1—5—18　ダクト内音響伝搬解析への境界要素法の適用例*

寺尾道仁　△関根秀久　◉田辺滋樹　（神奈川大学）

1．はじめに

境界要素法BEMによる音場計算に関して、部分領域分割によるフロント解法の導入を試みた。

2．境界積分表示

二次元音場の境界Γ上のソース点iに関する直接法での境界積分表現は式(1)のように与えられる。

$$p^i/2=\int_\Gamma (qp^{i*}-pq^{i*})\,d\Gamma \qquad (1)$$

ここで、p: 複素音圧，$q=\partial p/\partial n$，n：境界面の外向き単位法線である。p^{i*}としてはHelmholtz方程式の基本解

$$p^{i*}=-j'/4\cdot H_0^{(2)}(kr) \qquad (2)$$

を用いている。また、

$$q^{i*}=\partial p^i/\partial n$$
$$=j'/4\cdot kd/r\cdot H_1^{(2)}(kr) \qquad (3)$$

ただし、rおよびdはソース点iからそれぞれ考える境界面上の点jおよびその接平面に至る距離、また、k：波長定数，$j'=-\sqrt{-1}$　である。

$H_0^{(2)}$および$H_1^{(2)}$はそれぞれ0次および1次の2種Hankel関数、すなわち、

$$H_0^{(2)}(kr)=J_0(kr)-j'Y_0(kr) \qquad (4a)$$
$$H_1^{(2)}(kr)=J_1(kr)-j'Y_1(kr) \qquad (4b)$$

である。ここで、J_0およびY_0はそれぞれ0次、1次の第1種および2種のBessel関数である。

3．離散化方程式

一定境界要素を採用すれば、式(1)は

$$\Sigma_j\,(H_{ij}p_j-G_{ij}q_j)=0 \qquad (5)$$

となる。ただし、第j境界要素の表面をΓ_jとして、

$$G_{ij}=\int_{\Gamma_j} p^{i*}\,d\Gamma \qquad (6a)$$
$$H_{ij}=\int_{\Gamma_j} q^{i*}\,d\Gamma+1/2\,\Delta^i \qquad (6b)$$

としている。ここで、Δ^iはj＝1のとき1，j≠iのとき0をとる。

4．積分の計算

式(6)の積分は、ガウス法によった。j≠iのときについては、10点法で計算した。一方、j＝iのとき、$H_{ii}=-1/2$であるが、G_{ii}は、次のように計算している。

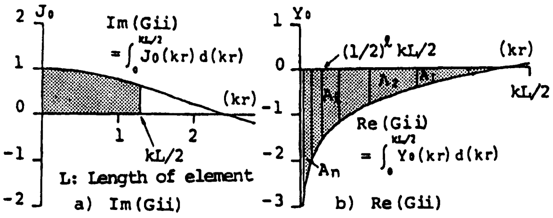


Fig.1 Calculation of the integral including Bessel function.

式(2)，(3)，(4)および(6)より、

$$G_{ii}=j'/2\int_0^{kL/2}J_0(kr)\,d(kr)$$
$$-1/2\cdot\int_0^{kL/2}Y_0(kr)\,d(kr) \qquad (7)$$

この虚部$I_m(G_{ii})$は、Fig. 1aに示すような被積分関数であり、j≠iのときと同様に計算できる。しかし、実部 $Re(G_{ii})$の被積分関数 $Y_0(kr)$は、Fig. 1bに示すように，kr→0のとき、その絶対値が無限大となる。これに対処するため積分区間を図に示すように kr＝0の近傍で分割し、それぞれ、ガウス積分（2倍精度，24点法）で求め，$A_n<10^{-10}$となる範囲までこれを実行(n＝20程度)し，その$\Sigma_\ell A_\ell$を求めた。

5．部分領域分割

Fig. 2aのように音場領域を内部境界面で分割する。外表面については，p_jとq_jとのいずれか一方だけが未知

* On an Application of Finite Element Method to In-uuct Acoustic Transmission Analysis.
By Michihito Terao, Hidehisa Sekine, and Shigeki Tanabe (Kanagawa Univ.)

であるとする。他方、内部境界面ではp_j, q_jの両者が未知である。ただし、適合条件 $p_j{}^k=p_j{}^l$、つり合い条件$q_j{}^k=-q_j{}^l$の関係を使えば、この未知の要素に対応する内部境界面をソース点とする方程式が、この面を共有するkとlの2つの領域についてそれぞれ1つ得られる。したがって、すべての部分領域のすべての境界要素について式(5)を適用して、全体方程式を構成すれば、未知量と方程式の数は一致し連立して解けるものとなる。

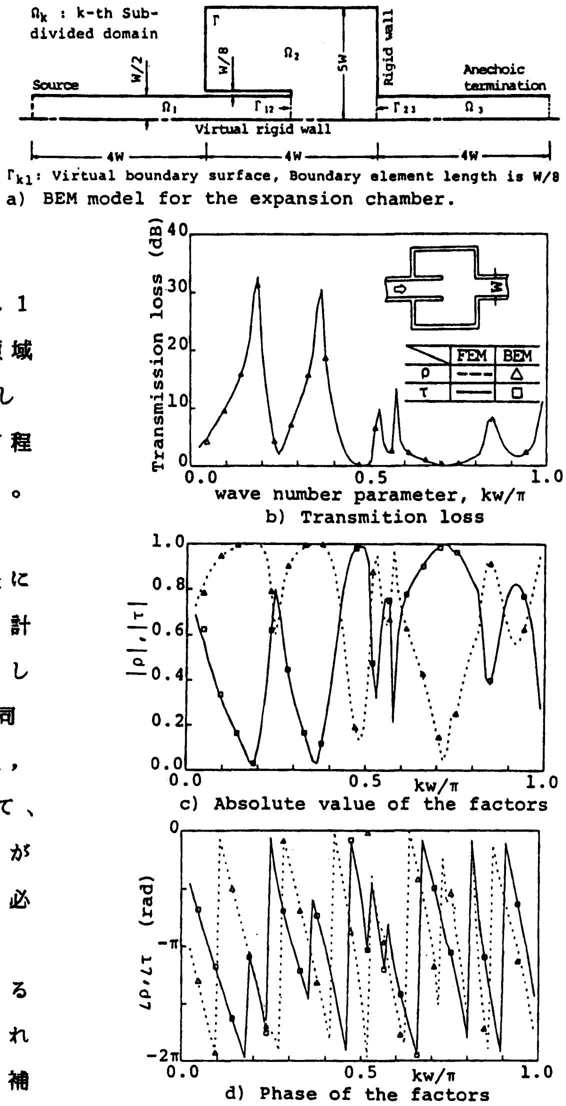
6．フロント解法

この全体構成方程式による方法は、波長に比べた音場領域がある程度大きくなると，計算機コア容量の不足をきたす。これにたいして有限要素法FEMにおけるフロント解法と同様の計算手法を導入する。すなわち、順次，部分領域ごとに式(5)により方程式を組立て、その部分領域以降では二度と出現することがない未知量だけを消去して行き、コア内で必要な係数行列の縮小を図る。

この消去過程で、ある未知量が消去される際、その寸前に存在する、この未知量とそれ以降で消去される未知量との間の関係式を補助記憶領域に退避させておく。こうしてすべての部分領域について、組立て・消去過程が終れば、最後に残る未知量は具体値が定まる。次に後退代入過程に移り、補助記憶領域から消去されたときと逆順に1つの未知量に関する方程式を呼び戻しては、陽に具体値を決定して行く。

7．実行結果

Fig.2には、空洞型消音器の場合について、FEMにおける部分領域分割モデル化、また、これによる計算結果を有限要素法FEMのそれと比較して示す。BEMは一定要素と近似関数の次数が粗いにもかかわらず、2次の四辺形要素を用いたFEMによる計算結果と良い一致をみせている。



a) BEM model for the expansion chamber.

b) Transmition loss

c) Absolute value of the factors

d) Phase of the factors

Fig.2 Transmission loss and characteristic reflection facter ρ and transmission facter τ of an expansion chamber.

これはまた、部分領域処理の導入によって、直接法の弱点であった、領域内に波長に比較して厚さの小さい板状の物体を含む場合の解析が可能になったことを意味している。

8．まとめ

部分領域分割によるフロント手法を導入した境界要素法が、大規模な音場解析を可能とするばかりでなく、薄板を含む音場への直接法の適用を図る上でも有効であることを示した。