1. ed. Alemanha: Springer, 2000.
- [8] ROSE, J. L. Dispersion curves in guided wave testing. *Material Evaluation*, p. 20–23, Janeiro 2003.
- [9] LAGASSE, P. Higher-order finite-element analysis of topographic guides supporting elastic surface waves. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 53, n. 4, p. 1116–1122, 1973.
- [10] DONG, S. B.; NELSON, R. B. On the natural vibrations and waves in laminated orthotropic plates. *Journal of Applied Mechanics*, v. 39, n. 3, p. 739–745, 1972.
- [11] DROZDZ, M. *Efficient Finite Element Modelling Of Ultrasound Waves In Elastic Media*. Tese (Doutorado) — Imperial College of Science Technology and Medicine, Londres, 2008.
- [12] ROSE, J.; JIAO, D.; SPANNER, J. J. Ultrasonic guided wave nde for piping. *Materials Evaluation*, p. 1310–1313, 1996.

- [13] LOWE, M. J. S. Matrix techniques for modeling ultrasonic waves in multilayered media. *IEEE TRANSACTIONS ON ULTRASONICS, FERROELECTRICS, AND FREQUENCY CONTROL*, v. 42, n. 4, p. 525–542, Julho 1995.
- [14] ANP. *O Sistema De Gerenciamento Da Integridade Estrutural*. Acessado em 23/12/2012. Disponível em: <<http://www.anp.gov.br/?pg=60135&m=integridade&t1=&t2=integridade&t3=&t4=&ar=0&ps=1&cachebust=1357515531876>>.
- [15] CLARKE, T.; STROHAECKER, T. *Quantificação da deformação de dutos monitorados por sistemas baseados em Ondas Guiadas*. 2010. Anais do CONAEND.
- [16] GRAFF, K. F. *Wave motion in Elastic Solids*. [S.l.]: Dover Science, 1991.
- [17] GAZIS, D. C. Three-dimensional investigation of the propagation of waves in hollow circular cylinders. i. analytical foundation. *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 31, n. 5, p. 568–573, 1958.
- [18] GAZIS, D. C. Three-dimensional investigation of the propagation of waves in hollow circular cylinders. ii. numerical results. *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 31, n. 5, p. 573–578, 1958.
- [19] FITCH, A. Observation of elastic-pulse propagation in axially symmetric and nonaxially symmetric longitudinal modes of hollow cylinders. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 35, n. 5, p. 706–708, 1963.
- [20] ALLEYNE, D. et al. Rapid, long range inspection of chemical plant pipework using guided waves. *Key Engineering Materials*, p. 434–441, 2004.
- [21] CAWLEY, P.; ALLEYNE, D. The use of lamb waves for the long range inspection of large structures. *Ultrasonics*, p. 287–290, 1996.
- [22] ROYER, D.; DIEULESAINT, E. *Elastic Waves in Solids II: Generation, Acousto-optic Interaction, Applications*. 1. ed. Alemanha: Springer, 2000.
- [23] ACHENBACH, J. *Wave Propagation in Elastic Solids*. [S.l.]: North-Holland Publishing Company, Inc., 1973. (North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics, v. 16).
- [24] LAI, W. M. *Introduction to Continuum Mechanics*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 1993.
- [25] LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. *Theory of Elasticity*. [S.l.]: Pergamom Press, 1970.
- [26] SILVA, R. A. d. F. e. *Estudo Numérico E Experimental Visando O Desenvolvimento De Dutos Compósitos Submarinos Pela Técnica De Enrolamento Filamentar*. Dissertação (Mestrado) — COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2008.
- [27] MARQUES, E. R. C.; WILLIAMS, J. H. J. *Stress Waves in Transversely Isotropic Media: The Homogeneous Problem*. [S.l.], Maio 1986.

- [28] MARQUES, E. R. C.; WILLIAMS, J. H. J. *Ultrasoni Determination of the Elastic Constants of the Stiffnes Matrix for Unidirecional Fiberglass Epoxy Composite*. [S.l.], 1986.
- [29] DITRI, J. J.; ROSE, J. L. On the reflection of plane waves in transversely isotropic media. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 92, n. 5, p. 3003–3006, Novembro 1992.
- [30] FONSECA, J. O.; CARDOSO, E. L. *Mecânica dos Sólidos 3 - Materias Compostos*. Setembro 2008. Notas de aula.
- [31] DITRI, J. J. On the determination of the elastic moduli of anisotropic media from limited acoustical data. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 95, n. 4, p. 1761–1767, 1994.
- [32] SOL, H.; BOTTIGLIERE, M. Identification of the elastic properties on composite materials as a function of temperature. In: 11° CONGRESSO PANAMERICANO DE MECÂNICA APLICADA. Foz do Iguaçu, 2010.
- [33] ABEELE, F. V. d.; JR, J. R. d. O.; HUERTOS, F. J. Identification of the complex moduli of orthotropic materials using modal analysis. In: COMSOL CONFERENCE. *Excerpt from Proceedings of the COMSOL Conference*. Paris, 2010.
- [34] NAYFEH, A. *Wave propagation in layered anisotropic media*. [S.l.]: Elsevier, 1995.
- [35] NEAU, G. *Lamb waves in anisotropic viscoelastic plates. Study of the wave fronts and attenuation*. Tese (Doutorado) — Mechanical Engineering Department, L'Universite de Bordeaux, 2003.
- [36] DELLINGER, J. A. *Anisotropic Seismic Waves Propagation*. Tese (Doutorado) — Stanford University, Stanford, 1991.
- [37] RYZHIK, L.; PAPANICOLAOU, G.; KELLER, J. B. Transport equations for elastic and other waves in random media. *Wave Motion*, n. 24, p. 327–370, 1996.
- [38] BERNARD, A.; LOWE, M.; DESCHAMPS, M. Guided waves energy velocity in absorbing and non-absorbing plates. *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 110, n. 1, p. 186–196, 2001.
- [39] SIMONETTI, F. *Sound Propagation In Lossless Waveguides Coated With Attenuative Materials*. Tese (Doutorado) — Imperial College of Science Technology and Medicine, Londres, 2003.
- [40] CONNOLLY, G. *Modelling Of The Propagation Of Ultrasound Through Austenitic Steel Welds*. Tese (Doutorado) — Imperial College of Science Technology and Medicine, Londres, 2009.
- [41] ZOHDY, T. I. *Computational modeling and design of new random microheterogeneous materials*. CISM Course Notes.

- [42] SOLIE, L.; AULD, B. Elastic waves in free anisotropic plates. *J Acoust SocAm*, v. 1, n. 54, p. 50–65, 1973.
- [43] TRINCA, A. J. *Metodologia Para Determinação Das Constantes Elásticas Da Madeira Por Ultrassom*. Tese (Doutorado) — Faculdade De Engenharia Agrícola, Campinas, Fevereiro 2011.
- [44] KAPTSOV, A. V.; KUZNETSOV, S. V. Propriétés spectrales de l'équation de christoffel pour l'analyse des ondes de rayleigh. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics-Physics-Astronomy*, v. 327, n. 11, p. 1123–1128, 1999.
- [45] GOODMAN, J. W. *Introduction to Fourier Optics*. 2. ed. [S.l.]: The Mcgraw-Hill Companies, Inc., 1996.
- [46] COURANT, R.; HILBERT, D. *Methods of Mathematical Physics*. 1. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 1989.
- [47] LAMB, H. On waves in an elastic plate. In: CONFERENCE OF THE ROYAL SOCIETY. London, 1917. p. 114–128.
- [48] MIRSKY, I. Wave propagation in transversely isotropic circular cylinders part ii: Numerical results. *Journal of Acoustical Society of America*, v. 37, n. 6, p. 1022–1026, Junho 1965.
- [49] KNOPOFF, L. A matrix method for elastic wave problems. *Bulletin of the Seismological Society of America*, v. 54, n. 1, p. 431–438, Fevereiro 1964.
- [50] PAVLAKOVIC, B.; LOWE, M. *Disperse User's Manual*. Londres, 2003.
- [51] SRIVASTAVA, A. *Quantitative Structural Health Monitoring Using Ultrasonic Guided Waves*. Tese (Doutorado) — UNIVERSITY OF CALIFORNIA, SAN DIEGO, 2009.
- [52] CORRÊA, L. A. *Obtenção de curvas de dispersão através do método semi-analítico de elementos finitos*. Novembro 2011. Trabalho de Conclusão de Curso.
- [53] NELSON, R. B.; DONG, S. B.; KALRA, R. D. Vibrations and waves in laminated orthotropic circular cylinders. *Journal of Sound and Vibration*, v. 18, n. 3, p. 429–444, 1971.
- [54] HESSE D.AND CAWLEY, P. Surface wave modes in rails. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 120, n. 2, p. 733–740, 2006.
- [55] DROZDZ, M. et al. Efficient numerical modelling of absorbing regions for boundaries of guided waves problems. *Review of Quantitative Nondestructive Evaluation - QNDE*, p. 126–133, 2006.
- [56] DITRI, J.; ROSE, J. Excitation of guided elastic wave modes in hollow cylinders by applied surface tractions. *Jornaul Appl. Phys*, v. 7, n. 72, p. 2589–2597, 1992.

- [57] MOREAU, L.; CASTINGS, M. The use of an orthogonality relation for reducing the size of finite element models for 3d guided waves scattering problems. *Ultrasonics*, v. 48, p. 357–366, 2008.
- [58] GUO, N.; CAWLEY, P. The interaction of lamb waves with delaminations in composite laminates. *J Acoust Soc Am*, p. 2240–2246, 1993.
- [59] LØVSTAD, A.; CAWLEY, P. The reflection of the fundamental torsional guided wave from multiple circular holes in pipes. *NDT&E International*, n. 44, p. 553–562, 2011.
- [60] LØVSTAD, A.; CAWLEY, P. The reflection of the fundamental torsional mode from pit clusters in pipes. *NDT&E International*, n. 46, p. 553–562, 2012.
- [61] LOWE, M. *Plate Waves for the NDT of Diffusion Bonded Titanium*. Tese (Doutorado) — Imperial College of Science Technology and Medicine, Londres, 1992.
- [62] LOWE, M. J. S.; CAWLEY, P. The applicability of plate wave techniques for the inspection of adhesive and diffusion bonded joints. *Journal of Nondestructive Evaluation*, v. 13, n. 4, p. 185–200, 1994.
- [63] NAGY, P. Leaky guided wave propagation along imperfectly bonded fibers in composite materials. *Journal of Non-destructive Evaluation*, v. 3, n. 13, p. 137–145, 1994.
- [64] KUNDU, T. et al. Detection of kissing bonds by lamb waves. *Ultrasonics*, p. 573 – 580, 1998.
- [65] DEMMA, A.; CAWLEY, P.; LOWE, M. The reflection of the fundamental torsional mode from cracks and notches in pipes. *Journal of the Acoustical Society of America*, n. 114, p. 611–625, 2003.
- [66] HAYASHI, T.; TAMAYAMA, C.; MURASE, M. Wave structure analysis of guided waves in a bar with an arbitrary cross-section. *Ultrasonics*, v. 44, p. 17–24, 2003.
- [67] GALVANI, A.; CAWLEY, P. The reflection of guided waves from simple supports in pipes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 129, p. 1869–1880, 2011.
- [68] BARTOLI, I. et al. Modeling wave propagation in damped waveguides of arbitrary cross-section. *Journal of Sound and Vibration*, v. 295, p. 685–707, 2006.
- [69] MARZANI, A. et al. A semi-analytical finite element formulation for modeling stress wave propagation in axisymmetric damped waveguides. *Journal of Sound and Vibration*, v. 318, p. 488–505, 2008.
- [70] MIRSKY, I. Wave propagation in transversely isotropic circular cylinders part i: Theory. *Journal of Acoustical Society of America*, v. 37, n. 6, p. 1016–1021, Junho 1965.

- [71] KUDLICKA, J. Dispersion of torsional waves in a thick-walled transversely isotropic circular cylinder of infinite length. *Journal of Sound and Vibration*, n. 294, p. 368–373, 2006.
- [72] MIRSKY, I. Three-dimensional and shell theory analysis for axisymmetric vibrations of orthotropic shells. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 39, n. 3, p. 549–555, 1996.
- [73] SOLDATOS, K. P.; YE, J. wave propagation in anisotropic laminated hollow cylinders of infinite extend. *Journal of Acoustical Society of America*, v. 96, n. 6, p. 3744–3752, Dezembro 1994.
- [74] MARKUS, S.; MEAD, J. D. Axisymmetric and asymmetric waves motion in orthotropic cylinders. *Journal of Sound and Vibration*, v. 181, n. 1, p. 127–147, 1995.
- [75] RATTANAWANGCHAROEN, N.; SHAH, A. H. Guided waves in laminated isotropic circular cylinder. *Computational Mechanics*, v. 10, p. 97–105, 1992.
- [76] RATTANAWANGCHAROEN, N. et al. Fiber-matrix interphase and guided waves in a composite cylinder. *Composite Engineering*, v. 5, n. 6, p. 663–674, 1995.
- [77] COLLINS, J. D. et al. Statistical identification of structures. *AIAA Journal*, v. 12, n. 2, p. 185–190, Fevereiro 1974.
- [78] LAUWAGIE, T. et al. Resonant-based identification of the poisson's ratio of orthotropic materials. *Experimental Mechanics*, n. 50, p. 437–447, 2010.
- [79] LAUWAGIE, T. *Vibration-Based Methods for the Identification of the Elastic Properties of Layered Materials*. Tese (Doutorado) — Katholieke Universiteit Leuven, Leuven(Heverlee), 2005.
- [80] ASTM Standard C 1259-01. Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio for Advanced Ceramics by Impulse Excitation of Vibration. 2001.
- [81] BATHE, K. *Finite Element Procedures*. [S.l.: s.n.], 2007.
- [82] BECK, J. V.; ARNOLD, K. J. *Parameter estimation in engineering and science*. 1. ed. New York, USA: Wiley and Sons, 1977.
- [83] HOOKE, P.; JEEVES, T. A. Direct search solution of numerical and statistical problems. *Journal of the Association for Computing Machinery*, v. 8, p. 212–229, 1961.
- [84] BALASUBRAMANIAM, K.; RAO, N. S. Inversion of composite material elastic constants from ultrasonic bulk wave phase velocity data using genetic algorithms. *Composites Part B*, n. 29, p. 171–180, 1998.

- [85] SALTELLI, A. et al. *Sensitivity Analysis In Practice A Guide To Assessing Scientific Models*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004.
- [86] GUILLAUME, P.; MASMOUDI, M. Computation of high-order derivatives in optimal shape design. *Numerische Mathematik*, v. 67, n. 2, p. 231–250, 1994.
- [87] SALE, M.; RIZZO, P.; MARZANI, A. Semi-analytical formulation for the guided waves-based reconstruction of elastic moduli. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011.
- [88] CHIMENTI, D. Guided waves in plates and their use in materials characterization. *Applied Mechanical Review*, v. 5, n. 50, p. 247–284, 1997.
- [89] ELLIOTT, B. B. *Flexural Wave Propagation in Anisotropic Laminates and Inversion Algorithms to Recover Elastic Constants*. Dissertação (Mestrado) — NAVAL POSTGRADUATE SCHOOL, Monterey, 1992.
- [90] HOSTEN, B.; CASTAINGS, M. Comments on the ultrasonic estimation of the viscoelastic properties of anisotropic materials. *Composites: Part A*, v. 39, p. 1054–1058, 2008.
- [91] CASTAINGS, M.; HOSTEN, B. Air-coupled measurement of plane wave, ultrasonic plate transmission for characterising anisotropic, viscoelastic materials. *Ultrasonic*, v. 38, p. 781–786, 2000.
- [92] CASTAINGS, M.; HOSTEN, B.; KUNDU, T. Inversion of ultrasonic, plane-wave transmission data in composite plates to infer viscoelastic material properties. *NDT&E International*, v. 33, p. 377–392, 2000.
- [93] PERRUT, V. A. *Análise de reparo de tubos com defeito transpassante por meio de materiais compósitos*. Dissertação (Mestrado) — COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2009.
- [94] ALLEYNE, D.; CAWLEY, P. A two-dimensional fourier transform method for the measurement of propagating multimode signals. *Journal of Acoustical Society of America*, v. 89, n. 3, p. 1159–1168, Março 1991.
- [95] CHEN, C. P.; LAKES, R. S. Dynamic wave dispersion and loss properties of conventional and negative poisson's ratio polymeric cellular materials. *Cellular Polymers*, v. 8, n. 5, p. 343–359, 1989.

## APÊNDICE A DESENHO TÉCNICO DOS CORPOS DE PROVA DE VELOCIDADE

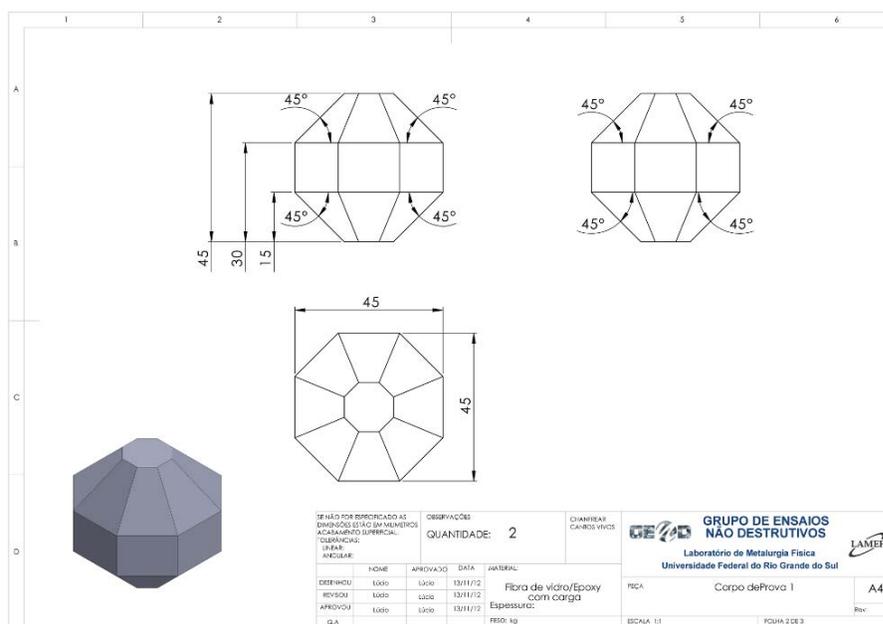


Figura 45: Corpo de prova, tipo 1, utilizado para as medidas de velocidade

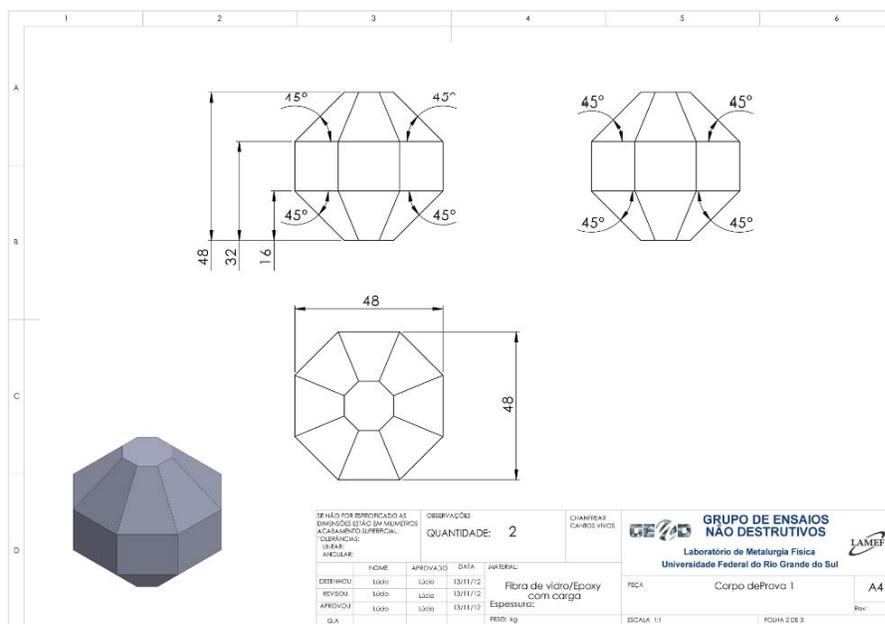


Figura 46: Corpo de prova, tipo 2, utilizado para as medidas de velocidade

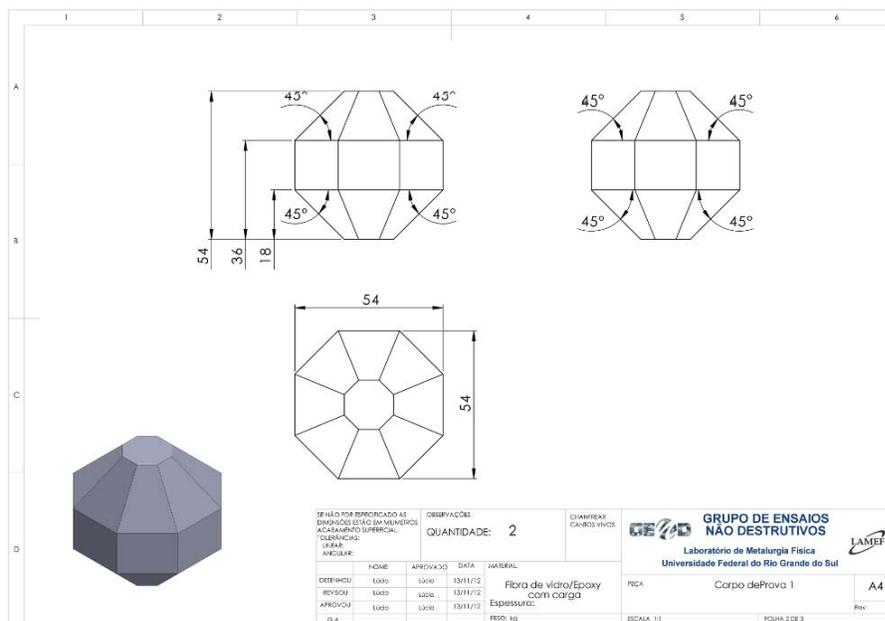


Figura 47: Corpo de prova, tipo 3, utilizado para as medidas de velocidade