

境界要素法音場解析へのフロント法の導入について

○ 寺尾 道仁\*

関根 秀久\*\* 田辺 滋樹\*\*\*

1. はじめに 部分領域分割法とフロント解法の導入により境界要素法の適用範囲の拡大を図る。

2. 境界積分表示 音場領域の滑らかな境界 $\Gamma$ 上のソース点*i*に関する直接法での境界積分表現は式(1)のように与えられる。

$$p_i/2 = \int_{\Gamma} (qp' - pq') d\Gamma \quad (1)$$

ただし、 $p$ : 複素音圧、 $q = \partial p / \partial n$ ,  $n$ : 境界面の外向き法線方向座標である。 $p'$ としてはHelmholtz方程式の基本解  $p' = (-j' / 4) \cdot H_0^{(2)}(kr)$  [2次元],  $p' = \exp(-j' kr) / 4\pi r$  [3次元]を採用する。ここで、 $r$ は点*i*から境界面上の点*j*に至る距離、 $k$ : 波長定数、 $H_0^{(2)}$  0次2種Hankel関数、 $j' = -\sqrt{-1}$ , また、 $q' = \partial p' / \partial n$ である。

3. 離散化方程式 一定境界要素を採用すれば、式(1)は(2)のように離散化される。

$$\sum_j (H_{ij} p_j - G_{ij} q_j) = 0 \quad (2)$$

ここで、第*j*境界要素の表面を $\Gamma_j$ ,  $\Delta_j$ は*j* = 1のとき1, *j* ≠ *i*のとき0をとるものとして、

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} p' d\Gamma \quad (3a)$$

$$H_{ij} = \int_{\Gamma_j} q' d\Gamma + 1/2 \Delta_j \quad (3b)$$

4. 積分の計算 式(3)の積分は、*j* = *i*のときの $H_{ii}$  (-1/2)のほかは10点のガウス法によった。ただし、その被積分関数に極値をもつ $G_{ii}$ の実部だけは、図1のように積分区間を分割し、それぞれ2倍精度、24点のガウス積分で求め、 $\lambda_n < 10^{-10}$ となるまでこれを実行( $n = 20$ 前後)した。

5. 部分領域分割 フロント法を導入するため、図2aのように音場領域を内部境界面で部分領域に分割する。この1つの部分領域について、第*j*外表面境界要素では、音圧、粒子速度、またはその間のインミタンスが与えられ、 $p_j$ と $q_j$ とのいずれか一方だけが未知であるとする。これを $p^j$ とすれば、(2)よりこの要素をソース点とする方程式が1つ得られる。一方、第*j*内部境界要素では、 $p_j$ ,  $q_j$ の

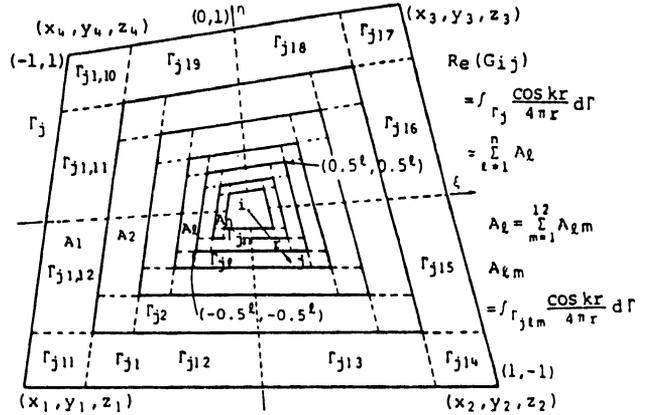


図1  $Re(G_{ij})$  の積分区間の分割  
(三次元音場、境界要素二次元平面の場合)

両者が未知である。この第*j*ポートの変量を  $p_j = \{p_j, q_j\}^T$ とする。この面を共有するもう一方の領域をも考慮すれば、この要素をソース点とする方程式が2つ得られ、未知量の数と一致する。

6. フロント解法 ある1つの部分領域について、式(2)を適用すれば、 $p^j = \{p^j\}^T$ ,  $p = \{p_j\}^T$ として(4)のような構成方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p^1 \\ p^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

またはこれを分解して、

$$p^1 = G_{11}^{-1} (F_1 - G_{12} p^2) \quad (5)$$

$$G p = F \quad (6)$$

ここで、 $G = G_{22} - G_{21} G_{11}^{-1} G_{12}$

$$F = F_2 - G_{21} G_{11}^{-1} F_1 \quad (7)$$

式(5)は必要に応じて外部記憶装置に保存すれば、 $p$ が定まった段階で $p^1$ を求めることができる。

すべての部分領域の伝達マトリックス(6)が得られた後の、部分領域間の接続操作は以下のように進める。これは、1つの部分領域を、回路網の1つの多端子対素子に対応させれば、各素子の伝達特性の接続処理に相当する。

ある部分領域までの接続処理が終わった段階での構

成方程式は(6)と同じ形になっている。これに次の部分領域の伝達マトリックス(6)の条件を組み込むと(4)の形に構成できる。ただし、この段階での $p^k$ は、現在処理中の部分領域と、これまでにすでに処理を終えた部分領域とが共有する内部境界値ベクトル。また $p$ はそれ以外の内部境界値ベクトルと読み直すものとする。

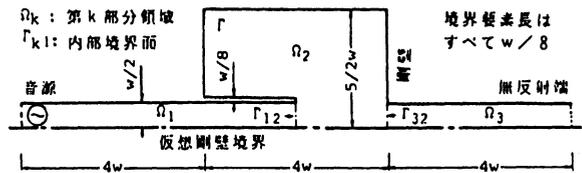
こうして得られる構成方程式(4)も、先と同様に(5)と(6)とに分解し、(5)は後に $p$ が定まり次第、ここでの共有内部境界値 $p^k$ を求めるため、外部記憶装置に保存しておく。主記憶装置の容量は、このときの行列 $G$ の大きさによってほぼ決る。このようにして、この部分領域までの接続処理を終え(6)は次の部分領域の接続処理段階に引き渡す。

これを繰り返して最終の部分領域の接続処理に達すれば、そこで構成される方程式(6)には、もはや $p^k$ のみで $p$ は含まれず、(5)により $p^k$ が定められる。この $p^k$ は1つ前の部分領域の接続処理段階における $p$ を含んでいるから、この $p$ も定まったことになり、その段階における $p^k$ が求められる。このように逆順に遡って、全ての内部境界値が求められ、必要があればこれを用いて外表面境界値、さらには領域内点値も求められる。

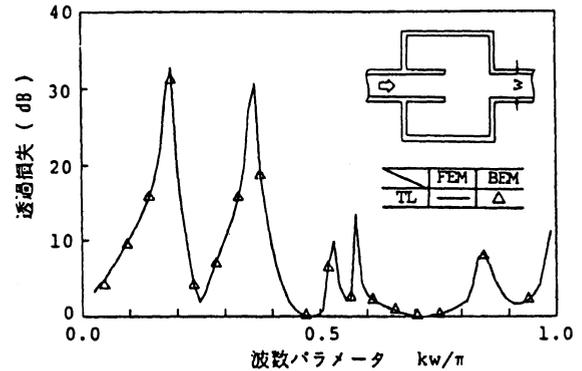
実際には、以上の各部分領域の(2)の(4)への構成、(6)への分解と1段階前までの方程式への組み込みなどは一括して行っている。その際逆行列演算 $G_{11}^{-1}$ は省略し、(4)で $G_{11}$ の下三角消去と同時に $G_{21}$ を0行列とするように変換を進めて行き、(8)に相当する構成式を得る。また、(5)に相当するものとして、この処理直後の(4)の対角以降の行を補助記憶装置に保存している。

7. 実行結果 図2, 図3には、それぞれ二次元および三次元での部分領域分割モデル化、および解析結果の例を示す。図2は部分領域分割の導入が、厚さの小さい板状の物体を領域内に含む音場解析を、直接法でも可能とすることを意味している。

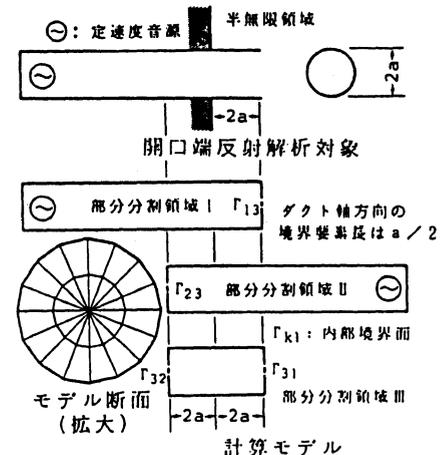
図3はフロント法の導入が、解析対象のモデル化における融通性を遙かに高める効果をもつことを示す。領域IIは単に領域Iの結果の利用で済ませ得るものであり、またそのダクト形状は軸対称に限定されず、また開口位置が室の隅などでも容易に適用できるものである。



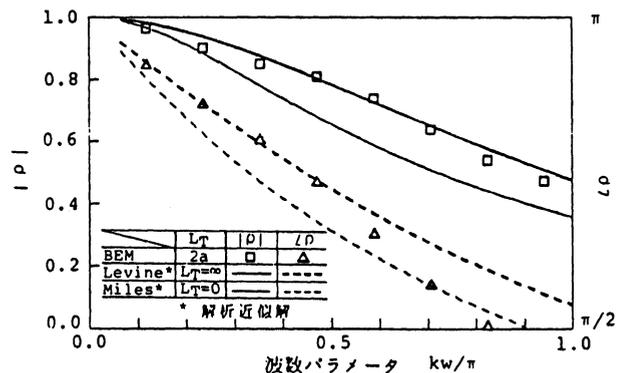
a) 二次元BEMモデル化



b) 透過損失  
図2 膨張管型消音器の透過損失



a) 三次元BEM解析モデル化



b) 絶対値, 位相  
図3 開口端反射特性  $p$

8. まとめ 部分領域分割によるフロント手法を導入した境界要素法が、大規模な音場解析を可能とし、薄板を含む音場への直接法の適用、またモデル化の簡易化を図る上でも有効であることを示した。