



# X Congreso Ibérico de Agroingeniería X Congresso Ibérico de Agroengenharia

Huesca, 3-6 septiembre 2019



## Presiones normales sobre tolvas oblicuas en silos de acero

E. Gallego<sup>1</sup>, J.M. Fuentes<sup>1</sup>, A. Sadowski<sup>2</sup>, F.Ayuga<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Grupo de investigación EIPIRMA, Universidad Politécnica de Madrid; [eutiquio.gallego@upm.es](mailto:eutiquio.gallego@upm.es)

<sup>2</sup> Department of Civil and Environmental Engineering, Imperial College London

**Resumen:** Los silos se emplean desde hace mucho tiempo para el almacenamiento en altura de materiales agrícolas e industriales muy diversos. Se trata de una estructura con características muy particulares, derivadas en gran medida del rozamiento entre el material almacenado y la pared. Los silos de acero constituyen una de las tipologías más empleadas, y a veces disponen de una boca de salida oblicua para mejorar el flujo del material durante la descarga del silo. La versión actual del Eurocódigo EN 1991-4 empleado para el cálculo de empujes sobre las paredes de los silos pero las tolvas oblicuas no están cubiertas por ella. Se ha desarrollado un modelo de elementos finitos en tres dimensiones para calcular las presiones normales producidas sobre tolvas oblicuas. Se han tenido en cuenta variables como la excentricidad de la tolva, la posición circunferencial de la línea de la pared a analizar, o tres materiales agrícolas que presentan propiedades mecánicas muy diferentes: trigo, azúcar y bolas de hierro. Se ha comprobado la influencia de la posición circunferencial y la excentricidad de la boca de salida en la variación de presiones existentes en tolvas oblicuas con respecto a tolvas concéntricas. Se espera que los resultados de esta investigación sean de interés en la futura actualización de EN 1991-4.

**Palabras clave:** silos de acero; tolvas oblicuas; presiones normales; Elementos Finitos

### 1. Introducción

Los silos son estructuras especiales que se utilizan para almacenar diferentes tipos de productos que exhiben un comportamiento complejo debido a la existencia de fenómenos específicos como el "efecto silo", consistente en la aparición de fuerzas de rozamiento entre la pared y el material almacenado.

Los silos de acero son ampliamente utilizados por su optimización en el diseño y la facilidad para su ejecución. Existen numerosas tipologías, aunque predomina el diseño de silos cilíndricos de fondo plano. Sin embargo, los silos se diseñan a veces con un cuerpo vertical cilíndrico y una tolva oblicua para facilitar el flujo del material almacenado durante la descarga del silo. Es importante señalar que el término "tolva oblicua" se refiere a una tolva cuyo centro no coincide con el centro del cuerpo cilíndrico vertical del silo.

La distribución de las presiones normales ejercidas por el material almacenado sobre las paredes de tolvas concéntricas es un fenómeno que fue descrito inicialmente por Dąbrowski [1], aunque se le atribuya generalmente a Walker [2], y que se encuentra contemplado en la versión actual del Eurocódigo [3]. Sin embargo, esta norma no incluye actualmente ninguna propuesta para el cálculo de presiones normales sobre tolvas oblicuas.

Las presiones normales existentes sobre una tolva concéntrica,  $p_{nf}$ , y teniendo en cuenta una situación de llenado simétrica, se calculan según la Ecuación 1. En una situación de llenado,

el valor de  $F_f$  se obtiene según la Ecuación 2, donde  $\mu$  es el coeficiente de rozamiento partícula - pared,  $\beta$  es la mitad del ángulo de inclinación de la tolva con respecto al eje vertical (Figura 1), y  $a$  es una constante empírica. Se adopta un valor  $a = 0.8$  para el cálculo de presiones normales durante el proceso de llenado.

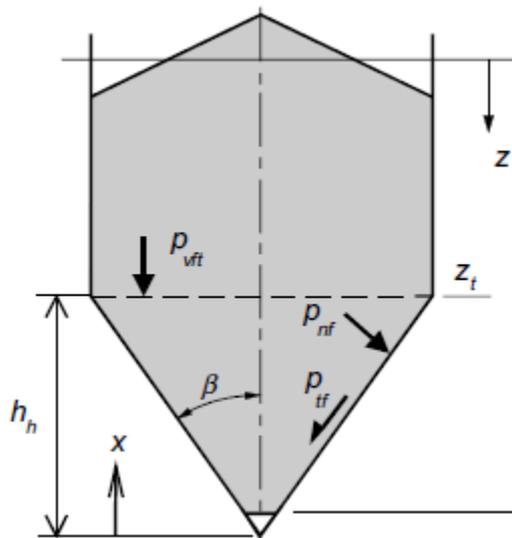
$$p_{nf} = F_f p_{vf} \quad [1]$$

$$F_f = \frac{1+a \cdot \mu \cdot \cot \beta}{1+\mu \cdot \cot \beta} \quad [2]$$

El valor de la presión vertical de llenado,  $p_{vf}$ , que existe en la coordenada vertical  $x$  desde el vértice del cono de la tolva se calcula según la Ecuación 3, donde  $\gamma$  es el peso específico del material almacenado y  $p_{vft}$  es la presión vertical media existente en la transición cuerpo cilíndrico - tolva. El exponente  $n$  empleado para el cálculo de la presión vertical se obtiene a partir de la Ecuación 4.

$$p_{vf} = \frac{\gamma h_h}{n-1} \left\{ \left( \frac{x}{h_h} \right) - \left( \frac{x}{h_h} \right)^n \right\} + p_{vft} \left( \frac{x}{h_h} \right)^n \quad [3]$$

$$n = 2(F_f \mu_h \cot \beta + F_f - 1) \quad [4]$$



**Figura 1.** Distribución de presiones sobre tolvas (EN 1991-4, 2006)

Los trabajos de investigación existentes acerca de la medición de presiones sobre las paredes de tolvas son escasos, y la mayoría se refieren al caso de tolvas concéntricas [4-6]. Los trabajos realizados por Ramirez et al. [7] sí incluían la medición de empujes del material almacenado sobre 3 silos cilíndricos de 5.0 m de altura y 1.9 m de diámetro, que disponían de tolvas con diferentes excentricidades: 0%, 50% y 100%. En este trabajo, se compararon los empujes producidos sobre las tolvas oblicuas (50% y 100% de excentricidad) con respecto a los registrados en la tolva concéntrica (0% de excentricidad). Así, se observó la aparición de mayores presiones sobre la pared opuesta a la boca de salida, mientras que se detectaba una reducción de la presión sobre la pared más cercana a la boca de salida.

Estos resultados concordaban con los hallazgos previos de varios autores [8,9] que habían desarrollado modelos de elementos finitos para estudiar los posibles efectos de la excentricidad en la posición de la boca de salida en tolvas oblicuas.

## 2. Materiales y métodos

### 2.1. Modelo numérico de elementos finitos

Se desarrolló un modelo de elementos finitos con ANSYS [10], considerando la existencia de una pared rígida y para el proceso de llenado. La simulación del material almacenado se realizó mediante el uso de un elemento cúbico isoparámetro de 8 nodos (SOLID45), que permite considerar plasticidad, endurecimiento por deformación, y grandes deformaciones. Por otro lado, la interacción entre el material almacenado y la pared se simuló mediante un contacto superficial a través de los elementos TARGE170 y CONTA173, y empleando la teoría de rozamiento de Coulomb. Una descripción más detallada de este procedimiento puede encontrarse en Gallego et al. [11].

Se empleó un modelo de comportamiento elastoplástico para el material almacenado, empleándose una relación lineal para la parte elástica, mientras que se usó el criterio de Drucker-Prager [12] para la parte plástica. Las propiedades mecánicas del material que caracterizan la parte elástica del modelo son el coeficiente de Poisson,  $\nu$ , y el módulo de elasticidad,  $E$ , mientras que el ángulo de rozamiento interno,  $\phi$ , la cohesión,  $c$ , y el ángulo de dilatación,  $\psi$ , son las propiedades mecánicas que definen la parte plástica del modelo. El valor del coeficiente de Poisson se dedujo (Ecuación 5) a partir de la relación de presiones laterales,  $K$ , definida en el Eurocódigo, de forma que se facilitara la comparación de presiones calculadas con el modelo numérico con las obtenidas según la normativa.

$$\nu = \frac{K}{1+K} \quad [5]$$

Los valores de peso específico,  $\gamma$ , y ángulo de rozamiento interno,  $\phi$ , fueron también extraídos del Eurocódigo, mientras que el resto de parámetros fueron adoptados de trabajos publicados en la literatura [13,14]. Las simulaciones se realizaron para tres materiales diferentes: trigo, azúcar y bolas de hierro, cuyas propiedades mecánicas aparecen recogidas en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Propiedades mecánicas de los materiales considerados en las simulaciones

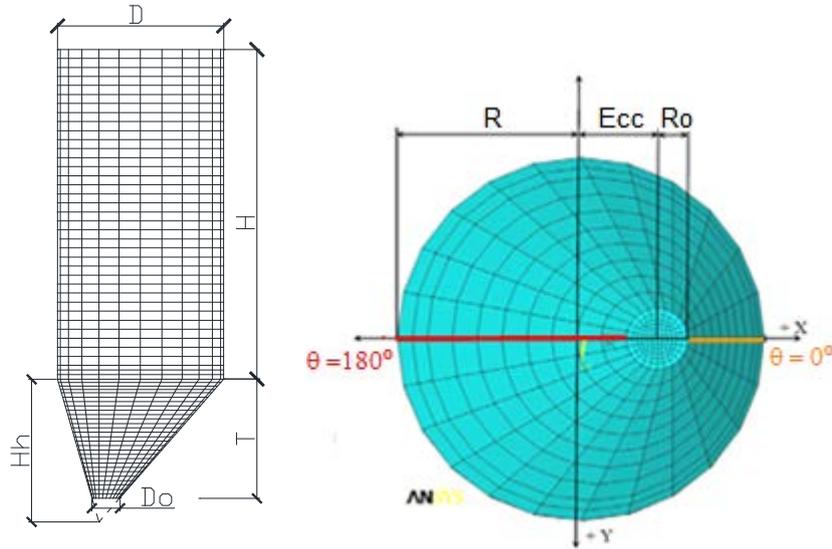
Parámetro	Trigo	Azúcar	Bolas de hierro
Peso específico ( $\gamma$ , en kN/m <sup>3</sup> )	9.0	9.5	22
Módulo de elasticidad ( $E$ , en kPa)	10674	22053	55570
Relación de presiones laterales ( $K$ )	0.54	0.50	0.52
Coficiente de Poisson ( $\nu$ )	0.35	0.33	0.34
Ángulo de rozamiento interno ( $\phi$ )	30	32	31
Cohesión ( $c$ , en kPa)	2	0	0
Ángulo de dilatación ( $\psi$ )	10	0	10
Coficiente de rozamiento con la pared ( $\mu$ )	0.38	0.46	0.49

### 2.2. Geometría del silo

Se consideró un silo formado por un cuerpo cilíndrico vertical y una tolva oblicua (Figura 2a), cuya proyección en planta puede apreciarse en la Figura 2b. Las variables geométricas empleadas para construir el modelo son las siguientes:

- D: diámetro del cuerpo cilíndrico del silo (m)
- R: radio del cuerpo cilíndrico del silo (m)
- D<sub>o</sub>: diámetro de la boca de salida (m)
- R<sub>o</sub>: radio de la boca de salida (m)
- H: altura del cuerpo cilíndrico vertical del silo (m)

- T: altura de la tolva (m)
- $H_h$ : distancia vertical entre el vértice del cono de la tolva y la transición con el cuerpo cilíndrico (m)
- $E_{cc}$ : excentricidad de la tolva oblicua (m)
- $\theta$ : posición circunferencial de la línea de la pared de la tolva oblicua considerada ( $^\circ$ )



**Figura 2.** Geometría del silo considerada

La Tabla 2 muestra los valores adoptados para las variables necesarias para construir el modelo geométrico del silo analizado. La relación de aspecto adoptada para la tolva ( $R/H_h$ ) se corresponde con un ángulo de inclinación de ésta de  $60^\circ$  con respecto al eje horizontal, que es el valor límite que se adopta en los diseños comerciales de silos con tolva para facilitar el flujo del material durante su descarga.

Por otro lado, se puede obtener el porcentaje de excentricidad,  $e_o$ , de la boca de salida en tolvas oblicuas aplicándose la ecuación 6. En la representación de los resultados de presiones sobre la tolva se han convertido las alturas a valores de altura adimensional, empleándose la ecuación 7, y partiendo de la distancia vertical  $H_h$  de la tolva desde su cono. De igual forma, para facilitar la comparación de los resultados obtenidos con diferentes materiales, se ha obtenido un valor adimensional de presión (Ecuación 8). Este valor es el cociente de la presión normal sobre la pared calculado según el MEF,  $p_n$ , y el correspondiente valor de presión normal calculado en cada caso aplicándose el Eurocódigo,  $p_{n,EN}$ .

$$e_o = \left( \frac{2 \cdot E_{cc}}{D - D_0} \right) \cdot 100 \quad [6]$$

$$\bar{z} = \left( \frac{z}{H_h} \right) \quad [7]$$

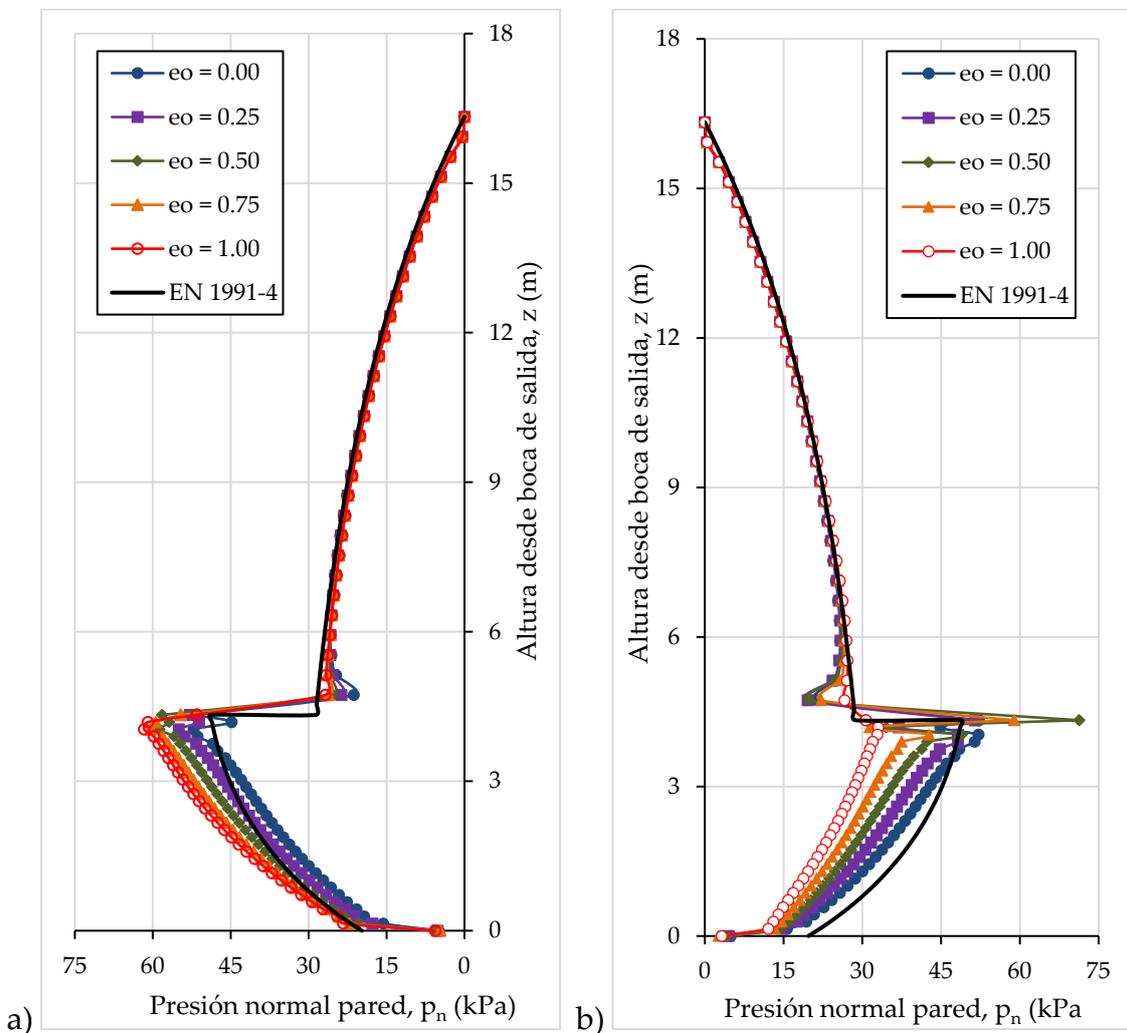
$$\bar{p} = \left( \frac{p_n}{p_{n,EN}} \right) \quad [8]$$

**Tabla 2.** Dimensiones consideradas en la geometría de silo analizada

Parámetro	Valor
Diámetro del cuerpo cilíndrico (D)	6 m
Radio del cuerpo cilíndrico (R)	3 m
Diámetro de la boca de salida (D <sub>o</sub> )	1 m
Radio de la boca de salida (R <sub>o</sub> )	0.5 m
Altura del cuerpo cilíndrico vertical (H)	12 m
Altura de la tolva (T)	4.33 m
Relación de aspecto de la tolva (R/H <sub>h</sub> )	0.58
Excentricidad de la boca de salida de la tolva (Ecc, en %)	0, 25, 50, 75, 100

### 3. Resultados y discusión

#### 3.1. Efecto de la excentricidad de la tolva



**Figura 3.** Presiones normales obtenidas con trigo como material almacenado, y según la posición circunferencial a)  $\theta = 180^\circ$  b)  $\theta = 0^\circ$

La figura 3 muestra las presiones normales calculadas, según el modelo de elementos finitos, sobre las paredes del silo en las dos posiciones circunferenciales extremas  $\theta = 0^\circ$  y  $\theta = 180^\circ$  (Figura

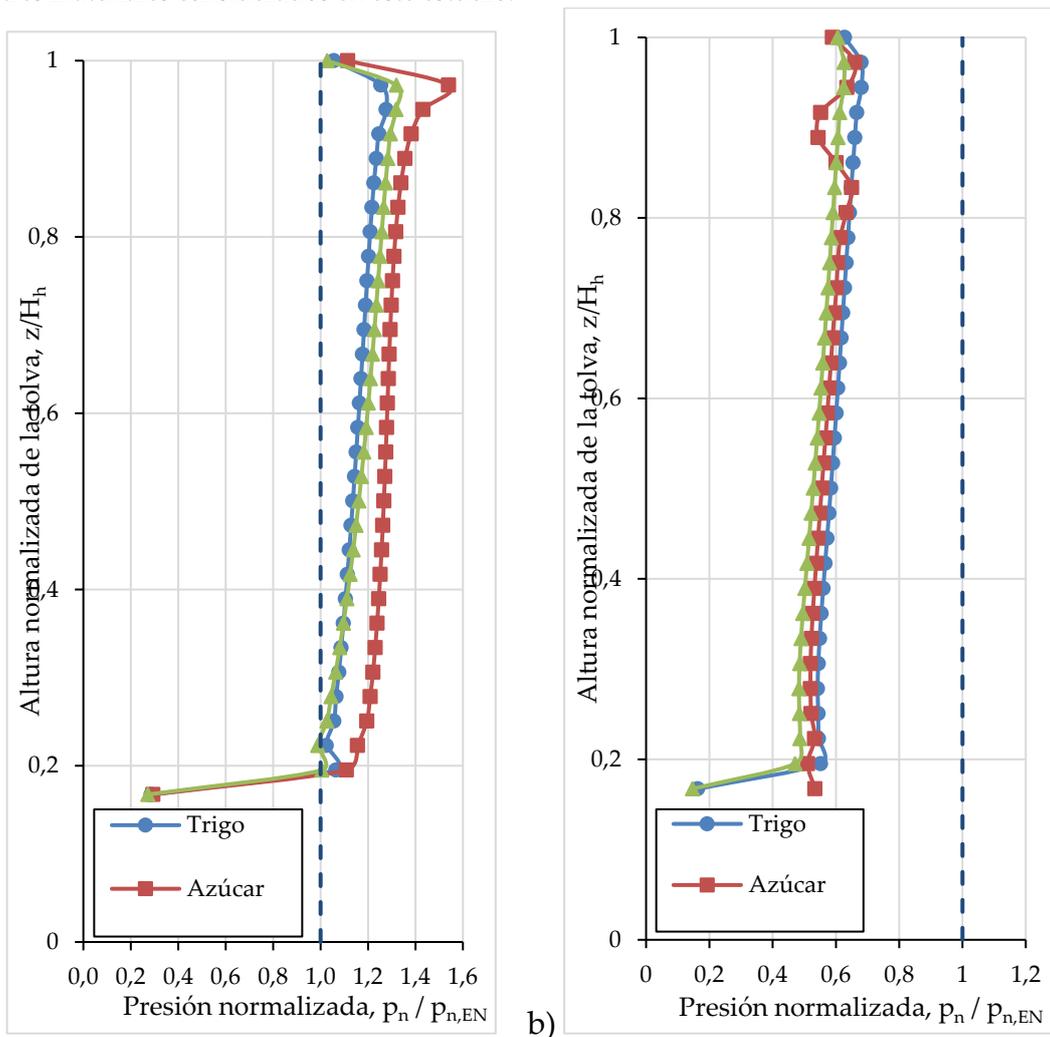
2), en el caso del trigo, y variándose la excentricidad en la tolva oblicua. Se puede observar que se corroboran los resultados obtenidos por otros investigadores [8,9]. Además, también se comprueba que no hay variación de empujes sobre el cuerpo cilíndrico vertical del silo para distintas excentricidades.

Se produce un efecto paulatino de reducción de la presión en la pared más cercana a la boca de salida ( $\theta = 0^\circ$ ) según aumenta la excentricidad, que se mantiene a lo largo de toda la altura de la tolva, y que llega a producir una reducción de hasta un 30% de la presión (para  $e_0 = 100\%$ ) correspondiente a la tolva centrada.

Por el contrario, las presiones aumentan progresivamente en la pared opuesta ( $\theta = 180^\circ$ ) conforme se incrementa la excentricidad de la tolva oblicua. Así, para el caso de máxima excentricidad ( $e_0 = 100\%$ ) llegan a registrarse sobrepresiones de hasta 1,3 veces la presión normal obtenida para el caso de la tolva centrada.

### 3.2. Efecto del material

Por otro lado, resulta interesante comprobar el posible efecto de otros materiales en las presiones normales producidas sobre los silos, al igual que comparar los resultados con respecto a las previsiones del Eurocódigo. Así, en la Figura 4 se muestran las presiones normalizadas sobre la tolva exclusivamente, correspondientes a una tolva oblicua con excentricidad  $e_0 = 100\%$ , y para los tres materiales considerados en este estudio.



**Figura 4.** Presiones normalizadas obtenidas sobre la tolva, para distintos materiales, y según la posición circunferencial a)  $\theta = 180^\circ$  b)  $\theta = 0^\circ$

Los tres materiales considerados exhiben el mismo comportamiento que el descrito anteriormente, con relación a la posición circunferencial de la pared de la tolva oblicua. En lo que respecta a la posición circunferencial  $\theta = 0^\circ$ , el modelo numérico prevé la existencia de una presión normal sobre la tolva entre el 50-70% de la prevista por el eurocódigo en todos los materiales, con ligeras variaciones en función de la altura de la tolva considerada. Además, esta reducción de la presión es bastante uniforme para toda la altura de la tolva, a excepción de la parte superior e inferior, pero que son zonas afectadas por las condiciones de borde aplicadas al modelo numérico, por lo que los valores no son completamente representativos.

En cambio, si se analizan los resultados para la posición circunferencial  $\theta = 180^\circ$  se aprecian algunas diferencias. En primer lugar, en el tramo superior de la tolva (intervalo 1.0 – 0.5 para  $z/H_h$ ) el modelo numérico prevé un incremento de presión con respecto al Eurocódigo, con coeficientes de sobrepresión en el rango 1,2 – 1,4 para los tres materiales, que se mantiene constante en este tramo de tolva. En cambio, a partir de una altura equivalente de la tolva  $z/H_h = 0,5$  se produce una ligera disminución en todos los materiales del coeficiente de sobrepresión, que llega a alcanzar valores en torno a 1,0 cerca de la boca de salida. El valor obtenido en la boca de salida no resulta representativo debido a las condiciones de borde del modelo numérico.

No se aprecia una diferencia significativa entre los tres materiales considerados, si bien el coeficiente de sobrepresión registrado para el azúcar parece ligeramente superior al obtenido para el trigo o las bolas de hierro.

#### 4. Conclusiones

Los resultados obtenidos con el modelo de Elementos Finitos permiten obtener las siguientes conclusiones:

- Existe una influencia de la posición circunferencial en la presión ejercida por el material sobre la pared de tolvas oblicuas: se produce una reducción de presión en la pared próxima a la boca de salida, y un aumento en la pared opuesta, tal y como habían observado otros autores.
- Se ha detectado una influencia de la excentricidad en la variación de las presiones ejercidas sobre tolvas oblicuas. Si aumenta la excentricidad de la boca de salida, entonces las sobrepresiones producidas en  $\theta = 180^\circ$  son mayores, a la vez que se disminuye la presión en la posición  $\theta = 0^\circ$ .
- No se ha detectado una influencia significativa de la altura de la presión sobre el coeficiente de sobrepresión.
- El material almacenado en el silo no influye en el valor del coeficiente de sobrepresión para la pared de la tolva.

#### Referencias

1. Dąbrowski A. Parcie Materiałów Sypkich w Leju. (In Polish: Pressures in bulk solids in hoppers). *Archiwum Inżynierii Ładowej*. 1957, Z.3, 325-328.
2. Walker D.M. An Approximate Theory for Pressure and Arching in Hoppers. *Chemical Engineering Science*. 1966, 21, 957-997. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(66\)85095-9](https://doi.org/10.1016/0009-2509(66)85095-9)
3. EN 1991-4. 2006. Eurocode 1 - Actions on structures. Part 4: Silos and tanks. European Committee for Standardization, Brussels.
4. Aoki R., Tsunakawa H. The pressure in a granular material at the wall of bins and hoppers. *Journal of Chemical Engineering of Japan*. 1969, 2 (1), 126 – 130.
5. Munch-Andersen J., Askegaard V., Brink A. Silo model tests with sand. *Bull. Dan. Build. Res. Ins.* 1992, 91.

X CONGRESO IBÉRICO DE AGROINGENIERÍA  
X CONGRESSO IBÉRICO DE AGROENGENHARIA

3 – 6 septiembre 2019, Huesca - España

6. Ding S., Ying J., Senbin Y., Rotter, J.M., Qi L. Measurements of pressure and frictional tractions along walls of a large-scale conical shallow hopper and comparison with Eurocode 1991-4. *Thin-Walled Structures*. 2014, 80, 231–238.
7. Ramírez A., Nielsen J., Ayuga F. Pressure measurements in steel silos with eccentric hoppers. *Powder Technology*. 2010, 201, 7–20.
8. Ayuga F., Guaita M., Aguado P. J., Couto A. Discharge and the eccentricity of the hopper influence on the silo wall pressures. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*. 2001, 127 (10), 1067-1074. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2001\)127:10\(1067\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2001)127:10(1067)).
9. Guaita M., Couto A., Ayuga F. 2003. Numerical Simulation of Wall Pressure during Discharge of Granular Material from Cylindrical Silos with Eccentric Hoppers. *Biosystems Engineering*. 2003, 85 (1), 101–109. doi:10.1016/S1537-5110(03)00037-0.
10. ANSYS. 2012. ANSYS User's Manual. Version 13.0. Houston: Swanson Analysis Systems Inc.
11. Gallego E., Rombach G. A., Neumann F., Ayuga F. Simulations of granular flow in silos with different finite element programs: ANSYS vs. SILO. *Trans. ASABE*. 2010, 53 (3), 819-829.
12. Drucker D.C., Prager W. Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design. *Quart. Appl. Math.* 1952, 10 (2), 157-165.
13. Couto A., Ruiz A., Aguado P. J. Experimental study of the pressures exerted by wheat stored in slender cylindrical silos, varying the flow rate of material during discharge. Comparison with Eurocode 1. Part 4. *Powder Technology*. 2013, 237, 450–467. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2012.12.030>
14. Moya M., Ayuga F., Guaita M., Aguado P. Mechanical Properties of Granular Agricultural Materials. *Transactions of the ASAE*. 2002, 45 (5), 1569–1577. <https://doi.org/10.13031/2013.11062>