TESIS – SS14 2501

ESTIMASI KURVA REGRESI NONPARAMETRIK HETEROSKEDASTISITAS SPLINE (Studi Kasus Berat Badan Balita di Kecamatan Kerambitan, Bali)

NI PUTU NANIK HENDAYANTI
NRP. 1313 201 018

DOSEN PEMBIMBING
Prof.Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si

PROGRAM MAGISTER
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015

THESIS – SS14 2501

HETEROSCEDASTICITY SPLINE NONPARAMETRIC REGRESSION ESTIMATION CURVE
(Case Study The Toddler Weight Data in Kerambitan, Bali)

NI PUTU NANIK HENDAYANTI
NRP. 1313 201 018

SUPERVISOR
Prof. Dr. I Nyoman Budiantara, M.Si

PROGRAM OF MAGISTER
DEPARTMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES
INSTITUT OF TECHNOLOGY SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015

ESTIMASI KURVA REGRESI NONPARAMETRIK HETEROSKEDASTISITAS SPLINE (STUDY KASUS BERAT BADAN BALITA DI KECAMATAN KERAMBITAN, BALI)

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)
Di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:
NI PUTU NANIK HENDAYANTI
NRP.1313 201 018

Tanggal Ujian : 16 Januari 2015
Periode Wisuda : Maret 2015

Disetujui oleh:

1. **Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si** **(Pembimbing)**
   NIP. 19650603 198903 1 003

2. **Dr. Ismaini Zain, M.Si** **(Penguji I)**
   NIP. 19600525 198803 2 001

3. **Dr. I Nyoman Latra, MS** **(Penguji II)**
   NIP. 19511130 197901 1 001

Direktur Program Pascasarjan

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER PROGRAM PASCASARJANA

Prof. Dr. Ir. Adi Soeprijanto, M.T
NIP. 19640405 199002 1 001

ESTIMASI KURVA REGRESI NONPARAMETRIK HETEROSKEDASTISITAS SPLINE
(Studi Kasus Berat Badan Balita di Kecamatan Kerambitan, Bali)

Nama Mahasiswa	:	Ni Putu Nanik Hendayanti
NRP	:	1313201018
Pembimbing	:	Prof.Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si

ABSTRAK

Pendekatan nonparametrik merupakan metode estimasi yang tidak terikat asumsi bentuk kurva tertentu. Pendekatan regresi nonparametrik yang sering digunakan adalah *spline*. *Spline* memiliki kemampuan yang sangat baik untuk menangani data yang perilakunya berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu. Pada regresi nonparametrik, estimator *spline* sangat tergantung pada titik knot optimal, dimana pemilihan titik knot optimal berdasarkan nilai GCV (*Generalized Cross Validation*) yang minimum. Dalam penelitian ini, penulis mengestimasi kurva $\hat{g}$ dengan menggunakan optimasi *Likelihood* dan mengkontruksi selang kepercayaan untuk kurva regresi g dengan pendekatan *spline* menggunakan *Pivotal Quantity*. Model regresi yang diteliti adalah model regresi nonparametrik *spline* heteroskedastisitas. Oleh karena itu, diperlukan pembobot untuk mengatasinya. Pembobot yang digunakan pada model adalah $w_i = 1/y_i$, $w_i = 1/\hat{y}_i$, $w_i = 1/x_i$, $w_i = 1/x_i^2$, $w_i = x_i$, dan $w_i = x_i^2$, $i = 1,2,3,...,n$. Berdasarkan analisis, menggunakan data berat badan balita di kecamatan Kerambitan Bali, model terbaik yang diperoleh adalah model *spline* kuadratik dengan dua titik knot. Model *spline* ini mempunyai R^2 = 90,80%.

Kata kunci: Regresi Nonparametrik, *Spline*, Heteroskedastisitas, *Pivotal Quantity*

“Halaman ini sengaja dikosongkan”

HETEROSCEDASTICITY SPLINE NONPARAMETRIC REGRESSION ESTIMATION CURVE (CASE STUDY THE TODDLER WEIGHT DATA IN KERAMBITAN, BALI)

Nameof Student	:	Ni Putu Nanik Hendayanti
NRP	:	1313201018
Supervisor	:	Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si

ABSTRACT

Nonparametric approachs are an estimation methods not tied on particular shape of the curve assumptions. The most frequently used of nonparametric regression approach is spline. Spline has an excellent ability to handle data that behavior change in sub-specified interval. In nonparametric regression, spline estimator depends on the point of optimal knots, which is the selection of the optimal knots based on the value of GCV (Generalized Cross Validation) minimum. In this study, $\hat{g}$ curve is estimated using Likelihood optimization and confidence intervals for the regression curve by spline approach is constructed using Pivotal Quantity. The regression models of interest is heteroskedasticity spline nonparametric regression models. Therefore, it is necessary to give a weight to overcome the heteroskedasticity. The weight used in the model are $w_i = 1/y_i$, $w_i = 1/\hat{y}_i$, $w_i = 1/x_i$, $w_i = 1/x_i^2$, $w_i = x_i$, and $w_i = x_i^2$, $i = 1,2,3,...,n$. Based on the analysis, the best model for modeling toddler weight data of children in district Kerambitan Bali is a model with two-point quadratic spline knots. This spline model has R^2 = 90,80%.

Keywords: Nonparametric Regression, *Spline*, Heteroskedasticity, *Pivotal Quantity*

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadapan Ida Sang Hyang Widhi Wasa/Tuhan Yang Maha Esa, karena atas berkat dan rahmat-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan laporan tesis yang berjudul **"ESTIMASI KURVA REGRESI NONPARAMETRIK HETEROSKEDASTISITAS SPLINE (STUDI KASUS BERAT BADAN BALITA DI KECAMATAN KERAMBITAN, BALI)"**

Penulis menyadari bahwa penyusunan tesis ini tidak akan dapat terselesaikan dengan baik tanpa bimbingan, arahan, serta bantuan dari berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung. Dalam kesempatan ini, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua yang sangat saya cintai dan hormati, Bapak Wayan Susila dan Ibu Ketut Yardiasih, terima kasih atas segala doa dan dukungan yang tiada henti. Serta kepercayaan penuh yang Bapak dan Ibu berikan. Semoga selalu bisa membahagiakan Bapak dan Ibu.
2. Adik tersayang, Abdi Suhendra dan semua keluarga besar yang ada di Bali, terima kasi atas doa dan dukungannya selama ini.
3. Orang yang saya sayangi, Gede Juniartha Wibawa, terima kasih atas support dan perhatiannya selama ini.
4. Bapak Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si selaku dosen pembimbing yang telah memberikan banyak masukan serta dengan sabar menuntun saya dalam menyelesaikan Tesis ini.
5. Ibu Dr. Ismaini Zain, M.Si dan Bapak Dr. I Nyoman Latra, MS selaku dosen penguji yang telah memberikan banyak saran, kritik, serta masukan demi kesempurnaan Tesis ini.
6. Bapak Dr. Muhammad Mashuri, M.T, selaku ketua Jurusan Statistika FMIPA ITS.
7. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc selaku kaprodi pasca sarjana Jurusan Statistika-ITS.

8. Ibu Dr. Vita Ratnasari, S.Si, M.Si selaku dosen wali, terimakasih atas bimbingan dan arahannya selama saya menuntut ilmu di Program Magister ini.
9. Bapak dan Ibu dosen pengajar Jurusan Statistika ITS, terimakasih atas ilmu yang telah diberikan selama ini.
10. Teman-teman kost Semolowaru Indah 1, four Princess, Amik, Safitri dan Mirah terimakasih atas kebersamaan dan canda tawanya.
11. Temen terbaik saya Maulida Nurhidayati, terimakasih atas bantuan dan dukungan dalam penyelesaian tesis ini.
12. Temen seperjuangan Lab SOSPEM (Faris, Mirah, Bobby dan Mbak Lilis) terimakasih atas bantuan dan kebersamaannya selama ini.
13. Temen-temen seperjuangan dari bali, Devi dan Kak Palguna terimakasih atas bantuannya selama ini.
14. Temen-temen seperjuangan di Pascasarjana S2 Statistika 2013 yang tidak bisa saya sebutkan satu persatu, terimakasih atas bantuan dan kebersamaannya selama ini.
15. Pihak-pihak lain yang telah membantu dan mendukung dalam penyusunan tugas akhir ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penulis menyadari dalam penyusunan tugas akhir ini sangat jauh dari sempurna, saran dan kritik yang membangun sangat diharapkan agar penyusunan tugas akhir ini menjadi lebih baik.

Surabaya, Januari 2015

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL i
LEMBAR PENGESAHAN iii
ABSTRAK v
ABSTRACT vii
KATA PENGANTAR ix
DAFTAR ISI xi
DAFTAR TABEL xiii
DAFTAR GAMBAR xv
DAFTAR LAMPIRAN xvii
BAB I PENDAHULUAN 1
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan masalah 5
1.3 Tujuan Penelitian 5
1.4 Batasan Masalah 6
1.5 Manfaat Penelitian 6
BAB II TINJAUAN PUSTAKA 7
2.1 Regresi Parametrik 7
2.2 Regresi Nonparametrik 8
2.3 Regresi Nonparametrik *Spline* 9
2.4 Beberapa Teorema Penunjang 10
2.5 Pemilihan Titik Knot Optimal 11
2.6 Pengujian Parameter Model 11
2.6.1 Uji Serentak 11
2.6.2 Uji Individu 12
2.7 Heteroskedastisitas (*Heteroscedasticity*) 13
2.7.1 Metode Grafik 14
2.7.2 Uji *Glejser* 15
2.8 Interval Konfidensi 15
2.9 Pertumbuhan Balita 16

2.9.1 Berat Badan Balita 17
2.9.2 Metode Kartu Menuju Sehat (KMS) 18
BAB III METODELOGI PENELITIAN 19
3.1 Sumber Data 19
3.2 Identifikasi Variabel 19
3.3 Struktur Data 19
3.4 Langkah-langkah dan Metode Analisis 20
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN 25
4.1 Estimasi Titik untuk Kurva Regresi 25
4.2 Interval Konfidensi untuk Kurva Regresi *g* 29
4.3 Mengaplikasikan Estimator Kurva Regresi Nonparametrik Heteroskedatisitas *Spline* pada Data Berat Badan Balita di Kecamatan Kerambitan, Bali 32
4.3.1 Model Regresi Nonparametrik *Spline* tanpa Bobot 32
4.3.2 Model Regresi Nonparametrik *Spline* Terboboti 37
4.3.3 Pemilihan Bobot dalam Model Regresi Nonparametrik *Spline* 61
4.3.4 Interval Konfidensi Terpendek pada Model Regresi Nonparametrik *Spline* Terboboti 73
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN 75
5.1 Kesimpulan 75
5.2 Saran 76
DAFTAR PUSTAKA 77
LAMPIRAN 79

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul	Halaman
Tabel 2.1	Analisis Ragam (ANOVA)..	12
Tabel 3.1	Struktur Data	19
Tabel 4.1	Model-model dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV...	33
Tabel 4.2	Model-model dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV................	34
Tabel 4.3	ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* tanpa Bobot..	33
Tabel 4.4	Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* tanpa Bobot..	
Tabel 4.5	Model Spline Terboboti dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV..	38
Tabel 4.6	Model Spline Terboboti dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV...	39
Tabel 4.7	ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Bobot w_1	40
Tabel 4.8	Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Bobot w_1	40
Tabel 4.9	Model Spline Terboboti dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV..	42
Tabel 4.10	Model Spline Terboboti dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV...	43
Tabel 4.11	ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Bobot w_2	44
Tabel 4.12	Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Bobot w_2	44
Tabel 4.13	Model Spline Terboboti dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV..	46
Tabel 4.14	Model Spline Terboboti dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV...	47
Tabel 4.15	ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Bobot w_3	48
Tabel 4.16	Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Bobot w_3	49

Tabel 4.17	Model Spline Terboboti dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV	50
Tabel 4.18	Model Spline Terboboti dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV	51
Tabel 4.19	ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Bobot w_4	52
Tabel 4.20	Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Bobot w_4	53
Tabel 4.21	Model Spline Terboboti dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV	54
Tabel 4.22	Model Spline Terboboti dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV	55
Tabel 4.23	ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Bobot w_5	56
Tabel 4.24	Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline Spline* dengan Bobot w_5	57
Tabel 4.25	Model Spline Terboboti dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV	58
Tabel 4.26	Model Spline Terboboti dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV	59
Tabel 4.27	ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Bobot w_6	60
Tabel 4.28	Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Bobot w_6	61
Tabel 4.29	Perbandingan Nilai GCV Minimum dengan Satu Titik Knot dari Masing-masing Pembobot	62
Tabel 4.30	ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan satu Titik Knot Optimum	62
Tabel 4.31	Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Satu Titik Knot Optimum	63
Tabel 4.32	Perbandingan Nilai GCV Minimum dengan Dua Satu Titik Knot dari Masing-masing Pembobot	65
Tabel 4.33	ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Dua Titik Knot Optimum	66
Tabel 4.34	Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Dua Titik Knot Optimum	66
Tabel 4.35	Perbandingan Nilai GCV Minimum dengan Tiga Titik Knot dari Masing-masing Pembobot	68

Tabel 4.36 ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Tiga Titik Knot Optimum.. 69
Tabel 4.37 Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline*.................... 70

“*Halaman ini sengaja dikosongkan*”

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul	Halaman
Gambar 2.1	Diagram Pencar Residual Kuadrat Terhadap *x*................	14
Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian (Tujuan 1)..................................	22
Gambar 3.2	Diagram Alir Penelitian (Tujuan 2)..................................	23
Gambar 3.3	Diagram Alir Penelitian (Tujuan 3)	24
Gambar 4.1	Plot Berat Badan Balita di Kecamatan Kerambitan, Bali...	32
Gambar 4.2	*Spline* Linier dengan Tiga Titik Knot pada Balita Umur 5 Bulan, 46 Bulan dan 47 Bulan...	36
Gambar 4.3	*Spline* Linier dengan satu Titik Knot pada Balita Umur 6 Bulan..	41
Gambar 4.4	*Spline* Linier dengan satu Titik Knot pada Balita Umur 6 Bulan..	45
Gambar 4.5	*Spline* Kuadratik dengan Tiga Titik Knot pada Balita Umur 57 Bulan, 58 Bulan dan 59 Bulan..........................	49
Gambar 4.6	*Spline* Kuadratik dengan Satu Titik Knot pada Balita Umur 9 Bulan..	62
Gambar 4.7	*Spline* Kuadratik dengan Dua Titik Knot pada Balita Umur 8 Bulan dan 59 Bulan...	67
Gambar 4.8	*Spline* Linier dengan Tiga Titik Knot pada Balita Umur 8 Bulan, 58 Bulan dan 59 Bulan...	71
Gambar 4.9	Interval Konfidensi *Spline* Kuadratik dengan Titik Knot 8 dan 59...	74

“Halaman ini sengaja dikosongkan “

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan salah satu analisis statistika yang sering digunakan dalam berbagai bidang ilmu sebagai alat dalam pengambilan suatu keputusan. Ketepatan pemilihan analisis statistika sangat mempengaruhi dalam pengambilan suatu keputusan yang akurat. Analisis regresi bertujuan untuk mengetahui pola hubungan dan pengaruh variabel respon dengan satu atau beberapa variabel prediktor. Hubungan fungsional antara variabel respon dan variabel prediktor dijelaskan dalam sebuah kurva yang dinamakan kurva regresi.

Dalam analisis regresi pendekatan yang digunakan untuk menentukan kurva regresi ada dua jenis, yaitu pendekatan regresi parametrik dan pendekatan regresi nonparametrik. Pendekatan regresi parametrik dapat digunakan apabila bentuk pola hubungan antara variabel prediktor dan variabel responnya diketahui misalnya linier, kuadratik, eksponensial, dan polinomial. Selain itu, pendekatan regresi parametrik mengasumsikan bentuk kurva regresinya sudah ditentukan berdasarkan teori atau pengalaman masa lalu (Wahba, 1990). Asumsi-asumsi pada regresi parametrik juga harus semuanya terpenuhi, misalnya sebaran galat menyebar normal dan memiliki variansi yang konstan. Apabila asumsi pada regresi parametrik tidak terpenuhi dan tidak ada informasi apapun tentang bentuk dari kurva regresi, maka pendekatan yang digunakan adalah pendekatan regresi nonparametrik.

Pendekatan regresi nonparametrik merupakan metode estimasi model yang dilakukan berdasarkan pendekatan yang tidak terikat asumsi bentuk kurva tertentu. Pendekatan regresi nonparametrik memiliki fleksibelitas yang tinggi, karena data diharapkan mencari sendiri bentuk estimasi kurva regresinya tanpa dipengaruhi oleh faktor subyektifitas peneliti (Eubank, 1988). Kurva model regresi nonparametrik diasumsikan tidak diketahui bentuknya yang termuat dalam ruang tertentu dan hanya diasumsikan *smooth* (mulus/licin) dalam arti kontinu dan *differensiable*. Pemilihan ruang fungsi berdasarkan sifat kemulusan dari fungsi tersebut. Banyak para peneliti yang sudah mengembangkan pendekatan dalam regresi nonparametrik untuk mengestimasi kurva regresi, seperti Histogram dan Kernel (Hardle, 1990), pendekatan regresi nonparametrik menggunakan *Spline* (Wahba, 1990), menggunakan *Spline* Terboboti (Budiantara, Fitriasari and Purnomo, 2008), menggunakan Deret Fourier (Semiati, 2010), regresi nonparametrik Deret Orthogonal (Eubank, 1988) dan Wavelet (Antoniadis, Gregorire and Mackeagu, 1994).

Pendekatan model regresi nonparametrik yang sering digunakan adalah regresi nonparametrik *spline*. *Spline* memiliki beberapa kelebihan antara lain *spline* merupakan model yang mempunyai interpretasi statistik dan visual yang sangat baik (Astuti, Budiantara, Sunaryo dan Dokhi, 2013; Eubank, 1988). *Spline* merupakan jenis potongan polinomial yang memiliki sifat tersegmen. Sifat tersegmen ini memberikan fleksibelitas lebih dibandingkan dengan polinomial biasa, sehingga sangat efektif untuk menyesuaikan diri terhadap karakteristik bentuk kurva data (Cox dan O'Sullivan, 1996). *Spline* memiliki kemampuan yang sangat baik untuk menangani data yang perilakunya berubah-ubah pada sub-sub interval tertentu (Budiantara, 2006; Cox dan O'Sullivan, 1996). Selain itu, *spline* juga mempunyai keunggulan dalam mengatasi perubahan pola data yang menunjukkan naik atau turun yang tajam dengan bantuan titik-titik knot, serta menghasilkan kurva yang relatif *smooth* atau mulus (Hardle, 1990).

Pada analisis regresi, baik pendekatan parametrik ataupun pendekatan nonparametrik, salah satu uji asumsi klasik yang harus dipenuhi adalah tidak terjadi kasus heteroskedastisitas. Heteroskedastisitas dalam analisis regresi dimaksudkan apakah dalam model regresi terjadi ketidaksamaan variansi residual dari satu pengamatan ke pengamatan yang lain. Jika variansi dari residual satu pengamatan ke pengamatan yang lain tetap, maka disebut homoskedastisitas dan jika berbeda disebut heteroskedastisitas (Ghozali, 2005). Jika pada suatu kasus terjadi heteroskedastisitas, maka dapat menyebabkan estimasinya tidak efisien. Akibatnya, terjadi *over-estimate* pada pengujian hipotesis statistika baik untuk uji F (uji simultan) maupun uji t (uji parsial) sehingga memberikan informasi yang tidak valid terhadap penolakan atau penerimaan hipotesis nul (Gujarati, 2004).

Mengingat secara statistika permasalahan heteroskedastisitas dapat mengganggu inferensi statistik dan dapat mengakibatkan kesimpulan yang diambil tidak sesuai dari model regresi yang akan dibentuk, maka perlu dikaji lebih mendalam persoalan-persoalan heteroskedastisitas dalam analisis regresi nonparametrik. Metode yang digunakan untuk estimasi kurva regresi adalah *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Metode MLE merupakan salah satu metode yang cukup terkenal dalam statistika teori. Metode ini memperoleh estimasi parameter dengan cara memaksimumkan fungsi *Likelihood.* Wasono (2014) telah meneliti tentang model regresi nonparametrik multivariabel heteroskedastisitas *spline* dengan metode WLS, dimana estimator yang diperoleh diaplikasikan untuk memodelkan Angka Kematian Bayi (AKB) di propinsi Jawa Timur.

Persoalan inferensi dalam regresi *spline* adalah interval konfidensi. Wahba (1983;1990) dan Wang (1998) menggunakan pendekatan Bayesian dalam merancang interval konfidensi untuk kurva regresi, tetapi pendekatan Bayesian ini memerlukan pemahaman tentang *prior improper*, distribusi *posterior,* dan lainnya, sehingga secara matematika cukup sulit dimengerti. Interval konfidensi yang diperoleh dengan pendekatan *Pivotal Quantity* tidak akan melibatkan distribusi *prior*, sehingga diharapkan dapat diperoleh model yang relatif sederhana dan inferensi Statistik yang mudah (Eubank, 1988).

Masa balita merupakan masa yang memerlukan perhatian khusus, karena pada masa ini terdapat masa pertumbuhan dan perkembangan yang sangat pesat. Sebagai orang tua yang mengasuh dan pendidik perlu mengetahui tahap pertumbuhan dan perkembangan balita, apakah pertumbuhan dan perkembangan berlangsung normal atau tidak. Penilaian pertumbuhan balita yang mudah untuk diamati adalah pola pertumbuhan dan fisik (Soetjiningsih, 1995). Balita yang sehat dan ideal dapat dilihat dari pertumbuhan yang proposional melalui pengamatan terhadap berat badan yang berada pada batas normal.

Growth Monitoring and Promotion (GMP) merupakan suatu kegiatan pemantauan terhadap pertumbuhan balita yang dilakukan melalui pengukuran dan pencatatan secara teratur guna memberikan suatu informasi khususnya kepada para ibu dalam menvisualkan pertumbuhan anaknya, sehingga dapat bermanfaat untuk mempertahankan pertumbuhan balita secara optimal. Budiantara (2009), merancang Kartu Menuju Sehat (KMS) untuk balita di kota Surabaya dimana kurva pertumbuhan KMS diperoleh dengan menduga pola hubungan antara umur dan berat badan balita menggunakan *spline*. KMS merupakan salah satu alat yang digunakan untuk memantau pertumbuhan balita. Melalui kegiatan KMS dilakukan pemantauan pertumbuhan balita dengan menuliskan usia dan berat badan balita berupa titik-titik yang mengikuti garis kurva pertumbuhan. Garis kurva pertumbuhan yang terdapat pada kartu KMS mempunyai dua fungsi yaitu sebagai tanda persentasi/persentil tertentu dan sekaligus sebagai petunjuk arah yang harus dicapai oleh grafik berat badan sesuai standar kelompok sehat (Narendra, Sularyo, Soetjiningsih, Suyitno dan Ranuh, 2002). Pengukuran berat badan memberikan gambaran keadaan gizi pada saat sekarang dan bila dilakukan secara periodik, yaitu sebulan sekali pada anak-anak akan dapat memberikan gambaran yang baik tentang pertumbuhan anak.

Propinsi Bali terbagi menjadi 9 kabupaten. Salah satu kabupaten yang ada di propinsi Bali yaitu kabupaten Tabanan. Kabupaten Tabanan sebagian besar penduduknya bermatapencaharian sebagai petani, karena banyaknya lahan yang ada di kabupaten Tabanan digunakan dalam bidang pertanian. Hasil olahan pertanian yang paling banyak di produksi di kabupaten Tabanan adalah tanaman padi. Banyaknya produksi padi yang dihasilkan di kabupaten Tabanan sehingga kabupaten Tabanan terkenal dengan julukan Lumbung Beras. Julukan lumbung beras bagi kabupaten Tabanan tidak menghilangkan kemungkinan masih ada masyarakat yang mengalami kasus gizi buruk. Kabupaten Tabanan merupakan peringkat lima besar kasus gizi buruk yang ada di propinsi Bali. Maka dari itu perlu dipantau mengenai status gizi masyarakat sejak dari balita, karena pada masa balita merupakan masa yang sangat rentan terhadap pertumbuhan.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan Ismi (2013), dengan menggunakan data Berat Badan Balita di kabupaten Bojonegoro tahun 2010, menyatakan bahwa data yang mengandung heteroskedastisitas dapat diatasi dengan menambahkan pembobot pada *Generalized Cross Validation* (GCV). Data berat badan balita pada umumnya memiliki pola pertumbuhan yang berubah-ubah pada umur-umur tertentu atau memiliki pola yang tidak konstan, sehingga menunjukkan bahwa homoskedastisitas tidak terpenuhi. Selain itu, karakteristik dari data berat badan balita adanya perubahan perilaku pada sub-sub interval tertentu, sehingga metode *spline* cocok untuk memodelkan data bertipe demikian.

Berdasarkan uraian tersebut, peneliti akan mengkaji estimasi kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline* dan inferensinya. Selanjutnya akan mengaplikasikan estimator yang diperoleh pada data berat badan balita di kecamatan Kerambitan, Bali tahun 2014.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas, maka yang menjadi masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana estimasi kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline*?
2. Bagaimana merancang interval konfidensi terpendek untuk kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline*?
3. Bagaimana mengaplikasikan estimator kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline* pada data berat badan balita di kecamatan Kerambitan, Bali?

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah di atas, maka yang menjadi tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengkaji bentuk estimasi kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline* dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
2. Mengkaji interval konfidensi terpendek untuk kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline.*
3. Mengaplikasikan estimator kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline* pada data berat badan balita di kecamatan Kerambitan, Bali.

1.4 Batasan Masalah

Mengacu pada rumusan masalah, maka ruang lingkup dalam penelitian ini dibatasi pada beberapa hal, antara lain.

1. Pemilihan titik knot optimal berdasarkan kriteria GCV (*Generalized Cross Validation*) minimum.
2. Metode estimasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
3. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data berat badan balita yang mengikuti Posyandu di kecamatan Kerambitan, Bali tahun 2014 diasumsikan mendapatkan asupan gizi yang sama dari orang tuanya.
4. Pada penelitian ini tidak menggunakan uji independen dan distribusi normal tetapi hanya menggunakan uji identik.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Penelitian ini diharapkan dapat menambah wawasan pengetahuan statistika yang lebih luas kepada penulis tentang estimasi kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline*.
2. Mengetahui penerapan estimasi regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline* pada data berat badan balita di kecamatan Kerambitan, kabupaten Tabanan, Bali tahun 2014.
3. Memberikan informasi tentang pertumbuhan balita dari 0-60 bulan dan pola hubungan berat badan dengan usia balita di kecamatan Kerambitan, kabupaten Tabanan, Bali.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Parametrik

Analisis regresi pada dasarnya adalah studi mengenai keterkaitan antara variabel respon dengan satu atau lebih variabel prediktor, dengan tujuan untuk mengestimasi atau meramalkan nilai variabel respon berdasarkan nilai variabel prediktor yang diketahui (Gujarati, 2004). Pada anlisis regresi terdapat dua pendekatan yang digunakan untuk mengestimasi model regresinya yaitu pendekatan regresi parametrik, dan pendekatan regresi nonparametrik. Apabila dalam analisis regresi bentuk kurva regresi diketahui maka digunakan pendekatan regresi parametrik. Tetapi jika hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon tidak diketahui bentuk kurvanya maka digunakan pendekatan regresi nonparametrik.

Pendekatan regresi parametrik dipergunakan jika diasumsikan bahwa penyebaran data membentuk pola tertentu seperti: linier, kuadratik, kubik, maupun polinomial berderajat-*p*. Untuk dapat mengguanakan model regresi parametrik terdapat asumsi tegas, yaitu bentuk kurva regresi diketahui (Eubank, 1988). Model pendekatan data diperoleh berdasarkan berbagai metode formal yang telah dikenal dalam statistika, seperti *Least Square*, *Maximum Likelihood*, dan lain-lain (Wahba, 1990). Pada model pendekatan yang dihasilkan oleh metode-metode tersebut ekuivalen dengan estimasi parameter dalam model. Secara umum bentuk regresi parametrik linier ditulis sebagai berikut:

$$\boldsymbol{y}_i = \boldsymbol{\beta}_0 + \boldsymbol{\beta}_1\boldsymbol{X}_1 + \cdots + \boldsymbol{\beta}_i\boldsymbol{X}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_i\,, \quad i = 1,2,..,n$$

atau dalam bentuk matriks diberikan sebagaimana Persamaan 2.1.

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon},\ \ \boldsymbol{\varepsilon} \overset{iid}{\sim} N(0,\sigma_i^2) \tag{2.1}$$

dengan:

$\boldsymbol{y}$ = vektor variabel respon,

$\boldsymbol{X}$ = matriks variabel prediktor,

$\boldsymbol{\beta}$ = vektor parameter,

$\boldsymbol{\varepsilon}$ = vektor *error random*.

Menduga koefisien regresi $\boldsymbol{\beta}$ pada regresi linier sederhana dapat menggunakan metode kuadrat terkecil atau *Ordinary Least Square* (OLS). Metode ini dilakukan dengan meminimumkan jumlah kuadrat *error* sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta})'(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta})$$

Untuk memperoleh estimator $\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}$ terhadap $\boldsymbol{\beta}$ dan membuat turunan fungsi sama dengan nol, sehingga diperoleh estimasi sebagaimana Persamaan 2.2.

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y} \tag{2.2}$$

Estimasi dari y dapat dijabarkan sebagaimana Persamaan 2.3.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \end{aligned} \tag{2.3}$$

(Eubank, 1998).

2.2 Regresi Nonparametrik

Regresi nonparametrik merupakan suatu metoda statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor. Apabila hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor tidak diketahui secara jelas polanya, atau tidak didapatkan informasi sebelumnya yang lengkap tentang bentuk pola data, maka digunakan pendekatan regresi nonparametrik. Misalkan *x* adalah variabel prediktor dan *y* adalah variabel respon untuk *n* buah pengamatan, model regresi secara umum dapat ditulis sebagaimana Persamaan 2.4.

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i,\ \ i = 1,2,\dots,n \tag{2.4}$$

y_i adalah variabel respon ke-i, $g(x_i)$ adalah kurva regresi yang tidak diketahui bentuk kurvanya dan ε_i adalah *error* random yang diasumsikan independen dan identik dengan mean 0 dan variansi σ^2. Pendekatan regresi nonparametrik digunakan untuk menduga kurva regresi yang tidak diketahui bentuk kurva regresinya dan tidak terikat pada asumsi tertentu seperti pada regresi parametrik. Menduga fungsi $g(x_i)$ dilakukan berdasarkan data pengamatan dengan menggunakan teknik *smoothing* yang dapat digunakan antara lain Histogram, Kernel, Deret Orthogonal, *Spline*, k-NN, Deret Fourier, dan Wavelet (Eubank, 1988).

2.3 Regresi Nonparametrik *Spline*

Beberarapa model pendekatan regresi nonparametrik yang telah dikembangkan oleh para peneliti, salah satunya adalah *spline*. *Spline* merupakan salah satu teknik estimasi regresi nonparametrik yang pertama kali dikembangkan oleh Whittaker pada tahun 1923 (Hardle, 1990). *Spline* dalam regresi nonparametrik mempunyai kemampuan mengestimasi perilaku data yang cenderung berbeda pada interval yang berlainan (Eubank, 1988; Budiantara, 2006).

Suatu basis untuk ruang *spline* berorde *m* dapat dinyatakan dalam bentuk Budiantara (2001):

$$\{1, x, \dots, x^m, (x - k_1)_+^m, \dots, (x - k_r)_+^m\}.$$

Fungsi *truncated* (potongan-potongan):

$$(x-k_h)_+^m = \begin{cases} (x-k_h)^m, & x \geq k_h \\ 0, & x < k_h \end{cases}$$

dan $k_1, k_2, \dots, k_r$ merupakan titik-titik knot. Titik knot merupakan titik perpaduan bersama yang memperlihatkan terjadinya perubahan pola perilaku dari fungsi *spline* pada interval-interval yang berbeda. Secara umum fungsi *spline* berorde *m* adalah sembarang fungsi yang dapat ditulis dalam bentuk (Eubank, 1988):

$$g(x_i) = \sum_{j=0}^{m} \beta_j x_i^j + \sum_{h=1}^{r} \beta_{h+m} (x_i - k_h)_+^m \tag{2.5}$$

dengan β_j adalah parameter dari fungsi *spline,* $j = 0, 1, \dots m, m+1, \dots, m$+r, merupakan kostanta yang benilai real. Model regresi spline dapat disajikan sebagaimana Persamaan 2.6.

$$y_i = \sum_{j=0}^{m} \beta_j x_i^j + \sum_{h=1}^{r} \beta_{h+m} (x_i - k_h)_+^m + \varepsilon_i \tag{2.6}$$

Apabila sisaan ε_i diasumsikan berdistribusi normal independen dengan mean nol dan variansi σ_i^2, maka y_i juga berdistribusi normal dengan mean $g(x_i)$ dan variansi σ_i^2. Akibatnya diperoleh fungsi likelihood sebagaimana Persamaan 2.7.

$$L(y, g) = \prod_{i=1}^{n} \left((2\pi \sigma_i^2)^{-\frac{1}{2}} Exp\,(- \frac{1}{2\sigma_i^2} (y_i - g(x_i))^2 \right) \tag{2.7}$$

Berdasarkan fungsi *Likelihood*, estimasi kurva regresi $g(x_i)$ diperoleh dari menyelesaikan optimasi sebagaimana Persamaan 2.8.

$$\underset{g}{Max} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_i^2} \left(y_i - g(x_i) \right)^2 \right\}. \tag{2.8}$$

2.4 Beberapa Teorema Penunjang

Berikut ini diberikan konsep-konsep dasar yang akan digunakan pada analisis pembahasan.

Teorema 2.4.1 (Rencher dan Schaalje, 2008)

Diberikan matrik **A** dan **B** *nonsingukar,* maka berlaku sifat-sifat sebagai berikut:

a. Jika matriks **A** simetris, maka $\mathbf{A}^{\mathbf{T}} = \mathbf{A}$

b. $(\mathbf{AB})^{\mathbf{T}} = \mathbf{B}^{\mathbf{T}}\,\mathbf{A}^{\mathbf{T}}$

c. $\mathbf{AA}^{-1} = \mathbf{A}^{-1}\,\mathbf{A} = \mathbf{I}$

Teorema 2.4.2 (Rencher dan Schaalje, 2008)

Diberikan vektor ***X*** dan matrik **A**, dimana $\mathbf{A'X} = \mathbf{X'A}$, $\mathbf{A'}=(\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, ..., \mathbf{A}_p)$ yang memuat konstanta, dengan ini berlaku:

$$\frac{\partial(\mathbf{A'X})}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial(\mathbf{XA'})}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{A}$$

Teorema 2.4.3 (Rencher dan Schaalje, 2008)

Diberikan vektor ***X*** dan matrik **A** merupakan suatu matrik simetris, maka menjadi:

$$\frac{\partial(\mathbf{X'AX})}{\partial \mathbf{X}} = 2\mathbf{AX}$$

2.5 Pemilihan Titik Knot Optimal

Spline terbaik sangat tegantung pada lokasi titik knot k_1, k_2, ..., k_r. Dalam *spline*, titik knot merupakan titik perpaduan bersama yang menunjukkan perubahan fungsi pada interval yang berlainan. Pada regresi nonparametrik dengan pendekatan *spline* perlu memilih titik knot yang optimal, sehingga menghasilkan model regresi *spline* yang terbaik.

Menurut Fahrmeir and Tuhtz (1994), *GCV* merupakan modifikasi dari *Cross-Validation (CV)*. Nilai knot yang optimal diperoleh dari *CV* yang minimum dengan:

$$CV(k) = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i - g(x_i)}{1-a_{ii}}\right)^2$$

Dimana a_{ii} adalah elemen diagonal ke-i dari matriks $\boldsymbol{\varphi(k)}$**.** Sedangkan kriteria *GCV* didefinisikan sebagaimana Persamaan 2.9.

$$GCV(k) = \frac{MSE(k)}{\left\{n^{-1}trace[\mathbf{I} - \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{k})]\right\}^2} \tag{2.9}$$

dimana

$MSE(k) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{g}(x_i))^2$ dan matrik $\boldsymbol{\varphi(k)} = \boldsymbol{X(X'X)^{-1}X'}$. Titik knot optimal diperoleh dari *GCV* yang minimum (Eubank, 1988).

2.6 Pengujian Parameter Model

Untuk mengetahui signifikansi parameter regresi maka dilakukan pengujian secara serentak atau secara individu. Uji serentak menggunakan uji *F* dan uji individu menggunakan uji *t*.

2.6.1 Uji Serentak

Uji Parameter dengan model regresi secara serentak dilakukan secara bersamaan terhadap model. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_j = 0$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_j \neq 0\,; j = 1, 2, \ldots, p$

Statistik ujinya menggunakan uji F dengan :

$$F_{hitung} = \frac{MS\, regresi}{MS\, residual} \tag{2.10}$$

Apabila $F_{hitung} > F_{\alpha(p-1,n-p)}$ maka H_0 ditolak artinya paling sedikit ada satu β_j tidak sama dengan nol atau paling sedikit ada satu variabel prediktor yang memiliki pengaruh signifikan terhadap variabel respon.

Tabel 2.1 Analisis Ragam (ANOVA)

Sumber variasi	Derajat Bebas (df)	Jumlah Kuadrat (SS)	Rataan Kuadrat (MS)	F Hitung
Regresi	p - 1	$\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2$	$\frac{SS_{regresi}}{df_{regresi}}$	$\frac{MS_{regresi}}{MS_{residual}}$
Residual	n - p	$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$	$\frac{SS_{residual}}{df_{residual}}$	
Total (terkoreksi)	n - 1	$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$		

Salah satu kriteria untuk mengukur kebaikan model adalah dengan menggunakan R^2. Rumus untuk mendapatkan nilai R^2 adalah sebagai berikut:

$$R^2 = \frac{SS_{regresi}}{SS_{total}} \tag{2.11}$$

2.6.2 Uji Individu

Uji parameter model regresi secara individu bertujuan untuk mengetahui seberapa jauh variabel prediktor secara individual dalam menerangkan variasi variabel respon. Hipotesis dari pengujian secara individu adalah:

$H_0 : \beta_j = 0$; artinya variabel prediktor tidak berpengaruh terhadap variabel respon

$H_1 : \beta_j \neq 0$; j = 1, 2, ... , p artinya variabel prediktor berpengaruh terhadap variabel respon

Statistik Uji :

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_j}{se(\hat{\beta}_j)} \tag{2.12}$$

dengan $se(\hat{\beta}_j)$ adalah standar *error* dari $\hat{\beta}_j$

$$se(\hat{\beta}_j) = \frac{s^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y})^2} \tag{2.13}$$

S^2 merupakan estimator dari varians populasi. Hipotesis H_0 ditolak apabila $|t_{hitung}| > t_{(\frac{\alpha}{2}, n-p-1)}$ yang artinya variabel prediktor ke-*j* memberikan pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon.

2.7 Heteroskedastisitas (*Heteroscedasticity*)

Heteroskedastisitas adalah gejala dimana variansi dari *error* model regresi tidak konstan atau variansi antar *error* yang satu dengan *error* yang lain berbeda. Sedangkan homoskedastisitas adalah *error* (ε) memiliki variansi yang konstan. Kata *homoscedasticity* berasal dari kata *homo* yang berarti *equal* atau sama dan *scedasticity* yang berarti varian, sehingga *homoscedasticity* berarti variansi yang sama.

Sebuah model dengan varian *error* yang bersifat heteroskedastisitas, memiliki *error* berdistribusi normal dengan varian tidak konstan meliputi semua pengamatan atau dinyatakan sebagai berikut:

$$\mathrm{E}(\varepsilon_i^2) = \sigma_i^2$$

Sebaliknya, sebuah model dengan varian *error* yang bersifat homoskedastisitas memiliki *error* berdistribusi normal dengan varian konstan meliputi semua pengamatan atau dinyatakan sebagai berikut:

$$\mathrm{E}(\varepsilon_i^2) = \sigma^2$$

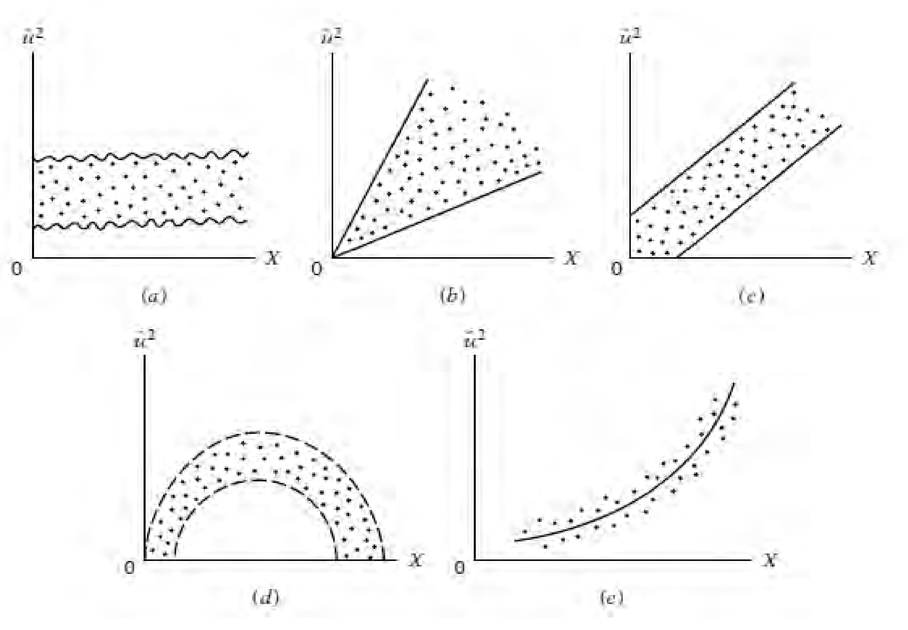
Perbedaan antara persamaan di atas terletak pada notasi i yang terdapat pada σ^2, yang secara tidak langsung menyatakan bahwa *error* yang bersifat heteroskedastisitas berubah seiring perubahan pengamatan ke-i (Gujarati, 2004).

Untuk Mendeteksi terjadinya gejala heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan beberapa cara sebagai berikut:

2.7.1 Metode Grafik

Pada metode grafik ini, dilakukan dengan membuat *scater diagram* antara *error* terhadap satu peubah-peubah bebas yang diduga sebagai penyebab heteroskedastisitas. Dasar pengambilan keputusan apakah mengandung heteroskedastisitas atau tidak adalah sebagai berikut:

a. Jika ada pola yang berbeda, seperti titik-titik yang membentuk pola tertentu yang teratur, maka terjadi heteroskedastisitas.
b. Jika tidak ada pola sistematis, seperti titik-titik menyebar di atas dan di bawah angka 0 (nol) pada sumbu Y, maka tidak terjadi heteroskedastisitas atau memenuhi asumsi homoskedastisitas.



Gambar 2.1 Diagram Pencar Residual Kuadrat Terhadap *x* (Gujarati, 2004)

Pada gambar *(a), (c), (d),* dan *(e)* tidak menunjukkan pola yang berbeda pada masing-masing gambar sehingga tidak menunjukkan adanya heteroskedastisitas. Sedangkan gambar *(b)* menunjukkan adanya pola yang berbeda sehingga *(b)* menunjukkan adanya heteroskedastisitas.

2.7.2 Uji *Glejser*

Untuk mendeteksi terjadinya heteroskedastisitas bisa dilakukan dengan beberapa uji diantaranya Uji korelasi *Rank-Spearmen*, Uji *Park*, Uji *Glejser*, Uji *Goldfeld-Quandt* (Gujarati, 2004). Uji *Glejser* merupakan pengujian yang sangat populer untuk melihat terjadinya gejala heteroskedastisitas. Uji *Glejser* dilakukan dengan cara meregresikan harga mutlak residual dengan variabel prediktornya (x).

$$|\varepsilon_i| = g(x_i) + \varepsilon_i$$

Hipotesis untuk uji *Glejser* adalah :

H_0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots \ \sigma_n^2 = \ \sigma^2$

H_1 : minimal ada satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$, dengan $i = 1, 2, ..., n$

Statistik uji :

$$F_{hitung} = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n}\left(|\hat{\varepsilon}_i| - |\bar{\varepsilon}|\right)^2\right]/(j-1)}{\left[\sum_{i=1}^{n}\left(|\varepsilon_i| - |\hat{\varepsilon}_i|\right)^2\right]/(n-j)}$$

dengan $j = 1, 2, ..., n$ dan $i \neq j$ dimana n adalah banyaknya variabel prediktor. daerah penolakannya adalah tolak H_0 jika $|F_{hitung}| > F_{tabel}$. Apabila H_0 ditolak artinya terdapat minimal satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$ atau terjadi kasus heteroskedastisitas.

2.8 Interval Konfidensi

Estimasi interval adalah suatu interval tertentu yang memuat parameter dengan probabilitas tertentu. Diberikan sampel random $x_1, x_1, \dots, x_n$ dari populasi berdistribusi $f(x, \theta)$. Suatu persamaan:

$$P(a(x_1, x_1, \dots, x_n) \leq \theta \leq b\ (x_1, x_1, \dots, x_n)) = 1 - \alpha$$

$0 < \alpha < 1$ disebut interval konfidensi $1 - \alpha$ untuk parameter θ kuantitas a dan b adalah fungsi pengamatan sampel $x_1, x_1, \dots, x_n$. Untuk dapat mendesain suatu interval konfidensi (1- α)100%, maka harus diketahui terlebih dahulu estimastor titik dari parameter yang bersangkutan, beserta distribusinya. Interval konfidensi dapat menggunakan *Pivota Quantity*

Suatu Statistik $Q(x_1, x_1, \dots, x_n)$ disebut *Pivota Quantity* untuk parameter θ jika distribusi dari $Q(x_1, x_1, \dots, x_n)$ bebas dari parameter. Misalkan $x_1, x_1, \dots, x_n$ sampel random dari populasi berdistribusi $N(\mu, \sigma^2)$, dengan σ^2 diketahui. Untuk mendapatkan interval konfidensi (1-α) untuk parameter μ dengan *Pivotal Quantity* maka statistik:

$$Q(x_1, x_1, \dots, x_n) = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$$

merupakan suatu *Pivotal Quantity.*

Selanjutnya $P(a \leq Q(x_1, x_1, \dots, x_n) \leq b\,) = 1 - \alpha$ merupakan interval konfidensi untuk parameter μ dengan $a \in R$ dan $b \in R$.

2.9 Pertumbuhan Balita

Pertumbuhan adalah proses bertambahnya ukuran dan jumlah sel serta jaringan interseluler, yang berarti bertambahnya ukuran fisik dan struktur tubuh dalam arti sebagian atau keseluruhan (Narendra, *et. al.*, 2002). Proses tersebut diamati melalui perubahan dan bentuk yang dinyatakan dalam nilai-nilai ukuran tubuh, misalnya berat badan, tinggi badan, dan sebagainya (Narendra, *et. al.*, 2002). Untuk menilai pertumbuhan fisik pada balita sering menggunakan ukuran antroprometri. Ukuran antroprometri adalah suatu ukuran tubuh fisik manusia sebagai alat untuk menentukan status gizi manusia. Menurut Soetjiningsih (1995) ukuran antropometrik dibedakan menjadi 2 kelompok yang meliputi:

1. Ukuran antropometri yang dipengaruhi umur (*age dependence)*
   - Berat badan (BB) terhadap umur.
   - Tinggi/panjang badan (TB) terhdap umur
   - Lingkar Kepala (LK) terhadap umur
   - Lingkar Lengan atas (LL) terhadap umur
2. Ukuran antropometri yang tidak tergantung umur
   - Berat badan terhadap tinggi badan
   - Lingkar lengan atas terhadap tinggi badan

- Lain-lain: sebagai contoh lingkar lengan atas dibandingkan dengan standar, lipat kulit pada trisep, dan abdominal dibandingkan dengan baku.

Hasil Pengukuran antropometri dibandingkan dengan suatu baku tertentu, misalnya Harvard, NCHS, ataupun baku nasional.

Beberapa keunggulan dari ukuran antroprometri pada pertumbuhan fisik anak antara lain (Supariasa, *et. al*., 2002):

a. Prosedurnya sederhana, aman dan dapat dilakukan pada permeriksaan secara bersama.
b. Relatif tidak membutuhkan tenaga ahli, tetapi cukup dilakukan oleh tenaga yang sudah dilatih dalam waktu singkat dapat melakukan pengukuran antopometri.
c. Alatnya murah, tahan lama, mudah dibawa, dapat dipesan dan dibuat di daerah setempat.
d. Metode ini tepat dan akuran karena dapat dilakukan.
e. Umumnya dapat mengidentifikasi status gizi sedang, kurang dan gizi buruk karena sudah ada ambang batas yang jelas.
f. Metode antroprometri dapat mengevaluasi perubahan status gizi pada periode tertentu.

Salah satu aspek fisik yang sangat penting dilakukan untuk mengetahui pertumbuhan pada balita yaitu berat badan.

2.9.1 Berat Badan Balita

Berat badan merupakan indikator terbaik pada saat ini untuk mengetahui keadaan gizi dan tumbuh kembang anak. Berat badan adalah ukuran antropometrik yang sangat labil. Berat badan diukur dengan alat ukur berat badan dengan suatu satuan kilogram. Dengan mengetahui berat badan balita maka kita akan dapat memperkirakan tingkat kesehatan dan tumbuh kembang balita. Pengukuran berat badan sensitif terhadap perubahan, mudah dilihat pengukuran dalam waktu singkat dan murah dalam cara pengukurannya. Berat badan memiliki kelemahan yaitu tidak sensitif terhadap proporsi badan misalnya tinggi kurus atau pendek gemuk. Pengukuran berat badan memberikan gambaran keadaan gizi pada saat sekarang dan bila dilakukan secara periodik, yaitu sebulan sekali pada anak-anak akan dapat memberikan gambaran yang baik tentang pertumbuhan anak.

Standar acuan pertumbuhan balita adalah Berat Badan menurut Umur (BB/U), Berat Badan menurut Tinggi Badan (BB/TB), dan Tinggi Badan menurut Umur (TB/U). Parameter yang umum digunakan di Indonesia adalah Berat Badan menurut Umur (BB/U) sesuai dengan standar tabel WHO-NCHS (National Center of Health Statistics) dan parameter ini dipakai menyeluruh di Posyandu-posyandu di Indonesia. Klasifikasinya adalah normal, *underweight* (kurus) dan *overweight* (gemuk). Standar ini dipaparkan dalam persentil dan skor simpang baku (Narendra, *et. al*., 2002).

2.9.2 Metode Kartu Menuju Sehat (KMS)

Pertumbuhan balita bisa dipantau dengan melihat grafik berat badan yang terdapat di kartu menuju sehat (KMS). David Morley merupakan salah satu pelopor yang menggunakan Kartu Menuju Sehat (KMS) pada tahun 1975 di desa Imesi, Nigeria (Narendra, *et. al*., 2002). KMS dilengkapi dengan beberapa atribut penyuluhan dan catatan yang penting untuk diingat dan diperhatikan oleh orang tua maupun petugas kesehatan, seperti riwayat kelahiran, imunisasi, dan pemberian ASI. Pertumuhan balita yang baik, akan mengikuti arah lengkung garis pada KMS berat badan balita yang sehat.

BAB 3

METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yaitu data tentang berat badan balita umur 0-60 bulan yang mengikuti kegiatan posyandu pada tanggal 20 Maret tahun 2014 yang berjumlah $n = 70$ balita di kecamatan Kerambitan, kabupaten Tabanan, Bali.

3.2 Identifikasi Variabel

Variabel dalam penelitian ini terdiri dari dua variabel yaitu variabel Respon (y) dan variabel Prediktor (x). Variabel-variabel tersebut adalah:

a) Variabel Respon (y) yaitu Berat Badan Balita (Kg)

b) Variabel Prediktor (x) yaitu Umur Balita (Bulan)

3.3 Struktur Data

Pada penelitian ini struktur data yang digunakan adalah seperti pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Struktur Data

Balita	y	x
1	y_1	x_1
2	y_2	x_2
3	y_3	x_3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	y_n	x_n

3.4 Langkah-langkah dan Metode Analisis

Adapun langkah-langkah dan metode yang digunakan untuk menjawab tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengkaji estimasi kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas dengan pendekatan *spline* dengan langkah-langkah sebagai berikut:
   a. Membuat model regresi nonparametrik heteroskedastisitas.
   $$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i, \text{ dimana } \varepsilon_i \sim N(0, \sigma_i^2)$$
   b. Menghampiri kurva regresi $g(x)$ dengan *spline truncated* derajat m dan titik-titik knots $k_1, k_2, \ldots, k_r$:
   $$g(x_i) = \sum_{j=0}^{m} \beta_j x_i^j + \sum_{h=1}^{r} \beta_{m+h} (x_i - k_h)_+^m$$
   c. Model regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline* dapat ditulis menjadi:
   $$y_i = \sum_{j=0}^{m} \beta_j x_i^j + \sum_{h=1}^{r} \beta_{m+h} (x_i - k_h)_+^m + \varepsilon_i$$
   d. Mencari fungsi *Likelihood* $L(\boldsymbol{\beta})$, dengan
   $$\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_m, \beta_{m+1}, \ldots, \beta_{m+r})'$$
   e. Menstransformasikan fungsi *Likelihood* $L(\boldsymbol{\beta})$ menjadi:
   $$\ell(\boldsymbol{\beta}) = \log(L(\boldsymbol{\beta}))$$
   f. Menderivatifkan fungsi $\ell(\boldsymbol{\beta})$ terhadap $\boldsymbol{\beta}$ kemudian disamakan dengan nol.
   $$\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$$
   g. Mendapatkan estimasi kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas sebagai berikut:
   $$\hat{\mathbf{g}} = T(x, \mathbf{k})\hat{\boldsymbol{\beta}} = \varphi(k_1, k_2, \ldots, k_r)\mathbf{y}, \text{untuk suatu matriks } \varphi(k_1, k_2, \ldots, k_r).$$
2. Mengkaji interval konfidensi terpendek untuk kurva regresi $g(x)$ dengan langkah langkah sebagai berikut:
   a. Mencari *Pivotal Quantity* untuk kurva regresi $g(x)$

b. Mencari distribusi dari statistik:

$$z = \frac{\hat{g}(x) - E\left(\hat{g}(x)\right)}{\sqrt{var\ (\hat{g}(x))}}$$

c. Menghitung panjang interval konfidensi $1 - \alpha$ dengan menggunakan konsep interval konfidensi terpendek berdasarkan persamaan

$$P(a \ \leq z \leq b) = 1 - \alpha, \ \ a, b \in R \ dan \ a < b$$

d. Mendapatkan nilai a dan b sehingga diperoleh interval konfidensi terpendek.

3. Mengaplikasikan estimator kurva regresi nonparametrik heteroskedastisitas *spline* pada data berat badan balita di Kecamatan Kerambitan, Bali dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Membuat *scatter plot* antara umur balita (x_i) dan berat badan balita (y_i).

b. Menentukan data dengan menggunakan *spline truncated* (linier, dan kuadratik) dengan 1 titik knot, 2 titik knot, dan 3 titik knot.

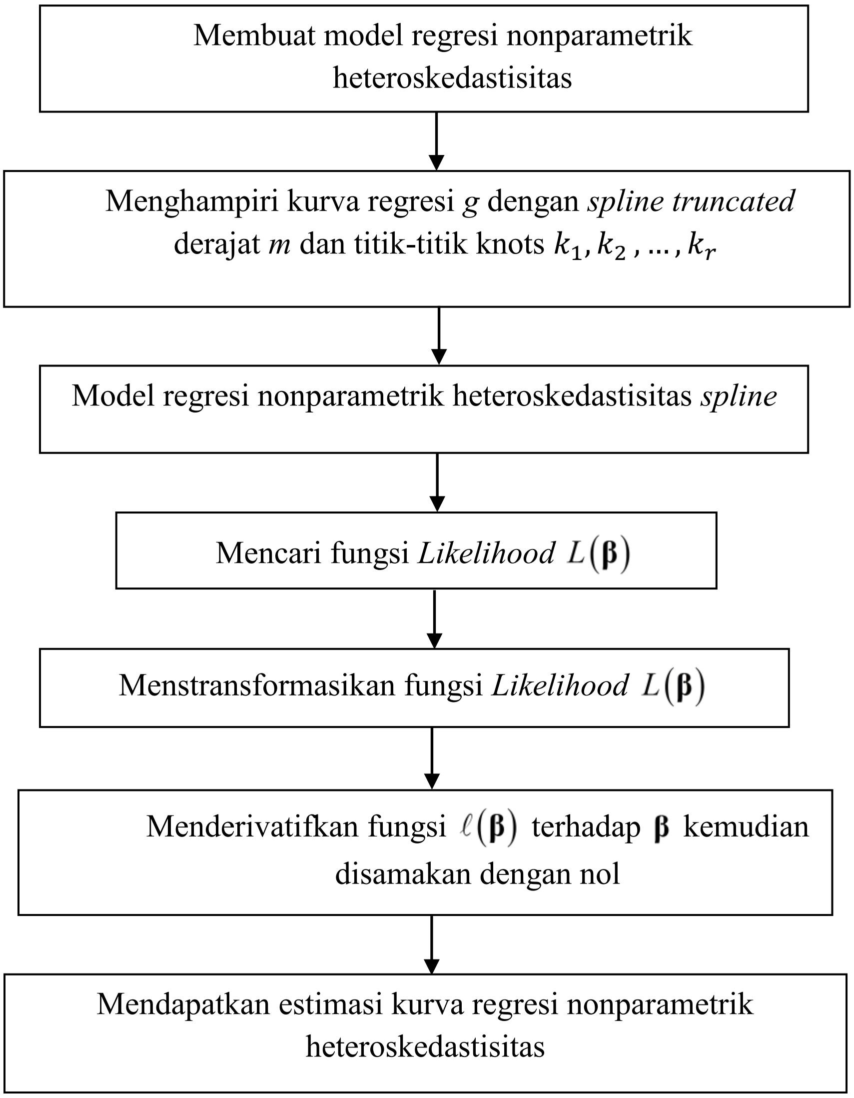
c. Mencari bobot w.

d. Memilih titik knot optimal dengan menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV).

e. Memilih estimasi *spline* terbaik.

f. Membuat interval konfidensi terpendek $1 - \alpha$ untuk kurva regresi $g(x)$.

Langkah-langkah penelitian secara ringkas dapat dilihat pada Gambar 3.1, Gambar 3.2 dan Gambar 3.3 tentang flowchat diagram alir penelitian dibawah ini.



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian (Tujuan 1)

Mencari *Pivotal Quantity* untuk kurva regresi $g(x)$

↓

Mencari distribusi dari statistik Z

↓

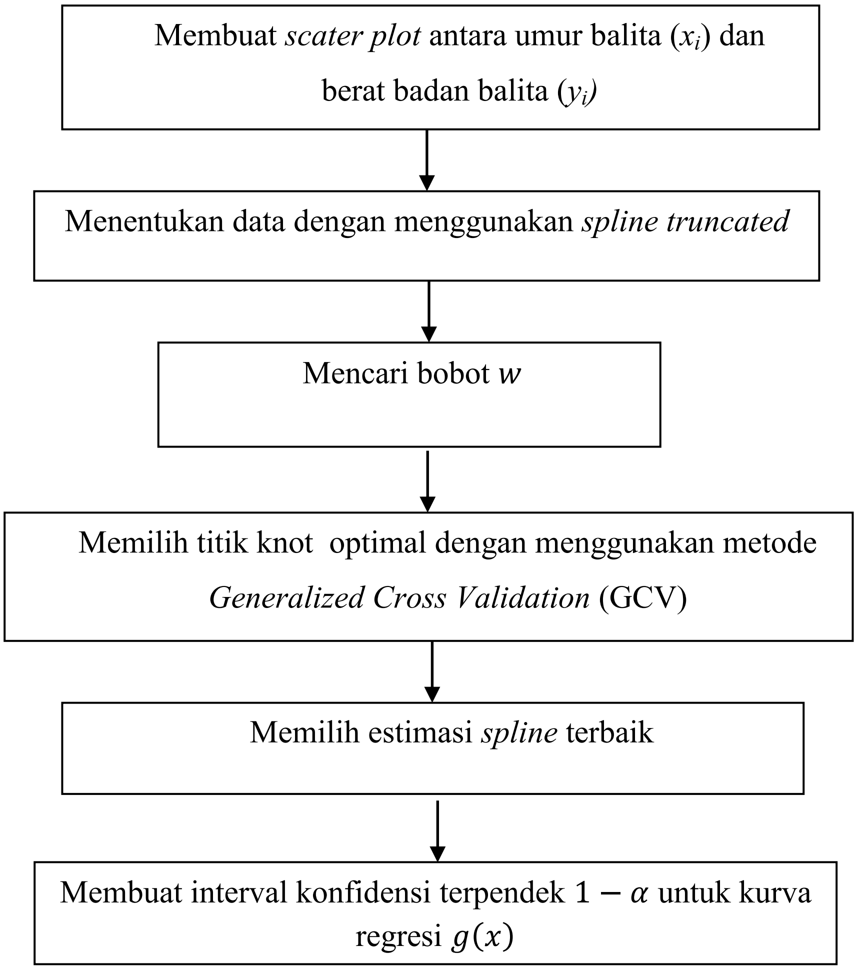
Menghitung panjang interval konfidensi $1-\alpha$ dengan menggunakan konsep interval konfidensi terpendek berdsarkan persamaan

$$P(a \le z \le b) = 1-\alpha, \;\; a, b \in R \; dan \; a < b$$

↓

Mendapatkan nilai a dan b sehingga diperoleh interval konfidensi terpendek.

Gambar 3.2 Diagram Alir Penelitian (Tujuan 2)



Gambar 3.3 Diagram Alir Penelitian (Tujuan 3)

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan diuraikan pembahasan berdasarkan tujuan penelitian. Pertama akan dibahas estimasi titik untuk kurva regresi nonparametrik *spline* yang diperoleh dengan menggunakan optimasi *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Optimasi MLE dipergunakan karena terjadi kasus heteroskedastisitas pada data sehingga perlu pembobot dalam estimasi parameternya. Kemudian diberikan interval konfidensi untuk kurva regresi, dengan menggunakan *Pivotal Quantity*. Selanjutnya akan diterapkan pada data Berat Badan Balita di kecamatan Kerambitan, Bali pada tahun 2014.

4.1 Estimasi Titik untuk Kurva Regresi

Diberikan suatu data dengan *n* buah pengamatan, dengan y_i adalah variabel respon dan x_i adalah variabel prediktor. Pola hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor tidak diketahui sehingga model regresi yang digunakan adalah regresi nonparametrik, seperti pada persamaan dibawah ini.

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i$$

Estimasi titik untuk kurva g diperoleh dengan menggunakan optimasi *Likelihood*. Diberikan suatu basis untuk ruang *spline* berorde *m* dengan bentuk:

$$\left\{1, x, \ldots, x^m, (x-k_1)_+^m, \ldots, (x-k_r)_+^m\right\}$$

dengan fungsi *truncated*:

$$(x-k_h)_+^m = \begin{cases} (x-k_h)_h^m, & x \geq k_h \\ 0 \quad , & x < k_h \end{cases}$$

dan $k_1, k_2, \ldots, k_r$ merupakan titik-titik knot. Untuk setiap kurva *g* dalam ruang *spline* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$g(x) = \sum_{j=0}^{m} \beta_j x_i^j + \sum_{h=1}^{r} \beta_{m+h}(x_i - k_h)_+^m, \; j = 0, 1, \ldots, m, m+1, \ldots, m+r$$

dengan β_j adalah parameter dari fungsi *spline*. Model regresi *spline* dapat ditulis menjadi:

$$y_i = \sum_{j=0}^{m} \beta_j x_i^j + \sum_{h=1}^{r} \beta_{m+h}(x_i - k_h)_+^m + \varepsilon_i,\ i = 1,2,...,n\ .$$

Apabila diasumsikan *error* random ε_i berdistribusi normal independen dengan mean nol dan variansi σ_i^2, maka y_i juga berdistribusi normal dengan mean $g(x_i)$ dan variansi σ_i^2. Akibatnya diperoleh fungsi *Likelihood*:

$$L(y,g) = \prod_{i=1}^{n} \left((2\pi\sigma_i^2)^{-\frac{1}{2}} Exp(-\frac{1}{2\sigma_i^2}(y_i - g(x_i))^2 \right)$$

$$= \left[\prod_{i=1}^{n} (2\pi\sigma_i^2)^{-\frac{1}{2}} \right] Exp\left(-\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\sigma_i^2}(y_i - g(x_i))^2 \right).$$

Estimasi titik untuk g diperoleh dengan menyelesaikan optimasi *Likelihood*:

$$\underset{g}{Max}\{L(y,g)\} = \underset{\gamma \in \Re^{m+r+1}}{Max} \left\{ \left[\prod_{i=1}^{n} \left(2\pi\sigma_i^2\right)^{-\frac{1}{2}} \right] Exp - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\sigma_i^2} \left(y_i - \sum_{j=0}^{m} \beta_j x_i^j - \sum_{h=1}^{r} \beta_{m+h}\left(x_i - k_h\right)_+^m \right)^2 \right\}.$$

Apabila dilakukan transformasi logaritma maka diperoleh persamaan:

$$\ell(\boldsymbol{\beta}) = \log L(\mathbf{y}, \boldsymbol{\beta})$$

$$= \log \prod_{i=1}^{n} \left(2\pi\sigma_i^2\right)^{-\frac{1}{2}} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\sigma_i^2} \left(y_i - \sum_{j=0}^{m} \beta_j x_i^j - \sum_{h=1}^{r} \beta_{m+h}\left(x_i - k_h\right)_+^m \right)^2$$

$$= \log \prod_{i=1}^{n} \left(2\pi\sigma_i^2\right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{\sigma_i} \left(y_i - \sum_{j=0}^{m} \beta_j x_i^j - \sum_{h=1}^{r} \beta_{m+h}\left(x_i - k_h\right)_+^m \right) \right]^2$$

$$= \log \prod_{i=1}^{n} \left(2\pi\sigma_i^2\right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_1} \begin{pmatrix} y_1 - \beta_0 - \beta_1 x_1 - \beta_2 x_1^2 - ... - \beta_m x_1^m + \\ -\beta_{m+1}\left(x_1 - k_1\right)_+^m - ... - \beta_{m+r}\left(x_1 - k_r\right)_+^m \end{pmatrix} \right)^2$$

$$\left(\frac{1}{\sigma_2} \begin{pmatrix} y_2 - \beta_0 - \beta_1 x_2 - \beta_2 x_2^2 - ... - \beta_m x_2^m - \beta_{m+2}\left(x_2 - k_1\right)_+^m + \\ -... - \beta_{m+r}\left(x_2 - k_r\right)_+^m \end{pmatrix} \right)^2 - ... -$$

$$\left(\frac{1}{\sigma_n} \begin{pmatrix} y_n - \beta_0 - \beta_1 x_n - \beta_2 x_n^2 - ... - \beta_m x_n^m - \beta_{m+1}\left(x_n - k_1\right)_+^m + \\ -... - \beta_{m+r}\left(x_n - k_r\right)_+^m \end{pmatrix} \right)^2$$

Jika persamaan di atas dinyatakan dalam bentuk matriks, maka diperoleh:

$$\ell(\boldsymbol{\beta}) = Log(\mathbf{y},\boldsymbol{\beta}) = \log\prod_{i=1}^{n}\left(2\pi\sigma_i^2\right) - \frac{1}{2}\left((\mathbf{y}-\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta})'\mathbf{W}(\mathbf{y}-\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta})\right) \tag{4.1.1}$$

dengan $\boldsymbol{\beta} = \left(\beta_0, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_m, \beta_{m+1}, ..., \beta_{m+r}\right)'$, $\mathbf{y} = \left(y_1, y_2, ..., y_n\right)'$, $\mathbf{T}(x,\mathbf{k})$ dan $\mathbf{W}$ adalah matriks berturut-turut diberikan oleh:

$$\mathbf{T}(x,\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^m & (x_1-k_1)_+^m & \cdots & (x_1-k_r)_+^m \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^m & (x_2-k_1)_+^m & \cdots & (x_2-k_r)_+^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^m & (x_n-k_1)_+^m & \cdots & (x_n-k_r)_+^m \end{pmatrix}, \text{ dan}$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 1/\sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1/\sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1/\sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

Apabila persamaan (4.1.1) diderivatifkan parsial terhadap $\boldsymbol{\beta}$ kemudian hasilnya disamakan dengan nol, diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial\boldsymbol{\beta}} &= \frac{\partial\ell}{\partial\boldsymbol{\beta}}\left[\left(\mathbf{y}-\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta}\right)'\mathbf{W}\left(\mathbf{y}-\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta}\right)\right] \\
&= \frac{\partial\ell}{\partial\boldsymbol{\beta}}\left[\left(\mathbf{y}'\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{y}'\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta}\right)\right] \\
&= \frac{\partial\ell}{\partial\boldsymbol{\beta}}\left[\left(\mathbf{y}'\mathbf{W}\mathbf{y} - (\boldsymbol{\beta}'\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y})' - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta}\right)\right] \\
&= \frac{\partial\ell}{\partial\boldsymbol{\beta}}\left[\left(\mathbf{y}'\mathbf{W}\mathbf{y} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta}\right)\right] \\
&= \frac{\partial\ell}{\partial\boldsymbol{\beta}}\left[\left(\mathbf{y}'\mathbf{W}\mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}'\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta}\right)\right]
\end{aligned}$$

Berdasarkan Teorema (2.4.3) sehingga persamaan di atas menjadi:

$$= -2\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y} + 2\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta}$$

$\dfrac{\partial\ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial\boldsymbol{\beta}} = 0,$ maka akan diperoleh persamaan:

$$-2\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y} + 2T'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta} = 0$$

Dengan sedikit penjabaran diperoleh persamaan berikut.

$$\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta} = T'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y}$$

Persamaan terakhir memberikan estimator untuk $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y}$$

Mengingat $\mathbf{T}(x,\mathbf{k})$ merupakan matriks dengan *rank* penuh, maka diperoleh estimasi *Likelihood* untuk $\boldsymbol{\beta}$ adalah:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y}$$

Estimator kurva regresi $g(x)$ diberikan oleh:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{g}} &= \mathbf{T}(x,\mathbf{k})\hat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= \mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y} \\ &= \varphi(\mathbf{k})\mathbf{y}\end{aligned}$$

dengan:

$$\varphi(\mathbf{k}) = \mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}.$$

Terlihat bahwa $\hat{\mathbf{g}}$ merupakan estimator linier dalam observasi $\mathbf{y}$ dan sangat tergantung pada titik knot $\mathbf{k} = \left(k_1, k_2, \ldots, k_r\right)'$. Dalam model *spline*, pemilihan titik knot dapat menggunakan berbagai macam metode diantaranya dengan menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV). Fungsi GCV didefinisikan sebagai berilkut:

$$\begin{aligned}GCV(\mathbf{k}) &= \frac{MSE(\mathbf{k})}{\left[n^{-1}trace\,(\mathbf{I}-\varphi(\mathbf{k}))\right]^2} \\ &= \frac{n^{-1}y'(\mathbf{I}-\varphi(\mathbf{k}))'(\mathbf{I}-\varphi(\mathbf{k}))y}{\left[n^{-1}trace\,(\mathbf{I}-\varphi(\mathbf{k}))\right]^2}\end{aligned}$$

dimana:

$$MSE(\mathbf{k}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{g}_i)^2$$

$$\varphi(\mathbf{k}) = \mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}.$$

4.2 Interval Konfisdensi untuk Kurva Regresi g

Untuk memperoleh interval konfidensi pada kurva regresi $g(x_i)$, $i = 1,2,\dots,n$ dapat menggunakan pendekatan *Pivotal Quantity.* Diberikan model regresi *spline*:

$$\begin{aligned}\mathbf{y} &= \mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{\varepsilon}\\ &= \mathbf{g}+\boldsymbol{\varepsilon}\end{aligned}$$

dengan $\boldsymbol{\varepsilon}=(\varepsilon_1,\dots,\varepsilon_n)$ berdistribusi $N(0,\boldsymbol{W}^{-1})$.

Ekspektasi dan Variansi dari estimasi $\hat{\mathbf{g}}$ berturut-turut diberikan oleh:

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(\hat{\mathbf{g}}) &= \mathrm{E}\left[\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y}\right]\\ &= \left(\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\right)\mathrm{E}\left(\mathbf{y}\right)\\ &= \left(\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\right)\mathrm{E}\left(\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{\varepsilon}\right)\\ &= \mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta}\\ &= \mathbf{T}(x,\mathbf{k})\boldsymbol{\beta}\\ &= \mathbf{g}(x)\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}Var(\hat{\mathbf{g}}) &= Var\left[\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y}\right]\\ &= \left[\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\right]Var\left(\mathbf{y}\right)\\ &\quad \left[\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\right]'\\ &= \left[\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\right]\mathbf{W}^{-1}\\ &\quad \left[\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\right]'\end{aligned}$$

Berdasarkan Teorema (2.4.1) sehingga persamaan di atas menjadi:

$$\begin{aligned}&= \mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left[\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right]^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\\ &\quad \left[\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right]^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\\ &= \mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left[\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right]^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\\ &\quad \left[\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right]^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\\ &= \mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left[\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right]^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k}).\end{aligned}$$

Misalkan ditransformasi sehingga menjadi:

$$Z\left(x_i,k_1,...,k_r\right)=\frac{\hat{g}\left(x_i,k_1,...,k_r\right)-g(x_i)}{\sqrt{\omega_i\left(x_i,k_1,...,k_r\right)}},i=1,2,...,n$$

$$=\frac{\sum_{j=0}^{m}\hat{\beta}_j x_i^j+\sum_{h=1}^{r}\hat{\beta}_{m+h}(x_i-k_h)_+^m-g(x_i)}{\sqrt{\omega_i\left(x_i,k_1,...,k_r\right)}},\ i=1,2,...,n$$

dengan $\omega_i\left(x_i,k_1,...,k_r\right)$ elemen diagonal ke-i dari matriks

$$\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left[\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right]^{-1}\mathbf{T}'(x,\mathbf{k}).$$

Variabel random $Z\left(x_i,k_1,...,k_r\right)$ berdistribusi $N(0,1)$ yang merupakan *Pivota Quantity* untuk kurva regresi $g(x_i)$. Interval konfidensi $1-\alpha$ diperoleh dari menyelesaikan persamaan probabilitas:

$$P\left(a\le Z\left(x_i,k_1,...,k_r\right)\le b\right)=1-\alpha,$$

dengan $a\in R,b\in R,$ dan $a<b,\ i=1,2,...,n$. Persamaan di atas dapat dinyatakan menjadi:

$$P\left(a\le\frac{\sum_{j=0}^{m}\hat{\beta}_j x_i^j+\sum_{h=1}^{r}\hat{\beta}_{m+h}(x_i-k_h)_+^m-g(x_i)}{\sqrt{\omega_i\left(x_i,k_1,...,k_r\right)}}\le b\right)=1-\alpha.$$

Dengan sedikit penjabaran, diperoleh interval konfidensi $1-\alpha$ untuk $g(x_i)$, $i=1,2,...,n$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}P\Bigg[\sum_{j=0}^{m}\hat{\beta}_j x_i^j+\sum_{h=1}^{r}\hat{\beta}_{m+h}(x_i-k_h)_+^m\Bigg]-b\sqrt{\omega_i\left(x_i,k_1,...,k_r\right)}\le g(x_i)\le\\ \left[\sum_{j=0}^{m}\hat{\beta}_j x_i^j+\sum_{h=1}^{r}\hat{\beta}_{m+h}(x_i-k_h)_+^m\right]-a\sqrt{\omega_i\left(x_i,k_1,...,k_r\right)}=1-\alpha\end{aligned}\qquad(4.2.1)$$

Untuk menggunakan interval konfidensi terpendek, harus ditentukan nilai $a\in R$ dan $b\in R$, sehingga panjang dari interval $\ell(a,b)$ pada persamaan (4.2.1) terpendek. Untuk tujuan ini dicari penyelesaian optimasi bersyarat berikut.

$$\underset{a\in R,b\in R}{Min}\left\{\ell\left(a,b\right)\right\}=\underset{a\in R,b\in R}{Min}\left\{\left(b-a\right)\sqrt{\omega_i\left(x_i,k_1,...,k_r\right)}\right\},\qquad(4.2.2)$$

Dengan syarat:

$$\int_a^b \psi(u)du = 1-\alpha, \text{ atau } \Phi(b)-\Phi(a)-(1-\alpha)=0. \tag{4.2.3}$$

Fungsi ψ merupakan distribusi probabilitas N(0,1) dan Φ merupakan distribusi probabilitas Kumulatif N(0,1). Optimasi (4.2.2) dan (4.2.3) dapat diselesaikan dengan menggunakan metode *Lagrange Multiple*. Dibentuk fungsi *Lagrange*:

$$\Omega(a,b,c) = (b-a)\sqrt{\omega_i(x_i,k_1,...,k_r)} + c\left[\int_a^b \psi(u)du - (1-\alpha)\right].$$

Selanjutnya dengan menderivatifkan fungsi $\Omega(a,b,c)$ terhadap *a*, *b*, dan *c* diperoleh:

$$\frac{\partial\Omega(a,b,c)}{\partial a} = 0 \Rightarrow -\sqrt{\omega_i(x_i,k_1,...,k_r)} - c\psi(a) = 0 \tag{4.2.4}$$

$$\frac{\partial\Omega(a,b,c)}{\partial b} = 0 \Rightarrow \sqrt{\omega_i(x_i,k_1,...,k_r)} + c\psi(b) = 0 \tag{4.2.5}$$

$$\frac{\partial\Omega(a,b,c)}{\partial c} = 0 \Rightarrow \Phi(b)-\Phi(a)-(1-\alpha)=0. \tag{4.2.6}$$

Persamaan (4.2.4) dan (4.2.5) menghasilkan penyelesaian:

$$\varphi(a) = \varphi(b). \tag{4.2.7}$$

Mengingat persamaan (4.2.6) dan $Z \sim N(0,1)$ maka penyelesaian persamaan (4.2.7) adalah $a=b$, atau $a=-b$. Tetapi persamaan $a=b$ tidak memenuhi. Jadi agar diperoleh interval konfidensi terpendek harus diambil nilai *a* dan *b* yang memenuhi persamaan:

$$\int_{-\infty}^{a} \psi(u)du = \frac{\alpha}{2} = \int_b^{\infty} \psi(u)du. \tag{4.2.8}$$

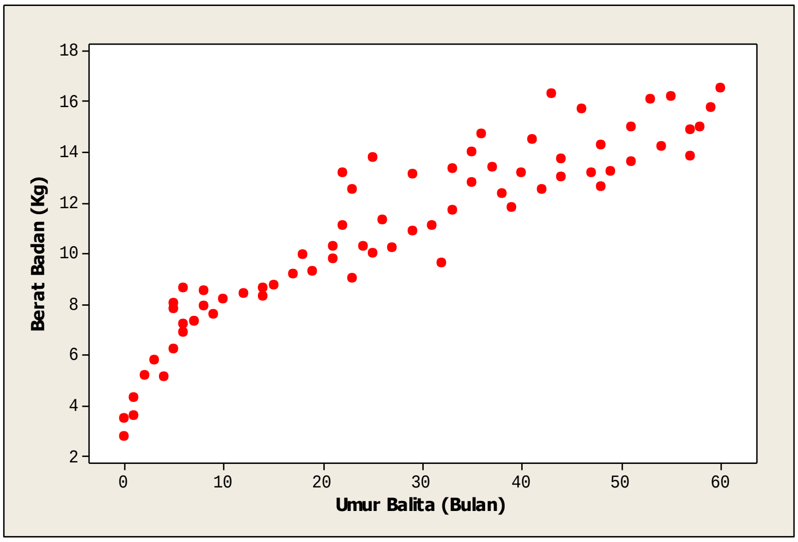
Jika tingkat konfidensi $1-\alpha$ diberikan, maka nilai *a* dan *b* dapat dilihat dalam tabel distribusi N(0,1). Interval konfidensi $1-\alpha$ untuk kurva regresi $g(x_i)$, $i=1,2,...,n$ diberikan oleh persamaan (4.2.1), dengan *a* dan *b* memenuhi Persamaan (4.2.8).

4.3 Mengaplikasikan Estimator Kurva Regresi Nonparametrik Heteroskedatisitas *Spline* pada Data Berat Badan Balita di Kecamatan Kerambitan, Bali

Pada umumnya pola petumbuhan balita tidaklah konstan, tetapi terjadi perubahan pola pertumbuhan pada umur-umur tertentu. Sejak kelahiran sampai umur 6 bulan pertumbuhan balita umumnya sangat pesat, tetapi setelah 6 bulan pertumbuhannya agak perlahan. Pola petumbuhan secara umum pada balita juga terjadi pada balita yang berada di kecamatan Kerambitan, Bali.

4.3.1 Model Regresi Nonparametrik *Spline* tanpa Bobot

Berikut ini akan dibahas mengenai model regresi nonparametrik *spline* tanpa diberikan pembobot pada estimasi parameternya. Plot antara berat badan balita (y) dalam kilogram dan umur balita (x) dalam bulan di kecamatan Kerambitan, Bali diberikan dalam Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Plot Berat Badan Balita di Kecamatan Kerambitan, Bali

Pada Gambar 4.1 terlihat bahwa terjadi perubahan pola pertumbuhan balita di kecamatan Kerambitan pada interval umur tertentu. Oleh karena itu, digunakan model polinomial *truncated* untuk memodelkan pola hubungan antara umur dan berat badan balita. Diberikan model *spline* polinomial *truncated* sebagai berikut:

$$g(x_i) = \sum_{j=0}^{m} \beta_j x_i^j + \sum_{h=1}^{r} \beta_{m+h} (x_i - k_h)_+^m,$$

untuk bebagai nilai *m* yang menunjukkan orde spline dan bebagai *r* yang menunjukkan banyak titik knot. Posisi titik knot pada regresi *spline* mempunyai hal yang sangat penting, karena pada titik knot akan terjadi pola perubahan perilaku fungsi pada model regresi. Salah satu metode yang digunakan untuk memilih titik knot optimal dalam model *spline* adalah GCV (*Generalized Cross Validation)*. Knot optimal berkaitan dengan nilai GCV yang minimum. Tabel 4.1 dan Tabel 4.2 menunjukkan berbagai model *spline* yang digunakan pada data berat badan balita, seperti *spline* linier (m = 1) dan *spline* kuadratik (m = 2), beserta nilai GCV-nya.

Tabel 4.1 Model-model *Spline* dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	Titik Knot	Nilai GCV	Titik Knot		Nilai GCV
	k_1		k_1	k_2	
Spline linier	3	1,411464	5	36	1,246219
	4	1,376182	5	35	1,246762
	5	1,329237	5	25	1,248813
	6	1,311377	5	24	1,250442
	7	1,315955	5	23	1,250796
	8	1,321115	5	22	1,250941
	9	1,340047	5	34	1,250966
	10	1,358382	5	37	1,25123
	11	1,377541	5	26	1,25138
	12	1,401427	6	36	1,252011
Spline Kuadratik	3	1,309295	6	57	1,273998
	4	1,289498	6	58	1,275218
	5	1,2742	6	56	1,278327
	6	1,263963	6	59	1,280209
	7	1,262217	7	57	1,273911
	8	1,266181	7	58	1,274858
	9	1,27398	7	56	1,27837
	10	1,284434	7	59	1,279489
	11	1,296104	8	57	1,279584
	12	1,308623	8	58	1,280287

Tabel 4.2 Model-model *Spline* dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	Titik Knot			Nilai GCV
	k_1	k_2	k_3	
Spline linier	**5**	**46**	**47**	**1,230247**
	5	46	48	1,244123
	5	21	22	1,245191
	5	20	22	1,247383
	5	19	22	1,251478
	6	46	47	1,233745
	6	46	48	1,246792
	6	20	22	1,250647
	6	21	22	1,250708
	6	19	22	1,254811
Spline Kuadratik	7	55	56	1,300246
	8	15	57	1,30003
	8	14	57	1,300099
	9	13	57	1,299383
	9	14	57	1,299432
	9	12	57	1,299618
	9	15	57	1,300041
	9	11	57	1,30027
	10	11	57	1,299943
	10	12	57	1,30004

Berdasarkan Tabel 4.1 dan Tabel 4.2 terlihat bahwa nilai GCV minimum adalah 1,230247 terdapat pada model *spline* linier dengan tiga titik knot yaitu pada balita yang berumur 5 bulan, 46 bulan dan 47 bulan. Estimasi model regresi nonparametrik *spline* linier dengan tiga titik knot adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 (x-k_1)_+ + \hat{\beta}_3 (x-k_2)_+ + \hat{\beta}_4 (x-k_3)_+ .$$

Secara lengkap model regresi nonparametrik *spline* setelah diperoleh nilai-nilai estimasinya adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = 3{,}137749 + 0{,}828918x - 0{,}647248(x-5)_+ - 1{,}536199(x-46)_+ + 1{,}548148(x-47)_+ .$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji hipotesis untuk parameter-parameter dalam model *spline* tiga titik knot, dengan hipotesis:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$

H_1 : minimal terdapat satu $\beta_j \neq 0$, j=1, 2, 3, 4

Tabel 4.3 ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* tanpa Bobot

Sumber Variansi	Df	SS	MS	F_{hitung}	$p-value$
Regresi	4	768,3128	192,0782	168,1398	$1{,}594088X10^{-33}$
Residual	65	74,25417	1,142372		
Total	69	842,567			

Pada Tabel 4.3 dapat diketahui bahwa nilai *Mean Square Error* (MSE) sebesar 1,142372 dan nilai *Mean Square Regression* (MSR) sebesar 192,0782. Berdasarkan nilai MSR dan MSE yang diperoleh, maka didapatkan nilai $F_{\text{hitung}} = 168{,}1398$ dan nilai $p - value = 1{,}594088X10^{-33}$. Selanjutnya $p - value$ dibandingkan dengan nilai $\alpha = 0{,}05$ maka diperoleh keputusan untuk tolak H_0. Hal ini dapat diartikan bahwa minimal terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model. Berdasarkan analisis diperoleh nilai R^2 untuk model ini sebesar 91,19%. Nilai R^2 ini memberikan informasi bahwa parameter yang dipergunakan dalam model dapat menjelaskan sebesar 91,19%. Untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh signifikan terhadap model maka dilakukan pengujian parameter secara parsial. Hipotesisi pada uji parsial adalah sebagai berikut:

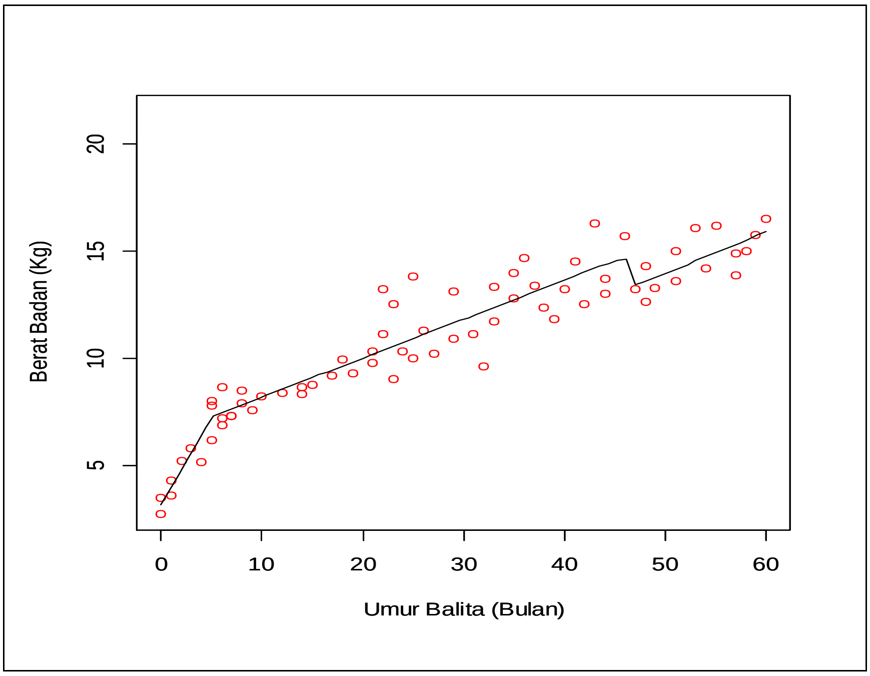
$H_0 : \beta_j = 0$

H_1 : $\beta_j \neq 0$, untuk j=1, 2, 3, 4

Tabel 4.4 Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* tanpa Bobot

Parameter	Estimasi Parameter	t_{hitung}	$p-value$
β_1	0,828918	6,514069	$1{,}241061X10^{-07}$
β_2	-0,647248	-4,880614	$7{,}18464\ X10^{-06}$
β_3	-1,536199	-2,549296	0,013163
β_4	1,548148	2,394263	0,019547

Berdasarkan Tabel 4.4 dengan $\alpha = 0,05$ diperoleh kesimpulan bahwa semua parameter $\beta_1,\ \beta_2,\ \beta_3$ dan β_4 signifikan dalam model, sehingga model *spline* linier dengan tiga titik knot 5, 46 dan 47 adalah memadai sebagai model pendekatan. Model *spline* linier dengan tiga titik knot tersebut ditunjukkan pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Spline Linier tanpa Bobot dengan Tiga Titik Knot pada Balita Umur 5 Bulan, 46 Bulan dan 47 Bulan

Pada Gambar 4.2 secara visual terlihat bahwa model pertumbuhan balita di kecamatan Kerambitan memiliki variansi yang tidak tetap. Adanya kecenderungan makin meningkatnya usia balita, maka variansinya juga semakin membesar. Untuk memperkuat dugaan tersebut maka dilakukan pengujian ketaksamaan variansi dengan menggunakan uji *Glejser*. Berikut ini hipotesis dari uji residual identik:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_{70}^2 = \sigma^2$$

H_1 : minimal ada satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$, dengan $i = 1, 2, ..., 70$

Pada pengujian residual dengan menggunakan uji *Glejser* diperoleh $p - value = 0,028282$ dengan $\alpha = 0,05$ sehingga $p - value < \alpha$ yang mengisyaratkan tolak H_0, maka dapat diambil kesimpulan bahwa residual bersifat heteroskedastisitas atau residual model yang dipergunakan masih mengindikasikan residual tidak mempunyai variansi yang sama pada setiap pengamatan. Salah satu cara untuk mengatasi adanya heteroskedastisitas adalah dengan menggunakan pembobot pada model regresinya.

4.3.2 Model Regresi Nonparametrik *Spline* Terboboti

Berikut ini pembahasan tentang model regresi nonparametrik *spline* terboboti pada *spline* linier (m = 1), dan *spline* kuadratik (m = 2) dengan berbagai titik knot. Jenis–jenis pembobot yang akan dipergunakan adalah sebagai berikut:

1) Pembobot $w_1 = \frac{1}{y_i}$,
2) Pembobot $w_2 = \frac{1}{\hat{y}_i}$,
3) Pembobot $w_3 = \frac{1}{x_i}$,
4) Pembobot $w_4 = \frac{1}{x_i^2}$,
5) Pembobot $w_5 = x_i$,
6) Pembobot $w_6 = x_i^2$, dengan $i = 1, 2, ..., 70$

Jenis-jenis bobot yang digunakan pada penelitian ini berdasarkan scatterplot yang diperoleh antara berat badan balita dengan umur balita yang terlihat bahwa semakin tinggi umur balita maka variansinya juga semakin tinggi, sehingga diperlukan bobot yang bisa merubah variansi data jika berat badannya tinggi maka variansinya kecil.

a. Pembobot $w_1 = \frac{1}{y_i}$, dengan $i = 1, 2, ..., 70$ digunakan untuk menentukan model *spline* terboboti terbaik dengan memilih titik knot optimal menggunakan metode GCV dan diperoleh hasil seperti pada Tabel 4.5 dan Tabel 4.6.

Tabel 4.5 Model Spline Terboboti dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	Titik Knot	Nilai GCV	Titik Knot		Nilai GCV
	k_1		k_1	k_2	
Spline linier	2	3,304177	1	5	3,6852
	3	3,193082	1	6	3,692914
	4	3,145206	1	4	3,764982
	5	3,069445	1	7	3,769165
	6	**3,065655**	1	3	3,798346
	7	3,12245	1	8	3,849859
	8	3,188937	1	2	3,877247
	9	3,292618	2	5	3,851395
	10	3,399309	2	6	3,870884
	11	3,509543	4	5	3,907922
Spline Kuadratik	1	5,096788	1	2	6,418403
	2	5,02637	1	3	6,442924
	3	5,014795	1	4	6,499201
	4	5,038905	1	5	6,553696
	5	5,067239	1	6	6,623709
	6	5,107631	1	7	6,7316
	7	5,175953	2	3	6,518725
	8	5,266098	2	4	6,612975
	9	5,372986	2	5	6,691506
	10	5,493172	2	6	6,780434

Tabel 4.6 Model Spline Terboboti dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	Titik Knot			Nilai GCV
	k_1	k_2	k_3	
Spline linier	1	4	5	4,804846
	1	2	5	4,823843
	1	2	6	4,853604
	1	3	5	4,913082
	1	2	4	4,930305
	1	2	3	4,95929
	1	2	7	4,970979
	1	3	6	4,974066
	1	4	6	5,034248
	2	4	5	4,986091
Spline Kuadratik	1	2	3	9,579617
	1	2	4	9,664782
	1	2	5	9,779434
	1	3	4	9,804889
	1	2	6	9,913767
	1	3	5	9,951734
	1	3	6	10,0956
	1	2	7	10,11583
	1	4	5	10,11711
	2	3	4	9,979268

Berdasarkan Tabel 4.5 dan Tabel 4.6 diperoleh nilai GCV minimum adalah 3,065655 terdapat pada model *spline* linier terboboti dengan satu titik knot yaitu pada balita yang berumur 6 bulan. Estimasi model regresi nonparametrik *spline* linier dengan satu titik knot adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 (x - k_1)_+ .$$

Secara lengkap model regresi nonparametrik *spline* setelah diperoleh nilai-nilai estimasinya adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = 3{,}188252 + 0{,}781989x - 0{,}629553(x - 6)_+ .$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji hipotesis untuk parameter-parameter dalam model *spline* satu titik knot, dengan hipotesis:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$$

H_1 : minimal terdapat satu $\beta_j \neq 0$, j=1, 2

Tabel 4.7 ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Bobot w_1

Sumber Variansi	df	SS	MS	F_{hitung}	$p-value$
Regresi	2	758,4703	379,2351	302,1372	2,967232X10^{-34}
Residual	67	84,09673	1,255175		
Total	69	842,567			

Pada Tabel 4.7 dapat diketahui bahwa nilai *Mean Square Error* (MSE) sebesar 1,255175 dan nilai *Mean Square Regression* (MSR) sebesar 379,2351. Berdasarkan nilai MSR dan MSE yang diperoleh, maka didapatkan nilai $F_{\text{hitung}} = 302{,}1372$ dan nilai $p - value = 2{,}967232X10^{-34}$. Selanjutnya $p - value$ dibandingkan dengan nilai $\alpha = 0{,}05$ maka diperoleh keputusan untuk tolak H_0. Hal ini dapat diartikan bahwa minimal terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model. Berdasarkan analisis diperoleh nilai R^2 untuk model ini sebesar 90,02%. Nilai R^2 ini memberikan informasi bahwa parameter yang dipergunakan dalam model dapat menjelaskan sebesar 90,02%. Untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh signifikan terhadap model maka dilakukan pengujian parameter secara parsial. Hipotesisi pada uji parsial adalah sebagai berikut:

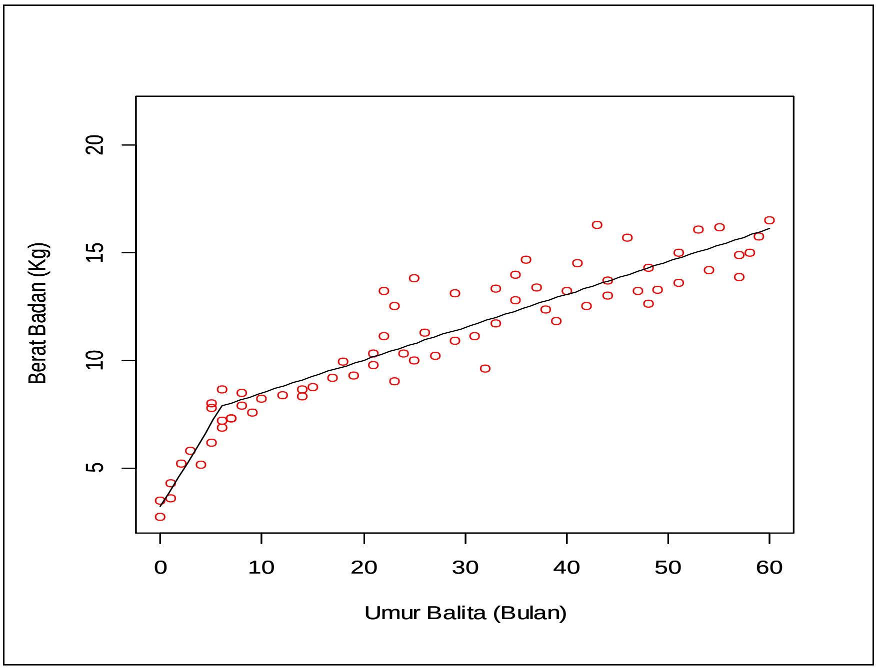
$H_0 : \beta_j = 0$

$H_1 :\ \beta_j \neq 0$, untuk j=1, 2

Tabel 4.8 Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Bobot w_1

Parameter	Estimasi Parameter	t_{hitung}	$p-value$
β_1	0,781989	7,377470	3,184417X10^{-10}
β_2	-0,629553	-5,726235	2,636531X10^{-07}

Berdasarkan Tabel 4.8 dengan tingkat signifikan $\alpha = 0,05$ diperoleh kesimpulan bahwa semua parameter β_1 dan β_2 signifikan dalam model, sehingga model *spline* linier dengan satu titik knot 6 adalah memadai sebagai model pendekatan. Model *spline* linier dengan satu knot tersebut ditunjukkan pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3 Spline *Linier* dengan Satu Titik Knot pada Balita Umur 6 Bulan

b. Pembobot $w_2 = \dfrac{1}{\hat{y}_i}$, dengan $i = 1,2,...,70$ digunakan untuk menentukan model *spline* terboboti terbaik dengan memilih titik knot optimal menggunakan metode GCV dan diperoleh hasil seperti pada Tabel 4.9 dan Tabel 4.10.

Tabel 4.9 Model Spline Terboboti dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	**Titik Knot**	**Nilai GCV**	**Titik Knot**		**Nilai GCV**
	k_1		k_1	k_2	
Spline linier	2	3,775721	1	6	4,733902
	3	3,626012	1	5	4,743777
	4	3,551794	1	7	4,816439
	5	3,445697	1	4	4,880053
	6	**3,427664**	2	5	4,792517
	7	3,479991	2	6	4,79531
	8	3,539582	2	7	4,881438
	9	3,64288	3	5	4,82477
	10	3,745529	3	6	4,85374
	11	3,851072	4	5	4,804401
Spline Kuadratik	1	6,472669	1	3	9,691126
	2	6,299854	1	2	9,707113
	3	6,19491	1	4	9,708601
	4	6,155374	1	5	9,708621
	5	6,12932	1	6	9,740123
	6	6,127161	2	3	9,720682
	7	6,172003	2	4	9,761476
	8	6,251734	2	5	9,769607
	9	6,357111	2	6	9,811987
	10	6,482681	3	4	9,84506

Tabel 4.10 Model Spline Terboboti dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	Titik Knot			Nilai GCV
	k_1	k_2	k_3	
Spline linier	1	2	5	7,050163
	1	4	5	7,062651
	1	2	6	7,081048
	1	3	5	7,099037
	2	4	5	7,09601
	2	3	5	7,15952
	3	4	5	7,158284
	10	11	12	5,932958
	12	13	14	6,251266
	15	16	17	7,089335
Spline Kuadratik	1	2	3	9,728959
	1	2	4	18,11854
	1	2	5	18,17875
	1	3	4	18,25865
	1	3	5	18,32757
	1	2	6	18,33777
	1	4	5	18,46607
	1	3	6	18,5239
	2	3	4	18,39669
	2	3	5	18,46588

Berdasarkan Tabel 4.9 dan Tabel 4.10 diperoleh nilai GCV minimum adalah 3,427664 terdapat pada model *spline* linier terboboti dengan satu titik knot yaitu pada balita yang berumur 6 bulan. Estimasi model regresi nonparametrik *spline* linier dengan satu titik knot adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 (x - k_1)_+.$$

Secara lengkap model regresi nonparametrik *spline* setelah diperoleh nilai-nilai estimasinya adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = 3{,}188252 + 0{,}781989x - 0{,}629553(x - 6)_+.$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji hipotesis untuk parameter-parameter dalam model *spline* satu titik knot, dengan hipotesis:

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = 0$$

$H_1:$ minimal terdapat satu $\alpha_j \neq 0,\ j$=1, 2

Tabel 4.11 ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Bobot w_2

Sumber Variansi	df	SS	MS	F_{hitung}	$p-value$
Regresi	2	758,4703	379,2351	302,1372	2,967232X10^{-34}
Residual	67	84,09673	1,255175		
Total	69	842,567			

Pada Tabel 4.11 dapat diketahui bahwa nilai *Mean Square Error* (MSE) sebesar 1,255175 dan nilai *Mean Square Regression* (MSR) sebesar 379,2351. Berdasarkan nilai MSR dan MSE yang diperoleh, maka didapatkan nilai $F_{\text{hitung}} = 302{,}1372$ dan nilai $p-value = 2{,}967232X10^{-34}$. Selanjutnya $p-value$ dibandingkan dengan nilai $\alpha = 0{,}05$ maka diperoleh keputusan untuk tolak H_0. Hal ini dapat diartikan bahwa minimal terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model. Berdasarkan analisis diperoleh nilai R^2 untuk model ini sebesar 90,02%. Nilai R^2 ini memberikan informasi bahwa parameter yang dipergunakan dalam model dapat menjelaskan sebesar 90,02%. Untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh signifikan terhadap model maka dilakukan pengujian parameter secara parsial. Hipotesisi pada uji parsial adalah sebagai berikut:

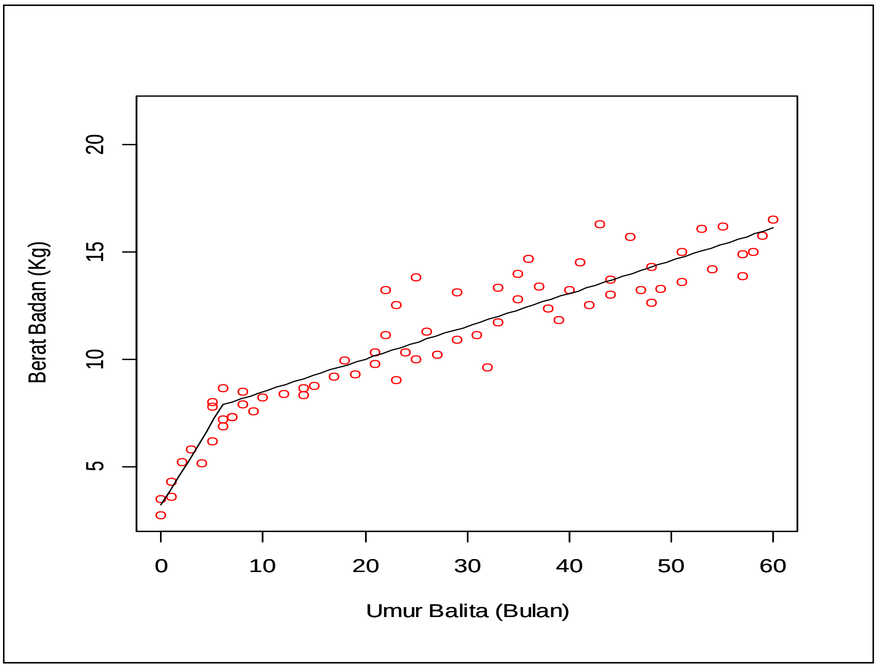
$H_0: \beta_j = 0$

$H_1:\ \beta_j \neq 0,$ untuk j=1, 2

Tabel 4.12 Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Bobot w_2

Parameter	Estimasi Parameter	t_{hitung}	$p-value$
β_1	0,781989	7,377470	3,184417X10^{-10}
β_2	-0,629553	-5,726235	2,636531X10^{-07}

Berdasarkan Tabel 4.12 dengan tingkat signifikan $\alpha = 0,05$ diperoleh kesimpulan bahwa semua parameter β_1 dan β_2 signifikan dalam model, sehingga model *spline* linier dengan satu titik knot 6 adalah memadai sebagai model pendekatan. Model *spline* linier dengan satu knot tersebut ditunjukkan pada Gambar 4.4.



Gambar 4.4 Spline *Linier* dengan Satu Titik Knot pada Balita Umur 6 Bulan

c. Pembobot $w_3 = \frac{1}{x_i}$, dengan $i = 1, 2, ..., 70$ digunakan untuk menentukan model *spline* terboboti terbaik dengan memilih titik knot optimal menggunakan metode GCV. Pada pembobot ini data pada variabel x = 0 diganti dengan menggunakan nilai x = 1,25 sehingga mendapatkan nilai pembobot yang baik dan diperoleh hasil seperti pada Tabel 4.13 dan Tabel 4.14.

Tabel 4.13 Model *Spline* Terboboti dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	**Titik Knot**	**Nilai GCV**	**Titik Knot**		**Nilai GCV**
	k_1		k_1	k_2	
Spline linier	2	17,99448	41	59	1,868055
	3	18,40175	42	59	1,864756
	4	19,37037	43	59	1,855553
	53	18,62812	44	59	1,864237
	54	18,04231	45	59	1,864862
	55	17,45464	46	59	1,869327
	56	17,04815	53	59	1,870105
	57	16,25293	54	59	1,874985
	58	15,67447	55	59	1,870044
	59	15,06283	55	58	1,874923
Spline Kuadratik	50	2,736272	53	59	0,632924
	51	2,677095	54	59	0,626086
	52	2,616239	55	59	0,617374
	53	2,55017	55	58	0,627153
	54	2,48068	56	59	0,605355
	55	2,405561	56	58	0,614105
	56	2,324116	56	57	0,630578
	57	2,260532	57	59	0,595339
	58	2,226753	57	58	0,600386
	59	2,211013	58	59	0,592035

Tabel 4.14 Model Spline Terboboti dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	Titik Knot			Nilai GCV
	k_1	k_2	k_3	
Spline linier	8	58	59	0,553477
	8	57	59	0,561871
	9	58	59	0,551062
	9	57	59	0,56002
	10	58	59	0,551958
	10	57	59	0,561315
	11	58	59	0,555722
	11	57	59	0,565374
	12	58	59	0,563471
	22	58	59	0,564771
Spline Kuadratik	52	58	59	0,284837
	53	58	59	0,283896
	54	58	59	0,282703
	54	57	59	0,28497
	55	58	59	0,281027
	55	57	59	0,284084
	56	58	59	0,277365
	56	57	59	0,281901
	56	57	58	0,284719
	57	**58**	**59**	**0,272764**

Berdasarkan Tabel 4.13 dan Tabel 4.14 diperoleh nilai GCV minimum adalah 0,272764 terdapat pada model *spline* kuadratik dengan tiga titik knot yaitu pada balita yang berumur 57 bulan, 58 bulan dan 59 bulan. Estimasi model regresi nonparametrik *spline* kuadratik dengan tiga titik knot adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 x^2 + \hat{\beta}_3 (x-k_1)_+^2 + \hat{\beta}_4 (x-k_2)_+^2 + \hat{\beta}_5 (x-k_3)_+^2$$

Secara lengkap model regresi nonparametrik *spline* setelah diperoleh nilai-nilai estimasinya adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = 4{,}767669 + 0{,}325688x - 0{,}002688x^2 + 0{,}384344(x-57)_+^2 -$$
$$0{,}414241(x-58)_+^2 - 0{,}065170(x-59)_+^2.$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji hipotesis untuk parameter-parameter dalam model *spline* tiga titik knot, dengan hipotesis:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$

H_1 : minimal terdapat satu $\beta_j \neq 0$, j=1, 2, 3, 4, 5

Tabel 4.15 ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Bobot w_3

Sumber Variansi	df	SS	MS	F_{hitung}	$p-value$
Regresi	5	751,742	150,3484	105,9433	$1{,}34998X10^{-29}$
Residual	64	90,82498	1,41914		
Total	69	842,567			

Pada Tabel 4.15 dapat diketahui bahwa nilai *Mean Square Error* (MSE) sebesar 1,41914 dan nilai *Mean Square Regression* (MSR) sebesar 150,3484. Berdasarkan nilai MSR dan MSE yang diperoleh, maka didapatkan nilai $F_{hitung} = 105{,}9433$ dan nilai $p-value = 1{,}34998X10^{-29}$. Selanjutnya $p-value$ dibandingkan dengan nilai $\alpha = 0{,}05$ maka diperoleh keputusan untuk untuk tolak H_0. Hal ini dapat diartikan bahwa minimal terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model. Berdasarkan analisis diperoleh nilai R^2 untuk model ini sebesar 89,22%. Nilai R^2 ini memberikan informasi bahwa parameter yang dipergunakan dalam model dapat menjelaskan sebesar 89,22%. Untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh signifikan terhadap model maka dilakukan pengujian parameter secara parsial. Hipotesisi pada uji parsial adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_j = 0$

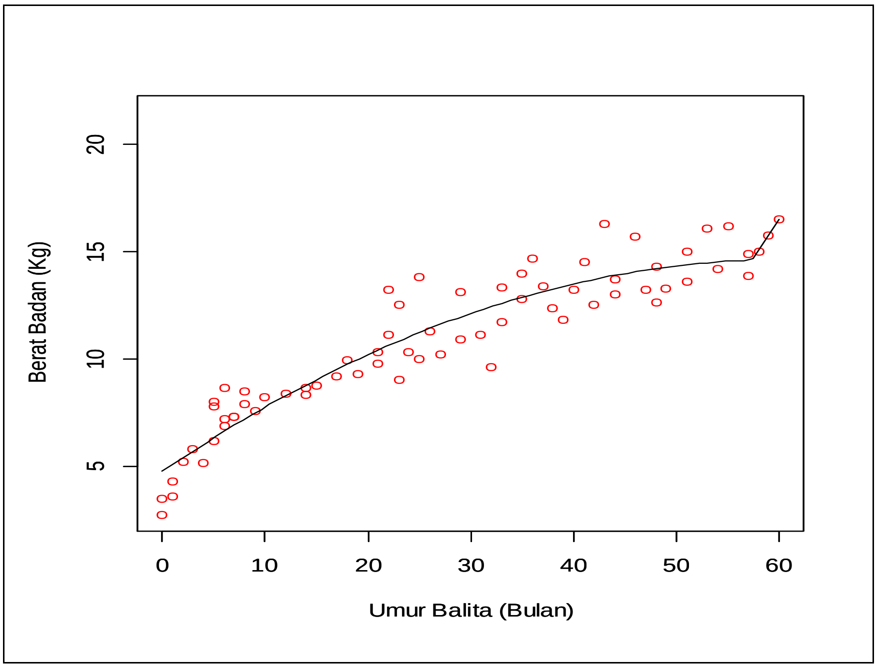
H_1 : $\beta_j \neq 0$, untuk j=1, 2, 3, 4, 5

Tabel 4.16 Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Bobot w_3

Parameter	Estimasi Parameter	t_{hitung}	$p-value$
β_1	0,325688	10,244639	4,035459X10^{-15}
β_2	-0,002688	-4,761439	1,140627X10^{-05}
β_3	0,384344	0,299225	0,765738*
β_4	-0,414241	-0,081067	0,935642*
β_5	0,065171	0,006613	0,994744*

Keterangan: (*) Memberikan pengaruh yang tidak signifikan pada $\alpha = 5\%$.

Berdasarkan Tabel 4.16 dengan tingkat signifikan $\alpha = 0,05$ diperoleh kesimpulan bahwa parameter β_1 dan β_2 signifikan dalam model, sedangkan parameter β_3, β_4 dan β_5 tidak signifikan dalam model. Model *spline* kuadratik dengan tiga titik knot tersebut ditunjukkan pada Gambar 4.5.



Gambar 4.5 *Spline* Kuadratik dengan Tiga Titik Knot pada Balita Umur 57 Bulan, 58 Bulan, dan 59 Bulan

d. Pembobot $w_4 = \frac{1}{x_i^2}$, dengan $i = 1, 2, ..., 70$ digunakan untuk menentukan model *spline* terboboti terbaik dengan memilih titik knot optimal menggunakan metode GCV. Pada pembobot ini data pada variabel x = 0 diganti dengan menggunakan nilai $x = 1,25$ sehingga mendapatkan nilai pembobot yang baik dan diperoleh hasil seperti pada Tabel 4.17 dan Tabel 4.18.

Tabel 4.17 Model Spline Terboboti dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	**Titik Knot**	**Nilai GCV**	**Titik Knot**		**Nilai GCV**
	k_1		***k_1***	***k_2***	
Spline linier	5	0,002474	6	59	0,000217948
	6	0,002145	6	58	0,000223644
	7	0,002019	6	57	0,000229452
	8	0,001998	7	59	0,000214024
	9	0,002071	7	58	0,000219657
	10	0,0022	7	57	0,000225955
	11	0,002372	7	56	0,000235675
	12	0,002544	8	59	0,000220097
	13	0,002714	8	58	0,000225593
	14	0,002849	8	57	0,000232284
Spline Kuadratik	7	0,000561	7	59	0,000123123
	8	0,000534	7	58	0,000124474
	9	0,000528	7	57	0,000126806
	10	0,00053	8	59	0,000120668
	11	0,000537	8	58	0,000122307
	12	0,000547	8	57	0,000124839
	13	0,000558	9	59	0,000122033
	14	0,00057	9	58	0,000123908
	15	0,000583	9	57	0,000126618
	16	0,000596	10	59	0,000125126

Tabel 4.18 Model Spline Terboboti dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	Titik Knot			Nilai GCV
	k_1	k_2	k_3	
Spline linier	6	58	59	0,00007915486
	6	57	59	0,00007996032
	6	56	59	0,00008036915
	6	55	59	0,00008043115
	6	55	58	0,00008086485
	6	56	58	0,00008091835
	7	58	59	0,0000784881
	7	57	59	0,000079591
	7	56	59	0,00008096187
	7	57	58	0,00008126033
Spline Kuadratik	7	58	59	0,00005372828
	7	57	59	0,00005429642
	7	57	58	0,00005488786
	8	**58**	**59**	**0,00005320383**
	8	57	59	0,00005380213
	8	57	58	0,00005437075
	8	56	59	0,00005494196
	9	58	59	0,00005424476
	9	57	59	0,00005486747
	9	57	58	0,00005542599

Berdasarkan Tabel 4.17 dan Tabel 4.18 diperoleh nilai GCV minimum adalah 0,00005320383 terdapat pada model *spline* kuadratik dengan tiga titik knot yaitu pada balita yang berumur 8 bulan, 58 bulan dan 59 bulan. Estimasi model regresi nonparametrik *spline* kuadratik dengan tiga titik knot adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 x^2 + \hat{\beta}_3 (x-k_1)_+^2 + \hat{\beta}_4 (x-k_2)_+^2 + \hat{\beta}_5 (x-k_3)_+^2.$$

Secara lengkap model regresi nonparametrik *spline* setelah diperoleh nilai-nilai estimasinya adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = 3{,}158114 + 0{,}959465x - 0{,}046477x^2 + 0{,}045036(x-8)_+^2 + \\ 0{,}630184(x-58)_+^2 - 1{,}208002(x-59)_+^2.$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji hipotesis untuk parameter-parameter dalam model *spline* tiga titik knot, dengan hipotesis:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$

$H_1 :$ minimal terdapat satu $\beta_j \neq 0$, j=1, 2, 3, 4, 5

Tabel 4.19 ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Bobot w_4

Sumber Variansi	df	SS	MS	F_{hitung}	$p-value$
Regresi	5	765,3715	153,0743	126,9084	$7{,}621053X10^{-32}$
Residual	64	77,19551	1,20618		
Total	69	842.567			

Pada Tabel 4.19 dapat diketahui bahwa nilai *Mean Square Error* (MSE) sebesar 1,20618 dan nilai *Mean Square Regression* (MSR) sebesar 153,0743. Berdasarkan nilai MSR dan MSE yang diperoleh, maka didapatkan nilai $F_{hitung} = 126{,}9084$ dan nilai $p-value = 7{,}621053X10^{-32}$. Selanjutnya $p-value$ dibandingkan dengan nilai $\alpha = 0{,}05$ maka diperoleh keputusan untuk tolak H_0. Hal ini dapat diartikan bahwa minimal terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model. Berdasarkan analisis diperoleh nilai R^2 untuk model ini sebesar 90,84%. Nilai R^2 ini memberikan informasi bahwa parameter yang dipergunakan dalam model dapat menjelaskan sebesar 90,84%. Untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh signifikan terhadap model maka dilakukan pengujian parameter secara parsial. Hipotesisi pada uji parsial adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_j = 0$

$H_1 : \beta_j \neq 0$, untuk j=1, 2, 3, 4, 5

Tabel 4.20 Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Bobot w_4

Parameter	Estimasi Parameter	t_{hitung}	$p-value$
β_1	0,959464	5,415023	$4{,}103301X10^{-06}$
β_2	-0,046477	5,037968	0,0006667059
β_3	0,045036	-3,577824	0,001250044
β_4	0,630184	0,529784	0,5980947*
β_5	-1,208002	-0,255828	0,7989038*

Keterangan: (*) Memberikan pengaruh yang tidak signifikan pada $\alpha = 5\%$.

Berdasarkan Tabel 4.20 dengan tingkat signifikan $\alpha = 0{,}05$ diperoleh kesimpulan bahwa parameter β_1, β_2 dan β_3 signifikan dalam model, sedangkan parameter β_4 dan β_5 tidak signifikan dalam model.

e. Pembobot $w_5 = x_i$, dengan $i = 1, 2, ..., 70$ digunakan untuk menentukan model *spline* terboboti terbaik dengan memilih titik knot optimal menggunakan metode GCV dan diperoleh hasil seperti pada Tabel 4.21 dan Tabel 4.22.

Tabel 4.21 Model Spline Terboboti dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	**Titik Knot**	**Nilai GCV**	**Titik Knot**		**Nilai GCV**
	k_1		k_1	k_2	
Spline linier	5	1,364666	5	35	1,164238
	6	1,296975	5	36	1,164525
	7	1,265122	5	25	1,167032
	8	1,258733	5	34	1,167956
	9	1,281848	5	26	1,168166
	10	1,308916	6	36	1,159156
	11	1,337072	6	35	1,160786
	12	1,372269	6	37	1,161973
	13	1,396116	6	34	1,165197
	16	1,419642	6	38	1,166787
Spline Kuadratik	2	1,234869	1	8	1,168133
	3	1,200885	2	9	1,167326
	5	1,259355	2	8	1,169467
	6	1,213235	2	10	1,169922
	7	1,185496	3	57	1,168083
	8	1,179797	3	58	1,169641
	9	1,192824	7	58	1,162451
	10	1,218001	7	57	1,163305
	11	1,247285	7	59	1,165321
	12	1,276877	7	56	1,168589

Tabel 4.22 Model Spline Terboboti dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	Titik Knot			Nilai GCV
	k_1	k_2	k_3	
Spline linier	5	46	47	1,11722
	5	21	22	1,129619
	5	46	48	1,132009
	6	**46**	**47**	**1,106827**
	6	46	48	1,118314
	6	20	22	1,128193
	6	45	48	1,131084
	6	21	22	1,131276
	6	19	22	1,132217
	6	43	48	1,132491
Spline Kuadratik	9	15	57	1,142907
	10	21	22	1,138727
	10	21	23	1,140692
	10	20	23	1,141748
	10	13	57	1,141889
	10	12	57	1,142005
	10	20	22	1,142062
	10	14	57	1,142831
	11	21	22	1,141084
	11	12	57	1,142508

Berdasarkan Tabel 4.21 dan Tabel 4.22 diperoleh nilai GCV minimum adalah 1,106827 terdapat pada model *spline* linier dengan tiga titik knot yaitu pada balita yang berumur 6 bulan, 46 bulan dan 47 bulan. Estimasi model regresi nonparametrik *spline* linier dengan tiga titik knot adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 (x-k_1)_+ + \hat{\beta}_3 (x-k_2)_+ + \hat{\beta}_4 (x-k_3)_+ .$$

Secara lengkap model regresi nonparametrik *spline* setelah diperoleh nilai-nilai estimasinya adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = 3{,}28754 + 0{,}714473x - 0{,}536959(x-6)_+ - 1{,}476162(x-46)_+ + 1{,}492267(x-47)_+ .$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji hipotesis untuk parameter-parameter dalam model *spline* tiga titik knot, dengan hipotesis:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$

$H_1 :$ minimal terdapat satu $\beta_j \neq 0$, j=1, 2, 3, 4

Tabel 4.23 ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Bobot w_5

Sumber Variansi	df	SS	MS	F_{hitung}	$p-value$
Regresi	4	768,1017	192,0254	167,617	$1{,}747719X10^{-33}$
Residual	65	74,46529	1,14562		
Total	69	842,567			

Pada Tabel 4.23 dapat diketahui bahwa nilai *Mean Square Error* (MSE) sebesar 1,14562 dan nilai *Mean Square Regression* (MSR) sebesar 192,0254. Berdasarkan nilai MSR dan MSE yang diperoleh, maka didapatkan nilai $F_{hitung} = 167,617$ dan nilai $p-value = 1,747719X10^{-33}$. Selanjutnya $p-value$ dibandingkan dengan nilai $\alpha = 0,05$ maka diperoleh keputusan untuk tolak H_0. Hal ini dapat diartikan bahwa minimal terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model. Berdasarkan analisis diperoleh nilai R^2 untuk model ini sebesar 91,16%. Nilai R^2 ini memberikan informasi bahwa parameter yang dipergunakan dalam model dapat menjelaskan sebesar 91,16%. Untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh signifikan terhadap model maka dilakukan pengujian parameter secara parsial. Hipotesisi pada uji parsial adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_j = 0$

$H_1 :$ $\beta_j \neq 0$, untuk j=1, 2, 3, 4

Tabel 4.24 Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Bobot w_5

Parameter	Estimasi Parameter	t_{hitung}	$p-value$
β_1	0.714473	6.840731	$3.312932X10^{-09}$
β_2	-0.536959	-4.854747	$7.906997X10^{-06}$
β_3	-1.476162	-2.437622	0.01752868
β_4	1.492267	2.298437	0.02476228

Berdasarkan Tabel 4.24 dengan tingkat signifikan $\alpha = 0,05$ diperoleh kesimpulan bahwa semua parameter β_1, β_2, β_3 dan β_4 signifikan dalam model, sehingga model *spline* linier dengan tiga titik knot 6, 46 dan 47 adalah memadai sebagai model pendekatan.

f. Pembobot $w_6 = x_i^2$, dengan $i = 1, 2, ..., 70$ digunakan untuk menentukan model *spline* terboboti terbaik dengan memilih titik knot optimal menggunakan metode GCV dan diperoleh hasil seperti pada Tabel 4.25 dan Tabel 4.26.

Tabel 4.25 Model Spline Terboboti dengan 1 dan 2 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	**Titik Knot**	**Nilai GCV**	**Titik Knot**		**Nilai GCV**
	k_1		***k_1***	***k_2***	
Spline linier	7	1,339746	5	26	1,146064
	8	1,283445	5	25	1,148132
	9	1,282586	5	27	1,149543
	10	1,300888	6	36	1,135441
	11	1,325108	6	35	1,137378
	12	1,365411	6	37	1,140065
	18	1,377332	6	34	1,141379
	20	1,371681	6	33	1,145306
	21	1,374972	6	32	1,149914
	22	1,367157	6	31	1,150979
Spline Kuadratik	3	1,245061	2	10	1,158479
	4	1,262234	2	11	1,16269
	5	1,306287	2	12	1,168837
	12	1,260353	2	56	1,168867
	13	1,290917	2	57	1,169731
	22	1,30171	2	55	1,174234
	23	1,297414	3	57	1,162751
	24	1,297654	3	58	1,163849
	25	1,299704	3	56	1,168377
	26	1,303672	3	55	1,173861

Tabel 4.26 Model Spline Terboboti dengan 3 Titik Knot serta Nilai GCV

Model Spline	Titik Knot			Nilai GCV
	k_1	k_2	k_3	
Spline linier	5	21	22	1,11049
	6	**46**	**47**	**1,083646**
	6	46	48	1,09603
	6	16	22	1,106049
	6	20	22	1,106588
	6	15	22	1,106661
	6	14	22	1,107773
	6	45	48	1,108386
	6	43	48	1,108697
	6	13	22	1,108738
Spline Kuadratik	1	2	57	1,159487
	3	8	58	1,159978
	3	58	59	1,162015
	3	40	57	1,162116
	3	39	57	1,162125
	3	38	57	1,162161
	31	34	35	1,16121
	32	33	35	1,15215
	32	33	36	1,156272
	32	33	34	1,160434

Berdasarkan Tabel 4.25 dan Tabel 4.26 diperoleh nilai GCV minimum adalah 1,083646 terdapat pada model *spline* linier dengan tiga titik knot yaitu pada balita yang berusia 6 bulan, 46 bulan dan 47 bulan. Estimasi model regresi nonparametrik *spline* linier dengan tiga titik knot adalah sebagai berikut:

$$\hat{y}=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 x+\hat{\beta}_2(x-k_1)_+ +\hat{\beta}_3(x-k_2)_+ +\hat{\beta}_4(x-k_3)_+.$$

Secara lengkap model regresi nonparametrik *spline* setelah diperoleh nilai-nilai estimasinya adalah sebagai berikut:

$$\hat{y}=3{,}28754+0{,}714473x-0{,}536959(x-6)_+ -1{,}476162(x-46)_+ + \\ 1{,}492267(x-47)_+.$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji hipotesis untuk parameter-parameter dalam model *spline* tiga titik knot, dengan hipotesis:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$

H_1 : minimal terdapat satu $\beta_j \neq 0$, j=1, 2, 3, 4

Tabel 4.27 ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Bobot w_6

Sumber Variansi	df	SS	MS	F_{hitung}	$p-value$
Regresi	4	768,1017	192,0254	167,617	1,747719X10^{-33}
Residual	65	74,46529	1,14562		
Total	69	842,567			

Pada Tabel 4.27 dapat diketahui bahwa nilai *Mean Square Error* (MSE) sebesar 1,14562 dan nilai *Mean Square Regression* (MSR) sebesar 192,0254. Berdasarkan nilai MSR dan MSE yang diperoleh, maka didapatkan nilai $F_{hitung} = 167,617$ dan nilai $p-value = 1,747719X10^{-33}$. Selanjutnya $p-value$ dibandingkan dengan nilai $\alpha = 0,05$ maka diperoleh keputusan untuk tolak H_0. Hal ini dapat diartikan bahwa minimal terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model. Berdasarkan analisis diperoleh nilai R^2 untuk model ini sebesar 91,16%. Nilai R^2 ini memberikan informasi bahwa parameter yang dipergunakan dalam model dapat menjelaskan sebesar 91,16%. Untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh signifikan terhadap model maka dilakukan pengujian parameter secara parsial. Hipotesisi pada uji parsial adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_j = 0$

H_1 : $\beta_j \neq 0$, untuk j=1, 2, 3, 4

Tabel 4.28 Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Bobot w_6

Parameter	Estimasi Parameter	t_{hitung}	$p-value$
β_1	0,714473	6,840731	$3{,}312932X10^{-09}$
β_2	-0,536959	-4,854747	$7{,}906997X10^{-06}$
β_3	-1,476162	-2,437622	0,01752868
β_4	1,492267	2,298437	0,02476228

Berdasarkan Tabel 4.28 dengan tingkat signifikan $\alpha = 0,05$ diperoleh kesimpulan bahwa semua parameter β_1, β_2, β_3 dan β_4 signifikan dalam model, sehingga model *spline* linier dengan tiga titik knot 6, 46 dan 47 adalah memadai sebagai model pendekatan.

4.3.3 Pemilihan Bobot dalam Model Regresi Nonparametrik *Spline*

Berikut ini pembahasan dalam pemilihan bobot yang paling optimum pada satu titik knot, dua titik knot dan tiga titik knot. Berdasarkan keenam pembobot yang digunakan pada analisis di atas, maka dapat dilihat nilai GCV yang paling minimum untuk masing-masing satu titik knot, dua titik knot dan tiga titik knot adalah sebagai berikut:

1. Nilai GCV paling minimum dengan satu titik knot pada masing-masing pembobot ditunjukkan pada Tabel 4.29.

Tabel 4.29 Perbandingan Nilai GCV Minimum dengan Satu Titik Knot dari Masing-masing Pembobot

No	Pembobot	Nilai GCV Minimum	Jenis Spline	Tititk Knot k_r
1.	Pembobot w_1	3,065655	Linier	$k_1 = 6$
2.	Pembobot w_2	3,427664	Linier	$k_1 = 6$
3.	Pembobot w_3	2,211013	Kuadratik	$k_1 = 59$
4.	**Pembobot w_4**	**0,000528**	**Kuadratik**	$\mathbf{k_1 = 9}$
5.	Pembobot w_5	1,179797	Kuadratik	$k_1 = 8$
6.	Pembobot w_6	1,245061	Linier	$k_1 = 3$

Pada Tabel 4.29 diperoleh bahwa nilai GCV yang paling minimum dari keenam pembobot yang digunakan dengan satu titik knot terdapat pada pembobot empat yaitu 0,000528 dengan titik knot k_1=9. Estimasi model regresi nonparametrik *spline* kuadratik dengan satu titik knot adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 x^2 + \hat{\beta}_3 (x - k_1)_+^2.$$

Secara lengkap model regresi nonparametrik *spline* setelah diperoleh nilai-nilai estimasinya adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = 3{,}226162 + 0{,}899477x - 0{,}038948x^2 + 0{,}037871(x-9)_+^2.$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji hipotesis untuk parameter-parameter dalam model *spline* satu titik knot, dengan hipotesis:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1 : \text{ minimal terdapat satu } \beta_j \neq 0,\ j\text{=1, 2, 3}$$

Tabel 4.30 ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Satu Titik Knot Optimum

Sumber Variansi	df	SS	MS	F_{hitung}	$p-value$
Regresi	3	763,2891	254,4297	211,8163	$8{,}37299X10^{-34}$
Residual	66	79,27793	1,201181		
Total	69	842.567			

Pada Tabel 4.30 dapat diketahui bahwa nilai *Mean Square Error* (MSE) sebesar 1,201181 dan nilai *Mean Square Regression* (MSR) sebesar 254,4297. Berdasarkan nilai MSR dan MSE yang diperoleh, maka didapatkan nilai $F_{hitung} = 211,8163$ dan nilai $p-value = 8,37299X10^{-34}$. Selanjutnya $p-value$ dibandingkan dengan nilai $\alpha = 0,05$ maka diperoleh keputusan untuk tolak H_0. Hal ini dapat diartikan bahwa minimal terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model. Berdasarkan analisis diperoleh nilai R^2 untuk model ini sebesar 90,59%. Nilai R^2 ini memberikan informasi bahwa parameter yang dipergunakan dalam model dapat menjelaskan sebesar 90,59%. Untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh signifikan terhadap model maka dilakukan pengujian parameter secara parsial. Hipotesisi pada uji parsial adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_j = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0, \text{ untuk } j=1, 2, 3$$

Tabel 4.31 Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Satu Titik Knot Optimum

Parameter	Estimasi Parameter	t_{hitung}	$p-value$
β_1	0,899477	5,319526	$1,332114X10^{-06}$
β_2	-0,038948	-3,755529	0,000368131
β_3	0,037871	3,534931	0,0007509938

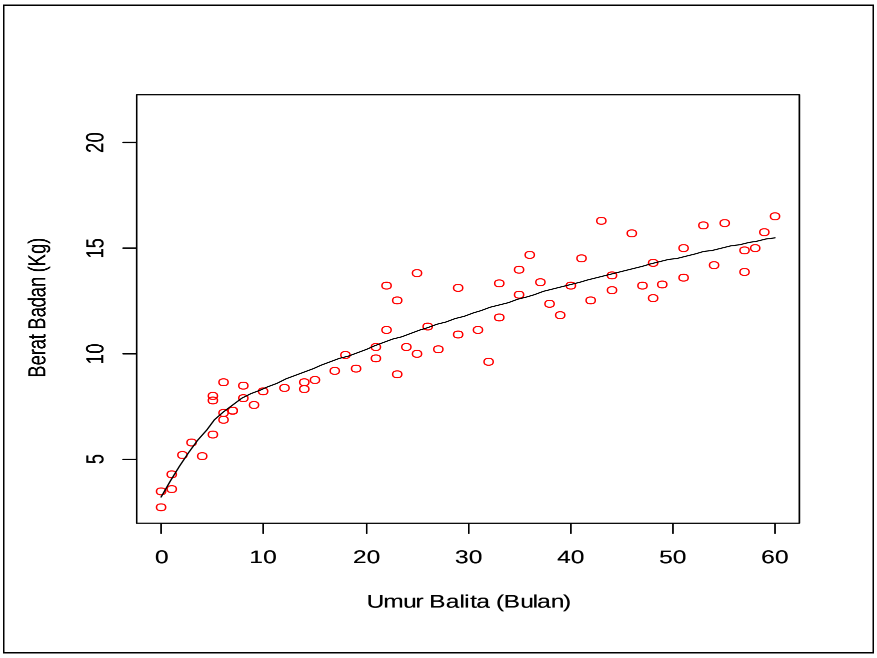
Berdasarkan Tabel 4.31 dengan tingkat signifikan $\alpha = 0,05$ diperoleh kesimpulan bahwa semua parameter β_1, β_2 dan β_3 signifikan dalam model. sehingga model *spline* kuadratik dengan satu titik knot 9 adalah memadai sebagai model pendekatan.

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji ketaksamaan variansi atau uji residual identik dari model regresi nonparametrik spline terboboti dengan satu titik knot menggunakan uji *Glejser*. Berikut ini hipotesis dari uji residual identik:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_{70}^2 = \sigma^2$$

H_1 : minimal ada satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$, dengan $i = 1, 2, ..., 70$

Pada pengujian residual dengan menggunakan uji *Glejser* diperoleh $p-value = 0,047625$, dengan $\alpha = 0,05$ sehingga $p-value < \alpha$ yang mengisyaratkan tolak H_0 dan dapat diambil kesimpulan bahwa residual bersifat heteroskedatisitas atau residual model yang dipergunakan masih mengindikasikan residual tidak mempunyai variansi yang sama pada setiap pengamatan. Model *spline* kuadratik dengan satu titik knot ditunjukkan pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6 *Spline* Kuadratik dengan Satu Titik Knot pada Balita Umur 9 Bulan

2. Nilai GCV paling minimum dengan dua titik knot pada masing-masing pembobot ditunjukkan pada Tabel 4.32.

Tabel 4.32 Perbandingan Nilai GCV Minimum dengan Dua Titik Knot dari Masing-masing Pembobot

No	Pembobot	Nilai GCV Minimum	Jenis Spline	Titik Knot k_r
1.	Pembobot w_1	3,6852	Linier	$k_1 = 1, k_2 = 5$
2.	Pembobot w_2	4,733902	Linier	$k_1 = 1, k_2 = 6$
3.	Pembobot w_3	0,592035	Kuadratik	$k_1 = 58, k_2 = 59$
4.	**Pembobot w_4**	**0,000120668**	**Kuadratik**	$\mathbf{k_1 = 8,\ k_2 = 59}$
5.	Pembobot w_5	1,159156	Linier	$k_1 = 6, k_2 = 36$
6.	Pembobot w_6	1,135441	Linier	$k_1 = 6, k_2 = 36$

Pada Tabel 4.32 diperoleh bahwa nilai GCV yang paling minimum dari keenam pembobot yang digunakan dengan dua titik knot terdapat pada pembobot empat yaitu 0,000120668 dengan titik knot $k_1 = 8$ dan $k_2 = 59$. Estimasi model regresi nonparametrik *spline* kuadratik dengan dua titik knot adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 x^2 + \hat{\beta}_3 (x - k_1)_+^2 + \hat{\beta}_4 (x - k_2)_+^2.$$

Secara lengkap model regresi nonparametrik *spline* setelah diperoleh nilai-nilai estimasinya adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = 3{,}150277 + 0{,}966993x - 0{,}047148x^2 + 0{,}045802(x-8)_+^2 + 1{,}213177(x-59)_+^2$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji hipotesis untuk parameter-parameter dalam model *spline* tiga titik knot, dengan hipotesis:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \text{ minimal terdapat satu } \beta_j \neq 0,\ j = 1, 2, 3, 4$$

Tabel 4.33 ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Dua Titik Knot Optimum

Sumber Variansi	df	SS	MS	F_{hitung}	$p-value$
Regresi	4	765,0329	191,2582	160,3397	$6{,}468348X10^{-33}$
Residual	65	77,53405	1,192832		
Total	69	842,567			

Pada Tabel 4.33 dapat diketahui bahwa nilai *Mean Square Error* (MSE) sebesar 1,192832 dan nilai *Mean Square Regression* (MSR) sebesar 191,2582. Berdasarkan nilai MSR dan MSE yang diperoleh, maka didapatkan nilai $F_{hitung} = 160{,}3397$ dan nilai $p-value = 6{,}468348X10^{-33}$. Selanjutnya $p-value$ dibandingkan dengan nilai $\alpha = 0{,}05$ maka diperoleh keputusan untuk tolak H_0. Hal ini dapat diartikan bahwa minimal terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model. Berdasarkan analisis diperoleh nilai R^2 untuk model ini sebesar 90,80%. Nilai R^2 ini memberikan informasi bahwa parameter yang dipergunakan dalam model dapat menjelaskan sebesar 90,80%. Untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh signifikan terhadap model maka dilakukan pengujian parameter secara parsial. Hipotesisi pada uji parsial adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_j = 0$

$H_1 :\ \beta_j \neq 0$, untuk j=1, 2, 3, 4

Tabel 4.34 Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Dua Titik Knot Optimum

Parameter	Estimasi Parameter	t_{hitung}	$p-value$
β_1	0,966993	5,120098	$2{,}932251X10^{-06}$
β_2	-0,047148	-3,667214	0,0004958103
β_3	0,045802	3,474239	0,0009170875
β_4	1,213177	1,027186	0,3081405*

Keterangan: (*) Memberikan pengaruh yang tidak signifikan pada $\alpha = 5\%$.

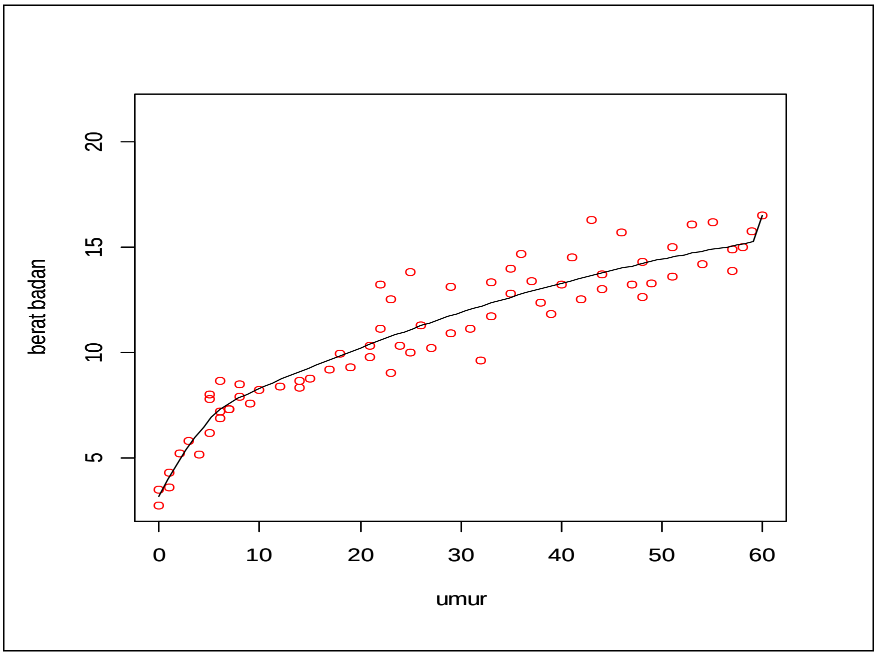
Berdasarkan Tabel 4.34 dengan tingkat signifikan $\alpha = 0,05$ diperoleh kesimpulan bahwa parameter β_1, β_2 dan β_3 signifikan dalam model, sedangkan parameter α_4 tidak signifikan dalam model.

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji ketaksamaan variansi atau uji residual identik dari model regresi nonparametrik spline terboboti dengan dua titik knot menggunakan uji *Glejser*. Berikut ini hipotesis dari uji residual identik:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_{70}^2 = \sigma^2$$

H_1 : minimal ada satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$, dengan i = 1, 2, ... , 70

Pada pengujian residual dengan menggunakan uji *Glejser* diperoleh $p-value = 0,130834$, dengan $\alpha = 0,05$ sehingga $p-value > \alpha$ yang mengisyaratkan gagal tolak H_0 dan dapat diambil kesimpulan bahwa residual bersifat homoskedastik atau residual model yang dipergunakan sudah mengindikasikan residual mempunyai variansi yang sama pada setiap pengamatan. Model *spline* kuadratik dengan tiga titik knot ditunjukkan pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7 *Spline* Kuadratik dengan Dua Titik Knot pada Balita Umur 8 Bulan, dan 59 Bulan

3. Nilai GCV paling minimum dengan tiga titik knot pada masing-masing pembobot ditunjukkan pada Tabel 4.35.

Tabel 4.35 Perbandingan Nilai GCV Minimum dengan Tiga Titik Knot dari Masing-masing Pembobot

No	Pembobot	Nilai GCV Minimum	Jenis Spline	Titik Knot k_r
1.	Pembobot w_1	4,804846	Linier	$k_1 = 1$, $k_2 = 4$, $k_2 = 5$
2.	Pembobot w_2	5,932958	Linier	$k_1 = 10$, $k_2 = 11$, $k_2 = 12$
3.	Pembobot w_3	0,272764	Kuadratik	$k_1 = 57$, $k_2 = 58$, $k_2 = 59$
4.	**Pembobot w_4**	**0,00005320383**	**Kuadratik**	$\boldsymbol{k_1 = 8, k_2 = 58, k_2 = 59}$
5.	Pembobot w_5	1,106827	Linier	$k_1 = 6$, $k_2 = 46$, $k_2 = 47$
6.	Pembobot w_6	1,083646	Linier	$k_1 = 6$, $k_2 = 46$, $k_2 = 47$

Pada Tabel 4.35 diperoleh bahwa nilai GCV yang paling minimum dari keenam pembobot yang digunakan dengan tiga titik knot terdapat pada pembobot empat yaitu 0,00005320383 dengan titik knot $k_1 = 8$, $k_2 = 58$ dan $k_2 = 59$. Estimasi model regresi nonparametrik *spline* kuadratik dengan tiga titik knot adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x + \hat{\beta}_2 x^2 + \hat{\beta}_3 (x - k_1)_+^2 + \hat{\beta}_4 (x - k_2)_+^2 + \hat{\beta}_5 (x - k_3)_+^2.$$

Secara lengkap model regresi nonparametrik *spline* setelah diperoleh nilai-nilai estimasinya adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{y} = {} & 3{,}158114 + 0{,}959465x - 0{,}046477x^2 + 0{,}045036(x-8)_+^2 + \\ & 0{,}630184(x-58)_+^2 - 1{,}208002(x-59)_+^2.\end{aligned}$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji hipotesis untuk parameter-parameter dalam model *spline* tiga titik knot, dengan hipotesis:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$$

$$H_1 : \text{ minimal terdapat satu } \beta_j \neq 0,\ j\text{=1, 2, 3, 4, 5}$$

Tabel 4.36 ANOVA Uji Hipotesis Parameter dalam *Spline* dengan Tiga Titik Knot Optimum

Sumber Variansi	df	SS	MS	F_{hitung}	$p-value$
Regresi	5	765,3715	153,0743	126,9084	$7{,}621053X10^{-32}$
Residual	64	77,19551	1,20618		
Total	69	842.567			

Pada Tabel 4.36 dapat diketahui bahwa nilai *Mean Square Error* (MSE) sebesar 1,20618 dan nilai *Mean Square Regression* (MSR) sebesar 153,0743. Berdasarkan nilai MSR dan MSE yang diperoleh, maka didapatkan nilai $F_{hitung} = 126,9084$ dan nilai $p - value = 7,621053X10^{-32}$. Selanjutnya $p - value$ dibandingkan dengan nilai $\alpha = 0,05$ maka diperoleh keputusan untuk tolak H_0. Hal ini dapat diartikan bahwa minimal terdapat satu parameter yang berpengaruh signifikan terhadap model. Berdasarkan analisis diperoleh nilai R^2 untuk model ini sebesar 90,84%. Nilai R^2 ini memberikan informasi bahwa parameter yang dipergunakan dalam model dapat menjelaskan sebesar 90,84%. Untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh signifikan terhadap model maka dilakukan pengujian parameter secara parsial. Hipotesisi pada uji parsial adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_j = 0$

$H_1 :\ \beta_j \neq 0$, untuk j=1, 2, 3, 4, 5

Tabel 4.37 Uji Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* dengan Tiga Titik Knot Optimum

Parameter	Estimasi Parameter	t_{hitung}	$p-value$
β_1	0,959464	5,415023	$4{,}103301X10^{-06}$
β_2	-0,046477	5,037968	0,0006667059
β_3	0,045036	-3,577824	0,001250044
β_4	0,630184	0,529784	0,5980947*
β_5	-1,208002	-0,255828	0,7989038*

Keterangan: (*) Memberikan pengaruh yang tidak signifikan pada $\alpha = 5\%$.

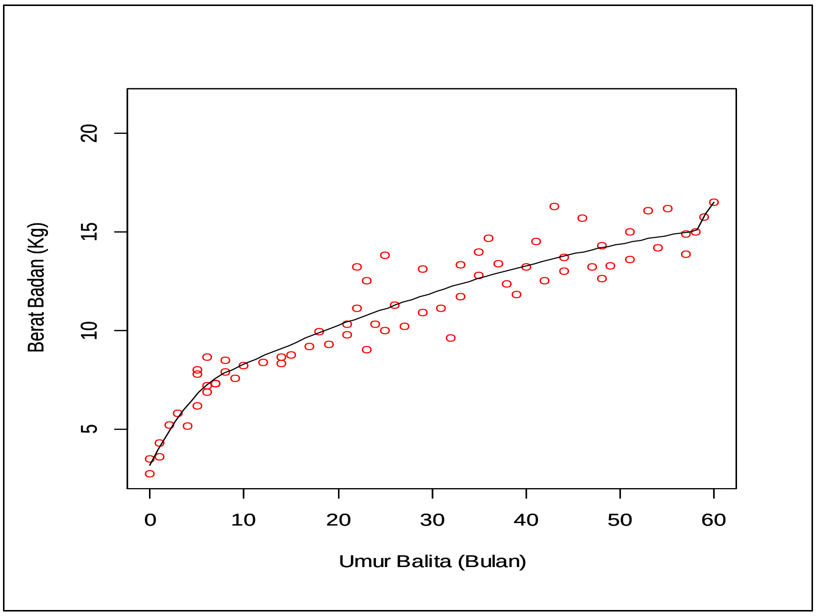
Berdasarkan Tabel 4.37 dengan tingkat signifikan $\alpha = 0,05$ diperoleh kesimpulan bahwa parameter β_1, β_2 dan β_3 signifikan dalam model, sedangkan parameter β_4 dan β_5 tidak signifikan dalam model.

Langkah selanjutnya adalah melakukan uji ketaksamaan variansi atau uji residual identik dari model regresi nonparametrik *spline* terboboti yang terbaik dengan menggunakan metode *glejser*. Berikut ini hipotesis dari uji residual identik:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_{70}^2 = \sigma^2$$

H_1 : minimal ada satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$, dengan i = 1, 2, ... , 70

Pada pengujian residual dengan menggunakan uji *Glejser* diperoleh $p-value = 0,097538$, dengan $\alpha = 0,05$ sehingga $p-value > \alpha$ yang mengisyaratkan gagal tolak H_0 dan dapat diambil kesimpulan bahwa residual bersifat homoskedastik atau residual model yang dipergunakan sudah mengindikasikan residual mempunyai variansi yang sama pada setiap pengamatan. Model *spline* kuadratik dengan tiga titik knot ditunjukkan pada Gambar 4.8.



Gambar 4.8 *Spline* Kuadratik dengan Tiga Titik Knot pada Balita Umur 8 Bulan, 58 Bulan dan 59 Bulan

Berdasarkan keenam pembobot yang digunakan dengan satu, dua, dan tiga titik knot pada analisis di atas, sehingga diperoleh tiga model regresi nonparametrik *spline* yaitu:

a). $\hat{y} = 3{,}226162 + 0{,}899477x - 0{,}038948x^2 + 0{,}037871(x-9)_+^2.$

b). $\hat{y} = 3{,}150277 + 0{,}966993x - 0{,}047148x^2 + 0{,}045802(x-8)_+^2 +$
$1{,}213177(x-59)_+^2$

c). $\hat{y} = 3{,}158114 + 0{,}959465x - 0{,}046477x^2 + 0{,}045036(x-8)_+^2 +$
$0{,}630184(x-58)_+^2 - 1{,}208002(x-59)_+^2.$

Setelah diperoleh model regresi nonparametrik *spline* terboboti dari satu titik knot, dua titik knot dan tiga titik knot, kemudian dilakukan uji *Glejser* untuk melihat apakah model yang dihasilkan sudah tidak mengandung kasus heteroskedastisitas atau tidak. Dari ketiga model yang dilakukan uji ketasamaan variansi dapat disimpulkan bahwa, model regresi nonparametrik *spline* terboboti dengan dua titik knot dan tiga titik knot sudah bersifat homoskedastisitas atau mengindikasikan residual mempunyai variansi yang sama pada setiap pengamatan sedangkan untuk satu titik knot masih mengandung kasus heteroskedastisita. Hal ini kemungkinan disebabkan karena pembobot yang digunakan kurang tepat sehingga pada model regresi nonparametrik *spline* terboboti dengan satu titik knot masih mempunyai variansi yang berbeda atau terjadi kasus heteroskedastisitas.

Pemilihan model regresi nonparametrik *spline* terboboti terbaik dengan dua dan tiga titik knot dapat dilihat dari masing-masing nilai R^2 adalah 90,80% dan 90,84%. Hal ini dapat disimpulkan bahwa nilai R^2 pada dua dan tiga titik knot tersebut hampir mendekati. Selain itu, pemilihan model terbaik dapat juga dilihat dari nilai *error*-nya yang paling kecil. Nilai *error* yang paling kecil di atara dua dan tiga titik knot optimal tersebut terdapat pada model dengan dua titik knot yaitu 1,192832 sedangkan pada model dengan tiga titik knot nilai *error*-nya lebih besar yaitu 1,20618. Oleh karena itu, dilakukan pemilihan model terbaik dengan prinsip parsimoni atau pemilihan model yang paling sederhana, sehingga diperoleh model *spline* terbaik yaitu pada dua titik knot. Model regresi nonparametrik *spline* terboboti yang terbaik dengan dua titik knot yaitu $k_1 = 8$ dan $k_2 = 59$ adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = 3{,}150277 + 0{,}966993x - 0{,}047148x^2 + 0{,}045802(x-8)_+^2 + 1{,}213177(x-59)_+^2$$

$$= \begin{cases} 3{,}150277 + 0{,}966993x - 0{,}047148x^2 & ; x < 8 \\ 3{,}150277 + 0{,}966993x - 0{,}047148x^2 + 0{,}045802(x-8)_+^2 & ; 8 < x < 59 \\ 3{,}150277 + 0{,}966993x - 0{,}047148x^2 + 0{,}045802(x-8)_+^2 + \\ \qquad 1{,}213177(x-59)_+^2 & ; x > 59 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 3{,}150277 + 0{,}966993x - 0{,}047148x^2 & ; x < 8 \\ 6{,}081605 + 0{,}234161x - 0{,}00135x^2 & ; 8 < x < 59 \\ 4229{,}150742 - 142{,}920724x + \\ \qquad 1{,}211827x^2 & ; x > 59 \end{cases}$$

Dari model yang terbentuk di atas, maka dapat dikatakan bahwa pertumbuhan balita berpola kuadratik. Pada umur kurang dari 8 bulan, pertumbuhannya sangat cepat dan pada umur antara 8 dan 59 bulan juga mengalami pertumbuhan yang sangat cepat namun tak secepat umur kuran dari 8 bulan, sedangkan pertumbuhan balita umur lebih besar dari 59 bulan mengalami pertumbuhan yang cenderung lambat.

4.3.4 Interval Konfidensi Terpendek pada Model Regresi Nonparametrik *Spline* Terboboti

Berikut ini pembahasan tentang interval konfidensi terpendek dari model *spline* terbaik yaitu model *spline* kuadratik dua titik knot k_1 = 8 dan k_2 = 59. Selanjutnya dari model *spline* kuadratik terbaik dengan dua titik knot akan dibangun interval konfidensi 95% dengan persamaa:

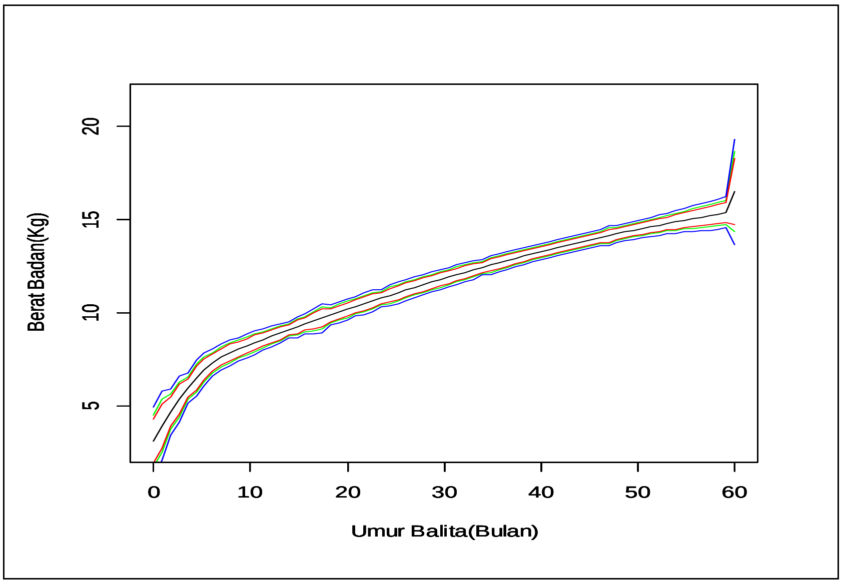
$$P\left[\sum_{j=0}^{m}\hat{\beta}_j x_i^j + \sum_{h=1}^{r}\hat{\beta}_{m+h}(x_i - k_h)_+^m - Z_{\alpha/2}\sqrt{\omega_i\left(x_i, k_1, ..., k_r\right)} \le g(x_i)\right.$$
$$\left. \le \sum_{j=0}^{m}\hat{\beta}_j x_i^j + \sum_{h=1}^{r}\hat{\beta}_{m+h}(x_i - k_h)_+^m + Z_{\alpha/2}\sqrt{\omega_i\left(x_i, k_1, ..., k_r\right)}\right] = 1 - \alpha$$

$$P\Big[3{,}150277 + 0{,}966993x_i - 0{,}047148x_i^2 + 0{,}045802(x_i - 8)_+^2 +$$
$$1{,}213177(x_i - 59)_+^2 - 1{,}96\sqrt{\omega_i\left(x_i, \left(x_i, k_1 = 8,\ k_2 = 59\right)\right)}\Big] \le g(x_i) \le$$
$$\Big[3{,}150277 + 0{,}966993x_i - 0{,}047148x_i^2 + 0{,}045802(x_i - 8)_+^2 +$$
$$1{,}213177(x_i - 59)_+^2 + 1{,}96\sqrt{\omega_i\left(x_i, \left(x_i, k_1 = 8,\ k_2 = 59\right)\right)}\Big] = 0{,}95$$

dengan $i = 1, 2, ..., 70$.

Interval konfidensi untuk kurva regresi g ditunjukkan seperti pada Gambar 4.9 dengan:

$$\alpha = 0{,}01\%\left(z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}58\right), \alpha = 0{,}05\%\left(z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96\right), \alpha = 0{,}1\%\left(z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}64\right)$$



Gambar 4.9 Interval Konfidensi *Spline* Kuadratik dengan Titik Knot 8 dan 59.

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan sebelumnya adalah sebagai berikut :

1. Diberikan model regresi nonparametrik sebagai berikut :

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i\,,\ \ i = 1,2,...,n$$

Apabila model **y** didekati dengan menggunakan pendekatan *spline* maka akan diperoleh model regresi nonparametrik *spline* adalah sebagai berikut:

$$y_i = \sum_{j=0}^{m} \beta_j x_i^j + \sum_{h=1}^{r} \beta_{m+h} (x_i - k_h)_+^m + \varepsilon_i,\ i = 1, 2, ..., n\ .$$

Estimasi diperoleh menggunakan *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) dimana estimasinya yaitu:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1} \mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y}$$

Untuk model dugaan regresi nonparametrik *spline* adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{y} &= \mathbf{T}(x,\mathbf{k})\hat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= \mathbf{T}(x,\mathbf{k})\left(\mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{T}(x,\mathbf{k})\right)^{-1} \mathbf{T}'(x,\mathbf{k})\mathbf{W}\mathbf{y} \\ &= \varphi(\mathbf{k})\mathbf{y}\end{aligned}$$

2. Interval konfidensi terpendek adalah (a,b)

dimana

$$\begin{aligned} a = {} & 3,150277 + 0,966993x_i - 0,047148x_i^2 + \\ & 0,045802(x_i - 8)_+^2 + 1,213177(x_i - 59)_+^2 - \\ & 1,96\sqrt{\omega_i\left(x_i, \left(x_i, k_1 = 8,\ k_2 = 59\right)\right)} \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} b = {} & 3,150277 + 0,966993x_i - 0,047148x_i^2 + \\ & 0,045802(x_i - 8)_+^2 + 1,213177(x_i - 59)_+^2 + \\ & 1,96\sqrt{\omega_i\left(x_i, \left(x_i, k_1 = 8,\ k_2 = 59\right)\right)} \end{aligned}$$

3. Kasus hetersokedastisitas pada model regresi nonparametrik *spline* diatasi dengan menambahkan pembobot. Diperoleh model regresi nonparametrik *spline* terbaik sebagai berikut:

$$\hat{y} = 3,150277 + 0,966993x - 0,047148x^2 + 0,045802(x-8)_+^2 + 1,213177(x-59)_+^2$$

$$= \begin{cases} 3,150277 + 0,966993x - 0,047148x^2 & ; x < 8 \\ 6,081605 + 0,234161x - 0,00135x^2 & ; 8 < x < 59 \\ 4229,150742 - 142,920724x + & \\ \qquad 1,211827x^2 & ; x > 59 \end{cases}$$

Berdasarkan analisis diperoleh nilai R^2 = 90,798%.

5.2 Saran

Berikut adalah saran yang dapat disampaikan berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan.

1. Pada model ini hanya menggunakan satu variabel respon, dalam penelitian selanjutnya dapat menambahkan variabel responnya seperti: tinggi badan, lingkar kepala, lingkar lengan atas, dan lainnya, sehingga variabel respon yang digunakan menjadi multivariabel.
2. Pada penelitian selanjutnya diharapkan dapat menyusun Kartu Menuju Sehat (KMS) di kecamatan Kerambitan Bali.

Lampiran 1. Data Berat Badan Balita di Kecamatan Kerambitan, Bali Tahun 2014

No.	Berat Badan (Kg)	Umur Balita (Bulan)	No.	Berat Badan (Kg)	Umur Balita (Bulan)
1.	3,5	0	36.	12,5	23
2.	2,75	0	37.	9	23
3.	3,6	1	38.	10,3	24
4.	4,3	1	39.	13,8	25
5.	5,15	4	40.	12,35	38
6.	5,2	2	41.	10	25
7.	5,8	3	42.	11,3	26
8.	6,2	5	43.	10,2	27
9.	8	5	44.	13,1	29
10.	7,8	5	45.	10,9	29
11.	7,2	6	46.	11,1	31
12.	6,9	6	47.	9,6	32
13.	8,65	6	48.	11,7	33
14.	7,3	7	49.	13,35	33
15.	7,3	7	50.	12,8	35
16.	8,5	8	51.	14	35
17.	13,2	40	52.	14,7	36
18.	13,25	49	53.	13,4	37
19.	7,6	9	54.	11,8	39
20.	16,1	53	55.	12,65	48
21.	13,85	57	56.	16,3	43
22.	8,2	10	57.	14,5	41
23.	8,4	12	58.	13	44
24.	8,65	14	59.	13,7	44
25.	7,9	8	60.	15,7	46
26.	8,3	14	61.	14,3	48
27.	8,75	15	62.	13,2	47
28.	12,5	42	63.	15	51
29.	9,2	17	64.	13,6	51
30.	9,95	18	65.	14,2	54
31.	9,3	19	66.	16,2	55
32.	10,3	21	67.	14,9	57
33.	9,8	21	68.	15	58
34.	13,2	22	69.	15,75	59
35.	11,1	22	70.	16,5	60

Lampiran 2. Program GCV *Spline* Linier 1 Knot Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
GCV1_Linier=function(data)
{
data=as.matrix(data)
p=length(data[,1])
m=ncol(data)-1
F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
diag(F)=1
nk= 61
knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
for (j in (1:nk))
{
a=seq(min(data[,2]),max(data[,2]),length.out=61)
knot[j]=a[j]
}
knot=knot[2:(nk-1)]
a1=nk-2
knot1=rbind(rep(NA,2))
for ( j in 1:(a1-1))
{
for (k in (j+1):a1)
{
xx=cbind(knot[j],knot[k])
knot1=rbind(knot1,xx)
}
}
aa=rep(1,p)
data1=matrix(ncol=m,nrow=p)
data2=data[,2:q]
GCV=rep(NA,a1)
Rsq=rep(NA,a1)
for (i in 1:a1)
{
for (k in 1:p)
{
if (data[k,2]<knot[i]) data1[k,1]=0 else
data1[k,1]=data[k,2]-knot[i]
}
mx=cbind(aa,data2,data1)
mx=as.matrix(mx)
C=pinv(t(mx)%*%mx)
B=C%*%(t(mx)%*%data[,1])
yhat=mx%*%B
SSE=0
SSR=0
```

Lanjutan Lampiran 2. Program GCV *Spline* Linier 1 Knot Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
for (r in (1:p))
{
sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
SSE=SSE+sum
SSR=SSR+sum1
}
Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
MSE=SSE/p
A=mx%*%C%*%t(mx)
A1=(F-A)
A2=(sum(diag(A1))/p)^2
GCV[i]=MSE/A2
}
GCV=as.matrix(GCV)
Rsq=as.matrix(Rsq)
datag = cbind(GCV,knot,Rsq)
datagc = datag[order(GCV),]
datamin=datagc[1:10,]
cat("10 nilai GCV linier terkecil dengan 1 knot beserta nilai Rsq","\n")
cat("=======================================","\n")
print (datamin)
cat("=======================================","\n")
write.csv(datamin,file="E:/GCV minimum 1 knot linier.csv")
write.csv(datagc,file="E:/GCV 1 knot linier.csv")
}
```

Lampiran 3. Program GCV *Spline* Linier 2 Knot Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
GCV2_Linier=function(data)
{
data=as.matrix(data)
p=length(data[,1])
q=length(data[1,])
m=ncol(data)-1
F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
diag(F)=1
nk= length(seq(min(data[,2]),max(data[,2]),length.out=61))
knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
for (i in (1:m))
{
for (j in (1:nk))
{
a=seq(min(data[,(i+1)]),max(data[,(i+1)]),length.out=61)
knot[j,i]=a[j]
}
}
a1=nrow(knot)
knot=knot[2:(a1-1),]
a2=a1-2
z=(a2*(a2-1)/2)
knot2=cbind(rep(NA,(z+1)))
for (i in (1:m))
{
knot1=rbind(rep(NA,2))
for ( j in 1:(a2-1))
{
for (k in (j+1):a2)
{
xx=cbind(knot[j],knot[k])
knot1=rbind(knot1,xx)
}
}
knot2=cbind(knot2,knot1)
}
knot2=knot2[2:(z+1),2:(2*m+1)]
aa=rep(1,p)
data2=matrix(ncol=(2*m),nrow=p)
data1=data[,2:q]
a3=length(knot2[,1])
GCV=rep(NA,a3)
Rsq=rep(NA,a3)
for (i in 1:a3)
```

Lanjutan Lampiran 3. Program GCV *Spline* Linier 2 Knot Tanpa Bobotdengan *Software* R

```
{
for (j in 1:(2*m))
{
if((j%%2)==1) b=floor(j/2)+1 else b=j/2
for (k in 1:p)
{
if (data1[k]<knot2[i,j]) data2[k,j]=0 else
data2[k,j]=data1[k]-knot2[i,j]
}
}
mx=cbind(aa,data1,data2)
mx=as.matrix(mx)
C=pinv(t(mx)%*%mx)
B=C%*%(t(mx)%*%data[,1])
yhat=mx%*%B
SSE=0
SSR=0
for (r in (1:p))
{
sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
SSE=SSE+sum
SSR=SSR+sum1
}
Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
MSE=SSE/p
A=mx%*%C%*%t(mx)
A1=(F-A)
A2=(sum(diag(A1))/p)^2
GCV[i]=MSE/A2
}
GCV=as.matrix(GCV)
Rsq=as.matrix(Rsq)
datag = cbind(GCV,knot2,Rsq)
datagc = datag[order(GCV),]
datamin=datagc[1:10,]
cat("10 nilai GCV linier terkecil dengan 2 knot beserta Rsq","\n")
cat("=======================================","\n")
print (datamin)
cat("=======================================","\n")
write.csv(datamin,file="E:/GCV minimum 2 knot linier.csv")
write.csv(datagc,file="E:/GCV 2 knot linier.csv")
}
```

Lampiran 4. Program GCV *Spline* Linier 3 Knot Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
GCV3_Linier=function(data)
{
data=as.matrix(data)
p=length(data[,1])
q=length(data[1,])
m=ncol(data)-1
F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
diag(F)=1
nk= length(seq(min(data[,2]),max(data[,2]),length.out=61))
knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
for (i in (1:m))
{
for (j in (1:nk))
{
a=seq(min(data[,(i+1)]),max(data[,(i+1)]),length.out=61)
knot[j,i]=a[j]
}
}
knot=knot[2:(nk-1),]
a2=nk-2
z=(a2*(a2-1)*(a2-2)/6)
knot1=cbind(rep(NA,(z+1)))
for (i in (1:m))
{
knot2=rbind(rep(NA,3))
for ( j in 1:(a2-2))
{
for (k in (j+1):(a2-1))
{
for (g in (k+1):a2)
{
xx=cbind(knot[j],knot[k],knot[g])
knot2=rbind(knot2,xx)
}
}
}
knot1=cbind(knot1,knot2)
}
knot1=knot1[2:(z+1),2:(3*m+1)]
aa=rep(1,p)
data1=matrix(ncol=(3*m),nrow=p)
data2=data[,2:q]
a1=length(knot1[,1])
GCV=rep(NA,a1)
Rsq=rep(NA,a1)
```

Lanjutan Lampiran 4. Program GCV *Spline* Linier 3 Knot Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
for (i in 1:a1)
{
for (j in 1:(3*m))
{
for (k in 1:p)
{
if (data2[k]<knot1[i,j]) data1[k,j]=0 else
data1[k,j]=data2[k]-knot1[i,j]
}
}
mx=cbind(aa,data2,data1)
mx=as.matrix(mx)
C=pinv(t(mx)%*%mx)
B=C%*%(t(mx)%*%data[,1])
yhat=mx%*%B
SSE=0
SSR=0
for (r in (1:p))
{
sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
SSE=SSE+sum
SSR=SSR+sum1
}
Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
MSE=SSE/p
A=mx%*%C%*%t(mx)
A1=(F-A)
A2=(sum(diag(A1))/p)^2
GCV[i]=MSE/A2
}
GCV=as.matrix(GCV)
Rsq=as.matrix(Rsq)
datag = cbind(GCV,knot1,Rsq)
datagc = datag[order(GCV),]
datamin=datagc[1:10,]
cat("10 nilai GCV linier terkecil dengan 3 knot beserta Rsq","\n")
cat("=======================================","\n")
print (datamin)
cat("=======================================","\n")
write.csv(datamin,file="E:/GCV minimum 3 knot linier.csv")
write.csv(datagc,file="E:/GCV 3 knot linier.csv")
}
```

Lampiran 5. Program GCV *Spline* Kuadratik 1 Knot Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
GCV1_Kuadratik=function(data)
{
data=as.matrix(data)
p=length(data[,1])
q=length(data[1,])
m=ncol(data)-1
F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
diag(F)=1
nk= 61
knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
for (i in (1:m))
{
for (j in (1:nk))
{
a=seq(min(data[,(i+1)]),max(data[,(i+1)]),length.out=61)
knot[j,i]=a[j]
}
}
knot=knot[2:(nk-1),]
knot = as.matrix(knot)
a1= nk-2
data1=matrix(ncol=m,nrow=p)
data2=data[,2:q]
GCV=rep(NA,a1)
Rsq=rep(NA,a1)
for (i in 1:a1)
{
for (j in 1:m)
{
for (k in 1:p)
{
if (data[k,(j+1)]<knot[i,j]) data1[k,j]=0 else
data1[k,j]=data[k,(j+1)]-knot[i,j]
}
}
aa=rep(1,p)
mx=cbind(aa,data2,data2^2,data1^2)
mx=as.matrix(mx)
C=pinv(t(mx)%*%mx)
B=C%*%(t(mx)%*%data[,1])
yhat=mx%*%B
SSE=0
SSR=0
for (r in (1:p))
```

Lanjutan Lampiran 5. Program GCV *Spline* Kuadratik 1 Knot Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
{
sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
SSE=SSE+sum
SSR=SSR+sum1
}
Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
MSE=SSE/p
A=mx%*%C%*%t(mx)
A1=(F-A)
A2=(sum(diag(A1))/p)^2
GCV[i]=MSE/A2
}
GCV=as.matrix(GCV)
Rsq=as.matrix(Rsq)
datag = cbind(GCV,knot,Rsq)
datagc = datag[order(GCV),]
datamin=datagc[1:10,]
cat("10 nilai GCV kuadratik terkecil dengan 1 knot beserta Rsq","\n")
cat("=================================","\n")
print (datamin)
cat("================================","\n")
write.csv(datamin,file="E:/GCV minimum 1 knot kuadratik.csv")
write.csv(datagc,file="E:/GCV 1 knot kuadratik.csv")
}
```

Lampiran 6. Program GCV *Spline* Kuadratik 2 Knot Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
GCV2_Kuadratik=function(data)
{
data=as.matrix(data)
p=length(data[,1])
q=length(data[1,])
m=ncol(data)-1
F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
diag(F)=1
nk= length(seq(min(data[,2]),max(data[,2]),length.out=61))
knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
for (i in (1:m))
{
for (j in (1:nk))
{
a=seq(min(data[,(i+1)]),max(data[,(i+1)]),length.out=61)
knot[j,i]=a[j]
}
}
a1=nrow(knot)
knot=knot[2:(a1-1),]
a2=a1-2
z=(a2*(a2-1)/2)
knot2=cbind(rep(NA,(z+1)))
for (i in (1:m))
{
knot1=rbind(rep(NA,2))
for ( j in 1:(a2-1))
{
for (k in (j+1):a2)
{
xx=cbind(knot[j],knot[k])
knot1=rbind(knot1,xx)
}
}
knot2=cbind(knot2,knot1)
}
knot2=knot2[2:(z+1),2:(2*m+1)]
aa=rep(1,p)
data2=matrix(ncol=(2*m),nrow=p)
data1=data[,2:q]
a3=length(knot2[,1])
GCV=rep(NA,a3)
Rsq=rep(NA,a3)
for (i in 1:a3)
```

Lanjutan Lampiran 6. Program GCV *Spline* Kuadratik 2 Knot Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
{
for (j in 1:(2*m))
{
if((j%%2)==1) b=floor(j/2)+1 else b=j/2
for (k in 1:p)
{
if (data1[k]<knot2[i,j]) data2[k,j]=0 else
data2[k,j]=data1[k]-knot2[i,j]
}
}
mx=cbind(aa,data1,data1^2,data2^2)
mx=as.matrix(mx)
C=pinv(t(mx)%*%mx)
B=C%*%(t(mx)%*%data[,1])
yhat=mx%*%B
SSE=0
SSR=0
for (r in (1:p))
{
sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
SSE=SSE+sum
SSR=SSR+sum1
}
Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
MSE=SSE/p
A=mx%*%C%*%t(mx)
A1=(F-A)
A2=(sum(diag(A1))/p)^2
GCV[i]=MSE/A2
}
GCV=as.matrix(GCV)
Rsq=as.matrix(Rsq)
datag = cbind(GCV,knot2,Rsq)
datagc = datag[order(GCV),]
datamin=datagc[1:10,]
cat("10 nilai GCV kuadratik terkecil dengan 2 knot beserta Rsq","\n")
cat("==========================================","\n")
print (datamin)
cat("========================================","\n")
write.csv(datamin,file="E:/GCV minimum 2 knot kuadratik.csv")
write.csv(datagc,file="E:/GCV 2 knot kuadratik.csv")
}
```

Lampiran 7. Program GCV *Spline* Kuadratik 3 Knot Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
GCV3_Kuadratik=function(data)
{
data=as.matrix(data)
p=length(data[,1])
q=length(data[1,])
m=ncol(data)-1
F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
diag(F)=1
nk= length(seq(min(data[,2]),max(data[,2]),length.out=61))
knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
for (i in (1:m))
{
for (j in (1:nk))
{
a=seq(min(data[,(i+1)]),max(data[,(i+1)]),length.out=61)
knot[j,i]=a[j]
}
}
knot=knot[2:(nk-1),]
a2=nk-2
z=(a2*(a2-1)*(a2-2)/6)
knot1=cbind(rep(NA,(z+1)))
for (i in (1:m))
{
knot2=rbind(rep(NA,3))
for ( j in 1:(a2-2))
{
for (k in (j+1):(a2-1))
{
for (g in (k+1):a2)
{
xx=cbind(knot[j],knot[k],knot[g])
knot2=rbind(knot2,xx)
}
}
}
knot1=cbind(knot1,knot2)
}
knot1=knot1[2:(z+1),2:(3*m+1)]
aa=rep(1,p)
data1=matrix(ncol=(3*m),nrow=p)
data2=data[,2:q]
a1=length(knot1[,1])
GCV=rep(NA,a1)
```

```
Rsq=rep(NA,a1)
for (i in 1:a1)
{
for (j in 1:(3*m))
{
for (k in 1:p)
{
if (data2[k]<knot1[i,j]) data1[k,j]=0 else
data1[k,j]=data2[k]-knot1[i,j]
}
}
mx=cbind(aa,data2,data2^2,data1^2)
mx=as.matrix(mx)
C=pinv(t(mx)%*%mx)
B=C%*%(t(mx)%*%data[,1])
yhat=mx%*%B
SSE=0
SSR=0
for (r in (1:p))
{
sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
SSE=SSE+sum
SSR=SSR+sum1
}
Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
MSE=SSE/p
A=mx%*%C%*%t(mx)
A1=(F-A)
A2=(sum(diag(A1))/p)^2
GCV[i]=MSE/A2
}
GCV=as.matrix(GCV)
Rsq=as.matrix(Rsq)
datag = cbind(GCV,knot1,Rsq)
datagc = datag[order(GCV),]
datamin=datagc[1:10,]
cat("10 nilai GCV Kuadratik terkecil dengan 3 knot beserta Rsq","\n")
cat("=======================================","\n")
print (datamin)
cat("=======================================","\n")
write.csv(datamin,file="E:/GCV minimum 3 knot kuadratik.csv")
write.csv(datagc,file="E:/GCV 3 knot kuadratik.csv")
}
```

Lampiran 8. Program GCV *Spline* Linier 1 Knot Terboboti dengan *Software* R

```
GCV1L1=function(data)
{
data=as.matrix(data)
p=length(data[,1])
q=length(data[1,])
m=ncol(data)-1
F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
diag(F)=1
nk= 61
w = matrix(0,nrow=p,ncol=p)
for (i in 1:p)
w[i,i]=1/(data[i,1])

knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
for (i in (1:m))
{
for (j in (1:nk))
{
a=seq(min(data[,(i+1)]),max(data[,(i+1)]),length.out=61)
knot[j,i]=a[j]
}
}
knot=knot[2:(nk-1),]
knot = as.matrix(knot)
a1= nk-2
data1=matrix(ncol=m,nrow=p)
data2=data[,2:q]
GCV=rep(NA,a1)
Rsq=rep(NA,a1)
aa=rep(1,p)
for (i in 1:a1)
{
for (j in 1:m)
{
for (k in 1:p)
{
if (data[k,(j+1)]<knot[i,j]) data1[k,j]=0 else
data1[k,j]=data[k,(j+1)]-knot[i,j]
}
}
mx=cbind(aa,data2,data1)
mx=as.matrix(mx)
#C=pseudoinverse(t(mx)%*%w%*%mx)
C=pinv(t(mx)%*%w%*%mx)
B=C%*%(t(mx)%*%w%*%data[,1])
```

Lanjutan Lampiran 8. Program GCV *Spline* Linier 1 Knot Terboboti dengan *Software* R

```
yhat=mx%*%B
SSE=0
SSR=0
for (r in (1:p))
{
sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
SSE=SSE+sum
SSR=SSR+sum1
}
Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
MSE=SSE/p
A=mx%*%C%*%t(mx)
A1=(F-A)
A2=(sum(diag(A1))/p)^2
GCV[i]=MSE/A2
}
GCV=as.matrix(GCV)
Rsq=as.matrix(Rsq)

datag = cbind(GCV,knot)
datagc = datag[order(GCV),]
datamin=datagc[1:10,]

cat("10 GCV linier terkecil terboboti (1/y) dengan 1 knot ","\n")
cat("=======================================","\n")
print (datamin)
cat("=======================================","\n")
write.csv(datamin,file="E:/GCV minimum 1L1.csv")
write.csv(datagc,file="E:/GCV 1L1.csv")
}
```

Lampiran 9. Program GCV *Spline* Linier 2 Knot Terboboti dengan *Software* R

```
GCV2L1=function(data)
{
data=as.matrix(data)
p=length(data[,1])
q=length(data[1,])
m=ncol(data)-1
F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
diag(F)=1
w = matrix(0,nrow=p,ncol=p)
for (i in 1:p)
w[i,i]=1/(data[i,1])
nk= length(seq(min(data[,2]),max(data[,2]),length.out=61))
knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
for (i in (1:m))
{
for (j in (1:nk))
{
a=seq(min(data[,(i+1)]),max(data[,(i+1)]),length.out=61)
knot[j,i]=a[j]
}
}
a1=nrow(knot)
knot=knot[2:(a1-1),]
a2=a1-2
z=(a2*(a2-1)/2)
knot2=cbind(rep(NA,(z+1)))
for (i in (1:m))
{
knot1=rbind(rep(NA,2))
for ( j in 1:(a2-1))
{
for (k in (j+1):a2)
{
xx=cbind(knot[j],knot[k])
knot1=rbind(knot1,xx)
}
}
knot2=cbind(knot2,knot1)
}
knot2=knot2[2:(z+1),2:(2*m+1)]
aa=rep(1,p)
data2=matrix(ncol=(2*m),nrow=p)
data1=data[,2:q]
a3=length(knot2[,1])
GCV=rep(NA,a3)
```

Lanjutan Lampiran 9. Program GCV *Spline* Linier 2 Knot Terboboti dengan *Software* R

```
Rsq=rep(NA,a3)
for (i in 1:a3)
{
for (j in 1:(2*m))
{
if((j%%2)==1) b=floor(j/2)+1 else b=j/2
for (k in 1:p)
{
if (data1[k]<knot2[i,j]) data2[k,j]=0 else
data2[k,j]=data1[k]-knot2[i,j]
}
}
mx=cbind(aa,data1,data2)
mx=as.matrix(mx)
C=pinv(t(mx)%*%w%*%mx)
#C=pseudoinverse(t(mx)%*%w%*%mx)
B=C%*%(t(mx)%*%w%*%data[,1])
yhat=mx%*%B
SSE=0
SSR=0
for (r in (1:p))
{
sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
SSE=SSE+sum
SSR=SSR+sum1
}
Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
MSE=SSE/p
A=mx%*%C%*%t(mx)
A1=(F-A)
A2=(sum(diag(A1))/p)^2
GCV[i]=MSE/A2
}
GCV=as.matrix(GCV)
Rsq=as.matrix(Rsq)
datag = cbind(GCV,knot2)
datagc = datag[order(GCV),]
datamin=datagc[1:10,]
cat("10 GCV linier terkecil terboboti (1/y) dengan 2 knot","\n")
cat("=======================================","\n")
print (datamin)
cat("======================================","\n")
write.csv(datamin,file="E:/GCV minimum 2L1.CSV")
write.csv(datagc,file="E:/GCV 2L1.CSV")
}
```

Lampiran 10. Program GCV *Spline* Linier 3 Knot Terboboti dengan *Software* R

```
GCV3L1=function(data)
{
data=as.matrix(data)
p=length(data[,1])
q=length(data[1,])
m=ncol(data)-1
F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
diag(F)=1
w = matrix(0,nrow=p,ncol=p)
for (i in 1:p)
w[i,i]=1/(data[i,1])
nk= length(seq(min(data[,2]),max(data[,2]),length.out=61))
knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
for (i in (1:m))
{
for (j in (1:nk))
{
a=seq(min(data[,(i+1)]),max(data[,(i+1)]),length.out=61)
knot[j,i]=a[j]
}
}
knot=knot[2:(nk-1),]
a2=nk-2
z=(a2*(a2-1)*(a2-2)/6)
knot1=cbind(rep(NA,(z+1)))
for (i in (1:m))
{
knot2=rbind(rep(NA,3))
for ( j in 1:(a2-2))
{
for (k in (j+1):(a2-1))
{
for (g in (k+1):a2)
{
xx=cbind(knot[j],knot[k],knot[g])
knot2=rbind(knot2,xx)
}
}
}
knot1=cbind(knot1,knot2)
}
knot1=knot1[2:(z+1),2:(3*m+1)]
aa=rep(1,p)
data1=matrix(ncol=(3*m),nrow=p)
data2=data[,2:q]
```

Lanjutan Lampiran 10. Program GCV *Spline* Linier 3 Knot Terboboti dengan *Software* R

```
a1=length(knot1[,1])
GCV=rep(NA,a1)
Rsq=rep(NA,a1)
for (i in 1:a1)
{
for (j in 1:(3*m))
{
for (k in 1:p)
{
if (data2[k]<knot1[i,j]) data1[k,j]=0 else
data1[k,j]=data2[k]-knot1[i,j]
}
}
mx=cbind(aa,data2,data1)
mx=as.matrix(mx)
C=pinv(t(mx)%*%w%*%mx)
B=C%*%(t(mx)%*%w%*%data[,1])
yhat=mx%*%B
SSE=0
SSR=0
for (r in (1:p))
{
sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
SSE=SSE+sum
SSR=SSR+sum1
}
Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
MSE=SSE/p
A=mx%*%C%*%t(mx)
A1=(F-A)
A2=(sum(diag(A1))/p)^2
GCV[i]=MSE/A2
}
GCV=as.matrix(GCV)
Rsq=as.matrix(Rsq)
datag = cbind(GCV,knot1)
datagc = datag[order(GCV),]
datamin=datagc[1:10,]
cat("10 GCV linier terkecil terboboti (1/y) dengan 3 knot","\n")
cat("======================================","\n")
print (datamin)
cat("======================================","\n")
write.csv(datamin,file="E:/GCV minimum 3L1.CSV")
write.csv(datagc,file="E:/GCV 3L1.CSV")
}
```

Lampiran 11. Program GCV *Spline* Kuadratik 1 Knot Terboboti dengan *Software* R

```
GCV1K1=function(data)
{
data=as.matrix(data)
p=length(data[,1])
q=length(data[1,])
m=ncol(data)-1
F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
diag(F)=1
nk= 61
w = matrix(0,nrow=p,ncol=p)
for (i in 1:p)
w[i,i]=1/(data[i,1])
knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
for (i in (1:m))
{
for (j in (1:nk))
{
a=seq(min(data[,(i+1)]),max(data[,(i+1)]),length.out=61)
knot[j,i]=a[j]
}
}
knot=knot[2:(nk-1),]
knot = as.matrix(knot)
a1= nk-2
data1=matrix(ncol=m,nrow=p)
data2=data[,2:q]
GCV=rep(NA,a1)
Rsq=rep(NA,a1)
for (i in 1:a1)
{
for (j in 1:m)
{
for (k in 1:p)
{
if (data[k,(j+1)]<knot[i,j]) data1[k,j]=0 else
data1[k,j]=data[k,(j+1)]-knot[i,j]
}
}
aa=rep(1,p)
mx=cbind(aa,data2,data2^2,data1^2)
mx=as.matrix(mx)
C=pinv(t(mx)%*%w%*%mx)
#C=pseudoinverse(t(mx)%*%w%*%mx)
B=C%*%(t(mx)%*%w%*%data[,1])
```

Lanjutan Lampiran 11. Program GCV *Spline* Kuadratik 1 Knot Terboboti dengan *Software* R

```
yhat=mx%*%B
SSE=0
SSR=0
for (r in (1:p))
{
sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
SSE=SSE+sum
SSR=SSR+sum1
}
Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
MSE=SSE/p
A=mx%*%C%*%t(mx)
A1=(F-A)
A2=(sum(diag(A1))/p)^2
GCV[i]=MSE/A2
}
GCV=as.matrix(GCV)
Rsq=as.matrix(Rsq)
datag = cbind(GCV,knot)
datagc = datag[order(GCV),]
datamin=datagc[1:10,]
cat("10 GCV kuadratik terkecil terboboti (1/y) dengan 1 knot","\n")
cat("=====================================","\n")
print (datamin)
cat("====================================","\n")
write.csv(datamin,file="E:/GCV minimum 1K1.csv")
write.csv(datagc,file="E:/GCV 1K1.csv")
}
```

Lampiran 12. Program GCV *Spline* Kuadratik 2 Knot Terboboti dengan *Software* R

```
GCV2K1=function(data)
{
data=as.matrix(data)
p=length(data[,1])
q=length(data[1,])
m=ncol(data)-1
F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
diag(F)=1
w = matrix(0,nrow=p,ncol=p)
for (i in 1:p)
w[i,i]=1/(data[i,1])
nk= length(seq(min(data[,2]),max(data[,2]),length.out=61))
knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
for (i in (1:m))
{
for (j in (1:nk))
{
a=seq(min(data[,(i+1)]),max(data[,(i+1)]),length.out=61)
knot[j,i]=a[j]
}
}
a1=nrow(knot)
knot=knot[2:(a1-1),]
a2=a1-2
z=(a2*(a2-1)/2)
knot2=cbind(rep(NA,(z+1)))
for (i in (1:m))
{
knot1=rbind(rep(NA,2))
for ( j in 1:(a2-1))
{
for (k in (j+1):a2)
{
xx=cbind(knot[j],knot[k])
knot1=rbind(knot1,xx)
}
}
knot2=cbind(knot2,knot1)
}
knot2=knot2[2:(z+1),2:(2*m+1)]
aa=rep(1,p)
data2=matrix(ncol=(2*m),nrow=p)
data1=data[,2:q]
a3=length(knot2[,1])
```

```
GCV=rep(NA,a3)
Rsq=rep(NA,a3)
for (i in 1:a3)
{
for (j in 1:(2*m))
{
if((j%%2)==1) b=floor(j/2)+1 else b=j/2
for (k in 1:p)
{
if (data1[k]<knot2[i,j]) data2[k,j]=0 else
data2[k,j]=data1[k]-knot2[i,j]
}
}
mx=cbind(aa,data1,data1^2,data2^2)
mx=as.matrix(mx)
C=pinv(t(mx)%*%w%*%mx)
#C=pseudoinverse(t(mx)%*%w%*%mx)
B=C%*%(t(mx)%*%w%*%data[,1])
yhat=mx%*%B
SSE=0
SSR=0
for (r in (1:p))
{
sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
SSE=SSE+sum
SSR=SSR+sum1
}
Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
MSE=SSE/p
A=mx%*%C%*%t(mx)
A1=(F-A)
A2=(sum(diag(A1))/p)^2
GCV[i]=MSE/A2
}
GCV=as.matrix(GCV)
Rsq=as.matrix(Rsq)
datag = cbind(GCV,knot2)
datagc = datag[order(GCV),]
datamin=datagc[1:10,]
cat("10 GCV kuadratik terkecil terboboti (1/y) dengan 2 knot","\n")
cat("========================================","\n")
print (datamin)
cat("========================================","\n")
write.csv(datamin,file="E:/GCV minimum 2K1.CSV")
write.csv(datagc,file="E:/GCV 2K1.CSV")
}
```

Lampiran 13. Program GCV *Spline* Kuadratik 3 Knot Terboboti dengan *Software* R

```
GCV3K1=function(data)
{
data=as.matrix(data)
p=length(data[,1])
q=length(data[1,])
m=ncol(data)-1
F=matrix(0,nrow=p,ncol=p)
diag(F)=1
w = matrix(0,nrow=p,ncol=p)
for (i in 1:p)
w[i,i]=1/(data[i,1])
nk= length(seq(min(data[,2]),max(data[,2]),length.out=61))
knot=matrix(ncol=m,nrow=nk)
for (i in (1:m))
{
for (j in (1:nk))
{
a=seq(min(data[,(i+1)]),max(data[,(i+1)]),length.out=61)
knot[j,i]=a[j]
}
}
knot=knot[2:(nk-1),]
a2=nk-2
z=(a2*(a2-1)*(a2-2)/6)
knot1=cbind(rep(NA,(z+1)))
for (i in (1:m))
{
knot2=rbind(rep(NA,3))
for ( j in 1:(a2-2))
{
for (k in (j+1):(a2-1))
{
for (g in (k+1):a2)
{
xx=cbind(knot[j],knot[k],knot[g])
knot2=rbind(knot2,xx)
}
}
}
knot1=cbind(knot1,knot2)
}
knot1=knot1[2:(z+1),2:(3*m+1)]
aa=rep(1,p)
data1=matrix(ncol=(3*m),nrow=p)
```

Lanjutan Lampiran 13. Program GCV *Spline* Kuadratik 3 Knot Terboboti dengan *Software* R

```
data2=data[,2:q]
a1=length(knot1[,1])
GCV=rep(NA,a1)
Rsq=rep(NA,a1)
for (i in 1:a1)
{
for (j in 1:(3*m))
{
for (k in 1:p)
{
if (data2[k]<knot1[i,j]) data1[k,j]=0 else
data1[k,j]=data2[k]-knot1[i,j]
}
}
mx=cbind(aa,data2,data2^2,data1^2)
mx=as.matrix(mx)
C=pinv(t(mx)%*%w%*%mx)
B=C%*%(t(mx)%*%w%*%data[,1])
yhat=mx%*%B
SSE=0
SSR=0
for (r in (1:p))
{
sum=(data[r,1]-yhat[r,])^2
sum1=(yhat[r,]-mean(data[,1]))^2
SSE=SSE+sum
SSR=SSR+sum1
}
Rsq[i]=(SSR/(SSE+SSR))*100
MSE=SSE/p
A=mx%*%C%*%t(mx)
A1=(F-A)
A2=(sum(diag(A1))/p)^2
GCV[i]=MSE/A2
}
GCV=as.matrix(GCV)
Rsq=as.matrix(Rsq)
datag = cbind(GCV,knot1)
datagc = datag[order(GCV),]
datamin=datagc[1:10,]
cat("10 GCV kuadratik terkecil terboboti (1/y) dengan 3 knot","\n")
cat("=====================================","\n")
print (datamin)
```

Lanjutan Lampiran 13. Program GCV *Spline* Kuadratik 3 Knot Terboboti dengan *Software* R

```
cat("=====================================","\n")
write.csv(datamin,file="E:/GCV minimum 3K1.CSV")
write.csv(datagc,file="E:/GCV 3K1.CSV")
}
```

Lampiran 14. Lampiran Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
ujipar=function(data,knot,alpha)
{
data=as.matrix(data)
knot=as.matrix(knot)
ybar=mean(data[,1])
m=ncol(data)-1
p=nrow(data)
q=ncol(data)
datax=cbind(data[,2],data[,2],data[,2])
datax=as.matrix(datax)
aa=rep(1,p)
n1=ncol(knot)
data.knot=matrix(ncol=n1,nrow=p)
for (i in 1:n1)
{
for(j in 1:p)
{
if (datax[j,i]<knot[1,i]) data.knot[j,i]=0 else
data.knot[j,i]=datax[j,i]-knot[1,i]
}
}
data1=data[,2]
data2=data.knot
mx=cbind(aa,data1,data2)
mx=as.matrix(mx)
B=(pinv(t(mx)%*%mx))%*%t(mx)%*%data[,1]
cat("====================================","\n")
cat("Estimasi Parameter","\n")
cat("====================================","\n")
print (B)
n1=nrow(B)
yhat=mx%*%B
res=data[,1]-yhat
SSE=sum((data[,1]-yhat)^2)
SSR=sum((yhat-ybar)^2)
SST=SSR+SSE
MSE=SSE/(p-n1)
MSR=SSR/(n1-1)
Rsq=(SSR/SST)*100
#uji F (uji serentak)
Fhit=MSR/MSE
pvalue=pf(Fhit,(n1-1),(p-n1),lower.tail=FALSE)
if (pvalue<=alpha)
```

```
{
cat("------------------------------------","\n")
cat("Kesimpulan hasil uji serentak","\n")
cat("------------------------------------","\n")
cat("Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang
signifikan","\n")
cat("","\n")
}
else
{
cat("------------------------------------","\n")
cat("Kesimpulan hasil uji serentak","\n")
cat("------------------------------------","\n")
cat("Gagal Tolak Ho yakni semua prediktor tidak berpengaruh
signifikan","\n")
cat("","\n")
}
#uji t (uji individu)
thit=rep(NA,n1)
pval=rep(NA,n1)
SE=sqrt(diag(MSE*(pinv(t(mx)%*%mx))))
cat("------------------------------------","\n")
cat("Kesimpulan hasil uji individu","\n")
cat("------------------------------------","\n")
thit=rep(NA,n1)
pval=rep(NA,n1)
for (i in 1:n1)
{
thit[i]=B[i,1]/SE[i]
pval[i]=2*(pt(abs(thit[i]),(p-n1),lower.tail=FALSE))
if (pval[i]<=alpha) cat("Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue",pval[i],"\n") else cat("Gagal tolak Ho yakni
prediktor tidak signifikan dengan pvalue",pval[i],"\n")
}
thit=as.matrix(thit)
cat("==========================================","\n")
cat("nilai t hitung","\n")
cat("==========================================","\n")
print (thit)
cat("Analysis of Variance","\n")
cat("========================================","\n")
cat("Sumber df SS MS Fhit","\n")
cat("Regresi ",(n1-1)," ",SSR," ",MSR,"",Fhit,"\n")
```

```
cat("Error ",p-n1," ",SSE,"",MSE,"\n")
cat("Total ",p-1," ",SST,"\n")
cat("======================================","\n")
cat("s=",sqrt(MSE)," Rsq=",Rsq,"\n")
cat("pvalue(F)=",pvalue,"\n")
write.csv(res,file="E:/residual estimasi tanpa bobot.csv")
write.csv(pval,file="E:/outputR pvalue.csv")
write.csv(mx,file="E:/outputR mx.csv")
write.csv(yhat,file="E:/outputR yhat.csv")
trun<-function(data,knots,power)
{((data-knots)^power)*(data>=knots)}
y=data[,1]
nonpar=data[,2]
k1=knot[1,1]
k2=knot[1,2]
k3=knot[1,3]
A=mx%*%pinv(t(mx)%*%mx)%*% t(mx)
n=length (y)
        i <- seq(min(nonpar),max(nonpar),length=n)
        fest <-
B[1]+B[2]*i+B[3]*trun(i,k1,1)+B[4]*trun(i,k2,1)+B[5]*trun(i,k3,1)
        upper <- fest +1.96*sqrt(diag(A)*MSE)
        lower <- fest-1.96*sqrt(diag(A)*MSE)

win.graph()
plot(nonpar,y, type="p",
xlim=c(min(i),max(i)),ylim=c(min(y),max(y)+5),xlab="Umur Balita
(Bulan)",ylab="Berat Badan (Kg)")
par(new=T)
plot(i,fest, type="l",
xlim=c(min(i),max(i)),ylim=c(min(y),max(y)+5),xlab="Umur Balita
(Bulan)",ylab="Berat Badan (Kg)")
par(new=T)
}
```

Lampiran 15. Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* Pembobot w_1 dengan *Software* R

```
ujipar=function(data,knot,alpha)
{
data=as.matrix(data)
knot=as.matrix(knot)
ybar=mean(data[,1])
m=ncol(data)-1
p=nrow(data)
q=ncol(data)
datax=cbind(data[,2])
datax=as.matrix(datax)
aa=rep(1,p)
n1=ncol(knot)
data.knot=matrix(ncol=n1,nrow=p)
for (i in 1:n1)
{
for(j in 1:p)
{
if (datax[j,i]<knot[1,i]) data.knot[j,i]=0 else
data.knot[j,i]=datax[j,i]-knot[1,i]
}
}
data1=data[,2]
data2=data.knot
p=nrow(data)
#bobot (1/y)
w = matrix(0,nrow=p,ncol=p)
for (i in 1:p)
w[i,i]=1/(data[i,1])

mx=cbind(aa,data1,data2)
mx=as.matrix(mx)
#B=(pseudoinverse(t(mx)%*%w%*%mx))%*%t(mx)%*%w%*%data[,1]
B=(pinv(t(mx)%*%mx))%*%t(mx)%*%data[,1]
cat("=========================================","\n")
cat("Estimasi Parameter","\n")
cat("=========================================","\n")
print (B)
n1=nrow(B)
yhat=mx%*%B
res=data[,1]-yhat
SSE=sum((data[,1]-yhat)^2)
SSR=sum((yhat-ybar)^2)
SST=SSR+SSE
```

Lanjutan Lampiran 15. Lampiran Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* Pembobot w_1 dengan *Software* R

```
MSE=SSE/(p-n1)
MSR=SSR/(n1-1)
Rsq=(SSR/SST)*100
#uji F (uji serentak)
Fhit=MSR/MSE
pvalue=pf(Fhit,(n1-1),(p-n1),lower.tail=FALSE)
if (pvalue<=alpha)
{
cat("------------------------------------","\n")
cat("Kesimpulan hasil uji serentak","\n")
cat("------------------------------------","\n")
cat("Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang
signifikan","\n")
cat("","\n")
}
else
{
cat("------------------------------------","\n")
cat("Kesimpulan hasil uji serentak","\n")
cat("------------------------------------","\n")
cat("Gagal Tolak Ho yakni semua prediktor tidak berpengaruh
signifikan","\n")
cat("","\n")
}
#uji t (uji individu)
thit=rep(NA,n1)
pval=rep(NA,n1)
SE=sqrt(diag(MSE*(pinv(t(mx)%*%mx))))
#SE=sqrt(diag(MSE*(pseudoinverse(t(mx)%*%mx))))
cat("------------------------------------","\n")
cat("Kesimpulan hasil uji individu","\n")
cat("------------------------------------","\n")
thit=rep(NA,n1)
pval=rep(NA,n1)
for (i in 1:n1)
{
thit[i]=B[i,1]/SE[i]
pval[i]=2*(pt(abs(thit[i]),(p-n1),lower.tail=FALSE))
if (pval[i]<=alpha) cat("Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue",pval[i],"\n") else cat("Gagal tolak Ho yakni
prediktor tidak signifikan dengan pvalue",pval[i],"\n")
}
thit=as.matrix(thit)
```

Lanjutan Lampiran 15. Lampiran Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* Pembobot w_1 dengan *Software* R

```
cat("=========================================","\n")
cat("nilai t hitung","\n")
cat("=========================================","\n")
print (thit)
cat("Analysis of Variance","\n")
cat("========================================","\n")
cat("Sumber df SS MS Fhit","\n")
cat("Regresi ",(n1-1)," ",SSR," ",MSR,"",Fhit,"\n")
cat("Error ",p-n1," ",SSE,"",MSE,"\n")
cat("Total ",p-1," ",SST,"\n")
cat("========================================","\n")
cat("s=",sqrt(MSE)," Rsq=",Rsq,"\n")
cat("pvalue(F)=",pvalue,"\n")
write.csv(res,file="E:/outputR residual bobot 1.csv")
write.csv(pval,file="E:/outputR pvalue.csv")
write.csv(mx,file="E:/outputR mx.csv")
write.csv(yhat,file="E:/outputR yhat.csv")
trun<-function(data,knots,power)
{((data-knots)^power)*(data>=knots)}
y=data[,1]
nonpar=data[,2]
k1=knot[1,1]


A=mx%*%pinv(t(mx)%*%w%*%mx)%*% t(mx)%*%w
n=length (y)
        i <- seq(min(nonpar),max(nonpar),length=n)
        fest <- B[1]+B[2]*i+B[3]*trun(i,k1,1) #
        upper <- fest +1.96*sqrt(diag(A)*MSE)
        lower <- fest-1.96*sqrt(diag(A)*MSE)

win.graph()
plot(nonpar,y, type="p",
im=c(min(i),max(i)),ylim=c(min(y),max(y)+5),xlab="Umur Balita
Bulan)",ylab="Berat Badan (Kg)")
par(new=T)
plot(i,fest, type="l",
im=c(min(i),max(i)),ylim=c(min(y),max(y)+5),xlab="Umur Balita
Bulan)",ylab="Berat Badan (Kg)")
par(new=T)
}
```

Lampiran 16.Program Uji *Glejser* Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
glejser=function(data,knot,res,alpha,para)
{
 data=as.matrix(data)
 knot=as.matrix(knot)
 res=abs(res)
 res=as.matrix(res)
 rbar=mean(res)
 m=para+2
 p=nrow(data)
 q=ncol(data)
 dataA=cbind(data[,m],data[,m],data[,m])
 dataA=as.matrix(dataA)
 satu=rep(1,p)
 n1=ncol(knot)
 data.knot=matrix(ncol=n1,nrow=p)
 for (i in 1:n1)
 {
  for(j in 1:p)
  {
   if (dataA[j,i]<knot[1,i]) data.knot[j,i]=0 else data.knot[j,i]=dataA[j,i]-
knot[1,i]
  }
 }
 mx=cbind(satu, data[,2],data.knot[,1:3])
 mx=as.matrix(mx)
 B=(ginv(t(mx)%*%mx))%*%t(mx)%*%res
 n1=nrow(B)
 yhat=mx%*%B
 residual=res-yhat
 SSE=sum((res-yhat)^2)
 SSR=sum((yhat-rbar)^2)
 SST=SSR+SSE
 MSE=SSE/(p-n1)
 MSR=SSR/(n1-1)
 Rsq=(SSR/SST)*100

 #uji F (uji serentak)
 Fhit=MSR/MSE
 pvalue=pf(Fhit,(n1-1),(p-n1),lower.tail=FALSE)
 if (pvalue<=alpha)
 {
  cat("------------------------------------","\n")
  cat("Kesimpulan hasil uji serentak","\n")
  cat("------------------------------------","\n")
```

Lanjutan Lampiran 16. Program Uji Glejser Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
    cat("Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang signifikan atau terjadi
heteroskedastisitas","\n")
    cat("","\n")
  }
  else
  {
    cat("-----------------------------------","\n")
    cat("Kesimpulan hasil uji serentak","\n")
    cat("-----------------------------------","\n")
    cat("Gagal Tolak Ho yakni semua prediktor tidak berpengaruh signifikan
atau  tidak terjadi heteroskedastisitas","\n")
    cat("","\n")
  }
  cat("Analysis of Variance","\n")
  cat("========================================","\n")
  cat("Sumber       df      SS      MS      Fhit","\n")
  cat("Regresi      ",(n1-1)," ",SSR," ",MSR,"",Fhit,"\n")
  cat("Error       ",p-n1," ",SSE,"",MSE,"\n")
  cat("Total       ",p-1," ",SST,"\n")
  cat("========================================","\n")
  cat("s=",sqrt(MSE),"Rsq=",Rsq,"\n")
  cat("pvalue(F)=",pvalue,"\n")
}
```

Lampiran 17. Program Uji Glejser Terboboti dengan *Software* R

```
glejser=function(data,knot,res,alpha,para)
{
 data=as.matrix(data)
 knot=as.matrix(knot)
 res=abs(res)
 res=as.matrix(res)
 rbar=mean(res)
 m=para+2
 p=nrow(data)
 q=ncol(data)
 dataA=cbind(data[,m],data[,m],data[,m])
 dataA=as.matrix(dataA)
 satu=rep(1,p)
 n1=ncol(knot)
 data.knot=matrix(ncol=n1,nrow=p)
 for (i in 1:n1)
 {
  for(j in 1:p)
  {
   if (dataA[j,i]<knot[1,i]) data.knot[j,i]=0 else data.knot[j,i]=dataA[j,i]-
knot[1,i]
  }
 }
w = matrix(0,nrow=p,ncol=p)
for (i in 1:p)
 if(data[i,2]==0) w[i,i]=(1.5)^2
  else w[i,i]=1/((data[i,2])^2)

data1=data[,2]
data2=data[,2]^2
data3=data.knot^2

mx=cbind(satu, data1,data2,data3)
 mx=as.matrix(mx)
 B=(ginv(t(mx)%*%w%*%mx))%*%t(mx)%*%w%*%res
 n1=nrow(B)
 yhat=mx%*%B
 residual=res-yhat
 SSE=sum((res-yhat)^2)
 SSR=sum((yhat-rbar)^2)
 SST=SSR+SSE
 MSE=SSE/(p-n1)
 MSR=SSR/(n1-1)
 Rsq=(SSR/SST)*100
```

Lanjutan Lampiran 17. Program Uji Glejser Terboboti dengan *Software* R

```
  #uji F (uji serentak)
  Fhit=MSR/MSE
  pvalue=pf(Fhit,(n1-1),(p-n1),lower.tail=FALSE)
  if (pvalue<=alpha)
  {
    cat("-----------------------------------","\n")
    cat("Kesimpulan hasil uji serentak","\n")
    cat("-----------------------------------","\n")
    cat("Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang signifikan atau terjadi
heteroskedastisitas","\n")
    cat("","\n")
  }
  else
  {
    cat("-----------------------------------","\n")
    cat("Kesimpulan hasil uji serentak","\n")
    cat("-----------------------------------","\n")
    cat("Gagal Tolak Ho yakni semua prediktor tidak berpengaruh signifikan
atau tidak terjadi heteroskedastisitas","\n")
    cat("","\n")
  }
  cat("Analysis of Variance","\n")
  cat("======================================","\n")
  cat("Sumber       df      SS      MS      Fhit","\n")
  cat("Regresi     ",(n1-1)," ",SSR," ",MSR,"",Fhit,"\n")
  cat("Error       ",p-n1," ",SSE,"",MSE,"\n")
  cat("Total       ",p-1," ",SST,"\n")
  cat("======================================","\n")
  cat("s=",sqrt(MSE)," Rsq=",Rsq,"\n")
  cat("pvalue(F)=",pvalue,"\n")
}
```

Lampiran 18. Program Interval Konfidensi *Spline* dengan *Software* R

```
CI<- function(data,k1,k2)
{
trun<-function(data,knots,power)
{((data-knots)^power)*(data>=knots)}
respon=data[,1]
nonpar=data[,2]
y <- respon
        n <- length (y)
        x <- matrix(0, ncol=5, nrow=n)
        x[,1]   <- 1
        x[,2]   <- nonpar
        x[,3]   <- nonpar^2
        x[,4]   <- trun (nonpar,k1,2)
        x[,5]  <- trun (nonpar,k2,2)

        #bobot (1/x^2)
        p=nrow(data)
        w = matrix(0,nrow=p,ncol=p)
        for (i in 1:p)
        if(data[i,2]==0) w[i,i]=(1.5)^2
                else w[i,i]=1/((data[i,2])^2)

        xtx     <- t(x)%*%w%*%x
        C       <- solve(xtx)
        gama    <- C %*%t(x)%*%w%*%y
        A       <- x %*% C %*% t(x)%*%w
        yfits   <- x %*% gama
        res     <- y-yfits
        ybar    <- sum(y)/n
        SStot   <- t(y-ybar) %*% (y-ybar)
        SSreg   <- t(yfits-ybar) %*% (yfits-ybar)
        SSres   <- t(res) %*% res
        Rsq     <- SSreg/SStot
        I       <- matrix(0, ncol=n, nrow=n)
                for(i in 1:n) I[i,i] <-1
        dbreg   <- 4
        MSreg <- SSreg/dbreg
        dbres   <- n-5
        MSres  <- SSres/dbres
        dbtot   <- dbreg+dbres
        i <- seq(min(nonpar),max(nonpar),length=n)
        fest <-
gama[1]+gama[2]*i+gama[3]*i^2+gama[4]*trun(i,k1,2)+gama[5]*trun(i,k2,2)
        upper <- fest +1.96*sqrt(diag(A)%*%MSres)
        lower <- fest-1.96*sqrt(diag(A)%*%MSres)
```

Lanjutan Lampiran 18. Program Interval Konfidensi *Spline* dengan *Software* R

```
win.graph()
plot(data[,2],y, type="p",
xlim=c(min(i),max(i)),ylim=c(min(y),max(y)+5),xlab="Umur Balita
(Bulan)",ylab="Berat Badan (Kg)")
```

Lampiran 19. Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
========================================
Estimasi Parameter
========================================
        [,1]
[1,]  3.137749
[2,]  0.828918
[3,] -0.647248
[4,] -1.536199
[5,]  1.548148
-----------------------------------
Kesimpulan hasil uji serentak
-----------------------------------
Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang
signifikan

-----------------------------------
Kesimpulan hasil uji individu
-----------------------------------
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 3.011728e-07
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 1.241061e-08
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 7.18464e-06
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.01316289
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.01954749
========================================
nilai t hitung
========================================
        [,1]
[1,]  5.711746
[2,]  6.514069
[3,] -4.880614
[4,] -2.549296
[5,]  2.394263
Analysis of Variance
=======================================
Sumber df SS MS Fhit
Regresi  4   768.3128   192.0782  168.1398
Error  65   74.25417  1.142372
Total  69   842.567
=======================================
s= 1.068818  Rsq= 91.18715
pvalue(F)= 1.594088e-33
```

Lampiran 20. Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* pada Bobot w_1 dengan *Software* R

```
========================================
Estimasi Parameter
========================================
          [,1]
[1,]  3.1882520
[2,]  0.7819886
[3,] -0.6295526
-----------------------------------
Kesimpulan hasil uji serentak
-----------------------------------
Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang
signifikan

-----------------------------------
Kesimpulan hasil uji individu
-----------------------------------
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 1.817962e-07
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 3.184417e-10
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 2.636531e-07
========================================
nilai t hitung
========================================
         [,1]
[1,]  5.820063
[2,]  7.377470
[3,] -5.726235
Analysis of Variance
=======================================
Sumber df SS MS Fhit
Regresi  2   758.4703   379.2351  302.1372
Error  67   84.09673  1.255175
Total  69   842.567
=======================================
s= 1.120346  Rsq= 90.01899
pvalue(F)= 2.967232e-34
```

Lampiran 21. Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* pada Bobot w_2 dengan *Software* R

```
========================================
Estimasi Parameter
========================================
          [,1]
[1,]  3.1882520
[2,]  0.7819886
[3,] -0.6295526
-----------------------------------
Kesimpulan hasil uji serentak
-----------------------------------
Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang
signifikan

-----------------------------------
Kesimpulan hasil uji individu
-----------------------------------
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 1.817962e-07
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 3.184417e-10
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 2.636531e-07
========================================
nilai t hitung
========================================
         [,1]
[1,]  5.820063
[2,]  7.377470
[3,] -5.726235
Analysis of Variance
=======================================
Sumber df SS MS Fhit
Regresi  2   758.4703   379.2351  302.1372
Error  67   84.09673  1.255175
Total  69   842.567
=======================================
s= 1.120346  Rsq= 90.01899
pvalue(F)= 2.967232e-34
```

Lampiran 22. Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* pada Bobot w_3 dengan *Software* R

```
========================================
Estimasi Parameter
========================================
            [,1]
[1,]  4.767669429
[2,]  0.325687709
[3,] -0.002687842
[4,]  0.384343688
[5,] -0.414241267
[6,]  0.065170843
------------------------------------
Kesimpulan hasil uji serentak
------------------------------------
Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang
signifikan
------------------------------------
Kesimpulan hasil uji individu
------------------------------------
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 6.323031e-20
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 4.035459e-15
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 1.140627e-05
Gagal tolak Ho yakni
prediktor tidak signifikan dengan pvalue 0.7657378
Gagal tolak Ho yakni
prediktor tidak signifikan dengan pvalue 0.935642
Gagal tolak Ho yakni
prediktor tidak signifikan dengan pvalue 0.9947441
========================================
nilai t hitung
========================================
            [,1]
[1,] 13.196813768
[2,] 10.244639262
[3,] -4.761438593
[4,]  0.299225122
[5,] -0.081066603
[6,]  0.006613095
Analysis of Variance
=======================================
Sumber df SS MS Fhit
Regresi  5   751.742   150.3484  105.9433
Error  64   90.82498  1.41914
Total  69   842.567
=======================================
s= 1.191277  Rsq= 89.22044 , pvalue(F)= 1.34998e-29
```

Lampiran 23. Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* pada Bobot w_4 dengan *Software* R

```
==========================================
Estimasi Parameter
==========================================
           [,1]
[1,]  3.15811376
[2,]  0.95946483
[3,] -0.04647691
[4,]  0.04503630
[5,]  0.63018376
[6,] -1.20800222
------------------------------------
Kesimpulan hasil uji serentak
------------------------------------
Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang
signifikan
------------------------------------
Kesimpulan hasil uji individu
------------------------------------
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 9.848835e-07
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 4.103301e-06
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.0006667059
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.001250044
Gagal tolak Ho yakni
prediktor tidak signifikan dengan pvalue 0.5980947
Gagal tolak Ho yakni
prediktor tidak signifikan dengan pvalue 0.7989038
==========================================
nilai t hitung
==========================================
          [,1]
[1,]  5.4150225
[2,]  5.0379677
[3,] -3.5778237
[4,]  3.3771350
[5,]  0.5297842
[6,] -0.2558284
Analysis of Variance
=========================================
Sumber df SS MS Fhit
Regresi  5   765.3715   153.0743  126.9084
Error  64   77.19551  1.20618
Total  69   842.567
=========================================
s= 1.098262  Rsq= 90.83806 ,  pvalue(F)= 7.621053e-32
```

Lampiran 24. Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* pada Bobot w_5 dengan *Software* R

```
=========================================
Estimasi Parameter
=========================================
          [,1]
[1,]  3.2875397
[2,]  0.7144730
[3,] -0.5369592
[4,] -1.4761621
[5,]  1.4922672
-----------------------------------
Kesimpulan hasil uji serentak
-----------------------------------
Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang
signifikan
-----------------------------------
Kesimpulan hasil uji individu
-----------------------------------
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 3.365012e-08
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 3.312932e-09
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 7.906997e-06
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.01752868
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.02476228
=========================================
nilai t hitung
=========================================
         [,1]
[1,]  6.265557
[2,]  6.840731
[3,] -4.854747
[4,] -2.437622
[5,]  2.298437
Analysis of Variance
========================================
Sumber df SS MS Fhit
Regresi  4   768.1017   192.0254  167.617
Error  65   74.46529  1.14562
Total  69   842.567
========================================
s= 1.070336  Rsq= 91.16209
pvalue(F)= 1.747719e-33
```

Lampiran 25. Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* pada Bobot w_6 dengan *Software* R

```
=========================================
Estimasi Parameter
=========================================
          [,1]
[1,]  3.2875397
[2,]  0.7144730
[3,] -0.5369592
[4,] -1.4761621
[5,]  1.4922672
-----------------------------------
Kesimpulan hasil uji serentak
-----------------------------------
Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang
signifikan

-----------------------------------
Kesimpulan hasil uji individu
-----------------------------------
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 3.365012e-08
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 3.312932e-09
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 7.906997e-06
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.01752868
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.02476228
=========================================
nilai t hitung
=========================================
         [,1]
[1,]  6.265557
[2,]  6.840731
[3,] -4.854747
[4,] -2.437622
[5,]  2.298437
Analysis of Variance
========================================
Sumber df SS MS Fhit
Regresi  4   768.1017   192.0254  167.617
Error  65   74.46529  1.14562
Total  69   842.567
========================================
s= 1.070336  Rsq= 91.16209
pvalue(F)= 1.747719e-33
```

Lampiran 26. Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* Terboboti dengan 1 Titik Knot Paling Optimum dengan *Software* R

```
========================================
Estimasi Parameter
========================================
           [,1]
[1,]  3.22616177
[2,]  0.89947736
[3,] -0.03894757
[4,]  0.03787124
------------------------------------
Kesimpulan hasil uji serentak
------------------------------------
Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang
signifikan

------------------------------------
Kesimpulan hasil uji individu
------------------------------------
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 3.138645e-07
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 1.332114e-06
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.000368131
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.0007509938
========================================
nilai t hitung
========================================
          [,1]
[1,]  5.691477
[2,]  5.319526
[3,] -3.755529
[4,]  3.534931
Analysis of Variance
=======================================
Sumber df SS MS Fhit
Regresi  3   763.2891   254.4297  211.8163
Error  66   79.27793  1.201181
Total  69   842.567
=======================================
s= 1.095984  Rsq= 90.59091
pvalue(F)= 8.37299e-34
```

Lampiran 27. Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* Terboboti dengan 2 Titik Knot yang Paling Optimum dengan *Software* R

```
========================================
Estimasi Parameter
========================================
           [,1]
[1,]  3.15027669
[2,]  0.96699280
[3,] -0.04714801
[4,]  0.04580245
[5,]  1.21317693
-----------------------------------
Kesimpulan hasil uji serentak
-----------------------------------
Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang
signifikan

-----------------------------------
Kesimpulan hasil uji individu
-----------------------------------
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 8.871432e-07
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 2.932251e-06
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.0004958103
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.0009170875
Gagal tolak Ho yakni
prediktor tidak signifikan dengan pvalue 0.3081405
========================================
nilai t hitung
========================================
          [,1]
[1,]  5.433472
[2,]  5.120098
[3,] -3.667214
[4,]  3.474239
[5,]  1.027186
Analysis of Variance
=======================================
Sumber df SS MS Fhit
Regresi  4   765.0329   191.2582  160.3397
Error  65   77.53405  1.192832
Total  69   842.567
=======================================
s= 1.092168  Rsq= 90.79788
pvalue(F)= 6.468348e-33
```

Lampiran 28. Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* Terboboti dengan 3 Titik Knot yang Paling Optimum dengan *Software* R

```
=========================================

Estimasi Parameter
=========================================
           [,1]
[1,]  3.15811376
[2,]  0.95946483
[3,] -0.04647691
[4,]  0.04503630
[5,]  0.63018376
[6,] -1.20800222
------------------------------------
Kesimpulan hasil uji serentak
------------------------------------
Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang
signifikan
------------------------------------
Kesimpulan hasil uji individu
------------------------------------
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 9.848835e-07
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 4.103301e-06
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.0006667059
Tolak Ho yakni prediktor signifikan
dengan pvalue 0.001250044
Gagal tolak Ho yakni
prediktor tidak signifikan dengan pvalue 0.5980947
Gagal tolak Ho yakni
prediktor tidak signifikan dengan pvalue 0.7989038

=========================================
nilai t hitung
=========================================
          [,1]
[1,]  5.4150225
[2,]  5.0379677
[3,] -3.5778237
[4,]  3.3771350
[5,]  0.5297842
[6,] -0.2558284
```

Lanjutan Lampiran 28. Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* Terboboti dengan 3 Titik Knot yang Paling Optimum dengan *Software* R

```
Analysis of Variance
======================================
Sumber df SS MS Fhit
Regresi  5   765.3715   153.0743  126.9084
Error  64   77.19551  1.20618

Total  69   842.567
======================================
s= 1.098262  Rsq= 90.83806
pvalue(F)= 7.621053e-32
```

Lampiran 29. Output Uji Glejser Tanpa Bobot dengan *Software* R

```
Kesimpulan hasil uji serentak
-------------------------------------
Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang signifikan atau terjadi
heteroskedastisitas

Analysis of Variance
========================================
Sumber      df     SS       MS        Fhit
Regresi      4   4.38961   1.097402  2.905053
Error       65   24.55417  0.3777565
Total       69   28.94378
========================================
s= 0.614619     Rsq= 15.16599
pvalue(F)= 0.02828153
```

Lampiran 30. Output Uji Glejser Terboboti pada 1 Titik Knot yang Paling Optimum dengan *Software* R

```
Kesimpulan hasil uji serentak
------------------------------------
Tolak Ho yakni minimal terdapat 1 prediktor yang signifikan atau terjadi
heteroskedastisitas

Analysis of Variance
======================================
Sumber      df     SS        MS       Fhit
Regresi      3   3.333096  1.111032  2.784136
Error       66   26.33783  0.399058
Total       69   29.67092
======================================
s= 0.6317104    Rsq= 11.23354
pvalue(F)= 0.04762452
```

Lampiran 31. Output Uji Glejser dengan Bobot pada 2 Titik Knot yang Paling Optimum *Software* R

```
Kesimpulan hasil uji serentak
------------------------------------
Gagal Tolak Ho yakni semua prediktor tidak berpengaruh signifikan atau tidak
terjadi heteroskedastisitas

Analysis of Variance
======================================
Sumber      df     SS        MS        Fhit
Regresi      4   3.057949   0.7644874  1.84535
Error       65   26.92806   0.4142778
Total       69   29.98601
======================================
s= 0.6436442    Rsq= 10.19792
pvalue(F)= 0.1308339
```

Lampiran 32. Output Uji Glejser dengan Bobot pada 3 Titik Knot yang Paling Optimum *Software* R

```
Kesimpulan hasil uji serentak
------------------------------------
Gagal Tolak Ho yakni semua prediktor tidak berpengaruh signifikan atau tidak
terjadi heteroskedastisitas

Analysis of Variance
======================================
Sumber       df      SS       MS       Fhit
Regresi       5   4.127461   0.8254922  1.954638
Error        64   27.02879  0.4223249
Total        69   31.15625
======================================
s= 0.6498653    Rsq= 13.24762
pvalue(F)= 0.0975383
```

"Halaman ini sengaja dikosongkan"

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul	Halaman
Lampiran 1	Data Berat Badan Balita di Kecamatan Kerambitan, Bali Tahun 2014	79
Lampiran 2	Program GCV *Spline* Linier 1 Knot tanpa Bobot dengan *Software* R	80
Lampiran 3	Program GCV *Spline* Linier 2 Knot tanpa Bobot dengan *Software* R	82
Lampiran 4	Program GCV *Spline* Linier 3 Knot tanpa Bobot dengan *Software* R	84
Lampiran 5	Program GCV *Spline* Kuadratik 1 Knot tanpa Bobot dengan *Software* R	86
Lampiran 6	Program GCV *Spline* Kuadratik 2 Knot tanpa Bobot dengan *Software* R	88
Lampiran 7	Program GCV *Spline* Kuadratik 3 Knot tanpa Bobot dengan *Software* R	90
Lampiran 8	Program GCV *Spline* Linier 1 Knot Terboboti dengan *Software* R	92
Lampiran 9	Program GCV *Spline* Linier 2 Knot Terboboti dengan *Software* R	94
Lampiran 10	Program GCV *Spline* Linier 3 Knot Terboboti dengan *Software* R	96
Lampiran 11	Program GCV *Spline* Kuadratik 1 Knot Terboboti dengan *Software* R	98
Lampiran 12	Program GCV *Spline* Kuadratik 2 Knot Terboboti dengan *Software* R	100
Lampiran 13	Program GCV *Spline* Kuadratik 3 Knot Terboboti dengan *Software* R	102
Lampiran 14	Lampiran Uji serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* tanpa Bobot dengan *Software* R	105
Lampiran 15	Lampiran Uji serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* Pembobot w_1 dengan *Software* R.	108
Lampiran 16	Program Uji *Glejser* tanpa Bobot dengan *Software* R	111
Lampiran 17	Program Uji *Glejser* Terboboti dengan *Software* R	113
Lampiran 18	Program Interval Konfidensi *Spline* dengan *Software* R	115
Lampiran 19	Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* Tanpa Bobot dnegan *Software* R	117

Lampiran 20 Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* pada Bobot w_1 dnegan *Software* R. 118

Lampiran 21 Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* pada Bobot w_2 dnegan *Software* R. 119

Lampiran 22 Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* pada Bobot w_3 dnegan *Software* R. 120

Lampiran 23 Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* pada Bobot w_4 dnegan *Software* R. 121

Lampiran 24 Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* pada Bobot w_5 dnegan *Software* R. 122

Lampiran 25 Output Uji Serentak dan Parsial Model Regresi Nonparametrik *Spline* pada Bobot w_6 dnegan *Software* R. 123

Lampiran 26 Output Uji Serentak dan Parsial Model regresi Nonparametrik *Spline* Terboboti dengan 1 Titik Knot Paling Optimum dengan *Software* R.................................... 124

Lampiran 27 Output Uji Serentak dan Parsial Model regresi Nonparametrik *Spline* Terboboti dengan 2 Titik Knot Paling Optimum dengan *Software* R.................................... 125

Lampiran 28 Output Uji Serentak dan Parsial Model regresi Nonparametrik *Spline* Terboboti dengan 3 Titik Knot Paling Optimum dengan *Software* R.................................... 126

Lampiran 29 Output Uji *Glejser* Tanpa Bobot dengan *Software* R........... 128

Lampiran 30 Output Uji *Glejser* Terboboti pada 1 Titik Knot yang Paling Optimum dengan *Software* R.................................... 139

Lampiran 31 Output Uji *Glejser* Terboboti pada 2 Titik Knot yang Paling Optimum dengan *Software* R.................................... 130

Lampiran 32 Output Uji *Glejser* Terboboti pada 3 Titik Knot yang Paling Optimum dengan *Software* R.................................... 131

DAFTAR PUSTAKA

Antoniadis, A., Gregorire, G., dan Mackeagu, W. (1994)," Wavelet Methods for Curve Estimation". *Journal of the American Statistical Association*, 89,1340-1353.

Astuti, E.T, Budiantara, I N, Sunaryo, S., dan Dokhi, M. (2013), Statistical Modeling for Mortality Data Using Local Generalized Poisson Regression Model. *International Journal of Applied Mathematics and Statistick (Int. J. Appl. Math. Stat),* 9, 92-101.

Budiantara, I N., (2001), Estimasi Parametrik dan Nonparametrik untuk Pendekatan Kurva Regresi, *Makalah Pembicara Utama pada Seminar Nasional Statistika V, Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS),* Surabaya.

_______________,(2006), Regresi Nonparametrik Dalam Satatistika, *Makalah Pembicara Utama pada Seminar Nasional Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makasar (UNM), Makasar.*

_______________, Fitriasari, K., dan Purnomo, J.D.T., (2008), *Weight Estimation Using Generalized Moving Average*. IPTEK, The Journal for Technolog Science, Vol. 19, No. 4, November 2008.

_______________, (2009), *Spline Dalam Regresi Nonparametrik dan Semiparametrik: Sebuah Pemodelan Statistika Masa Kini dan Masa Mendatang,* Pidato pengukuhan Untuk Jabatan Guru Besar Dalam Bidang Ilmu: Matematika Statistika dan Probabilitas, Pada Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya.

Cox, D. D. dan O'Sullivan, F., (1996), *Penalized Type Estimator for Generalized Nonparametric Regression*, 1983, *Journal of Multivariate Analysis,* 56, 185-206.

Eubank, R., (1988), *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*. Marcel Dekker. New York.

Fahrmeir, L. dan Tutz, G., (1994), *Multivariate Statistical Modelling Based on Generalized Linier Models,* John Wiley and Sons, New York.

Gujarati, D.N. (2004). *Basic Econometrics.* 3rd ed., McGraw-Hill, Incorporation.

Ghozali, I. (2005). *Aplikasi Analisis Multivariate dengan Program SPSS.* Semarang: Badan Penerbit Universitas Diponegoro.

Hardle, W. (1990). *Smoothing Techniques with implementation in S*. Springer. New York.

Ismi, S.N., Surya, N.W., dan Bernadetha, M., (2013). *Penerapan Spline Terboboti Untuk Mengatasi Heteroskedastisitas pada regresi Nonparametrik,* Skripsi, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Brawijaya, Malang.

Narendra, M. B., Sularyo, T.S., Soetjiningsih, Suyitno, H., dan Ranuh, I.G.N, (2002), *Tumbuh kembang anak dan Remaja,* Buku Ajar I, Sagung Seto, Jakarta.

Rencher, A. C., dan Schaalje, G. B., (2008), *Linear Models in Statistics*, 2rd ed., America.

Semiati, R., (2010). *Regresi Nonparametrik Deret Fourier Birespon.* Tesis. Surabaya: Jurusan Statistika, Fakultas MIPA, Institut Tekhnologi Sepuluh Nopember (ITS).

Supariasa, I.N., Bakri, B., dan Fajar, I., (2002), *Penilaian Status Gizi,* Penerbit Buku Kedokteran EGC, Jakarta.

Soetjiningsih, (1995). *Tumbuh Kembang Anak.* Laboratorium Ilmu Kesehatan Anak Universitas Airlangga. Surabaya.

Wahba, G., (1983). *Bayesian Confidence Interval for the Cross Valiated Smoothing Parameter in the Generalized Spline Smoothing Problems, The Annals of Statistics*.13, 1378-1402.

Wahba, G. (1990). *Spline Models for Obsevational Data*. University of Winsconsin at Madison.

Wang, Y., (1998). Spline Smoothing Models With Correlated Errors, *Journal of the American Statistical Association. 93, 341-348.*

Wasono, (2014). *Model Regresi Nonparametrik Multivariabel Heteroskedastisitas Spline.* Tesis. Surabaya: Jurusan Statistika, Fakultas MIPA, Institut Tekhnologi Sepuluh Nopember (ITS).

BIODATA PENULIS

Penulis dilahirkan di Tabanan Bali, 25 Nopember 1989 yang merupakan anak pertama dari dua bersaudara. Penulis telah menempuh pendidikan formal yaitu SD Negeri 2 Kesiut Bali, SMP Negeri 2 Kerambitan Bali, SMA PGRI 2 Denpasar, kemudian diterima sebagai mahasiswa program Strata 1 Jurusan Matematika Universitas Udayana pada tahun 2008 dan melanjutkan Program Study Akta IV di Mahasaraswati Denpasar. Selanjutnya, penulis melanjutkan Strata 2 Jurusan Statistika FMIPA ITS Surabaya tahun 2013. Karya ilmiah (tesis) yang dibuat telah dipublikasikan melalui kegiatan ”Konferensi Nasional Matematika”. Informasi yang berhubungan dengan Tesis ini dapat ditujukan ke alamat email: putu_nanik_hendayanti@yahoo.co.id