

論文

環境サービスの評価と森林破壊の制御

— 土地利用のオプションアプローチ —

山下純一

目次

1. はじめに：森林破壊とその評価
  - 1.1. オプションとしての森林伐採
  - 1.2. 基本的な分析の枠組みと課題
2. 最適伐採時刻
  - 2.1. アメニティサービス
  - 2.2. 制御のないモデル
  - 2.3. 伐採ルール：最適停止問題
3. リアルオプションアプローチ
  - 3.1. オプションとしての伐採計画
  - 3.2. 伐採の機会費用
4. 伐採面積の制御
  - 4.1. 相対価格の確率過程
  - 4.2. 最適制御問題
5. 森林政策のスイッチング条件
  - 5.1.  $n = 1$  のときのバブル解
  - 5.2. 森林政策の変更とその境界値
6. 具体例による閾値の計算
  - 6.1. 最大持続可能収穫量と対数便益
  - 6.2. 開発と保護の両立経路
7. モデルの問題点
  - 7.1. 限界原理の破綻：環境問題の真の所在

## 1. はじめに：森林破壊とその評価

経済学は古くから人や土地や生産設備などの基本的な資本が、そのほかのモノやサービスを生産する際の貢献度に注目してきた。これらの資本に対する関心は、特に近年、私的に所有される資本財の領域をこえて、自然環境のなかの資本とそのサービスの役割にまで及ぶようになってきた。すなわち、動植物やその生息する生態系全般が広い意味での資本とみなされ、その資本から生み出される遺伝情報や水や炭素の循環といったサービスまでもが経済評価の俎上に上り、生態学や経済学を横断する学際的な自然資源評価の試みがなされるようになった (Constanza *et al.* [8]; Farber *et al.* [11]; Howarth and Farber [18])。

こうした研究の背景には、いうまでもなく、近年の自然環境の破壊に伴う環境意識の高まりがある。たとえば、最近ブラジルの国立宇宙研究所 (National Institute for Space Research) が公表した衛星観測データによれば、2001年8月から2002年8月の1年間に25,476平方キロの広さのアマゾンの熱帯林が失われたとみられる。これはおおよそベルギー一国の広さに相当し、その前の1年間の森林破壊の規模を40パーセント上回っている。同研究所が衛星画像をもちいてアマゾンの雨林を観測してきたここ15年で2番目に大きな森林破壊となった<sup>1</sup>。

森林は重要な自然の資本である。森林とその生産するサービスは、特に地球温暖化問題の文脈で注目を集めてきた。森林は炭素の貯蔵庫として機能するので、先進国に化石燃料の消費抑制をせまる政治的・経済的コストに比べて、森林保護

---

1 出所：“The Great Rainforest Tragedy” (英国 *Independent* 紙, 2003年6月28日), “Deforestation Soaring in Brazil’s Amazon Rain Forest” (*Kyodo World News Service*, 2003年6月28日) および “Brazil Aims to Slow Amazon Deforestation” (*AP Online*, 2003年7月3日)。

はより安価な代替手段とみなされてきたからである<sup>2</sup>。森林はそのほかにも木材や食物、生物多様性や肥沃な表土の保護、保水、レクリエーションなどの種々のエコロジカルなサービスを提供する。森林が失われることはそれらのエコサービスも同時に失われることにほかならない。こうしたサービスの面からみて、森林破壊はどれだけの経済的損失につながるだろうか？ この問題意識に対しては、すでに仮想市場法・トラベルコスト法などのいくつかの環境資源の経済的な評価方法が知られている。この論文は、それらとは異なり、同じ問題にオプション理論の手法でのアプローチをめざすものである。

### 1.1. オプションとしての森林伐採

オプションアプローチが可能なのは、森林破壊を土地利用に関するオプション取引とみなすことができるからである。この点を上で述べたアマゾンの熱帯雨林の例に即して説明しよう。昨年の伐採規模急上昇の主因はいまだ確定されていないが、一部の研究者は大規模な農業への投資を一因に挙げている。また家畜の飼料として輸出される大豆の大規模栽培を指摘する論者もある。Anderson *et al.* [1] は、80年代から90年代半ばにいたる15年間のアマゾン熱帯林の破壊に関する包括的な研究の中で、森林伐採に最も貢献した要素は何かという問題を中心論題のひとつに取り上げている。かれらが注目した要素の一部は以下のとおりである<sup>3</sup>。

---

2 森林は大気中から炭素を隔離して固定すると同時に、CO<sub>2</sub>としてそれを放出する。森林における炭素放出量の推定モデルは、長期的にみて、隔離と放出はバランスするという炭素収支均衡の仮定に基づいていることが多い。この仮定に基づけば、アマゾンを「世界の肺」とみるのは「神話」となる(Lomborg [23], p.115.)。しかし、炭素収支が長期定常状態にあるという仮定そのものも必ずしも自明ではない。たとえば、1ヘクタールあたり350トンのバイオマスをもつ典型的なアマゾンの密林では、その約半分のサイズ(175トン)の炭素含有量があると推定される。これに対して、平均的な農地の炭素含有量は1ヘクタールあたり10トンであるから、森林の伐採による農地転用がすすめば、少なくとも森林による炭素隔離は減少する可能性がある(Anderson *et al.* [1] の7章参照)。

### ●牛の放牧

これはアマゾンにおける森林伐採の主因の一つとみなされてきた。ラテンアメリカでは放牧業は社会的に尊敬をうけるビジネスであり、過去において政策的な支援（補助金や課税面のインセンティブ）を受けてきた。これらの文化的・政策的な背景のほかに、投機動機の土地保有が背後にあるともいわれる。低コスト低収益の放牧のためにまず森林を切り開き、道路の開通にあわせて土地が騰貴するまで待つのである。

### ●小規模および大規模農業

切り開かれた土地の用途として放牧に次ぐものである。小規模農家は基本的に焼畑式農業（slash-and-burn agriculture）であり、小区画の森を焼き払い、そこで一年生の作物を収穫する。数年で表土の養分が失われると、その土地は休耕の後継続して農地利用されるのではなく、高値のつく牧草地として転売される。一方、セラードとよばれるまばらな低木とイネ科の植物を植生とする広大な熱帯草原では、高度に機械化され、収益性の高い大豆の大規模生産が活発化している。ブラジルは大豆の研究で世界のリーダーであり、国際市場でも合衆国の市場シェアを急速に奪いつつある。

### ●伐採運搬業

1980年代以前は、材木の伐採運搬業（logging）は森林伐採にほとんど影響を与えていない。1980年代以降その影響は増したが、その活動の活発化は木材需要の大きな地域に近くかつ市場へのアクセスのよい特定の地域に集中している。

### ●二次林

二次林（secondary forest）は森林の破壊ではなく、再生に関連する概念であ

---

3 これが極めて複雑な問題であることは、広大なアマゾン流域の地域性や、そもそも伐採される森林とはなにかという定義を考えただけでも容易に理解されよう。したがってここでは、彼らの計量モデルや結論の解釈の詳細に立ち入ることはできない。単に重要とみなされる候補を挙げているに過ぎない。

るが、後のモデルにおいて重要な役割を果たすので、簡単にみる。森林破壊の二つの主要な情報源である農業サーベイにおいてもブラジル国立宇宙局（Brazilian National Space Agency）の衛星データにおいても、アマゾン流域における森林の再生に関する情報は乏しい。たとえば衛星データの場合、ひとたび伐採されたと判断された領域は、その年以降の統計データにおいて、自動的にすべて同じ状態にあるとカウントされるからである。Anderson *et al.* [1] は1995年においてアマゾン流域の森林の3.89パーセント（約20万平方キロ）が二次林であったと推定している。二次林が森林の提供するサービスの面で重要なのは、ラテックス（ゴムの木の分泌する乳濁液）、ナッツ、フルーツのような木材以外の森林における採取物は、実際はもともとの森林ではなく二次林で収穫されているからである。

上に挙げた以外にもダム建設や鉱業そして所有権の法的な不完備などが森林破壊の理由に挙げられてきた。いずれにせよ、ここで見た多くの要素が森林の択一的な土地利用に関連していることがわかる。すなわち、森林はそのまま森林として保護し、その生産するエコサービスを引き続き享受することもできれば、伐採し農地や放牧地としての代替的な土地利用を目指すこともできる<sup>4</sup>。後者の選択肢が実行されれば、前者の可能性は失われる。これは保護するというオプションをキルすることにほかならず、その結果、森林のサービスがある部分が失われる。なかでも、生物多様性のようなデリケートな自然資産が回復不能な打撃を受けることがあり得る。この意味で、森林伐採は一部のエコサービスに関して不可逆的

---

4 代替的な土地利用の選択肢には地域性があり、その地域性が世界各地の森林伐採の主因が異なる理由となっている。たとえば、アマゾンの場合であれば、農地や牧草地としての利用が主であるが、アフリカやアジアでは伐採される樹木の用途（たとえば燃料）が重要な伐採理由となる（Lambin and Helmut [21]）。しかしこれらの相違は、森林伐採が土地利用に関するあるサービスの選択であるという点を変化させるわけではない。したがって、利用可能なオプションを一般的に評価する手段が適用できる。

をもつ<sup>5</sup>。ここに、選択権を行使しない自由と、行使した後の不可逆性という金融オプションを特徴付ける構図があらわれる。

## 1.2. 基本的な分析の枠組みと課題

このような択一的な選択の機会に直面したとき、経済合理性がどのような消費や生産の決定に導くかを分析する点で現代経済学は精緻な理論をすでにもっている。たとえば消費者選択の理論では、二つの消費の選択肢の代替可能性は「価格」という共通語に翻訳される。そしてその消費機会の市場における客観的なトレードオフの関係は、予算制約を表す直線の傾き＝価格比としてあらわされる。最後に経済主体に許されるもっとも有利な選択が、限界分析によって確定される。

この分析の構図を森林伐採の選択に適用してみよう。森林を保護しその生産するエコサービスをとるか、それとも伐採し土地を別の用途に振り向け、その新たな土地利用から生産されるサービスをえらぶかという選択である。上でみたように、後者は市場性をもつ財サービスを生むことが通例であるが、前者は必ずしも市場性をもたない。しかし、その二種類のサービスを同じ「価格」という評価基準によって比較し、そのトレードオフの関係を価格比でみる<sup>6</sup>。その価格評価には不確実性が伴うことが予想されるが、それは価格を確率変数とみることによってあらわすことができる。時間的な価値変動は確率過程で表せるから、限界分析による最適選択の時間的な変化は伊藤カルキュラスであつかうことができる。これに加えて、エコサービス供給の時間的な変動も視野に入れることができる。これは森林の面積（あるいはそのバイオマス）が時間的に変動してゆくプロセスを考

---

5 熱帯雨林や処女林の伐採がその周辺の生物多様性にどのような影響を与えるかは精確には知りえない。したがって、投資の不可逆性が通常のビジネスプロジェクト以上により深刻な意味合いを帯びる (Malcolm [24] 参照。)

6 実際、エコサービスのあるものは、人間を含む生物の生存の絶対条件として、他と比較できないほど貴重である。にもかかわらず、ここで価格表現が可能であると仮定するのは、暗黙のうちにその絶対量が代替可能な範囲にあるとみているからである。

慮することによって可能となる。森林破壊がすすめば、供給されるエコサービスの量は減少する。その減少の速度は再生された森林によって緩和される。同時にその過程で、市場性をもつより多くの財サービスが生産される。逆に、森林の面積が増加すれば、代替的な土地利用とそこからえられるサービスは縮小する (図 1 参照)。

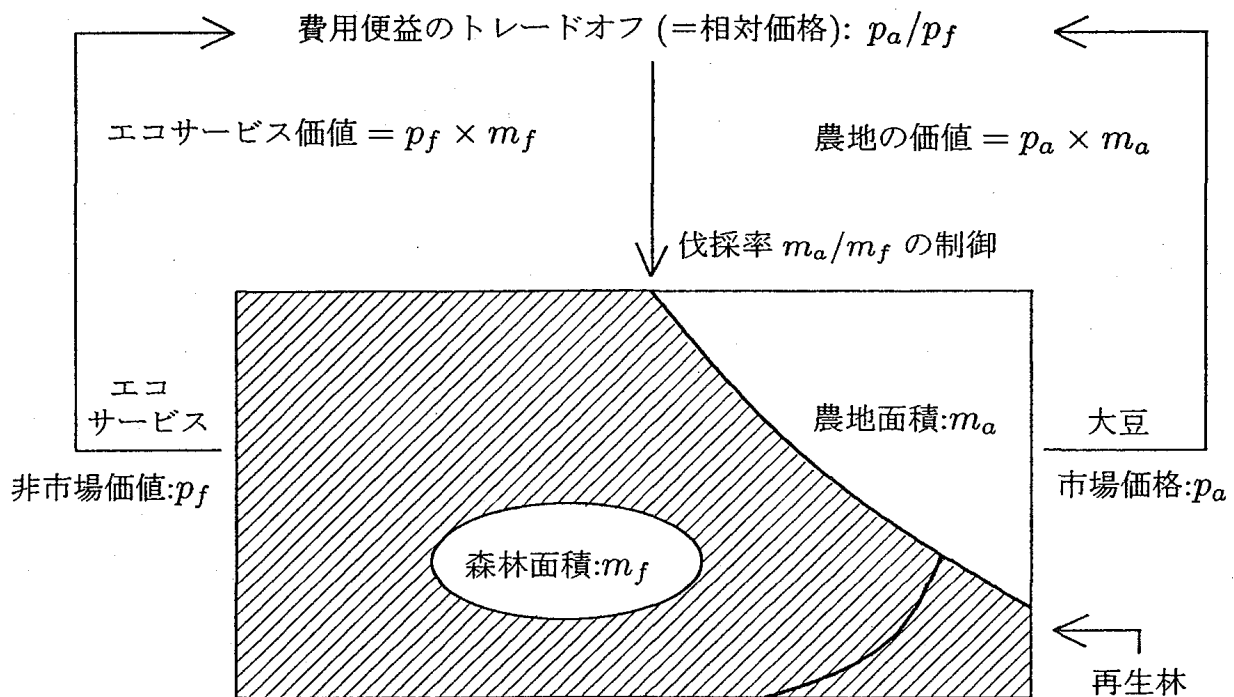


図 1: 森林の択一的な土地利用の決定

この論文の中心的な問題は、森林を伐採し農地あるいは牧草地などに転用するとき失われる森林のエコサービスの価値を考慮するとき、森林面積をどのように制御すべきかの考察である。森林の保護ではなく開発が経済的に最適な選択となるためには、森林の提供するエコサービスの価値が、ある領域（開発領域とよぶ）になければならないことを例証する。エコサービスの価値がそれ以外の水準（保護領域とよぶ）にあるときには、最適な森林政策は伐採を完全に中止することである。この二つの領域の境界は、森林開発と保護を入れ替えるべき最適な閾

値をあらわす。この閾値がエコサービス（市場性のないサービス）の期待成長率と転用農地で栽培される作物（市場性をもつ財）価格の期待成長率にどのように影響されるかを、具体的な例で計算する。さらに、この境界で最適森林政策がスイッチされるとき、森林面積が長期的にどのような変動経路にしたがうかを考察する。

森林を含む天然資源開発の不可逆性に注目した初期の文献は Arrow and Fisher [2] である。資源開発投資にリアルオプションを適用した例は比較的早くから存在する (Brennan and Schwartz [3])。しかし初期には、分析の主眼はあくまでも投資の効率性におかれていた。これに対して、近年生物多様性の維持が環境保護の文脈で盛んに取り上げられるようになるにつれて、自然環境がわれわれに対して与える独自のサービスの評価をリアルオプションの手法で行おうとする研究が現れるようになった (Conrad [6]; Forsyth [13]; Reed [27]; Reed and Clarke [28]; Schatzki [31])。この領域の基本文献 Dixit and Pindyck [10] に詳述されているように、実物的なオプションを評価する手法は技術的には二種類ある。ひとつは制御理論からアプローチするやり方で、もうひとつは金融市場におけるオプション理論にのっとった手法である。この二つは若干の相違はあるが、基本的に同じ結論に導く。ここでは主として制御理論の観点から問題が定式化される。

本稿のモデルに最も近いのは Conrad and Ludwig [7] である。本稿では森林を再生可能資源とみて、エコサービスが消費のみではなく再生産されるプロセスも考慮し、それが森林面積の最適制御にどのように影響するかも分析する。文献 [7] ではこの点がまったく考慮されていないため、開発と保護の境界に到達した時刻以降の森林面積はつねに一定になる。これに対して以下では、制御下での森林面積の動学プロセスは一均衡値を初期値としない限り一つねに非定常的になる。さらに本稿では、保護と開発の境界を定める偏微分方程式から [7] では許容され



ている解（バブル解）が排除されている。結果として、うえで述べた政策の切り替えの境界を定める式が、エコサービス価値の確率的なばらつきから独立になる。

本稿の構成は以下のとおりである。まず最初に2節で、以下のすべてのモデルの原型となるものとして、森林のアメニティサービスの消費が森林伐採による木材の利用と対立するモデルを構築する。そのモデルで考察されるのは、いつ伐採するのが最適かという最適停止問題である。続く3節で、同じ伐採の最適タイミングの問題を、オプション的な見方で定式化する。これらはいずれも制御を持たないモデルであるが、4節では伐採される森林面積を制御するように、モデルを拡張する。5節では、前節の制御問題を分析して、最適森林政策とそれを左右するエコサービスと森林面積の間の関数関係を明らかにする。6節では、具体的な便益関数について、5節の結論を例証する。7節では、結論として、本稿で構築したモデルの限界について考察する。

## 2. 最適伐採時刻

### 2.1. アメニティサービス

森林の提供するサービスあるいは便益が二種類であるとしよう。ひとつは伐採された木材が市場で売買されることによってもたらされる利益である。この財は市場性をもつので、その評価は市場評価に等しいと考えることができる。もうひとつはレクリエーションなどのアメニティサービスである。これは市場性のない環境サービスの典型例としてたびたび取り上げられてきた。いつ森林から木材を収穫すべきかという森林伐採の最適タイミングの研究は、歴史的には、前者の観点に立ったものから後者の立場を重視するものへと推移してきた（Hartman [17]; Samuelson [29]; Swallow *et al.* [32]）。

最適な採取時期の決定に、立木のもたらす環境サービスを考慮することがどの

ような影響を与えるかを簡単にみてみよう。時刻  $t$  における森林のアメニティサービスの価値を  $A(t)$  とおく。一方、同じ樹齢  $t$  をもつ立木の材木としての市場価値を  $P(t)$  とかく。このとき、時刻  $t$  までのレクリエーションフローの現在価値および時点  $t$  での立木の材木価値の合計  $V(t)$  は

$$V(t) = \int_0^t e^{-\delta x} A(x) dx + e^{-\delta t} P(t) \quad (1)$$

となる。ここで割引率  $\delta > 0$  は定数である。

決定すべきは最適な伐採のタイミングである。その最適時刻について、1階条件  $V'(t) = 0$  より、 $P'(t)/P(t) = \delta - A(t)/P(t)$  をえる<sup>7</sup>。この条件より、レクリエーションサービスが考慮されないとき ( $A(x) = 0$ ) には、立木価値の成長率  $P'(t)/P(t)$  が割引率  $\delta$  に等しくなるときに伐採するという周知の命題がえられる。しかし、レクリエーションサービスを加味すれば、立木価値の成長率が  $\delta$  より  $A(t)/P(t)$  だけ低くなる 때가最適な伐採のタイミングであることになる。すなわち、森林のエコサービスを伐採の評価に加えたことによって、最適伐採のタイミングにズレが生じてきた。

最適なタイミングが具体的にどのように変化するかを知るには、上のモデルでは一般的すぎる。それを調べるには、モデルをより特定して  $A(\cdot)$  ならびに  $P(\cdot)$  の時間的な経路をはっきりさせる必要がある。以下でその例をみてみよう。

## 2.2. 制御のないモデル

立木の伐採価値は市場価値であるから、一般に価格変動にさらされるであろう。一方、アメニティサービスの価値  $A$  も確率的に変動すると考えることができる。この仮定のもとで最適伐採問題のタイミングを考察したモデルとして、Conrad

---

<sup>7</sup> これに加えて2階条件  $V''(t) < 0$  も考慮するとすれば、 $A'(t) + P''(t) < rP'(t)$  でなければならない。

[6], Reed [27] などがある<sup>8</sup>。いずれも伐採する森林の面積を制御するような管理プロセスを考慮しないモデル, すなわち制御のないモデルの典型である。

原生林が完全に保護されるか, すべて伐採されるかのいずれかであるとしよう。森林が時刻  $t$  で伐採されるとして, そのとき切り出される木材の価値と残った裸の土地の価値を  $P(t)$  とおく。単純化のために, この値は観察でき, しかも幾何ブラウン運動

$$\frac{dP}{P} = b dt + \sigma_1 dW_1 \quad (2)$$

にしたがうとする。ここで  $\{W_1(t) : t \geq 0\}$  は標準ブラウン運動であり,  $b$  および  $\sigma_1^2$  はいずれも定数で, ドリフトと分散である。なお以下すべて, 確率過程はフィルター付きの確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}, P)$  上で考えることとする。

直ちに伐採するのではなく, そのままの状態で原始林を保護するなら, その間アメニティサービスが生産される。社会が単位時間当たりのそのフロー 1 単位に対してすすんで支払おうとする金額は, 時刻  $t$  において  $A(t)$  であるとする。これもやはり観察可能で, 幾何ブラウン運動

$$\frac{dA}{A} = a dt + \sigma_2 dW_2 \quad (3)$$

にしたがうとする<sup>9</sup>。  $P$  の定義におけるのと同じ  $\{W_2(t) : t \geq 0\}$  は標準ブラウン運動,  $a$  および  $\sigma_2^2$  はドリフトと分散 (いずれも定数) である。ここで  $W_1(t)$  と  $W_2(t)$  とは一定の正の相関  $\rho > 0$  をもつと仮定する。

8 Conrad [6] では  $P$  の値は定数としている。

9 このモデルで, アメニティサービスの価値が観察可能であるという前提は本質的である。Reed [27] は米国カリフォルニア州レッドウッド国立公園への入場者データから(3)のパラメータ  $a$  および  $\sigma_2$  を推定することによって, この前提に一定の合理性をあたえようとしている。こうした側面の研究は今後の課題である。

### 2.3. 伐採ルール：最適停止問題

最適伐採ルールとは、森林の提供する全サービス便益の現在価値を最大にするような時刻  $\tau$  をもとめるといふ原理である。この便益は二つの部分からなる。ひとつは時刻  $\tau$  で伐採したときの収入  $P(\tau)$  であり、もうひとつは  $\tau$  までのアメニティフローの総価値  $\int_0^\tau e^{-\delta t} A(t) dt$  である。この二つの便益の期待現在価値の和からなる目的関数を最大にするような停止時刻  $\tau$  を決定する。容易に理解されるように、これは前節で考慮した最適伐採のタイミング問題に、確率的要因をもちこんだモデルである。

最適停止時刻の決定は次のように定式化することができる。  $x(t) \equiv \log A(t)$  および  $p(t) \equiv \log P(t)$  とおこう<sup>10</sup>。さらに、  $(x(0), p(0)) = (x, p)$  とする。このとき、便益の割引期待価値の総和は

$$\begin{aligned} V(x, p, \tau) &\equiv E_{x,p} \left\{ \int_0^\tau e^{-\delta t} A(t) dt + e^{-\delta \tau} P(\tau) \right\} \\ &= E_{x,p} \left\{ \int_0^\tau e^{-\delta t} e^{x(t)} dt + e^{-\delta \tau} e^{p(\tau)} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

である。ここで(2)および(3)より、確率過程  $\{(x(t), p(t)) : t \geq 0\}$  は

$$\begin{cases} dx(t) = \left( a - \frac{\sigma_2^2}{2} \right) dt + \sigma_2 dW_2(t), & x(0) = x, \\ dp(t) = \left( b - \frac{\sigma_1^2}{2} \right) dt + \sigma_1 dW_1(t), & p(0) = p. \end{cases} \quad (5)$$

にしたがう。すべての停止時刻に関するその上限

$$V(x, p) = \sup_{\tau} V(x, p, \tau) \quad (6)$$

が便益の最大値を与える。 $V$ は最適評価関数 (optimal value function) とよばれる。

---

10 (3)より  $X(0) > 0$  ならば  $X(t) > 0 (\forall t)$  であることに注意する。 $P(t)$  についても同様。

最適評価関数  $V$  は、確率過程  $\{(x(t), p(t)) : t \geq 0\}$  の初期値  $(x, y)$  が継続領域 (continuation region) に属するとき、HJB 方程式とよばれる偏微分方程式を満足しなければならない。すなわち、2次元空間  $R^2$  のある集合  $B$  — 停止集合とよばれる — に対して、

$$\begin{cases} \delta V(x, p) = \mathcal{L}V(x, p) + e^x & \text{for } (x, p) \notin B, \\ V(x, p) = e^p & \text{for } (x, p) \in B \end{cases} \quad (7)$$

とかくことができる。(7)において、微分作用素  $\mathcal{L}$  は

$$\mathcal{L}V = \left(a - \frac{\sigma_2^2}{2}\right)V_x + \left(b - \frac{\sigma_1^2}{2}\right)V_p + \frac{\sigma_2^2}{2}V_{xx} + \frac{\sigma_1^2}{2}V_{pp} + \rho\sigma_1\sigma_2V_{xp}$$

と定義される。ここで  $V_{xp}$ ,  $V_{xx}$ ,  $V_{pp}$ ,  $V_x$ ,  $V_p$  はそれぞれの変数についての2階および1階の偏導関数である。通常境界値問題と異なり、集合  $B$  は前もって与えられておらず、それを決定することが解の一部を構成する<sup>11</sup>。

### 3. リアルオプションアプローチ

#### 3.1. オプションとしての伐採計画

伐採あるいは保護から生ずる便益を最大化するための式(7)は、数理的考察から導かれる条件にすぎなかった。しかし実は、この条件にいたるまでの展開の背後にある数理的なロジックは経済的な意味づけが可能で、それがオプション的な見方の核心をなす。この節ではその点を見る。

一般に、医薬品などの製品開発やダム建設のほかあらゆる開発プロジェクトは、そのプロジェクトの始動にあたって、事前準備や調査等にかかわる一定の資金  $k$  を必要とする。かりにプロジェクトの実施を断念すれば、その投下資金はサ

11 (7)式の導出については Kushner and Dupuis [20], 3章参照。

ンクコストとなり回収できない。プロジェクトを実行すれば、そのプロジェクトから得られると期待される収益から初期投資 $k$ を除いたものがプロジェクトの純益となる。その大きさを現在価値評価して、それがプラスならばプロジェクトの実行を決定する。これは一般の費用—便益分析による意思決定の常套的な手法である。

金融オプションの用語では、この種の初期投資 $k$ はプロジェクトを実行するための権利行使価格に相当する。プロジェクトは実行されるとは限らないので、そのプロジェクトそのものを、権利行使価格 $k$ を支払って入手するオプションとみることができるからである。さらに金融オプションとの対比で述べれば、そのときの原資産となるのは開発の対象となっている有形あるいは無形のモノ（資産）である。このような対応関係を確立すれば、金融オプションで展開される精密なオプション価格評価理論を実物のプロジェクトの評価そのものに応用する道がひらける。こうした実物的な資産に基礎を置く投資機会の評価手法は、リアルオプションとよばれる。

この金融オプションと実物投資の間のアナロジーを森林伐採に当てはめ、森林開発プロジェクトをひとつのリアルオプションとみよう。ここで基礎となる実物資産は森林である。森林は伐採されると、切り出される木材と裸の土地からの収益 $P$ を生む資産である。この森林伐採プロジェクトの価値を $V$ とおく。これがわれわれのリアルオプションの価値である。この値がどのように評価されるかを吟味しよう。

$V$ の評価で重要となるのは、このプロジェクトの機会費用をどうとらえるか、である。通常のプロジェクトと同種のサンクコストも発生するであろう。しかし先に記述したモデルではその種の費用は無視されている。なぜなら、環境関係のリアルオプションにおいてより重要な意味をもつと思われるのは、初期投資額というよりむしろそのオプションをキルする（＝伐採しないでおくという選択肢を

捨てる) ことによって発生する環境の劣化であるからである。これは伐採することに伴う機会費用であり、この機会費用が、通常の権利行使価格とは異なり、最初から固定された値ではないという点に  $V$  の評価の特徴がある。

### 3.2. 伐採の機会費用

以上の点をモデルでみてみよう。初期投資  $k$  だけがコストとして意識されるときは、時刻  $t$  で伐採したときの収益の割引現在価値は  $(P(t) - k)e^{-\delta t}$  である。したがって、 $E_t$  を確率過程  $\{P(t)\}_{t \geq 0}$  および  $\{A(t)\}_{t \geq 0}$  の時刻  $t$  における情報に基づく期待値オペレータとすれば<sup>12</sup>

$$\max_{t \geq 0} E_0 [(P(t) - k)e^{-\delta t}] \quad (8)$$

をとくことによって最適な伐採時刻  $\tau$  が決定される<sup>13</sup>。

上で述べたように、このようなモデルでは、たとえ  $P(t)$  の変動に確率的要素を導入しても、伐採による環境サービスの劣化という重要な機会費用が考慮されていないため、伐採オプションの最適行使時刻がずれる可能性がある。次にその機会費用を  $A(t)$  をもちいてモデルに組み込んでみよう。

時刻  $t$  以降のエコサービスフローの期待現在価値を  $A_f(t)$  とおく：

$$A_f(t) \equiv E_t \left\{ \int_t^{\infty} e^{-\delta(z-t)} A(z) dz \right\}. \quad (9)$$

$A_f(t)$  は時刻  $t$  で森林を伐採したときに、無限の将来にわたって失われるエコサービスの期待現在価値をあらわす。つまり、伐採するというオプションを行使することによって失われる機会費用である。

12 ここで時刻  $t$  における「情報」とは、時刻  $t$  までの価格およびエコサービスプロセスをともに可測にするような最小の  $\sigma$  集合体をいう。

13  $P(t)$  の変動が(2)で  $\sigma_2 = 0$  とおいた非確率的なケースで(8)を解くことは、たとえば Dixit and Pindyck, [10], pp.138-139 で扱われている。

$A_f(t)$  を具体的に計算しよう. (3)より  $z \geq t$  について  $A(z) = A(t) \exp [(a - \sigma_2^2/2)(z-t) + \sigma_2(W_2(z) - W_2(t))]$  である. したがって,

$$\begin{aligned} E_t \left\{ e^{-\delta(z-t)} A(z) \right\} &= A(t) \exp \left( \left( a - \delta - \frac{\sigma_2^2}{2} \right) (z-t) \right) E_t \left\{ e^{\sigma_2(W_2(z) - W_2(t))} \right\} \\ &= A(t) \exp (a - \delta)(z-t) \end{aligned} \quad (10)$$

となる. よって Fubini の定理より

$$A_f(t) = \frac{A(t)}{\delta - a} \quad (11)$$

を得る. ここで  $\delta - a < 0$  としてみよう. このとき, エコサービスの瞬間的な期待成長率  $a$  は割引率  $\delta$  よりたかくなるので, 任意の時刻  $t$  まで伐採を遅らせることによって費用ではなく逆に利益が発生する. つまり, 森林は永久に伐採されないことになる. われわれの大前提は, すべて伐採するか, すべて保護・維持するかのいずれか二者択一であるから, このときの結論は明らかである. したがって今後は  $\delta > a$  と仮定する.

最適伐採ルールは, 森林の提供する全サービス便益の現在価値を最大にするような時刻  $\tau$  をもとめるという原理である. この便益は二つの部分からなる. ひとつは時刻  $\tau$  で伐採したときの期待収入  $E_0 [e^{-\delta\tau} P(\tau)]$  であり, もうひとつは  $\tau$  までのエコサービスの期待現在価値

$$\begin{aligned} E_0 \left\{ \int_0^\tau e^{-\delta t} A(t) dt \right\} &= E_0 \left\{ \int_0^\infty e^{-\delta t} A(t) dt \right\} - E_0 \left\{ E_\tau \left\{ \int_\tau^\infty e^{-\delta t} A(t) dt \right\} \right\} \\ &= A_f(0) - e^{-\delta\tau} E_0 [A_f(\tau)] \end{aligned}$$

である. したがって, 全便益の割引期待値は  $e^{-\delta\tau} E_0 [P(\tau) - A_f(\tau)] + A_f(0)$  とあらわされる. ここで(11)より  $A_f(0) = A(0)/(\delta - a)$  であるが, この値は確率微分方程式(3)における初期条件から定まる. したがって, この項は最適時刻の決定に関係しない. これを無視すれば,



$$\max_{t \geq 0} E_0 \left\{ e^{-\delta t} \left( P(t) - \frac{A(t)}{\delta - a} \right) \right\} \quad (12)$$

解くことによって伐採時刻  $\tau$  が決定される。

最適停止問題の二つの定式化(8)と(12)を比較すると、森林伐採における機会費用は、最初に定まってしまう定数  $k$  ではなく、時間とともに変動する確率過程  $A(t)/(\delta - a)$  であることがわかる。

#### 4. 伐採面積の制御

うえで考察した制御ないモデルでは、森林のもたらす便益はエコサービスと木材の販売収入のみであった。この設定は森林破壊の真の原因を十分に捉えているとはいえない。さらに、どれだけの面積の森林が伐採されるのかについても、部分伐採の可能性は考慮されなかった。これも極端な仮定である。この節では、森林のもたらす便益の概念を拡張するとともに、伐採面積を制御するモデルを構築する。これは図1で描かれたプロセスのモデル化である。

森林は基本的に二種類の便益をもたらすとす。ひとつは森林の提供するエコサービスである。もうひとつは、森林を伐採し、農地として転用してえられる利益である。この利益は、その転用農地の利用価値、すなわちそこで栽培される農作物からもたらされる収益とかがえられる。

時刻  $t$  における森林の減少率を  $h = h(t)$  とおくと、わずかの時間  $\Delta t$  の間に伐採される森林面積は  $h(t)\Delta t$  である。一方、転用農地からの収入  $R = R(t)$  は、同じ時間の間に  $R(t)\Delta t = (P(t) - c)h\Delta t$  だけ増加する。ここで  $c$  は単位面積あたりの収穫費用、 $P(t)$  はこの度は栽培される作物の単位面積あたりの価格（牧場として利用される場合は、家畜の価格）である。単純化のために、収穫費用は伐採に際して得られる木材の売却益と相殺されるものと仮定して  $c = 0$  とおく。

したがって、 $R\Delta t = P(t)h\Delta t$ となる。

一方、時刻  $t$  における森林面積を  $m = m(t)$  とおく。この面積の森林が時間  $\Delta t$  の間に生産するエコサービスの価値は  $A(t)B(m)\Delta t$  である。ここで  $A(t)$  はエコサービスの価値、 $B(m)$  はその量である。これら二つのサービスを合計したものが面積  $m$  の森林の提供するサービスの総便益であり、それは  $\Delta t$  の間に  $P(t)h\Delta t + A(t)B(m)\Delta t$  となる。この便益を相対価格ベクトル  $A_p(t) \equiv A(t)/P(t)$  で表示したものを  $B_p$  と記すなら、

$$B_p \Delta t \equiv \left\{ \frac{A(t)}{P(t)} B(m) + h(t) \right\} \Delta t \equiv A_p(t) B(m) \Delta t + h(t) \Delta t. \quad (13)$$

$B_p$  は森林がもたらす便益として以下のモデルの目的関数とされる。制御を含むモデルのもうひとつの新しい構成要素は森林面積の変動プロセスの定式化である。確率的に生じる森林火災や災害による森林面積の縮小をのぞけば、森林面積は人為的な伐採によってのみ減少する。そして植林を考えなければ、自然の再生産過程によってのみ徐々に回復されるであろう。これはたとえば木材が燃料として伐採され、その後放置されたままの森林面積について当てはまる。したがって、伐採率  $h$  と伐採されずに残っている森林面積  $m$  の間に

$$dm(t) = (F(m) - h(t))dt \quad (14)$$

なる関係を仮定する。関数  $F(\cdot)$  は森林を再生可能資源であるとみなすときの森林面積の自己増殖過程をあらわす関数である。森林が再生不能資源であるとみるなら一面積は再生できても、一部のエコサービスは確かに再生不能である— $F = 0$  である。

#### 4.1. 相対価格の確率過程

相対価格  $A_p(t)$  はエコサービスと農産物の価値のトレードオフをあらわす確

率過程である。この確率過程をどのように記述するかを考えよう。

従来のモデルの多くはエコサービス  $A(t)$  は、式(3)のタイプの幾何ブラウン運動にしたがうと仮定してきた。ここでもそれを踏襲する。さらに作物の価格  $P(t)$  については、(2)と同様のブラウン運動あるいは平均回帰過程などがもちいられてきた。ここでは  $A(t)$  については(3)式を、 $P(t)$  については(2)式を前提する。ただし、この度は  $W_1$  と  $W_2$  は独立であるとしよう。

このように仮定すると、相対価格  $A_p(t) = A(t)/P(t)$  も幾何ブラウン運動

$$\frac{dA_p}{A_p} = (a-b) dt + \sigma dW, \quad (15)$$

にしたがうことがわかる。ただしここで、 $W$  は標準ブラウン運動とし、 $\sigma^2 \equiv \sigma_1^2 + \sigma_2^2$  とおく。実際、 $W_1$  と  $W_2$  は独立であるから、伊藤のレンマより、 $dA_p = A_p((a-b)dt - \sigma_1 dW_1 + \sigma_2 dW_2)$  となる。ここで  $W \equiv (\sigma_2 W_2 - \sigma_1 W_1)/\sigma$  とさだめれば、その二次変分は、 $\langle W \rangle_t = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)t/\sigma^2 = t$  である。したがって、 $W$  はブラウン運動であることがわかる<sup>14</sup>。さらにこのとき、 $\sigma dW = \sigma_2 dW_2 - \sigma_1 dW_1$  であるから(15)をえる。

相対価格過程(15)の瞬間的な期待成長率  $a-b$  について考えてみよう。この値がプラスであるかマイナスであるかは一般には前もって仮定することはできない。しかし以下では  $a < b$  のケースについて特に注意を払う。なぜなら、われわれが特に関心をもっているのは森林伐採が進行するような状況における制御であり、エコサービスの期待値評価が作物価格の評価に劣っている  $a < b$  のケースがまさにそのような状況であると考えられるからである。この逆の  $a > b$  であれば、エコサービスの維持が開発の誘引より大きいと考えられる。そのような状況では、たとえば、環境保全と両立するエコツーリズムやレクリエーション志向の開発が

14 Karatzas and Shreve [19], 定理 3.16 (p.157).

意味をもち、それが森林伐採を限定するであろう。ここでは簡単化のために  $a$  と  $b$  はいずれも定数としているが、これが他の変数に依存して変動するより一般的な設定も可能である。たとえば、 $a = a(m)$  とおき、森林面積の大きさに依存するケースを考えることもできる。このときには、 $a(m) < b$  がなりたつのは森林面積がある大きさを超えないときであると見ることができよう。これに対して、面積があるレベル以上になれば  $a(m) > b$  となると仮定できる。

#### 4.2. 最適制御問題

これまでの設定で森林伐採の最適制御問題を定式化しよう。

$\log A_p(t) \equiv X_1(t)$  とおく。さらに、表記の統一性をはかって、今後森林面積を  $m = m(t)$  ではなく、 $X_0 = X_0(t)$  とかく。すると、(15)より  $dX_1(t) = (a - b - \sigma^2/2)dt + \sigma dW$  とあらわせる。時間的視野が無限大であるときの制御問題は、(18)の割引期待値を最大にするようにコントロール変数である伐採率  $h$  を制御するというものである。制御変数は通常コンパクト集合に属すると仮定される。ここでも  $h$  の変域として  $h \in [0, h_{\max}]$  なる有界閉領域を仮定する。割引率を  $\delta$  とおけば、 $B_p \Delta t = e^{X_1} B(X_0(t)) \Delta t + h(t) \Delta t$  であるから、最適制御問題は

$$J(x; h) \equiv E_x \left\{ \int_0^\infty e^{-\delta t} (e^{X_1} B(X_0(t)) + h(t)) dt \right\} \longrightarrow \text{maximize!} \quad (16)$$

subject to:

$$\begin{cases} dX_0 = (F(X_0) - h) dt, & X_0(0) = x_0, \\ dX_1 = \left( a - b - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dW, & X_1(0) = x_1, \\ h \in [0, h_{\max}] \equiv H \end{cases} \quad (17)$$

となる。ここで  $E_x \equiv E_{x_0, x_1}$  は時刻  $t = 0$  の情報に基づく期待値オペレータである。

## 5. 森林政策のスイッチング条件

時刻  $t$  で面積  $X_0(t)$  をもつ森林からのエコサービスは  $n$  タイプ存在するとしてみよう. すると, 時間  $\Delta t$  の間に全体で  $\sum_{i=1}^n A_i(t) B_i(X_0) \Delta t = \mathbf{A}(t) \mathbf{B}(X_0) \Delta t$  の価値のエコサービスが生産される. ここで,  $A_i(t)$  はエコサービス  $i$  ( $i=1, \dots, n$ ) の価値をあらわし,  $B_i(X_0)$  は面積  $X_0$  の森林のもたらすエコサービス  $i$  の量である.

二つのサービスを合計したものが森林からもたらされるサービスの総便益であり, それは  $\Delta t$  のあいだに  $P(t)h\Delta t + \mathbf{A}(t)\mathbf{B}(X_0)\Delta t$  となる. ここで, 相対価格ベクトル  $\mathbf{A}_p(t) \equiv \mathbf{A}(t)/P(t)$  で表示したこの便益を  $B_p^n$  と記すことにすれば,

$$B_p^n \Delta t = \left\{ \frac{\mathbf{A}(t)}{P(t)} \mathbf{B}(X_0) + h(t) \right\} \Delta t \equiv \mathbf{A}_p(t) \mathbf{B}(X_0) \Delta t + h(t) \Delta t \quad (18)$$

が時間  $\Delta t$  の間に消費者が享受する総サービスである.

式(15)にならって, エコサービス  $i$  ( $i=1, \dots, n$ ) の相対価格  $A_p^i(t) \equiv A_i(t)/P(t)$  も幾何ブラウン運動にしたがうとする:

$$\frac{dA_p^i}{A_p^i} = (a_i - b) dt + \sigma_i dW_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (19)$$

ここで  $(W_1, \dots, W_n)$  は  $n$  次元の標準ブラウン運動と仮定し,  $a_i$  はエコサービス  $i$  の瞬間的な期待成長率をあらわす定数である.

$\log A_p^i(t) \equiv X_i(t)$  とおく. (19) より,  $dX_i(t) = (a_i - b - \sigma_i^2/2) + \sigma_i dW_i$  である. また,  $B_p^n = \sum_{i=1}^n e^{X_i} B_i(X_0) + h(t)$  とかけるから,  $n$  種類のエコサービスが存在するときの最適制御問題は

$$J(\mathbf{x}; h) \equiv E_{\mathbf{x}} \left\{ \int_0^{\infty} \sum_{i=1}^n e^{-\delta t} (e^{X_i} B_i(X_0(t)) + h(t)) dt \right\} \longrightarrow \text{maximize!} \quad (20)$$

subject to:

$$\begin{cases} dX_0 = (F(X_0) - h) dt, & X_0(0) = x_0, \\ dX_i = \left(a_i - b - \frac{\sigma_i^2}{2}\right) dt + \sigma_i dW_i, & X_i(0) = x_i, \quad i = 1, \dots, n, \\ h \in H. \end{cases} \quad (21)$$

ここで  $E_x \equiv E_{x_0, x_1, \dots, x_n}$  である.

制約(21)のもとで(20)の最大化問題を考察しよう.  $\mathbf{x} = (x_0, x_1, \dots, x_n) \in R_+ \times R^n$  に対して,  $L(\mathbf{x}, h) \equiv \sum_{i=1}^n (e^{x_i} B_i(x_0) + h)$  とおく. なお,  $R_+$  は非負の実数空間,  $R^n$  は  $n$  次元数空間である. ここでの問題の動的計画方程式 (dynamic programming equation) は

$$\delta V(\mathbf{x}) = \max_{h \in H} [-G^h V(\mathbf{x}) + L(\mathbf{x}, h)] \quad (22)$$

である. ここで  $-G^h$  は制約条件(21)の  $n + 1$  個の微分方程式によって定まる生成作用素

$$-G^h V(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x_i^2}(\mathbf{x}) + (F(x_0) - h) \frac{\partial V}{\partial x_0}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^n (a_i - b - \sigma_i^2/2) \frac{\partial V}{\partial x_i}(\mathbf{x})$$

である<sup>15</sup>. このとき(22)の右辺は  $h$  の一次式になる. したがって, 最適制御  $h^*$  の候補は以下のとおりであることがわかる:

$$h^*(\mathbf{x}) = \begin{cases} h_{\max} & \text{if } V_{x_0}(\mathbf{x}) < 1, \\ 0 & \text{if } V_{x_0}(\mathbf{x}) \geq 1, \end{cases} \quad (23)$$

ここで  $V_{x_0}(\mathbf{x}) \equiv \partial V(\mathbf{x}) / \partial x_0$  である. したがって, 可能な最大量の伐採  $h = h_{\max}$  からゼロ伐採  $h = 0$  への転換を定めるのは, 条件

$$\frac{\partial V}{\partial x_0}(\mathbf{x}) = 1 \quad (24)$$

15 同次マルコフ過程の生成作用素に関する議論は, 1パラメータ半群の生成についての吉田-Hilleの定理に関連する. 同次マルコフ過程とHJB方程式の関係についてはFlemming and Soner, [12]のIII章の初めの部分で簡単に説明されている.

である。(24)を満たす  $x \in R_+ \times R^n$  の集合は森林政策が伐採と保護の間をスイッチすべき境界条件をさだめる。この段階では  $V$  が未知であるので、この条件だけからそのときの  $x_0$  と  $(x_1, \dots, x_n)$  の間の関係を具体的に知ることはできない。いまかりに(24)をみたす  $x_0$  と  $(x_1, \dots, x_n)$  の間に関数関係  $x_0 = H(x_1, \dots, x_n)$  が求められたとしよう。  $x_0$  は森林面積、  $(x_1, \dots, x_n)$  はそれぞれのエコサービスと農産物価格の間のトレードオフを表現するベクトルであった。したがって、この関数  $x_0 = H(x_1, \dots, x_n)$  が意味するのは、農産物とエコサービスの間の価値の相対的な比重によってある森林サイズが定められ、そしてその面積が開発と保護を切り替えるべき閾値となる、ということにほかならない。後の節で  $n = 1$  のケースにつきこの点を具体的に明らかにする。

(22)は  $V$  についての偏微分方程式 — HJB 方程式とよばれる — をさだめる。

(24)のもとで(22)は次の HJB 方程式に帰着される：

$$\sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x_i^2}(x) + \sum_{i=1}^n (a_i - b - \frac{\sigma_i^2}{2}) \frac{\partial V}{\partial x_i}(x) - \delta V(x) + F(x_0) + \sum_{i=1}^n e^{x_i} B_i(x_0) = 0. \quad (25)$$

### 5.1. $n = 1$ のときのバブル解

$n = 1$  としよう。このとき(25)は、

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2} + \left( \frac{2}{\sigma_1^2} (a_1 - b) - 1 \right) \frac{\partial V}{\partial x_1} - \frac{2\delta}{\sigma_1^2} V + \frac{2}{\sigma_1^2} (F(x_0) + e^{x_1} B_1(x_0)) = 0 \quad (26)$$

となる。この微分方程式の一般解は、

$$V(x_0, x_1) = \phi_1(x_0) \exp(\lambda^+ x_1) + \phi_2(x_0) \exp(\lambda^- x_1) + \frac{B_1(x_0)}{\delta - a_1 - b} \exp(x_1) + \frac{F(x_0)}{\delta} \quad (27)$$

である。ここで  $\phi_1$  および  $\phi_2$  は  $x_0$  のみに依存する関数、  $\lambda^+ > 0$  および、  $\lambda^- < 0$  は特性方程式  $f(\lambda) \equiv \lambda^2 + (2/\sigma_1^2)(a_1 - b - \sigma_1^2/2)\lambda - 2\delta/\sigma_1^2 = 0$  の2実根である。

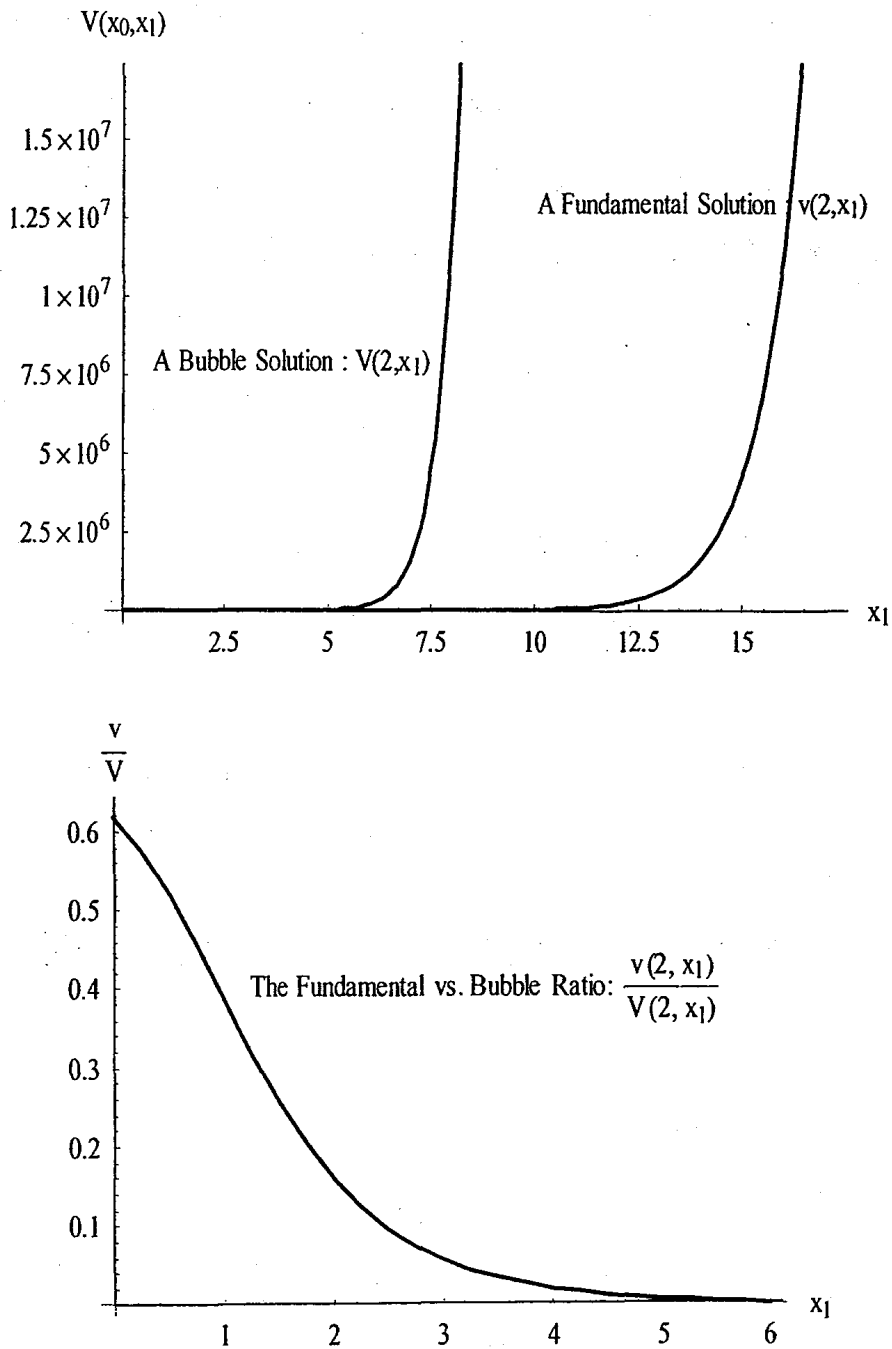


図2: バブル解  $V(2, x_1)$  と基本解  $v(2, x_1)$  およびその比較

この特性方程式が正と負の2実根をもつことは  $\delta > 0$  からしたがう。さらに、 $\lambda^+ > 1$  であることも容易に確かめることができる。

一般解(27)は以下のようにして確かめることができる。(26)式から非同次項



$(2/\sigma_1^2)(F(x_0) + e^{x_1}B_1(x_0))$  をとりさった同次方程式

$$0 = \frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2} + \left( \frac{2}{\sigma_1^2}(a_1 - b) - 1 \right) \frac{\partial V}{\partial x_1} - \frac{2\delta}{\sigma_1^2} V = \left( \frac{\partial}{\partial x_1} - \lambda^+ \right) \left( \frac{\partial}{\partial x_1} - \lambda^- \right) V \quad (28)$$

をかながえる。  $V$  を(26)の任意の解とし、  $V_0$  をおなじ(26)のひとつの特殊解とする。このとき  $v = V - V_0$  が式(28)をみたすひとつの解であることは容易に確かめることができる。逆に同次方程式(28)の任意の解を  $v$  とおくと、  $V = V_0 + v$  は(26)の解である。したがって、(26)の一般解  $V$  は(26)の特殊解  $V_0$  と同次方程式(28)の一般解  $v$  の和  $V = V_0 + v$  の形で得ることができる。

同次方程式(28)の一般解は、変数分離法で解くことによって、  $v(x_0, x_1) = \phi_1(x_0)\exp(\lambda^+ x_1) + \phi_2(x_0)\exp(\lambda^- x_1)$  であることがわかる。一方、  $V_0(x_0, x_1) = B_1(x_0)\exp(x_1)/(\delta - a_1 - b) + F(x_0)/\delta$  は(26)の特殊解である。以上よりその和である(27)は方程式(26)の一般解である。

(27)の  $V$  は確かに HJB 方程式(26)の解であるが、この形の解すべてが制御  $h^*$  のもとでの  $J(x_0, x_1; h^*)$  評価関数としてふさわしいわけではない。すなわち、  $V(x_0, x_1) = J(x_0, x_1; h^*)$  が成立するためには一定の条件が必要である。そのため、HJB 方程式を満たす解を、ある関数のクラスに限定する必要がある。この手続きを経ないで(27)をそのまま保全された森林のエコサービスの期待価値とみなして分析を進めれば、誤った結論に導かれる可能性がある。経済学的にみて興味深いのは、除かれるべき解のなかにバブル解が含まれるということである。

ここでバブル解とは、大雑把に言って、エコサービスの価値評価が、本来のエコサービスの価値をこえて、インフレ的に膨張することを意味する<sup>16</sup>。バブル解

16 Dixit and Pindyck [10] において、あるプロジェクトの価値を評価する際の「投機的バブル」(p.181)とよばれている解に相当する。これらの解は、プロジェクトの基礎となる原資産の価値を非線型に増幅して、プロジェクトのインフレ(デフレ)評価を引き起こす。それらを除くために著者たちは主に経済学的考察を援用している。ここでは最適制御問題の Verification 定理の条件をもちいてこの種のバブル解を除く合理性を考察する。

の例は図2に描かれている。この図2の左図に注目する。バブル解と表示されている左側の曲線  $V(2, x_1)$  は、 $\delta = 0.04$ ,  $\sigma_1^2 = 1$ ,  $a_1 - b = -1/2$ ,  $\phi_1 = \phi_2 = 1$ ,  $B_1(x_0) = \log(x_0)$  とおき、 $F(x_0)$  については(30)において  $r = 0.04$ ,  $K = 100$  としたときの(27)式の一般解  $V(x_0, x_1)$  を  $x_0 = 2$  に対して描いたものである。一方、左図の右側の曲線  $v(2, x_1)$  (基本解) は、同じ一般解(27)において  $\phi_1 = \phi_2 = 0$  とおき、そのほかは左側のバブル解と同じ条件で描いたものである<sup>17</sup>。また、図2の右の図は左側で示されたバブル解と基本解の増加の比率  $v(2, x_1)/V(2, x_1)$  をみたものである。バブル解の増加率が基本解のそれをはるかに上回っていることがこの図から理解できる。

バブル解を評価関数のなかから除くということの正確な意味は以下のように定義される。まず、(26)であらわされる形の(古典)解から、条件

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\delta t} E_x[V(\mathbf{X}(t))] = 0, \quad \forall \mathbf{x} \in R_+ \times R^n \quad (29)$$

を満たすものをえらびだす。これは、森林の環境サービスについての期待評価が、遠い将来を考えるほど、その現在価値がゼロに近くなることを述べる条件である。すなわち、将来の環境サービスの評価がインフレ経路に乗らないことを意味し、 $V(\mathbf{x}) = J(\mathbf{x}; h^*)$  が成り立つことを確認するための数学的な十分条件に対応する<sup>18</sup>。

次に解の一般形(27)が(29)を満たすためには、それがどのようにどのように修正されなければならないかを検討する。いま制御は  $h = 0$  の状態を考えているの

17 この基本解の図は後述の(33)式の一例ともなっている。Dixit and Pindyck [10] はそのモデルの中で、われわれの式(33)に対応する解の一部分を基礎部分 (fundamentals) とよんでいる(p.181)。ここではそれに倣って基本解とよぶ。なおここで定めたパラメータの値では、 $\lambda^+ = 1 + \sqrt{1.08} \approx 2.04$ ,  $\lambda^- = 1 - \sqrt{1.08} \approx -0.04$  となる。

18 いわゆる古典解  $V$  について  $V(\mathbf{x}) = J(\mathbf{x}; h^*)$  が成り立つための厳密な条件については、たとえば Flemming and Soner [12], III章の定理9.1参照。また、後退発展作用素 (backward evolution operator) を用いる条件(29)の数学的な意味づけも同書の例3.1に見出すことができる。

で、森林面積の時間的推移  $X_0(t)$  は回復プロセス  $dX_0(t) = F(X_0) dt$  にある。ここで森林面積の再生産関数  $F(\cdot)$  を特定して

$$F(z) = rz \left(1 - \frac{z}{K}\right), \quad 0 < r < 1, \quad K > 0, \quad (30)$$

とおく。これは生物資源の再生産プロセスでよく利用されるロジスティック成長モデルであり、 $r$  はその成長率、 $K$  はそのバイオマスが生息環境の中で許容される限度 (carrying capacity) を意味するパラメータである。このような森林面積の回復プロセスのもとでは、初期の森林面積が  $X_0(0) \equiv x_0 \geq K$  あるいは  $x_0 < K$  のいずれであっても、 $\lim_{t \rightarrow \infty} X_0(t) = K$  である。したがって、 $\lim_{t \rightarrow \infty} F(X_0(t))/\delta e^{\delta t} = 0$ 。

$e^{-\delta t} E_x[V(\mathbf{X}(t))]$  は四つの項の和である。すなわち、

$$\begin{aligned} e^{-\delta t} E_x[V(\mathbf{X}(t))] = & \\ & \phi_1(X_0(t)) E_{x_0, x_1} [\exp(\lambda^+ X_1(t) - \delta t)] + \phi_2(X_0(t)) E_{x_0, x_1} [\exp(\lambda^- X_1(t) - \delta t)] \\ & + B_1(X_0(t)) E_{x_0, x_1} [\exp(X_1(t) - \delta t)] / (\delta - a_1 + b) + F(X_0(t)) / \delta e^{\delta t}. \end{aligned}$$

このそれぞれが  $t \rightarrow \infty$  となるときの極限について考えよう。最後の  $F(\cdot)$  の部分がゼロに収束することは上で見た。残されているのは指数関数を含む項の挙動である。

まず最初に  $e^{-\delta t} E_x[\phi_i(X_0(t)) \exp(\lambda^\pm X_1(t))]$  ( $i = 1, 2$ ) を計算しよう。 $\phi_i(X_0(t))$  はそれが連続関数であれば  $t \rightarrow \infty$  のとき  $\phi_i(K)$  に収束する。問題となるのは確率変数の指数関数の項である。ところがこれらの項については

$$E_{x_0, x_1} [\exp(-\delta t + \lambda^\pm X_1(t))] = \exp(\lambda^\pm x_1) \quad (\text{複合同順}) \quad (31)$$

が成り立つ。この式は  $\exp(-\delta t + \lambda^\pm X_1(t))$  がマルチンゲールであることからしたがう。この点を示そう。(21)より、

$$\begin{aligned} & \exp(-\delta t + \lambda^\pm X_1(t)) \\ &= \exp(\lambda^\pm x_1) \exp \left\{ \int_0^t (\lambda^\pm (a_1 - b - \sigma_1^2/2) - \delta) ds + \int_0^t \lambda^\pm \sigma_1 dW_1(s) \right\} \\ &= \exp(\lambda^\pm x_1) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_0^t (\lambda^\pm \sigma_1)^2 ds + \int_0^t \lambda^\pm \sigma_1 dW_1(s) \right\}. \end{aligned}$$

ここで、二番目の等号は、 $\lambda^\pm$  が特性方程式の2実根であること、すなわち  $f(\lambda^\pm) = 0 \Leftrightarrow -(\lambda^\pm \sigma_1)^2/2 = \lambda^\pm (a_1 - b - \sigma_1^2/2) - \delta$  よりえられる。そして、最後の等式の第2番目の指数関数はマルチンゲールであるから、期待値をとれば1になる<sup>19</sup>。これで(31)が示された。

さらに(10)と同様にして、 $E_{x_0, x_1} [e^{-\delta t} \exp(X_1(t))] = e^{-\delta t} E_{x_0, x_1} [A_p^1(t)] = \exp(x_1) \exp[(a_1 - b - \delta)t]$  である。すでに述べたように、エコサービスの期待成長率が作物価格成長率に劣っているケース  $a_1 - b < 0$  に注目するなら  $a_1 - b - \delta < 0$ 。したがって、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E_{x_0, x_1} [e^{-\delta t} \exp(X_1(t))] = 0. \quad (32)$$

最後に  $B_1(\cdot)$  の連続性を仮定すれば、 $\lim_{t \rightarrow \infty} B_1(X_0(t)) = B_1(K)$  である。以上を総合して、(31)および(32)に注意すれば、(29)は

$$0 = \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\delta t} E_x [V(X(t))] = \phi_1(K) \exp(\lambda^+ x_1) + \phi_2(K) \exp(\lambda^- x_1)$$

を意味する。この関係式がすべての  $x_1 \in R^1$  について成り立たねばならない。そうであれば、 $K$  は  $x_1$  から独立であるので  $\phi_i(K) = 0$ 。これが任意の  $K > 0$  についてなりたつから  $\phi_i = 0$  ( $i = 1, 2$ )。

---

19 Novikov の条件による。Karatzas and Shreve [19], 系 5.13 (p.199) 参照。

### 5.2. 森林政策の変更とその境界値

これまでの議論から  $h = 0$  のときのエコサービスの評価関数  $V$  は(27)において  $\phi_1 = \phi_2 = 0$  とおいた

$$V(x_0, x_1) = \frac{B_1(x_0)}{\delta - a_1 + b} \exp(x_1) + \frac{F_1(x_0)}{\delta} \quad (33)$$

が適当である.  $B_1(X_0)\exp(X_1) = B_1(X_0)A_p^1 =$  エコサービスの生産額であるから, この評価はエコサービスの割引価値に森林面積の回復による便益を加えた大きさであることがわかる. 森林の伐採が停止されるときに, この評価関数は境界条件(24)を満足しなければならないから, 森林面積の再生の定義(30)より

$$\frac{B_1'(x_0)}{\delta - a_1 + b} \exp(x_1) + r - \frac{r}{K} x_0 - 1 = 0. \quad (34)$$

この式が定めるのは, 制御がゼロ伐採  $h = 0$  と最大収穫  $h = h_{\max}$  の間を切り替わるときの  $(x_0, x_1) \in R_+ \times R^1$  平面の境界である. (34)の左辺を  $G(x_0, x_1)$  とおき,  $G(x_0, x_1) = 0$  を  $x_0$  について解いて, この関係を満たす境界線  $x_0 = H(x_1)$  を求める.

森林の生産する便益は通常 of 収穫逦減則したがうと仮定して  $B_1$  は凹関数であるとしよう:  $B_1' > 0$ ,  $B_1'' < 0$ . このとき, つねに  $\partial G / \partial x_0 = B_1'(x_0) e^{x_1} / (\delta - a_1 + b) > 0$  であるから,  $\partial G / \partial x_0 = e^{x_1} B_1''(x_0) / (\delta - a_1 + b) - r / K < 0$  を考慮すれば,

$$\frac{dx_0}{dx_1} = \frac{dH(x_1)}{dx_1} = - \frac{\partial G / \partial x_1}{\partial G / \partial x_0} > 0.$$

したがって制御の切り替えは右上がりの曲線によって定めら, その境界  $x_0 = H(x_1)$  によって半空間  $R_+ \times R^1$  が二分される ( $x_0 \geq 0$  に注意) ことがわかる. エコサービスの価値が非常に大きくなって  $x_1 \rightarrow \infty$  となるときには経済学的に妥当な政策は森林保護 ( $h = 0$ ) であるから, 左上の半空間  $H_+ = \{(x_0, x_1) \in R_+ \times R^1 \mid x_0 < H(x_1)\}$  は森林保護領域であり, 右下  $H_- = \{(x_0, x_1) \in R_+ \times R^1 \mid x_0 > H(x_1)\}$  は

森林伐採による農地開発が進行する領域である (図3 参照).

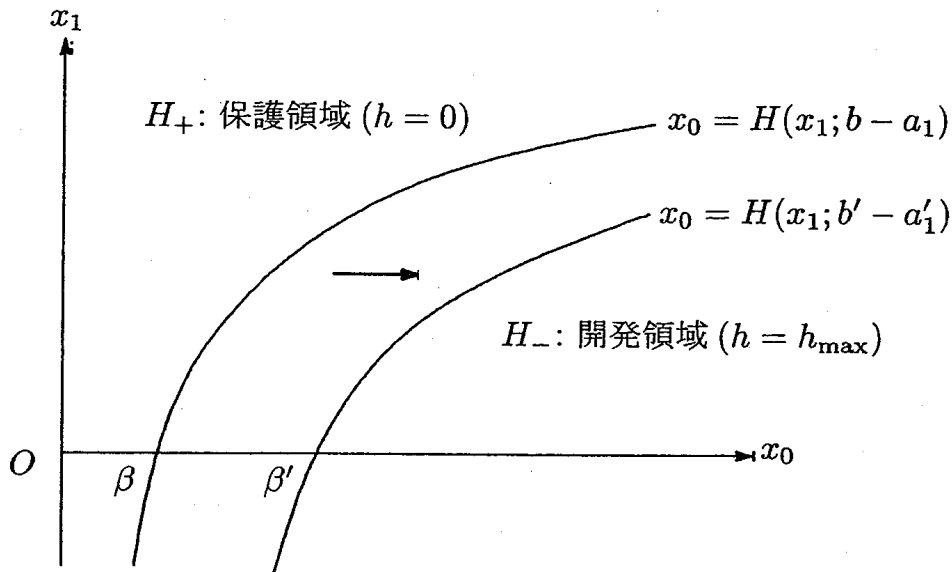


図3: 開発と保護の境界:  $b' - a'_1 > b - a_1 > 0$  のケース

## 6. 具体例による閾値の計算

### 6.1. 最大持続可能収穫量と対数便益

この節では伐採の最大量  $h_{\max}$  が最大持続可能収穫量 MSY にひとしく, エコサービスの便益が対数関数  $B_1(x_0) \equiv \log x_0$  によってさだまる典型例に関して, 森林政策切り替えの境界  $x_0 = H(x_1)$  および森林面積の制御経路が具体的にどうなるかをみる<sup>20</sup>.

最大持続可能収穫量とは森林面積の自己回復関数  $F(\cdot)$  の最大値である:  $MSY \equiv \max_{x_0} F(x_0)$ .  $F$  が式(30)でさだめられるときは, MSY は  $x_0 = K/2$  のとき達成され,  $MSY = rK/4$  であることがわかる.

20 MSY は Maximum Sustainable Yield の略である.

いま最大伐採量が MSY に等しいケースを考えよう： $h_{\max} = \text{MSY}$ 。このとき森林面積はそのときシステムがいずれの領域にあるかに依存して二つの微分方程式に従って変動する：

$$\frac{dx_0(t)}{dt} = \begin{cases} F(x_0) - h_{\max} = -(r/K)x_0^2 + rx_0 - rk/4, & (\text{森林伐採領域} : H_-) \\ F(x_0) = -(r/K)x_0^2 + rx_0. & (\text{森林保護領域} : H_+) \end{cases} \quad (35)$$

そして、保護領域と伐採領域の境界  $x_0 = H(x_1)$  は(34)に  $B'_1(x_0) = 1/x_0$  を代入して  $x_0 \geq 0$  に関して解くことによって

$$x_0 = H(x_1) = \frac{K}{2r} \left\{ (r-1) + \sqrt{(r-1)^2 + \frac{4r \exp(x_1)}{K(\delta - a_1 + b)}} \right\} \quad (36)$$

をえる。これを図示したのが図3である。

式(36)では曲線のシフトを定めるパラメータがいくつかあらわれている。そのうち自然環境における森林の許容限度  $K$  や森林の自己増殖率  $r$  はエコサービスに影響するパラメータとは独立に導入されたものであった。割引率  $\delta$  を除けば、後者のうち(36)に入り込んでいる要素は  $b - a_1$  のみであり、エコサービスの価値の確率的変動にかかわる  $\sigma_1$  は影響をあたえていない。エコサービスの相対価値の成長率  $a_1 - b < 0$  の絶対値が小さくなれば、 $\delta - a_1 + b > 0$  も小さくなる。したがって、所与の  $x_1$  に対して  $x_0 = H(x_1)$  は大きくなる。いいかえれば、エコサービス価値と農産物の価格の成長の見込みに差がなくなるにつれて、境界曲線  $H(x_1)$  は右にシフトする。これが図3に描かれた状況である。この図では異なる成長パラメータの二つの値  $b' - a_1' > b - a_1 > 0$  に対して二本の境界曲線が描かれている。こうした境界の右シフトはわれわれの経済学的直観に合致する。実際、エコサービスの価値の成長率が農産物価格の価格成長率にキャッチアップするにつれて、森林保護領域  $H_+$  は拡大し、逆に開発領域  $H_-$  は縮小するであろう

と推測されるからである。一方、これまでの前提とは逆に  $a_1 - b > 0$  であって、本来エコサービスの価値の成長のほうが農産物価格成長を上回っている状況でそのギャップの縮小が生じれば、開発領域が拡大し保護領域が縮小すること（境界の左シフト）が予想される。この予想が正しいことは同様にして確かめることができる。

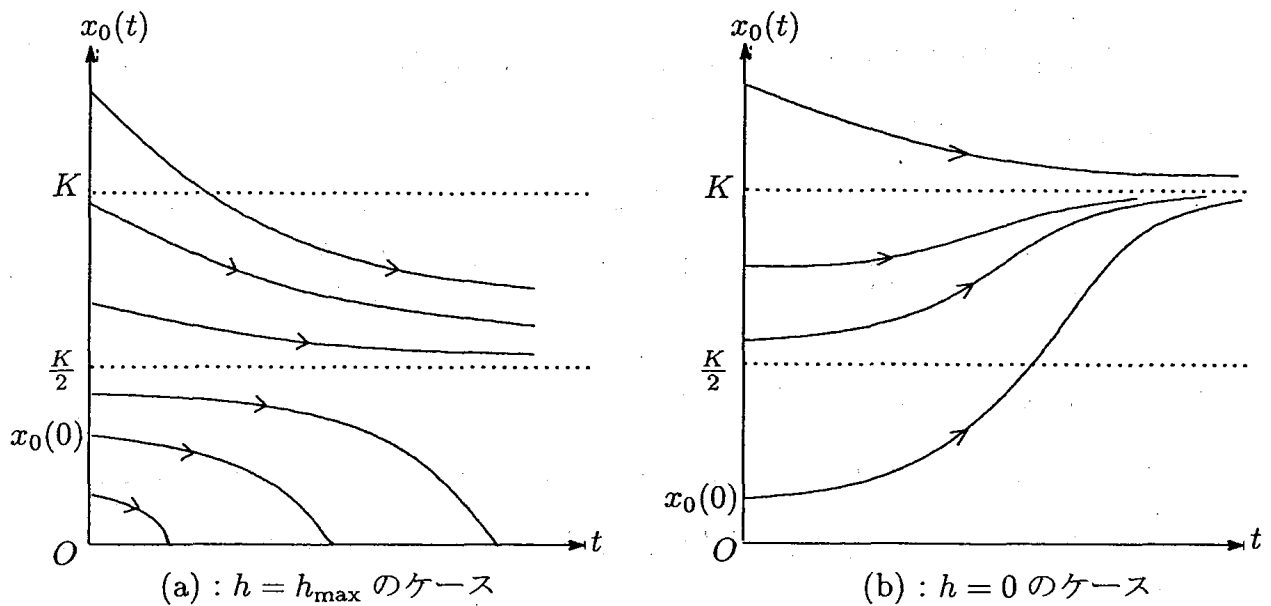


図 4：森林面積の解経路

境界(36)をはさんで、その左右の領域で森林政策は異なる。開発推進のケースでは MSY の伐採率にしたがって森林面積が変化し、保護のケース ( $h = 0$ ) では森林面積の自然の回復が生じる。これらはいずれも微分方程式(35)によって記述される。その変動を求めるために(35)を解くと、

$$x_0(t) = \begin{cases} K / \left( rt + \frac{K}{C_0} \right) + \frac{K}{2}, & \text{where } C_0 = x_0(0) - \frac{K}{2} \text{ on } H_- \\ K / (1 - C_1 e^{-rt}), & \text{where } C_1 = (x_0(0) - K) / x_0(0) \text{ on } H_+ \end{cases} \quad (37)$$



であるから、(37)のそれぞれの解の経路は図4のようになる。したがって、森林政策の制御の切り替えに応じて軌道は(a)か(b)かのいずれかになる。

### 6.2. 開発と保護の両立経路

次に図3における境界を解の軌道図4と同時に考察することによって、最適制御政策の下での森林面積の変動経路みたのが図5である。この図の左図(a)は図3を90度左に回転したものである。したがって、左に伸びる $x_1$ はこの図ではプラスの方向にあたる。(a)と(b)では縦軸の $x_0$ は共有されている。図(b)では縦軸上の初期値 $N, A, D, G$ からでる $x_0(t)$ の時間経路が、森林政策の制御下でどうなるかの例が時間軸(右方向)に沿って描かれている。

まず左の図5(a)に注目する。中央に左上がりに描かれている曲線が最適政策選択の境界を定める $x_0 = H(x_1)$ である。この右側が領域 $H_-$ で、システムがその点 $(x_0, x_1) \in H_-$ に位置するときは $h^* = h_{\max}$ が最適政策として選択されるのであった。 $H_-$ は二本の水平の点線によってさらに細かく三つの領域IV, V, VIであった。 $H_+$ は二本の水平の点線によってさらに細かく三つの領域I, II, IIIであった。

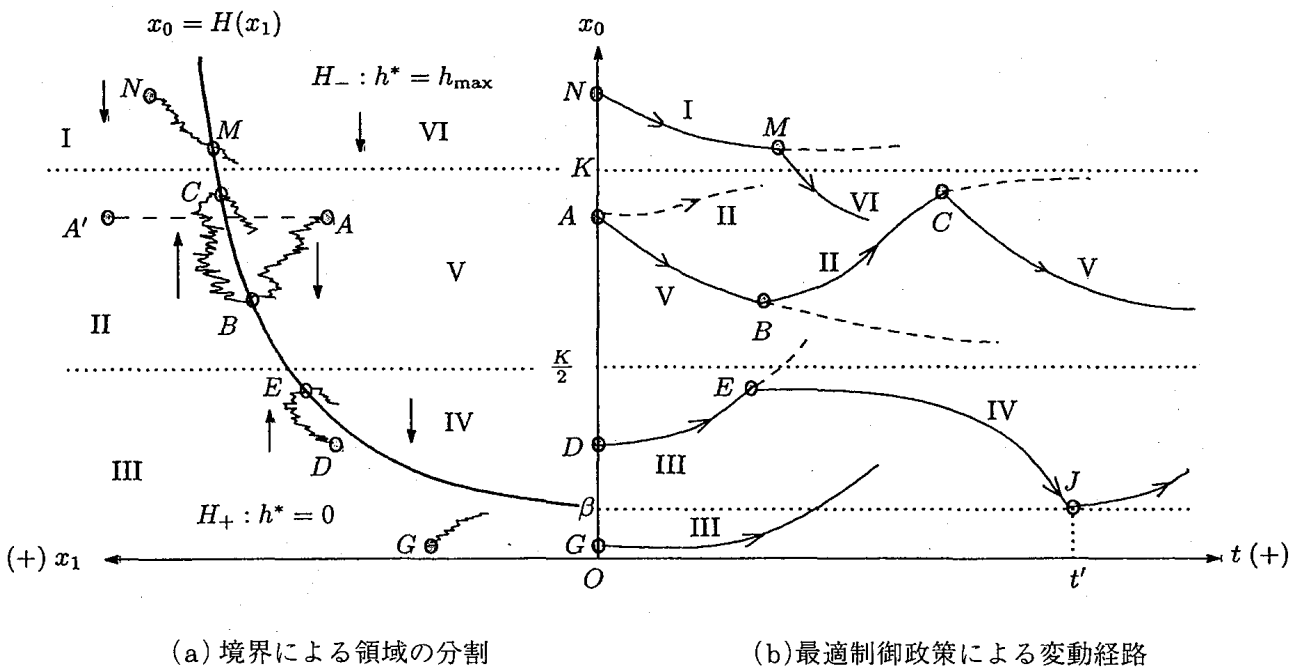


図5：制御下の森林面積変動

に分割される。この点線は森林の許容最大値  $K$  とその半分の水準  $K/2$  をあらわす。境界の右側  $H_+$  についても同様で、最適制御  $h^* = 0$  にしたがう領域全体が同じバイオマス水準線によって、I, II, III の三つのレベルに分割されている。

これらの分割の意味は以下のとおりである。まず左図(a)の点  $A$  に注目する。この点を初期点  $(x_0(0), x_1(0))$  とするシステムの変動を考えてみよう。まず森林面積は右図(b)の対応する初期値  $A$  から出発する。このとき  $x_0(t)$  が微分方程式 (37) のどちらにしたがって変動するかはそのときの最適制御が  $h^* = 0$  であるか  $h^* = h_{\max}$  であるかによってさだまる。点  $A$  は  $H_-$  に属するので明らかに最適制御は  $h^* = h_{\max}$  である。しかもそのときの  $x_0(0)$  の値は  $K/2$  と  $K$  の間に位置するので、図 4 (a) より、面積経路  $x_0(t)$  はまず減少に向かう。この減少がどれほどの時間継続するかはもうひとつの要素であるエコサービスの経路によって定まる。それは  $x_1(0) = X_1(0) \equiv \log A_p^1(0)$  からでる確率微分方程式  $dX_1(t) = (a_1 - b - \sigma_1^2/2)t + \sigma_1 dW_1$  のあるサンプルパスに他ならない。左図(a)ではその見本経路が点  $B$  で境界に達し、さらにそこから  $H_+$  の方へ境界を横断するケースを描いている<sup>21</sup>。点  $B$  で境界を横断して入る領域は  $H_+$  の II である。したがって、面積の時間経路は最適制御  $h^* = 0$  のもとで、初期値が  $K/2$  と  $K$  の間に位置するときの  $x_0(t)$  の変動にスイッチされる。再び図 4 (b) より、この時刻以降の  $x_0(t)$  は  $K$  に漸近する経路をとる。この  $x_0(t)$  の一連の挙動が図 5 (b) で、点  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots$  への経路として描かれているものである。

21 システムが点  $A$  から点  $B$  にいたるまでの時間の経過があるので、点  $B$  は点  $A$  とは同じ平面上には位置しないが、境界  $x_0 = H(x_1)$  が時間軸に沿って単に「横ずれ」してゆくに過ぎないので、ここでは二つの点  $A$  および点  $B$  はあたかも同じ平面上にあるように描かれている。  $H(x_1)$  が時間に依存してシフトしない理由は、生成作用素  $-G^h$  をさだめる確率過程(21)による。現在のモデルよりもより現実的な状況、たとえば、農産物価格とエコサービスの価値の期待成長率の大小関係  $a_1 < b$  が時間とともに入れ替わってゆくときには、 $a_1$  および  $b$  はいずれも時間の関数  $a_1 = a_1(t)$ ,  $b = b(t)$  とみるのが適当である。このようなケースについては境界  $H(x_1)$  は一般に時間とともに変動する移動境界  $H(t, x_1)$  となる。

この例のほかに、 $x_0(t)$  が上と同じ点  $A$  であらわされる水準からでも、 $x_1(0)$  の位置によっては、まったく異なった経路をとる可能性もある。たとえば、図 5 (a) の点  $A'$  に注目する。この点は  $x_0$  座標についてはうえの点  $A$  と同一であるが、 $x_1$  座標がより左に移動しているため、領域 II に属している。したがって、最適制御は  $h^* = 0$  であり、図 4 (b) によって当初  $x_0(t)$  は増加する。この経路は図 5 (b) で点  $A$  から上に出る破線で示されている。

ここで考えた二つの例はシステムの初期の位置が領域 II あるいは V に属していた。時間の経過とともに最適制御が途中どのように切り替わるかは確率過程  $X_1(t)$  に依存する。したがって、うえで検討した経路はあくまで例に過ぎないが、途中で制御のどのような切り替えがあっても、II あるいは V からでる森林面積  $x_0(t)$  はつねに

$$K/2 < x_0(t) < K \quad \text{for any } t \geq 0$$

をみたす。これは図 4 を仔細に検討すれば明らかである。いいかえれば、次のことがわかる。

### 命題 1

森林面積が最初  $K/2 < x_0(0) < K$  にあるとすれば、エコサービスの相対価格の確率的な変動にかかわらず、制御された森林面積はやはり  $K/2$  と  $K$  の間にとどまる。

森林の面積あるいはそのバイオマスのサイズが物理的な許容限度を超えず、かつ半分以上を維持する状態は、十分現実的である。したがって、たとえ森林伐採が最大持続可能収穫量のレベルまですすむことであっても、森林がそのロジスティックな再生能力を維持しており、かつ完全な伐採停止  $h = 0$  期間を織り交ぜることが適宜なされる限り、農業あるいは牧畜のための開発と森林保護とを両立させることができることがわかる。

初期面積が  $K/2 < x_0(0) < K$  以外のケースについてはいくつかの可能性が考えられる。たとえば、図5の点  $D$  を例にとってみる。点  $D$  は領域 III に属するので  $x_0(t)$  は増加に向かう。点  $E$  で境界を横断するケースを考えれば、そこから領域 IV に入ることになるので、最大持続可能収穫量の伐採が始まり、 $x_0(t)$  は減少に転じる。この伐採による森林の縮小がどこまで継続するか一般に不明であるが、かりに  $x_1(t)$  の見本経路が領域 IV にとどまり続けるとしてみよう ( $X_1(t) < 0$  となり得ることに注意)。するとその間  $x_0(t)$  はさらに減少を続け、点  $J$  で  $x_0(t') = \beta \equiv H(0)$  の水準に達するとする。この時刻  $t'$  以降で森林面積がさらに縮小しつづけることはない。なぜならかりに  $x_0(t' + \epsilon) < \beta$  となる  $\epsilon > 0$  が存在して、 $0 \geq (dx_0/dt)_{t=t'+\epsilon}$  となっているとすれば、 $x_0(t' + \epsilon)$  は領域 III に属するのでなければならない。領域 III の制御によれば、 $0 \geq (dx_0/dt)_{t=t'+\epsilon} = F(x_0(t' + \epsilon))$ 。ところが  $F(x_0(t')) = F(\beta) > 0$  であるから、 $F(\cdot)$  および  $x_0(\cdot)$  の連続性より、 $\epsilon > 0$  を十分小さくとれば  $F(x_0(t' + \epsilon)) > 0$  でなければならず、矛盾を生ずる。したがって、図5にあるように森林面積は  $\beta$  の水準を下回ることはない。

最後に面積が  $\beta$  以下の状態から始まる点  $G$  および水準  $K$  以上から始まる点  $N$  の典型的な軌道を考察しよう。点  $G$  は領域 III に属するので最初  $x_0(t)$  は増加する。その増加が  $\beta$  以上に至ることもあり得る。いずれにせよ、いったん  $\beta$  の水準に達することがあれば、そこから減少に転じることない。これはすぐ上で見たのと同じ推論による。したがって、たとえ森林面積が  $\beta$  以下の低い水準からはじまっても、ここで記述した制御政策にしたがうかぎり、そのまま時間の経過とともに  $x_0(t) \rightarrow 0$  となることはない。図4から明らかなように、点  $N$  についても面積が  $K/2$  以下になることはない。

以上よりわれわれの森林政策のもとでの面積の長期的な下限  $\bar{X}_0$  として  $\beta$  あるいは  $K/2$  のいずれかをとることができる：

$$\begin{aligned}\bar{X}_0 &\equiv \min \left\{ H(0), \frac{K}{2} \right\} \\ &= \frac{K}{2} \min \left\{ \frac{r-1}{r} + \sqrt{\left(\frac{r-1}{r}\right)^2 + \frac{4}{Kr(\delta - a_1 + b)}}, 1 \right\}\end{aligned}$$

うえの二番目の中括弧のなかの最初の式を  $r$  の関数とみよう： $\phi(r) \equiv (r-1)/r + \sqrt{(r-1)^2/r^2 + 4/Kr(\delta - a_1 + b)}$ 。ここで所与の  $r$  に対して  $\phi(r)$  が 1 より小さくなれば  $\bar{X}_0 = H(0) \equiv \beta < K/2$  であり、境界  $x_0 = H(x_1)$  は図 5 に描かれているような位置にくる<sup>22</sup>。  $\bar{X}_0 = \beta$  であるとき、森林面積の長期的な下限と  $b - a_1$  の間の関係は図 3 でみたとおりである。

## 7. モデルの問題点

### 7.1. 限界原理の破綻：環境問題の真の所在

これまでのモデルで最大化の目的関数となった  $B_p^n$  は、エコサービスという公共的な便益と農地からもたらされる利益の単純な合計であった。森林伐採をふくめいわゆる「共有地の悲劇」は、本来公共性をもつ社会的共有資産が私的に利用されることに潜む矛盾に発する。その共有資源を利用する人口が増加するにつれて、限界的な私的利益の追求が資産の公共的な価値を破壊するまでに進行することであった (Hardin [16])。  $B_p^n$  では、公共性をもつエコサービスの便益と完全に私的な市場システムにのって決定される利益とが単純に合計されているわけであるから、この便益の最大化を目指すことは本来矛盾するものの両立を図ってい

22  $\phi$  は  $r$  の単調増加関数で、  $\lim_{r \rightarrow 0} \phi(r) = 2/K(\delta - a_1 + b)$  および  $\lim_{r \rightarrow 1} \phi(r) = \sqrt{K(\delta - a_1 + b)}$  である。したがって、  $K > 4/(\delta - a_1 + b)$  ならば任意の  $0 < r < 1$  に対して  $\beta < K/2$  となる。たとえ  $0 < K < 4/(\delta - a_1 + b)$  であっても、  $r$  が十分小さいならば  $\phi(r)$  は  $2/K(\delta - a_1 + b)$  に近いので、それに対応して  $\beta = H(0)$  も  $1/(\delta - a_1 + b)$  にちかくなる。  $K/2$  がそのときの  $\beta$  の値より大きいと仮定することは不自然ではない。したがって、  $r$  が小さい場合も  $\beta < K/2$  とみてよいであろう。

ることに他ならない。ここで得られた結論は、森林政策の賢明な運用があれば、それが可能であることを示すものである。しかしこれは適切な結論といえるだろうか？

Farber *et al.* [11] はエコシステムサービスの価値が質的に異なる二つの部分からなることに注意を喚起している。すなわちそれは効率性の視点で分析できる価値と持続可能性の視点にたって見なければならない価値である。森林の面積やそのなかのバイオマスの変動と、その結果生じるエコサービスの変化を限界分析で扱うことができるのは、両者の関数関係が滑らかであるときのみである。したがって、森林面積の小変動がエコサービスの質的あるいは量的な大変化をもたらすような領域では、限界分析は適用できない。これはエコサービスの価値評価を、限界分析=効率性分析から、そもそもエコサービスが安定的に供給できるかという持続可能性の観点に立った評価に転換しなければならない領域が存在することを意味する。そして、このレベルの分析に事の真の不可逆性があらわれる。

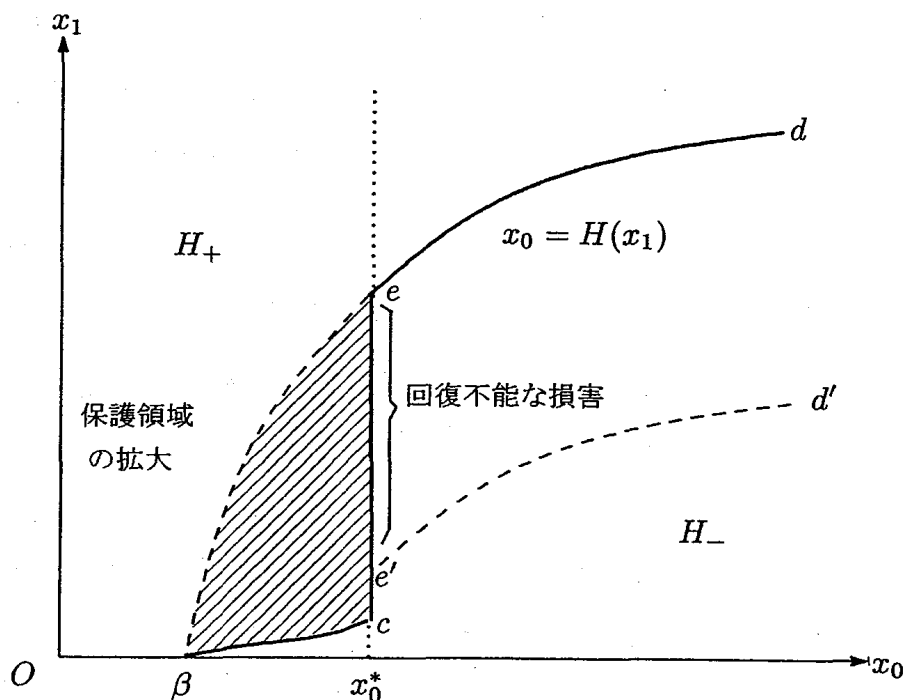


図6：不可逆な破壊と保護領域の拡大

図6はこの論点を図示したものである。効率性分析が適用できるときには、境界関数  $x_0 = H(x_1)$  は曲線  $\beta - e - d$  であった。いま、ある臨界的な森林面積  $x_0^*$  が存在して、そこで境界線が垂直的に折れて曲線  $\beta - c - e' - e - d$  となっているとしてみよう。このとき  $x_0^*$  の前後では限界的な森林面積の変化が、大きなエコサービス価値の変動に対応し、保護領域が拡大する(図6の斜線部分)。生態系の破壊や生物多様性の喪失といったエコサービスの毀損はこのような臨界レベルでの変動に関係すると思われる。時間とともにある程度の損害が自然に回復されることがあっても、境界関数は  $e' - d'$  をむすぶより下方シフトした曲線にならざるをえないであろう。そのシフトは環境保護領域がより拡大することを意味するからである。そして、シフトの距離  $e - e'$  は回復できなかった環境破壊のコストに対応するとみることができる。

以上の見方に立って本稿のモデルをふりかえるなら、これまでの考察は森林面積の臨界値  $x_0^*$  をもたない効率性分析の範疇に入ることがわかる。図6にあるような状況を視野に入れるためには、限界分析(古典的な微分可能性)を拡充しなければならないことが予想される。境界  $x_0 = H(x_1)$  が偏微分方程式(26)から導かれた点を考慮すれば、より現実的なシナリオを扱うためには、便益関数  $B_i(x_0)$  に臨界値  $x_0^*$  での不連続を認め、局所可積分性だけを要求するようなアプローチが考えられる。そのようなケースでは、解となる関数概念の拡張(超関数解)がもとめられるであろう。こうした点の考察は今後の課題である。

#### 参考文献

- [1] Anderson, L. E., Granger, C. W. J., Reis, E. J., Weinhold, D., and Wunder S. (2002): *The Dynamics of Deforestation and Economic Growth in the Brazilian Amazon*, Cambridge Univ. Press.
- [2] Arrow, K. J. and Fisher A. C. (1974): "Environmental Preservation, Uncertainty and Irreversibility", *Quarterly Journal of Economics*,

vol. 88. pp.312-319.

- [3] Brennan, M. J. and Schwartz, E. S.(1985): "Evaluating Natural Resource Investments," *Journal of Business*, vol. 58, pp.135-157.
- [4] Clark, C. W.(1990): *Mathematical Bioeconomics: The Optimal Management of Renewable Resources*, 2nd ed., Wiley.
- [5] Clarke, H.R. and Reed, W. J.(1990): "Applications of Optimal Stopping in Resource Economics," *Economic Record*, vol. 66, pp.254-265.
- [6] Conrad, J. M.,(1997): "On the Option Value of Old-growth Forest," *Ecological Economics*, vol. 22, pp.97-102.
- [7] Conrad, J. and Ludwig, D. (1994): "Forest Land Policy: The Optimal Stock of Old-growth Forest," *Natural Resource Modeling*, vol.8, 1994.
- [8] Constanza, R., d'Arge, R., de Groot, R., Farber, S., Grasso, M., Hannon, B., Naeem, S., Limburg, K., Paruelo, J., O'Neill, R.V., Raskin, R., Sutton, P., van den Belt, M. (1997): "The Value of the World's Ecosystem Services and Natural Capital," *Nature*, vol. 387, pp.253-260.
- [9] Crank, J.(1984): *Free and Moving Boundary Problems*, Oxford University Press.
- [10] Dixit, A. K. and Pindyck, R. S. (1994): *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press.
- [11] Farber, S. C., Constanza, R., and Wilson, M. A. (2002): "Economic and Ecological Concepts for Valuing Ecosystem Services," *Ecological Economics*, vol. 41, pp.357-392.
- [12] Flemming, W. H. and Soner, M. (1993): *Controlled Markov Processes and Viscosity Solutions*, Springer.
- [13] Forsyth, M. (2000): "On Estimating the Option Value of Preserving a Wilderness Area," *Canadian Journal of Economics*, vol.33. pp.413-434.
- [14] Gowdy, J. M.(1997): "The Value of Biodiversity: Markets, Society, and Ecosystems," *Land Economics*, vol.73, pp.25-41.
- [15] Hanley, N.(1999): "Cost-benefit Analysis of Environmental Policy and Management," in Jeroen C.J.M. van den Bergh (ed.): *Handbook of Environmental and Resource Economics*, Edward Elger, pp.824-836.
- [16] Hardin, G. (1968) "The Tragedy of Commons," *Science*, vol.162, pp.1243-1248.
- [17] Hartman, R. (1976) "The Harvesting Decision When a Standing Forest Has Value," *Economic Inquiry*, vol.14, pp.52-58.
- [18] Howarth, R. B. and Farber S. (2002): "Accounting for the Value of



- Ecosystem Services,” *Ecological Economics*, vol.41, pp.421-429.
- [19]Karatzas, I. and Shreve S. E. (1991): *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, 2nd. ed., Springer.
- [20]Kushner, H. J. and Dupuis, P. (2001): *Numerical Methods for Stochastic Control Problems in Continuous Time*, 2nd. ed., Springer.
- [21]Lambin, E. F. and Helmut, J. (2003): “Regional Differences in Tropical Deforestation,” *Environment*, vol. 45, pp.22-36.
- [22]Limburg, K. E., O’Neil, R. V., Constanza, R., and Farber, S. (2002): “Complex System and Valuation,” *Ecological Economics*, vol. 41, pp.409-420.
- [23]Lomborg, B. (1998): *The Skeptical Environmentalist: Measuring the Real State of the World*, Cambridge Univ. Press.
- [24]Malcolm L. H. Jr.(1999): “Biological Diversity,” in *Maintaining Biodiversity in Forest Ecosystem*, Cambridge University Press, pp.3-21.
- [25]PfaR, A. S. P. (1999): “What Drives Deforestation in the Brazilian Amazon?: Evidence from Satellite and Socioeconomic Data,” *Journal of Environmental Economics and Management*, vol.37, pp.26-43.
- [26]Pindyck, R. S.(1988): “Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm,” *American Economic Review*, vol.78, pp.969-985.
- [27]Reed, W. J. (1993): “The Decision to Conserve or Harvest Old-growth Forest,” *Ecological Economics*, vol.8,pp.45-69.
- [28]Reed, W. J. and Clarke H. R.(1990): “Harvest Decisions and Asset Valuation for Biological Resources Exhibiting Size-dependent Stochastic Growth,” *International Economic Review*, vol.31, pp.147-169.
- [29]Samuelson, P. A.(1976): “Economics of Forestry in an Evolving Society,” *Economic Inquiry*, vol.14, pp.466-492.
- [30]Stakgold, I. (1998): *Green’s Functions and boundary Value Problems*, 2nd. ed., Wiley.
- [31]Schatzki, T. (2003): “Options, Uncertainty and Sunk Costs: An Empirical Analysis of Land Use Change,” *Journal of Environmental Economics and Management*, vo. 46, pp.86-105.
- [32]Swallow, S. K., Parks, P. J., and Wear, D. N. (1990): “Policy-Relevant Nonconvexities in the Production of Multiple Forest Benefits,” *Journal of Environmental Economics and Management*, vol.19, pp.264-280.