Теория поля и электродинамика

УДК 530.12; 530.16, 535.14, 537, 539.17

Олейник В. П.

ПРОБЛЕМА ДИРАКА, ЧАСТЬ 2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КАК ПРЯМОЕ СЛЕДСТВИЕ ЗАКОНОВ МЕХАНИКИ

Институт высоких технологий
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко
ул. Владимирская, 64, Киев, 01601, Украина
e-mail: valoleinik@gmail.com

Показано, что электромагнитное взаимодействие не является особым видом взаимодействия между материальными частицами. Уравнения электромагнитного поля получены как прямое следствие законов механики. Они выведены из рассмотрения криволинейного движения классической частицы по инерции, без использования гипотезы о существовании электрических зарядов, способных порождать кулоновское поле. При указанном движении индуцируются как электрический, так и магнитный заряды частицы. Особенность индуцированных зарядов состоит в том, что они не локализованы на частице, порождающей электромагнитное поле, а «размазаны» в той области пространства, в которой происходит движение частицы по инерции. Наличие индуцированного магнитного заряда означает, что магнитное поле, порожденное движущейся частицей, содержит, помимо обычной вихревой компоненты, необычную скалярную (потенциальную) компоненту. На существование скалярной компоненты магнитного поля впервые указал Г. В. Николаев [1-3]. Согласно его результатам, учет скалярной компоненты магнитного поля позволяет устранить многие трудности общепринятой теории электромагнитного поля и получить объяснение экспериментальных фактов, которые не удается объяснить, оставаясь в рамках укоренившихся представлений электродинамики.

Ключевые слова: проблема Дирака, электромагнитное взаимодействие как следствие законов механики, криволинейное движение по инерции, индуцированные электрический и магнитный заряды, потенциальная компонента магнитного поля.

1. Введение

Данная работа является продолжением и развитием исследований [4], посвященных решению проблемы Дирака.

Как видно из анализа трудностей электродинамики, они коренятся в том, что в общепринятой формулировке теории электромагнитного поля используется феноменологический подход, базирующийся на понятиях, физическое содержание которых остается до сих пор неизвестным. К числу таких понятий относятся, в частности, электрический заряд, электрическое и магнитное поля. Принято считать, что электрический заряд является генератором (источником) электрического поля, но никто не знает, что такое заряд с физической точки зрения, как он образуется, и никто не может указать те физические процессы, которые приводят к генерированию зарядом электрического (кулоновского) поля. Как показывает опыт, магнитное поле порождается электрическим током, т. е. потоком электрически заряженных частиц, или изменяющимся со временем электрическим полем. Истинное содержание понятия магнитное поле невозможно, очевидно, уяснить в условиях, когда физическая природа электрического заряда неизвестна и не установлен физический механизм генерации зарядом электрического поля. Пришло время раскрыть физическое содержание основных понятий, в терминах которых описывается электромагнитное взаимодействие, а также физические механизмы генерирования электрического и магнитного полей, без чего устранение серьезных трудностей и дальнейшее развитие электродинамики не представляется возможным.

В стандартной формулировке электродинамики электрический заряд, электрическое и магнитное поля выступают, в сущности, как абстрактные элементы математической схемы, служащей для описания электромагнитных явлений, но физическое содержание этих элементов не раскрывается.

Приведем пример рассуждений, характерных для используемой схемы. Согласно общепринятым представлениям (см., напр. [5]), точечная частица с зарядом q_0, находящаяся в точке с радиус-вектором $\vec{r}_0$, порождает в точке наблюдения с радиус-вектором $\vec{r}$ электрическое поле $\vec{E}(\vec{r}) = kq_0 \dfrac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3}$, $k = const$. Плотность заряда ρ, $\rho = q_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$, служит источником электрического поля: $\vec{\nabla}\vec{E} = 4\pi k \rho$ ($\vec{\nabla}$ – оператор набла). Если в точку наблюдения поместить пробный заряд q_1, то на него действует сила $\vec{F} = kq_1 q_0 \dfrac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3}$. При движении заряда q_0 в точке наблюдения возникает магнитное поле $\vec{H}$, которое можно найти с помощью уравнений Максвелла.

Как видно из приведенного фрагмента рассуждений, используя общепринятую электродинамическую схему вычислений, можно описать поведение электрического заряда и порождаемого им электромагнитного поля. Но это описание имеет чисто формальный, математический характер, так как из поля зрения выпадают вопросы, касающиеся образования заряда, физических механизмов генерирования зарядом электромагнитного поля, т. е. «за кадром» остаются все физические процессы, происходящие при движении и взаимодействии зарядов и полей. Поскольку заряды и поля выступают лишь как абстрактные элементы схемы, физическое содержание которых не определено, физическая сущность указанных процессов остается не выясненной, несмотря на совершенство используемых математических методов.

Главный недостаток общепринятой электродинамической схемы состоит в том, что в этой схеме не учитываются законы диалектики – основные законы движения материи. Согласно законам диалектики, любая физическая реальность представляет собой сосуществование противоположностей, которые, с одной стороны, образуют неразрывный союз, единое целое, а с другой – непрерывно противостоят, противодействуют друг другу. Очевидно, что привести электродинамику в соответствие с законами диалектики можно единственным способом: необходимо обобщить и расширить математическую схему таким образом, чтобы ее узловые элементы имели четкий физический смысл. Это позволяет выявить в рассматриваемой модели противоположности, соответствующие исследуемой реальности, и учесть физически существенные связи между ними.

Следует подчеркнуть, что общепринятая электродинамика существенно не полна. Это следует из того факта, что она дает формальное, абстрактное описание явлений и процессов, но не способна объяснить их физическую сущность. Очевидно, что никакое усовершенствование математического аппарата не может решить проблему неполноты и устранить трудности физической теории, если ее основные исходные понятия остаются в прежней абстрактной, нефизической форме.

Руководствуясь соображениями Декарта о том, что окружающий нас мир представляет собой материю, находящуюся в состоянии движения, естественно исходить из того, что основные элементы электродинамической схемы – электрический заряд и электромагнитное поле порождаются движущейся особым образом материей. Фундаментальными движениями материи, ответственными за электромагнитное взаимодействие, являются, очевидно, криволинейные движения классических частиц по инерции [6-8], поскольку такие движения происходят в отсутствие каких-либо энергетических затрат.

В данной работе показано, что электромагнитное взаимодействие материальных частиц не является особым видом взаимодействия; оно представляет собой прямое следствие законов механики. Электромагнитное поле порождается классической точечной частицей, совершающей ускоренное движение по инерции. Выведены уравнения, управляющие поведением электромагнитного поля, которые по виду аналогичны обычным уравнениям Максвелла для электромагнитного поля, генерируемого электрически заряженными частицами.

Согласно полученным результатам, при ускоренном движении по инерции классическая частица порождает как электрический заряд, так и магнитный. Индуцированные заряды частицы отличаются от гипотетического электрического заряда, рассматриваемого в стандартной электродинамике, тем, что они не локализованы на частице, а «размазаны» по всей области движения частицы. Они представляют собой облака заряженной материи, которые окутывают частицу, непрерывно изменяясь во времени и в пространстве.

Кратко изложим содержание последующих разделов работы.

В разделе 2 выведены в общем виде уравнения электромагнитного поля, порождаемого классической точечной частицей, движущейся ускоренно по инерции. Уравнения получены с помощью метода, изложенного в работе [4]. Показано, что при движении классической частицы по криволинейной траектории по инерции на частицу действует, помимо поля силы инерции $\vec{F}$, дополнительное поле $\vec{H}$, являющееся аналогом обычного магнитного поля. Поля $\vec{F}$ и $\vec{H}$ представляют собой компоненты единого электромагнитного поля, образуемого при ускоренном движении частицы по инерции. Система уравнений для полей $\vec{F}$ и $\vec{H}$, аналогичная уравнениям Максвелла, содержит поправки к изменяющимся со временем электрическому и магнитному полям. Учет этих поправок может привести к обнаружению физических эффектов, выпавших из поля зрения электродинамики Максвелла. Как видно из полученных результатов, электромагнитное взаимодействие, как и гравитация [6,8,9], представляют собой проявления особых движений классических частиц по инерции.

В разделе 3, в качестве иллюстрации к общей теории, изложенной в предыдущем разделе, рассмотрена простейшая модель классической частицы, находящейся в двухдипольном состоянии и движущейся по инерции по эллиптической траектории. Показано, что поле силы инерции, действующей на частицу, содержит как потенциальную, так и вихревую составляющие. Наличие потенциальной составляющей поля силы инерции означает, что частица, движущаяся по криволинейной траектории по инерции, обладает индуцированным электрическим зарядом. Индуцированный заряд характеризуется тем, что он не локализован на порождающей его частице, а распределен по области пространства, в которой происходит движение частицы.

В разделе 4 получены и исследованы решения уравнений для электромагнитного поля, создаваемого классической частицей, движущейся по инерции по траектории в виде эллипса. Согласно полученным результатам, магнитное поле $\vec{H}$, порождаемое частицей, движущейся по инерции по эллипсу, содержит потенциальную компоненту, которая обращается в нуль только при $e=0$ ($e-$ эксцентриситет эллипса). Наличие потенциальной компоненты магнитного поля означает, что возникает индуцированный заряд частицы. Как и индуцированный электрический заряд, магнитный заряд не локализован на частице, а «размазан» по области движения частицы. Интересно, что при $e^2 \ll 1$ потенциальная компонента магнитного поля значительно превышает по величине вихревую компоненту. На существование скалярной компоненты магнитного поля впервые обратил внимание Г. В. Николаев [1-3], который показал, что учет скалярной компоненты магнитного поля позволяет устранить многие противоречия общепринятой формулировки электродинамики и объяснить ряд экспериментальных фактов, не находивших объяснения ранее. Отметим, что скалярное магнитное поле обладает повышенной биологической активностью, которая была впервые обнаружена еще в 1961 г. Б. В. Болотовым [10].

В Заключении формулируются основные выводы работы.

2. Криволинейное движение классической частицы по инерции как источник электромагнитного поля (общая теория)

В предыдущей работе [4] получены и исследованы уравнения электромагнитного поля, порождаемого классической точечной частицей, обладающей электрическим зарядом и, следовательно, генерирующей в окружающем пространстве кулоновское поле. Согласно результатам, полученным в [4], действие пробного заряда, служащего в качестве простейшего прибора, необходимого для проведения процедуры измерения поля, на исследуемое электромагнитное поле, не является малым возмущением. Пробный заряд не только искажает исследуемое поле. Его взаимодействие с исходной частицей, порождающей кулоновское поле, делает необходимым внесение существенных изменений в уравнения движения электромагнитного поля. Модифицированные уравнения поля содержат поправки, появление которых указывает на возможность существования физических эффектов, выпавших из поля зрения электродинамики Максвелла.

Ввиду того, что криволинейное движение по инерции относится к числу наиболее устойчивых движений классических частиц, представляет особый интерес вывод уравнений движения и детальное исследование электромагнитного поля, которое порождается классической частицей, находящейся в состоянии криволинейного движения по инерции. В данном разделе мы выведем уравнения электромагнитного поля, генерируемого ускоренно движущейся по инерции частицей, используя метод, изложенный в работе [4].

Суть этого метода состоит в следующем. Классическая частица, движущаяся по траектории в некоторой инерциальной системе отсчета (ИСО) и порождающая силовое поле (назовем его первичным), обладает тем свойством, что она при своем движении с необходимостью генерирует дополнительное (вторичное) силовое поле. Первичное и вторичное силовые поля образуют связанную между собой систему полей, которые естественно интерпретировать как компоненты единого электромагнитного поля.

Если первичное поле является кулоновским, а точка наблюдения результирующего поля неподвижна, то, как показано в [4], результирующее поле описывается уравнениями Максвелла. Если же в точку наблюдения поля внести пробный заряд, то, вследствие его движения и взаимодействия с исходным зарядом, генерирующим кулоновское поле, уравнения, управляющие поведением результирующего поля, существенно изменяются.

Если классическая частица движется в ИСО ускоренно, то согласно кинематическому определению силы, принятому в механике, на частицу действует сила инерции $\vec{F} = m\ddot{\vec{r}}$ (m – масса частицы, $\vec{r}$ - радиус-вектор, описывающий положение частицы на траектории). Поле силы инерции $\vec{F}$ является реальным физическим полем, в отличие от фиктивного кулоновского поля, которое в природе не существует, но широко используется при проведении расчетов физических процессов в электродинамике (см. [11-13]). В силу установившейся традиции, расчеты проводятся по общепринятой феноменологической схеме вычислений, основывающейся на уравнениях Максвелла и представлении о существовании в природе электрических зарядов.

Естественно ожидать, что электромагнитное поле, генерируемое классической частицей, движущейся ускоренно по инерции, более адекватно природе [13], чем поле, порождаемое заряженными частицами, которые подчиняются закону Кулона. Поэтому поиск уравнений, управляющих поведением электромагнитного поля, на основе концепции криволинейной инерции классических частиц, заслуживает особого внимания.

Рассмотрим классическую точечную частицу массой m, движущуюся по инерции по криволинейной траектории в ИСО; положение частицы на траектории в момент времени t описывается радиус-вектором $\vec{r}$, $\vec{r} = \vec{r}(t)$. Учитывая, что на частицу действует сила инерции $\vec{F} = d\vec{p}/dt, \quad \vec{p} = m\vec{v}, \quad \vec{v} = \dot{\vec{r}}$, условие указанного движения можно записать в виде:

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = \vec{v}d(m\vec{v}) = 0. \tag{1}$$

Условие (1), которое должно иметь место при движении частицы на каждом участке $d\vec{r}$ траектории, выполняется, если $|m\vec{v}| = p_0 = const$. Отсюда масса частицы составляет: $m = p_0 / v$. Следовательно, силу инерции можно представить в виде:

$$\vec{F} = p_0 \frac{d}{dt}\vec{e}_{\vec{v}}, \quad \vec{e}_{\vec{v}} = \vec{v}/v. \tag{2}$$

Вычислим дивергенцию вектора силы инерции ($\vec{\nabla} = \vec{\nabla}_{\vec{r}}$):

$$\vec{\nabla}\vec{F} = p_0(\vec{\nabla}d\vec{e}_{\vec{v}}/dt) \equiv \rho_{\vec{F}}. \tag{3}$$

Величина $\rho_{\vec{F}}$ представляет собой источник поля силы инерции, действующей на частицу. Для упрощения записи введем обозначения:

$$d\vec{e}_{\vec{v}}/dt = \vec{A}, \quad \rho_{\vec{F}}/p_0 = \rho_{\vec{A}}. \tag{4}$$

Тогда предыдущее равенство примет вид:

$$\vec{\nabla}\vec{A} = \rho_{\vec{A}}. \tag{5}$$

Считая, что функции $\rho_{\vec{A}}$ и $\vec{A}$ зависят только от $\vec{r}$, $\vec{r} = \vec{r}(t)$, найдем:

$$\frac{d}{dt}=\sum_\alpha \frac{dr_\alpha}{dt}\frac{\partial}{\partial r_\alpha}=\sum_\alpha \tilde{v}_\alpha \frac{\partial}{\partial r_\alpha}, \quad v_\alpha(t)=\tilde{v}_\alpha(\vec{r}),$$

$$\left[\frac{d}{dt},\vec{\nabla}\right]_- = -\sum_{\alpha,\beta}\vec{e}_\beta \frac{\partial \tilde{v}_\alpha}{\partial r_\beta}\frac{\partial}{\partial r_\alpha}, \quad \left[\frac{d}{dt},\vec{\nabla}\right]_- \vec{A}=-\sum_{\alpha,\beta}\frac{\partial \tilde{v}_\alpha}{\partial r_\beta}\frac{\partial A_\beta}{\partial r_\alpha}=-\sum_\alpha \frac{\partial}{\partial r_\alpha}\sum_\beta A_\beta \frac{\partial \tilde{v}_\alpha}{\partial r_\beta}+\sum_{\alpha,\beta}A_\beta \frac{\partial^2 \tilde{v}_\alpha}{\partial r_\alpha \partial r_\beta}.$$

Поскольку $\sum_\alpha \frac{\partial^2 \tilde{v}_\alpha}{\partial r_\alpha \partial r_\beta}=\frac{\partial}{\partial r_\beta}\sum_\alpha \frac{\partial \tilde{v}_\alpha}{\partial r_\alpha}=\frac{\partial}{\partial r_\beta}(\vec{\nabla}\vec{\tilde{v}}),$ то последнее выражение можно записать так:

$$\left[\frac{d}{dt},\vec{\nabla}\right]_- \vec{A}=-\vec{\nabla}\Big((\vec{A}\vec{\nabla})\vec{\tilde{v}}\Big)+(\vec{A}\vec{\nabla})(\vec{\nabla}\vec{\tilde{v}})=-\vec{\nabla}\Big((\vec{A}\vec{\nabla})\vec{\tilde{v}}\Big)+\vec{\nabla}\Big(\vec{A}(\vec{\nabla}\vec{\tilde{v}})\Big)-\rho_{\vec{A}}(\vec{\nabla}\vec{\tilde{v}}). \tag{6}$$

Выше использованы следующие обозначения: $\vec{\nabla}=\sum_\alpha \vec{e}_\alpha \frac{\partial}{\partial r_\alpha}$, $\vec{A}=\sum_\alpha \vec{e}_\alpha A_\alpha$, $\vec{e}_\alpha$ – орты декартовой системы координат, которые считаем фиксированными (не изменяющимися во времени); $[d/dt,\vec{\nabla}]_-=(d/dt)\vec{\nabla}-\vec{\nabla}(d/dt)$ – коммутатор операторов d/dt и $\vec{\nabla}$; $\vec{\tilde{v}}=\vec{\tilde{v}}(\vec{r})$ – вектор скорости частицы, рассматриваемый как функция радиус-вектора $\vec{r}$, который определяется из условия $\vec{\tilde{v}}(\vec{r})\equiv \vec{v}(t)$.

Далее, используя очевидное равенство

$$\frac{d}{dt}\vec{\nabla}\vec{A}=\vec{\nabla}\frac{d}{dt}\vec{A}+\left[\frac{d}{dt},\vec{\nabla}\right]_- \vec{A} \tag{7}$$

и учитывая (5), находим:

$$\frac{d\rho_{\vec{A}}}{dt}=\sum_\alpha \tilde{v}_\alpha \frac{\partial \rho_{\vec{A}}}{\partial r_\alpha}=\sum_\alpha \frac{\partial(\rho_{\vec{A}}\tilde{v}_\alpha)}{\partial r_\alpha}-\rho_{\vec{A}}(\vec{\nabla}\vec{\tilde{v}})=\vec{\nabla}(\rho_{\vec{A}}\vec{\tilde{v}})-\rho_{\vec{A}}(\vec{\nabla}\vec{\tilde{v}}). \tag{8}$$

Дифференцируя по времени обе части равенства (5) и используя (6)-(8), получаем:

$$0=\frac{d}{dt}\Big(\vec{\nabla}\vec{A}-\rho_{\vec{A}}\Big)=\vec{\nabla}\left(\frac{d\vec{A}}{dt}+\vec{A}(\vec{\nabla}\vec{\tilde{v}})-(\vec{A}\vec{\nabla})\vec{\tilde{v}}-\rho_{\vec{A}}\vec{\tilde{v}}\right). \tag{9}$$

Из последнего равенства следует, что существует некоторое векторное поле $\vec{H}$, которое удовлетворяет соотношению:

$$\frac{d\vec{A}}{dt}+\vec{A}(\vec{\nabla}\vec{\tilde{v}})-(\vec{A}\vec{\nabla})\vec{\tilde{v}}-\rho_{\vec{A}}\vec{\tilde{v}}=c_1[\vec{\nabla}\vec{H}], \tag{10}$$

где $\vec{A}=d\vec{e}_{\vec{v}}/dt$, $\rho_{\vec{A}}=\vec{\nabla}\vec{A}$, $\frac{d\rho_{\vec{A}}}{dt}=\vec{\nabla}(\rho_{\vec{A}}\vec{\tilde{v}})-\rho_{\vec{A}}(\vec{\nabla}\vec{\tilde{v}}),\quad c_1=const.$

Введем источник поля $\vec{H}$:

$$\rho_{\vec{H}}=\vec{\nabla}\vec{H}. \tag{11}$$

Дифференцируя обе части этого равенства по времени, имеем по аналогии с равенством (9):

$$0=\frac{d}{dt}\Big(\vec{\nabla}\vec{H}-\rho_{\vec{H}}\Big)=\vec{\nabla}\left(\frac{d\vec{H}}{dt}+\vec{H}(\vec{\nabla}\vec{\tilde{v}})-(\vec{H}\vec{\nabla})\vec{\tilde{v}}-\rho_{\vec{H}}\vec{\tilde{v}}\right).$$

Отсюда следует уравнение, аналогичное уравнению (10):

$$\frac{d\vec{H}}{dt}+\vec{H}(\vec{\nabla}\vec{\tilde{v}})-(\vec{H}\vec{\nabla})\vec{\tilde{v}}-\rho_{\vec{H}}\vec{\tilde{v}}=c_2[\vec{\nabla}\vec{A}],\quad c_2=const. \tag{12}$$

Итак, мы приходим к следующей системе уравнений общего вида:

$$\begin{aligned}&\frac{d\vec{H}}{dt}+\vec{D}_{\vec{H}}(\vec{\tilde{v}})-\rho_{\vec{H}}\vec{\tilde{v}}=c_2[\vec{\nabla}\vec{A}],\quad \vec{\nabla}\vec{H}=\rho_{\vec{H}},\\ &\frac{d\vec{A}}{dt}+\vec{D}_{\vec{A}}(\vec{\tilde{v}})-\rho_{\vec{A}}\vec{\tilde{v}}=c_1[\vec{\nabla}\vec{H}],\quad \vec{\nabla}\vec{A}=\rho_{\vec{A}},\end{aligned} \tag{13}$$

где

$$\vec{D}_{\vec{A}}(\vec{v}) = \vec{A}(\vec{\nabla}\vec{v}) - (\vec{A}\vec{\nabla})\vec{v}, \quad \vec{A} = d\vec{e}_{\vec{v}} \,/\, dt = \vec{F} \,/\, p_0 \,. \tag{13a}$$

Физический смысл системы уравнений (13) состоит в том, что если классическая частица движется по инерции ускоренно (см. условие (1)), то на частицу действует, помимо поля силы инерции $\vec{F} = p_0\vec{A}$, дополнительное поле $\vec{H}$, которое мы называем магнитным полем. Поля $\vec{F}$ и $\vec{H}$ естественно рассматривать как составляющие единого электромагнитного поля, создаваемого частицей при ее ускоренном движении по инерции.

Уравнения (13) аналогичны уравнениям Максвелла, хотя между ними имеются существенные различия. Обсудим эти различия более подробно. В отличие от уравнений Максвелла, в уравнения (13) входят полные производные полей от времени. Как разъясняется в [4], это связано с тем, что уравнения Максвелла описывают поведение электромагнитного поля в точке наблюдения поля, которая считается неподвижной в избранной ИСО, в то время как уравнения (13) описывают электромагнитное поле в точке нахождения классической частицы, совершающей ускоренное движение по инерции. Помимо этого, в уравнениях (13), содержащих роторные члены, имеются поправки к изменяющемуся со временем магнитному полю ($\vec{D}_{\vec{H}}(\vec{v})$) и к току смещения ($\vec{D}_{\vec{E}}(\vec{v})$). Появление этих поправок обусловлено ускоренным движением частицы по инерции. Учет указанных поправок может привести к открытию физических эффектов, выпавших из поля зрения электродинамики Максвелла.

Следует подчеркнуть, что электромагнитные поля, описываемые уравнениями Максвелла и уравнениями (13), по своему происхождению качественно отличаются друг от друга. Уравнения Максвелла описывают электромагнитное поле, создаваемое классической точечной частицей, которой приписывается особая физическая характеристика – электрический заряд, являющийся, по предположению, источником кулоновского поля. Уравнения же (13) описывают электромагнитное поле, которое порождается классической частицей, движущейся ускоренно по инерции и ничего не «знающей» об электрическом заряде. Далее будет показано, что классическая частица, движущаяся ускоренно по инерции, действительно, порождает как электрический, так и магнитный заряды, но эти заряды не являются локальными характеристиками точечных частиц, сохраняющимися со временем. Электрический заряд, генерируемый частицей, движущейся ускоренно по инерции, оказывается облаком заряженной материи, изменяющимся со временем и распределенным по всей пространственной области движения частицы; его линейные размеры порядка линейных размеров траектории частицы. Подобные заряды, очевидно, невозможно описать в рамках общепринятой теории.

Таким образом, система уравнений (13) описывает электромагнитное поле как следствие криволинейного движения классической частицы по инерции, т. е. как прямое следствие законов механики. Подобно гравитации [6,8,9], электромагнитное взаимодействие не является особым видом взаимодействия между частицами; это проявление особого вида ускоренного движения материальных частиц по инерции. Как следует из законов диалектики, любая физическая реальность представляет собой сосуществование противоположностей: с одной стороны, имеет место союз противоположностей, а с другой стороны – их противодействие. Поля $\vec{A}$ и $\vec{H}$, входящие в систему уравнений (13), и представляют собой диалектически противоположные компоненты единого электромагнитного поля, непрерывно взаимодействующие между собой вследствие криволинейного движения частицы по инерции.

3. Модель двухдипольного состояния классической частицы, совершающей криволинейное движение по инерции

В качестве иллюстрации к общей теории, представленной в предыдущем разделе, рассмотрим простейшую модель движущейся ускоренно по инерции классической точечной частицы A массой m в инерциальной системе отсчета S с началом координат в точке O. Предполагая, что частица находится в двухдипольном состоянии, радиус-вектор частицы $\vec{r}$, $\vec{r} = \overrightarrow{OA}$, запишем в виде:

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{R}_C, \tag{14}$$

где $\vec{R}_C = \overline{OC}$ – радиус-вектор точки C, являющейся центром вихря; $\vec{R} = \vec{r}_a + \vec{r}_b$ – радиус-вектор частицы A, отсчитанный от центра вихря C; $\vec{r}_a$ и $\vec{r}_b$ – радиус-векторы компонент двухдипольного состояния частицы.

Используя полярные координаты, представим векторы $\vec{r}_a$ и $\vec{r}_b$ в следующей форме:

$$\vec{r}_a = r_a\vec{e}_{ra}, \quad \vec{r}_b = r_b\vec{e}_{rb}, \quad \vec{e}_{r\alpha} = (\cos\phi_\alpha, \sin\phi_\alpha), \quad \dot{\vec{e}}_{r\alpha} = \dot{\phi}_\alpha\vec{e}_{\phi\alpha},$$
$$\vec{e}_{\phi\alpha} = (-\sin\phi_\alpha, \cos\phi_\alpha), \quad \phi_\alpha = \omega_\alpha t + \phi_\alpha^{(0)}, \quad \alpha = a, b. \tag{15}$$

Ради упрощения выкладок далее полагаем, что выполняются равенства

$$r_\alpha = const, \quad \dot{\phi}_\alpha \equiv \omega_\alpha = const, \quad \phi_\alpha^{(0)} = const. \tag{16}$$

Учитывая соотношения (15), радиус-вектор $\vec{R}$ можно записать в следующей форме:

$$\vec{R} = (r_a + r_b)\cos\phi^{(-)}\vec{e}\,'_r + (r_a - r_b)\sin\phi^{(-)}\vec{e}\,'_\phi,$$
$$\vec{e}\,'_r = (\cos\phi^{(+)}, \sin\phi^{(+)}), \quad \vec{e}\,'_\phi = (-\sin\phi^{(+)}, \cos\phi^{(+)}), \quad \phi^{(\pm)} = (\phi_a \pm \phi_b)/2. \tag{17}$$

В дальнейшем будем полагать, что

$$r_a = r_0 + \varepsilon, \quad r_b = r_0 - \varepsilon, \quad 0 < \varepsilon < r_0, \quad \omega_b = -\omega_a = const\,. \tag{18}$$

В этом случае $\phi^{(+)} = (\phi_a^{(0)} + \phi_b^{(0)})/2 = const, \quad \phi^{(-)} = \omega_a t + (\phi_a^{(0)} - \phi_b^{(0)})/2$ и, значит, орты $\vec{e}\,'_r$ и $\vec{e}\,'_\phi$ не изменяются со временем.

Импульс частицы $\vec{p}$ и действующая на нее сила инерции $\vec{F}$, $\vec{F} = d\vec{p}/dt$, в системе отсчета S даются равенствами:

$$\vec{p} = m\dot{\vec{r}} = \vec{P} + \vec{P}_C, \quad \vec{P} = m\dot{\vec{R}}, \quad \vec{P}_C = m\dot{\vec{R}}_C, \quad \vec{F} = d\vec{P}\big/dt + d\vec{P}_C\big/dt\,. \tag{19}$$

Из условия движения частицы по инерции

$$dA = 0\,, \tag{20}$$

где dA – элементарная работа, совершаемая силой инерции над частицей при ее перемещении на участке $d\vec{r}$ за время dt, $d\vec{r} = \dot{\vec{r}}dt$,

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = (\vec{V} + \vec{V}_C)d\left(m(\vec{V} + \vec{V}_C)\right), \quad \vec{V} = \dot{\vec{R}}, \quad \vec{V}_C = \dot{\vec{R}}_C, \tag{21}$$

получаем:

$$m\,|\vec{V} + \vec{V}_C| \equiv p_0 = const\,. \tag{22}$$

Последнее равенство определяет массу частицы, движущейся ускоренно по инерции:

$$m = p_0/|\vec{V} + \vec{V}_C|, \tag{23}$$

величина p_0 представляет собой модуль импульса частицы. Используя равенства (19) и (23), силу инерции $\vec{F}$ можно записать в следующей форме:

$$\vec{F} = p_0\dot{\vec{e}}_v, \quad \vec{e}_v = \vec{v}/|\vec{v}|, \quad \vec{v} = \vec{V} + \vec{V}_C\,, \tag{24}$$

$\vec{e}_v$ – орт вектора скорости частицы $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$.

Ограничимся рассмотрением случая неподвижного центра вихря: $\vec{R}_C = const, \quad \vec{V}_C = 0$. В силу соотношений (20)-(24), в этом случае получаем:

$$dA = \vec{V}d(m\vec{V}), \quad m = p_0/V, \quad \vec{F} = p_0\dot{\vec{e}}_V, \quad \vec{e}_V = \vec{V}/V, \tag{25}$$

где $V = |\vec{V}|$. Используя равенства (17) и (18) и вводя обозначения: $r_a + r_b = a, \quad r_a - r_b = b,$ получаем следующие соотношения:

$$\vec{R} = a\cos\phi^{(-)}\vec{e}\,'_r + b\sin\phi^{(-)}\vec{e}\,'_\phi, \quad a = 2r_0, \quad b = 2\varepsilon,$$
$$R = a\sqrt{1 - e^2\sin^2\phi^{(-)}}, \quad e = \sqrt{a^2 - b^2}\,/\,a, \tag{26}$$
$$\vec{V} = -\omega_a(a\sin\phi^{(-)}\vec{e}\,'_r - b\cos\phi^{(-)}\vec{e}\,'_\phi), \quad V = a\,|\,\omega_a\,|\sqrt{1 - e^2\cos^2\phi^{(-)}}.$$

Учитывая, что орты $\vec{e}\,'_r, \vec{e}\,'_\phi$, определенные формулами (17) и входящие в выражения для векторов $\vec{R}$ и $\vec{V}$ (26), взаимно перпендикулярны и не изменяются со временем, можно направить их вдоль осей x, y декартовой системы координат и положить: $\vec{e}'_r = \vec{e}_x$, $\vec{e}'_\phi = \vec{e}_y$, где $\vec{e}_x$ и $\vec{e}_y$ – орты, направленные вдоль осей x и y. И тогда радиус-вектор $\vec{R}$ можно записать в виде (в декартовых координатах):

$$\vec{R} = R_x \vec{e}_x + R_y \vec{e}_y, \quad R_x = a\cos\phi^{(-)}, \quad R_y = b\sin\phi^{(-)}. \tag{27}$$

Согласно (27), траекторией частицы является эллипс

$$(R_x / a)^2 + (R_y / b)^2 = 1 \tag{28}$$

с полуосями a и b и эксцентриситетом e (см. (26)). С другой стороны, если радиус-вектор $\vec{R}$ выразить через полярные координаты R, ϕ_R:

$$\vec{R} = R\vec{e}_R, \quad \vec{e}_R = (\cos\phi_R, \sin\phi_R), \quad \dot{\vec{e}}_R = \omega_R \vec{e}_{\phi_R}, \quad \vec{e}_{\phi_R} = (-\sin\phi_R, \cos\phi_R), \quad \omega_R = \dot{\phi}_R, \tag{29}$$

то, как легко проверить, уравнение траектории частицы имеет вид:

$$R = \frac{b}{\sqrt{1 - e^2\cos^2\phi_R}}. \tag{30}$$

Последнее равенство описывает эллипс в условиях, когда центр эллипса совпадает с началом декартовых координат (и полюсом полярных координат). Если же полюс полярных координат поместить в правом фокусе эллипса $(ae, 0)$ и радиус-вектор частицы $\vec{R}$ представить в виде $\vec{R} = ae\vec{e}_x + \vec{\rho}$, где $\vec{\rho}$ - радиус-вектор частицы, отсчитанный от точки фокуса $(ae, 0)$, то уравнение траектории частицы примет вид:

$$\rho = \frac{p}{1 + e\cos\phi'}.$$

В последней формуле $p = b^2 / a$ – фокальный параметр, ρ и ϕ' – полярные координаты радиус-вектора $\vec{\rho}$.

В силу (27) и (29) связь между декартовыми и полярными координатами радиус-вектора $\vec{R}$ дается равенствами:

$$R_x = a\cos\phi^{(-)} = R\cos\phi_R, \quad R_y = b\sin\phi^{(-)} = R\sin\phi_R. \tag{31}$$

Используя указанные равенства, нетрудно получить следующие представления для модуля вектора скорости $\vec{V}$ (26), которые имеют место, соответственно, в декартовых координатах и в полярных координатах с полюсом, совпадающим с центром эллипса:

$$V = |\omega_a| \sqrt{\frac{b^2}{a^2}R_x^2 + \frac{a^2}{b^2}R_y^2} \quad u \quad V = |\omega_a| \frac{a}{b} R\sqrt{1 - e^2(2 - e^2)\cos^2\phi_R}, \quad b / a = \sqrt{1 - e^2}. \tag{32}$$

Из (31) получаем следующие соотношения:

$$tg\phi_R = (b / a)tg\phi^{(-)}, \quad \cos\phi_R = (a / R)\cos\phi^{(-)}.$$

Дифференцируя первое из них по времени и используя второе, приходим к формуле для угловой скорости:

$$\dot{\phi}_R \equiv \omega_R = ab\omega_a / R^2. \tag{33}$$

Приведем также формулы, вытекающие из (26) и (31), которые будут использованы в дальнейшем:

$$\begin{gathered} \ddot{\vec{R}} = -\omega_a^2 \vec{R}, \quad R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \quad R^2V^2 = a^4\omega_a^2(1 - e^2 + e^4R_x^2R_y^2 / a^2b^2), \\ \dot{R} = -(a / b)e^2\omega_a R\cos\phi_R\sin\phi_R = -(a^2e^2\omega_a / R)\cos\phi^{(-)}\sin\phi^{(-)}, \quad V\dot{V} = -\omega_a^2 R\dot{R}. \end{gathered} \tag{34}$$

Формулы (33) и (34) представляют интерес по той причине, что они позволяют выразить производные по времени от параметров задачи через декартовы координаты радиус-вектора частицы $\vec{R}$.

Перейдем к вычислению вектора $\dot{\vec{e}}_V$, определяющего силу инерции $\vec{F}$ (см.(25)). Используя представление (29) для радиус-вектора $\vec{R}$ и учитывая равенство $\vec{V} = \dot{\vec{R}}$, получаем формулу:

$$\vec{e}_V = (\dot{R}\vec{e}_R + R\dot{\phi}_R\vec{e}_{\phi_R})/V. \qquad (35)$$

Векторы $\vec{e}_V$ и $\dot{\vec{e}}_V$ можно записать в следующей форме:

$$\vec{e}_V = (\cos\phi_V, \sin\phi_V, 0), \quad \dot{\vec{e}}_V = \omega_V(-\sin\phi_V, \cos\phi_V, 0) = \omega_V[\vec{e}_z, \vec{e}_V], \qquad (36)$$

где $\omega_V = \dot{\phi}_V$, $\vec{e}_z = (0,0,1)$. При выводе последней из формул (36) использованы равенства: $[\vec{e}_z, \vec{e}_R] = \vec{e}_{\phi_R}$, $[\vec{e}_z, \vec{e}_{\phi_R}] = -\vec{e}_R$. В силу (35) и (36) выполняются равенства

$$\dot{\vec{e}}_V = (\omega_V/V)(\dot{R}\vec{e}_{\phi_R} - R\dot{\phi}_R\vec{e}_R), \quad |\dot{\vec{e}}_V| = |\omega_V|. \qquad (37)$$

С другой стороны, имеет место следующая цепочка равенств:

$$\dot{\vec{e}}_V = \frac{d}{dt}\left(\frac{\dot{\vec{R}}}{V}\right) = \frac{\ddot{\vec{R}}}{V} - \frac{\dot{\vec{R}}}{V^2}\dot{V} = -\frac{\omega_a^2}{V}\vec{R} - \frac{\dot{\vec{R}}}{V^2}\dot{V}. \qquad (38)$$

При выводе последней формулы было использовано первое из равенств (34). Сравнивая между собой равенства (37) и (38) и используя формулу (33) и последнее из равенств (34), приходим к следующим формулам для угловой скорости ω_V:

$$\omega_V = \omega_a^2\omega_R R^2/V^2 = ab\omega_a^3/V^2. \qquad (39)$$

Отметим следующее соотношение, которое вытекает из сравнения коэффициентов при $\vec{e}_R$ в (37) и (38):

$$\frac{\dot{V}\dot{R}}{VR} = \omega_V\omega_R - \omega_a^2. \qquad (40)$$

Выше соотношения (39) и (40) выведены путем вычисления вектора $\dot{\vec{e}}_V$ двумя разными способами с последующим сопоставлением полученных выражений для $\dot{\vec{e}}_V$. Легко убедиться в том, что упомянутые соотношения можно получить и непосредственно, не вычисляя вектор $\dot{\vec{e}}_V$, а используя равенства (26), (33) – (36). Как видно из равенств (33) и (39), при $e^2 \neq 1$ угловые скорости ω_R и ω_V существенно отличаются друг от друга, причем $\omega_R = \omega_V = \omega_a$ при $e^2 = 1$.

Чтобы упростить последующие вычисления, компоненты вектора $\dot{\vec{e}}_V$ (38) выразим через декартовы координаты радиус-вектора $\vec{R}$. Используя равенства (26), (31) и (34) и вытекающие из них соотношения

$$\dot{R}_x = -(a/b)\omega_a R_y, \quad \dot{R}_y = (b/a)\omega_a R_x, \quad V\dot{V} = (a/b)e^2\omega_a^3 R_x R_y = -\omega_a^2 R\dot{R}, \qquad (41)$$

получаем следующее представление вектора $\dot{\vec{e}}_V$:

$$\dot{\vec{e}}_V = -\frac{\omega_a^2}{V}\left(\left(1 - e^2\omega_a^2(a^2/b^2)R_y^2/V^2\right)R_x,\ (1 + e^2\omega_a^2 R_x^2/V^2)R_y\right) \equiv (\dot{e}_{V,R_x}, \dot{e}_{V,R_y}), \qquad (42)$$

где функция $V = V(R_x, R_y)$ дается первой из формул (32).

Приведем формулы для частных производных компонент вектора $\dot{\vec{e}}_V$ (42):

$$\frac{\partial}{\partial R_x}\dot{e}_{V,R_x} = -\omega_a^4\frac{R_y^2}{V^3}\left(1 + 3e^2\omega_a^2\frac{R_x^2}{V^2}\right), \quad \frac{\partial}{\partial R_y}\dot{e}_{V,R_y} = -\omega_a^4\frac{R_x^2}{V^3}\left(1 - 3e^2\omega_a^2(a^2/b^2)\frac{R_y^2}{V^2}\right),$$

$$\frac{\partial}{\partial R_y}\dot{e}_{V,R_x} = \omega_a^4\frac{R_x R_y}{V^3}\left(1 + 3e^2\omega_a^2\frac{R_x^2}{V^2}\right), \quad \frac{\partial}{\partial R_x}\dot{e}_{V,R_y} = \omega_a^4\frac{R_x R_y}{V^3}\left(1 - 3e^2\omega_a^2(a^2/b^2)\frac{R_y^2}{V^2}\right).$$

С помощью последних формул вычисляем дивергенцию и ротор вектора силы инерции $\vec{F}$ (25):

$$(\vec{\nabla}\vec{F}) = -p_0\omega_a^4\frac{R^2}{V^3}\left(1 - 3e^4\omega_a^2(a^2/b^2)\frac{R_x^2 R_y^2}{R^2 V^2}\right), \quad [\vec{\nabla}\vec{F}] = -3p_0 e^2\omega_a^6\frac{R_x R_y}{V^5}[(a^2/b^2)R_y^2 + R_x^2]\vec{e}_z. \qquad (43)$$

Учитывая равенство $\omega_a^2[(a^2/b^2)R_y^2 + R_x^2] = V^2 + e^2\omega_a^2 R_x^2$, последнюю из формул (43) можно привести к виду:

$$[\vec\nabla\vec F] = -3p_0 e^2\omega_a^4\frac{R_xR_y}{V^3}\left(1+e^2\omega_a^2\frac{R_x^2}{V^2}\right)\vec e_z .$$

Как видно из полученных результатов, классическая частица, движущаяся ускоренно по инерции, порождает в окружающем пространстве поле силы инерции, которое в общем случае содержит как потенциальную, так и вихревую составляющие. Это поле оказывается чисто потенциальным только в пределе $e^2\to 0$, когда траекторией движения частицы является окружность, так как в указанном пределе $(\vec\nabla\vec F)=const/R$, $[\vec\nabla\vec F]=0$ (см. соотношения (32) и (43)). При использовании феноменологического подхода к описанию движения частицы способность частицы создавать в окружающем пространстве потенциальное силовое поле приписывают тому, что частица обладает по самой природе вещей особой физической характеристикой – электрическим зарядом, который и порождает в ее окрестности силовое поле независимо от состояния движения частицы. Как разъясняется в работе [13], частица, покоящаяся в некоторой инерциальной системе отсчета, не способна в принципе породить какое-либо силовое поле. Подчеркнем, что в развиваемой здесь теории поле силы инерции генерируется частицей при ее движении по инерции по криволинейной траектории и обращается в нуль (т. е. исчезает) в отсутствие движения (в силу (24) и (42) $\vec F=0$ при $\omega_a=0$).

Разложив вектор скорости $\vec V$ частицы на поступательную (радиальную) и вращательную компоненты согласно формулам

$$\vec V=\vec V_R+\vec V_{\phi_R},\quad \vec V_R=\dot R\vec e_R,\quad \vec V_{\phi_R}=R\dot\phi_R\vec e_{\phi_R}=[\vec\omega_R,\vec R],\quad \vec\omega_R=\dot\phi_R\vec e_z, \tag{44}$$

величину работы dA (25) можно представить в виде разложения:

$$dA=dA_R+dA_{\phi_R}, \tag{45}$$

где

$$dA_R=\vec F_R\vec V_R dt,\quad dA_{\phi_R}=\vec F_{\phi_R}\vec V_{\phi_R}dt, \tag{46}$$

$\vec F_R=F_R\vec e_R$ и $\vec F_{\phi_R}=F_{\phi_R}\vec e_{\phi_R}$ – поступательная и вращательная компоненты силы инерции $\vec F=d(m\vec V)/dt$. В силу (24) и (37) - (41) имеем:

$$F_R=-p_0\frac{R}{V}\omega_R\omega_V=-p_0\frac{R}{V}\left(\omega_a^2+\frac{\dot V\dot R}{VR}\right),\quad F_{\phi_R}=p_0\frac{\dot R}{V}\omega_V=-p_0\frac{R\dot V}{V^2}\omega_R. \tag{47}$$

Используя представление (29) для радиус-вектора $\vec R$, получаем следующие соотношения:

$$\begin{aligned}&dA_R/dt=F_R\dot R,\quad F_R=\dot m\dot R+m(\ddot R-R\dot\phi_R^2),\\&dA_{\phi_R}/dt=F_{\phi_R}R\dot\phi_R=\vec\omega_R d\vec L/dt,\quad F_{\phi_R}=\dot L/R,\quad R\dot\phi_R\neq 0.\end{aligned} \tag{48}$$

Здесь $\vec L$ – момент импульса частицы относительно центра вихря C:

$$\vec L=[\vec R,m\vec V]=L\vec e_z,\quad L=mR^2\dot\phi_R. \tag{49}$$

Из условия (20) движения частицы по инерции и равенств (45) и (48) получается следующее выражение, связывающее между собой компоненты силы инерции, которое имеет место при $R\dot\phi_R\neq 0$:

$$F_{\phi_R}=-(\dot R/R\dot\phi_R)F_R. \tag{50}$$

Согласно (50), вращательная компонента силы инерции обращается в нуль лишь при $R=const$, т. е. при условии, что траекторией частицы является окружность. Отметим, что в силу соотношений (33) и (49) момент импульса L с точностью до постоянной совпадает с массой частицы: $L=ab\omega_a m$. Используя (48), получаем следующее представление для величины F_{ϕ_R}:

$$F_{\phi_R}=ab\omega_a\dot m/R,\ \text{причем}\ dA_{\phi_R}/dt=\dot L\omega_R=ab\omega_a\omega_R\dot m. \tag{51}$$

С помощью соотношений (25), (41) и (51) можно получить следующее выражение для вращательной компоненты силы инерции, справедливое при $R\neq const$:

$$\vec{F}_{\phi_R} = e^2 a^2 p_0 \omega_a^4 \frac{R_x R_y}{R^2 V^3}(-R_y, R_x)\,. \tag{52}$$

Используя формулу (52) и аналогичную формулу для компоненты силы инерции $\vec{F}_R$, нетрудно показать, что каждая из указанных компонент силы инерции содержит как потенциальную составляющую, так и вихревую.

Вначале рассмотрим ускоренное движение частицы по инерции в сильном смысле. Полагая, что $\omega_R \neq 0$, из условий движения по инерции $dA = \vec{V}d(m\vec{V}) = 0$ и $dA_{\phi_R} = \omega_R \dot{L}dt = 0$ (см. (20), (45) и (48)) получаем соотношения:

$$mV = p_0 = const, \quad L = mR^2\omega_R = const\,, \tag{53}$$

где $V = \sqrt{\dot{R}^2 + R^2\omega_R^2}$. Как показано в [14], соотношения (53) выполняются лишь при $R = R_0 = const$, причем $R_0 = L_0 / p_0, \quad L_0 =| L |$. Следовательно, криволинейное движение частицы по инерции в сильном смысле представляет собой равномерное вращение частицы с постоянной массой по окружности ($e^2 = 0,$ см. уравнение траектории (30)). Параметры движения таковы:

$$\begin{gathered} R = R_0 = L_0 / p_0 = a = b, \quad L_0 = mR_0V_0, \quad V = R_0 \,|\, \omega_a \,| \equiv V_0, \\ m = p_0 / V_0, \quad \omega_R = \omega_V = \omega_a. \end{gathered} \tag{54}$$

Как и должно быть, формулы (54) согласуются с выражениями (32) и (40).

В случае сильной инерции, т. е. при $e = 0$, действующую на частицу силу инерции $\vec{F} = p_0\dot{\vec{e}}_V$ можно вычислить следующим образом. Учитывая, что $\dot{R} = 0$ и $\omega_R =| \omega_R | sign\omega_R \neq 0$, из равенств $\vec{V} = V\vec{e}_V = \dot{R}\vec{e}_R + R\omega_R\vec{e}_{\phi_R}$ выводим:

$$\vec{e}_V = \vec{e}_{\phi_R} sign\omega_R, \quad \dot{\vec{e}}_V = -| \omega_R | \vec{e}_R, \quad \omega_R = \omega_a\,. \tag{55}$$

Значит,

$$\vec{F} = -p_0 \,| \omega_R | \,\vec{e}_R = -p_0 \,| \omega_a | \,\vec{e}_R \neq 0\,, \tag{56}$$

но при этом $dA = \vec{F}\vec{V}dt = 0, \quad dA_{\phi_R} = \vec{F}\vec{V}_{\phi_R}dt = 0$. Как видно из (56), $\vec{F} = \vec{F}_R, \quad \vec{F}_{\phi_R} = 0$ в соответствии с формулами (50) и (51). На основании (56) можно записать:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U, \quad U = p_0 \,| \omega_a | \,R\,. \tag{57}$$

Подчеркнем, что выражения (56) и (57), как явствует из нашего анализа, справедливы лишь при $e^2 \to 0$, т. е. при $R \to R_0$.

В случае слабой инерции нужно воспользоваться уравнением траектории (30), в котором теперь $e \neq 0$, т. е. $R = R(t)$. Исключая величину R из соотношений (30) и (33), приходим к дифференциальному уравнению

$$\frac{d\phi_R}{1 - e^2\cos^2\phi_R} = \left(\omega_a / \sqrt{1 - e^2}\right)dt. \tag{58}$$

Его решение можно получить, используя табличный интеграл (см. [15], с.94, 446.7):

$$\int \frac{dx}{a^2 - b^2\cos^2 x} = \frac{1}{a\sqrt{a^2 - b^2}} arctg \frac{atgx}{\sqrt{a^2 - b^2}}, \quad a^2 > b^2, \quad a > 0.$$

Полагая в последней формуле $a = 1, \quad b^2 = e^2 < 1,$ решение уравнения (58) можно представить в виде: $arctg\left(\dfrac{tg\phi_R}{\sqrt{1 - e^2}}\right) = \omega_a t + C.$ Постоянную интегрирования C определим из условия $\phi_R = 0$ при $t = t_0$, которое дает: $C = -\omega_a t_0$. Вводя обозначение $\omega_a(t - t_0) = \phi^{(-)}$, приходим к следующей формуле:

$$arctg\left(\frac{tg\phi_R}{\sqrt{1 - e^2}}\right) = \phi^{(-)}. \tag{59}$$

Последнее равенство эквивалентно следующему (если главное значение функции $\phi^{(-)} = arctgx$ лежит в области $-\pi/2 < \phi^{(-)} < \pi/2$):

$$tg\phi^{(-)} = \frac{tg\phi_R}{\sqrt{1-e^2}}, \quad -\pi/2 < \phi^{(-)} < \pi/2. \qquad (60)$$

Нетрудно убедиться в том, что последнее равенство находится в согласии с соотношениями (31). Возведя обе части равенства (60) в квадрат, получаем после простых преобразований следующие формулы:

$$\frac{1}{\cos^2\phi_R} = (1-e^2)\frac{\sin^2\phi^{(-)}}{\cos^2\phi^{(-)}} + 1 \to \quad \cos^2\phi_R = \frac{\cos^2\phi^{(-)}}{1-e^2\sin^2\phi^{(-)}}, \quad \sin^2\phi_R = \frac{(1-e^2)\sin^2\phi^{(-)}}{1-e^2\sin^2\phi^{(-)}}. \qquad (61)$$

Используя последние формулы, выражение для R (30) можно привести к виду:

$$R = a\sqrt{1-e^2\sin^2\phi^{(-)}}. \qquad (62)$$

Дифференцируя обе части этого выражения по времени, получаем формулу (34) для $\dot{R}$.

В связи с выражением (60) возникает вопрос: как выглядит зависимость ϕ_R от $\phi^{(-)}$ вне области $\phi^{(-)}$ Є $(-\pi/2, +\pi/2)$? Чтобы ответить на этот вопрос, умножим обе части двух последних равенств (61) на R^2 и используем формулу (62). После извлечения квадратного корня из обеих частей полученных равенств получаем обобщение равенств (31):

$$\pm a\cos\phi^{(-)} = R\cos\phi_R, \quad \pm b\sin\phi^{(-)} = R\sin\phi_R.$$

Если в этих равенствах зафиксировать каким-либо способом один из знаков, то эти равенства дадут непрерывную зависимость $\vec{R} = \vec{R}(\phi^{(-)})$, определяющую траекторию движения частицы, при переходе через границу соседних областей значений $\phi^{(-)}$: от Φ_n к Φ_{n+2}, где Φ_n – область значений $\phi^{(-)}$, лежащих в интервале $n\pi/2 < \phi^{(-)} < (n+2)\pi/2$, $n = \ldots, -1, 1, 3, \ldots$ В частности, если в указанных равенствах выбрать верхний знак, то получаются равенства (31).

В заключение раздела обратимся к теореме Гаусса для поля силы инерции (см. первое из равенств (43)), сравнив ее с теоремой Гаусса для электрического (кулоновского) поля, порождаемого электрическими зарядами. Рассмотрим две классические точечные частицы с зарядами q_1 и q_2, расположенные в некоторой ИСО в точках $\vec{r} = \vec{r}_1$ и $\vec{r} = \vec{r}_2$. По закону Кулона, на частицу 1 действует со стороны частицы 2 сила $\vec{F}_{12}$,

$$\vec{F}_{12} = kq_1q_2(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)/|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3 = -\vec{\nabla}_{\vec{r}_1} kq_1q_2/|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|, \quad \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \neq 0.$$

Из этого выражения следует теорема Гаусса:

$$\vec{\nabla}_{\vec{r}_1}\vec{F}_{12} = -\vec{\nabla}^2_{\vec{r}_1} kq_1q_2/|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = 4\pi kq_1q_2\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \qquad (63)$$

которую принято трактовать следующим образом. Плотность заряда $q_1\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \equiv \rho_1$ является источником электрического поля, порождаемого зарядом q_1 в точке нахождения заряда q_2, а плотность заряда $q_2\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \equiv \rho_2$ – источником поля, порождаемого зарядом q_2 в точке нахождения заряда q_1. Отметим, что

$$\vec{\nabla}_{\vec{r}_1}\vec{F}_{12} = 0 \text{ при } \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \neq 0. \qquad (64)$$

Из сравнения соотношений (63) и (64) с первым из равенств (43) видно, что имеется существенное различие между величинами $\vec{\nabla}\vec{F}$ (43) и $\vec{\nabla}_{\vec{r}_1}\vec{F}_{12}$ (63). Поскольку $\vec{\nabla}\vec{F} \neq 0$, то можно утверждать, что частица, движущаяся ускоренно по инерции, индуцирует электрический заряд, но в силу (43) этот заряд, в отличие от заряда, порождающего кулоновское поле, не локализован на частице, а «размазан» по всей области движения частицы. Индуцированный заряд представляет собой облако электрически заряженной материи, которое окутывает частицу, непрерывно изменяя свою форму и перемещаясь вместе с частицей; его линейные размеры порядка размеров траектории, по которой движется частица.

4. Уравнения электромагнитного поля, порождаемого ускоренно движущейся по инерции классической частицей, и их решение

Перейдем к выводу уравнений электромагнитного поля, генерируемого классической частицей, описанной в предыдущем разделе. Для упрощения выкладок далее ограничимся рассмотрением области $e^2 << 1$.

Разложим силу инерции $\vec{F}$, рассматривая ее как функцию от R_x, R_y, по степеням e^2. С этой целью воспользуемся формулой $b^2 / a^2 = 1 - e^2$, разложением (см. (32))

$$V = |\omega_a| \sqrt{(1-e^2)R_x^2 + \frac{1}{1-e^2} R_y^2} = |\omega_a| R \left(1 - e^2 \frac{R_x^2 - R_y^2}{2R^2} + \cdots \right) \qquad (65)$$

и равенствами (24) и (42). Несложные преобразования дают в e^2 – приближении:

$$\vec{F} = -p_0 |\omega_a| \frac{1}{R} \left(R_x \left(1 + \frac{e^2}{2} \frac{R_x^2 - 3R_y^2}{R^2} \right); \quad R_y \left(1 + \frac{e^2}{2} \frac{3R_x^2 - R_y^2}{R^2} \right) \right). \qquad (66)$$

Приведем также выражения для дивергенции и ротора силы инерции, справедливые с точностью e^2 (см. (43)):

$$(\vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{F}) = -p_0 |\omega_a| \frac{1}{R} \left(1 + \frac{3}{2} e^2 \frac{R_x^2 - R_y^2}{R^2} \right); \quad [\vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{F}] = \left(\frac{\partial F_y}{\partial R_x} - \frac{\partial F_x}{\partial R_y} \right) \vec{e}_z = -3p_0 |\omega_a| e^2 \frac{R_x R_y}{R^3} \vec{e}_z,$$
$$(\vec{e}_z [\vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{F}]) = (\vec{\nabla}_{\vec{R}} [\vec{F} \vec{e}_z]) = -3p_0 |\omega_a| e^2 R_x R_y / R^3. \qquad (67)$$

Учитывая равенства (41), вектор скорости $\vec{V}$ можно записать в виде функции, зависящей от $\vec{R} = \vec{R}(t) = (R_x, R_y)$:

$$\vec{V} = \dot{\vec{R}} = -\omega_a \big((a/b) R_y, -(b/a) R_x \big) \equiv \tilde{\vec{V}}(\vec{R}) \ . \qquad (68)$$

Считая, что все рассматриваемые далее функции являются сложными функциями времени вида $f(t) = f(\vec{R}(t))$, выводим (см. раздел 2):

$$\frac{d}{dt} = \dot{R}_x \frac{\partial}{\partial R_x} + \dot{R}_y \frac{\partial}{\partial R_y} = -\frac{a}{b} \omega_a R_y \frac{\partial}{\partial R_x} + \frac{b}{a} \omega_a R_x \frac{\partial}{\partial R_y},$$
$$\vec{\nabla}_{\vec{R}} = \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial R_x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial R_y}, \quad \left[\frac{d}{dt}, \vec{\nabla}_{\vec{R}} \right]_- = -\omega_a \left(\vec{e}_x \frac{b}{a} \frac{\partial}{\partial R_y} - \vec{e}_y \frac{a}{b} \frac{\partial}{\partial R_x} \right). \qquad (69)$$

В силу (68) и (69) выполняется равенство

$$\vec{\nabla}_{\vec{R}} \tilde{\vec{V}} = 0, \qquad (70)$$

вследствие которого имеет место соотношение:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\vec{\nabla}_{\vec{R}} (\vec{j}), \quad \vec{j} = -\tilde{\vec{V}} \rho. \qquad (71)$$

Дифференцируя по времени обе части теоремы Гаусса для силы инерции, $\vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{F} = \rho_{\vec{F}}$ (см. (3)), получаем:

$$\frac{d}{dt} (\vec{\nabla}_{\vec{R}} \vec{F}) = \vec{\nabla}_{\vec{R}} \frac{d\vec{F}}{dt} + \left[\frac{d}{dt}, \vec{\nabla}_{\vec{R}} \right]_- \vec{F} = \frac{d\rho_{\vec{F}}}{dt} \ . \qquad (72)$$

С помощью последней из формул (69) выводим:

$$\left[\frac{d}{dt}, \vec{\nabla}_{\vec{R}} \right]_- \vec{F} = -\omega_a \left(\frac{b}{a} \frac{\partial F_x}{\partial R_y} - \frac{a}{b} \frac{\partial F_y}{\partial R_x} \right). \qquad (73)$$

Если наряду с вектором $\vec{F} = (F_x, F_y)$ ввести вектор

$$\tilde{\vec{F}} = (\frac{a}{b} F_y, -\frac{b}{a} F_x), \qquad (74)$$

то правую часть (73) можно записать в виде дивергенции: $\omega_a(\vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{\tilde{F}}) = \vec{\nabla}_{\vec{R}}(\omega_a\vec{\tilde{F}})$.
Следовательно, равенство (73) можно представить в форме:

$$\left[\frac{d}{dt},\vec{\nabla}_{\vec{R}}\right]_{-}\vec{F} = \vec{\nabla}_{\vec{R}}(\omega_a\vec{\tilde{F}}). \tag{75}$$

Используя (71) и (75), соотношение (72) можно записать в виде:

$$\vec{\nabla}_{\vec{R}}\left(\frac{d\vec{F}}{dt} + \omega_a\vec{\tilde{F}} - \vec{\tilde{V}}\rho_{\vec{F}}\right) = 0. \tag{76}$$

Мы приходим, таким образом, к следующей паре уравнений:

$$\frac{d\vec{F}}{dt} + \omega_a\vec{\tilde{F}} - \vec{\tilde{V}}\rho_{\vec{F}} = c_1[\vec{\nabla}_{\vec{R}},\vec{H}], \quad \vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{F} = \rho_{\vec{F}}, \tag{77}$$

где $c_1 = const$, $\vec{H}$ – некоторое векторное поле (будем называть его магнитным), сопутствующее классической частице, которая движется ускоренно по инерции. Отметим, что если по аналогии с вектором $\vec{\tilde{F}}$ (74) ввести вектор $\vec{\tilde{R}} = (\frac{a}{b}R_y, -\frac{b}{a}R_x)$, то вектор скорости $\vec{\tilde{V}}$ (68) можно записать в виде: $\vec{\tilde{V}} = -\omega_a\vec{\tilde{R}}$.

Перейдем к выводу первой пары уравнений движения поля. Вводя теорему Гаусса для магнитного поля,

$$\vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{H} = \rho_{\vec{H}}, \tag{78}$$

где $\rho_{\vec{H}}$ – источник магнитного поля, дифференцируем обе части равенства (78) по времени. Используя равенства: $\frac{d\rho_{\vec{H}}}{dt} = \vec{\nabla}_{\vec{R}}(\vec{\tilde{V}}\rho_{\vec{H}})$ и $\left[\frac{d}{dt},\vec{\nabla}_{\vec{R}}\right]_{-}\vec{H} = \vec{\nabla}_{\vec{R}}(\omega_a\vec{\tilde{H}})$, где $\vec{\tilde{H}} = (\frac{a}{b}H_y, -\frac{b}{a}H_x)$, см. (71), (74) и (75), после несложных преобразований, аналогичных тем, которые привели к уравнениям (77), получаем соотношение:

$$\vec{\nabla}_{\vec{R}}\left(\frac{d\vec{H}}{dt} + \omega_a\vec{\tilde{H}} - \vec{\tilde{V}}\rho_{\vec{H}}\right) = 0. \tag{79}$$

Так мы приходим к первой паре уравнений (ср. с (77)):

$$\frac{d\vec{H}}{dt} + \omega_a\vec{\tilde{H}} - \vec{\tilde{V}}\rho_{\vec{H}} = c_2[\vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{F}], \quad \vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{H} = \rho_{\vec{H}}. \tag{80}$$

Отметим соотношения:

$$\vec{D}_{\vec{F}}(\vec{\tilde{V}}) = \omega_a\vec{\tilde{F}}, \quad \vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{D}_{\vec{F}}(\vec{\tilde{V}}) = \vec{\nabla}_{\vec{R}}(\omega_a\vec{\tilde{F}}), \tag{81}$$

где

$$\vec{D}_{\vec{F}}(\vec{\tilde{V}}) = \vec{F}(\vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{\tilde{V}}) - (\vec{F}\vec{\nabla}_{\vec{R}})\vec{\tilde{V}}. \tag{82}$$

Выпишем полную систему уравнений, управляющих полем, которое индуцируется классической частицей, совершающей ускоренное движение по инерции по траектории в виде эллипса (ср. с (13)):

$$\begin{aligned} &\frac{d\vec{H}}{dt} + \omega_a\vec{\tilde{H}} + \vec{j}_{\vec{H}} = c_2[\vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{F}], \quad \vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{H} = \rho_{\vec{H}}, \\ &\frac{d\vec{F}}{dt} + \omega_a\vec{\tilde{F}} + \vec{j}_{\vec{F}} = c_1[\vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{H}], \quad \vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{F} = \rho_{\vec{F}}, \end{aligned} \tag{83}$$

где $\rho_{\vec{F}}$ и $\rho_{\vec{H}}$ – источники полей $\vec{F}$ и $\vec{H}$; $\vec{j}_{\vec{F}} = -\vec{\tilde{V}}\rho_{\vec{F}}$ и $\vec{j}_{\vec{H}} = -\vec{\tilde{V}}\rho_{\vec{H}}$ – плотности электрического и магнитного токов, порождаемых частицей, движущейся ускоренно по инерции; $\vec{\tilde{V}} = -\omega_a\left((a/b)R_y, -(b/a)R_x\right)$; $\omega_a\vec{\tilde{F}}$ и $\omega_a\vec{\tilde{H}}$ – поправки к электрическому и магнитному токам. Плотности зарядов и токов удовлетворяют тождествам (см. (71)):

$$\frac{d\rho_{\vec F}}{dt}+\vec\nabla_{\vec R}(\vec j_{\vec F})=0,\quad \frac{d\rho_{\vec H}}{dt}+\vec\nabla_{\vec R}(\vec j_{\vec H})=0. \tag{84}$$

Уравнения (83) представляют собой частный случай системы уравнений (13), описывающий электромагнитное поле, порождаемое при движении классической частицы по инерции по эллиптической траектории. Уравнения (83) аналогичны обычным уравнениям Максвелла: как и уравнения Максвелла, они описывают поле, порождаемое классической частицей. Различие между ними состоит в том, что уравнения (83) относятся к незаряженной частице, движущейся по инерции по криволинейной траектории, а уравнения Максвелла относятся к точечному электрическому заряду, который создает гипотетическое кулоновское поле.

Перейдем к решению уравнений (83). Задача состоит в том, чтобы по известным компонентам вектора силы инерции $\vec F=(F_x,F_y)$ вычислить компоненты магнитного поля $\vec H=(H_x,H_y,H_z)$. Поскольку рассматривается плоская задача, т. е. $\vec R=(R_x,R_y)$, то считаем, что $H_i=H_i(R_x,R_y),\ i=x,y,z.$

Вначале выписываем дивергентные составляющие уравнений (83):

$$\rho_{\vec F}=\vec\nabla_{\vec R}\vec F=-p_0\,|\,\omega_a\,|\frac{1}{R}\left(1+\frac{3}{2}e^2\frac{R_x^2-R_y^2}{R^2}\right);\quad \rho_{\vec H}=\vec\nabla_{\vec R}\vec H=\frac{\partial H_x}{\partial R_x}+\frac{\partial H_y}{\partial R_y}. \tag{85}$$

Левые части двух оставшихся уравнений (83) удобно записать в виде:

$$\frac{d\vec H}{dt}+\omega_a\tilde{\vec H}+\vec j_{\vec H}=\left(\frac{\partial A_{\vec H}}{\partial R_y},-\frac{\partial A_{\vec H}}{\partial R_x},\frac{dH_z}{dt}\right),\quad \frac{d\vec F}{dt}+\omega_a\tilde{\vec F}+\vec j_{\vec F}=\left(\frac{\partial A_{\vec F}}{\partial R_y},-\frac{\partial A_{\vec F}}{\partial R_x},0\right), \tag{86}$$

где $A_{\vec H}=\omega_a\left(\frac{b}{a}R_xH_x+\frac{a}{b}R_yH_y\right),\quad A_{\vec F}=\omega_a\left(\frac{b}{a}R_xF_x+\frac{a}{b}R_yF_y\right)$. Легко проверить, учитывая (66) и (67), что имеют место равенства:

$$\begin{gathered}A_{\vec F}=-p_0\omega_a\,|\,\omega_a\,|\,R,\quad [\vec\nabla_{\vec R}\vec F]=\left(0,0,-3p_0\,|\,\omega_a\,|\,e^2\frac{R_xR_y}{R^3}\right),\\ [\vec\nabla_{\vec R}\vec H]=\left(\frac{\partial H_z}{\partial R_y},-\frac{\partial H_z}{\partial R_x},\frac{\partial H_y}{\partial R_x}-\frac{\partial H_x}{\partial R_y}\right).\end{gathered} \tag{87}$$

Подействуем векторно оператором $\vec\nabla_{\vec R}$ на обе части первого и третьего уравнений (83). Учитывая (86) и принимая во внимание, что величины $A_{\vec H}$ и $A_{\vec F}$ не зависят от R_z, найдем:

$$\begin{gathered}\left(\frac{\partial}{\partial R_y}\frac{dH_z}{dt},-\frac{\partial}{\partial R_x}\frac{dH_z}{dt},-\left(\frac{\partial^2}{\partial R_x^2}+\frac{\partial^2}{\partial R_y^2}\right)A_{\vec H}\right)=\vec\nabla_{\vec R}(\vec\nabla_{\vec R}\vec F)-\vec\nabla_{\vec R}^2\vec F,\\ \left(0,\quad 0,\ -\left(\frac{\partial^2}{\partial R_x^2}+\frac{\partial^2}{\partial R_y^2}\right)A_{\vec F}\right)=\vec\nabla_{\vec R}(\vec\nabla_{\vec R}c_1\vec H)-\vec\nabla_{\vec R}^2c_1\vec H.\end{gathered} \tag{88}$$

При получении равенств (88) мы полагали, что в уравнениях (83) $c_2=1$ и $c_1=c_1(R)$, и поэтому величина $c_1[\vec\nabla_{\vec R}\vec H]$ была заменена величиной $[\vec\nabla_{\vec R},c_1\vec H]$. Первое из уравнений (88) эквивалентно следующим трем уравнениям:

$$\frac{\partial}{\partial R_y}\frac{dH_z}{dt}=\frac{\partial}{\partial R_x}\rho_{\vec F}-\vec\nabla_{\vec R}^2F_x,\quad -\frac{\partial}{\partial R_x}\frac{dH_z}{dt}=\frac{\partial}{\partial R_y}\rho_{\vec F}-\vec\nabla_{\vec R}^2F_y,\quad \left(\frac{\partial^2}{\partial R_x^2}+\frac{\partial^2}{\partial R_y^2}\right)A_{\vec H}=0. \tag{89}$$

Заметим, что если подействовать оператором $\partial/\partial R_x$ на обе части первого из уравнений (89) и оператором $\partial/\partial R_y$ на обе части второго и затем оба уравнения сложить почленно, то получается, как и должно быть, тождество: $\left(\frac{\partial^2}{\partial R_x^2}+\frac{\partial^2}{\partial R_y^2}\right)\rho_{\vec F}-\vec\nabla_{\vec R}^2(\vec\nabla_{\vec R}\vec F)=0$. Второе из уравнений (88) эквивалентно следующим:

$$\frac{\partial}{\partial R_x}(\vec{\nabla}_{\vec{R}} c_1\vec{H}) = \vec{\nabla}^2_{\vec{R}}(c_1 H_x), \quad \frac{\partial}{\partial R_y}(\vec{\nabla}_{\vec{R}} c_1\vec{H}) = \vec{\nabla}^2_{\vec{R}}(c_1 H_y), \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial R_x^2}+\frac{\partial^2}{\partial R_y^2}\right)A_{\vec{F}} = \vec{\nabla}^2_{\vec{R}}(c_1 H_z). \quad (90)$$

Несложные преобразования приводят первые два из уравнений (90) к следующим:

$$\frac{\partial}{\partial R_y}\left(\frac{\partial}{\partial R_x}(c_1H_y)-\frac{\partial}{\partial R_y}(c_1H_x)\right)=0, \quad \frac{\partial}{\partial R_x}\left(\frac{\partial}{\partial R_y}(c_1H_x)-\frac{\partial}{\partial R_x}(c_1H_y)\right)=0.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\partial}{\partial R_x}(c_1H_y)-\frac{\partial}{\partial R_y}(c_1H_x) \equiv B_1 = const. \quad (91)$$

Учитывая равенства (86), систему уравнений (83) можно записать в виде:

$$\begin{gathered}\frac{\partial A_{\vec{H}}}{\partial R_y}=0, \quad \frac{\partial A_{\vec{H}}}{\partial R_x}=0, \quad \omega_a\left(-\frac{a}{b}R_y\frac{\partial}{\partial R_x}+\frac{b}{a}R_x\frac{\partial}{\partial R_y}\right)H_z = -3p_0\,|\omega_a|\,e^2\frac{R_xR_y}{R^3}, \\ \frac{\partial}{\partial R_y}(A_{\vec{F}}-c_1H_z)=0, \quad \frac{\partial}{\partial R_x}(A_{\vec{F}}-c_1H_z)=0, \quad \frac{\partial(c_1H_y)}{\partial R_x}-\frac{\partial(c_1H_x)}{\partial R_y}=0.\end{gathered} \quad (92)$$

Отметим, что первые два уравнения (92) согласуются с последним из уравнений (89). Из сравнения последнего из уравнений (92) с (91) видно, что $B_1 = 0$. Из четвертого и пятого уравнений приведенной системы получим:

$$A_{\vec{F}} - c_1H_z \equiv B_2 = const, \quad (93)$$

а из третьего уравнения найдем:

$$H_z = -3p_0\frac{|\omega_a|}{\omega_a}\frac{1}{R}. \quad (94)$$

Полагая $B_2 = 0,$ из двух последних равенств выводим:

$$c_1 = \omega_a^2R^2/3\,. \quad (95)$$

Отметим, что выражение (93) согласуется с последним из уравнений (90).

Из уравнений (92) нам осталось рассмотреть первые два уравнения, решение которых можно записать в виде: $A_{\vec{H}} = B, \quad B = const,$ где $\frac{A_{\vec{H}}}{\omega_a} = \frac{b}{a}R_xH_x + \frac{a}{b}R_yH_y$, и последнее уравнение.

Значит, остается найти такое решение уравнения

$$\frac{\partial(c_1H_y)}{\partial R_x}-\frac{\partial(c_1H_x)}{\partial R_y}=0\,, \quad (96)$$

которое подчиняется дополнительному условию

$$\frac{b}{a}R_xH_x+\frac{a}{b}R_yH_y=\frac{B}{\omega_a}=const\,. \quad (97)$$

Учитывая равенство (95), введем новые переменные:

$$X = R^2H_x, \quad Y = R^2H_y. \quad (98)$$

В этих переменных уравнение (96) и условие (97) принимают вид:

$$\frac{\partial Y}{\partial R_x}-\frac{\partial X}{\partial R_y}=0, \quad \frac{1}{R^2}\left(\frac{b}{a}R_xX+\frac{a}{b}R_yY\right)=\frac{B}{\omega_a}. \quad (99)$$

Если положить:

$$X = \alpha_xR_x, \quad Y=\alpha_yR_y, \quad \alpha_x = const, \quad \alpha_y = const, \quad (100)$$

то уравнение (99) удовлетворяется, а дополнительное условие приводится к виду:

$$\frac{1}{R^2}\left(\frac{b}{a}\alpha_xR_x^2+\frac{a}{b}\alpha_yR_y^2\right)=\frac{B}{\omega_a}.$$

Отсюда, полагая $\alpha_i = \alpha^{(0)} + e^2\alpha_i^{(1)}, \quad i = x, y,$ в нулевом приближении по e^2 и в e^2–приближении получаем:

$$\alpha^{(0)} = B/\omega_a, \quad \alpha_x^{(1)} = \alpha^{(0)}/2, \quad \alpha_y^{(1)} = -\alpha^{(0)}/2.$$

Окончательные формулы имеют вид:

$$H_i = \alpha_i R_i / R^2, \quad i = x, y, \quad \alpha_x = \alpha^{(0)}(1 + e^2/2), \quad \alpha_y = \alpha^{(0)}(1 - e^2/2), \quad \alpha^{(0)} = B/\omega_a. \quad (101)$$

На основании соотношений (87), (94) и (101) получаем следующие равенства:

$$\rho_{\vec{H}} = \vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{H} = -e^2\alpha^{(0)}\frac{R_x^2 - R_y^2}{R^4},$$
$$[\vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{H}] = \left(\beta\frac{R_y}{R^3},\ -\beta\frac{R_x}{R^3},\ 2e^2\alpha^{(0)}\frac{R_xR_y}{R^4}\right), \quad \beta = 3p_0\frac{|\omega_a|}{\omega_a}. \quad (102)$$

Как видно из (102), $\rho_{\vec{H}} = 0$ лишь при $e^2 = 0$. При $e^2 \neq 0$ магнитное поле $\vec{H}$ содержит, помимо вихревой компоненты, и потенциальную компоненту.

Магнитное поле $\vec{H}$ можно представить в виде суперпозиции обеих компонент:

$$\vec{H} = \vec{H}' + \vec{H}'', \quad \vec{H}' = \vec{\nabla}_{\vec{R}}\phi, \quad \vec{H}'' = [\vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{A}], \quad (103)$$

где ϕ и $\vec{A}$ – скалярный и векторный потенциалы магнитного поля. В e^2– приближении потенциалы выражаются формулами:

$$\phi = c_1\ln R + c_2\frac{R_x^2 - R_y^2}{R^2}, \quad \vec{A} = \left(\beta\frac{R_y}{R}, -\beta\frac{R_x}{R}, 2c_2\frac{R_xR_y}{R^2}\right), \quad (104)$$

где $c_1 = \alpha^{(0)}, \quad c_2 = e^2\alpha^{(0)}/4, \quad \beta = 3p_0\frac{|\omega_a|}{\omega_a}$. Легко убедиться в том, что выполняется равенство $\vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{A} = 0$, т. е. вектор–потенциал $\vec{A}$ (104) описывает чисто вихревое поле. Приведем окончательные формулы для компонент магнитного поля:

$$\vec{H}' = \alpha^{(0)}\Big((R_x/R^2)(1 + e^2R_y^2/R^2), \quad (R_y/R^2)(1 - e^2R_x^2/R^2), \quad 0\Big),$$
$$\vec{H}'' = \Big(e^2\alpha^{(0)}R_x(R_x^2 - R_y^2)/(2R^4), \quad e^2\alpha^{(0)}R_y(R_x^2 - R_y^2)/(2R^4), \quad -\beta/R\Big). \quad (105)$$

Согласно (105), $|H_i''|/|H_i'| \sim e^2$ при $i = x, y$, т. е. при $e^2 << 1$ потенциальные компоненты $i = x, y$ магнитного поля оказываются значительно большими по величине, чем вихревые. С физической точки зрения, наличие потенциальной компоненты магнитного поля означает, что классическая частица, движущаяся ускоренно по инерции, обладает магнитным зарядом, величина которого пропорциональна $\vec{\nabla}_{\vec{R}}\vec{H}' = \vec{\nabla}_{\vec{R}}^2\phi$. Как и электрический заряд, индуцируемый частицей, индуцированный магнитный заряд не локализован на частице, а распределен в виде облака магнитно заряженной материи в той области пространства, в которой лежит траектория движения частицы.

Отметим, что впервые на существование двух типов магнитного поля – обычного, вихревого, и не известного ранее, скалярного, обратил внимание Г. В. Николаев [1-3]. Согласно Г. В. Николаеву, если обычное магнитное поле определяется формулой $\vec{H} = [\vec{\nabla}\vec{A}]$, то новый тип магнитного поля определяется через потенциальную компоненту вектор-потенциала следующим образом: $H_{||} = -\vec{\nabla}\vec{A}$. Если $\vec{A} = -\vec{\nabla}\Psi$, где Ψ - скалярная величина, то $H_{||} = \vec{\nabla}^2\Psi$. Электрическое и магнитное поля следует рассматривать, очевидно, на равных основаниях, используя однотипные понятия и определения. Поэтому естественно считать, что скаляр Ψ, входящий в последнюю формулу, совпадает со скалярным потенциалом ϕ, определяющим потенциальную компоненту $\vec{H}'$ магнитного поля (см.(103)). Тогда скалярное магнитное поле $H_{||}$, введенное Николаевым, и поле $\vec{H}'$ связаны между собой формулой: $H_{||} = \vec{\nabla}\vec{H}'$. Отсюда видно, что скалярное магнитное поле $H_{\|}$ имеет следующий физический смысл: его величина пропорциональна индуцированному магнитному заряду частицы. Таким образом, физическая сущность открытия Николаева состоит в том, что движущаяся электрически заряженная частица обладает магнитным зарядом, который генерирует в окружающем пространстве потенциальное магнитное поле (подобно тому, как в общепринятой теории электрический заряд генерирует кулоновское поле). Результаты исследований, представленных в [1-3], показывают, что открытие скалярного магнитного поля позволило устранить многие противоречия и парадоксы современной электродинамики и объяснить ряд экспериментальных фактов, не находивших объяснения ранее. Это связано с тем, что по своим физическим свойствам скалярное магнитное поле существенно отличается от вихревого магнитного поля. Так, если электрический заряд движется вдоль магнитных силовых линий, то сила взаимодействия заряда с магнитным полем обращается в нуль в случае вихревого поля, как это следует из выражения для силы Лоренца, и достигает максимального значения в случае скалярного поля. Помимо этого, скалярное магнитное поле, в отличие от вихревого, не взаимодействует с ферромагнитными материалами [3].

Скалярное магнитное поле обладает более высокой биологической активностью, чем вихревое. Оказалось, например, что зерна пшеницы, обработанные скалярным магнитным полем и обычным, отличаются по прорастанию семян почти на порядок [1]. В экспериментальной медицине удалось найти чисто опытным путем такие конфигурации постоянных магнитов, при которых эффективность лечения магнитами (магнитная терапия) значительно возрастает [16]. Эксперименты показывают, что лечебные свойства магнитов обусловлены, главным образом, скалярным магнитным полем, которое фактически впервые было обнаружено Б. В. Болотовым [10]. Изучая поле, создаваемое электромагнитом с тороидальным сердечником, Б. В. Болотов обнаружил, что, помимо обычного магнитного поля внутри тороида, в пространстве около тороида индуцируется дополнительное поле, которое он назвал биополем в связи с его высокой биологической активностью и «неэлектромагнитным агентом магнитного поля».

5. Заключение

На основании результатов исследований, изложенных в данной работе, можно сделать следующие выводы:

1. Электромагнитное взаимодействие является прямым следствием законов механики. Электромагнитное поле порождается классической точечной частицей, движущейся по криволинейной траектории по инерции. Система уравнений, управляющих движением электромагнитного поля, может быть получена из рассмотрения указанного выше движения классической частицы. Следовательно, физические характеристики электромагнитного поля можно определить, используя законы механики.

2. При ускоренном движении классической частицы по инерции индуцируется как электрический, так и магнитный заряды. Индуцированные заряды характеризуются тем, что они не локализованы на порождающей их частице, а «размазаны» в той области пространства, в которой происходит движение частицы. Индуцированный заряд представляет собой облако заряженной материи, окутывающее частицу; его величина не сохраняется, изменяясь со временем при движении частицы. Существование магнитного заряда связано с тем, что магнитное поле, возникающее при движении частицы, содержит потенциальную компоненту.

3. Общепринятая формулировка электродинамики исходит из представлений о том, что электрический заряд – особая характеристика частицы, ответственная за образование кулоновского поля в окружающем пространстве. Электрический заряд, будучи как бы собственностью частицы, локализован на ней и сохраняется со временем. Магнитное поле, порождаемое движущимся зарядом, является чисто вихревым. Из полученных в данной работе результатов видно, что упомянутые представления, лежащие в основе электродинамики, не имеют ничего общего с реальностью. Поэтому не удивительно, что теория электромагнитного поля, исходящая из упомянутых представлений, приводит к неверным основным уравнениям поля. Очевидно, что трудности электродинамики невозможно устранить путем совершенствования и усложнения используемых в теории математических методов, сохраняя при этом без изменений укоренившиеся представления об электрическом заряде и кулоновском поле.

4. В данной работе рассматривается электромагнитное поле, генерируемое при ускоренном движении по инерции одной классической частицы. Согласно [4], учет пробного электрического заряда, рассматриваемого в качестве элементарного измерительного прибора, служащего для проведения процедуры измерений в электромагнитном поле, требует существенного изменения уравнений движения поля. Поэтому следующий шаг должен состоять в рассмотрении поля, генерируемого двухчастичной системой, находящейся в состоянии ускоренного движения по инерции. Решение этой задачи позволит определить силу взаимодействия между частицами, движущимися ускоренно по инерции.

Литература:

1. *Николаев Г. В.* Тайны электромагнетизма и свободная энергия. Новые концепции физического мира. – Томск: ООО «НТЦ НЭД», 2002.
2. *Николаев Г. В.* Современная электродинамика и причины ее парадоксальности. Перспективы построения непротиворечивой электродинамики. – Томск: Изд. «Твердыня», 2003.
3. *Николаев Г. В.* Электродинамика физического вакуума. Новые концепции физического мира. – Томск: ООО «НТЦ НЭД», 2004.
4. *Олейник В. П.* Проблема Дирака. Обобщение уравнений Максвелла для электромагнитного поля. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. – 2014. – Т. 14.– №3(55). – С. 5–17.
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. – М.: Наука, 1973.
6. *Олейник В. П., Прокофьев В. П.* Вращательная инерция и ее физические следствия. Что такое гравитация? // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. – 2008. – Т. 8. – №2(30). – С. 23–56.
7. *Олейник В. П.* Новый подход к проблеме движения: ускоренные движения по инерции. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. – 2009. – Т. 9. – №3(35). – С. 24–56.
8. *Олейник В. П.* О физической природе гравитации. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. – 2010. – Т. 10. – №3(39). – С. 24–55.
9. *Олейник В. П., Третяк О. В.* Проблема инерции и антигравитация. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. – 2011. – Т. 11. – №1(41). – С. 24–52.
10. *Болотов Б. В.* Шаги к долголетию. – М., СПб., Нижний Новгород, Воронеж, Ростов-н/Д., Екатеринбург, Самара, К., Харьков, Мн.: Изд-во «ПИТЕР», 2003.
11. *Oleinik V. P.* Motions by inertia and the Coulomb field. // Odessa astronomical publications. Vol. 25, Issue 2. – 2012. – P. 133.
12. *Олейник В. П.* Криволинейные движения по инерции и закон Кулона. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. – 2012. – Т. 12. – №3(47). – С. 34–39.
13. *Олейник В. П.* Закон всемирного тяготения и криволинейное движение по инерции. О физической природе силы, регистрируемой в опыте Кавендиша. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. – 2013. – Т. 13. – №4(52). – С. 11–32.
14. Олейник В. П. О физической сущности явления криволинейного движения по инерции. Классическая частица как открытая самоорганизующаяся система. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. – 2013. – Т. 13. – №2(50). – С. 13–46.
15. *Двайт Г. Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. – М.: Наука, 1978.
16. *Сокольский Ю. М.* Исцеляющий магнит. – СПб.: Полигон, 1998.

Статья поступила в редакцию 20.01.2015

Oleinik V. P.

The Dirac problem, part 2.
Electromagnetic interaction as a direct consequence of the laws of mechanics

It is shown that electromagnetic interaction is not a special kind of interaction between material particles. Electromagnetic field equations are obtained as a direct consequence of the laws of mechanics. They are derived from consideration of the curvilinear motion of a classical particle by inertia, without resorting to the hypothesis of the existence of electrical charges that can generate the Coulomb field. At the specified motion, both the electric and magnetic charges are induced by particle. The peculiarity of the induced charges is that they are not localized on the particle generating electromagnetic field, but are «smeared out» in the space region in which the particle motion by inertia takes place. The presence of the induced magnetic charge means that the magnetic field generated by moving particle contains the unusual scalar (potential) component, in addition to the usual vortex one. The existence of scalar component of the magnetic field was first discovered by G. V. Nikolaev [1-3]. According to his results, taking into account the scalar component of the magnetic field allows one to remove a lot of difficulties of standard electrodynamics and to explain a number of experimental facts that can not be explained, while remaining within the rooted ideas of electrodynamics.

Key words: Dirac problem, electromagnetic interaction as a result of the laws of mechanics, curvilinear motion by inertia, induced electric and magnetic charges, potential component of magnetic field.