設備廃棄を考慮した技術の採用 (研究領域 経営財務関連とテクノロジーからの競争力創成領域)

著者	董　晶輝
雑誌名	経営力創成研究
巻	4
号	1
ページ	95-103
発行年	2008-03
URL	http://id.nii.ac.jp/1060/00003321/

設備廃棄を考慮した技術の採用

New Technology Adoption with Consideration of Scrapping

東洋大学経営力創成研究センター　研究員　董　晶輝

要旨

この論文では、不確実性の高い新技術の採用における投資決定について議論する。技術進歩のプロセスは不確実で、ランダムに変化するとともに、時には飛躍的な進歩をもたらすイノベーションが生じ、時には競合技術の開発の成功によって、相対的に評価が大きく低下することも生じる。このような技術進歩のプロセスに対し、ここでは、ブラウン運動にジャンプが含まれる跳躍拡散過程を用いてモデル化した。ジャンプの分布についてはアーラン分布を用いた。ジャンプが指数分布の場合、最適停止問題の解はいくつかの先行研究で示されているが、ここでは、ジャンプがアーラン分布の場合について、最適停止問題の解を示す。本論では、より現実的な技術採用問題を考え、将来設備の廃棄を考慮した投資決定問題について、投資実行のタイミングと投資プロジェクトの評価式を導出する。

キーワード（Keywords）：技術の不確実性（technological uncertainty）、技術の採用と廃棄（technology adoption and scrapping）、跳躍拡散過程（jump-diffusion processes）、アーラン分布（Erlang distribution）、リアル・オプション・アプローチ（real option approach）、最適タイミング（optimal timing）

Abstract

This paper develops a model of the optimal investment strategy for high-risk new technology adoption. Technological uncertainty contains random improvements, innovations and negative influence to the technology such as development of competitive technologies. We model these uncertain factors by a jump-diffusion process with jumps have Erlang distribution. Formulate the investment decision as optimal stopping problem of the stochastic process, and seek for the optimal timing of new technology adoption which maximize the net present value of the investment with consideration of optimal technology scrapping in the future. We show an explicit solution for optimal timing of new technology adoption, and a valuation formula of technology.

はじめに

最近では、新しい技術が次々と開発され、新技術はまた持続的に改善され、時にはイノベーションが起き、飛躍的な進歩を遂げる。新技術は速く進歩するが、完全に期待通りに進むものではないため、技術の進歩には不確実性が伴う。また、競合技術の開発成功により、技術の相対的に評価が下がることもある。このような進歩のプロセスが不確実的な技術を採用して商品化することには難しい意思決定に直面する。新技術の採用には設備の導入が必要で、ほとんどの場合、設備は特殊なもので、一旦設備投資を実行すると用途が固定される。従って、進歩速度が速い新技術の採用においては、もう少し待って、様子を見るインセンティブが生じる。このような状況下での新技術の採用については、DeMarzo, Kaniel, and Kremer（2007）は2期間均衡モデルで、ハイ・リスクな新技術への投資について分析している。Grenadier and Weiss（1997）は連続時間モデルでリアルオプション理論により、連続的技術進歩のもとでの最適投資戦略について議論している。ただし、不確実性を幾何ブラウン運動（geometric Brownian motion）でモデル化している。新技術の発展のプロセスをモデリングする際には、連続的改善の部分のほかに、時々起きる飛躍的な進歩をもたらすイノベーションを捉える必要がある。さらに、競合技術のイノベーションにより技術の評価が相対的に大きく低下することを捉える必要もある。したがって、技術の発展過程をブラウン運動とジャンプを含むある種の跳躍拡散過程（jump-diffusion processes）でモデル化するのが、ブラウン運動のみでモデル化するよりは適切である。この場合、投資のタイミングの決定は跳躍拡散過程の停止問題を解くことになる。跳躍拡散過程の停止問題については、Kou and Wang（2003）では、ジャンプが2重指数分布（double exponential distribution）の場合について議論している。さらに、Kou and Wang（2004）、Mordecki（2002）ではジャンプの分布が指数の場合について永久アメリカン・オプションの評価に応用して、権利行使の閾値と価格の明示的な解を示している。Boyarchenko（2004）は、レヴィ過程での投資実行タイミングを求め、ジャンプが指数分布する場合の明示的な解を示している。ジャンプの分布について指数分布を仮定した場合、ジャンプの幅が小さいところにジャンプの確率が集中することになるので、現実の状況に十分対応できない。ここでは、ジャンプ幅の確率分布がアーラン分布に従う場合について、新技術採用のタイミングについて議論する。アーラン分布はパラメータの値によって、平均値の周辺にジャンプの確率が集中する分布構造を表現することが可能であり、指数分布もアーラン分布の特殊なケースであるので、ここで使用する確率過程はより一般性を持つ。

標準的リアルオプション理論では、一旦投資を行うと生産が永続する（生産期間を事前に決めておくことも可能）。不確実性の高い新技術を利用して生産を行う場合には、生産が永続することは考えにくい。また、将来の状況を予測することは困難であるので生産期間を事前に決めておくことも合理的ではない。この論文では、将来の状況によって適切に生産を打ち切って設備の廃棄を行うことにし、また、このことを投資実行の前に考慮に入れ、最適の投資実行のタイミングについて求める。モデルの簡単化のため、新技術採用後、プロジェクトから発生するキャッシュフローを確率的に変動

する部分と固定的に部分の差で表現し、確率過程の最適停止問題とし、投資実行と設備廃棄の閾値を求め、新技術採用プロジェクトの価値を求める。

論文は次のように構成されている。第1節では、キャッシュフローのダイナミックスについて説明し、問題を解くための基礎的な結果を示す。第2節では、まず、新技術の採用のみを考える場合の投資実行の閾値と新技術採用プロジェクトの評価式を導出する。続けて、設備の廃棄を考慮する場合について考え、設備廃棄の閾値を求め、投資実行の閾値とプロジェクトの評価式を導出する。第3節では、結論と今後の課題について述べる。

1. キャッシュフローのダイナミックス

新技術を採用して設備投資を行うことにより、生産が継続されるとする。この投資プロジェクトから発生するキャッシュフローは確率的に変動する部分と固定的な部分の差からなるとし、$X_t - C$ で表す。X_t を操業利益、C を固定費用と考え、X_t は非負の確率変数で、C は正の定数であるとする。X_t の変動はランダムな連続的変化する部分と大幅な突発的変化する部分からなる。大幅な突発的変化には大幅な上昇と大幅な下落が含まれる。X_t の大幅な上昇は技術革新により生産コストの大幅な低下や当該技術のブームにより製品価格の大幅な上昇によるもの、大幅な下落は原材料の価格の大幅な上昇による生産コスト増や競合技術の開発成功による製品価格の大幅な下落によるものと考えられる。簡単化のため、ここでは X_t のランダムな変化をブラウン運動で表すことにし、X_t の大幅上昇と下落はそれぞれ相互に独立のポアソン過程に従って発生するとする。ポアソン過程のパラメータを $\lambda_i > 0\ (i = 1, 2)$ で表す。X_t の大幅な上昇あるいは下落が発生すると、X_{t-} は $Y_i X_t$ となる。従って、X_t 変動は跳躍拡散過程（jump-diffusion process）で、

$$\frac{dX_t}{X_{t-}} = \mu dt + \sigma dW_t + \lambda_1 dt(Y_1 - 1) + \lambda_2 dt(Y_2 - 1)$$

と表せる。μ はドリフト、$\sigma > 0$ はボラティリティで、W_t は標準ウィーナー過程であり、X_t のランダムな変化を表す。$Y_i (i = 1, 2)$ は相互に独立な確率変数で、$Y_1 \geq 1$ は X_t の上昇の倍率を表し、$0 < Y_2 \leq 1$ は X_t の下落の倍率を表す。Y_i の対数 $y_i = \log Y_i$ がアーラン分布に従う確率変数とする。アーラン分布の密度関数を

$$f_i(y) = \frac{\eta_i (\eta_i y)^{k_i - 1} e^{-\eta_i y}}{(k_i - 1)}$$

で表す。ここで、$\eta_1 > 1,\ \eta_2 > 0$ 、k_1, k_2 は非負の整数である。この場合、X_t の無限小生成作用素（infinitesimal generator）は

$$\mathcal{L}V(x) = \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 V''(x) + \mu x V'(x) + \lambda_1 \left\{ E\left[V(xY_1)\right] - V(x) \right\} + \lambda_2 \left\{ E\left[V(xY_2)\right] - V(x) \right\}$$

となる。関数 $V(x) = x^z$ について、

$$L(x^z)=\left\{\frac{1}{2}\sigma^2 z(z-1)+\mu z+\lambda_1\left[E(Y_1{}^z)-1\right]+\lambda_2\left[E(Y_2{}^z)-1\right]\right\}x^z=\Psi(z)x^z$$

となるので、

$$\Psi(z)=\frac{1}{2}\sigma^2 z(z-1)+\mu z+\lambda_1\left[\left(\frac{\eta_1}{\eta_1-z}\right)^{k_1}-1\right]+\lambda_2\left[\left(\frac{\eta_2}{\eta_2+z}\right)^{k_2}-1\right]$$

となる(1)。方程式$\Psi(z)=r(r>0)$は、複素根を含め、実数部が正の根がk_1+1個、実数部が負の根がk_2+1個が存在するので、これらの根を$\alpha_i(i=1,2...,k_1+1)$、$\beta_j(j=1,2...,k_2+1)$とする。

割引率$r(>0)$を一定とし、プロジェクトを実行して生産を永久に継続する場合のキャッシュフローの現在価値は

$$E\left[\int_0^\infty (X_t-C)e^{-rt}dtX_t=x\right]=\frac{x}{r-\Psi(1)}-\frac{C}{r}$$

となる。キャッシュフローの現在価値が有限な値になるため、$r>\Psi(1)$とする。

2. 新技術採用のタイミング

2.1　採用のみを考える場合

X_tがx_0以上に達したときに、新技術を採用して投資を実行するとする。投資費用Iが一定であるとし、$X_t=x$のときの投資プロジェクトの価値$V(x)$は、ベルマン方程式

$$L\left[V(x)\right]-rV(x)=0 \tag{1}$$

を満たす。

$$V(x)=\begin{cases}\displaystyle\sum_{i=1}^{k_1+1}A_i x^{\alpha_i} & x\le x_0\\ \displaystyle\frac{x}{r-\Psi(1)}-\frac{C}{r}-I & x>x_0\end{cases}$$

とすると、ベルマン方程式(1)の積分の部分は

$$\int_0^\infty V(xe^y)f_1(y)dy=\int_0^{Ln\left(\frac{x_0}{x}\right)}\sum_{i=1}^{k_1+1}A_i x^{\alpha_i}e^{\alpha_i y}f_1(y)dy$$

$$+\int_{Ln(\frac{x_0}{x})}^\infty\left(\frac{xe^y}{r-\Psi(1)}-\frac{C}{r}-I\right)f_1(y)dy$$

$$\int_0^\infty V(xe^{-y})f_2(y)dy = \int_0^\infty \sum_{i=1}^{k_1+1} A_i x^{\alpha_i} e^{-\alpha_i y} f_2(y)dy$$

となり、これらの積分を計算し(1)式に代入して整理することにより、

$$\sum_{i=1}^{k_1+1} A_i x^{\alpha_i}\left\{\Psi(\alpha_i)-r\right\}$$

$$+\lambda_1\left(\frac{x_0}{x}\right)^{-\eta_1}\sum_{j=1}^{k_1}\frac{\left(\eta_1 Ln\left(\frac{x_0}{x}\right)\right)^{k_1-j}}{(k_1-1)!}\left\{-\sum_{i=1}^{k_1+1}\left(\frac{\eta_1}{\eta_1-\alpha i}\right)^j A_i x_0^{\alpha_i}\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\eta_1}{\eta_1-1}\right)^j\frac{x_0}{r-\Psi(1)}-K_I\right\}=0$$

となる[(2)]。ここで、$K_I = C/r + I$ である。上の式が任意の x について成立するためには、括弧（$\{\ \}$）の中が $j = 1, 2, ..., k_1$ についてゼロでなければならない。この k_1 本の条件式と価値対等条件

$$\sum_{i=1}^{k_1+1} A_i x_0^{\alpha i} = \frac{x_0}{r-\Psi(1)} - K_I$$

からなる連立方程式

$$\sum_{j=1}^{k_1+1}\left(\frac{\eta_1}{\eta_1-\alpha_i}\right)^j A_i x_0^{\alpha_i} = \left(\frac{\eta_1}{\eta_1-1}\right)^j \frac{x_0}{r-\Psi(1)} - K_I,\quad j = 0, 1, 2, ..., k_1 \qquad (2)$$

から、$A_i (i = 1, 2, ..., k_1 + 1)$ を求めることができる。

$$A_i x_0^{\alpha_i} = \frac{\left(\eta_1-\alpha_i\right)^{k_1}}{\prod_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{k_1+1}(\alpha_j-\alpha_i)}\left(\frac{\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{k_1+1}(\alpha_j-1)}{(\eta_1-1)^{k_1}}\frac{x_0}{r-\Psi(1)}-\frac{\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{k_1+1}\alpha_j}{\eta_1^{k_1}}K_I\right),$$

$$i = 1, 2, ..., k_1 + 1$$

となる。$V(x) = \sum_{i=1}^{k_1+1} A_i x^{\alpha_i}$ の最大を求めるために、x_0 について微分すると、

$$\frac{dV(x)}{dx_0} = \sum_{i=1}^{k_1+1} x^{\alpha_i}\frac{dA_i}{dX_0}$$

となり、すべての x について、この値が零になるためには $\dfrac{dA_i}{dx_0} = 0$ でなければならない。この条件をみたす x_0 を x_H とすると、

$$\frac{x_H}{r-\Psi(1)} = K_I\left(\frac{\eta_1-1}{\eta_1}\right)^{k_1}\prod_{i=1}^{k_1+1}\left(\frac{\alpha_i}{\alpha_i-1}\right)$$

となる。x_H は投資実行の閾値となり、これを代入すると、投資実行前のプロジェクトの価値は

$$V(x) = K_I\sum_{i=1}^{k_1+1}\left(1-\frac{\alpha_1}{\eta_1}\right)^{k_1}\prod_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{k_1+1}\left(\frac{\alpha_j}{\alpha_j-\alpha_i}\right)\frac{1}{\alpha_i-1}\left(\frac{x}{x_H}\right)^{\alpha_i}$$

となる。

2.2　廃棄を考慮した場合

この節では、将来状況が悪化した場合設備を廃棄することを考慮に入れる場合の投資実行のタイミングを求める。

将来設備の廃棄を考慮する場合、投資実行前のプロジェクト価値を

$$V_0(x) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{k_1+1} A_i X^{\alpha_i} & x \le x_0 \\ \sum_{n=1}^{k_2+1} B_n x^{\beta_n} + \frac{x}{r-\Psi(1)} - \frac{C}{r} - I & x > x_0 \end{cases}$$

とすると、$V_0(x)$ は(1)式のベルマン方程式をみたす。係数 $A_i(i=1,2,...,k_1+1)$ 、投資実行の閾値および投資実行前のプロジェクトの価値は2.1で求めたものと同様にして求められるが、係数 B_n　$n=1,2,...,k_2+1$ は設備の廃棄の条件から求められる。従って、先に設備廃棄の閾値を求めなければならない。

現に生産を行っている場合、X_t が x_1 以下に達したとき、生産を打ち切って設備を廃棄するものとし、設備廃棄の費用を E とする。E が固定費用の現在 C/r よりも大きければ、設備廃棄をしないことになる。このような非現実的なことを排除するため、ここでは、$C/r > E$ とし、$C/r - E = K_E$ で表す。X_t が x のときのプロジェクトの価値を

$$V_1(x) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{k_2+1} B_n x^{\beta_n} + \frac{x}{r-\Psi(1)} - \frac{C}{r} & x \ge x_1 \\ -E & x < x_1 \end{cases}$$

とすると、$V_1(x)$ はベルマン方程式

$$x + L\left[V_1(x)\right] - rV_1(x) = 0 \qquad (3)$$

をみたす。連立方程式(2)式を求めるのと同様にして、次の連立方程式が得られる。

$$\sum_{n=1}^{k_2+1}\left(\frac{\eta_2}{\eta_2+\beta_n}\right)^m B_n x_1^{\beta_n}+\left(\frac{\eta_2}{\eta_2+1}\right)^m \frac{x_1}{r-\Psi(1)}-K_E=0,$$

$$m=0,1,\ldots,k_2 \tag{4}$$

これから、

$$B_n x_1^{\beta_n}=\frac{(\eta_2-\beta_n)^{k_2}}{\prod_{\substack{m=1,\\ m\neq n}}^{k_2+1}(\beta_m-\beta_n)}\left(-\frac{\prod_{\substack{m=1\\ m\neq n}}^{k_2+1}(\beta_m-1)}{(\eta_2+1)^{k_2}}\frac{x_1}{r-\Psi(1)}+\frac{\prod_{\substack{m=1\\ m\neq n}}^{k_2+1}\beta_m}{\eta_2^{k_2}}K_E\right),$$

$$n=1,2,\ldots,k_2+1$$

が求められる。$V_1(x)=\sum_{n=1}^{k_2+1}B_n x^{\beta_n}$ を最大にする設備廃棄の閾値を x_L とすると、

$$\frac{x_L}{r-\Psi(1)}=K_E\left(\frac{\eta_2+1}{\eta_2}\right)^{k_2}\prod_{m=1}^{k_2+1}\left(\frac{\beta_n}{\beta_n-1}\right)$$

となる。X_L を x_1 に代入すると、

$$V_1(x)=-K_E\sum_{n=1}^{k_2+1}\left(1+\frac{\beta_n}{\eta_2}\right)^{k_2}\prod_{\substack{m=1,\\ m\neq n}}^{k_2+1}\left(\frac{\beta_m}{\beta_m-\beta_n}\right)\frac{1}{\beta_n-1}\left(\frac{x}{x_L}\right)^{\beta_n}$$

となる。

$V_0(x)$ の係数 A_i $i=1,2,\ldots,k_1+1$ は次の連立方程式

$$\sum_{i=1}^{k_1+1}\left(\frac{\eta_1}{\eta_1-\alpha_i}\right)^j A_i x_0^{\alpha i}$$

$$=\sum_{n=1}^{k_2+1}\left(\frac{\eta_1}{\eta_1-\beta_n}\right)^j B_n x_0^{\beta_n}+\left(\frac{\eta_1}{\eta_1-1}\right)^j\frac{x_0}{r-\Psi(1)}-K_I,$$

$$j=0,1,2,\ldots,k_1 \tag{5}$$

からを求めることができ、

$$A_i x_0^{\alpha_i}=\frac{(\eta_1-\alpha_i)^{k_1}}{\prod_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{k_1+1}(\alpha_j-\alpha_i)}\left(\sum_{n=1}^{k_2+1}\frac{\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{k_1+1}(\alpha_j-\beta_n)}{(\eta_1-\beta_n)^{k_1}}B_n x_0^{\beta_n}+\frac{\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{k_1+1}(\alpha_j-1)}{(\eta_1-1)^{k_1}}\frac{x_0}{r-\Psi(1)}\right.$$

$$\left.-\frac{\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{k_1+1}\alpha_j}{\eta_1^{k_1}}k_1\right),\qquad i=1,2,\ldots,k_1+1$$

となる。$V_0(x)=\sum_{i=1}^{k_1+1}A_i x^{\alpha_i}$ を最大にする x_0 を x_{0H} とすると、x_{0H} は方程式

$$\frac{x_{0H}}{r-\Psi(1)}=\left(\frac{\eta_1-1}{\eta_1}\right)^{k_1}\prod_{j=1}^{k_1+1}\left(\frac{\alpha_j}{\alpha_j-1}\right)k_I-\sum_{n=1}^{k_2+1}\left(\frac{\eta_1-1}{\eta_1-\beta_n}\right)^{k_1}\prod_{j=1}^{k_1+1}\left(\frac{\alpha_j-\beta_n}{\alpha_j-1}\right)B_n x_{0H}^{\beta_n}$$

満たす。右辺の第1項は採用のみを考える場合の閾値と同じもので、第2項は設備廃棄を考慮することの閾値に対する効果を表している。プロジェクト価値は

$$V_0(x)=\sum_{n=1}^{k_1+1}\left[\sum_{n=1}^{k_2+1}\left(\frac{\eta_1-\alpha_i}{\eta_1-\beta_n}\right)^{k_1}\prod_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{k_1+1}\left(\frac{\alpha_j-\beta_n}{\alpha_j-\alpha_i}\right)\frac{\beta_n-1}{\alpha_i-1}B_n x_{0H}^{\beta_n}\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\eta_1-\alpha_i}{\eta_1}\right)^{k_1}\prod_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{k_1+1}\left(\frac{\alpha_j}{\alpha_j-\alpha_i}\right)\frac{1}{\alpha_i-1}K_1\right]\left(\frac{x}{x_{0H}}\right)^{\alpha_i}$$

となる。

3. 結論

本論文では、ハイ・リスクな新技術の採用における投資決定について検討した。技術は連続的に改善するとともに、時には飛躍的な進歩をもたらすイノベーションが生じ、また、他の競合技術開発の成功により、技術相対的な評価が低下することも生じる。このような技術進歩のプロセスに対して、ここではアーラン跳躍拡散過程を用いてモデル化した。技術進歩が速い現在では、技術の使用期間も限られる。しかし、どのタイミングで技術の利用をやめ、設備を廃棄するかは予測不能で、将来の状況によるものである。設備廃棄のタイミングが技術利用の価値を左右するので、技術採用の際には、このことを考慮しなければならない。ここでは、設備の廃棄を考慮した技術採用のタイミングを表す閾値と投資プロジェクトの評価式を導出した。これらの結果は投資実行のみを考える場合と比べると、基本的な形は一致するが、設備廃棄の影響による項が追加される。設備廃棄を考慮すると、将来状況が悪化したときの損失を限定的にすることができ、技術の採用がしやすくなり、技術の価値も高まると考えられる。このことはこの論文で考えたモデルのメリットであるが、これを理論的に証明することが今後の課題となる。

【注】

(1) 指数跳躍拡散過程のものについては Kou and Wang (2004) を参照。

(2) 紙面節約のため、数式の導出過程の記載を省略した。

謝辞

2名の匿名のレフェリーから有益なコメントを頂きました。感謝を申し上げます。

【参考文献】

Boyarchenko, S. (2004), "Irreversible Decisions and Record-Setting News Principles", *The American Economic Review*, Vol. 94, No. 3.

DeMarzo, P., Kaniel, R., and Kremer, I. (2007), "Technological Innovation and Real Investment Booms and Busts", *Journal of Financial Economics*, Vol. 85.

Dixit, A. K., and R. S. Pindyck (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton University. (川口有一郎等訳(2002)、『投資決定理論とリアルオプション』、エコノミスト社。)

Doraszelskyi, U. (2004), "Innovations, Improvements, and the Optimal Adoption of New Technologies", *Journal of Economic Dynamics & Control*, Vol. 28.

Doms, M. E., and T. Dunne (1998), "Capital Adjusted Patterns in Manufacturing Plants", *Review of Economic Dynamics*, Vol. 1.

Greenwood, J., Z. Hercowitz, and P. Krusell (1997), "Long-Run Implications of Investment-Specific Technological Change", *the American Economic Review*, Vol. 87.

Grenadier, S. R., and Weiss, A. M. (1997), "Investment in Technological Innovations: An Option Pricing Approach", *Journal of Financial Economics*, Vol. 44.

Kou, S. G. and H. Wang (2003), "First Passage Times of a Jump Diffusion Process", *Adv. Appl. Prob*. Vol. 35, pp504-531.

Kou, S. G. and H. Wang (2004), "Option Pricing Under a Double Exponential Jump Diffusion Model", *Management Science*, Vol. 50, No. 9, pp1178-1192.

McDonald, R., and D. Siegel (1986), "The Value of Waiting to Invest", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101.

Merton, R. C. (1976), "Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous", *Journal of Financial Economics*, Vol. 3.

Mordecki, E. (2002), "Optimal Stopping and Perpetual Options for Levy Processes", *Applied Mathematics and Optimization*, Vol. 35.

Pindyck, R. (1988), "Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm". *American Economic Review*, Vol. 78.