PENGARUH JENIS TUMPUAN TERHADAP FREKUENSI PRIBADI PADA GETARAN BALOK LENTUR

Naharuddin[1]

[1] Staf Pengajar Jurusan Teknik Mesin, Untad

Abstrak.

Tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan nilai frekuensi pribadi getaran balok lentur yang menggunakan tumpuan sederhana, jepit-jepit, dan kantilever. Metode penelitian ini menggunakan balok lentur dengan ukuran panjang yaitu 850 mm dan lebar 25 mm, sedangkan ketebalannya bervarisi yaitu 10 mm, 12,5 mm, dan 15 mm. Hasil penelitian menunjukkan bahwa untuk tumpuan yang sama, makin tebal spesimen makin tinggi frekuensi pribadinya. Untuk jenis tumpuan yang berbeda, frekuensi pribadi terbesar terjadi pada tumpuan jepit-jepit (223,8209 rad/s, kemdian tumpuan sederhana (98,7346 rad/s), dan yang terkecil tumpuan kantilever (35,1738 rad/s) pada ketebalan 15 mm.

Kata kunci : Jenis tumpuan, frekuensi pribadi, balok lentur.

I. Pendahuluan

Setiap benda atau sistem yang memiliki massa dan sifat elastisitas jika diberi gangguan (ransangan), maka akan bergetar. Berdasarkan gangguan (ransangan) yang diberikan pada sistem, getaran yang timbul dapat diklasifikasikan sebagai getaran bebas dan paksa. Bila ditinjau kondisi getaran bebas, maka struktur tidak diengaruhi oleh gaya luar dan gerakannya hanya dipengaruhi oleh kondis awal. Gaya luar hanya diperlukan untuk menentukan frekuensi pribadi sistem. Frekuensi pribadi (ω_n) adalah merupakan dasar (karakteristik) yang dimiliki oleh sistem yang bergetar. Penentuan frekuensi pribadi sistem yang mengalami getaran adalah sangat penting untuk mencegah terjadinya resonansi.

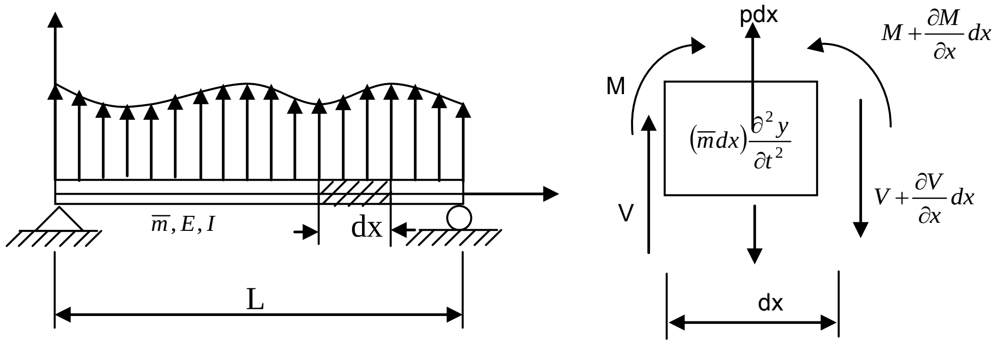
Kekuatan suatu material yang mengalami beban dinamis sangat dipengaruhi massa dan sifat elastisitas serta gangguan yang bekerja padanya Balok yang ditumpu kemudian mendapatkan beban dinamis akan mempengaruhi nilai frekuensi pribadi suatu sistem. Untuk itu dilakukan penelitian untuk mendapatkan hubungan antara pengaruh jenis tumpuan dengan nilai frekeuensi pribadi pada getaran balok lentur. Hasil penelitian ini dapat dimanfaatkan sebagai bahan informasi mengenai balok yang mengalami getaran lentur dengan berbagai jenis tumpuan.

II. Tinjauan Pustaka

II.1 Getaran Lentur Dari Balok-Balok Seragam

Perlakuan balok yang mengalami getaran flexural didasarkan pada teori "Lenturan Sederhana' yang biasa digunakan dalam keperluan teknik. Metode analisis ini dikenal dengan teori "Euler Bernouli" yang menganggap bahwa sebuah penampang melintang yang datar dari sebuah balok akan tetap datar selama lenturan.

Pada gambar 1 berikut ditunjukkan DBB dari sebuah segmen pendek dari balok yang mempunyai panjang dx dan dibatasi oleh penampang-penampang datar yang tegak lurus pada sumbunya.



Gambar 1. Balok sederhana dengan massa serta beban yang terbagi rata

Gaya dan momen yang bekerja pada elemen yaitu, gaya geser V dan $V + \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)$, momen lentur M dan $M + \frac{\partial M}{\partial x}$, beban lateral pdx dan gaya inersia $(\overline{m}dx)\partial^2 y / dt^2$. Dimana $\overline{m}$ adalah massa persatuan panjang dan $p = p(x,t)$ adalah beban persatuan panjang.

Persamaan diferensial parsial digunakan untuk menyatakan variasi gaya geser dan momen lentur karena besarnya merupakan fungsi dari 2 variabel yaitu posisi *x* sepanjang balok dan waktu *t.* Dengan Hukum II Newton, diperoleh :

$$V - \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} dx\right) + p(x,t)dx - \overline{m}dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

dengan penyederhanaan menjadi:

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \overline{m} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = p(x,t) \qquad 1)$$

Dengan menggunakan teori lenturan sederhana, diperoleh:

$$M = EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \qquad 2)$$

dan

$$V = \frac{\partial M}{\partial x} \qquad 3)$$

dimana E adalah modulus elastisitas Young dan I adalah momen inersia penampang. Untuk sebuah balok seragam, kombinasi dari persamaan (1), (2) dan (3) menghasilkan

$$V = EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \qquad 4)$$

dan

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^2} + \overline{m} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = p(x,t) \qquad 5)$$

Persamaan (5) di atas merupakan persamaan diferensial non homogen orde 4 merupakan persamaan pendekatan karena beberapa faktor pengaruh yang dapat menyebabkan terjadinya defleksi diabaikan.

II.2. Persamaan gerak dalam getaran bebas

Untuk getaran bebas $p(x,t)=0,$ persamaan (5) tereduksi menjadi persamaan diferensial homogen

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^2}+\overline{m}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0 \qquad 6)$$

Solusi dari persamaan (6) dapat diperoleh dengan "metode pemisahan variabel" yaitu dianggap bahwa solusi tersebut dapat dinyatakan sebagai hasil perkalian dari sebuah fungsi $\Phi(x)$ dan sebuah fungsi waktu f(t), yaitu :

$$y(x,t)=\Phi(x)f(t) \qquad 7)$$

Persamaan (7) diferensialkan dan dimasukkan pada persamaan (6), diperoleh:

$$EIf(t)\frac{d^4\Phi(x)}{dx^4}+\overline{m}\Phi(x)\frac{d^2 f(t)}{dt^2}=0 \qquad 8)$$

Persamaan terakhir ini dapat ditulis sebagai :

$$\frac{EI\Phi^{iv}(x)}{\overline{m}\,\Phi(x)}=-\frac{\bar{f}(t)}{f(t)} \qquad 9)$$

Dengan notasi indeks angka romawi, dinyatakan penurunan terhadap x dan indeks titik menyatakan penurunan terhadap waktu. Bagian kiri dari persamaan (9) adalah fungsi x dan bagian kanan fungsi f(t) maka setiap sisi dari persamaan tersebut harus mempunyai konstanta yang sama. Pada konstanta tersebut dipilih ω_n^2, dari persamaan (9) menghasilkan dua persamaan diferensial berikut;

$$\Phi^{IV}(x)-a^4\Phi(x)=0 \qquad 10)$$

dan $$\ddot{f}(t)+\omega_n^2 f(t)=0 \qquad 11)$$

dimana: $$a^4=\frac{\overline{m}\,\omega_n^2}{EI} \qquad 12)$$

Penyelesaian persamaan (12) untuk mendapatkan harga ω_n dengan menggunakan notasi :

$$\omega_n=C\sqrt{\frac{EI}{\overline{m}L^4}} \qquad 13)$$

dimana: $C=(aL)^2$

Persamaan (11) adalah persamaan getaran bebas untuk sistem derajat kebebasan tunggal tak teredam mempunyai solusi :

$$f(t)=A\cos\omega_n t+B\cos\omega_n t \qquad 14)$$

dimana A dan B adalah konstanta integrasi

Untuk persamaan (10) dapat diselesaikan dengan mengambil

$$\Phi(x)=Ce^{ix} \qquad 15)$$

dengan mensubsitusi persamaan (15) ke dalam persamaan (10) dihasilkan, $(s^4-a^4)Ce^{ix}=0$

dimana untuk mendapatkan solusi non trival diperlukan,

$$(s^4-a^4)=0 \qquad 16)$$

Akar-akar dari persamaan (16) adalah:

$$s_1 = a, \quad s_2 = -a, \quad s_3 = ai, \quad s_4 = -ai, \qquad 17)$$

Dengan mensubtitusi setiap harga akar-akar ke dalam persamaan (15) didapatkan sebuah solusi dari persamaan (10). Solusi umumnya adalah:

$$\Phi(x) = C_1 e^{ax} + C_2 e^{-ax} + C_3 e^{aix} + C_4 e^{-aix} \qquad 18)$$

dimana : $C_1, C_2, C_3, dan\, C_4$ adalah konstanta integrasi dan fungsi eksponensial dalam persamaan (18) dinyatakan dalam fungsi trigonometri dan hiperbolis

$$e^{\pm ax} = \cosh ax \pm \sinh ax$$

$$e^{\pm aix} = \cos ax \pm \sin ax \qquad 19)$$

Dengan mensubstitusi hubungan-hubungan ini ke dalam persamaan (18) menghasilkan

$$\Phi(x) = A\cos ax + B\cos ax + C\sinh ax + D\cosh ax \qquad 20)$$

dimana A, B, C, dan D adalah konstanta-konstanta integrasi baru.

II.3. Frekuensi Pribadi Untuk Balok Seragam

II.3.1 Tumpuan Sederhana

Untuk balok dengan tumpuan sederhana diperoleh kondisi batas sebagai berikut:

$$y(0,t) = 0, \qquad M(0,t) = 0,$$

$$y(L,t) = 0, \qquad M(L,t) = 0,$$

Dengan kondisi batas seperti diatas, membawa akibat pada fungsi posisi $\Phi(x)$ yaitu:

Pada x = 0

$$\Phi(0) = 0, \qquad \Phi''(0) = 0, \qquad 21)$$

Pada x = L

$$\Phi(L) = 0, \qquad \Phi''(L) = 0 \qquad 22)$$

Dengan mensubstitusi dua syarat batas pertama dan syarat-syarat batas ini ke dalam persamaan (20) dihasilkan

$$\Phi(0) = A0 + B1 + C0 + D1 = 0$$

$$\Phi''(0) = a^2(-A0 - B1 + C0 + D1) = 0$$

yang direduksi menjadi

B + D = 0

-B + D = 0

Jadi B = D = 0

Dengan cara yang sama disubstitusi dua syarat batas yang terakhir ke dalam persamaan (20) dan ambil B = D = 0, didapat:

$$\Phi''(L) = a^2(-A\sin aL + C\sin aL) = 0 \qquad 23)$$

dijumlahkan akan memberikan:

$$2C\sinh aL = 0$$

dari persamaan terakhir ini C = 0, jadi persamaan (23) direduksi menjadi

$$A \sin aL = 0 \quad 24)$$

Selain solusi trival (A=0), kita dapatkan persamaan frekuensi

$$\sin aL = 0 \quad 25)$$

yang akan terpenuhi untuk

$$a_n L = n\pi, \qquad n = 0, 1, 2....... \quad 26)$$

Dengan mensubstitusi akar-akar dari persamaan (26) ke dalam persamaan (13) di dapat:

$$\omega_n = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{\overline{m}L^4}} \quad 27)$$

$C_n = (n\pi)^2$, untuk n = 1, maka nilai C adalah π^2

II.3.2 Tumpuan Jepit-Jepit

Untuk balok dengan tumpuan jepit-jepit, diperoleh kondisi batas sebagai berikut:

Pada x = 0

$$y(0,t) = 0 \qquad \Phi(0) = 0$$

$$y'(0,t) = 0 \qquad \Phi'(0) = 0 \quad 28)$$

Pada x = L

$$y(0,t) = 0 \qquad \Phi(0) = 0$$

$$y'(0,t) = 0 \qquad \Phi'(0) = 0 \quad 29)$$

Penggunaan syarat batas dari persamaan (28) ke dalam persamaan (20) memberikan

$$B + D = 0 \qquad dan \qquad A + C = 0$$

dimana syarat-syarat dari persamaan (29) menghasilkan sistem homogen

$$(\cos aL - \cosh aL)B + (\sin aL - \sinh aL)A = 0$$

$$-(\sin aL - \sinh aL)B + (\cos aL - \cosh aL)A = 0 \quad 30)$$

Dengan menyamakan dengan nol determinan dari koefisien-koefisien sistem homogen ini akan didapatkan persamaan frekuensi

$$\cos a_n L \cosh a_n L - 1 = 0 \quad 31)$$

Dari bagian pertama persamaan (30) di dapat

$$A = -\frac{\cos aL - \cosh aL}{\sin aL - \sinh aL} B, \quad 32)$$

dimana B adalah harga sembarang. Untuk setiap harga frekuensi natural

$$\omega_n = (a_n L)^2 \sqrt{\frac{EI}{\overline{m}L^4}} \quad 33)$$

untuk n=1 nilai $(a_n L) = 22{,}3733$

II.3.3 Tumpuan Kantilever

Pada ujung terjepit (x=0) dari balok kantilever, lendutan dan perputaran sudut harus sama dengan nol dan pada ujung bebas (x=L) momen lentur dan gaya lintang harus sama dengan nol. Jadi syarat-syarat batas untuk sebuah balok kantilever adalah sebagai berikut:

Pada x = 0

$$y(0,t) = 0 \qquad \Phi(0) = 0$$

$$y^{'}(L,t) = 0 \qquad \Phi^{'}(0) = 0 \qquad 34)$$

Pada x = L

$$M(L,t) = 0 \qquad \Phi^{''}(L) = 0$$

$$V(L,t) = 0 \qquad \Phi^{'''}(L) = 0 \qquad 35)$$

Bila syarat-syarat batas ini disubstitusi ke dalam persamaan (20), akan didapatkan persamaan frekuensi

$$\cos a_n L . \cosh a_n L + 1 = 0 \qquad 36)$$

Untuk setiap akar dari persamaan (36) didapat frekuensi natural

$$\omega_n = (a_n L)^2 \sqrt{\frac{EI}{\overline{m} L^4}} \qquad 37)$$

untuk n = 1 nilai $(a_n L)^2 = 3{,}5160$

III. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan pada balok lentur persegi panjang yang diletakkan pada tiga jenis tumpuan yaitu sederhana, jepit-jepit, dan kantilever dengan bentangan tunggal. Tumpuan sederhana adalah tumpuan yang terdiri dari tumpuan engsel dan rol. Tumpuan jepit-jepit dimana kedua ujungnya dijepit. Tumpuan kantilever adalah tumpuan dimana salah satu ujungnya dijepit dan yang lain lepas.

Dimensi balok yang digunakan dengan panjang 850 mm dan lebar 25 mm, sedangkan tebal(t) balok divariasika yaitu 10 mm, 12,5mm dan 15 mm. Massa persatuan panjang $(\overline{m})$ tergantung pada tebal balok. Nilai elastisitas balok 2,819x10^{10} N/m^2.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil perhitungan yang diperoleh bahwa getaran balok lentur yang mempunyai panjang dan lebar yang sama dengan ketebalan yang bervariasi untuk setiap spesimen yang ditumpu berbagai jenis tumpuan diperoleh nilai freukensi pribadi pada tabel berikut:

Tabel 1. Nilai frekuensi pribadi getaran balok lentur

No	t(mm)	$\overline{m}$ (kg)	Sederhana	Jepit-jepit	Kantilever
			(ω_n) rad/detik	(ω_n) rad/detik	(ω_n) rad/detik
1	10,0	3,084	54,9566	124,5805	19,5780
2	12,5	3,154	75,9508	172,1721	27,0571
3	15,0	3,225	98,7348	223,8209	35,1738

Frekuensi pribadi pada balok getaran lentur untuk tumpuan sederhana, jepit-jepit, dan kantilever dengan tebal 10 mm, 12,5 mm, dan 15 mm mempunyai harga yang berbeda-beda. Nilai frekuensi pribadi dari variabel ketebalan, dapat dikatakan bahwa semakin tebal suatu spesimen maka frekuensi pribadi juga semakin besar. Frekuensi pribadi terbesar terjadi pada ketebalan 15 mm, kemudian ketebalan 12,5 mm, dan frekuensi pribadi terkecil pada ketebalan 10 mm.

Berdasarkan jenis tumpuan (ketebalan sama), frekuensi terbesar terjadi pada tumpuan jepit-jepit (223,8209 rad/detik) kemudian tumpuan sederhana (98,7348 rad/detik) dan terkecil pada kantilever (35,1738 rad/detik) pada ketebalan 15 mm. Adanya perbedaan frekuensi pribadi pada ketiga jenis tumpuan ini disebabkan oleh kondisi tumpuan yang berbeda, dimana freukensi pribadi merupakan fungsi dari kekakuan. Semakin besar kekakuan suatu spesimen maka semakin besar frekuensi pribadinya karena lebih mampu menahan getaran. Kekakuan terbesar terjadi pada tumpuan jepit-jepit, ini disebabkan karena pada kedua ujungnya dijepit sehingga tidak terjadi perpindahan baik perpindahan translasi maupun perputaran sudut. Tumpuan sederhana dimana pada setiap tumpuan tidak terdapat perpindahan translasi tetapi terjadi perputaran sudut. Tumpuan kantilever frekuensi pribadinya paling rendah karena pada ujung yang dijepit tidak terjadi baik perpindahan translasi maupun perpindahan sudut, sedangkan ujung yang lepas kedua jenis perpindahan tersebut dapat terjadi. Pada variasi tumpuan untuk ketebalan yang sama, diperoleh kekakuan terbesar terjadi pada tumpuan jepit-jepit, kemudian tumpuan sederhana, dan kekakuan terkecil terjadi pada tumpuan kantilever. Kekakuan merupakan fungsi dari jenis tumpuan yang berlaku pada sistem getaran.

V. KESIMPULAN

Pengaruh jenis tumpuan terhadap frekuensi pribadi pada getaran balok lentur dengan dimensi panjang 850 mm, lebar 25 mm, dan tebalnya bervariasi 10 mm, 12,5 mm dan 15 mm serta nilai elastisitasnya 2,819x10^{10} N/m^2 diperoleh untuk tumpuan yang sama, nilai frekuensi pribadi semakin besar dengan bertambahnya ketebalan spesimen. Sedangkan pengaruh jenis tumpuan terhadap frekuensi pribadi (ketebalan sama), frekuensi pribadi terbesar terjadi pada tumpuan jepit-jepit (223,8209 rad/detik) kemudian tumpuan sederhana (98,7348 rad/detik) dan terkecil kantilever (35,1738 rad/detik) pada ketebalan 15 mm

VI. DAFTAR PUSTAKA

1. Mappaita, Abdullah. 2002. *Aplikasi Metode Fungsi Transfer pada Analisis Karakteristik Getaran Balok Kayu*. Makassar. Jurnal Penelitian Teknologi (INTEK) Tahun ke-8 No. 2 . Halaman 105 – 114.
2. Paz, Mario. 1990. *Dinamika Struktur (Teori dan Perhitungan)*. Edisi II. Jakarta. Penerbit Erlangga.
3. Thomson, W.T. 1986. *Theori of Vibration with Aplication*. New Delhi. Prentice
4. Vierck, Robert K, dkk. 1985. *Analisis Getaran*. Bandung. Eresco.
5. Willian W. Seto.B.S. 1985. *Getaran Mekanis Seri Buku Schaum Teori dan Soal-Soal*. Jakarta. Erlangga.