

3100000011547

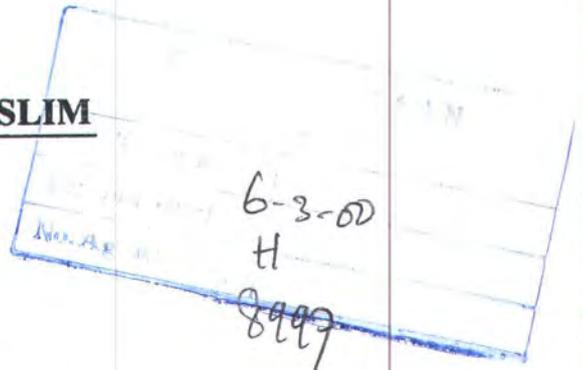
**PENYELESAIAN PERSOALAN INVERS KINEMATIK
PADA MANIPULATOR REDUNDANT
DENGAN MENGGUNAKAN
METODE DEKOMPOSISI**

TUGAS AKHIR



Oleh :

MUHAMMAD AZIZ MUSLIM
NRP. 2293 100 093



RSE
629.892
KMS
P-1

1998



**JURUSAN TEKNIK ELEKTRO
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
1998**

**PENYELESAIAN PERSOALAN INVERS KINEMATIK
PADA MANIPULATOR REDUNDANT
DENGAN MENGGUNAKAN
METODE DEKOMPOSISI**

TUGAS AKHIR

Diajukan Guna Memenuhi Sebagian Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Teknik
Pada
Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan
Jurusan Teknik Elektro
Fakultas Teknologi Industri
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

**Mengetahui / Menyetujui,
Dosen Pembimbing**



**DR. Ir. Achmad Jazidie, M.Eng
NIP. 131 647 788**

**SURABAYA
AGUSTUS 1998**

*Jagalah perintah Allah, niscaya Allah akan menjaga engkau.
Jagalah larangan Allah, karena Allah selalu didepanmu.
Dekatlah Allah dimasa senang, niscaya Allah mengenalmu
disaat kesukaran. Jika engkau minta sesuatu maka mintalah
kepada Allah, dan jika minta bantuan mintalah bantuan
kepada Allah....*

(Al - Hadits)

ABSTRAK

ABSTRAK

Manipulator yang dipergunakan dalam proses industri umumnya memiliki enam derajat kebebasan, sehingga dapat mencapai semua posisi dan orientasi end-effector. Namun manipulator ini masih memiliki keterbatasan, antara lain karena adanya kemungkinan manipulator akan menempuh konfigurasi singular. Oleh karena itu dikembangkan manipulator yang memiliki derajat kebebasan berlebih (redundant). Penyelesaian matematis dari persoalan invers kinematik untuk manipulator redundant umumnya ditempuh dengan melakukan perhitungan pseudoinverse dari matrik Jacobian. Perhitungan pseudoinverse ini memiliki kompleksitas perhitungan yang tinggi sehingga banyak memakan waktu dan merugikan pada implementasi real time. Pada tugas akhir ini dikembangkan suatu metode baru untuk menyelesaikan persoalan invers kinematik pada manipulator redundant tanpa melalui perhitungan pseudoinverse dan memiliki kinerja yang lebih baik dibanding metoda terdahulu. Setelah diuji validitas serta efisiensinya, selanjutnya hasilnya akan disimulasikan dalam program komputer.

... Telah kering kalam yang mencatat ketentuan Allah hingga hari kiamat. Maka andaikan semua makhluk berusaha untuk menguntungkan kepadamu sesuatu yang tidak ditetapkan Allah, maka tidak akan dapat, demikian pula andaikan mereka berusaha berbuat kejahatan kepadamu yang tidak ditakdirkan oleh Allah, maka tidak akan dapat. Karena itu jika kau dapat beramal karena Allah dengan perasaan rela dan keyakinan, maka laksanakanlah, maka jika tidak dapat, dalam kesabaran menghadapi kesukaran itu sangat baik, ketahuilah bahwa kemenangan itu selalu dalam kesabaran, dan kelapangan itu disamping kesempitan, dan tiap kesukaran akan ada kelapangan.

(Al Hadits)

KATA PENGANTAR

KATA PENGANTAR

Bismillaahirrohmaanirrohiim

Puji syukur kami panjatkan kepada Allah Yang Maha Rahman dan Maha Rahiim, yang telah melimpahkan kasih sayang, kekuatan, dan petunjuk kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini, sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana Jurusan Teknik Elektro.

Dalam kesempatan ini perkenankanlah penulis mengucapkan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada :

- Bapak DR.Ir. Achmad Jazidie, M.Eng, selaku dosen pembimbing yang dengan penuh kesabaran memberikan arahan, nasehat serta bimbingan dan semangat kepada penulis
- Bapak DR.Ir. Moch Rameli, selaku Koordinator Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan yang telah memberikan fasilitas kepada penulis
- Bapak dan Ibu dosen pada Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan pada khususnya dan Jurusan Teknik Elektro umumnya
- Bapak, Ibu, Mbak Elly, Khoir dan seluruh keluarga di Magelang, yang telah memberikan semangat, inspirasi, dan terutama do'a kepada penulis
- Rekan-rekan di Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan, Okim, Aris, Imam, Dodo, Mas Yusuf, Mas Zul, Mas Tole, Mas Kojar, Mas Ancha, Lasman, Rudi, Erfan, Malik, Karno dll. yang telah banyak memberikan bantuan, dorongan dan pengertian

- Rekan-rekan seperjuanganku di Masjid Baitul Muttaqin, Al-Ibrahim, Asrama, As-Sa'adah, Haqqul Yaqin, Manarul 'Ilmi dan Nurul Hidayah, yang telah banyak memberikan bantuan, do'a dan semangat yang sangat berarti bagi penulis.
- Bapak H. Abdul Kholiq sekeluarga yang telah merelakan sebagian rumahnya untuk ditempati penulis selama mengerjakan Tugas Akhir.
- Serta pihak - pihak yang banyak membantu selama penulis menjalani studi yang tidak dapat kami sebutkan satu persatu

kiranya hanya Allah SWT yang dapat membalas kebaikan mereka di dunia sampai di akhirat. Amiin.

Besar harapan penulis semoga tugas akhir ini bermanfaat bagi para pembaca pada umumnya serta mahasiswa Teknik Elektro pada khususnya. Penulis menyadari kekurangan yang ada sehingga tugas akhir ini masih jauh dari sempurna, oleh karena itu kritik dan saran selalu penulis harapkan.

Surabaya, Agustus 1998

Penulis

Dan sabarkanlah dirimu bersama-sama dengan orang-orang yang menyeru Tuhannya di waktu pagi dan petang dengan mengharap keridho'an-Nya, dan janganlah kedua matamu berpaling dari mereka karena mengharapkan perhiasan kehidupan dunia ini, dan janganlah kamu mengikuti orang yang hatinya telah Kami lalaikan dari mengingati Kami dan lagi menuruti hawa nafsunya, dan keadaannya itu melewati batas (Q.S Al-Kahfi : 28)

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI

	Halaman
Abstrak	ii
Kata Pengantar	iii
Daftar Isi	v
Daftar Gambar	viii
Daftar Tabel	x
BAB I	
PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Tujuan Tugas Akhir	3
1.3. Rumusan Masalah	3
1.4. Sistematika Pembahasan	4
BAB II	
KINEMATIKA ROBOT REDUNDANT	6
2.1. Pendahuluan	6
2.2. Model Kinematik Dari Gerakan Sesaat Manipulator Redundant	8
2.3. Invers Kinematik Gerakan Sesaat Manipulator Redundant	12

2.4. Metode Gradient Projection	13
BAB III	
PENYELESAIAN INVERS KINEMATIK	16
3.1. Metode Tradisional	17
3.2. Metode Yang Diusulkan Dubey (1991)	18
3.3. Metode Compact Formulation	23
BAB IV	
METODE DEKOMPOSISI UNTUK PENYELESAIAN INVERS KINEMATIK	25
4.1. Perumusan Metode Dekomposisi	25
4.2. Perbandingan Metode Dekomposisi dengan Metode Dubey (1991)	28
4.3. Analisa Kompleksitas Perhitungan	30
4.4. Contoh Perhitungan Numerik	33
BAB V	
SIMULASI DAN ANALISA HASIL SIMULASI	39
BAB VI	
PENUTUP	49
6.1. Kesimpulan	49

6.2. Saran

50

DAFTAR PUSTAKA

51

Belumkah datang waktunya bagi orang-orang yang beriman, supaya tunduk hati mereka mengingat Allah

(Q.S Al-Hadid : 16)

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1. Manipulator Planar Dengan 2 Derajat Kebebasan	8
Gambar 2.2. Diagram <i>Linier Mapping</i> dari <i>Instantaneous Kinematics</i>	10
Gambar 5.1. Blok Diagram Simulasi	39
Gambar 5.2. Konfigurasi Awal Manipulator	40
Gambar 5.3. Gerakan Lengan Manipulator	41
Gambar 5.4.a Grafik Posisi Terhadap Waktu (Dalam Sumbu x) pada Simulasi Dengan Menggunakan Metode Dekomposisi	43
Gambar 5.4.b Grafik Posisi Terhadap Waktu (Dalam Sumbu y) pada Simulasi Dengan Menggunakan Metode Dekomposisi	43
Gambar 5.5.a Grafik Posisi Terhadap Waktu (Dalam Sumbu x) pada Simulasi Dengan Menggunakan Metode Tradisional	45
Gambar 5.5.b Grafik Posisi Terhadap Waktu (Dalam Sumbu y) Pada Simulasi Dengan Menggunakan Metode Tradisional	45
Gambar 5.6.a Grafik Posisi Terhadap Waktu (Dalam Sumbu x) Pada Simulasi Dengan Menggunakan Metode <i>Compact Formulation</i>	47

Gambar 5.6.b Grafik Posisi Terhadap Waktu (Dalam Sumbu y) Pada
Simulasi Dengan Menggunakan Metode *Compact*
Formulation

Abu Dzar Al-Ghifari r.a berkata, " Aku dipesan oleh kekasihku, Muhammad Rasulullah SAW agar jangan takut kepada celaan manusia selama aku dalam perjuangan karena Allah, berbicara jujur dan benar meskipun pahit akibatnya, banyak mengucapkan la haula wa la quwwata illa billah, karena itu adalah pusaka dari pusaka-pusaka surga " .

DAFTAR TABEL

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1. Kompleksitas Perhitungan Untuk Perkalian Matriks	31
Tabel 4.2. Kompleksitas Perhitungan Untuk Invers dari <i>Full Rank Square Matrix</i>	31
Tabel 4.3. Hasil Analisa Kompleksitas Metode Tradisional	31
Tabel 4.4. Hasil Analisa Kompleksitas Metode <i>Compact Formulation</i>	32
Tabel 4.5. Hasil Analisa Kompleksitas Metode Dekomposisi	32
Tabel 4.6. Perbandingan Kompleksitas Perhitungan J^+	33
Tabel 5.1. Data Lengan Manipulator Tiap Link	40
Tabel 5.2. Data Hasil Simulasi Dengan Menggunakan Metode Dekomposisi	42
Tabel 5.3. Data Hasil Simulasi Dengan Menggunakan Metode Tradisional	44
Tabel 5.4. Data Hasil Simulasi Dengan Menggunakan Metode <i>Compact Formulation</i>	46



Katakanlah, apakah akan Kami beritahukan kepadamu tentang orang-orang yang paling merugi perbuatannya ? Yaitu orang-orang yang telah sia-sia perbuatannya dalam kehidupan dunia ini, sedangkan mereka menyangka berbuat sebaik-baiknya.

(Q.S Al-Kahfi : 103-104)

BAB I

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. LATAR BELAKANG

Manipulator yang digunakan pada proses industri sebagian besar memiliki 6 (enam) derajat kebebasan. Enam adalah jumlah *joint* minimum yang diperlukan untuk dapat menjangkau semua posisi dan orientasi dalam daerah kerjanya. Akan tetapi masih ada keterbatasan pada manipulator dengan 6 (enam) derajat kebebasan ini dalam mengikuti *path* dari *end-effector*, misalnya karena adanya kemungkinan manipulator menempuh konfigurasi *singular*. Pada keadaan konfigurasi *singular* ini, *end effector* dari manipulator tidak dapat berotasi atau bertranslasi pada arah tertentu.

Untuk mengatasi hal diatas, maka dipergunakan suatu manipulator yang memiliki derajat kebebasan yang berlebih (*redundant*). Suatu manipulator disebut *redundant* jika ia memiliki kelebihan minimal satu derajat kebebasan untuk melaksanakan suatu kerja yang dibebankan. Selain untuk mengatasi masalah *singularities*, masih banyak keuntungan lain yang diperoleh dari manipulator *redundant* ini, diantaranya untuk mengatasi *joint limit*, menghindari halangan (*obstacle*) sambil mengikuti trajektori tertentu dari *end-effector*, dan juga untuk meminimalkan *joint velocities* ataupun *actuator torque*.

Meskipun memiliki banyak kelebihan, namun manipulator *redundant* memiliki kompleksitas yang tinggi di dalam perhitungan. Persamaan kinematik linier yang berhubungan dengan *joint velocity* untuk menyatakan komponen *end-*

effector velocity (linier dan anguler) pada manipulator *redundant* tidak memiliki penyelesaian yang *unique*. Pada keadaan ini kita dapat memilih penyelesaian *joint velocity* yang dapat meningkatkan *performance* dari manipulator.

Berbagai penelitian telah banyak dilakukan berkenaan dengan hal ini. Diantaranya oleh Whitney (1969), Liegeois (1977), Nakamura, Hanafusa, dan Yoshikawa (1987), Maciejewski, dan Klein (1985). Kesemua dari para peneliti tersebut menyarankan penggunaan *Moore-Penrose generalized inverse* atau *pseudoinverse* untuk menyelesaikan invers kinematik. Namun penggunaan dari metode ini masih terbatas penggunaannya secara *off-line* dikarenakan harga perhitungan (*computational cost*) dari *pseudoinverse* yang besar. Klein dan Huang (1983) menawarkan penyelesaian dengan menggunakan eliminasi Gauss. Namun metode inipun masih memiliki *computational cost* yang tinggi.

Suatu metode yang lebih efisien ditawarkan oleh Chevellereau dan Khalil (1988) dan juga oleh Huang dan Varma (1991) yaitu dengan mereformulasikan permasalahan invers kinematik sehingga penyelesaiannya lebih efisien. Selain itu diperkenalkan juga suatu metode yang disebut *Compact Formulation* oleh Cheng, Chen dan Sun (1991). Pada tahun yang sama Dubey, Euler, dan Babcock (1991) menawarkan metode yang menghasilkan penyelesaian *least norm* secara langsung dari penyelesaian partikular dan homogennya. Kesemua metode diatas mencoba melakukan reformulasi dari *pseudoinverse* dengan beberapa pendekatan. Meskipun perhitungan *pseudoinverse* secara langsung telah berhasil dihindari, namun nilai *computational cost* dari metode-metode diatas masih relatif tinggi, sehingga masih memungkinkan untuk mengembangkan teknik baru yang akan

menurunkan nilai *computational cost* yang sekaligus meningkatkan kecepatan perhitungan invers kinematik yang berarti juga meningkatkan *performance* dari manipulator.

Pada tugas akhir ini akan dikembangkan suatu metoda baru yang berguna untuk menyelesaikan invers kinematik pada manipulator *redundant*. Dengan menggunakan metode ini dapat dihindari perhitungan *pseudoinverse* dari matriks Jacobian dalam penyelesaian persoalan invers kinematik dan nilai *computational cost* akan lebih rendah dibanding metode sebelumnya, sehingga perhitungan *joint velocities* pada invers kinematik menjadi lebih efisien.

1.2. TUJUAN TUGAS AKHIR

Dalam tugas akhir akan dikembangkan suatu metode untuk mencari penyelesaian masalah invers kinematik dari suatu manipulator *redundant* tanpa melalui perhitungan *pseudoinverse*. Dengan menggunakan metode baru ini akan dicapai nilai *computational cost* yang relatif lebih rendah dibanding metode yang ada, sehingga perhitungan invers kinematik lebih efisien.

1.3. RUMUSAN MASALAH

Dalam menyelesaikan persamaan kinematik pada manipulator *redundant*, seseorang dihadapkan pada perhitungan invers kinematik, yang umumnya akan diselesaikan dengan melalui perhitungan *pseudoinverse* dari matriks Jacobian. Perhitungan *pseudoinverse* ini memiliki kompleksitas perhitungan yang tinggi sehingga banyak memakan waktu dan merugikan pada implementasi *real time*.

Maka, perhitungan invers kinematik yang lebih cepat telah dan sedang menjadi isu yang penting dalam penelitian tentang robot *redundant*.

Dengan demikian permasalahan yang hendak diselesaikan dalam tugas akhir ini dapat dirumuskan sebagai berikut :

Bagaimanakah mendapatkan metode baru untuk menyelesaikan persoalan invers kinematik manipulator *redundant* tanpa melalui perhitungan *pseudoinverse* serta memiliki *computational cost* yang lebih rendah dibanding dengan metode lain yang telah ada.

1.4. SISTEMATIKA PEMBAHASAN

Sistematika pembahasan pada tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

Bab I Pendahuluan

Bab pertama ini berisi tentang latar belakang, tujuan tugas akhir, perumusan masalah dan sistematika pembahasan.

Bab II Kinematika Robot Redundant

Bab kedua ini membahas konsep kinematika pada robot yang dimulai dari pembahasan mengenai model kinematik gerakan pada robot *redundant*, permasalahan redundansi, invers kinematik gerakan sesaat manipulator *redundant*, serta metode *gradient projection*.

Bab III Penyelesaian Invers Kinematik

Pada bab ketiga ini akan dibahas metode-metode penyelesaian invers kinematik, diawali dari metode tradisional, metode *compact formulation* serta metode yang ditawarkan oleh Dubey dkk.

Bab IV Metode Dekomposisi Untuk Penyelesaian Invers Kinematik

Pada bab keempat ini ditawarkan suatu metode yang disebut sebagai metode dekomposisi. Efisiensi perhitungan metode yang ditawarkan ini dibuktikan dengan menggunakan analisa kompleksitas perhitungan. Selain itu diberikan juga contoh perhitungan numerik untuk membuktikan bahwa metode ini memberikan hasil perhitungan yang sama dengan metode yang dibahas pada bab sebelumnya.

Bab V Simulasi dan Analisa Hasil Simulasi

Bab kelima ini berisi hasil simulasi metode dekomposisi serta analisisnya. Hasil simulasi ini dibandingkan dengan metode lain yang telah dibahas pada bab sebelumnya.

Bab VI Kesimpulan dan Saran

Bab penutup ini berisikan kesimpulan dari tugas akhir dan saran mengenai kemungkinan pengembangan perancangan yang telah dilakukan.

Sesungguhnya orang-orang yang beriman itu adalah mereka yang apabila disebut nama Allah, gemetarlah hati mereka, dan apabila dibacakan kepada mereka ayat-ayatnya, bertambahlah iman mereka (karenanya) dan kepada Tuhanlah mereka bertawakkal, (yaitu) orang-orang yang mendirikan shalat, menafkahkan sebagian dari rezeki yang Kami berikan kepada mereka

(Q.S Al - Anfal : 2 - 3)

BAB II

BAB II

KINEMATIKA ROBOT REDUNDANT

2.1. PENDAHULUAN

Permasalahan dalam bidang robotika secara garis besar dapat dibagi menjadi dua, yaitu permasalahan kinematika dan dinamika. Kinematika merupakan pengetahuan tentang gerakan suatu benda tanpa memperhitungkan gaya-gaya penyebabnya. Pengetahuan ini berkaitan dengan hubungan antara posisi *joint* dan posisi serta orientasi *end-effector* sebagai fungsi waktu. Sementara dalam dinamika dibahas mengenai persamaan gerak robot dengan memperhitungkan gaya-gaya penyebabnya. Persamaan dinamika pada umumnya memberikan gambaran hubungan antara gaya-gaya penyebab dengan posisi, kecepatan dan percepatan *joint-joint* robot yang terjadi.

Topik pembahasan masalah kinematika dapat dibagi kedalam dua bagian. Bagian pertama membahas hubungan antara posisi dan orientasi dari *end-effector* berdasarkan pada posisi *joint*. Nilai variabel yang berkaitan dengan lokasi *end-effector* yang ingin dicapai diperoleh dengan menyelesaikan persamaan kinematik dari manipulator. Bagian yang kedua membahas mengenai *differential motion*. Pada pembahasan mengenai *differential motion* diperhitungkan tidak hanya posisi terakhir dari *end-effector* saja, namun juga dibahas berapa kecepatan dari *end-effector* saat bergerak. Untuk mencapai suatu lokasi tertentu dari *end-effector* pada suatu kecepatan tertentu, perlu dikoordinasikan pergerakan dari tiap *joint*. Untuk dapat mengkoordinasikan hal ini maka diturunkan hubungan differensial

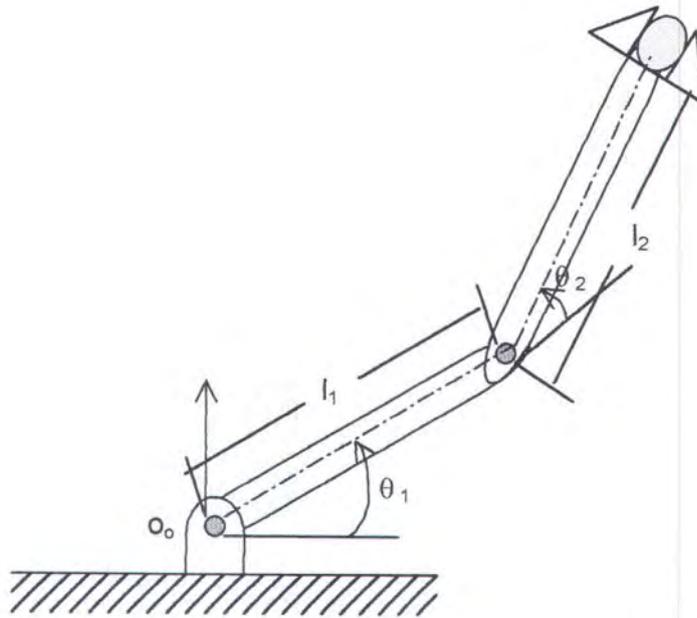
antara perpindahan *joint* dan lokasi *end-effector*, dan kemudian menyelesaikannya untuk pergerakan tiap *joint*.

Untuk menyelesaikan persamaan kinematik dapat ditempuh dua metode, yaitu *forward kinematics* dan *inverse kinematics*. Pada perhitungan *forward kinematics* konfigurasi lengan manipulator (nilai-nilai variabel *joint*) pada saat tertentu telah diketahui. Kemudian ditentukan posisi dan orientasi *end-effector* pada saat itu. Sedangkan pada *invers kinematics* ditempuh cara sebaliknya. Diketahui posisi dan orientasi atau kecepatan linier dari *end-effector*, kemudian persoalan yang harus diselesaikan adalah menghitung berapakah nilai variabel *joint* (*joint velocity*) dari masing-masing *joint* yang diperlukan untuk mencapai lokasi *end-effector* tersebut. Secara umum perhitungan invers kinematik adalah lebih kompleks dibandingkan *forward kinematics*.

Pada tugas akhir ini, akan dikembangkan metode baru untuk menyelesaikan permasalahan invers kinematik pada manipulator *redundant*. Pergerakan dari tiap *joint* adalah yang menjadi perhatian utama. Oleh karena itu diperlukan penurunan hubungan differensial antara pergerakan *joint* dan lokasi *end-effector*, kemudian menyelesaikannya untuk pergerakan masing-masing *joint*. Berkenaan dengan hal tersebut diatas, maka pembahasan teoritis selanjutnya akan lebih ditekankan pada *differential motion*.

2.2. MODEL KINEMATIK DARI GERAKAN SESAAT MANIPULATOR REDUNDANT

Untuk menyederhanakan permasalahan, akan ditinjau terlebih dahulu suatu manipulator planar dengan dua derajat kebebasan pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1. Manipulator Planar dengan Dua Derajat Kebebasan

Pada gambar diatas, lengan manipulator bergerak pada bidang $x_0 - y_0$. Persamaan kinematik yang menghubungkan posisi *end-effector* (x,y) dengan perpindahan *joint* (θ) diberikan oleh :

$$\begin{aligned} x(\theta_1, \theta_2) &= l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos (\theta_1 + \theta_2) \\ y(\theta_1, \theta_2) &= l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin (\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (2-1)$$

Bila gerakan yang terjadi dibagi menjadi gerakan-gerakan yang kecil-kecil, maka dari persamaan (2-1) dapat diturunkan persamaan differensialnya sebagai berikut :

$$\begin{aligned} dx &= \frac{\partial x(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1} d\theta_1 + \frac{\partial x(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_2} d\theta_2 \\ dy &= \frac{\partial y(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1} d\theta_1 + \frac{\partial y(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_2} d\theta_2 \end{aligned} \quad (2-2)$$

dalam bentuk vektor persamaan diatas dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

Suku pertama dari ruas kanan persamaan diatas kita sebut matriks Jacobian. Matriks Jacobian terdiri dari turunan parsial dari fungsi $x(\theta_1, \theta_2)$ dan $y(\theta_1, \theta_2)$ dengan memperhitungkan perubahan posisi *joint*. Matriks Jacobian merepresentasikan hubungan antara pergeseran *joint* yang sangat kecil dan lokasi *end-effector* pada posisi sekarang (*present position*) dan konfigurasi lengan. Elemen dari matriks Jacobian adalah fungsi dari pergeseran *joint* (*joint displacement*), jadi bervariasi sesuai dengan konfigurasi lengan.

Persamaan (2-3) dapat dituliskan dalam bentuk umum sebagai berikut :

$$dx = J d\theta$$

atau :

$$\dot{x} = J \dot{\theta} \quad (2-4)$$

dimana :

$\dot{x} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ adalah vektor kecepatan *end-effector*

$J \in \mathbb{R}^{m \times n}$ adalah matriks Jacobian

$\dot{\theta} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ adalah vektor kecepatan *joint*

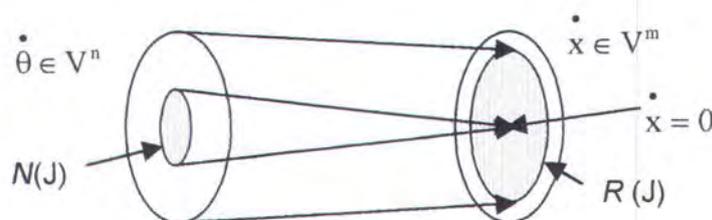
n adalah derajat kebebasan manipulator

m adalah dimensi dari *operational space*

Jika n lebih besar dari m , maka manipulator tersebut disebut manipulator *redundant*.

Untuk persamaan kinematik dari manipulator dengan 6 (enam) derajat kebebasan, penyelesaian akan ada (*exist*) bila konfigurasi lengan adalah nonsingular. Namun jika lengan memiliki lebih dari 6 (enam) derajat kebebasan, akan ditemukan sejumlah penyelesaian yang memungkinkan untuk menghasilkan gerakan yang sama dari *end-effector*.

Dari persamaan (2-4), jika n lebih besar dari m dan J adalah *full rank*, maka ada $(n-m)$ variabel sembarang pada penyelesaian umum (2-4). Manipulator semacam ini dikatakan mempunyai $(n-m)$ derajat kebebasan lebih untuk kerja yang dibebankan. Persamaan (2-4) dapat pula dianggap sebagai suatu *linier mapping* dari *space* vektor berdimensi n V^n ke suatu *space* V^m yang berdimensi m . Untuk dapat menganalisa penyelesaian persamaan (2-4), diinterpretasikan suatu diagram *linier mapping* yang diperlihatkan oleh Gambar 2.2.



Gambar 2.2. Diagram *Linier Mapping* dari *Instantaneous Kinematics*

Subspace $R(J)$ pada gambar diatas adalah *range space* dari *linear mapping*. *Range space* menyatakan semua kecepatan *end-effector* yang mungkin yang dapat dihasilkan oleh *joint* pada konfigurasi lengan tersebut. Jika matrik J adalah *full row rank*, *range space* mencakup semua vektor space V^m . Subspace $N(J)$ adalah *null-space* dari *linear mapping*. Beberapa elemen pada *subspace* ini dipetakan ke zero vektor dalam V^m . $J\dot{\theta} = 0$. Beberapa kecepatan *joint* $\dot{\theta}$ yang menjadi milik *null space* tidak menghasilkan kecepatan pada *end-effector*. Jika manipulator Jacobian adalah *full rank*, maka dimensi dari *null space*, $\text{Dim } N(J)$, adalah sama dengan jumlah *redundant degrees of freedom* ($n-m$). Jika Jacobian matrik tidak dihasilkan, misalnya karena tidak *full rank*, dimensi dari *range space*, $\text{Dim } R(J)$, akan turun dan bersamaan dengan itu dimensi dari *null space* akan naik dengan kenaikan yang sama dengan jumlah penurunan. Jumlah dari keduanya selalu sama dengan n , dimana :

$$\text{dim } R(J) + \text{dim } N(J) = n \quad (2-5)$$

Jika $\dot{\theta}^*$ merupakan penyelesaian dari (2-4) dan $\dot{\theta}_0$ adalah vektor yang terlibat dalam *null space*, maka vektor dengan bentuk $\dot{\theta} = \dot{\theta}^* + k\dot{\theta}_0$ adalah juga merupakan penyelesaian dari (2-4), dimana k bilangan skalar sembarang. Sehingga :

$$J\dot{\theta} = J\dot{\theta}^* + kJ\dot{\theta}_0 = J\dot{\theta}^* = \dot{x} \quad (2-6)$$

Karena suku kedua $k\dot{\theta}_0$ dapat dipilih sembarang, asalkan bilangan tersebut ada didalam *null space*, maka persamaan (2-6) menghasilkan banyak hasil jika *null*

space tidak sama dengan nol. Sehingga *null space* memperlihatkan angka ketidakpastian hasil yang diperoleh. Penyelesaian umum dari persamaan linear melibatkan jumlah angka yang sama dari parameter sembarang sebagai dimensi dari *null space*.

2.3. INVERS KINEMATIK GERAKAN SESAAT MANIPULATOR REDUNDANT

Untuk manipulator dengan 6 (enam) derajat kebebasan, maka matrik Jacobian adalah matrik bujursangkar 6 x 6. Jika matrik tersebut bersifat *nonsingular* pada konfigurasi lengan tertentu, maka invers matrik J^{-1} harus ada. Dari persamaan (2-4) diperoleh :

$$\dot{\theta} = J^{-1} \dot{x} \quad (2-7)$$

Persamaan (2-7) menyatakan kecepatan yang diperlukan oleh masing-masing *joint* untuk mencapai kecepatan *end-effector* yang diharapkan . Karena matriks Jacobian berubah-ubah sesuai dengan konfigurasi lengan, maka dimungkinkan bahwa pada konfigurasi tertentu akan bersifat *singular*. Pada keadaan ini invers Jacobian tidak akan ada, sehingga persamaan (2-7) tidak mempunyai penyelesaian. Pada konfigurasi *singular*, matrik J tidak bersifat *full rank*, dengan kata lain vektor kolomnya adalah *linearly independent*, sehingga tidak mencakup keenam dimensi vektor \dot{x} . Itulah sebabnya, maka paling sedikit akan ada satu arah yang mana *end-effector* tidak dapat digerakkan berapapun dipilih harga *joint velocity* $\dot{\theta}_1$ sampai $\dot{\theta}_6$.

Pada manipulator *redundant*, matriks J akan bersifat *rectangular*, sehingga J^{-1} tidak dapat diperoleh langsung dengan mencari invers dari matriks J sebagaimana biasanya. Penyelesaian persamaan tersebut akan melibatkan perhitungan invers dari matriks J yang lebih kompleks. Penyelesaian (2-4) bersifat tidak *unique*, karena terdapat jumlah *joint* yang lebih untuk menghasilkan posisi dan orientasi *end-effector* yang sama. Banyak penelitian telah dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan ini. Pembahasan lebih lanjut mengenai hal ini akan dipaparkan pada bab 3.

2.4 METODE GRADIENT PROJECTION

Untuk manipulator *redundant* dengan derajat kebebasan lebih dari enam, terdapat jumlah *joint* yang lebih dari yang diperlukan untuk mencapai semua posisi dan orientasi *end-effector*. Karena itu diperlukan suatu prosedur untuk mengoptimalkan pergerakan *joint* dengan suatu kriteria performansi tertentu. Dengan prosedur ini maka dapat dipilih *joint* mana yang lebih disukai untuk menghasilkan gerakan *end-effector*.

Dengan memanfaatkan *null space*, maka penyelesaian persamaan (2-4) jika J *rectangular* dengan $n > m$ (robot *redundant*) adalah :

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{x} + (I - J^+ J) \dot{\phi} \quad (2-8)$$

dimana : J^+ adalah *generalized inverse* dari matriks Jacobian

I adalah matriks identitas $n \times n$

$(I - J^+ J)$ adalah *null space projection matrix*

$\dot{\phi}$ adalah vektor kecepatan *joint* tertentu yang dipilih sesuai dengan kriteria yang telah ditetapkan

Suku pertama ruas kanan adalah penyelesaian *joint velocity* yang bersifat *least-norm*. Suku kedua, *null space* dari J adalah bersifat *orthogonal* terhadap J^+x dan berhubungan dengan gerakan seketika dari *manipulator* yang tidak menyebabkan pergerakan dari *end-effector*. Untuk trayektori *end-effector* yang diinginkan, maka suku kedua dari ruas kanan tersebut harus dipilih dengan tepat sehingga akan meningkatkan performansi dari *manipulator*, misalnya dengan mengoptimalkan kriteria performansi $H(\theta)$ tertentu yang diberikan, dimana $H(\theta)$ merupakan fungsi skalar dari sudut *joint* (*joint angle*). Salah satu metode yang sering dipakai adalah dengan memproyeksikan gradien dari kriteria performansi kedalam *null space*, yang dikenal dengan metode *gradient projection*.

Untuk mengoptimalkan $H(\theta)$ dengan menggunakan metode *gradient projection*, persamaan diatas disusun kembali dengan mensubstitusi $k\nabla H(\theta)$ untuk Φ pada (2-8) sehingga persamaan tersebut dapat ditulis menjadi :

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{x} + k (I - J^+ J) \nabla H(\theta) \quad (2-9)$$

Koefisien k pada (2-9) adalah konstanta skalar real, dan $\nabla H(\theta)$ adalah gradien vektor dari $H(\theta)$ sebagai berikut :

$$\nabla H(\theta) = \left[\frac{\partial H}{\partial \theta_1}, \frac{\partial H}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial H}{\partial \theta_n} \right]^T \quad (2-10)$$

Untuk selanjutnya, persamaan (2-9) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\dot{\theta} = J^+ (\dot{x} - kJ\nabla H) + k\nabla H \quad (2-11)$$

nilai k diambil positif, jika $H(\theta)$ akan dimaksimumkan dan diambil negatif jika $H(\theta)$ akan diminimumkan. Dari persamaan diatas terlihat bahwa masalah utama dalam penggunaan metode *gradient projection* adalah kompleksitasnya yang tentu saja akan berpengaruh dalam perhitungan komputer.

Dari persamaan (2-11) terlihat bahwa untuk menghitung pada ruas kanan persamaan (2-11) seseorang dihadapkan pada perhitungan J^+ , yang umumnya ditempuh dengan menghitung *pseudoinverse* yang memerlukan perhitungan yang cukup panjang. Sehingga perhitungan akan lebih efisien jika kita dapat menghindari perhitungan *pseudoinverse*, atau kita dapat mereformulasikannya dalam bentuk yang lebih sederhana

Lima hal yang bisa menjadi penawar hati, yaitu membaca Al-Qur'an dengan tafakur, menjaga perut agar selalu tidak kenyang, shalat tengah malam, menyendiri menjelang fajar, dan berkumpul dengan orang-orang saleh

(Ibrahim Al-Khawash)

BAB III

BAB III

PENYELESAIAN INVERS KINEMATIK

Penyelesaian invers kinematik pada manipulator *redundant* telah banyak menarik perhatian para peneliti sejak bertahun-tahun. Sejumlah penelitian telah dilakukan untuk mencari penyelesaian invers yang paling efisien, sebagaimana tersebut dalam Bab I. Pada Bab III ini akan dituliskan beberapa metode penyelesaian invers kinematik manipulator *redundant* yang umum dikenal.

Persamaan (2 - 4) dituliskan kembali sebagai berikut :

$$\dot{x} = J\dot{\theta} \quad (3-1)$$

dimana : $J \in R^{m \times n}$ adalah matriks Jacobian

$\dot{x} \in R^{m \times 1}$ adalah vektor kecepatan *end-effector*

$\dot{\theta} \in R^{n \times 1}$ adalah vektor kecepatan *joint*

jika $m=n$ dan $\text{rank}(J) = m$, maka penyelesaiannya akan bersifat *unique* :

$$\dot{\theta} = J^{-1} \dot{x} \quad (3-2)$$

jika J *rectangular* dengan $n > m$ (robot *redundant*) maka penyelesaian dari (3-1)

adalah sebagaimana pada persamaan (2-8) :

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{x} + (I - J^+ J) \dot{\phi} \quad (3-3)$$

dimana : J^+ adalah *generalized inverse* dari matriks Jacobian

$I \in R^{n \times n}$ adalah matriks identitas

$(I - J^+ J)$ adalah *null space projection matrix*

$\dot{\phi}$ adalah vektor kecepatan *joint* tertentu yang dipilih sesuai dengan kriteria yang telah ditetapkan

Subbab selanjutnya akan membahas penyelesaian *least norm* dari persamaan (3-1) yang dilakukan oleh sejumlah peneliti.

3.1. METODE TRADISIONAL

Persamaan linear (3-1) akan dievaluasi dengan *quadratic cost function* dari vektor *joint velocity* sebagai berikut :

$$G(\dot{\theta}) = \dot{\theta}^T W \dot{\theta} \quad (3-4)$$

dimana W adalah *weighting matrix* definit positif simetris $n \times n$. Masalah yang harus dipecahkan adalah menemukan $\dot{\theta}$ yang memenuhi persamaan (3-4) untuk nilai \dot{x} dan J tertentu, sambil meminimumkan *cost function* $G(\dot{\theta})$. Dengan menggunakan pengali *Lagrange cost function*, persamaan diatas akan menjadi :

$$G(\dot{\theta}, \lambda) = \dot{\theta}^T W \dot{\theta} - \lambda^T (J \dot{\theta} - \dot{x}) \quad (3-5)$$

dimana λ adalah suatu pengali *Lagrange* yang belum diketahui harganya. Syarat perlu dari solusi optimal adalah :

$$\frac{\partial G}{\partial \dot{\theta}} = 0, \text{ yaitu } 2W \dot{\theta} - J^T \lambda = 0 \quad (3-6)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \lambda} = 0, \text{ yaitu } J \dot{\theta} - \dot{x} = 0 \quad (3-7)$$

Jadi dari persamaan (3-6) diperoleh :

$$\dot{\theta} = \frac{1}{2} W^{-1} J^T \lambda \quad (3-8)$$

jika persamaan diatas disubstitusikan ke persamaan (3-7) akan dihasilkan :

$$(JW^{-1} J^T) \lambda = 2 \dot{x} \quad (3-9)$$

Karena J diasumsikan *full row-rank*, matrik hasil $JW^{-1} J^T$ adalah matrik bujur sangkar *full-rank*, sehingga juga bersifat *invertible*. Dengan mengeliminasi vektor pengali Lagrange pada persamaan (3-8) dan (3-9), diperoleh solusi optimal sebagai berikut :

$$\dot{\theta} = W^{-1} J^T (J W^{-1} J^T)^{-1} \dot{x} \quad (3-10)$$

Jika *weighting matrix* W adalah matrik identitas $m \times m$, persamaan diatas dapat direduksi menjadi :

$$\dot{\theta} = J^T (J J^T)^{-1} \dot{x} \quad (3-11)$$

matrik $J^+ = J^T (J J^T)^{-1}$ dikenal sebagai *Moore – Penrose Pseudoinverse* dari matrik Jacobian.

Dengan mengacu pada persamaan (3-3) akan diperoleh penyelesaian akhir dengan memanfaatkan *null space* adalah sebagai berikut :

$$\dot{\theta} = J^T (J J^T)^{-1} \dot{x} + (I - J^+ J) \dot{\phi} \quad (3-12)$$

3.2. METODE YANG DIUSULKAN OLEH DUBEY (1991)

Dubey, Euler dan M.Babcock (1991) mengusulkan suatu *control scheme* untuk manipulator dengan tujuh derajat kebebasan. Dengan metode yang ditawarkannya dapat dihindari perhitungan *pseudoinverse* (Moore-Penrose *Pseudoinverse*) dari matriks Jacobian secara langsung, sehingga mengefisienkan perhitungan untuk memperoleh *joint velocities*.

Persamaan (3-1) disusun kembali menjadi :

$$\dot{x} = [\alpha J^*] \dot{\theta} \quad (3-13)$$

dimana α adalah vektor kolom dari matrik Jacobian sehingga matrik J^* yang tersisa (6x6) merupakan matrik *nonsingular*. *Joint velocity vector* yang memenuhi persamaan diatas dapat ditulis :

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}_p + r \dot{\theta}_h \quad (3-14)$$

dimana $\dot{\theta}_p \in \mathbb{R}^7$ adalah penyelesaian partikular dari (3-1) , r adalah konstanta

$\dot{\theta}_h \in \mathbb{R}^7$ adalah penyelesaian homogen dari (3-1) yang memenuhi :

$$J \dot{\theta}_h = 0 \quad (3-15)$$

Untuk menentukan penyelesaian partikular, diasumsikan bahwa elemen pertama dari $\dot{\theta}_p$ adalah nol. Elemen sisanya dapat diselesaikan dengan menggunakan (3-13) sebagai berikut :

$$\dot{\theta}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ J^{*-1} \dot{x} \end{bmatrix} \quad (3-16)$$

Penyelesaian homogen dapat diperoleh dengan mengasumsikan elemen pertama $\dot{\theta}_h = 1$, dan menyelesaikan persamaan berikut :

$$[\alpha J^*] \dot{\theta}_h = 0 \quad (3-17)$$

akan memberikan penyelesaian homogen sebagai berikut :

$$\dot{\theta}_h = \begin{bmatrix} 1 \\ -J^{-1} \alpha \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

sehingga hasil akhirnya diperoleh sebagai berikut :

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} r \\ J^{*-1}(\dot{x} - r\alpha) \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

Kemudian akan dicari penyelesaian dari *joint velocity vector* dalam terminologi θ_p dan θ_h yang memiliki *Euclidean norm* yang minimum.

$$\|\dot{\theta}\|^2 = \|\dot{\theta}_p + r\dot{\theta}_h\|^2 = (\dot{\theta}_p + r\dot{\theta}_h)^T (\dot{\theta}_p + r\dot{\theta}_h) \quad (3-20)$$

dengan menggunakan turunan parsial terhadap r dan mengeset nya sama dengan nol, akan diperoleh :

$$(\dot{\theta}_p + r\dot{\theta}_h)^T \dot{\theta}_h = 0 \quad (3-21)$$

sehingga diperoleh nilai r sebagai berikut :

$$r = -\frac{\dot{\theta}_p^T \dot{\theta}_h}{\dot{\theta}_h^T \dot{\theta}_h} \quad (3-22)$$

Dengan mensubstitusikannya ke persamaan (3-14) akan diperoleh :

$$\dot{\theta}_{min} = \dot{\theta}_p - \left(\frac{\dot{\theta}_p^T \dot{\theta}_h}{\dot{\theta}_h^T \dot{\theta}_h} \right) \dot{\theta}_h \quad (3-23)$$

Jika \overline{u}_h didefinisikan sebagai vektor satuan dalam arah $\dot{\theta}_h$ maka akan diperoleh :

$$\dot{\theta}_{min} = \dot{\theta}_p - \left(\dot{\theta}_p \bullet \overline{u}_h \right) \bullet \overline{u}_h \quad (3-24)$$

dimana :

$$\bar{u}_h = \frac{\dot{\theta}_h}{\sqrt{\dot{\theta}_h^T \dot{\theta}_h}} \quad (3-25)$$

Kita tuliskan kembali persamaan (2-11) pada pembahasan mengenai *gradien projection methods* sebagai berikut :

$$\dot{\theta} = J^+ \left(\dot{x} - kJ\nabla H \right) + k\nabla H \quad (3-26)$$

selanjutnya persamaan diatas digunakan untuk menyelesaikan penyelesaian invers kinematik.

Dengan menggunakan (3-24) , (3-16) dan (3-18) dan mengganti \dot{x} dengan $\left(\dot{x} - kJ\nabla H \right)$ sebagaimana pada persamaan (3-26), akan diperoleh :

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}_p^* - \begin{pmatrix} \dot{\theta}_p^{*T} & \dot{\theta}_h^* \\ \dot{\theta}_h^{*T} & \dot{\theta}_h^* \end{pmatrix} \dot{\theta}_h + k\nabla H \quad (3-27)$$

dimana :

$$\dot{\theta}_p^* = \begin{bmatrix} 0 \\ J^{*-1} \left(\dot{x} - kJ\nabla H \right) \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

$$\dot{\theta}_h^* = \begin{bmatrix} 1 \\ -J^{*-1} \alpha \end{bmatrix} \quad (3-29)$$

Jika diasumsikan bahwa *manipulator* mempunyai *spherical wrist*, maka Jacobian dari 7-DOF dapat dibentuk sebagai berikut :

$$J = \begin{bmatrix} J_1^{3 \times 4} & 0^{3 \times 3} \\ J_2^{3 \times 4} & J_3^{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3-30)$$

dimana semua elemen dari matrik $0^{3 \times 3}$ bernilai 0. Jika diasumsikan *spherical wrist* tidak pada konfigurasi *singular*, maka 3 kolom terakhir dari (3-30) adalah *independent*. Termasuk 3 kolom terakhir dari J pada J^* , J^* dapat dipartisi sebagai berikut :

$$J^* = \begin{bmatrix} J_1^{*3 \times 3} & 0^{3 \times 3} \\ J_2^{*3 \times 3} & J_3^{*3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3-31)$$

Untuk menentukan $J^{*-1} \left(\dot{x} - kJ\dot{V}H \right)$ dan $J^{*-1} \alpha$ pada (3-28) dan (3-29),

diselesaikan persamaan *linear* berikut :

$$J^* \underline{y} = \underline{z} \quad (3-32)$$

dimana : $\underline{y} \in R^6$ dan $\underline{z} \in R^6$.

Kita set $\underline{z} = (\dot{x} - kJ\dot{V}H)$ dan $\underline{z} = \underline{\alpha}$ dan mengambil nilai \underline{y} dari (3-32), akan diperoleh nilai dari $J^{*-1} \left(\dot{x} - kJ\dot{V}H \right)$ dan $J^{*-1} \underline{\alpha}$. Dari (3-28) dan (3-29) dapat dievaluasi penyelesaian homogen dan penyelesaian partikularnya. Persoalan yang semula merupakan penyelesaian vektor berdimensi 6 menjadi persoalan menyelesaikan 2 buah vektor berdimensi 3 \underline{y}_1 dan \underline{y}_2 sebagai berikut :

$$\underline{y} = [\underline{y}_1 \underline{y}_2]^T \quad (3-33)$$

Jika $\underline{z}_1 \in R^3$ dan $\underline{z}_2 \in R^3$ sehingga :

$$\underline{z} = [\underline{z}_1 \underline{z}_2]^T \quad (3-34)$$

$$\text{maka : } \underline{y}_1 = J_1^{*-1} \underline{z}_1 \quad (3-35)$$

Metode yang dikembangkan oleh Dubey dkk (1991) seperti yang telah diuraikan diatas adalah khusus untuk *redundant manipulator* dimana $n=7$ dan $m=6$.

3.3. METODE COMPACT FORMULATION

Persamaan (3-1) akan ditulis ulang dengan memisahkan bagian *redundant* dan *nonredundant* dari matriks $\dot{\theta}$ dan J sebagai berikut :

$$\dot{x} = J_{nr} \dot{\theta}_{nr} + J_r \dot{\theta}_r \quad (3-36)$$

sehingga $\dot{\theta}_{nr}$ dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{nr} &= J_{nr}^{-1} (\dot{x} - J_r \dot{\theta}_r) \\ &= J_{nr}^{-1} \dot{x} - J_{nr}^{-1} J_r \dot{\theta}_r \end{aligned} \quad (3-37)$$

sehingga :

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{nr} \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{nr}^{-1} \dot{x} - J_{nr}^{-1} J_r \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} \quad (3-38)$$

atau :

$$\dot{\theta} = J^{\#} \dot{x} + N \dot{\theta}_r \quad (3-39)$$

dimana :

$$J^{\#} = \begin{bmatrix} J_{nr}^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \in R^{n \times m} \quad (3-40)$$

$$N = \begin{bmatrix} -J_{nr}^{-1} J_r \\ I \end{bmatrix} \in R^{n \times (n-m)} \quad (3-41)$$

Selanjutnya dicari penyelesaian yang memiliki *Euclidean-norm* minimum dari persamaan (3-1) dengan meminimumkan $\| J^{\#} \dot{x} + N \dot{\theta}_r \|$ yang ekuivalen dengan meminimumkan *norm* $\| \dot{\theta} \|$. Diperoleh hasil sebagai berikut :

$$\dot{\theta}_r = - (N^T N)^{-1} N^T J^{\#} \dot{x} \quad (3-42)$$

Persamaan (3-41) akan disubstitusikan ke dalam persamaan (3-39) , sehingga diperoleh hasil sebagai berikut :

$$\dot{\theta} = (I - N(N^T N)^{-1} N^T) J^{\#} \dot{x} \quad (3-43)$$

dari persamaan diatas terlihat bahwa *generalized invers* dari matriks Jacobian adalah :

$$J^+ = (I - N(N^T N)^{-1} N^T) J^{\#} \quad (3-44)$$

Sungguh aneh orang yang mengenal Allah tetapi menentang-Nya, mengenal setan tetapi mengikutinya, dan mengenal dunia dan segala tipu dayanya tetapi condong kepadanya (Umar bin Abdul Aziz r.a)

BAB IV

BAB IV

METODE DEKOMPOSISI UNTUK PENYELESAIAN INVERS KINEMATIK

Pada bab ini akan ditawarkan suatu metode baru untuk penyelesaian invers kinematik yang lebih efisien dari metode yang telah dipaparkan pada bab ketiga. Metode yang ditawarkan ini untuk selanjutnya diberi nama metode Dekomposisi.

4.1. PERUMUSAN METODE DEKOMPOSISI

Akan dituliskan kembali persamaan (3-1) dan (3-2) sebagai berikut :

$$\dot{x} = J\dot{\theta} \quad (4-1)$$

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{x} \quad (4-2)$$

Untuk kasus manipulator *redundant* , *joint velocities* yang memenuhi persamaan (3-1) dan (3-2) diatas dapat dipisahkan menjadi bagian *redundant* dan bagian *non redundant* sebagai berikut :

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_r \\ \theta_{nr} \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

dimana θ_r = bagian *redundant* dari *joint velocities* ; $\theta_r \in \mathbb{R}^{(n-m) \times 1}$

θ_{nr} = bagian *non redundant* dari *joint velocities* ; $\theta_{nr} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$

dengan menggunakan persamaan (4-3), maka persamaan (4-1) dapat disusun kembali sebagai berikut :

$$\dot{x} = [\beta J^*] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_{nr} \end{bmatrix}$$

dimana β adalah suatu vektor $\in \mathbb{R}^{m \times (n-m)}$ dari matriks Jacobian, sehingga matriks $J^* \in \mathbb{R}^{m \times m}$ yang tersisa merupakan matriks nonsingular. Persamaan diatas dapat kita jabarkan dalam bentuk :

$$\dot{x} = \beta \dot{\theta}_r + J^* \dot{\theta}_{nr} \quad (4-4)$$

sehingga diperoleh $\dot{\theta}_{nr}$ sebagai berikut :

$$\dot{\theta}_{nr} = J^{*-1} \dot{x} - J^{*-1} \beta \dot{\theta}_r \quad (4-5)$$

didefinisikan variabel Z , dimana :

$$Z = -J^{*-1} \beta \quad (4-6)$$

sehingga (4-5) menjadi :

$$\dot{\theta}_{nr} = J^{*-1} \dot{x} + Z \dot{\theta}_r \quad (4-7)$$

dan (4-3) menjadi :

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ J^{*-1} \dot{x} + Z \dot{\theta}_r \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

Selanjutnya akan dicari penyelesaian dari joint velocity vector yang memiliki *Euclidean norm* yang minimum.

$$\begin{aligned} M &= \min \left\| \dot{\theta} \right\| = \min (\dot{\theta}^T \dot{\theta}) \\ &= \min \left(\dot{\theta}_{nr}^T \dot{\theta}_{nr} + \dot{\theta}_r^T \dot{\theta}_r \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M}{\partial \dot{\theta}_r} &= \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_r} \left[\left(J^{*-1} \dot{x} + Z \dot{\theta}_r \right)^T \left(J^{*-1} \dot{x} + Z \dot{\theta}_r \right) + \dot{\theta}_r^T \dot{\theta}_r \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_r} \left[\left(\left(J^{*-1} \dot{x} \right)^T + \left(Z \dot{\theta}_r \right)^T \right) \left(J^{*-1} \dot{x} + Z \dot{\theta}_r \right) + \dot{\theta}_r^T \dot{\theta}_r \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_r} \left[\left(J^{*-1} \dot{x} \right)^T \left(J^{*-1} \dot{x} \right) + \left(Z \dot{\theta}_r \right)^T \left(Z \dot{\theta}_r \right) + \left(J^{*-1} \dot{x} \right)^T \left(Z \dot{\theta}_r \right) + \right. \\
&\quad \left. \left(Z \dot{\theta}_r \right)^T \left(J^{*-1} \dot{x} \right) + \dot{\theta}_r^T \dot{\theta}_r \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M}{\partial \dot{\theta}_r} &= 2Z^T Z \dot{\theta}_r + 2Z^T J^{*-1} \dot{x} + 2\dot{\theta}_r \\
&= 2Z^T J^{*-1} \dot{x} + 2(I + Z^T Z) \dot{\theta}_r \\
&= 0
\end{aligned}$$

sehingga diperoleh :

$$\dot{\theta}_r = -(I + Z^T Z)^{-1} Z^T J^{*-1} \dot{x} \quad (4-9)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan diatas ke (4-8) akan diperoleh :

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} -(I + Z^T Z)^{-1} Z^T J^{*-1} \\ J^{*-1} - Z(I + Z^T Z)^{-1} Z^T J^{*-1} \end{bmatrix} \dot{x} \quad (4-10)$$

Persamaan (4-10) adalah penyelesaian *least norm* dari *inverse kinematics* untuk *redundant manipulator* dengan menggunakan metode Dekomposisi.

Dari persamaan diatas terlihat bahwa *generalized invers* (J^+) dari matriks Jacobian adalah :

$$J^+ = \begin{bmatrix} -(I + Z^T Z)^{-1} Z^T J^{*-1} \\ J^{*-1} - Z(I + Z^T Z)^{-1} Z^T J^{*-1} \end{bmatrix} \quad (4-11)$$

4.2. PERBANDINGAN METODE DEKOMPOSISI DENGAN METODE DUBEY (1991)

Peyelesaian *joint velocities* pada metode Dubey adalah sebagai berikut (persamaan (3-19)) :

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{r} \\ J^{*-1}(\dot{x} - r\alpha) \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

dimana :

$$r = -\frac{\dot{\theta}_p^T \dot{\theta}_h}{\dot{\theta}_h^T \dot{\theta}_h} \quad (4-13)$$

dari (3-16) dan (3-18) kita peroleh nilai $\dot{\theta}_p$ dan $\dot{\theta}_h$ adalah sebagai berikut :

$$\dot{\theta}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ J^{*-1} \dot{x} \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \dot{\theta}_h = \begin{bmatrix} 1 \\ -J^{*-1} \alpha \end{bmatrix}$$

sehingga :

$$\begin{aligned} r &= -\frac{\dot{\theta}_p^T \dot{\theta}_h}{\dot{\theta}_h^T \dot{\theta}_h} \\ &= \frac{\dot{x}^T (J^{*T} J^*)^{-1} \alpha}{1 + \alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1} \alpha} \end{aligned} \quad (4-14)$$

selanjutnya kita substitusikan (4-14) kedalam (4-12), diperoleh

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{x}^T (J^{*T} J^*)^{-1} \alpha}{1 + \alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1} \alpha} \\ J^{*-1} \left(\dot{x} - \frac{\alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1} \dot{x}}{1 + \alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1} \alpha} \alpha \right) \end{bmatrix}$$

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1}}{1 + \alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1} \alpha} \\ J^{*-1} \left(I - \alpha \frac{\alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1}}{1 + \alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1} \alpha} \right) \end{bmatrix} \dot{x} \quad (4-15)$$

suku pertama ruas kanan persamaan (4-15) diatas merupakan J^+ untuk metode Dubey dkk (1991).

Selanjutnya akan dievaluasi kembali persamaan (4-10). Untuk membandingkannya dengan metode Dubey, maka dipilih $m=6$ dan $n=7$. Karena $(n-m) = 1$, maka untuk kasus ini matriks β pada persamaan (4-6) adalah sama dengan matriks α . Sehingga (4-6) menjadi :

$$Z = -J^{*-1} \alpha \quad (4-16)$$

Kemudian (4-16) kita substitusikan ke dalam persamaan (4-10), akan diperoleh hasil sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \begin{bmatrix} -(I + Z^T Z)^{-1} Z^T J^{*-1} \\ J^{*-1} - Z(I + Z^T Z)^{-1} Z^T J^{*-1} \end{bmatrix} \dot{x} \\ &= \begin{bmatrix} -(I + (-J^{*-1} \alpha)^T (-J^{*-1} \alpha))^{-1} (-J^{*-1} \alpha)^T J^{*-1} \\ J^{*-1} - (-J^{*-1} \alpha) (I + (-J^{*-1} \alpha)^T (-J^{*-1} \alpha))^{-1} (-J^{*-1} \alpha)^T J^{*-1} \end{bmatrix} \dot{x} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1}}{1 + \alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1} \alpha} \\ J^{*-1} - J^{*-1} \alpha \left(\frac{\alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1}}{1 + \alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1} \alpha} \right) \end{bmatrix} \dot{x} \end{aligned}$$

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1}}{1 + \alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1} \alpha} \\ J^{*-1} \left(I - \alpha \frac{\alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1}}{1 + \alpha^T (J^{*T} J^*)^{-1} \alpha} \right) \end{bmatrix} \dot{x} \quad (4-17)$$

Terlihat bahwa persamaan (4-17) adalah sama dengan persamaan (4-15). Dari hasil ini maka dapat ditarik suatu kesimpulan bahwa metode Dekomposisi merupakan bentuk umum dari metode Dubey dkk (1991).

4.3. ANALISA KOMPLEKSITAS PERHITUNGAN

Pada subbab sebelumnya telah dibuktikan bahwa metode Dekomposisi adalah bentuk umum dari metode Dubey dkk (1991). Dengan kata lain metode Dekomposisi memiliki perumusan J^+ yang sama dengan metode Dubey dkk (1991), untuk manipulator dengan $n=7$ dan $m=6$. Selanjutnya, untuk menguji efisiensi perhitungan J^+ yang diusulkan (metode Dekomposisi), akan dilakukan analisa kompleksitas perhitungan. Sebagai pembandingan digunakan perumusan J^+ dalam metode Tradisional dan metode *Compact Formulation*.

Analisa kompleksitas perhitungan didasarkan pada jumlah dari operasi perkalian / pembagian (*M/D operations*) dan operasi penjumlahan / pengurangan (*A/S operations*) dalam proses perhitungan. Kompleksitas perhitungan untuk perhitungan-perhitungan dasar dari operasi matriks diberikan pada Tabel 4.1. dan Tabel 4.2.

Tabel 4.1. Kompleksitas Perhitungan untuk Perkalian Matriks

Perkalian Matriks	M/D	A/S
$A^{k \times l} B^{l \times l}$	kl^2	$kl^2 - kl$
$A^{k \times l} B^{l \times k}$	k^2l	$k^2l - k^2$
$A^{k \times k} B^{k \times l}$	k^2l	$k^2l - kl$
$A^{j \times k} B^{k \times l}$	jkl	$jkl - jl$

Tabel 4.2. Kompleksitas Perhitungan untuk Invers dari Full-Rank Squared Matrix

Invers Matriks	M/D	A/S
$A^{k \times k}$	k^3	$k^3 - 2k$

Dengan mempergunakan Tabel 4.1 dan Tabel 4.2 dapat kita hitung kompleksitas perhitungan dari metode-metode yang telah dibahas pada bab 3 dan bab 4. Untuk kasus manipulator dengan tujuh derajat kebebasan akan diperoleh hasil sebagai berikut :

Tabel 4.3. Hasil Analisa Kompleksitas Metode Tradisional

PERHITUNGAN	M / D	A / S
$J J^T$	252	216
$(J J^T)^{-1}$	216	204

$J(JJ^T)^{-1}$	252	210
Total	720	630

Tabel 4.4. Hasil Analisa Kompleksitas Metode *Compact Formulation*

PERHITUNGAN	M / D	A / S
$J^{\#}$	216	204
N	36	30
$N^T N$	6	6
$(N^T N)^{-1}$	1	0
$(N^T N)^{-1} N^T$	6	0
$N (N^T N)^{-1} N^T$	42	0
$I - N (N^T N)^{-1} N^T$	0	7
$(I - N (N^T N)^{-1} N^T) J^{\#}$	252	210
Total	559	455

Tabel 4.5.. Hasil Analisa Kompleksitas Metode Dekomposisi

PERHITUNGAN	M / D	A / S
J^*^{-1}	216	204
Z	36	30
$I + Z^T Z$	6	6

$(I+Z^T Z)^{-1}$	1	0
$-(I+Z^T Z)^{-1} Z^T$	7	0
$-Z (I+Z^T Z)^{-1} Z^T$	36	0
$-Z (I+Z^T Z)^{-1} Z^T J^{*-1}$	216	180
$J^{*-1} - Z (I+Z^T Z)^{-1} Z^T J^{*-1}$	0	36
Total	518	456

Pada Tabel 4.6 akan diperlihatkan perbandingan dari ketiga metode tersebut :

Tabel 4.6. Perbandingan Kompleksitas Perhitungan J^+

METODE	M / D	A / D
Metode Tradisional	720	630
Metode Compact Formulation	559	455
Metode Dekomposisi	518	456

Hasil tersebut memperlihatkan bahwa metode yang ditawarkan (metode Dekomposisi) lebih efisien dalam perhitungan matematis dibandingkan dengan metode tradisional dan metode *Compact Formulation* .

4.4. CONTOH PERHITUNGAN NUMERIK

Pada subbab ini akan diberikan suatu contoh perhitungan numerik dari *generalized inverse* (J^+). Dari perhitungan ini akan dibuktikan bahwa ketiga metode ini (metode *Compact Formulation*, metode *Traditional*, dan metode

Dekomposisi), menunjukkan hasil perhitungan J^+ yang sama. Sehingga dari hasil perkalian J^+ dengan *end-effector velocities* akan diperoleh *joint velocities* yang sama.

Dari hasil perhitungan diperoleh suatu matriks Jacobian dari suatu manipulator dengan 7 DOF sebagai berikut :

$$J = \begin{bmatrix} 4 & 5 & -6 & 7 & -30 & 9 & -10 \\ 5 & 7 & 6 & 10 & 40 & 32 & 55 \\ 6 & -11 & 14 & -20 & 50 & -54 & 47 \\ 10 & 15 & -16 & 23 & 44 & -33 & 46 \\ 12 & 75 & 27 & 55 & 35 & 56 & 42 \\ 15 & -28 & 31 & -26 & -43 & 29 & -30 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya akan dihitung *generalized inverse* dengan menggunakan ketiga metode diatas.

Metode Tradisional

$$JJ^T = \begin{bmatrix} 1207 & -1373 & -2711 & -1705 & -320 & 1403 \\ -1373 & 5859 & 2694 & 3523 & 6799 & -2637 \\ -2711 & 2694 & 8378 & 5355 & -775 & -3774 \\ -1705 & 3523 & 5355 & 6251 & 3702 & -5593 \\ -320 & 6799 & -775 & 3702 & 15648 & -3654 \\ 1403 & -2637 & -3774 & -5593 & -3654 & 6236 \end{bmatrix}$$

$$(JJ^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0063 & 0.0011 & 0.0028 & -0.0033 & 0.0000 & -0.0021 \\ 0.0011 & 0.0008 & 0.0003 & -0.0008 & -0.0003 & -0.0006 \\ 0.0028 & 0.0003 & 0.0018 & -0.0023 & 0.0002 & -0.0013 \\ -0.0033 & -0.0008 & -0.0023 & 0.0040 & -0.0002 & 0.0025 \\ 0.0000 & -0.0003 & 0.0002 & -0.0002 & 0.0002 & 0.0000 \\ -0.0021 & -0.0006 & -0.0013 & 0.0025 & 0.0000 & 0.0019 \end{bmatrix}$$

$$J^+ = J^T(JJ^T)^{-1} =$$

$$J^+ = \begin{bmatrix} -0.0166 & -0.0086 & -0.0154 & 0.0454 & 0.0007 & 0.0343 \\ 0.0232 & -0.0072 & 0.0164 & -0.0229 & 0.0106 & -0.0171 \\ -0.0048 & -0.0093 & 0.0133 & -0.0083 & 0.0103 & 0.0088 \\ -0.0173 & -0.0077 & -0.0188 & 0.0302 & 0.0015 & 0.0130 \\ -0.0534 & -0.0046 & -0.0162 & 0.0152 & 0.0004 & 0.0072 \\ -0.0100 & 0.0126 & -0.0112 & -0.0028 & -0.0015 & 0.0021 \\ 0.0469 & 0.0183 & 0.0196 & -0.0152 & -0.0022 & -0.0107 \end{bmatrix} \quad (4-18)$$

Metode Compact Formulation

$$J^\# = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0382 & 0.0006 & 0.0302 & -0.0637 & 0.0100 & -0.0480 \\ -0.0186 & -0.0164 & 0.0006 & 0.0293 & 0.0109 & 0.0372 \\ -0.0390 & -0.0189 & -0.0389 & 0.0895 & 0.0024 & 0.0578 \\ -0.0483 & -0.0020 & -0.0115 & 0.0012 & 0.0002 & -0.0033 \\ -0.0057 & 0.0149 & -0.0071 & -0.0147 & -0.0017 & -0.0069 \\ 0.0427 & 0.0161 & 0.0157 & -0.0037 & -0.0021 & -0.0021 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.9000 \\ -0.8295 \\ -1.3065 \\ 0.3068 \\ 0.2610 \\ -0.2524 \end{bmatrix}$$

$$N^T N = [4.4311]$$

$$(N^T N)^{-1} = [0.2257]$$

$$I - (NTN)^{-1}NT = \begin{bmatrix} 0.7743 & -0.2031 & 0.1872 & 0.2948 & -0.0692 & -0.0589 & 0.0570 \\ -0.2031 & 0.8172 & 0.1685 & 0.2654 & -0.0623 & -0.0530 & 0.0513 \\ 0.1872 & 0.1685 & 0.8447 & -0.2446 & 0.0574 & 0.0489 & -0.0473 \\ 0.2948 & 0.2654 & -0.2446 & 0.6148 & 0.0905 & 0.0770 & -0.0744 \\ -0.0692 & -0.0623 & 0.0574 & 0.0905 & 0.9788 & -0.0181 & 0.0175 \\ -0.0589 & -0.0530 & 0.0489 & 0.0770 & -0.0181 & 0.9846 & 0.0149 \\ 0.0570 & 0.0513 & -0.0473 & -0.0744 & 0.0175 & 0.0149 & 0.9856 \end{bmatrix}$$

$$J^+ = (I - (N^T N)^{-1} N^T) J^\#$$

$$J^+ = \begin{bmatrix} -0.0166 & -0.0086 & -0.0154 & 0.0454 & 0.0007 & 0.0343 \\ 0.0232 & -0.0072 & 0.0164 & -0.0229 & 0.0106 & -0.0171 \\ -0.0048 & -0.0093 & 0.0133 & -0.0083 & 0.0103 & 0.0088 \\ -0.0173 & -0.0077 & -0.0188 & 0.0302 & 0.0015 & 0.0130 \\ -0.0534 & -0.0046 & -0.0162 & 0.0152 & 0.0004 & 0.0072 \\ -0.0100 & 0.0126 & -0.0112 & -0.0028 & -0.0015 & 0.0021 \\ 0.0469 & 0.0183 & 0.0196 & -0.0152 & -0.0022 & -0.0107 \end{bmatrix} \quad (4-19)$$

Metode Dekomposisi

$$J^* = \begin{bmatrix} 5 & -6 & 7 & -30 & 9 & -10 \\ 7 & 6 & 10 & 40 & 32 & 55 \\ -11 & 14 & -20 & 50 & -54 & 47 \\ 15 & -16 & 23 & 44 & -33 & 46 \\ 75 & 27 & 55 & 35 & 56 & 42 \\ -28 & 31 & -26 & -43 & 29 & -30 \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 10 \\ 12 \\ 15 \end{bmatrix}$$

$$J^{*-1} = \begin{bmatrix} 0.0382 & 0.0006 & 0.0302 & -0.0637 & 0.0100 & -0.0480 \\ -0.0186 & -0.0164 & 0.0006 & 0.0293 & 0.0109 & 0.0372 \\ -0.0390 & -0.0189 & -0.0389 & 0.0895 & 0.0024 & 0.0578 \\ -0.0483 & -0.0020 & -0.0115 & 0.0012 & 0.0002 & -0.0033 \\ -0.0057 & 0.0149 & -0.0071 & -0.0147 & -0.0017 & -0.0069 \\ 0.0427 & 0.0161 & 0.0157 & -0.0037 & -0.0021 & -0.0021 \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} 0.9000 \\ -0.8295 \\ -1.3065 \\ 0.3068 \\ 0.2610 \\ -0.2524 \end{bmatrix}$$

$$Z^T Z = [3.4311]$$

$$(I + Z^T Z)^{-1} Z^T = [0.2031 \quad -0.1872 \quad -0.2948 \quad 0.0692 \quad 0.0589 \quad -0.0570]$$

$$(I + Z^T Z)^{-1} Z^T J^{*-1} = [-0.0166 \quad -0.0086 \quad -0.0154 \quad 0.0454 \quad 0.0007 \quad 0.0343]$$

$$J^{*-1} - Z (I + Z^T Z)^{-1} Z^T J^{*-1} =$$

$$J^+ = \begin{bmatrix} 0.0232 & -0.0072 & 0.0164 & -0.0229 & 0.0106 & -0.0171 \\ -0.0048 & -0.0093 & 0.0133 & -0.0083 & 0.0103 & 0.0088 \\ -0.0173 & -0.0077 & -0.0188 & 0.0302 & 0.0015 & 0.0130 \\ -0.0534 & -0.0046 & -0.0162 & 0.0152 & 0.0004 & 0.0072 \\ -0.0100 & 0.0126 & -0.0112 & -0.0028 & -0.0015 & 0.0021 \\ 0.0469 & 0.0183 & 0.0196 & -0.0152 & -0.0022 & -0.0107 \end{bmatrix} \quad (4-20)$$

Dari hasil yang terlihat pada persamaan (4-18), (4-19) dan (4-20) menunjukkan bahwa ketiga metode memberikan hasil perhitungan J^+ yang sama. Hal ini merupakan bukti kebenaran perumusan metode yang diusulkan (metode Dekomposisi).

Perbanyaklah mengingat kematian, maka kamu akan terhibur dari kelelahan dunia. Dan hendaklah kamu bersyukur, sesungguhnya bersyukur akan menambah kenikmatan Allah untukmu. Dan perbanyaklah do'a, sesungguhnya kamu tidak tahu kapan do'amu akan terkabul. (Al-Hadits)

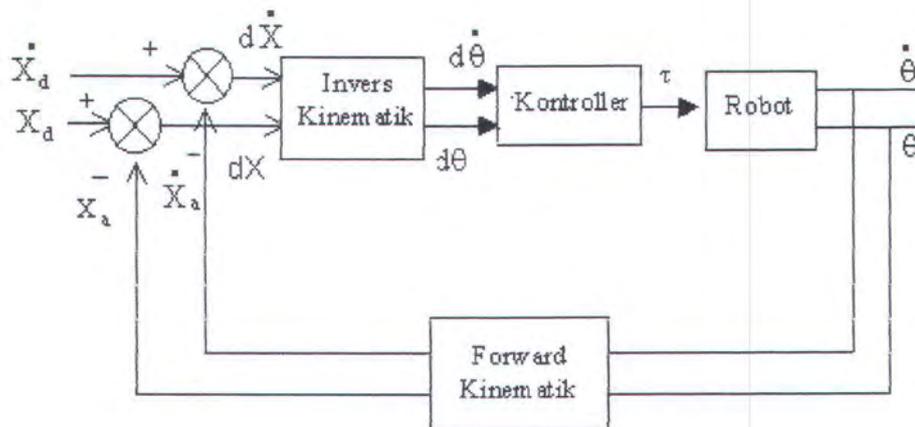
BAB V

BAB V

SIMULASI DAN ANALISA HASIL SIMULASI

Untuk mengetahui kinerja dari metode yang dikembangkan, dilakukan simulasi untuk kasus manipulator *planar redundant*. Pada simulasi ini akan diperlihatkan bahwa dengan metode yang diusulkan, posisi dan orientasi *end-effector* yang diinginkan dapat dicapai sebagaimana ketiga metode lainnya.

Gambar 5.1 memperlihatkan blok diagram dari simulasi yang dilakukan. Sebagai kontrollernya digunakan controller PD yaitu : $k_p \cdot d\theta + k_v \cdot \dot{d}\theta$. Simulasi dilakukan dalam interval waktu 5 detik, dengan kenaikan waktu (Δt) adalah 0.001 detik. Tiap link dari manipulator memiliki karakteristik yang sama sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 5.1.



Gambar 5.1. Blok Diagram Simulasi

Tabel 5.1. Data Lengan Manipulator Tiap Link

Panjang (m)	0.2
Massa (kg)	1
Pusat Massa (m)	0.1

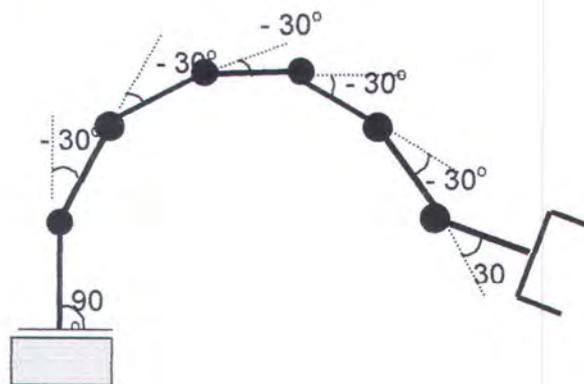
Kasus yang disimulasikan adalah suatu manipulator planar *redundant* dengan dengan 7 (tujuh) derajat kebebasan. Metode invers yang digunakan adalah metode yang diusulkan (metode Dekomposisi). Dan sebagai pembandingnya digunakan juga metode Tradisional dan metode *Compact Formulation*. Pada simulasi ini *end-effector* dari manipulator digerakkan dari suatu posisi awal tertentu menuju ke posisi akhir yang kita inginkan.

Contoh berikut ini adalah simulasi untuk lengan manipulator dengan tujuh derajat kebebasan. Konfigurasi awal manipulator diperlihatkan pada Gambar 5.2.

Posisi yang diharapkan (X^d) adalah :

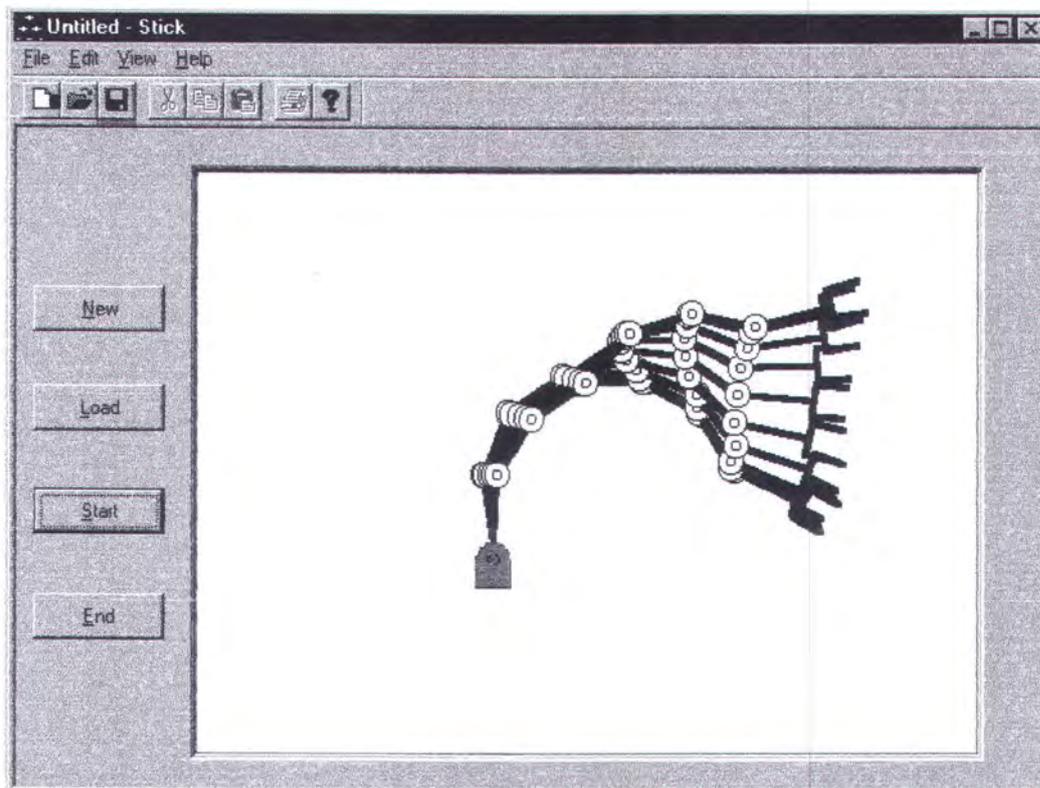
$$\text{untuk posisi awal : } X_e^d(0) = [0.9192 \text{ (m)} \ 0.1 \text{ (m)}]^T$$

$$\text{untuk posisi akhir : } X_e^d(t_f) = [1.0 \text{ (m)} \ 0.7 \text{ (m)}]^T$$



Gambar 5.2. Konfigurasi Awal Manipulator

Selanjutnya lengan manipulator digerakkan mengikuti trayektori tertentu selama 5 detik. Trayektori *end-effector* ditentukan berdasarkan suatu persamaan polinomial orde lima yang dibentuk dari posisi awal *end-effector* ke posisi akhir *end-effector*. Gerakan lengan manipulator selama simulasi diperlihatkan pada Gambar 5.3.



Gambar 5.3. Gerakan Lengan Manipulator

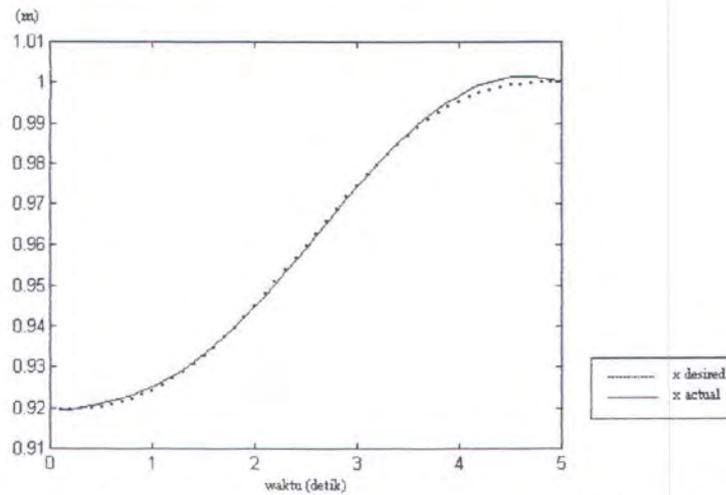
Keakuratan perhitungan dengan menggunakan metode invers yang diusulkan (metode Dekomposisi) diperlihatkan oleh Gambar 5.4 dan Tabel 5.2, yang merupakan perbandingan dari trayektori yang diinginkan dengan trayektori yang ditempuh untuk manipulator dengan tujuh derajat kebebasan. Sebagai

perbandingan, Gambar 5.5 dan Tabel 5.3 memperlihatkan hasil simulasi dengan menggunakan metode Tradisional serta Gambar 5.6 dan Tabel 5.4 menunjukkan hasil simulasi dengan menggunakan metode *Compact Formulation*.

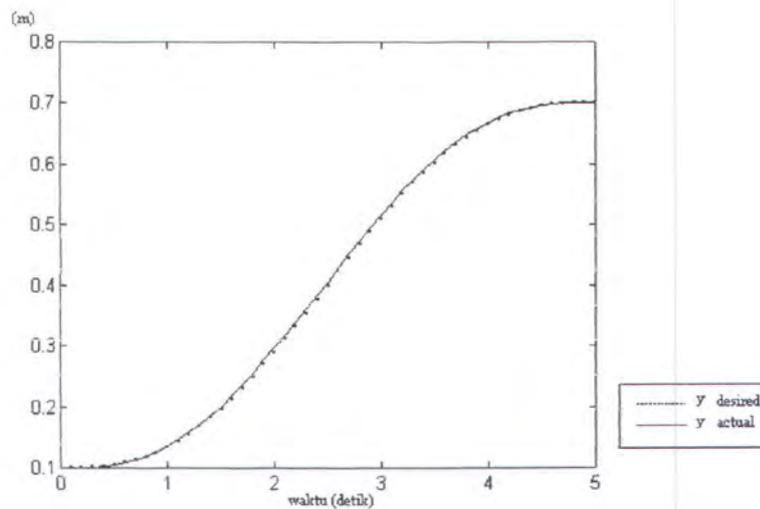
Tabel 5.2. Data Hasil Simulasi dengan Menggunakan Metode Dekomposisi

Time (s)	X desired	X actual	Y desired	Y actual
0.0000	0.0000	0.9196	0.0000	0.1000
0.1000	0.9196	0.9196	0.1000	0.1000
0.2000	0.9196	0.9197	0.1004	0.1003
0.3000	0.9198	0.9201	0.1012	0.1011
0.4000	0.9200	0.9206	0.1027	0.1027
0.5000	0.9203	0.9212	0.1051	0.1052
0.6000	0.9208	0.9219	0.1086	0.1089
0.7000	0.9214	0.9226	0.1132	0.1139
0.8000	0.9222	0.9233	0.1191	0.1202
0.9000	0.9231	0.9242	0.1262	0.1279
1.0000	0.9243	0.9252	0.1348	0.1370
1.1000	0.9256	0.9264	0.1447	0.1475
1.2000	0.9271	0.9279	0.1560	0.1593
1.3000	0.9288	0.9296	0.1686	0.1725
1.4000	0.9307	0.9314	0.1826	0.1870
1.5000	0.9327	0.9334	0.1978	0.2028
1.6000	0.9349	0.9355	0.2143	0.2197
1.7000	0.9373	0.9377	0.2319	0.2378
1.8000	0.9398	0.9399	0.2505	0.2569
1.9000	0.9424	0.9424	0.2701	0.2769
2.0000	0.9451	0.9449	0.2905	0.2976
2.1000	0.9479	0.9476	0.3115	0.3189
2.2000	0.9508	0.9504	0.3331	0.3408
2.3000	0.9538	0.9534	0.3552	0.3630
2.4000	0.9568	0.9564	0.3775	0.3854
2.5000	0.9598	0.9594	0.4000	0.4079
2.6000	0.9628	0.9624	0.4225	0.4303
2.7000	0.9658	0.9654	0.4448	0.4526
2.8000	0.9688	0.9684	0.4669	0.4745
2.9000	0.9717	0.9713	0.4885	0.4960
3.0000	0.9745	0.9742	0.5095	0.5169
3.1000	0.9772	0.9771	0.5299	0.5370
3.2000	0.9798	0.9799	0.5495	0.5563
3.3000	0.9823	0.9826	0.5681	0.5746
3.4000	0.9847	0.9851	0.5857	0.5919
3.5000	0.9869	0.9875	0.6022	0.6080
3.6000	0.9889	0.9898	0.6174	0.6230
3.7000	0.9908	0.9918	0.6314	0.6366
3.8000	0.9925	0.9937	0.6440	0.6489
3.9000	0.9940	0.9954	0.6553	0.6598
4.0000	0.9953	0.9969	0.6652	0.6693
4.1000	0.9965	0.9983	0.6738	0.6775

4.2000	0.9974	0.999	0.6809	0.6842
4.3000	0.9982	1.0002	0.6868	0.6897
4.4000	0.9988	1.0009	0.6914	0.6939
4.5000	0.9993	1.0013	0.6949	0.6969
4.6000	0.9996	1.0014	0.6973	0.6989
4.7000	0.9998	1.0013	0.6988	0.7000
4.8000	1.0000	1.0011	0.6996	0.7005
4.9000	1.0000	1.0007	0.7000	0.7004
5.0000	1.0000	1.0002	0.7000	0.7001



Gambar 5.4 a. Grafik Posisi Terhadap Waktu (dalam Sumbu x) pada Simulasi dengan Menggunakan Metode Dekomposisi

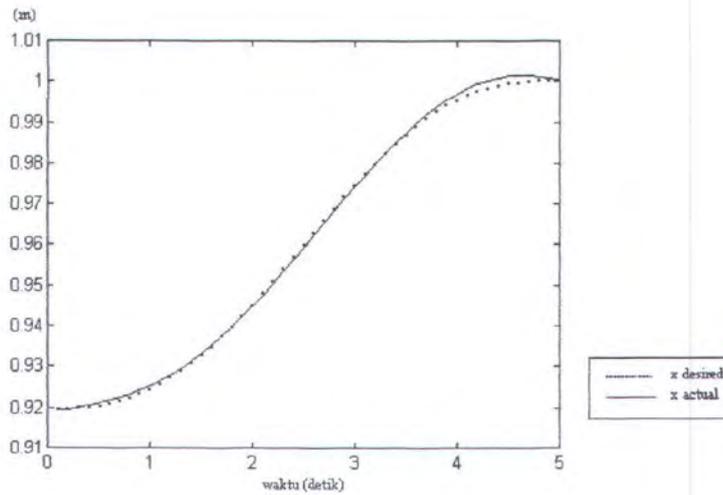


Gambar 5.4 b. Grafik Posisi Terhadap Waktu (dalam Sumbu y) pada Simulasi dengan Menggunakan Metode Dekomposisi

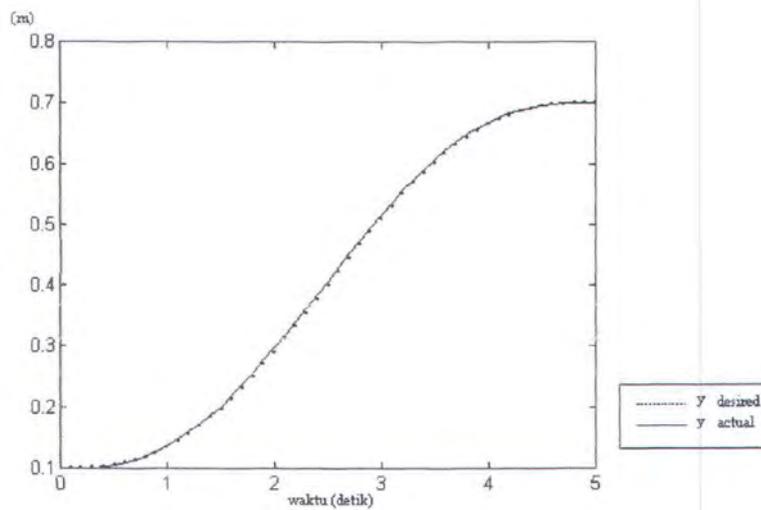
Tabel 5.3. Data Hasil Simulasi dengan Menggunakan Metode Tradisional

Time (s)	X desired	X actual	Y desired	Y actual
0.0000	0.0000	0.9196	0.0000	0.1000
0.1000	0.9196	0.9196	0.1000	0.1000
0.2000	0.9196	0.9197	0.1004	0.1003
0.3000	0.9198	0.9201	0.1012	0.1011
0.4000	0.9200	0.9206	0.1027	0.1027
0.5000	0.9203	0.9212	0.1051	0.1052
0.6000	0.9208	0.9219	0.1086	0.1089
0.7000	0.9214	0.9226	0.1132	0.1139
0.8000	0.9222	0.9233	0.1191	0.1202
0.9000	0.9231	0.9242	0.1262	0.1279
1.0000	0.9243	0.9252	0.1348	0.1370
1.1000	0.9256	0.9264	0.1447	0.1475
1.2000	0.9271	0.9279	0.1560	0.1593
1.3000	0.9288	0.9296	0.1686	0.1725
1.4000	0.9307	0.9314	0.1826	0.1870
1.5000	0.9327	0.9334	0.1978	0.2028
1.6000	0.9349	0.9355	0.2143	0.2197
1.7000	0.9373	0.9377	0.2319	0.2378
1.8000	0.9398	0.9399	0.2505	0.2569
1.9000	0.9424	0.9424	0.2701	0.2769
2.0000	0.9451	0.9449	0.2905	0.2976
2.1000	0.9479	0.9476	0.3115	0.3189
2.2000	0.9508	0.9504	0.3331	0.3408
2.3000	0.9538	0.9534	0.3552	0.3630
2.4000	0.9568	0.9564	0.3775	0.3854
2.5000	0.9598	0.9594	0.4000	0.4079
2.6000	0.9628	0.9624	0.4225	0.4303
2.7000	0.9658	0.9654	0.4448	0.4526
2.8000	0.9688	0.9684	0.4669	0.4745
2.9000	0.9717	0.9713	0.4885	0.4960
3.0000	0.9745	0.9742	0.5095	0.5169
3.1000	0.9772	0.9771	0.5299	0.5370
3.2000	0.9798	0.9799	0.5495	0.5563
3.3000	0.9823	0.9826	0.5681	0.5746
3.4000	0.9847	0.9851	0.5857	0.5919
3.5000	0.9869	0.9875	0.6022	0.6080
3.6000	0.9889	0.9898	0.6174	0.6230
3.7000	0.9908	0.9918	0.6314	0.6366
3.8000	0.9925	0.9937	0.6440	0.6489
3.9000	0.9940	0.9954	0.6553	0.6598
4.0000	0.9953	0.9969	0.6652	0.6693
4.1000	0.9965	0.9983	0.6738	0.6775
4.2000	0.9974	0.9994	0.6809	0.6842
4.3000	0.9982	1.0002	0.6868	0.6897
4.4000	0.9988	1.0009	0.6914	0.6939
4.5000	0.9993	1.0013	0.6949	0.6969
4.6000	0.9996	1.0014	0.6973	0.6989

4.7000	0.9998	1.0013	0.6988	0.7000
4.8000	1.0000	1.0011	0.6996	0.7005
4.9000	1.0000	1.0007	0.7000	0.7004
5.0000	1.0000	1.0002	0.7000	0.7001



Gambar 5.5 a. Grafik Posisi Terhadap Waktu (dalam Sumbu x) pada Simulasi dengan Menggunakan Metode Tradisional

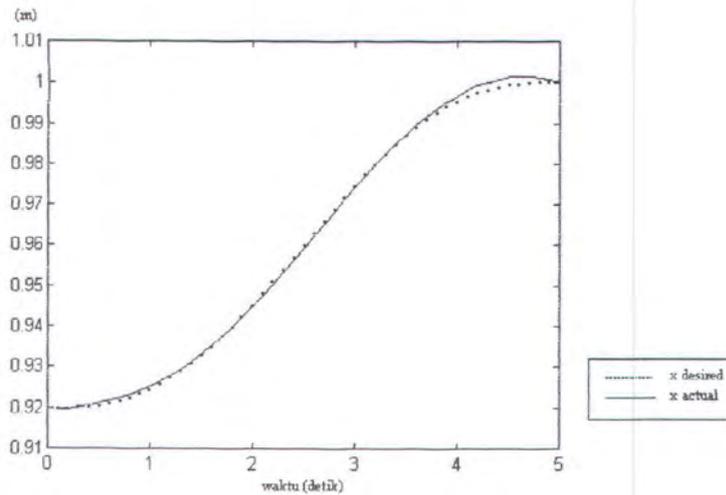


Gambar 5.5 b. Grafik Posisi Terhadap Waktu (dalam Sumbu y) pada Simulasi dengan Menggunakan Metode Tradisional

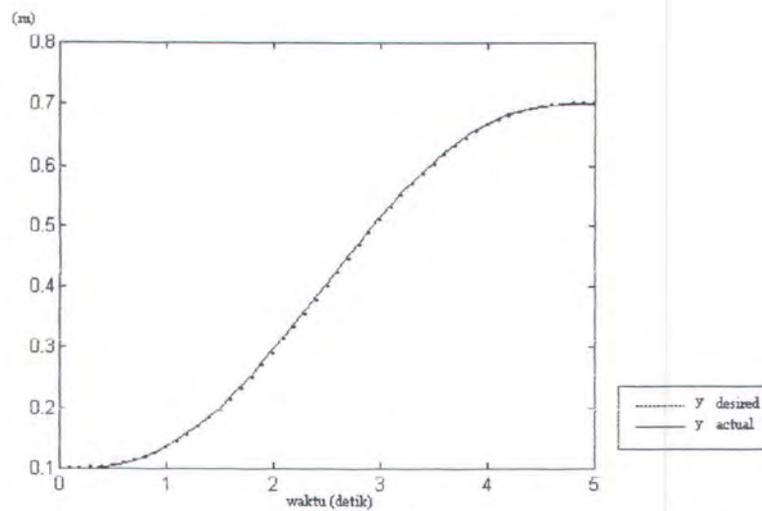
Tabel 5.4. Data Hasil Simulasi dengan Menggunakan Metode *Compact Formulation*

Time (s)	X desired	X actual	Y desired	Y actual
0.0000	0.0000	0.9196	0.0000	0.1000
0.1000	0.9196	0.9196	0.1000	0.1000
0.2000	0.9196	0.9197	0.1004	0.1003
0.3000	0.9198	0.9201	0.1012	0.1011
0.4000	0.9200	0.9206	0.1027	0.1027
0.5000	0.9203	0.9212	0.1051	0.1052
0.6000	0.9208	0.9219	0.1086	0.1089
0.7000	0.9214	0.9226	0.1132	0.1139
0.8000	0.9222	0.9233	0.1191	0.1202
0.9000	0.9231	0.9242	0.1262	0.1279
1.0000	0.9243	0.9252	0.1348	0.1370
1.1000	0.9256	0.9264	0.1447	0.1475
1.2000	0.9271	0.9279	0.1560	0.1593
1.3000	0.9288	0.9296	0.1686	0.1725
1.4000	0.9307	0.9314	0.1826	0.1870
1.5000	0.9327	0.9334	0.1978	0.2028
1.6000	0.9349	0.9355	0.2143	0.2197
1.7000	0.9373	0.9377	0.2319	0.2378
1.8000	0.9398	0.9399	0.2505	0.2569
1.9000	0.9424	0.9424	0.2701	0.2769
2.0000	0.9451	0.9449	0.2905	0.2976
2.1000	0.9479	0.9476	0.3115	0.3189
2.2000	0.9508	0.9504	0.3331	0.3408
2.3000	0.9538	0.9534	0.3552	0.3630
2.4000	0.9568	0.9564	0.3775	0.3854
2.5000	0.9598	0.9594	0.4000	0.4079
2.6000	0.9628	0.9624	0.4225	0.4303
2.7000	0.9658	0.9654	0.4448	0.4526
2.8000	0.9688	0.9684	0.4669	0.4745
2.9000	0.9717	0.9713	0.4885	0.4960
3.0000	0.9745	0.9742	0.5095	0.5169
3.1000	0.9772	0.9771	0.5299	0.5370
3.2000	0.9798	0.9799	0.5495	0.5563
3.3000	0.9823	0.9826	0.5681	0.5746
3.4000	0.9847	0.9851	0.5857	0.5919
3.5000	0.9869	0.9875	0.6022	0.6080
3.6000	0.9889	0.9898	0.6174	0.6230
3.7000	0.9908	0.9918	0.6314	0.6366
3.8000	0.9925	0.9937	0.6440	0.6489
3.9000	0.9940	0.9954	0.6553	0.6598
4.0000	0.9953	0.9969	0.6652	0.6693
4.1000	0.9965	0.9983	0.6738	0.6775
4.2000	0.9974	0.9994	0.6809	0.6842
4.3000	0.9982	1.0002	0.6868	0.6897
4.4000	0.9988	1.0009	0.6914	0.6939
4.5000	0.9993	1.0013	0.6949	0.6969
4.6000	0.9996	1.0014	0.6973	0.6989
4.7000	0.9998	1.0013	0.6988	0.7000

4.8000	1.0000	1.0011	0.6996	0.7005
4.9000	1.0000	1.0007	0.7000	0.7004
5.0000	1.0000	1.0002	0.7000	0.7001



Gambar 5.6 a. Grafik Posisi Terhadap Waktu (dalam Sumbu x) pada Simulasi dengan Menggunakan Metode *Compact Formulation*



Gambar 5.6 b. Grafik Posisi Terhadap Waktu (dalam Sumbu y) pada Simulasi dengan Menggunakan Metode *Compact Formulation*

Dari tabel dan gambar diatas terlihat bahwa ketiga metode menunjukkan data yang sama. Dari sini dapat kita simpulkan bahwa ketiga metode tersebut menghasilkan perhitungan invers kinematik yang sama.

Akan datang suatu masa ketika umatku mencintai yang lima tetapi melupakan yang lima. Mereka mencintai dunia tetapi melupakan akhirat, mencintai harta tetapi melupakan hisab, mencintai manusia tetapi melupakan Al-Khaliq (Pencipta), mencintai dosa-dosa tetapi melupakan tobat, dan mencintai gedung mewah tetapi melupakan kubur. (Al-Hadits)

BAB VI

BAB VI

PENUTUP

6.1 KESIMPULAN

Dari pembahasan yang telah dilakukan pada tugas akhir ini , ada beberapa kesimpulan yang dapat diambil. Kesimpulan - kesimpulan tersebut adalah :

1. Pada tugas akhir ini telah dikembangkan suatu metode baru untuk menyelesaikan perhitungan invers kinematik pada manipulator *redundant* tanpa melalui perhitungan *pseudoinverse*.
2. Dari hasil analisa kompleksitas perhitungan yang telah dilakukan menunjukkan bahwa metode yang diusulkan (metode Dekomposisi) lebih efisien dalam perhitungan matematis.
3. Dari hasil simulasi yang dilakukan menunjukkan bahwa metode Dekomposisi yang diusulkan telah menunjukkan kinerja yang baik . Terbukti bahwa dengan menggunakan metode yang diusulkan manipulator mampu mengikuti trayektori yang diinginkan . Serta ditunjukkan pula bahwa perhitungan invers kinematik dengan menggunakan metode Dekomposisi menghasilkan hasil perhitungan yang sama dengan metode Tradisional dan metode *Compact Formulation*.

6.2 SARAN

Ada beberapa saran yang dirasa perlu , yaitu antara lain :

1. Perlu dikembangkan suatu *control scheme* yang memanfaatkan metode Dekomposisi untuk perhitungan invers kinematik dan dengan menggunakan metode optimisasi yang lebih baik dari metode *gradient projection*.
2. Perlu dilakukan implementasi secara *real time* pada manipulator *redundant*, sehingga metode yang diusulkan akan benar-benar teruji di lapangan.

Tiga macam orang yang tidak ada ketakutan pada hari kiamat yang penuh dengan huru-hara dan tidak akan dihisab. Mereka berjalan dengan penuh gembira diatas tumpukan kasturi sehingga semua manusia habis dihisab. Yaitu seseorang yang mempelajari Al-Qur'an semata-mata untuk melihat wajah Allah dan kemudia mengimami orang banyak didalam sembahyang dengan tingkah laku yang sangat disenangi oleh mereka, kedua ialah orang yang mengajak orang lain untuk shalat semata-mata karena Allah, ketiga adalah orang yang berlaku baik diantara dirinya dengan tuannya, juga diantara dirinya dengan bawahannya. (Al - Hadits)

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR PUSTAKA

- Asada, H. and Slotine, J.J.E. (1986). *Robot Analysis and Control*. Cambridge, Massachusettes :John Wiley and Sons, Inc.
- Cheng, F.T. ,Chen, T.H. and Sun, Y.Y.(1991). *Inverse Kinematics Solutions for Redundant Manipulators Using Compact Formulation*, in Proc. IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems IROS'91, Vol.1, pp.153-158.
- Chevellereau, C. and Khalil,W. (1988). *A New Method for The Solution of Inverse Kinematics of Redundant Robots*,in Proc. IEEE Int. Conf.on Robotics and Automation, Vol.1,pp.37-42.
- Craig, J. J. (1989). *Introduction to Robotics*, 2nd ed. Reading MA : Addison-Wesley.
- Dubey,R.V., Euler, J.A. and Babcock, S.M.(1991). *Real-time Implementation of an Optimization Scheme for Seven-Degree of Freedom Redundant Manipulator*, IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol.7, No.5, pp.579-588.
- Huang, M.Z. and Varma, H. (1991). *Optimal Rate Allocation in Kinematically Redundant Manipulators - The Dual Projection Method*, in Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Vol.1, pp.702-707.

- Jazidie, A (1995). *Modelling and Simulation Impedance Control for Redundant Manipulator Systems*. Doctoral Dissertation. Faculty of Engineering, Hiroshima University.
- Liegeois, A. (1977). *Automatic Supervisory Control of The Configuration and Behavior of Multy - Body Mechanism*, IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics, Vol.7, No.12, pp.868-871.
- Nakamura, Y., Hanafusa, H. and Yoshikawa, T. (1987). *Task Priority Based on Redundancy Control of Robot Manipulator*, Int. J. of Robotics Research, Vol.6, No.2, pp.3-15.
- Spong, M.W. and Vidyasagar, M. (1989). *Robot Dynamics and Control*. John Wiley and Sons, Inc.
- Whitney, D.E. (1969). *Resolved Motion Controls of Manipulator and Human Prosthesis*, IEEE Trans. on Man-Machine Systems, Vol.10, No.2, pp.47-53.
- Wibowo, A.B. (1996). *Perancangan dan Pembuatan Program Simulasi Dinamik Lengan Robot dengan Menggunakan Metode Appel-Gibbs*. Tugas Akhir, Teknik Elektro ITS.

Rasulullah SAW bersabda, " Tiap - tiap dari ummatku akan memasuki syurga kecuali mereka yang menolak ". Para sahabat bertanya, " Siapakah mereka yang menolak itu wahai Rasulullah ? " . Rasuillah SAW menjawab, " Mereka yang taat kepadaku pasti akan masuk syurga, dan mereka yang ingkar kepadaku itulah orang yang menolak".

(Al - Hadits)

LAMPIRAN

LAMPIRAN A

ALGORITMA PROGRAM SIMULASI

1. Menentukan metode invers yang akan digunakan
2. Memasukkan harga-harga parameter lengan robot : massa, panjang, titik berat, momen inersia, konfigurasi awal dari lengan robot, jumlah *link* dan waktu iterasi .
3. Memasukkan $X^d(0)$ (posisi awal) dan $X^d(t_f)$ (posisi akhir) dari *end-effector* dan waktu yang dibutuhkan (t_f) untuk pergerakan *end-effector* tersebut.
4. Menentukan trayektori dari langkah 3.
5. Dengan matriks θ mendapatkan posisi *end-effector*.
6. Menghitung nilai $d\theta$ dan $d\dot{\theta}$ dengan menggunakan metode invers yang sudah dipilih
7. Menghitung torsi yang dibutuhkan untuk menggerakkan joint-joint
8. Menghitung harga matriks Jacobian.
9. Menghitung harga-harga matriks Θ , β , ϕ , τ , Ω , D , V , M dan Y .
10. Menghitung harga matriks percepatan sudut $\ddot{\theta}$, dengan $M\ddot{\theta} = Q - V^T$.
11. Menggunakan Metode Runge -Kutta untuk mencari harga matriks $\dot{\theta}$ dan θ .
12. Mengulangi langkah 5-10 sampai waktu yang ditentukan.
13. Dengan harga matriks θ mendapatkan posisi akhir dari *end-effector*.

14. Menyimpan data jumlah *link*, panjang, dan harga-harga parameter lengan robot, serta waktu iterasi, sudut tiap *joint*, posisi *end-effector* hasil simulasi dalam *file*.

LAMPIRAN B

ALGORITMA PROGRAM ANIMASI

1. Mengambil data -data paramater lengan robot, waktu tiap iterasi, sudut tiap *joint* dan posisi *end-effector* hasil simulasi dari *file*.
2. Mengambil obyek lengan robot berdasarkan data hasil simulasi.
3. Menampilkan obyek lengan robot ke dalam bidang dua dimensi dan menampilkan pada layar.
4. Mengulasi langkah 5 dan 6 sampai simulasi dari *file* data selesai.

RIWAYAT HIDUP



Muhammad Aziz Muslim dilahirkan di Magelang, pada tanggal 3 Desember 1974, sebagai anak ke dua dari tiga bersaudara keluarga Hariyono Zaly Arief. Bertempat tinggal di Tidar Krajan No.9 Magelang. Sejak tahun 1993 terdaftar sebagai mahasiswa Teknik Elektro Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Riwayat Pendidikan :

- TK Masyithoh IV Magelang, lulus tahun 1981
- SD Tidar I Magelang, lulus tahun 1987
- SMPN I Magelang, lulus tahun 1990
- SMA Taruna Nusantara Magelang, lulus tahun 1993

Pada bulan Agustus 1998 mengikuti seminar dan ujian Tugas Akhir di Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan , Jurusan Teknik Elektro FTI-ITS sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik Elektro.