PERBANDINGAN PENDUGA PARAMETER *MAXIMUM LIKELIHOOD* DAN BAYESIAN *MARKOV CHAIN MONTE CARLO* (MCMC) PADA MODEL REGRESI LOGISTIK MULTILEVEL DENGAN PEUBAH RESPON BINER

SKRIPSI

oleh :
AINUN NAZHIIRAH
0610950008 - 95

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2010

PERBANDINGAN PENDUGA PARAMETER *MAXIMUM LIKELIHOOD* DAN BAYESIAN *MARKOV CHAIN MONTE CARLO* (MCMC) PADA MODEL REGRESI LOGISTIK MULTILEVEL DENGAN PEUBAH RESPON BINER

SKRIPSI

**Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang statistika**

Oleh:
AINUN NAZHIIRAH
0610950008 – 95

PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2010

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

PERBANDINGAN PENDUGA PARAMETER *MAXIMUM LIKELIHOOD* DAN BAYESIAN *MARKOV CHAIN MONTE CARLO* (MCMC) PADA MODEL REGRESI LOGISTIK MULTILEVEL DENGAN PEUBAH RESPON BINER

Oleh :
AINUN NAZHIIRAH
0610950008 – 95

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 15 November 2010
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains dalam bidang statistika

Pembimbing I **Pembimbing II**

Dr. Ir. Ni Wayan Surya W, MS **Nurjannah, S.Si, M.Phil**
NIP. 19551102 198103 2 001 **NIP. 19800921 200501 2 001**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya

Dr. Agus Suryanto, M.Sc.
NIP. 19690807 199412 1 001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : AINUN NAZHIIRAH
NIM : 0610950008-95
Program Studi : Statistika
Penulis Tugas Akhir berjudul :

PERBANDINGAN PENDUGA PARAMETER *MAXIMUM LIKELIHOOD* DAN BAYESIAN *MARKOV CHAIN MONTE CARLO* (MCMC) PADA MODEL REGRESI LOGISTIK MULTILEVEL DENGAN PEUBAH RESPON BINER

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. **Isi dari skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam skripsi ini.**
2. **Apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung segala resiko yang akan saya terima.**

Demikian pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 15 November 2010
Yang menyatakan,

(Ainun Nazhiirah)
NIM. 0610950008-95

PERBANDINGAN PENDUGA PARAMETER *MAXIMUM LIKELIHOOD* DAN BAYESIAN *MARKOV CHAIN MONTE CARLO* (MCMC) PADA MODEL REGRESI LOGISTIK MULTILEVEL DENGAN PEUBAH RESPON BINER

ABSTRAK

Analisis regresi adalah metode untuk menganalisis hubungan dan pengaruh peubah prediktor terhadap peubah respon, dan dapat digunakan apabila peubah respon bersifat biner (model regresi logistik multilevel). Penggunaan model multilevel pada beberapa kasus, disebabkan adanya dugaan awal bahwa terdapat keragaman nilai yang besar antar level. Metode pendugaan parameter dalam model regresi logistik multilevel pada penelitian ini adalah *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) dan Bayesian *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). Dua data digunakan pada penelitian ini: pertama data tentang bakat anak-anak TK/RA Desa Maron pada Tahun 2009 yang kemungkinan dipengaruhi oleh empat (4) peubah prediktor dan data kedua tentang akreditasi SMK di Jawa Timur pada Tahun 2006 yang kemungkinan dipengaruhi oleh delapan (8) peubah prediktor. Berdasarkan kriteria kebaikan model, DIC, diperoleh hasil bahwa nilai DIC dari metode MLE lebih kecil daripada nilai DIC dari Bayesian MCMC, artinya metode pendugaan MLE lebih baik daripada Bayesian MCMC. Hal ini berlaku pada kedua data.

Kata kunci : Regresi Logistik Multilevel, *Maximum Likelihood*, Bayesian MCMC, DIC

COMPARATION ON MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION PARAMETER AND BAYESIAN MARKOV CHAIN MONTE CARLO (MCMC) IN MULTILEVEL LOGISTIC REGRESSION MODEL WITH BINARY RESPONSE VARIABLE

ABSTRACT

Regression analysis is a method to analyze the relantionship and the influence of predictor variables on response variables, and can be used for a binary response (a multilevel logistic regression). The use of multilevel models in some cases, due to the initial suspicion that there is great diversity between the level of value. The method to estimate parameters in the multilevel logistic regression model is the Maximum Likelihood Estimator (MLE) and Bayesian Markov Chain Monte Carlo (MCMC). The first data used is children talent of Maron village in year 2009, which likely influenced by the four (4) predictor variables and second data is accreditation of vocational schools in East Java in 2006 which is likely influenced by the eight (8) predictor variables. Based on DIC goodness of fit, MLE estimation is better than Bayesian MCMC as the DIC from MLE is less than that of Bayesian MCMC.

Key Word : Multilevel Logistic Regression, *Maximum Likelihood*, Bayesian MCMC, DIC

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala berkah dan rahmat yang telah diberikan sehingga dapat menyelesaikan penelitian dengan judul perbandingan penduga parameter *maximum likelihood* dan *Bayesian Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) pada model regresi logistik multilevel dengan peubah respon biner.

Dalam penyusunan penelitian ini cukup banyak bantuan yang diberikan berbagai pihak, baik berupa bimbingan maupun saran. Oleh karena itu, penulis dalam kesempatan ini mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dr. Ir. Ni Wayan Surya W, MS selaku dosen pembimbing I dan Ibu Nurjanah, SSi., M.Phil selaku dosen pembimbing II atas motivasi dan waktu yang telah diberikan
2. Ibu Dra. Ani Budi Astuti, MSi., Bapak Prof. Dr. Ir. Loekito A.S, M.Agr dan Ibu Eni Sumarminingsih , SSi., MM, selaku dosen penguji atas arahan serta nasehat yang telah diberikan kepada penulis selama penyusunan skripsi
3. Dr. Agus Suryanto, M.Sc selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Brawijaya Malang
4. Bapak Adji Ahmad R.F, SSi., MSc dan Ibu Suci Astutik, SSi., MSi atas masukan dan waktu yang diluangkan
5. Bapak, ebo', suiil dan semua keluarga atas doa, dukungan dan kasih sayang yang kalian berikan.
6. Teman-teman Statistika Fakultas MIPA Universitas Brawijaya khususnya angkatan 2006 atas persaudaraan selama ini
7. Saudara-saudara perempuan di 32B, 72A dan 157 yang memberikan hiburan tersendiri
8. Semua pihak yang telah membantu secara langsung dan tidak langsung yang tidak bisa penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan ini ini masih terdapat banyak kekurangan. Untuk itu saran dan kritik yang membangun sangat diharapkan. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Malang, 15 November 2010

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Mempelajari hubungan di antara peubah-peubah sehingga dari hubungan tersebut dapat menduga peubah yang satu apabila nilai peubah lainnya diketahui, dikenal dengan nama analisis regresi. Dalam analisis regresi terdapat peubah yang dipengaruhi (respon) dan peubah yang mempengaruhi (prediktor). Dasar dapat dilakukannya analisis regresi yaitu peubah respon bersifat kuantitatif (terukur secara pasti) dan sifat peubah prediktor dapat berupa peubah kuantitatif, kualitatif maupun campuran.

Sejauh ini sering dibicarakan model regresi dengan peubah respon yang bersifat kuantitatif. Pada kenyataan banyak dijumpai peubah kualitatif (biner atau dikotomus) yang tidak dapat diukur tetapi hanya dapat ditandai sifatnya antara ada (disimbolkan dengan angka 1) dan tidak ada (disimbolkan dengan angka 0). Analisis regresi yang dapat digunakan apabila peubah respon bersifat biner adalah model regresi logistik dan model regresi logistik multilevel (Gujarati,1995).

Analisis multilevel dapat digunakan pada analisis regresi untuk peubah respon biner apabila kondisi data penelitian adalah data yang *nested* (tersarang), di mana unit yang diamati (sebagai level 1), *nested* (tersarang) di bawah kelompok (level 2). Menurut Gelman dan Hill (2007) model multilevel disebabkan oleh dua macam hal, yang pertama yaitu struktur data adalah hirarki yaitu pengamatan level yang lebih rendah yang *nested* (tersarang) dalam level yang lebih tinggi (Kreft dan Leeuw, 1998). Sebagai contoh data siswa yang berkelompok berdasarkan sekolahnya, yaitu siswa (sebagai level 1) *nested* (tersarang) di bawah sekolah (sebagai level 2). Penyebab kedua adalah model dari data yang mempunyai hirarki dengan parameter regresi dari level terendah (yang dikelompokkan), dikontrol oleh hiperparameter dari model dengan parameter regresi dari level yang lebih tinggi.

Hedeker (2004) telah melakukan penelitian untuk mengkaji penggunaan analisis multilevel pada peubah respon biner dan ordinal. Penggunaan model multilevel pada beberapa kasus, disebabkan adanya dugaan awal bahwa terdapat keragaman nilai yang besar antar level. Model multilevel dipilih karena dapat memperkecil penduga kesalahan pada model dibandingkan pemodelan sederhana tanpa memperhatikan adanya tingkatan level pada sebuah data.

Salah satu cara untuk menduga parameter model regresi logistik multilevel adalah dengan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Draper (2007) mengemukakan bahwa penggunaan fungsi kemungkinan dalam model multilevel menyebabkan masalah teknis yaitu pendugaan fungsi kemungkinan maksimum dan salah baku dari pendugaan parameter diselesaikan melalui iterasi *Gaussian* dalam model multilevel, tetapi pendugaan jarak dari parameter tersebut menjadi masalah ketika *J*, jumlah unit dari level kedua, bernilai kecil.

Oleh sebab itu dapat juga digunakan pendugaan parameter dengan metode Bayesian. Keunggulan utama dalam penggunaan metode Bayesian adalah penyederhanaan dari cara klasik yang penuh integral untuk memperoleh model marginal. Di samping itu, metode Bayesian lebih dapat mengakomodir informasi data dari awal (subyektif) ditambah dengan informasi dari sampel dibandingkan dengan metode *Maximum Likelihood Estimation*. Pada metode Bayesian tersebut digunakan pendekatan algoritma komputasional *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC), khususnya teknik *Gibbs Sampler*.

1.2 Rumusan Masalah

Berkaitan dengan pemaparan pada latar belakang, maka rumusan masalah adalah:

1. Bagaimana menduga parameter model regresi logistik multilevel?
2. Manakah metode pendugaan parameter yang memberikan model terbaik untuk mengetahui peubah-peubah prediktor yang mempengaruhi peubah respon?

Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Peubah respon bersifat biner dengan peubah prediktor berskala ordinal dan rasio.
2. Analisis model multilevel yang digunakan adalah analisis model regresi logistik multilevel dengan banyaknya level adalah 2.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menerapkan metode pendugaan parameter *Maximum Likelihood* dan Bayesian MCMC untuk model regresi logistik multilevel pada data biner.
2. Menghasilkan model terbaik dari metode pendugaan parameter yang digunakan untuk mengetahui peubah-peubah prediktor yang mempengaruhi peubah respon.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan mampu memberikan solusi alternatif dalam memilih metode pendugaan parameter yang tepat sehingga diperoleh model yang terbaik untuk mengetahui pengaruh peubah prediktor terhadap peubah respon dalam suatu model regresi logistik multilevel.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan analisis statistika yang digunakan untuk mengetahui adanya keterkaitan antara satu peubah respon dengan satu atau lebih peubah prediktor serta mempelajari bagaimana membangun sebuah model fungsional dari data untuk dapat menjelaskan atau meramalkan satu fenomena alami atas fenomena yang lain. Menurut Draper dan Smith (1992), analisis regresi berdasarkan bentuk hubungan antara peubah respon dan prediktor dapat dibagi menjadi dua yaitu regresi linier dan regresi nonlinier.

Regresi linier dibagi menjadi dua yaitu regresi linier sederhana dan regresi linier berganda. Regresi linier sederhana adalah regresi yang hanya melibatkan satu peubah prediktor saja, sedangkan regresi linier berganda adalah regresi yang melibatkan lebih dari satu peubah prediktor. Persamaan regresi linier sederhana dan regresi linier berganda dapat dilihat pada Persamaan 2.1:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \qquad (2.1)$$
$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i \qquad (2.2)$$

di mana
Y : peubah respon
X : peubah prediktor
β : parameter koefisien regresi
i : 1,2,3,...,*n*
p : banyaknya peubah prediktor
ε : *error* (galat)
n : banyaknya pengamatan

Pendugaan parameter regresi yang sering digunakan adalah metode *Ordinary Least Squares* (OLS) atau disebut dengan Metode Kuadrat terkecil (MKT).

2.2 Model Multilevel

Pada pertengahan tahun 1980-an, sejumlah penelitian mulai melihat bagaimana memperkenalkan pendekatan sistematis pada model statistika dan analisis data yang berstruktur hirarki (berjenjang). Di awal tahun 1990-an telah dihasilkan sebuah teknik dalam menyelesaikan masalah tersebut, beberapa penelitian dan paket program yang dapat diaplikasikan secara rutin. Metode ini diaplikasikan secara luas seperti di bidang pendidikan, epidemilogi, geografi, pertumbuhan anak, survei rumah tangga dan sebagainya (Goldstein, 1999).

Penelitian sosial biasanya terkonsentrasi pada masalah bagaimana menelusuri hubungan antara individu dengan komunitasnya. Konsep umum bahwa individu berkorelasi dengan komunitas sosialnya adalah bahwa suatu individu dipengaruhi lingkungan sosial dimana mereka berada, dan sifat-sifat dari lingkungan sosial tersebut terbentuk oleh individu-individu yang membuat lingkungan tersebut. Secara umum individu dan lingkungan sosial merupakan suatu sistem hirarki. Penelitian semacam ini disebut sebagai penelitian multilevel.

Dalam penelitian multilevel, struktur data dalam populasi berjenjang, dan data sampel terlihat seperti sampel multi-tahap (*multistage sample*) dari populasi hirarki ini. Peubah-peubah dapat didefinisikan dari setiap tingkat. Sebagian peubah ini dapat diukur secara langsung dari tingkat asli (Hox, 1995).

Model multilevel merupakan pemodelan yang dapat dipakai pada data dengan struktur hirarki, *nested* (tersarang) atau terkelompok (Goldstein, 1999; Hedeker, 2004). Hedeker (2004) mengemukakan bahwa dengan menerapkan pemodelan konsep multilevel diharapkan dapat memperkecil tingkat kesalahan pada pemodelan seperti regresi karena beberapa asumsi:

- Masing-masing level, *nested* (tersarang) maupun kelompok memiliki variabilitas yang beragam (tidak homogen).
- Model pada suatu level merupakan fungsi dari model lainnya.
- Terdapat interaksi antar level atau kelompok.
- Respon tidak independen

2.2.1 Model Regresi Multilevel

Analisis regresi dalam model multilevel dinamakan model regresi multilevel. Secara umum model regresi multilevel mempunyai struktur data hirarki yaitu:

1. Sebuah peubah respon (*dependent variable*) yang diukur pada level paling bawah (level 1)
2. Beberapa peubah prediktor (*explanatory variable*) yang diukur pada setiap level.

Menurut Goldstein (1999), model regresi multilevel yang paling sederhana adalah model intersep-acak dua level dengan model matematis sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_1 X_{ij} + e_{ij} \qquad (2.3)$$
$$\beta_{0j} = \gamma_0 + \gamma_1 Z_j + u_{0j} \qquad (2.4)$$

di mana:

Y_{ij} : peubah respon (hanya diukur pada level 1)
X_{ij} : peubah prediktor pada level 1
Z_j : peubah prediktor pada level 2
β : parameter koefisien regresi pada tahap 1
γ : parameter koefisien regresi pada tahap 2
e_{ij} : galat pada level 1
u_{0j} : galat pada level 2
i : individu dalam kelompok ke-i (i = 1,2, ..., n_j)
j : kelompok (j = 1, 2, ..., m)

Persamaan 2.3 dan 2.4 sering dikenal dengan nama *two stage analysis* dan penggabungan dari keduanya disebut *mixed linear model*. Model linier campuran (*mixed linear model* / MLM) merupakan model yang memiliki efek tetap dan efek acak. Dalam model regresi multilevel, efek acak adalah galat pada level 2 sedangkan efek tetap adalah galat pada level 1. Jika MLM terjadi pada sebaran data yang tidak normal, misal pada data yang bersebaran binomial, poisson dan multinomial, maka model tersebut menjadi model nonlinier campuran (*nonlinier mixed model*).

Pada regresi biasa, intersep dan slope untuk setiap kelompok adalah sama nilainya sedangkan pada model ini intersep untuk setiap kelompok berbeda. Asumsi yang mendasari model regresi multilevel pada Persamaan 2.3 sama dengan regresi linier biasa yaitu e_{ij} mengikuti sebaran normal dengan rata-rata nol dan ragam σ^2. Asumsi lainnya adalah bahwa u_{0j} mengikuti sebaran normal dengan rata-rata nol dan ragam σ^2_2 (Hox, 1995).

Pada model regresi multilevel, terdapat korelasi antar pengamatan yang disebut sebagai korelasi intra-class yang menunjukkan keragaman yang terjadi pada peubah respon yang diakibatkan oleh kelompok. Korelasi intra-class adalah penduga untuk menjelaskan keragaman proporsi dalam populasi. Untuk model pada Persamaan 2.3, korelasi intra-class antar dua individu adalah:

$$\rho = \frac{\sigma_2^2}{\sigma^2 + \sigma_2^2} \qquad (2.5)$$

di mana:

ρ : korelasi intra-class

σ^2 : ragam galat pada level 1 (var(e_{ij}))

σ^2_2 : ragam galat pada level 2 (var(u_{0j}))

2.3 Model Regresi Logistik Multilevel

Dalam model regresi apabila respon biner digunakan model regresi logistik yang dalam pendugaan parameternya harus menggunakan fungsi penghubung (*link function*). Hal yang sama juga untuk model multilevel apabila respon biner maka untuk pendugaan parameter juga harus menggunakan suatu fungsi penghubung (Hox, 1995).

2.3.1 Model Umum Regresi Logistik Multilevel

Pada saat data respon merupakan peubah kategori yang terdiri dari 2 kategori, maka model multilevel yang dapat diterapkan adalah model regresi logistik multilevel. Sebagai contoh, bila Y=1 menyatakan sukses dan Y=0 menyatakan gagal, maka peluang akan terjadi sukses pada subyek ke-*i* dan level ke-*j* dinyatakan dengan $P(Y=1) = \gamma_{ij}$ dan peluang akan terjadi gagal pada subyek ke-*i* dan level ke-*j* dinyatakan:

$$P(Y=0) = 1-\gamma_{ij} \qquad (2.6)$$

Sehingga ragam Y dinyatakan sebagai:

$$\text{var}(Y_{ij}) = \gamma_{ij}\,(1- \gamma_{ij}) \qquad (2.7)$$

Secara umum model matematis untuk model intersep acak dua level atau MLM dari Persamaan 2.3 dan 2.4 adalah:

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_{ij} + u_{0j} + \varepsilon_{ij} \qquad (2.8)$$

di mana u_{0j} mengikuti sebaran normal dengan rata-rata nol dan ragam σ^2_2, dan u_{0j} adalah galat untuk level-2 yang bebas terhadap e_{ij}.

Penduga parameter tetap untuk Persamaan 2.8 adalah :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{V}^{-1} \boldsymbol{X})^{-1} \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{V}^{-1} \boldsymbol{Y} \qquad (2.9)$$

dengan V adalah matriks kovariat blok diagonal dari parameter acak σ^2 dan σ^2_2 (Goldstein, 1999).

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} \\ 1 & x_{21} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n_j m} \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{Y} = \begin{pmatrix} y_{11} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{n_j m} \end{pmatrix}$$

dengan *m* level kedua dan n_j level pertama pada unit level 2 ke-*j*.

$$\boldsymbol{V} = \begin{pmatrix} \sigma_2^2 J_{(n)} + \sigma^2 I_{(n)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_2^2 J_{(n)} + \sigma^2 I_{(n)} \end{pmatrix}$$

di mana $I_{(n)}$ adalah matriks identitas berordo (n x n) dan $J_{(n)}$ adalah matriks satu berordo (n x n).

Dari Persamaan 2.8, untuk mengetahui pengaruh level 2 dijelaskan melalui galat level 2 dalam persamaan berikut ini:

$$\hat{u}_{oj} = \frac{n_j \sigma_2^2}{(n_j \sigma_2^2 + \sigma^2)} \hat{y}_j \qquad (2.10)$$

di mana

$$cov\left(\hat{y}_{ij}, u_{0j}\right) = \sigma_2^2$$

$$cov\left(\hat{y}_{ij}, e_{ij}\right) = \sigma^2$$

$$\hat{y}_j = \frac{\sum \hat{y}_{ij}}{n_j}$$

Fungsi γ (x_{ij}) merupakan fungsi non linier sehingga perlu dilakukan transformasi logit untuk memperoleh fungsi yang linier agar dapat dilihat hubungan antara peubah respon (Y) dengan peubah prediktor (X) (Hosmer dan Lemeshow, 2000). Bentuk logit dari γ (x) dinyatakan sebagai $g(x)$, yaitu:

$$g(x_{ij}) = ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) \quad (2.11)$$

Untuk model fungsi penghubung logit Persamaan 2.8 dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Logit\,(\gamma) = X\beta + u} \quad (2.12)$$

dengan **X** adalah matriks peubah prediktor dari level pertama, **β** adalah vektor koefisien regresi dan **u** adalah vektor galat untuk level2.

Secara umum dari model regresi multilevel pada Persamaan 2.8 dapat ditentukan bahwa galat total untuk model tersebut adalah $\xi_{ij} = e_{ij} + u_0$. Sehingga secara umum ragam untuk ξ_{ij} dengan fungsi penghubung logit adalah:

$$var(\xi_{ij}) = \sigma_2^2 + \frac{\pi^2}{3} \quad (2.13)$$

dan korelasi intra-class untuk galat total adalah

$$\rho \equiv Cor(\xi_{ij}, \xi_{i'j}) = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_2^2 + \pi^2/3} \quad (2.14)$$

Secara umum fungsi kepekatan peluang y dapat dituliskan sebagai berikut:

$$f(y) = \iint f(y, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k)\, d\beta_1 d\beta_2 \ldots d\beta_k \quad (2.15)$$

untuk β_i $(i = 1,2,\ldots,k)$ mengikuti sebaran kontinu.

Pendugaan Parameter Regresi Logistik Multilevel

2.3.1.1 *Maximum Likelihood Estimator* (MLE)

Salah satu metode yang dapat digunakan dalam menduga parameter model regresi logistik multilevel adalah *Maximum Estimation Likelihood* (MLE). Menurut Cox dan Snell (1996), penduga kemungkinan maksimum merupakan penduga yang konsisten dan efisien untuk ukuran contoh yang besar (n > 10 (S+1), S=banyak parameter). Metode ini memberikan nilai dugaan parameter β dengan cara memaksimumkan fungsi kemungkinan (*likelihood function*). Jika fungsi sebaran peluang untuk y_{ij} adalah:

$$f(y_{ij})=\gamma^{y_{ij}}(1-\gamma)^{1-y_{ij}} \tag{2.16}$$

maka fungsi likelihood untuk n_j pengamatan bebas adalah:

$$\begin{aligned} L(\beta_0,\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_p) &= \prod_{j=1}^{m}\prod_{i=1}^{n_j}\left\{\left[\gamma(x_{ij})\right]^{y_{ij}}\left[1-\gamma(x_{ij})\right]^{1-y_{ij}}\right\} \\ &= \prod_{j=1}^{m}\prod_{i=1}^{n_j}\left\{\left[\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right]^{y_{ij}}\left[1-\gamma(x_{ij})\right]\right\} \\ &= \left[\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right]^{\sum_{i=1}^{n_j}\sum_{j=1}^{m} y_{ij}}\left[1-\gamma(x_{ij})\right]^{n_j} \end{aligned} \tag{2.17}$$

Berdasarkan fungsi likelihood didapatkan ln fungsi likelihood sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\ln\left(L(\beta_0,\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_p)\right) &= \ell(\beta_0,\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_p) \\
&= ln\left\{\prod_{j=1}^{m}\prod_{i=1}^{n_j}\left\{\left[\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right]^{y_{ij}}\left[1-\gamma(x_{ij})\right]\right\}\right\} \\
&= \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}\left\{ln\left\{\left[\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right]^{y_{ij}}\left[1-\gamma(x_{ij})\right]\right\}\right\} \\
&= \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}\{y_{ij}(\beta_0+\beta_1x_{1ij}+\beta_2x_{2ij}+\cdots+\beta_px_{pij}) \\
&\quad + ln\left[1+e^{(\beta_0+\beta_1x_{1ij}+\beta_2x_{2ij}+\cdots+\beta_px_{pij})}\right]\}
\end{aligned}
\tag{2.18}
$$

Pendugaan parameter regresi logistik multilevel didapatkan dari turunan parsial pertama fungsi ln likelihood terhadap parameter yang akan diduga kemudian disamakan dengan nol.

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial l(\beta_0,\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_p)}{\partial\beta_k} &= \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}\left[y_{ij}-\left(\frac{e^{(\beta_0+\beta_1x_{1ij}+\beta_2x_{2ij}+\cdots+\beta_px_{pij})}}{1+e^{(\beta_0+\beta_1x_{1ij}+\beta_2x_{2ij}+\cdots+\beta_px_{pij})}}\right)\right] \\
&= \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}\left[y_{ij}-\gamma(x_{ij})\right] \\
\frac{\partial l(\beta_0,\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_p)}{\partial\beta_1} &= \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}\left[y_{ij}x_{1ij}\right. \\
&\quad \left.-\left(\frac{e^{(\beta_0+\beta_1x_{1ij}+\beta_2x_{2ij}+\cdots+\beta_px_{pij})}}{1+e^{(\beta_0+\beta_1x_{1ij}+\beta_2x_{2ij}+\cdots+\beta_px_{pij})}}\right)x_{1ij}\right] \\
&= \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_j}\left[y_{ij}x_{1ij}-x_{1ij}\gamma(x_{ij})\right]
\end{aligned}
\tag{2.19}
$$

di mana $k = 1,2,\dots,p$

Selanjutnya didapatkan turunan parsial kedua dari fungsi ln likelihood terhadap parameter yang merupakan elemen dari matriks Hessian yang berukuran *(p+1)x(p+1)*. Elemen-elemen matriks Hessian merupakan anggota dari suatu matriks yang disebut matriks informasi, **I(β)** atau dapat ditulis **I(β)=-H(β)**.

Pendugaan parameter menggunakan metode MLE adalah dengan melakukan turunan parsial fungsi ln likelihood terhadap parameter yang akan diduga, akan tetapi turunan parsial pertama dari fungsi ln likelihood terhadap parameter yang akan diduga merupakan fungsi nonlinier.

Menurut Flom *et al* (2008), fungsi likelihood yang digunakan untuk menyelesaikan pendugaan parameter pada model regresi logistik multilevel dinyatakan pada:

$$L\left(\gamma, \sigma_{u_{0j}}^2 \middle| y, x.\right) = \prod_j \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_i g\left(Y_{ij} \middle| X_{ij}, u_{0j}\right) f(u_{0j}) du_{0j} \qquad (2.20)$$

di mana:

$$g\left(y_{ij} \middle| x_{ij}, u_{0j}\right) = \gamma_{ij}^{y_{ij}} (1-\gamma_{ij})^{1-y_{ij}}$$

Secara umum Persamaan 2.20 tidak dapat diselesaikan kecuali melalui prosedur iterasi. Untuk menyelesaikan persamaan fungsi kemungkinan harus menggunakan teknik integrasi numerik. Dalam model multilevel prosedur yang digunakan adalah prosedur *Gaussian Quadrature* untuk menghitung integral secara numerik. Metode kemungkinan maksimum memerlukan nilai awal yang baik untuk parameter-parameternya.

Gaussian Quadrature merupakan sebuah teknik integrasi secara numerik yang bermanfaat untuk menyelesaikan perhitungan integral dari fungsi seperti pada Persamaan 2.20 (Flom, dkk, 2006).

$$\int_a^b g(x)dx = \int_a^b f(x)w(x)dx \qquad (2.21)$$

w(x) merupakan fungsi bobot yang akan dicari nilainya, sedemikian hingga bentuk integral pada Persamaan 2.20 dapat dinyatakan pula dalam Persamaan 2.22 di bawah ini:

$$\int_a^b f(x)w(x)dx = \sum_{i=1}^{n} w_i f(x_n) \qquad (2.22)$$

di mana w_m merupakan bernilai positif dan x_m merupakan poin *gaussian quadrature*.

2.3.1.2 Bayesian *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC)

Pendugaan parameter lain yang dapat digunakan dalam model regresi logistik multilevel adalah Bayesian *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). Menurut Pereira (1999), metode Bayes memberikan hasil pendugaan yang lebih baik daripada pendugaan titik dalam metode klasik. Hal ini disebabkan pendugaan parameter hanya berdasarkan informasi dari data sampel, di mana ukuran sampel sangat berpengaruh terhadap hasil pendugaan. Dalam metode Bayes selain menggunakan informasi dari data sampel juga dipertimbangkan informasi dari sebaran prior untuk mendapatkan sebaran posterior, sehingga hasil pendugaan dalam metode Bayes akan lebih baik. Namun pada kenyataannya, sebaran prior tidak mudah ditentukan dan sebaran posterior menjadi sulit diperoleh sehingga metode Bayes cukup sulit diselesaikan secara analitik. Untuk mengatasi masalah tersebut, maka dikembangkan teknik simulasi sehingga metode Bayes mudah diselesaikan.

Teknik simulasi yang biasa digunakan dalam metode Bayes adalah metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). Menurut Scollnik (1996), metode MCMC merupakan metode simulasi untuk mendapatkan data sampel suatu peubah acak dengan teknik sampling berdasarkan sifat rantai markov. Salah satu teknik dalam metode MCMC yang terkenal adalah *Gibbs Sampler*. Dalam melakukan proses simulasi, *Gibbs Sampler* menggunakan sebaran bersyarat untuk membangkitkan data sampel peubah acak.

Metode Bayes merupakan metode yang menggabungkan informasi prior dengan pengamatan di dalam percobaan sehingga menghasilkan sebaran posterior. Sebaran posterior kemudian digunakan untuk memperbarui sebaran prior melalui data pengamatan (Pereira, 1999). Berger (1985) menyebutkan bahwa sebaran prior dapat dibedakan menjadi dua berdasarkan bentuk sebaran dan berdasarkan penentuan parameter dalam sebaran prior tersebut. Berdasarkan bentuk sebaran, terdapat dua macam sebaran prior, yaitu:

1. Sebaran prior konjugat, yaitu pemberian bentuk sebaran prior yang sepola dengan sebaran data. Misalnya sebaran beta untuk parameter p merupakan prior konjugat bagi data yang menyebar binomial dan sebaran normal untuk parameter μ merupakan prior konjugat bagi data yang menyebar normal.

2. Sebaran prior non konjugat yaitu pemberian bentuk sebaran prior yang tidak sepola dengan sebaran data.

Sebaran prior terbagi menjadi dua dalam menentukan parameter:

1. Sebaran prior informatif, yaitu penentuan parameter sebaran prior berdasarkan informasi dari data.
2. Sebaran prior non informatif, yaitu penentuan parameter sebaran prior tidak berdasarkan informasi dari data.

(Iversen, 1984)

Apabila θ merupakan suatu nilai peubah acak dengan sebaran peluang f(θ), maka f(θ) sering disebut sebaran awal atau sebaran prior. Selanjutnya sebaran prior f(θ) digunakan bersama sebaran bersyarat f(x|θ) dalam sebaran gabungan sampel

$$f(x;\theta)= f(x|\theta)\, f(\theta) \quad (2.23)$$

Sebaran bersyarat dalam metode Bayes juga dapat disebut sebagai fungsi likelihood, L(θ) = f(x|θ), sehingga metode Bayes juga dapat didefinisikan sebagai penggabungan fungsi likelihood dan sebaran prior (Gamerman, 1997). Dalam penelitian ini fungsi likelihood yang dipakai tercantum dalam Persamaan 2.21, sehingga sebaran prior yaitu:

$$f(\theta|x) \propto f(x|\theta)\, f(\theta) \quad (2.24)$$

Untuk menentukan nilai duga parameter dari sebaran posterior θ digunakan metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). Metode MCMC ini cukup efektif untuk menentukan nilai duga parameter dari sebaran posterior yang sangat komplek dan cukup sulit jika diselesaikan dengan metode lain (Pereira, 1999).

Metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) merupakan metode simulasi untuk mendapatkan data sampel suatu peubah acak dengan teknik sampling yang cara kerjanya menguunakan sifat rantai markov (Scollnik, 1996). Proses stokastik adalah serangkaian peubah acak (X_t), di mana $t \in T$ merupakan indeks waktu atau deretan. Sebuah proses stokastik memperlihatkan sifat markov jika kejadian pada saat $t+1$ yaitu peubah acak X_{t+1} hanya dipengaruhi oleh kejadian satu langkah sebelumnya. Secara matematis sifat rantai markov dapat ditulis sebagai berikut

$$P\{ X_{t+1}=j|\, X_{t+1}=i\}=P\{ X_{t+1}=j|\, X_t=i\ , X_{t-1}=i_1, X_{t-2}=i_2, ..., X_0=i_t\} \quad (2.25)$$

untuk $t = 0,1,2,...$, dan setiap deretan j, i, i_1, ..., i_t.
Peluang bersyarat,

$$P\{ X_{t+1}=j| X_{t+1}=i\}=P_{ij} \quad (2.26)$$

disebut peluang transisi satu langkah sedangkan peluang transisi n tahap adalah

$$P\{ X_{t+1}=j| X_{t+1}=i\}=P_{ij}^{(n)} \quad (2.27)$$

Rantai markov (*Markov Chain*) dikatakan memiliki sebaran stasioner π(x) jika

$$P\{ X_{t+1}=j| X_{t+1}=i\}=P\{X_1=j|X_0=i\}=P_{ij} \quad (2.28)$$

Sehingga peluang transisi yang diulang tidak berubah setiap waktu. Rantai markov dengan sebaran stasioner π(x) disebut *irreducible* jika setiap keadaan *j* dapat dicapai dari setiap keadaan *i* setelah sejumlah terbatas transisi, di mana $i \neq j$ atau $P_{ij}^{(n)} > 0$ untuk $1 \leq n \leq \infty$ (Hines, 1990).

Simulasi Monte Carlo merupakan suatu pendekatan untuk menduga fungsi sebaran dari peubah acak $\{X_t\}$. Salah satu metode simulasi yang terkenal dalam MCMC adalah *Gibbs Sampler* adalah metode yang menggunakan sebaran bersyarat penuh yang dihubungkan dengan sebaran stasioner (π(x)) (Scollnik, 1996).

Misalkan $\pi(x_1, x_2, ..., x_k)$ merupakan sebaran gabungan dari peubah X_j yang bersesuaian dengan sebaran stasioner (π(x)), maka $\pi(x_j)$ merupakan sebaran marginal dan $\pi(x_j|x_1,..., x_{j-1}, x_{j+1},..,x_k)$ merupakan sebaran bersyarat penuh dari variabel X_j di mana $j=1,2,..,k$. Sehingga proses *Gibbs Sampler* dilakukan dengan cara membangkitkan sampel dari sebaran bersyarat penuh dengan mengikuti langkah-langkah sebagai berikut:

1. Memilih nilai awal $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)},...,\ x_k^{(0)})$

   Nilai awal yang diberikan ini adalah sebarang nilai yang sesuai dengan peubah acak X_1, X_2, ..., X_k dan akan digunakan untuk menduga $x^{(1)}$, dan $x^{(1)}$ akan digunakan untuk menduga $x^{(2)}$, dan seterusnya sampai $x^{(n)}$.
2. Dilakukan simulasi pengambulan sampel dari peubah acak berdasarkan sebaran bersyarat penuh

$X_1^{(0)} \sim \pi(x_1 | x_2^{(i-1)}, \ldots, x_k^{(i-1)})$

$X_2^{(0)} \sim \pi(x_2 | x_1^{(i)}, x_3^{(i-1)}, \ldots, x_k^{(i-1)})$

$X_3^{(0)} \sim \pi(x_3 | x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_4^{(i-1)}, \ldots, x_k^{(i-1)})$

.

.

.

$X_k^{(0)} \sim \pi(x_k | x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \ldots, x_k^{(i-1)})$

Sehingga $X^{(i)} = (X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, \ldots, X_k^{(i)})$ (2.29)

Simulasi ini dilakukan mulai i=1 hingga n iterasi yang diinginkan. Ketika $n \sim \infty$, maka nilai $X^{(n)}$ dari masing-masing sebaran bersyarat penuh akan tampak sangat acak. Untuk menduga peubah acak dari sebaran marginal yang dihasilkan dari proses simulasi digunakan rata-rata dari sebaran bersyarat penuh, yaitu:

$$\widehat{\pi(x)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \pi(x | \theta^{(i)}) \quad (2.30)$$

di mana

n : banyaknya iterasi yang diinginkan

$\theta^{(i)}$: vektor parameter

Nilai awal $x^{(0)}$ digunakan untuk menduga nilai $x^{(1)}$, dan seterusnya hingga $x^{(n)}$. Hal ini berakibat secara langsung pada $x^{(n)}$ yang bergantung pada $x^{(0)}$. Namun pada kondisi n ~ ∞, pengaruh nilai awal $x^{(0)}$ akan berkurang terhadap $x^{(n)}$, sehingga dianggap tidak berpengaruh lagi. Pada kondisi ini rantai markov akan konvergen menuju sebaran stasioner (π(x)) yang tidak bergantung pada nilai awal $x^{(0)}$. Jika iterasi ke-m (m<n) contoh acak sudah konvergen, maka contoh acak ke-1 hingga ke-m dihilangkan dan contoh acak yang digunakan untuk menduga rata-rata dari sebaran stasioner ($\bar{\pi}(\bar{x})$) adalah iterasi ke(m+1) hingga n. Kondisi dimana iterasi ke-m yang ditiadakan untuk menghilangkan pengaruh nilai awal disebut kondisi *burn-in*. Karena iterasi ke-m ditiadakan sehingga rata-rata dari sebaran bersyarat penuh dari Persamaan 2.30 menjadi

$$\widehat{\pi(x)} = \frac{1}{n-m} \sum_{i=m+1}^{n} \pi(x | \theta^{(i)}) \quad (2.31)$$

Nilai 10-100 yang pertama dari iterasi dapat dibuang untuk menghilangkan pengaruh nilai awal.

Setelah pengambilan contoh acak untuk menduga rata-rata $\bar{\pi}(\bar{x})$ berdasarkan kondisi *burn-in*, kemudian melihat nilai koefisisen autokorelasi (ACF) apakah pengaruh ketergantungan dari nilai-nilai hasil iterasi ada atau tidak. Jika pada plot ACF terdapat nilai koefisien autokorelasi lag ke-l berada di luar batas selang $\pm 2/\sqrt{n}$ maka terdapat pengaruh ketergantungan dari nilai-nilai hasil iterasi, sehingga pengambilan sampel untuk menduga rata-rata dari sebaran stasioner ($\pi(x)$) dilakukan setiap kelipatan ke-*l* (Scollnik, 1996).

2.4. Pengujian Parameter

Untuk mengetahui apakah peubah prediktor yang terdapat dalam model tersebut memiliki kontribusi yang nyata terhadap peubah respon, maka perlu dilakukan pengujian terhadap parameter. Pengujian parameter yang dilakukan adalah:

1. Uji Simultan

Untuk mengetahui apakah model dengan seluruh peubah prediktor secara simultan merupakan model yang sesuai, dapat digunakan *likelihood ratio test* (Hosmer dan Lameshow, 2000) dengan hipotesis:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_p = 0$

lawan

H_1 : minimal ada satu $\beta_k \neq 0$ untuk $k = 1, 2, ..., p$

Statistik uji yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$G = -2ln\left[\frac{L_0}{L_1}\right]$$
$$= -2[\ln(L_0) - \ln(L_1)] = [-2\ln(L_0)] - [-2\ln(L_1)] \quad (2.32)$$

di mana:

L_0 : likelihood untuk model tanpa peubah X_k

L_1 : likelihood untuk model dengan peubah X_k

Statistik uji G mengikuti sebaran χ^2 dengan derajat bebas p yaitu banyaknya parameter yang ada dalam model. Sehingga H_0 ditolak jika $G > \chi^2_{(p-2)}$ atau nilai-p < α.

2. Uji Parsial

Menurut Hosmer dan Lemeshow (1989), uji koefisien regresi secara parsial digunakan untuk memeriksa peranan koefisien regresi dari masing-masing peubah prediktor secara individu pada model, yaitu dengan membandingkan penduga dengan ragam penduganya. Uji yang digunakan yaitu uji Wald dengan hipotesis:

$H_0 : \beta_k = 0$

lawan

$H_1 : \beta_k \neq 0$, untuk $k = 0, 1, 2, ..., p$.

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$W = \frac{\widehat{\beta_k}}{SE(\hat{\beta}_k)} \tag{2.33}$$

$\widehat{\beta_k}$ adalah penduga β_k dan $SE(\hat{\beta}_k)$ merupakan penduga galat baku dari $\widehat{\beta_k}$ yang didapatkan dari Persamaan 2.11. Nilai $SE(\hat{\beta}_k)$ ditentukan dari nilai diagonal utama matriks kovariat yaitu:

$$cov\left(\widehat{\beta_k}\right) = [X'V^{-1}X]^{-1}$$

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \widehat{\gamma_1}(1-\widehat{\gamma_1}) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \widehat{\gamma_n}(1-\widehat{\gamma_n}) \end{bmatrix}$$

Var $\left(\widehat{\beta_k}\right)$ = diagonal utama matriks $cov\left(\widehat{\beta_k}\right)$

$$SE\left(\widehat{\beta_k}\right) = \sqrt{var\left(\widehat{\beta_k}\right)} \tag{2.34}$$

Statistik uji W mengikuti sebaran normal, sehingga H_0 ditolak jika $W > Z_{\alpha/2}$ atau nilai-p < α.

2.5. Kriteria Kebaikan Model

Penggunaan beberapa metode untuk mencari model yang sesuai pada kasus peubah respon yang biner, dapat dipilih model yang paling tepat dengan melihat nilai kriteria kebaikan model (*Goodness of fit*) yaitu dengan mencari nilai dugaan untuk peubah respon ($\hat{y}$) dari masing-masing model regresi logistik dan model regresi logistik multilevel.

Metode yang dapat digunakan adalah *Deviance Information Criterion* (DIC). Kriteria kebaikan model ini dikembangkan oleh Spiegelhalter untuk menghitung ukuran keakuratan model dalam model Bayesian (Cowles, 2010). Statistik DIC dapat dihitung dengan rumus:

$$DIC = -2\log\left(likelihood\right) \tag{2.35}$$

Persamaan 2.35 digunakan pada pendugaan parameter dengan MLE, sedangkan menggunakan Bayesian MCMC, persamaan DIC yang terbentuk adalah:

$$DIC = \ddot{D}_{avg}(y) + p_D = 2\ddot{D}_{avg}(y) - D_{\hat{\theta}}(y) \tag{2.36}$$

di mana:

$\ddot{D}_{avg}(y)$: rata-rata nilai D dari sebaran posterior θ

$D_{\hat{\theta}}(y)$: nilai D yang diduga pada rata-rata posterior θ

p_D : $\ddot{D}_{avg}(y) - D_{\hat{\theta}}(y)$

avg : *average*

Perbedaan persamaan dalam kedua metode tersebut disebabkan oleh fungsi likelihood dalam tiap metode. Pada MLE, fungsi likelihood dijabarkan dalam Persamaan 2.20, sedangkan untuk metode Bayesian MCMC, fungsi likelihood telah bergabung dengan sebaran prior menjadi sebaran posterior (Spiegelhalter, 2003). Model dengan nilai DIC yang kecil, dipilih sebagai model terbaik.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah dua data sekunder, yaitu:

Data 1 : tentang bakat anak-anak TK/RA pada sebuah desa

Data 2 : tentang status akreditasi SMK di propinsi Jawa Timur.

Data selengkapnya dituliskan dalam Lampiran 1 dan 2

Tabel 3.1. Data Sekunder

No	Data	Peubah Respon	Peubah Prediktor	Kelompok dalam level 2
1.	Bakat dan Kreativitas anak TK/RA	Y : Bakat anak; 0 = kurang berbakat, 1 = berbakat	X_1 : Pemilihan warna X_2 : Kerapian X_3 : Kebersihan X_4 : Jenis Kelamin; 0 (perempuan), 1 (laki - laki)	3 (tiga)
2.	Akreditasi SMK di Jawa Timur pada Tahun 2006	Y : Status akreditasi SMK; 1= A, 0 = selain A	X_1 : Status sekolah; 1= negeri, 0 = swasta X_2 : Lama berdiri Sekolah (tahun) X_3 : Banyak siswa terakhir X_4 : Banyak guru terakhir X_5 : Banyak alumni yang diterima dunia usaha dan industri setahun terakhir X_6 :Status tanah bangunan; 1= milik sendiri, 0 = menyewa/menumpang X_7 : Nilai rata-rata Ujian Nasional Sekolah X_8 : Indeks Pembangunan Manusia tiap Kabupaten/Kota asal sekolah	20 (dua puluh)

Data 1 merupakan data sekunder hasil penelitian mahasiswa KKN Fakultas MIPA Universitas Brawijaya, yaitu: data bakat dan kreativitas anak TK/RA Desa Maron Kecamatan Srengat dalam mewarnai sebuah gambar tahun 2009. Peubah yang digunakan terdiri dari satu peubah respon dan empat peubah prediktor.

Data 2 merupakan data sekunder dari Dinas Pendidikan Propinsi Jawa Timur, merupakan data laporan SMK yang telah terakreditasi sampai dengan tahun 2006. Peubah yang digunakan terdiri dari satu peubah respon dan delapan peubah prediktor.

3.2 Proses Simulasi

Proses simulasi pada pendugaan parameter Bayesian MCMC dilakukan dengan bantuan paket program WinBUGS (*Windows Bayesian inference Using Gibbs Sampling*) versi 1.4 yang dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Membuat model dalam menu *Model Specification*. Menu ini berisi pengecekan program pada *Model*, *Data* dan *Inits*.
b. Memasukkan parameter yang akan diduga dalam menu *Inference/Sample*.
c. Melakukan iterasi dengan memilih menu *Model/Update* dan memasukkan nilai banyaknya iterasi yang akan dilakukan. Iterasi berakhir apabila telah konvergen yang ditandai dengan pola acak pada *dynamic trace* yang terbentuk. Cara lain yang dapat dilakukan adalah melihat nilai MC *error*. Iterasi dihentikan apabila MC *error* bernilai kurang dari 5% simpangan baku.
d. Menggunakan menu *Sample*, akan didapatkan output berupa pendugaan parameter, gambar plot ACF, *kernel density* dan *dynamic trace*.

3.3 Tahapan Analisis

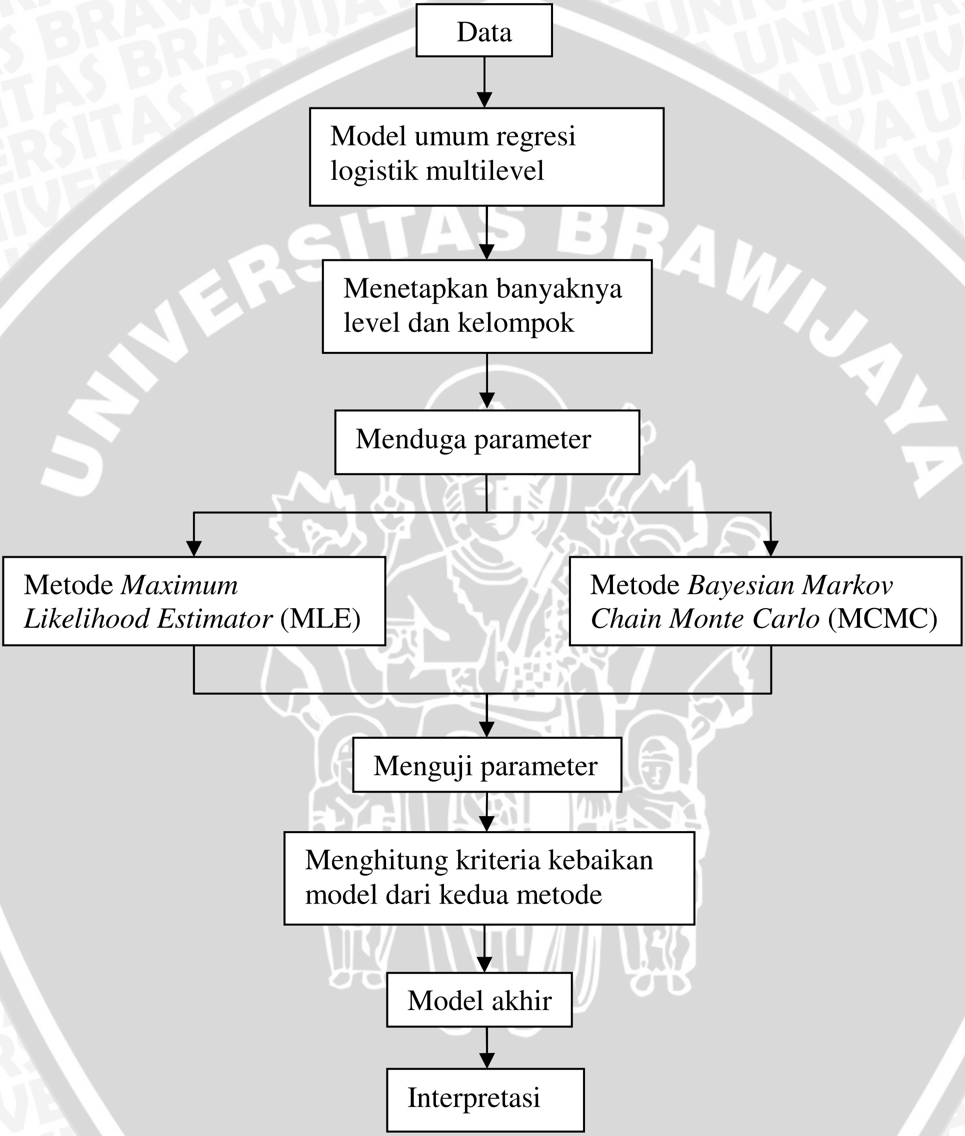
Beberapa tahapan dalam menduga parameter model regresi logistik dan model regresi logistik multilevel, yaitu :

a. Menentukan model umum regresi logistik multilevel dengan 2 kategori pada peubah respon (Y), seperti pada persamaan (2.12).

b. Menetapkan banyak level adalah 2 dan banyak kelompok pada level 2.
c. Mencari parameter dengan metode pendugaan parameter *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) melalui iterasi *Gaussian Quadrature* pada Persamaan 2.20 dengan bantuan program komputer SAS 9.1 PROC NLMIXED dan Bayesian *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) dengan bantuan software WinBUGS 1.4.
d. Melakukan pengujian signifikansi model melalui uji simultan dan uji individu pada model yang terbentuk sesuai dengan Persamaan 2.32 dan 2.33.
e. Menghitung kriteria kebaikan model yaitu DIC seperti pada Persamaan 2.35 dan 2.36.
f. Menyatakan model akhir.
g. Melakukan interpretasi peubah-peubah prediktor yang mempengaruhi peubah respon pada data.

Tahapan dalam penelitian ini digambarkan sebagai berikut:

h.



Gambar 3.1 Langkah-langkah penelitian

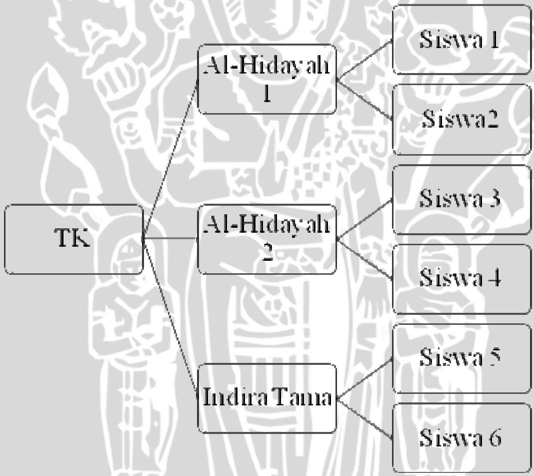
BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Model Regresi Logistik Multilevel

Penggunaan model multilevel pada kedua data penelitian ini diterapkan dalam bidang pendidikan. Dalam pendidikan, sifat *nested* (tersarang) merupakan struktur hirarki yang dapat digambarkan sebagai berikut, misalnya siswa *nested* (tersarang) dalam kelas, kelas tersarang dalam sekolah, sekolah tersarang dalam pemerintah lokal, pemerintah lokal tersarang dalam negara. Untuk memudahkan pemodelan dalam struktur hirarki ini, penomoran (dengan membuat level) dimulai dari yang terendah yaitu siswa sebagai level 1, kelas sebagai level 2, sekolah sebagai level 3 dan seterusnya.

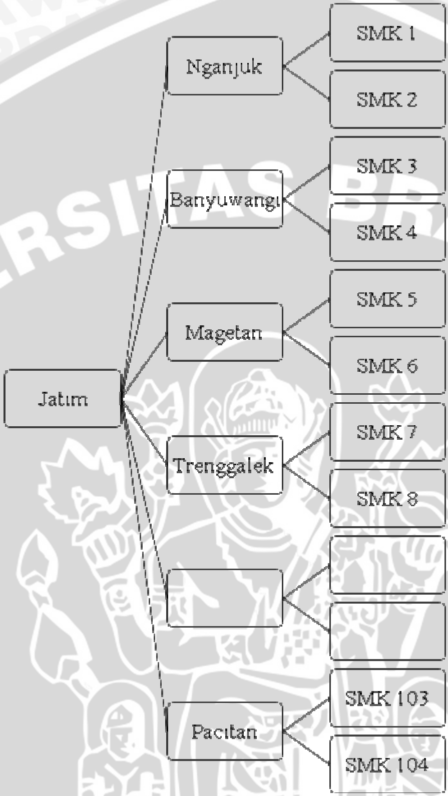
Struktur hirarki untuk Data 1 pada penelitian ini digambarkan seperti di bawah ini:



Gambar 4.1 Struktur Hirarki Data 1

Pada Gambar 4.1 terlihat bahwa beberapa siswa tersarang dalam tiga TK/RA di Desa Maron yaitu Al-Hidayah 1, Al-Hidayah 2 dan Indira Tama. Siswa tersebut merupakan level pertama dan ketiga TK/RA adalah level kedua.

Struktur hirarki pada Data 2 agak berbeda dengan Data 1. Pada Data 2 tidak membahas lagi mengenai siswa sebagai level terendah, akan tetapi yang menjadi obyek pengamatan pada data ini adalah SMK di Jawa Timur, di mana struktur hirarkinya sebagai berikut:



Gambar 4.2 Struktur Hirarki Data 2

Sesuai dengan penggunaan model multilevel, maka pada Data 2 ini ditentukan yaitu Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) sebanyak 104 adalah level pertama dan kabupaten/kota di propinsi Jawa Timur yang berjumlah 20 kabupaten/kota menjadi level kedua.

4.2 Pendugaan Parameter dengan *Maximum Likelihood*

Bagian ini mengandung informasi tentang hasil pendugaan parameter dari model regresi logistik multilevel yang disajikan dalam bentuk Persamaan 2.8. Ringkasan hasil pendugaan parameter menggunakan *Maximum Likelihood* disajikan dalam Tabel 4.1 dan 4.2, sedangkan hasil selengkapnya untuk Data 1 dan Data 2 dapat dilihat pada Lampiran 6 dan 7.

Tabel 4.1. Hasil Pendugaan Parameter untuk Data 1

Parameter	Koefisien	Salah Baku	Nilai-p	W
β_0	-34,561	9,236	**0,0001**	**3,744**
β_1	0,0909	0,0371	**0,0071**	**2,4501**
β_2	0,0523	0,0259	**0,0217**	**2,0193**
β_3	0,0157	0,0227	0,2446	0,6916
β_4	0,2923	0,75	0,3484	0,3897

Tabel 4.2. Hasil Pendugaan Parameter untuk Data 2

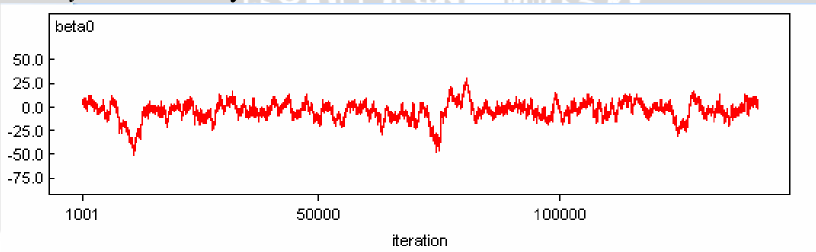
Parameter	Koefisien	Salah Baku	Nilai-p	W
β_0	-1,258	7,3046	0,4316	0,1722
β_1	2,5467	1,646	0,0609	1,5472
β_2	0,0705	0,0299	**0,0092**	**2,3578**
β_3	0,0005	0,0013	0,3503	0,3846
β_4	0,0466	0,0257	0,0349	1,8132
β_5	-0,0022	0,0072	0,6198	-0,305
β_6	0,5155	1,0277	0,3080	0,5016
β_7	0,2128	0,1123	0,0291	1,8949
β_8	-0,1089	0,1010	0,8595	-1,078

Dalam penelitian ini, salah satu cara menduga parameter β yaitu menggunakan *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Cara dalam menduga parameter dengan fungsi kemungkinan ini berbeda dengan penggunaan fungsi kemungkinan pada regresi logistik. Perbedaan tersebut terletak penggunaan iterasi, dalam regresi logistik menggunakan iterasi *Newton Raphson* sedangkan model regresi logistik multilevel ini menggunakan iterasi *Gaussian Quadrature* yang digunakan untuk menyelesaikan perhitungan dalam fungsi kemungkinan pada Persamaan 2.20. Dalam iterasi tersebut, nilai awal yang diberikan pada penelitian ini didapatkan dari hasil pendugaan parameter pada model regresi logistik.

Koefisien parameter pada Tabel 4.1 dan 4.2 ini tidak dapat diinterpretasikan langsung seperti pada regresi linier biasa sebab dalam model regresi logistik multilevel menggunakan fungsi logit dalam persamaan model yang terbentuk seperti pada Persamaan 2.12. Sehingga jika ingin mengetahui berapa peluang seorang anak di suatu TK/RA dikatakan berbakat dalam mewarnai ataupun sebuah SMK dapat memiliki akreditasi A maka digunakan fungsi logistik dengan memasukkan nilai dari peubah-peubah prediktor yang diteliti.

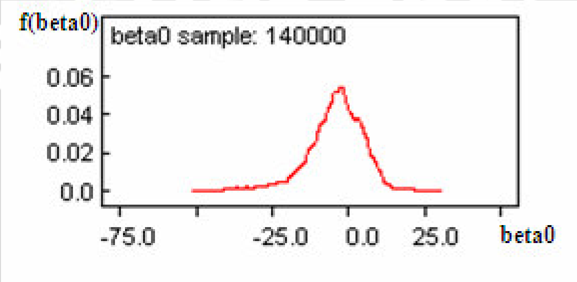
4.3 Pendugaan Parameter dengan Bayesian MCMC

Kedua data pada penelitian ini digunakan sebagai nilai awal dalam proses simulasi metode Bayesian MCMC. Proses simulasi diawali dengan membentuk model berdasarkan *Model Specification* (program selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 8 dan 9), selanjutnya melakukan iterasi dengan *Gibbs Sampler*. Iterasi dilakukan sebanyak 500 sampel untuk Data 1 dan 140000 sampel untuk Data 2 dengan menghilangkan 100 nilai pertama untuk Data 1 dan 1000 nilai pertama untuk Data 2 agar tidak ada lagi pengaruh *burn-in* (nilai awal). Sehingga sampel yang digunakan dalam menduga parameter adalah 400 untuk Data 1 dan 139000 untuk Data 2. Sebuah contoh acak dikatakan konvergen dengan melihat *dynamic trace* dari hasil output WinBugs 1.4 pada Lampiran 9 dan 10. Salah satu *dynamic trace* yaitu:



Gambar 4.3 *Dynamic Trace*

Pada gambar tersebut terlihat bahwa tidak membentuk sebuah pola yang teratur, sehingga dapat dikatakan bahwa contoh acak tersebut telah konvergen. Proses pengambilan contoh acak ini berdasarkan Persamaan 2.31. Setelah proses tersebut, kemudian melihat nilai koefisien autokorelasi (ACF) untuk melihat apakah terdapat pengaruh ketergantungan dari nilai-nilai hasil iterasi. Dari hasil output pada lampiran terlihat bahwa ada pengaruh ketergantungan dari nilai-nilai hasil iterasi, sebab nilai koefisien autokorelasi lag ke-l berada di luar batas selang ±2/√n. Sehingga untuk Data1, pengambilan sampel untuk menduga rata-rata dari sebaran stasioner dilakukan setiap kelipatan ke-30 dan ke-20 untuk Data 2. Sebaran posterior yang terbentuk dari hasil penelitian ini dapat dilihatdari *kernel density*, hasil output WinBugs 1.4, salah satu sebaran posterior yang dihasilkan adalah:



Gambar 4.4 *Kernel Density*

Pada Gambar 4.4 tersebut terlihat bahwa sebaran posterior yang terbentuk untuk parameter β_0 pada Data 2 berbentuk hampir menyerupai sebaran normal. Hasil pendugaan parameter menggunakan pendugaan Bayesian MCMC terlihat dalam Tabel 4.3 untuk Data 1 dan Tabel 4.4 untuk Data 2.

Tabel 4.3. Hasil Pendugaan Parameter untuk Data 1

Parameter	**Rata-rata**	**Simpangan Baku**	**MC *error***	**Nilai-p**	**W**
β_0	-34,57	6,901	1,479	**0,0000**	**23,3739**
β_1	0,1108	0,0305	0,0065	**0,0000**	**17,0462**
β_2	0,0664	0,0271	0,0057	**0,0000**	**11,6491**
β_3	0,0388	0,0443	0,0094	**0,0000**	**4,1277**
β_4	0,3742	0,8666	0,0918	**0,0000**	**4,0763**

Tabel 4.4. Hasil Pendugaan Parameter untuk Data 2

Parameter	**Rata-rata**	**Simpangan Baku**	**MC *error***	**Nilai-p**	**W**
β_0	-4,387	9,7	0,4783	**0,0000**	**9,1721**
β_1	2,821	1,856	0,0122	**0,0000**	**231,2295**
β_2	0,0867	0,0366	0,0007	**0,0000**	**123,8571**
β_3	0,0007	0,0014	0,00001	**0,0000**	**70**
β_4	0,0541	0,0288	0,0005	**0,0000**	**108,2**
β_5	-0,0027	0,008	0,00007	**0,0000**	**38,5714**
β_6	0,7983	1,17	0,0196	**0,0000**	**40,7296**
β_7	0,2404	0,1232	0,0039	**0,0000**	**61,641**
β_8	-0,0859	0,129	0,0063	**0,0000**	**13,6349**

Kedua tabel tersebut menunjukkan bahwa rata-rata adalah rata-rata dari beberapa sampel iterasi pada masing-masing parameter. Nilai tersebut digunakan sebagai penduga parameter dalam model regresi logistik multilevel. Sedangkan simpangan baku yang dihasilkan merupakan simpangan baku dari beberapa sampel iterasi. MC *error* adalah salah baku dari proses *Markov Chain* (rantai markov). Sehingga dapat dikatakan bahwa nilai rata-rata pada metode Bayesian MCMC merupakan koefisien penduga parameter yang terbentuk begitu pula dengan simpangan baku dalam kedua tabel tersebut.

4.4 Pengujian Parameter

Nilai duga parameter pada masing-masing model telah diketahui, selanjutnya dilakukan pengujian terhadap nilai duga parameter yang dihasilkan tersebut. Ada dua pengujian, yaitu pengujian secara simultan untuk melihat apakah model dengan peubah prediktor merupakan model yang sesuai atau tidak dan pengujian nilai duga parameter secara parsial untuk mengetahui peran masing-masing peubah prediktor terhadap model.

4.4.1 Uji Simultan

Untuk melakukan pengujian simultan pada model regresi logistik multilevel, digunakan hipotesis:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_p = 0$
lawan
H_1 : minimal ada satu $\beta_k \neq 0$ untuk $k = 1, 2, ..., p$

Berdasarkan Persamaan 2.32, hasil pengujian simultan diberikan pada Tabel 4.5

Tabel 4.5. Pengujian Simultan Model Regresi Logistik Multilevel

	MLE		Bayesian MCMC	
	Data 1	Data 2	Data 1	Data 2
Statistik uji G	59,3	60,029	29,1	13,926
Nilai-p	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,030**

Berdasarkan Tabel 4.5, untuk hasil pendugaan parameter menggunakan MLE, nilai statistik uji G pada Data 1 sebesar 59,3 dan pada Data 2 sebesar 60,029. Karena nilai G untuk Data 1 lebih dari $\chi^2_{(0,05;2)}$(5,991), maka dapat dikatakan bahwa pengujian secara simultan model tersebut signifikan pada tingkat kepercayaan 95%. Begitu pula pada pendugaan parameter pada Data 2 yang dibandingkan dengan nilai $\chi^2_{(0,05;6)}$(12,592), artinya pengujian simultan nilai duga parameter yang dihasilkan melalui metode *Maximum Likelihood* signifikan pada tingkat kepercayaan 95% sebab nilai-p lebih kecil dari α (0,05).

Hasil pengujian secara simultan dengan metode Bayesian MCMC juga tidak berbeda dengan metode sebelumnya. Pengujian seimultan untuk nilai duga parameter yang dihasilkan signifikan pada taraf kepercayaan 95% sebab nilai statistik uji G pada Data 1 dan 2 lebih besar dari titik kritis atau nilai-p lebih kecil dari α (0,05). Sehingga disimpulkan bahwa pemilihan warna, kerapian, kebersihan dalam mewarnai dan jenis kelamin dapat mempengaruhi secara bersama-sama seorang anak TK/RA dikatakan memiliki bakat atau tidak dalam mewarnai sebuah gambar. Begitu pula untuk Data 2, status sekolah, lama berdiri sekolah, banyak siswa terakhir, banyak guru terakhir, status tanah bangunan, banyak alumni yang diterima dunia kerja, nilai rata-rata Unas dan Indeks Pembangunan Manusia tiap Kabupaten/Kota asal sekolah mempengaruhi sebuah SMK di Jawa Timur untuk mendapatkan akreditasi A.

4.4.2 Uji Parsial

Untuk melakukan pengujian parsial pada kedua model di atas, digunakan hipotesis:

$H_0 : \beta_k = 0$

lawan

$H_1 : \beta_k \neq 0$, untuk $k = 0, 1, 2, ..., p$.

Berdasarkan Persamaan 2.33, hasil pengujian secara parsial untuk hasil duga parameter menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) telah ditampilkan dalam Tabel 4.1 untuk Data 1 dan Tabel 4.2 untuk Data 2. Pada pengujian parsial ini digunakan statistik uji Wald, H_0 ditolak apabila nilai statistik uji W > $Z_{0,025}$ atau nilai-p < α (0,025). Dari kedua tabel tersebut, diketahui bahwa pada Data 1 terdapat dua peubah prediktor dan konstanta yang signifikan pada taraf kepercayaan 95%. Dengan kata lain, pemilihan warna dan kerapian mempengaruhi hasil mewarnai anak-anak TK/RA yang menandai bakat mereka dalam mewarnai gambar.

Pada Data 2 terlihat hanya terdapat satu peubah prediktor saja yang mempengaruhi peubah respon pada taraf kepercayaan 95%. Artinya hanya lama berdiri sekolah (tahun) yang mempengaruhi secara signifikan terhadap hasil akreditasi SMK di Jawa Timur pada tahun 2006. Hasil pengujian secara parsial untuk nilai duga parameter menggunakan metode Bayesian MCMC dijabarkan dalam Tabel 4.3 untuk Data 1 dan Tabel 4.4 untuk Data 2. Dari kedua tabel tersebut terlihat bahwa semua prediktor pada kedua data signifikan pada taraf kepercayaan 95% sebab statistik uji W lebih besar dari titik kritis atau nilai-p lebih < α (0,05).

4.5 Pemilihan Model Terbaik

Setelah mendapatkan nilai duga parameter dari kedua metode, kemudian dihitung nilai kriteria kebaikan model berdasarkan Persamaan 2.35 dan 2.36 dengan fungsi kemungkinan pada Persamaan 2.20 yang ditampilkan dalam Tabel 4.6 di bawah ini.

Tabel 4.6 Nilai Kriteria Kebaikan Model

	Metode Pendugaan	Nilai DIC
Data 1	MLE	50,1
	Bayesian MCMC	51,994
Data 2	MLE	101,6
	Bayesian MCMC	119,956

Nilai DIC menunjukkan seberapa besar kebaikan model yang terbentuk untuk kedua data pada dua metode pendugaan yang digunakan. Semakin kecil nilai DIC yang terbentuk maka model dikatakan semakin baik. Sehingga dari Tabel 4.6 dapat dikatakan bahwa metode pendugaan menggunakan MLE lebih baik daripada Bayesian MCMC, sebab nilai DIC pada metode MLE lebih kecil daripada Bayesian MCMC.

4.6 Interpretasi Model Akhir

Berdasarkan nilai kriteria kebaikan pada sub bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa metode pendugaan *Maximum Likelihood* adalah metode yang lebih baik dalam menduga parameter untuk model regresi logistik multilevel untuk kedua data pada penelitian ini. Hal ini disebabkan oleh nilai statistik DIC yang dihasilkan lebih kecil dari nilai DIC pada metode pendugaan Bayesian MCMC. Pada Data 1 dengan jumlah level kedua yang kecil yaitu 3 (tiga), secara teori metode Bayesian MCMC diharapkan mendapatkan nilai duga parameter lebih baik daripada metode pendugaan parameter MLE. Namun, dengan nilai DIC yang selisihnya tidak terlalu banyak ternyata metode MLE memberikan nilai duga yang lebih baik untuk data ini.

Model akhir untuk Data 1 yang terbentuk adalah:

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = -34{,}5610 + 0{,}0909X_{1ij} + 0{,}0523X_{2ij} + 0{,}0157X_{3ij} + 0{,}2923X_{4ij}$$

Model logit tersebut dibentuk berdasarkan Persamaan 2.8, di mana tidak ada perbedaan dengan model logit pada regresi logistik. Akan tetapi, di dalam model logit multilevel selain e_{ij} atau galat level 1 terdapat juga u_{0j} (galat level 2) untuk mengetahui adanya pengaruh level dalam model yang berada di dalam intersep dari model tersebut. Persamaan berikut ini akan menampilkan perbedaan intersep dalam tiap kelompok dalam level 2 dalam model logit, yaitu untuk TK/RA Al-Hidayah I, TK Indira Tama dan TK/RA Al-Hidayah II secara berturut-turut sebagai berikut:

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 1{,}72 + 0{,}0909X_{1ij} + 0{,}0523X_{2ij} + 0{,}0157X_{3ij} + 0{,}2923X_{4ij}$$

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 2{,}64 + 0{,}0909X_{1ij} + 0{,}0523X_{2ij} + 0{,}0157X_{3ij} + 0{,}2923X_{4ij}$$

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 0{,}96 + 0{,}0909X_{1ij} + 0{,}0523X_{2ij} + 0{,}0157X_{3ij} + 0{,}2923X_{4ij}$$

Intersep pada persamaan tersebut merupakan galat level 2 (seperti pada Persamaan 2.10), yang menunjukkan pengaruh tiga (3) TK/RA terhadap bakat anak-anak TK/RA dalam mewarnai gambar di Desa Maron pada Tahun 2009.

Sedangkan untuk Data 2, model logit yang diperoleh yaitu:

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = -1{,}258 + 2{,}5467X_{1ij} + 0{,}0705X_{2ij} + 0{,}0005X_{3ij} + 0{,}0466X_{4ij} - 0{,}0022X_{5ij} + 0{,}5155X_{6ij} + 0{,}2128X_{7ij} - 0{,}1089X_{8ij}$$

Berdasarkan Persamaan 2.10 didapatkan nilai galat untuk model pada Data 2 (terdapat 20 kabupaten/kota, seperti yang disajikan pada Lampiran 11) sebagai berikut 2,56; 1,57; 4,12; 1,09; 2,75; 0,97; 3,06; 2,34; 3,05; 1,67; 0,65; 0,92; 2,04; 1,34; 3,66; 4,35; 2,78; 1,65; 2,31; dan 3,23. Salah satu contoh galat level 2 dalam model logit pada

Data 2 untuk Kabupaten/Kota Bojonegoro dapat diuraikan sebagai berikut:

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 2{,}56 + 2{,}5467X_{1ij} + 0{,}0705X_{2ij} + 0{,}0005X_{3ij} + 0{,}0466X_{4ij} - 0{,}0022X_{5ij} + 0{,}5155X_{6ij} + 0{,}2128X_{7ij} - 0{,}1089X_{8ij}$$

Berdasarkan hasil dugaan dan pengujian parameter model regresi logistik multilevel untuk Data 1 diketahui terdapat 2 (dua) peubah prediktor yang mempengaruhi bakat seorang anak TK/RA dalam mewarnai gambar yaitu X_1 (pemilihan warna) dan X_2 (kerapian). Kemampuan seorang anak dalam memilih warna yang sesuai dengan gambar yang disediakan menjadi peubah yang berpengaruh terhadap bakat anak tersebut dalam mewarnai. Selain itu, kerapian dalam mewarnai yang ditandai dengan tidak melebihi batas gambar yang disediakan juga merupakan salah satu peubah prediktor yang mempengaruhi terhadap bakat anak TK/RA di Desa Maron pada tahun 2009 (Tabel 4.5). Sebagai contoh untuk Data 1, apabila nilai peubah X_1 (pemilihan warna) = 200 dan peubah X_2 (kerapian) = 180 dengan nilai peubah prediktor lain yang sama maka diperoleh peluang sebesar 0,0225. Apabila nilai peubah X_1 (pemilihan warna) = 250 dan peubah X_2 (kerapian) = 200 dengan nilai peubah prediktor lain yang sama maka diperoleh peluang sebesar 0,8607. Artinya semakin besar nilai pemilihan warna dan kerapian dengan nilai peubah prediktor lain yang sama maka peluang seorang anak memiliki bakat dalam mewarnai akan semakin besar pula.

Hasil duga parameter dan pengujian parameter model regresi logistik multilevel pada Data 2 diketahui terdapat 1 (satu) peubah prediktor yaitu lamanya sekolah berdiri (tahun) yang mempengaruhi terhadap akreditasi SMK di Jawa Timur pada tahun 2006. Lama sekolah berdiri (tahun) merupakan suatu pertimbangan dalam menetapkan akreditasi SMK sebab semakin lama sekolah tersebut berdiri maka akan semakin banyak pengalaman yang telah dimiliki. Sebagai contoh untuk Data 2 apabila nilai peubah X_2 (lamanya berdiri sekolah) = 25 tahun dengan nilai peubah prediktor lain yang sama maka diperoleh peluang sebesar 0,5635. Apabila nilai peubah X_2 (lamanya berdiri sekolah) = 35 tahun dengan nilai peubah prediktor lain yang sama maka diperoleh peluang sebesar 0,7232. Artinya semakin lama sebuah SMK berdiri dengan nilai peubah prediktor lain yang sama maka peluang sekolah tersebut untuk memperoleh akreditasi yang lebih tinggi juga lebih besar.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Dalam pengujian simultan untuk model regresi logistik multilevel yang dihasilkan dari metode MLE dan Bayesian MCMC, kedua data signifikan pada taraf kepercayaan 95%. Untuk metode MLE, secara parsial pada Data 1 hanya pemilihan warna dan kerapian yang mempengaruhi secara signifikan terhadap bakat seorang anak TK/RA pada taraf kepercayaan 95% di Desa Maron dan pada Data 2 hanya lama berdiri sekolah (tahun) yang mempengaruhi akreditasi SMK di Jawa Timur pada tahun 2006. Sedangkan pada metode Bayesian MCMC, secara parsial semua peubah prediktor mempengaruhi peubah respon pada kedua data yang diteliti.
2. Nilai DIC hasil pendugaan dengan MLE untuk Data 1 sebesar 50,1 dan Data 2 sebesar 101,6 sedangkan nilai DIC pada metode Bayesian MCMC pada Data 1 sebesar 51,994 dan Data 2 sebesar 119,956. Sehingga dapat dikatakan bahwa model regresi logistik multilevel yang dihasilkan dari pendugaan parameter menggunakan MLE lebih baik daripada model yang dihasilkan oleh Bayesian MCMC, sebab nilai DIC pada metode MLE lebih kecil daripada Bayesian MCMC.

5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya sebagai berikut:

1. Pada penelitian selanjutnya diharapkan menggunakan teknik *Metropolis Hastings* untuk membangkitkan peubah acak dari sebaran tertentu dalam metode *Markov Chain Monte Carlo* yang cara kerjanya lebih sederhana daripada teknik simulasi *Gibbs Sampling*.
2. Metode pendugaan parameter model regresi logistik multilevel ada beberapa cara, di antaranya yaitu *Marginal Quasi*

Likelihood (MQL). Penggunaan metode ini dimungkinkan mendapatkan model yang lebih tepat daripada Maximum Likelihood dan Bayesian MCMC sebab menggunakan pendekatan order pertama deret Taylor untuk menduga efek tetap dari model.

DAFTAR PUSTAKA

Agresti, A. 1990. *Categorical Data Analysis*. John Wiley and Sons, Inc. New York.

Bacci, S. 2002. *Measurement of University Effectiveness through a Multilevel Model*. University of Florence.

Bauer, D.J., and S.K Sterba,. 2007. *Multilevel Models for Ordinal Outcomes in Longitudinal and Clustered Data.* http://www.unc.edu/~dbauer/conference/Bauer%20&%20Sterba%20APA.pdf. Tanggal akses 14 Februari 2010.

Berger, J.O. 1985. *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis, Second Edition.* Springer-Verlag New York, Inc. New York.

Cowles, K. 2010. *Model Comparison: Deviance Information Criterion.*http://www.stat.uiowa.edu/kc_at/s238_20101/lect14.pdf. Tanggal akses 02 Agustus 2010.

Cox, D.R., and E.J. Snell, 1996. *Analysis of Binary Data*. Chapman and Hall. London.

Draper, N.R and H. Smith, 1992. *Analisis Regresi Terapan Edisi Kedua*. Terjemahan Bambang Sumantri. PT. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

Draper, D. 2007. *Bayesian Multilevel Analysis and MCMC.* Springer-Verlag New York, Inc. New York.

Flom, P.L, J.M McMahon, E.R. Pouget, 2006. *Using PROC NLMIXED and PROC GLMMIX to analyze dyadic data with binary outcomes.* http://www.nesug.org/proceedings/nesug06/an/da08.pdf. Tanggal akses 14 Maret 2010.

Gelman, A. 2005. *Multilevel (hierarchical) Modeling: what it can and can't do*. http://www.stat.columbia.edu/~gelman/. Tanggal akses 06 Oktober 2009.

Gelman, A, and J. Hill, 2007. *Data Analysis Using Regression and Multilevel/Hierarchical Models*. Cambridge University Press. New York.

Goldstein, H. 1999. *Multilevel Statistical Models*. Arnold Publishers. London.

Grili, L., and M. Pratesi, 2002. *Weighted Estimation in Multilevel Ordinal Models to Allow for Informativeness of the Sampling Design*. Universita Degli. Firenze.

Gujarati, D. 1995. *Ekonometrika Dasar Edisi Keempat*. Terjemahan Sumarno Zain. Erlangga. Jakarta.

Hedeker, D. 2004. *Multilevel Models for Ordinal and Nominal Variables*. http://tigger.uic.edu/~hedeker/ml.html. Tanggal akses 14 Februari 2010.

Hesketh, S.R. 2008. *Prediction in Multilevel Logistic Regression*. Institute of Education, University of London. London.

Hosmer, D.W, and S. Lemeshow, 2000. *Applied Logistic Regression*. John Wiley and Sons, Inc. New York.

Hox, J.J. 1995. *Applied Multilevel Analysis*. TT-Publikaties. Amsterdam.

Iversen, G. R. 1984. *Bayesian Statistical Inference*. The International Professional Publishers.

Kass, R. E. and A. E. Raftery, (1993) *Bayes factors*. Journal Am. Statist. Ass., 90, 773–795.

Kim, H.S. 2004. *Topics in Ordinal Logistic Regression and Its Application*. Texas A&M University. Texas.

Kreft, I, and J. de Leeuw, 1998. *Introducing Multilevel Modeling*. Thousand Oaks: Sage. London

Longford, N.T. 1993. *Random Coefficients Models*. Oxford Science Publications. New York.

Pereira, F. 1999. *Practical Modern Bayesian Statistics In Actuarial Science*. General Insurance Convention.

Scollnik, D.P.M. 1996. *An Introduction To Markov Chain Monte Carlo And Their Actuarial Applications*. Proceedind The Casuality Actuarial Society. Department of Mathematics and Statistics, University of Calgary.

Spiegelhalter, D, Andrew T, Nicky B, Dave L. 2003. *Winbugs User Manual*. http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/bugs. Tanggal akses 02 Agustus 2010.

Lampiran 1. Bakat anak-anak TK Desa Maron dalam mewarnai gambar

Nama	TK	X_1	X_2	X_3	X_4	Y
Iqbal	Al Hidayah I	255	230	200	1	1
Tia	Al Hidayah I	250	215	195	0	1
Bimo	Al Hidayah I	245	215	195	1	1
Debi	Al Hidayah I	255	195	190	0	1
Roziq	Al Hidayah I	245	215	190	1	1
Linda	Al Hidayah I	245	195	195	0	1
Sita	Al Hidayah I	240	195	180	0	1
Yoga	Al Hidayah I	230	210	165	1	1
Ima	Al Hidayah I	245	205	170	0	1
Anggi	Al Hidayah I	250	195	165	0	1
Irfan	Al Hidayah I	255	180	180	1	1
Noval	Al Hidayah I	245	180	185	1	1
Dani Mubarok	Al Hidayah I	240	185	170	1	1
Nadia	Al Hidayah I	235	185	180	0	1
Desy	Al Hidayah I	240	180	170	0	1
Putra	Al Hidayah I	240	200	185	1	1
Riyan	Al Hidayah I	250	180	160	1	1
Makrup	Al Hidayah I	245	170	170	1	1
Dina	Al Hidayah I	250	180	150	0	0
Abas	Al Hidayah I	240	180	165	1	0
Andin	Al Hidayah I	230	180	155	0	0
Jonathan	Al Hidayah I	200	190	185	1	0
Neli	Al Hidayah I	230	180	150	0	0
Bayu	Al Hidayah I	220	135	195	1	0
Dewi	Al Hidayah I	200	170	170	0	0
Dani	Al Hidayah I	220	170	165	1	0
Nanda	Al Hidayah I	220	180	175	0	0
Hani	Al Hidayah I	215	125	150	0	0
Yuni	Al Hidayah I	220	170	155	1	0
Rizal	Al Hidayah I	225	180	155	1	0
Azis	Al Hidayah I	230	180	145	1	0
Najib	Al Hidayah I	220	165	135	0	0
Febi	Al Hidayah I	205	175	170	0	0
Alfi	Al Hidayah I	240	120	150	0	0
Dani Dwi Putra	Al Hidayah I	240	100	170	1	0
Lya	Al Hidayah I	205	125	160	0	0
Riski	Al Hidayah I	210	120	145	1	0
Raffi	Al Hidayah I	210	120	140	1	0
Dewi	Al Hidayah I	215	120	140	0	0
Dewi	Al Hidayah I	170	120	130	0	0
Angel	Al Hidayah I	190	60	140	0	0
Tegar	Al Hidayah I	120	90	140	1	0

Lampiran 1. (Lanjutan)

Nama	TK	X_1	X_2	X_3	X_4	Y
Agung	Indria Tama	255	210	170	1	1
Yona	Indria Tama	240	210	180	0	1
Vanaesa	Indria Tama	240	220	190	0	1
Willy	Indria Tama	250	180	170	1	1
Yossy	Indria Tama	250	150	180	1	1
Tegar	Indria Tama	250	170	140	1	0
Edo	Indria Tama	225	170	170	1	0
Naswa	Indria Tama	210	120	170	0	0
Akbar	Indria Tama	210	120	165	1	0
Samuel	Indria Tama	220	100	130	1	0
Inez	Indria Tama	205	110	120	0	0
Cindy	Indria Tama	250	245	195	0	1
Wulan	Indria Tama	255	230	200	0	1
Angel	Indria Tama	245	215	195	0	1
Angga	Indria Tama	250	200	180	1	0
Difa	Indria Tama	250	200	180	0	0
Anggi	Al Hidayah II	270	245	235	0	1
Moh.Riko Bima	Al Hidayah II	245	215	235	1	1
Yuda	Al Hidayah II	270	205	225	1	1
Dhona	Al Hidayah II	245	230	225	0	1
Weyke	Al Hidayah II	255	205	215	0	1
Nova	Al Hidayah II	245	210	220	0	1
Leonardo Dimas	Al Hidayah II	250	225	215	1	1
Moh. Firdafani	Al Hidayah II	250	210	220	1	1
Dela	Al Hidayah II	255	205	210	0	1
Moh.Rizki F	Al Hidayah II	250	215	215	1	1
Bayu	Al Hidayah II	260	195	210	1	1
Ebit	Al Hidayah II	250	210	205	1	1
Dwi	Al Hidayah II	250	200	205	0	0
Hanum	Al Hidayah II	235	200	200	0	0
Bagus	Al Hidayah II	245	200	205	1	0
Adi	Al Hidayah II	240	180	195	1	0
Mamat	Al Hidayah II	260	180	170	1	0
Ratna	Al Hidayah II	240	180	180	0	0
Yusuf	Al Hidayah II	220	180	180	1	0
Nizar	Al Hidayah II	225	170	140	1	0
Bella	Al Hidayah II	200	120	130	0	0

Y : Bakat anak; 0 = kurang berbakat, 1 = berbakat
X_1 : Pemilihan warna
X_2 : Kerapian
X_3 : Kebersihan
X_4 : Jenis Kelamin; 0 (perempuan), 1 (laki - laki)

Lampiran 2. Status akreditasi SMK di Jawa Timur pada tahun 2006

Nama Jurusan SMK	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	Y
Mekanika SMK Taruna Bakti Nganjuk	0	18	1647	50	62	1	22,56	67,5	0
Mekanik Otomotif SMK PGRI 1 Banyuwangi	0	30	114	30	20	1	21,34	66	0
Akuntansi SMK 17 Agustus Banyuwangi	0	37	488	25	35	1	20,54	66	1
Tata boga SMKN 2 Magetan	1	6	232	16	42	1	19,58	69,9	1
Admin PKT SMK Muh. 1 Trenggalek	0	18	127	19	61	1	20,55	70,2	0
Mekanika Otomotif SMK Canda Bhirawa Pare Kediri	0	42	277	26	47	1	18,69	68,7	0
Audio Video SMK Gamaliel 1 Kota Kediri	0	38	312	63	9	1	14,82	73,2	1
Mekanik Otomotif SMK Ar Rahmah Kab. Kediri	0	8	309	30	18	1	22,47	68,7	0
Teknik Las SMK Ma'arif Pandaan Kab. Pasuruan	0	6	162	5	27	0	18,51	64,2	0
Akuntansi SMK 02 Islam 45 Ambulu Jember	0	8	119	19	8	1	18,71	61,7	0
Tek Komputer Jaringan SMK PGRI Pandaan Pasuruan	0	20	261	30	27	1	18,72	64,2	1
Tek Permesinan SMK Tri Sakti Kudu Jombang	0	19	100	16	16	1	19,56	69,4	0
Admin PKT SMK TPI Porong Sidoarjo	0	20	121	14	15	1	18,45	74	0
Akuntansi SMK Wachid Hasyim Surabaya	0	20	291	32	77	1	21,52	74,6	1
Penjualan SMK Ma'arif NU Prambon Sidoarjo	0	6	152	16	16	1	19,06	74	0
AEI Maintenance Repair SMK Penerb. Dharma Wirawan Sidoarjo	0	21	91	30	39	1	21,75	74	1
Admin PEKT SMK Perdana 1 Surabaya	0	21	22	17	5	0	18,93	74,6	0
Penjualan SMK PSM Warujayeng Nganjuk	0	35	471	31	83	1	19,62	67,5	1
Admin PKT SMK PGRI 7 Surabaya	0	22	107	27	20	0	19,86	74,6	0
Tek Komputer dan Jaringan SMKN 1 Cerme Gresik	1	10	72	34	28	1	23,78	71,6	0
Tek Komputer dan Jaringan SMK Sunan Ampel Menganti Gresik	0	4	117	16	20	1	18,59	71,6	0
Mekanik Otomotif SMK Sultan Agung Kemlagi Mojokerto	0	6	188	17	8	0	22,37	70,3	0

Lampiran 2. (Lanjutan)

Nama Jurusan SMK	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	Y
Teknik Las SMK Qomarul Hidayah 1 Tugu Kab. Trenggalek	0	22	271	24	0	0	17,55	70,2	0
Mek Otomotif SMK Mahardika Lamongan	0	13	203	14	64	1	21,69	66,9	1
Penjualan SMK PGRI Kab. Lumajang	0	28	245	39	55	1	23,49	64,5	1
Akuntansi SMK PGRI 3 Kota Kediri	0	10	561	65	228	1	21,56	73,2	0
Tek Permesin SMK Muh 1 Kepanjen Malang	0	32	538	28	39	1	23,64	66,9	1
Akuntansi SMK PGRI 6 Ngawi	0	12	487	39	23	0	21,9	65,2	1
Tek. Informatika SMK Bima Bojonegoro	0	5	20	14	20	1	19,74	63,6	0
Mekanik Otomotif SMK Ahmad Yani Kota Probolinggo	0	38	677	42	70	1	23,73	71,3	1
Mekanik Otomotif SMK PGRI 1 Sutojayan Kab. Blitar	0	23	213	15	60	1	21,53	70,3	0
Akuntansi SMK PGRI 1 Pacitan	0	41	365	49	40	1	22,09	68,1	1
Admin PKT SMK PGRI 2 Kota Kediri	0	30	314	67	47	0	17,43	73,2	0
Akuntansi SMK Madinatul Ulum Bojonegoro	0	11	82	16	11	1	15,47	63,6	0
Tek. Otomotif SMK Nuris Kab. Jember	0	4	63	24	10	1	16,26	61,7	0
Akuntansi SMK PGRI 3 Nganjuk	0	14	267	55	59	1	19,62	67,5	1
Nautika Niaga SMK Wira Maritim Surabaya	0	6	60	18	33	1	21,89	74,6	0
Penjualan SMK Pemuda 1 Kesamben Jombang	0	31	467	37	31	1	18,56	69,4	0
Mekanik Otomotif SMK Taman Siswa Kota Kediri	0	8	106	20	12	1	20,22	73,2	0
Penjualan SMK Ahmad Yani Jabung Kab. Malang	0	5	61	17	11	1	17,64	66,9	0
Mekanik Otomotif SMK PGRI 1 Mojoroto Kota Kediri	0	23	618	61	188	1	22,56	73,2	0
Penjualan SMK Muh. 2 Mantingan Ngawi	0	6	76	17	0	1	16,38	65,2	0
Tek. Otomotif SMK Muh. 2 Genteng Banyuwangi	0	31	734	47	97	1	18,67	66	1
Mekanik Otomotif SMK Muh. 6 Rogojampi Banyuwangi	0	14	990	39	80	1	20,01	66	0

Lampiran 2. (Lanjutan)

Nama Jurusan SMK	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	Y
Tata busana SMK PGRI Kesamben Kab. Blitar	0	17	40	12	8	0	20,1	70,3	0
Akuntansi SMK Magetan 1 Kab. Magetan	0	38	145	46	31	1	22,38	69,9	1
Admin. PKT SMK Karya Dharma 2 Kab. Trenggalek	0	24	76	29	40	1	18,65	70,2	1
Mekanik Otomotif SMK YP 17 Kab. Lumajang	0	42	397	33	7	1	20,44	64,5	0
Mekanik Otomotif SMK Wiyata Dharma Walikukun Kab. Ngawi	0	4	166	18	19	1	18,72	65,2	0
Mesin Perkakas SMK Dharma Wirawan Tg. Angin Sidoarjo	0	14	56	16	50	1	20,42	74	0
Admin PKT SMK Sore Kota Probolinggo	0	30	115	25	5	1	21,48	71,3	0
Akuntansi SMK 2 Pancasila Jember	0	21	221	16	28	1	22,86	61,7	1
Akomodasi Perhotelan SMK Prajnaparamita Kota Malang	0	14	447	28	39	1	23,49	73,9	1
Mekanik Otomotif SMKN 1 Trenggalek	1	7	386	68	35	1	21,56	70,2	1
Admin PKT SMK Pawyatan 1 Kota Kediri	0	61	307	34	47	1	19,67	73,2	1
Akuntansi SMK Brawijaya 1 Kota Kediri	0	20	89	18	9	1	20,34	73,2	0
Akuntansi SMK Paramita Kota Mojokerto	0	37	171	28	40	1	20,01	74,6	0
Bodi Otomotif SMK Yapenas Gempol Kab. Pasuruan	0	5	184	28	33	1	19,83	64,2	0
Akuntansi SMK Trisila Undaan Surabaya	0	31	464	31	58	1	17,67	74,6	0
Admin Perkantoran SMK PGRI Donorojo Pacitan	0	33	309	25	20	1	13,98	68,1	1
Instalasi Listrik SMK Islam Ahmad Yani Ngantang Malang	0	11	51	15	12	1	17,76	66,9	0
Penjualan SMK YP Kota Blitar 0	0	33	427	68	65	1	14,07	75,1	0
Akuntansi SMK Pawyatan Daha 2 Kota Kediri	0	43	255	34	16	1	19,14	73,2	0
Akuntansi SMK Muh. 1 Genteng Banyuwangi	0	39	464	43	131	1	21,61	66	0
Akuntansi SMK Darma Siswa 2 Waru Sidoarjo	0	15	175	32	17	1	20,84	74	1
Bisnis& Manajemen SMK Islam Penanggungan Ngoro Kab. Mojokerto	0	4	137	17	15	1	19,76	70,3	0

Lampiran 2. (Lanjutan)

Nama Jurusan SMK	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	Y
Usaha Jasa Pariwisata SMK Pariwisata Airlangga Kab. Mojokerto	0	17	40	12	8	0	20,1	70,3	0
Akuntansi SMK Pahlawan Mojosari Mojokerto	0	38	145	46	31	1	22,38	69,9	1
Mekanika Otomotif SMK Raden Patah Mojosari Mojokerto	0	24	76	29	40	1	18,65	70,2	1
Tek. Permesinan SMK Nasional Mojosari Kab. Mojokerto	0	42	397	33	7	1	20,44	64,5	0
Admin PKT SMK PGRI Sooko Kab. Mojokerto	0	4	166	18	19	1	18,72	65,2	0
Mesin Perkakas SMK Al Islamy Gedeg Kab. Mojokerto	0	14	56	16	50	1	20,42	74	0
Mekanik Otomotif SMK Jayanegara Puri Mojokerto	0	30	115	25	5	1	21,48	71,3	0
Tek Listrik Instl SMK Ahmad Yani Mayangan Kota Probolinggo	0	21	221	16	28	1	22,86	61,7	1
Akuntansi SMK Pemuda Krian Sidoarjo	0	14	447	28	39	1	23,49	73,9	1
Akuntansi SMK Diponegoro Sidoarjo	1	7	386	68	35	1	21,56	70,2	1
Akuntansi SMK Budi Utomo Prambon Sidoarjo	0	61	307	34	47	1	19,67	73,2	1
Mekanik Otomotif SMK YPM 4 Taman Sidoarjo	0	20	89	18	9	1	20,34	73,2	0
Instl. Listrik SMK Persatuan 2 Tulangan Sidoarjo	0	37	171	28	40	1	20,01	74,6	0
Akuntansi SMK Darussalam Taman Sidoarjo	0	5	184	28	33	1	19,83	64,2	0
Mekanik Otomotif SMK Senopati Sidoarjo	0	31	464	31	58	1	17,67	74,6	0
Mesin Perkakas SMK Antartika Buduran Sidoarjo	0	33	309	25	20	1	13,98	68,1	1
Akuntansi SMK Darul Ulum 1 Rejoso Peterongan Jombang	0	11	51	15	12	1	17,76	66,9	0
Mekanik Otomotif SMK Winara Jombang	0	33	427	68	65	1	14,07	75,1	0
Penjualan SMK Al Ihsani Kesamben Jombang	0	43	255	34	16	1	19,14	73,2	0
Tek. Informatika SMK Telkom Darul Ulum Jombang	0	39	464	43	131	1	21,61	66	0

Lampiran 2. (Lanjutan)

Nama Jurusan SMK	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	Y
Mekanik Otomotif SMK PGRI 2 Jombang	0	25	315	58	132	1	20,28	69,4	0
Tek. Permesinan SMK Diponegoro Ploso Jombang	0	17	766	43	200	1	18,48	69,4	0
Akuntansi SMK Muh. 2 Jogoroto Jombang	0	5	94	17	5	1	19,58	69,4	0
Akuntansi SMK NU 1 Sukodadi Lamongan	0	7	132	21	16	1	27,28	66,9	0
Tek. Komputer Jaringan SMKN 1 Kota Pasuruan	1	27	230	57	35	1	23,67	71,4	1
Akuntansi SMK Muh. 1 Kab. Lamongan	0	32	220	60	30	1	24,48	66,9	1
Akuntansi SMK PGRI 6 Ngawi	0	12	487	39	23	0	22,52	65,2	1
Admin. PKT SMK Manggala Surabaya	0	21	56	17	8	1	20	74,6	0
Mekanik Otomotif SMK PGRI 6 Surabaya	0	45	115	24	26	1	21,5	74,6	1
Mekanik Otomotif SMK Muh. 5 Babat Lamongan	0	14	602	48	100	1	22,26	66,9	1
Admin. PKT SMK Muh. 2 Gresik	0	15	66	18	5	1	19,66	71,6	0
Penjualan SMK Ma'arif NU Pakis Kab. Malang	0	22	169	21	36	1	19,32	66,9	0
Mekanik Otomotif SMK NU Miftahul Huda Kepanjen Malang	0	10	373	37	38	1	23,17	66,9	0
Admin. PKT SMK Panca Bhakti Magetan	0	14	83	23	8	1	22,23	69,9	0
Mekanik Otomotif SMK Darma Siswa 1 Waru Sidoarjo	0	16	292	46	119	1	24,63	74	1
Penjualan SMK Muh. 1 Baron Nganjuk	0	20	54	15	10	1	21,69	67,5	0
Akuntansi SMK PGRI Kawedanan Magetan	0	22	75	21	25	0	22,81	69,9	0
Akuntansi SMK Karya Dharma 2 Kab. Trenggalek	0	24	184	29	40	1	21,67	70,2	0

Y : Status akreditasi SMK; 1= A, 0 = selain A
X_1 : Status sekolah; 1= negeri, 0 = swasta
X_2 : Lama berdiri Sekolah (tahun)
X_3 : Banyak siswa terakhir
X_4 : Banyak guru terakhir
X_5 : Banyak alumni yang diterima dunia usaha dan industri setahun terakhir
X_6 :Status tanah bangunan; 1= milik sendiri, 0 = menyewa/menumpang
X_7 : Nilai rata-rata Ujian Nasional Sekolah
X_8 : Indeks Pembangunan Manusia tiap Kabupaten/Kota asal sekolah

Lampiran 3. Prosedur NLMIXED untuk Data 1

```
data pertama;
       input sekolah x1 x2 x3 x4 y;
       datalines;
1 255  230    200    1      1
1 250  215    195    0      1
1 245  215    195    1      1
. .    .      .      .      .
. .    .      .      .      .
. .    .      .      .      .

3 200  120    130    0      0
;
proc nlmixed data=pertama;
       parms beta0=0 beta1=0 beta2=0 beta3=0 beta4=0
sd=1;
       bounds sd >= 0;
       eta = beta0 + beta1*x1 + beta2*x2 + beta3*x3 +
beta4*x4 + u;
       if (y=1) then p = exp(eta)/(1 + exp(eta));
              else p = 1- (exp(eta)/(1+exp(eta)));
       if (p > 1e-8) then ll = log(p);
              else ll = -1e100;
       model y ~ general(ll);
       random u ~ normal(0,sd*sd) subject=sekolah;
       estimate 'icc' sd*sd/(1+sd*sd);
run;
```

Lampiran 4. Prosedur NLMIXED untuk Data 2

```
data kedua;
       input kota x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 y;
       datalines;
1  0   18     1647   50     62     1      22.56  67.5   0
1  0   35     471    31     83     1      19.62  67.5   1
1  0   14     267    55     59     1      19.62  67.5   1

.  .   .      .      .      .      .      .      .      .
.  .   .      .      .      .      .      .      .      .
.  .   .      .      .      .      .      .      .      .

20 0   33     309    25     20     1      13.98  68.1   1
;
proc nlmixed data=kedua;
       parms beta0=0 beta1=2 beta2=0 beta3=0 beta4=0
beta5=0 beta6=0 beta7=0 beta8=0 sd=1;
       bounds sd >= 0;
       eta = beta0 + beta1*x1 + beta2*x2 + beta3*x3 +
beta4*x4 + beta5*x5 + beta6*x6 + beta7*x7 + beta8*x8 +
u;
       if (y=1) then p = exp(eta)/(1 + exp(eta));
              else p = 1- (exp(eta)/(1+exp(eta)));
       if (p > 1e-8) then ll = log(p);
              else ll = -1e100;
       model y ~ general(ll);
       random u ~ normal(0,sd*sd) subject=kota;
       estimate 'icc' sd*sd/(1+sd*sd);
run;
```

Lampiran 5. Hasil Output Prosedur NLMIXED pada Data 1

The NLMIXED Procedure

Specifications

Data Set	WORK.PERTAMA
Dependent Variable	y
Distribution for Dependent Variable	General
Random Effects	u
Distribution for Random Effects	Normal
Subject Variable	sekolah
Optimization Technique	Dual Quasi-Newton
Integration Method	Adaptive Gaussian Quadrature

Dimensions

Observations Used	79
Observations Not Used	0
Total Observations	79
Subjects	3
Max Obs Per Subject	42
Parameters	6
Quadrature Points	3

Parameters

beta0	beta1	beta2	beta3	beta4	sd	NegLogLike
0	0	0	0	0	1	57.0915147

Iteration History

Iter	Calls	NegLogLike	Diff	MaxGrad	Slope
1	5	54.7148451	2.37667	332.2395	-14437.1
2	8	45.1301698	9.584675	231.1976	-1564.79
3	10	45.073105	0.057065	209.2094	-0.76992
4	12	44.6990029	0.374102	75.40483	-2.14279
5	14	44.544602	0.154401	71.09156	-0.0906
6	16	41.3606454	3.183957	397.9882	-0.11681
7	18	41.2253871	0.135258	601.5089	-1.53486
8	20	40.2744556	0.950931	464.5507	-0.90836
9	22	37.6406836	2.633772	213.3201	-0.9258
10	23	33.6468878	3.993796	409.5567	-3.24128
11	25	31.7096754	1.937212	280.4567	-1.79209
12	27	31.0913905	0.618285	393.0797	-0.35662
13	29	25.8343315	5.257059	141.7732	-0.53773
14	31	25.3200103	0.514321	326.7914	-0.66947

The NLMIXED Procedure

Iteration History

Iter	Calls	NegLogLike	Diff	MaxGrad	Slope
15	33	25.1036709	0.216339	34.07197	-0.28068
16	35	25.0760245	0.027646	12.01341	-0.03316
17	37	25.0732982	0.002726	13.59399	-0.00274
18	39	25.0725664	0.000732	0.613824	-0.00089
19	41	25.0725457	0.000021	0.415944	-0.00002
20	43	25.0725452	5.296E-7	0.039663	-9.84E-7
21	45	25.0725452	4.966E-9	0.00127	-5.72E-9

NOTE: GCONV convergence criterion satisfied.

Fit Statistics

-2 Log Likelihood	50.1
AIC (smaller is better)	62.1
AICC (smaller is better)	63.3
BIC (smaller is better)	56.7

Parameter Estimates

Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|	Alpha	Lower	Upper	Gradient
beta0	-34.5610	9.2360	2	-3.74	0.0646	0.05	-74.3002	5.1783	-4.74E-6
beta1	0.09096	0.03718	2	2.45	0.1343	0.05	-0.06902	0.2509	-0.00127
beta2	0.05232	0.02589	2	2.02	0.1807	0.05	-0.05906	0.1637	-0.00087
beta3	0.01570	0.02275	2	0.69	0.5615	0.05	-0.08217	0.1136	-0.00078
beta4	0.2923	0.7500	2	0.39	0.7343	0.05	-2.9348	3.5194	-1.81E-6
sd	0	.	2	.	.	0.05	.	.	-95E-18

Parameter Estimates

Parameter	Active BC
beta0	
beta1	
beta2	
beta3	
beta4	
sd	Lower BC

The NLMIXED Procedure

Covariance Matrix of Parameter Estimates

Row	Parameter	beta0	beta1	beta2	beta3	beta4	sd
1	beta0	85.3034	-0.2991	-0.06509	0.000224	-0.8050	.
2	beta1	-0.2991	0.001382	-0.00005	-0.00015	-0.00190	.
3	beta2	-0.06509	-0.00005	0.000670	-0.00030	0.005131	.
4	beta3	0.000224	-0.00015	-0.00030	0.000517	-0.00009	.
5	beta4	-0.8050	-0.00190	0.005131	-0.00009	0.5625	.
6	sd	.	.	.	.	.	.

Correlation Matrix of Parameter Estimates

Row	Parameter	beta0	beta1	beta2	beta3	beta4	sd
1	beta0	1.0000	-0.8709	-0.2722	0.001065	-0.1162	.
2	beta1	-0.8709	1.0000	-0.04866	-0.1733	-0.06797	.
3	beta2	-0.2722	-0.04866	1.0000	-0.5078	0.2643	.
4	beta3	0.001065	-0.1733	-0.5078	1.0000	-0.00543	.
5	beta4	-0.1162	-0.06797	0.2643	-0.00543	1.0000	.
6	sd	.	.	.	.	.	1.0000

Additional Estimates

Label	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|	Alpha	Lower	Upper
icc	0	.	2	.	.	0.05	.	.

Lampiran 6. Hasil Output Prosedur NLMIXED pada Data 2

The NLMIXED Procedure

Specifications

Data Set	WORK.KEDUA
Dependent Variable	y
Distribution for Dependent Variable	General
Random Effects	u
Distribution for Random Effects	Normal
Subject Variable	kota
Optimization Technique	Dual Quasi-Newton
Integration Method	Adaptive Gaussian Quadrature

Dimensions

Observations Used	104
Observations Not Used	0
Total Observations	104
Subjects	20
Max Obs Per Subject	14
Parameters	10
Quadrature Points	5

Parameters

beta0	beta1	beta2	beta3	beta4	beta5	beta6	beta7	beta8
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Parameters

sd	NegLogLike
1	68.9564315

Iteration History

Iter	Calls	NegLogLike	Diff	MaxGrad	Slope
1	5	68.6507116	0.30572	931.8532	-11717.5
2	8	63.2968227	5.353889	187.6227	-5112.18
3	10	60.421107	2.775716	391.9803	-495.116
4	12	58.5733214	1.847786	102.6005	-726.135
5	13	55.8008402	2.772481	101.2761	-11.8005
6	14	52.6210625	3.179778	111.0099	-41.4384
7	16	52.5296321	0.09143	9.327065	-0.15939
8	18	52.3398947	0.189737	397.171	-0.03468

The NLMIXED Procedure

Iteration History

Iter	Calls	NegLogLike	Diff	MaxGrad	Slope
9	19	52.0066574	0.333237	99.35565	-0.2665
10	21	51.804411	0.202246	116.7977	-0.33099
11	23	51.7364772	0.067934	50.45099	-0.04412
12	25	51.2051349	0.531342	226.2937	-0.07217
13	27	50.9989938	0.206141	61.6445	-0.3236
14	29	50.9688108	0.030183	14.2894	-0.03727
15	31	50.9621847	0.006626	4.072613	-0.006
16	33	50.9395971	0.022588	14.71475	-0.00397
17	35	50.8218681	0.117729	44.75302	-0.03299
18	37	50.8086002	0.013268	7.280358	-0.02124
19	39	50.8085432	0.000057	0.158532	-0.00011
20	40	50.8085181	0.000025	1.425265	-4.78E-6
21	43	50.8061356	0.002382	2.299877	-0.00004
22	44	50.804396	0.00174	0.915152	-0.00369
23	46	50.8036963	0.0007	1.354415	-0.00104
24	48	50.7975704	0.006126	1.518285	-0.00035
25	50	50.7974692	0.000101	0.096014	-0.0002
26	52	50.7974686	6.058E-7	0.049205	-8.61E-7
27	54	50.7974684	1.566E-7	0.057463	-1.19E-7

NOTE: GCONV convergence criterion satisfied.

Fit Statistics

-2 Log Likelihood	101.6
AIC (smaller is better)	121.6
AICC (smaller is better)	124.0
BIC (smaller is better)	131.6

Parameter Estimates

Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|	Alpha	Lower	Upper	Gradient
beta0	-1.2580	7.3046	19	-0.17	0.8651	0.05	-16.5468	14.0308	0.000083
beta1	2.5467	1.6460	19	1.55	0.1383	0.05	-0.8985	5.9919	-0.00003
beta2	0.07049	0.02993	19	2.36	0.0294	0.05	0.007849	0.1331	0.000915
beta3	0.000534	0.001269	19	0.42	0.6787	0.05	-0.00212	0.003189	0.057463
beta4	0.04659	0.02573	19	1.81	0.0860	0.05	-0.00725	0.1004	0.001961
beta5	-0.00223	0.007222	19	-0.31	0.7612	0.05	-0.01734	0.01289	-0.00434
beta6	0.5155	1.0277	19	0.50	0.6217	0.05	-1.6355	2.6665	0.000055
beta7	0.2128	0.1123	19	1.90	0.0734	0.05	-0.02222	0.4477	0.00175
beta8	-0.1089	0.1010	19	-1.08	0.2943	0.05	-0.3202	0.1024	0.005211

The NLMIXED Procedure

Parameter Estimates

Parameter	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|	Alpha	Lower	Upper	Gradient
sd	0.9312	0.4862	19	1.92	0.0707	0.05	-0.08649	1.9489	0.000166

Additional Estimates

Label	Estimate	Standard Error	DF	t Value	Pr > |t|	Alpha	Lower	Upper
icc	0.4644	0.2598	19	1.79	0.0897	0.05	-0.07924	1.0081

Lampiran 7. Program WinBUGS 1.4 untuk Data 1

```
model {
              # N observations
              for (i in 1:N) {
                     y[i] ~ dbern(p[i])
                     logit(p[i]) <- beta0 + beta1*x1[i] +
beta2*x2[i] +
                            beta3* x3[i] + beta4*x4[i] +
u[group[i]]
              }
              # M groups
              for (j in 1:M) {
                     u[j] ~ dnorm(0,tau)
              }
              # Priors
              beta0 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
              beta1 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
              beta2 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
              beta3 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
              beta4 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
              # Hyperprior
              tau ~ dgamma(0.001,0.001)
}

list(N=79,M=3)

y[] x1[] x2[] x3[] x4[] group[]
1 255 230 200 1 1
1 250 215 195 0 1
1 245 215 195 1 1
. .   .   .   . .
. .   .   .   . .
. .   .   .   . .

0 200 120 130 0 3
END

list(beta0=0,beta1=0,beta2=0,beta3=0,beta4=0,tau=1)
```

Lampiran 8. Program WinBUGS 1.4 untuk Data 2

```
model {
             # N observations
             for (i in 1:N) {
                    y[i] ~ dbern(p[i])
                    logit(p[i]) <- beta0 + beta1*x1[i] +
beta2*x2[i] +
                           beta3* x3[i] + beta4*x4[i] +
beta5* x5[i] + beta6* x6[i] + beta7* x7[i] + beta8*
x8[i] + u[group[i]]
             }
             # M groups
             for (j in 1:M) {
                    u[j] ~ dnorm(0,tau)
             }
             # Priors
             beta0 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
             beta1 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
             beta2 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
             beta3 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
             beta4 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
             beta5 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
             beta6 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
             beta7 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
             beta8 ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
             # Hyperprior
             tau ~ dgamma(0.001,0.001)
}

list(N=104,M=20)

y[] x1[] x2[] x3[] x4[] x5[] x6[] x7[] x8[] group[]
0 0 18 1647   50     62     1      22.56  67.5   1
1 0 35 471    31     83     1      19.62  67.5   1
1 0 14 267    55     59     1      19.62  67.5   1
. . . .       .      .      .      .      .      .
. . . .       .      .      .      .      .      .
. . . .       .      .      .      .      .      .

1 0 33 309    25     20     1      13.98  68.1   20
END

list(beta0=0,beta1=0,beta2=0,beta3=0,beta4=0,beta5=0,bet
a6=0,beta7=0,beta8=0,tau=1)
```

Lampiran 9. Hasil Output Program WinBUGS 1.4 pada Data 1

Node statistics

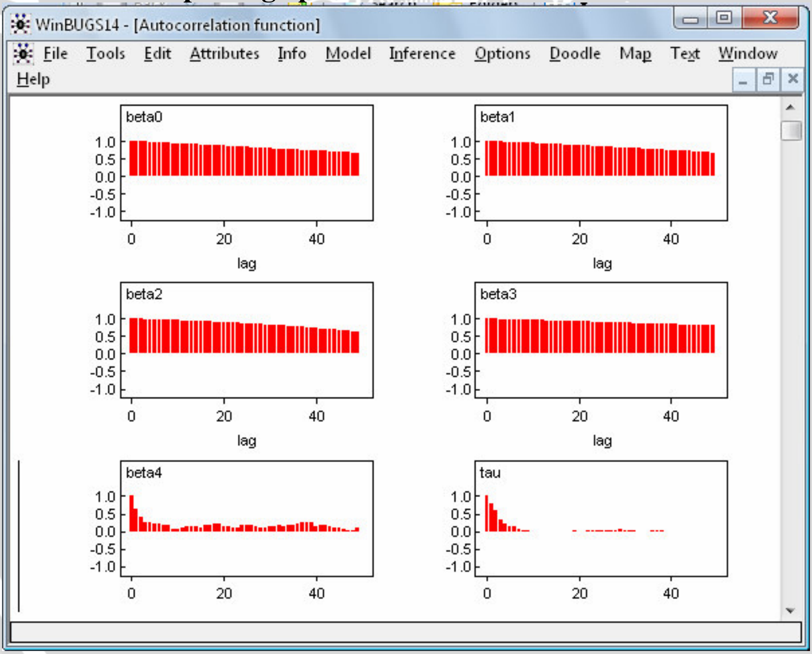
node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%	start	sample
beta0	-34.57	6.901	1.479	-41.83	-37.6	-19.56	101	500
beta1	0.1108	0.03046	0.006508	0.04701	0.117	0.1501	101	500
beta2	0.06643	0.02706	0.005683	0.03472	0.05693	0.1268	101	500
beta3	0.03884	0.04428	0.00943	-0.01962	0.04431	0.1171	101	500
beta4	0.3742	0.8666	0.09176	-1.18	0.2824	2.244	101	500
tau	38.94	236.7	26.0	2.438E-4	0.007775	277.2	101	500

DIC

Dbar = post.mean of -2logL; Dhat = -2LogL at post.mean of stochastic nodes

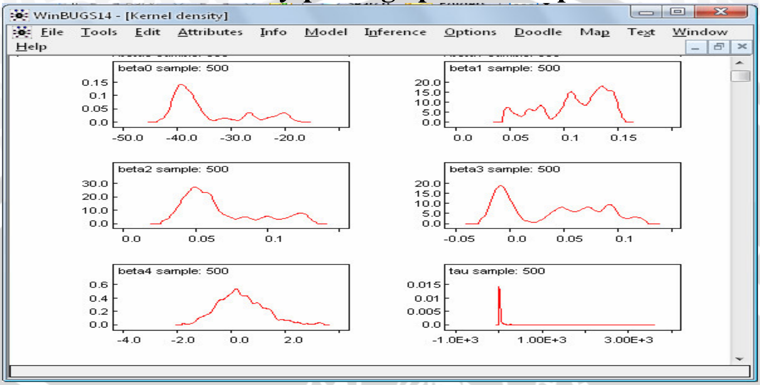
	Dbar	Dhat	pD	DIC
y	43.131	34.268	8.863	51.994
total	43.131	34.268	8.863	51.994

Gambar ACF penduga parameter untuk data 1

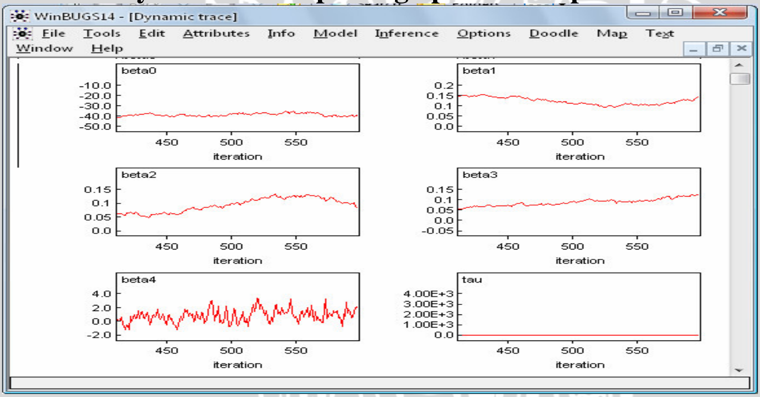


Lampiran 9. (Lanjutan)

Gambar *Kernel Density* penduga parameter pada data 1



Gambar Dynamic Trace penduga parameter pada data 1



Lampiran 10. Hasil Output Program WinBUGS 1.4 pada Data 2

Node statistics

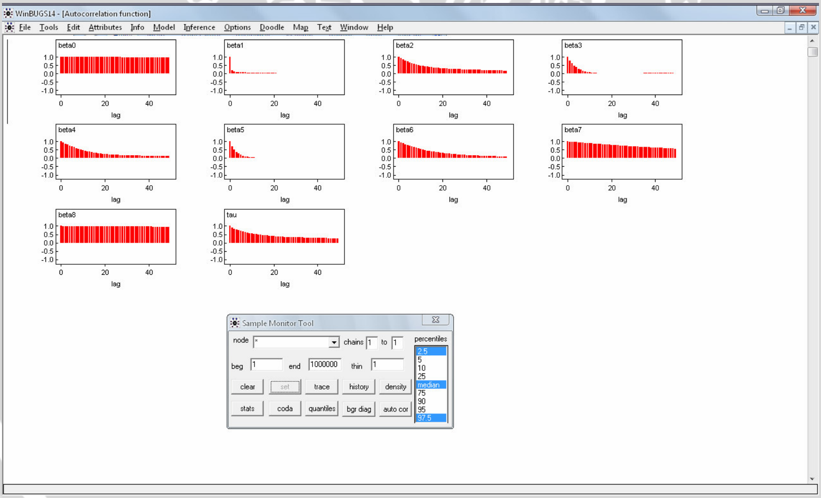
node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%	start	sample
beta0	-4.387	9.7	0.4783	-28.79	-3.495	11.26	1001	140000
beta1	2.821	1.856	0.01219	-0.5273	2.709	6.807	1001	140000
beta2	0.08684	0.03657	7.527E-4	0.02375	0.08362	0.1668	1001	140000
beta3	6.815E-4	0.001419	1.357E-5	-0.002036	6.523E-4	0.003565	1001	140000
beta4	0.05407	0.02883	5.226E-4	8.678E-4	0.05267	0.1143	1001	140000
beta5	-0.002699	0.008048	7.386E-5	-0.01856	-0.002681	0.01323	1001	140000
beta6	0.7983	1.17	0.01965	-1.293	0.721	3.32	1001	140000
beta7	0.2404	0.1232	0.003872	0.00661	0.2373	0.4888	1001	140000
beta8	-0.08586	0.129	0.006312	-0.3099	-0.0937	0.2249	1001	140000
tau	25.2	151.4	3.118	0.09747	0.7253	250.2	1001	140000

DIC

Dbar = post.mean of -2logL; Dhat = -2LogL at post.mean of stochastic nodes

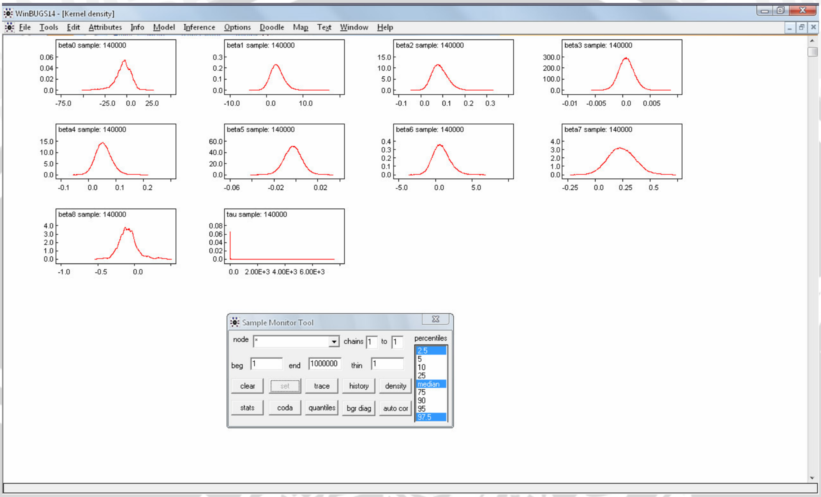
	Dbar	Dhat	pD	DIC
y	101.062	82.168	18.894	119.956
total	101.062	82.168	18.894	119.956

Gambar ACF penduga parameter pada data 2

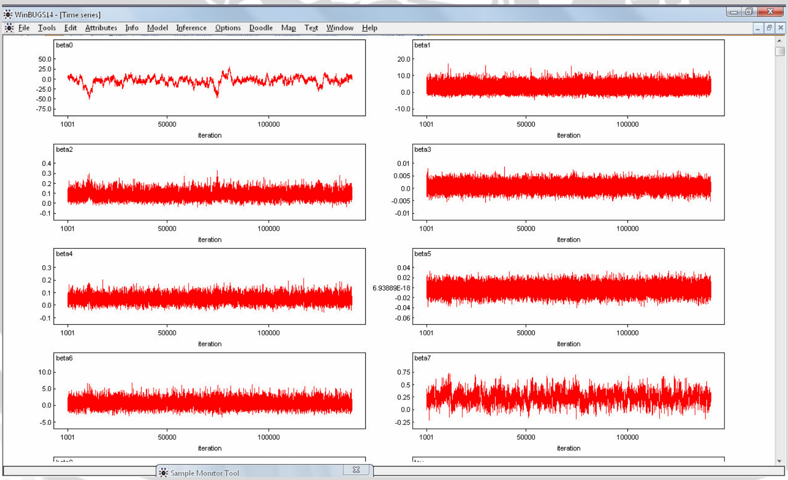


Lampiran 10. (Lanjutan)

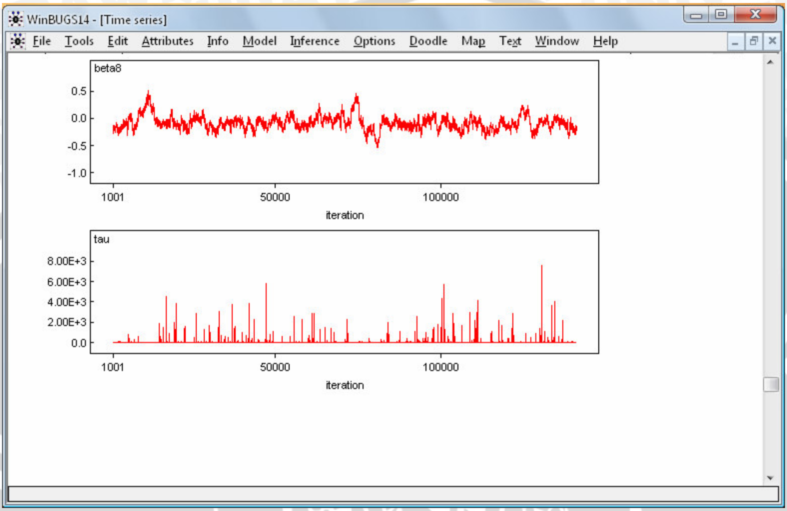
Gambar *Kernel Density* penduga parameter pada data 2



Gambar Dynamic Trace penduga parameter pada data 2



Lampiran 10. (Lanjutan)



Lampiran 11. Model Logit Dengan Nilai u_{oj} Sebagai Intersep Pada Data 2

Kabupaten/Kota Bojonegoro

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 2,56 + 2,5467X_{1ij} + 0,0705X_{2ij} + 0,0005X_{3ij} + 0,0466X_{4ij} - 0,0022X_{5ij} + 0,5155X_{6ij} + 0,2128X_{7ij} - 0,1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Blitar

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 1,57 + 2,5467X_{1ij} + 0,0705X_{2ij} + 0,0005X_{3ij} + 0,0466X_{4ij} - 0,0022X_{5ij} + 0,5155X_{6ij} + 0,2128X_{7ij} - 0,1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Banyuwangi

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 4,12 + 2,5467X_{1ij} + 0,0705X_{2ij} + 0,0005X_{3ij} + 0,0466X_{4ij} - 0,0022X_{5ij} + 0,5155X_{6ij} + 0,2128X_{7ij} - 0,1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Gresik

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 1,09 + 2,5467X_{1ij} + 0,0705X_{2ij} + 0,0005X_{3ij} + 0,0466X_{4ij} - 0,0022X_{5ij} + 0,5155X_{6ij} + 0,2128X_{7ij} - 0,1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Jombang

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 2,75 + 2,5467X_{1ij} + 0,0705X_{2ij} + 0,0005X_{3ij} + 0,0466X_{4ij} - 0,0022X_{5ij} + 0,5155X_{6ij} + 0,2128X_{7ij} - 0,1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Jember

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 0{,}97 + 2{,}5467X_{1ij} + 0{,}0705X_{2ij} + 0{,}0005X_{3ij} + 0{,}0466X_{4ij} - 0{,}0022X_{5ij} + 0{,}5155X_{6ij} + 0{,}2128X_{7ij} - 0{,}1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Kediri

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 3{,}06 + 2{,}5467X_{1ij} + 0{,}0705X_{2ij} + 0{,}0005X_{3ij} + 0{,}0466X_{4ij} - 0{,}0022X_{5ij} + 0{,}5155X_{6ij} + 0{,}2128X_{7ij} - 0{,}1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Lamongan

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 2{,}34 + 2{,}5467X_{1ij} + 0{,}0705X_{2ij} + 0{,}0005X_{3ij} + 0{,}0466X_{4ij} - 0{,}0022X_{5ij} + 0{,}5155X_{6ij} + 0{,}2128X_{7ij} - 0{,}1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Lumajang

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 3{,}05 + 2{,}5467X_{1ij} + 0{,}0705X_{2ij} + 0{,}0005X_{3ij} + 0{,}0466X_{4ij} - 0{,}0022X_{5ij} + 0{,}5155X_{6ij} + 0{,}2128X_{7ij} - 0{,}1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Magetan

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 1{,}67 + 2{,}5467X_{1ij} + 0{,}0705X_{2ij} + 0{,}0005X_{3ij} + 0{,}0466X_{4ij} - 0{,}0022X_{5ij} + 0{,}5155X_{6ij} + 0{,}2128X_{7ij} - 0{,}1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Mojokerto

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 0{,}65 + 2{,}5467X_{1ij} + 0{,}0705X_{2ij} + 0{,}0005X_{3ij} + 0{,}0466X_{4ij} - 0{,}0022X_{5ij} + 0{,}5155X_{6ij} + 0{,}2128X_{7ij} - 0{,}1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Malang

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 0{,}92 + 2{,}5467X_{1ij} + 0{,}0705X_{2ij} + 0{,}0005X_{3ij} + 0{,}0466X_{4ij} - 0{,}0022X_{5ij} + 0{,}5155X_{6ij} + 0{,}2128X_{7ij} - 0{,}1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Nganjuk

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 2{,}04 + 2{,}5467X_{1ij} + 0{,}0705X_{2ij} + 0{,}0005X_{3ij} + 0{,}0466X_{4ij} - 0{,}0022X_{5ij} + 0{,}5155X_{6ij} + 0{,}2128X_{7ij} - 0{,}1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Ngawi

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 1{,}34 + 2{,}5467X_{1ij} + 0{,}0705X_{2ij} + 0{,}0005X_{3ij} + 0{,}0466X_{4ij} - 0{,}0022X_{5ij} + 0{,}5155X_{6ij} + 0{,}2128X_{7ij} - 0{,}1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Pacitan

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 3{,}66 + 2{,}5467X_{1ij} + 0{,}0705X_{2ij} + 0{,}0005X_{3ij} + 0{,}0466X_{4ij} - 0{,}0022X_{5ij} + 0{,}5155X_{6ij} + 0{,}2128X_{7ij} - 0{,}1089X_{8ij}$$

Kabupaten/Kota Probolinggo

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 4{,}35 + 2{,}5467X_{1;j} + 0{,}0705X_{2;j} + 0{,}0005X_{3;j} + 0{,}0466X_{4;j} - 0{,}0022X_{5;j} + 0{,}5155X_{6;j} + 0{,}2128X_{7;j} - 0{,}1089X_{8;j}$$

Kabupaten/Kota Pasuruan

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 2{,}78 + 2{,}5467X_{1;j} + 0{,}0705X_{2;j} + 0{,}0005X_{3;j} + 0{,}0466X_{4;j} - 0{,}0022X_{5;j} + 0{,}5155X_{6;j} + 0{,}2128X_{7;j} - 0{,}1089X_{8;j}$$

Kabupaten/Kota Surabaya

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 1{,}65 + 2{,}5467X_{1;j} + 0{,}0705X_{2;j} + 0{,}0005X_{3;j} + 0{,}0466X_{4;j} - 0{,}0022X_{5;j} + 0{,}5155X_{6;j} + 0{,}2128X_{7;j} - 0{,}1089X_{8;j}$$

Kabupaten/Kota Sidoarjo

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 2{,}31 + 2{,}5467X_{1;j} + 0{,}0705X_{2;j} + 0{,}0005X_{3;j} + 0{,}0466X_{4;j} - 0{,}0022X_{5;j} + 0{,}5155X_{6;j} + 0{,}2128X_{7;j} - 0{,}1089X_{8;j}$$

Kabupaten/Kota Trenggalek

$$\ln\left(\frac{\gamma(x_{ij})}{1-\gamma(x_{ij})}\right) = 3{,}23 + 2{,}5467X_{1;j} + 0{,}0705X_{2;j} + 0{,}0005X_{3;j} + 0{,}0466X_{4;j} - 0{,}0022X_{5;j} + 0{,}5155X_{6;j} + 0{,}2128X_{7;j} - 0{,}1089X_{8;j}$$