



# X Congreso Ibérico de Agroingeniería X Congresso Ibérico de Agroengenharia

Huesca, 3-6 septiembre 2019



## Diseño de mecanismos de línea recta mediante software de Geometría dinámica

J. Álvarez<sup>1</sup>, E. Martínez<sup>1</sup>, V. Carbonell<sup>1</sup>, M. Flórez<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Unidad de Física Aplicada a la Ingeniería. Dpto. de Ingeniería Agroforestal. E.T.S.I. Agronómica, Alimentaria y de Biosistemas (ETSIAAB). Universidad Politécnica de Madrid. Av. Puerta de Hierro 2, 28040 Madrid (España); jose.alvarez.sanchez@upm.es

**Resumen:** Durante siglos, las máquinas se han utilizado para reemplazar el trabajo humano y la sociedad moderna las ha sustituido asimismo por robots, ampliamente utilizados en ámbitos como la medicina, la agricultura y la industria. Algunas máquinas requieren dispositivos que deben realizar ciertos movimientos, como los citados robots que necesitan describir una ruta precisa para realizar tareas específicas. En los siglos XVIII y XIX, el mayor problema práctico fue obtener curvas de acoplador de línea recta, como fue el caso del ingeniero James Watt, que necesitó un mecanismo con una salida de línea recta aproximada para mejorar su motor de vapor. Muchos mecanismos jugaron un papel clave en la revolución industrial y desde entonces, la generación de trayectorias de línea recta, exacta o aproximada ha sido largamente estudiada y clasificada. En este trabajo se presentan simulaciones de los principales mecanismos de línea recta o aproximadamente recta, creados por los autores con el software de geometría dinámica GeoGebra, accesible gratuitamente en internet. Estas simulaciones están disponibles para cualquier usuario que acceda a la web de GeoGebra, pudiéndose verificar en todas que un punto del mecanismo describe una línea recta o aproximadamente recta. Este software es asimismo utilizable en el aula por los profesores para la enseñanza de diversas materias, ya que en los últimos años han percibido que existe una dificultad por parte del alumnado para entender el movimiento de diversos cuerpos y máquinas, entre otros.

**Palabras clave:** GeoGebra, simulaciones, Mecánica

### 1. Introducción

Aunque el diseño de mecanismos de línea recta se lleva estudiando desde hace más de dos siglos y su uso está muy extendido actualmente en campos como la robótica, en las últimas décadas no hay muchas referencias acerca de nuevos mecanismos de este tipo.

La cinemática, término acuñado por Ampère, es la parte de la Física que estudia las leyes del movimiento de los cuerpos, sin tener en cuenta las causas que lo producen. Reuleaux [1] es considerado el padre de la cinemática moderna, la cual está orientada hacia el análisis y síntesis de mecanismos compuestos de elementos rígidos conectados y el desplazamiento relativo entre barras y puntos.

Desde los tiempos de Arquímedes, muchos físicos se han interesado por la trayectoria que describe un punto cualquiera, esto no es más que una forma primitiva de Geometría aplicada al análisis y síntesis de las máquinas [2-4].

Las aplicaciones robóticas más avanzadas, como pinzas o mecanismos de nano-manipulación, están basados en mecanismos de línea recta, los cuales son también ampliamente utilizados en la construcción de dispositivos como es el caso de los robots más punteros.

El análisis topológico de los mecanismos, que involucra aspectos geométricos, impone las condiciones geométricas que han de cumplir las longitudes de los eslabones, por ejemplo, en el mecanismo de cuatro barras, y establece el papel desempeñado por cada eslabón.

Algunos mecanismos especiales son una fuente de problemas geométricos, como la identificación de los parámetros de diseño en la curva de acoplador dada.

En los siglos XVIII y XIX el mayor problema práctico fue obtener curvas de acoplador con trayectorias que fueran rectas o aproximadamente rectas, o lo que es lo mismo, los denominados mecanismos de línea recta. Muchos de ellos tuvieron un papel fundamental en la revolución industrial. Watt requirió de un mecanismo de este tipo para su máquina de vapor [5-7]. Este ingenio fue el punto de partida para un amplio abanico de mecanismos de línea recta o casi recta que fueron desarrollados en los años posteriores.

En este artículo se va a resaltar la importancia de la geometría en el diseño de estos mecanismos y su uso en ingeniería. Para ello se han desarrollado con el software GeoGebra [8] algunos de los mecanismos de línea recta más conocidos.

## 2. Mecanismos de línea recta

La invención de la máquina de vapor dio comienzo a una nueva era de avances tecnológicos que no estuvieron exentos de dificultades sobre todo en relación a la fiabilidad y precisión de las máquinas. Las pérdidas de vapor en la zona de la cabeza de los pistones junto con una fricción excesiva fueron los mayores problemas.

A lo largo de la historia se han requerido en numerosas ocasiones mecanismos en los que alguno de sus puntos genere una trayectoria con al menos una porción perfectamente rectilínea y otros que generen una trayectoria tal que una porción de la misma se aproxima a una línea recta. Los primeros se denominan de línea recta exacta y los segundos de línea recta aproximada.

El mecanismo que desarrolló James Watt, en el cual los pistones de las máquinas de vapor son guiados a través de una trayectoria recta, es considerado con diferencia la alternativa más sencilla, además de la más cercana a un mecanismo de línea recta [6]. Desde los tiempos de Watt un gran número de ingenieros han desarrollado otros mecanismos de línea recta [7,9,10].

## 3. Simulaciones

En los últimos años existe un creciente interés por el uso de software con simulaciones para el diseño de mecanismos. Las simulaciones constituyen una ayuda a la hora tanto de implementar modelos que sean muy abstractos como para adaptarlos en la medida de lo posible al mundo real.

Lo primero que hay que tener en cuenta para crear un mecanismo es examinar la topología del sistema de palanca y posteriormente detallar la geometría con vistas a implementarlo.

Se han desarrollado numerosos entornos virtuales con carácter pedagógico como Cabri Geometre II [11-13], Cinderella [14], o GeoGebra [8,15]. Con el propósito de diseñar mecanismos de línea recta o aproximadamente recta, los autores se han decantado por el software de geometría dinámica GeoGebra. GeoGebra es un software libre que permite a cada usuario del espacio subir a la plataforma y compartir sus propias simulaciones.

La geometría dinámica apareció en los años 80 y aunque es una disciplina, es considerada también por muchos una nueva herramienta en Geometría. El germen de las herramientas de geometría dinámica es la interacción, o lo que es lo mismo, que el usuario pueda seleccionar un objeto geométrico en la pantalla y moverlo y de forma inmediata pueda ver como la construcción geométrica cambia.

En la mayoría de los entornos virtuales, también en GeoGebra, el espacio de trabajo está dividido en la interfaz gráfica y la algebraica. Los objetos de la interfaz gráfica están también representados en la algebraica como una lista de objetos o ecuaciones dependientes e independientes.

En GeoGebra se pueden introducir diferentes comandos seleccionando los iconos correspondientes en la barra de herramientas, las opciones en el menú o introduciéndolos manualmente en el cuadro de texto debajo de la zona de trabajo.

Cuando se ha dibujado una simulación todos los pasos que se han seguido en su construcción son guardados en una tabla interactiva que permite a cualquier otro usuario reproducirla en su dispositivo. Otras ventajas del uso de GeoGebra residen en que, al acabar una simulación, esta puede ser guardada tanto dentro como fuera del entorno GeoGebra como un archivo HTML para que cualquier otro usuario de internet se la pueda descargar.

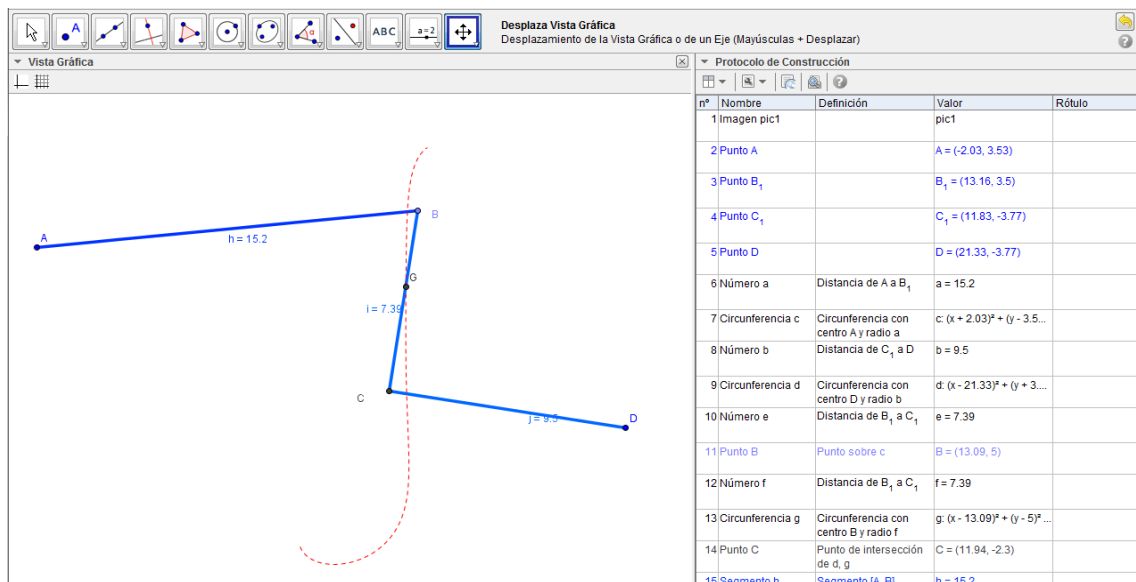
#### 4. Resultados y discusión

Como se ha dicho anteriormente en este texto, después de Watt, numerosos investigadores en cinemática desarrollaron mecanismos de línea recta o aproximadamente recta con vistas a mejorar su hito. El nivel de complejidad de los dispositivos aumentaba según se aproximaban a la línea recta. Los nombres de todas estas máquinas creadas siempre hacen referencia a sus inventores. Los autores han diseñado seis de los mecanismos más conocidos, tres de línea recta exacta y tres de línea recta aproximada y han subido los archivos a la página web de GeoGebra para que otros usuarios los puedan descargar y usar.

##### 4.1 Mecanismo de Watt

El mecanismo de Watt consiste en tres barras articuladas, siendo las barras de los extremos más largas que la barra central. El punto medio de la barra central describe aproximadamente una línea recta en las proximidades del centro del mecanismo [16]. Este sistema se sigue usando en la actualidad en los sistemas de suspensión en automóviles para guiar el eje trasero hacia arriba y abajo a lo largo de una línea recta, además de en otras muchas aplicaciones.

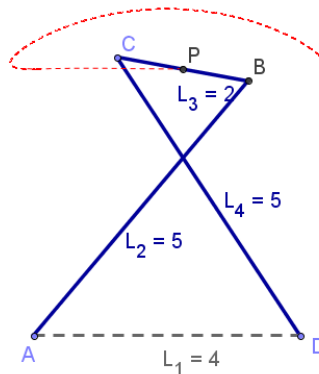
La Figura 1 muestra la interfaz gráfica y algebraica del mecanismo. Cuando se mueve el punto B, el punto G central describe una línea trayectoria casi recta.



**Figura 1.** Mecanismo de Watt. El archivo está disponible para el lector en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/m/cYbhuwdp#material/nmTN2DXM>

#### 4.2 Mecanismo de Chebyshev

Pafnuty Chebyshev (1821-1894) estudio de forma teórica los problemas que se presentaban en los mecanismos cinemáticos e inventó en el siglo XIX uno con un movimiento aproximado de línea recta [17]. Este mecanismo consiste en cuatro barras con las siguientes proporciones:  $AD=2BC$  y  $AB=CD=2.5BC$  siendo P el punto medio del segmento BC [18]. La Figura 2 muestra un ejemplo realizado por los autores del mecanismo de Chebyshev con las siguientes longitudes de barras de acuerdo con las proporciones mencionada:  $BC= 2\text{cm}$ ,  $AD=4\text{cm}$  y  $AB=CD=5\text{cm}$ . Cuando se mueve el punto C con el ratón, el punto P central describe una línea aproximadamente recta.

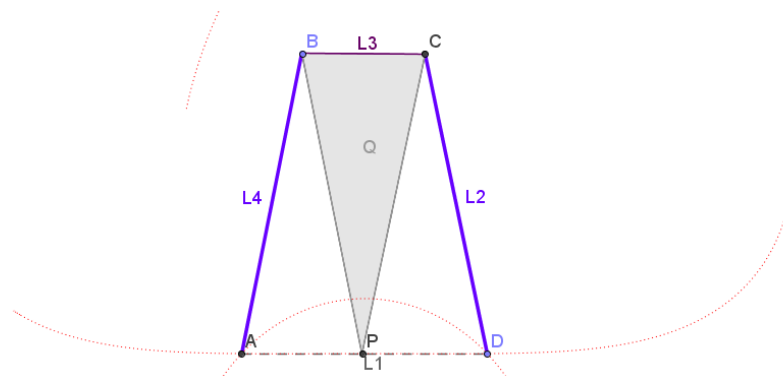


**Figura 2.** Mecanismo de Chebyshev. El archivo está disponible para el lector en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/m/cYbhuwdp#material/xMqh8NpB>

#### 4.3 Mecanismo de Roberts

Richard Roberts (1789-1864) da nombre a un mecanismo de línea recta aproximada entre las articulaciones unidas a la barra fija. En este caso, la estructura consta de tres barras, dos laterales de igual longitud fijadas a dos pivotes cuya distancia entre extremos es dos veces la longitud de la barra central que las une por el otro lado. Tal y como se observa en la Figura 3, los vértices B y C de la barra central delimitan junto con el punto P un triángulo isósceles. Las medidas de las caras de este triángulo coinciden con las de las barras laterales. El vértice, P, opuesto al lado desigual del triángulo describe aproximadamente una línea recta cuando se mueve el punto B.

Se han de cumplir las siguientes relaciones  $AB = BP = PC = CD$  y  $AD = 2 BC$  para que cuando se mueva el punto B, el punto P describa una línea aproximadamente recta.

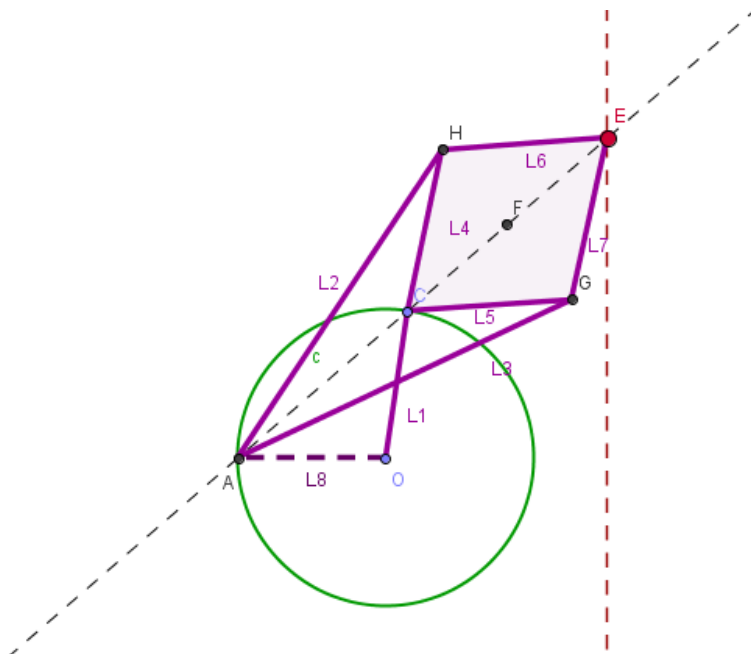


**Figura 3.** Mecanismo de Robert. El archivo está disponible para el lector en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/m/cYbhuwdp#material/WKSHDjer>

#### 4.4 Mecanismo de Peaucellier- Lipkin

El primer sistema articulado capaz de dibujar una línea recta en el plano fue el desarrollado por Charles-Nicolas Peaucellier (1832-1913) y Yom Tov Lipman Lipkin (1846–1876). El de Peaucellier-Lipkin es uno de los mecanismos de línea recta más exactos. Se basa en pares inferiores en un sistema romboidal de siete barras realizado con vistas a producir una trayectoria de salida de línea recta.

El mecanismo de Peaucellier-Lipkin se diseñó para convertir un movimiento circular de entrada en un movimiento de salida de línea recta exacta. Este sistema es capaz de transformar un sistema vibratorio rotatorio en un con trayectoria rectilínea y viceversa [19]. En la Figura 4 se puede observar el citado mecanismo en el que se utiliza la simetría de dos mecanismos de cuatro barras con las mismas longitudes, pero montados en distinta configuración. Moviendo el punto C, el punto E describe una trayectoria recta exacta.

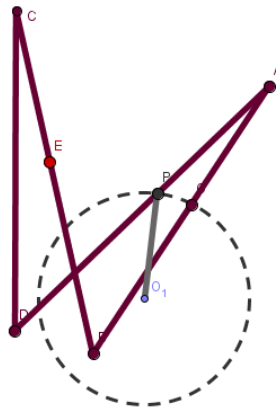


**Figura 4.** Mecanismo de Peaucellier-Lipkin. El archivo está disponible para el lector en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/m/cYbhuwdp#material/cH3fn3tW>

#### 4.5 Mecanismo de Hart

El mecanismo de Hart es otro mecanismo de línea recta exacta inventado por Harry Hart que vio la luz en 1874. En esta ocasión es una estructura con seis barras, por lo tanto, un número inferior a las usadas en el mecanismo descrito en el apartado anterior [20]. Está representado en la Figura 5. Moviendo el punto P, el punto E describe una línea recta.

El mecanismo de Hart, como el de Peaucellier-Lipkin, recibe también el nombre de mecanismo inversor, ya que ambos tienen la propiedad de invertirse, es decir, que de un movimiento circular pueden pasar a uno de línea recta y viceversa.

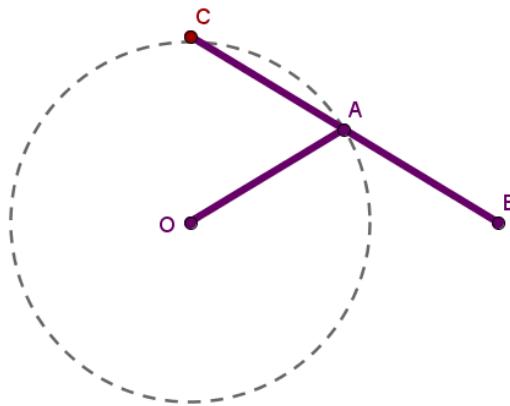


**Figura 5.** Mecanismo de Hart. El archivo está disponible para el lector en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/m/cYbhuwdp#material/TBnFexCh>

#### 4.6 Mecanismo de Scott-Russell

Como se ha visto a lo largo de estas líneas, los mecanismos para producir líneas rectas exactas son muy complejos. En el mecanismo de Scott-Russell, que fue patentado por el relojero William Freemantle en 1803, y mejorado posteriormente por Scott, el movimiento de salida es o bien de tipo armónico o bien una simple función seno del eslabón motriz.

Si se observa este mecanismo en movimiento, se aprecia que la estructura está formada por triángulos isósceles cuyas caras iguales están formadas por barras y la otra por lados imaginarios. En la Figura 6 se puede observar este mecanismo, donde las barras AB, AC y AO tienen la misma longitud. Cuando se mueve el punto A, el punto C describe una línea recta.



**Figura 6.** Mecanismo de Scott-Russell El archivo está disponible para el lector en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/m/cYbhuwdp#material/VEPEAvAf>

Las herramientas de geometría dinámica se llevan usando desde hace un tiempo para explicar en diferentes etapas educativas aspectos relacionados con la mecánica y han demostrado ser una alternativa muy potente a la hora de sintetizar la explicación y comparar todos los tipos de mecanismos de línea recta. Nelson investigó el movimiento compuesto de los mecanismos de Peaucellier [19] y usó el software MATLAB para generar curvas de salida considerando diferentes configuraciones y tamaños del mecanismo y sus elementos. Síntesis y análisis de mecanismos (SAM también en inglés) es otro software interactivo disponible para el diseño, análisis y

optimización de mecanismos planos [21]. Los efectos de las nuevas tecnologías [22] y las simulaciones en la enseñanza de Física han sido muy positivos para el resultado académico del alumnado [23-30] y han sido reportados en numerosos estudios [28,31].

## 5. Conclusiones

Los autores han diseñado por medio del software de geometría dinámica GeoGebra, los mecanismos de línea recta o aproximadamente recta más usados durante el siglo XIX partiendo del motor de Watt y han intentado solventar los problemas que plantean. Las simulaciones realizadas constituyen una herramienta de gran utilidad para visualizar el movimiento de un punto, un eslabón o cualquier cuerpo en general.

Estos mecanismos se siguen usando en la actualidad en la automatización de numerosos procesos industriales que requieran realizar movimientos muy precisos con rutas específicas para tareas concretas, en la mayoría de los casos son tareas robotizadas.

Las simulaciones pueden ser descargadas de la web GeoGebra y ser utilizadas por profesores que impartan esta materia para que sus alumnos puedan visualizar la trayectoria recta de estos mecanismos que, aunque son antiguos, tienen plena vigencia para su uso en la industria por su perfecta descripción de la ruta rectilínea requerida.

## Referencias

1. Moon F. C. Franz Reuleaux: Contributions to 19th Century Kinematics and Theory of Machines. *Applied Mechanics Reviews*. 2003, 56(2), (261-285).
2. Liu J. Kinematic Differential Geometry of a Rigid Body in Spatial motion. A New Adjoint Approach and Instantaneous Properties of a Point Trajectory in Spatial Kinematics. *Mechanism and Machine Theory*. 1997, 32 (4), (419-432).
3. Koetsier T.A. Contribution to the History of Kinematics. *Mechanisms and Machine Theory*. 1983, 18(1), (37-42).
4. Koetsier T.A. From Kinematically Generated Curves to Instantaneous Invariants. Episodes in the History of Instantaneous Planar Kinematics. *Mechanism and Machine Theory*. 1986, 21(6), (489-498).
5. Ferguson E.S. Kinematics of Mechanisms from the Time of Watt. Smithsonian Institution (United States National Museum). 1962, Bulletin 27.
6. Stuart R. A. Descriptive History of the Steam Engine. 1824, London: J. Knight and H. Lacey.
7. Wunderlich W. *Mechanism and Machine Theory*. 1978, 13(2), (155-160).
8. GeoGebra. [https:// www.Geogebra.org](https://www.geogebra.org).
9. Kempe A.B. How to Draw a Straight Line. A lecture on linkages. In: National Council of Teachers of Mathematics. 1877, London: Mc Millan and Co.
10. Dijkstra E. A. Approximate Straight-Line Mechanisms through Four-Bar Linkages. *Romanian Journal of Technical Science: Applied Mechanics*. 1972, 17(2), (319-372).
11. Cabri Geometre II. [www.cabri.com/](http://www.cabri.com/).
12. Laborde, J.M. & Bellemain, F. Cabri-Geometry II. Texas Instruments. Copyright Texas. Instruments and Université Joseph Fourier, CNRS. 1998.
13. Gabaldón J. A. Nuevos Planteamientos Metodológicos en la Enseñanza de la Geometría. Geometría Dinámica Con Cabri, Escuela Politécnica Superior. Departamento de Expresión Gráfica. 2004, Universidad de Alicante, España.
14. Cinderella. <http://www.cinderella.de/tiki-index.php>
15. Iriarte X., Aguinaga J. & Ros J. Teaching Mechanism and Machine Theory with GeoGebra. Capítulo en *New Trends in Educational Activity in the Field of Mechanism and Machine Theory*. 2014, (211-219), Springer: Cham.
16. Primrose E., Freudenstein F. & Roth B. The Watt mechanism. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*. 1967, 24(1), (22-41).
17. Luquin F. Máquinas De Vapor, Mecanismos y P.L. Chebyshev. Un paseo por la geometría , Universidad del País Vasco, España, 2005.

X CONGRESO IBÉRICO DE AGROINGENIERÍA  
X CONGRESSO IBÉRICO DE AGROENGENHARIA

3 – 6 septiembre 2019, Huesca - España

18. Todorov T. S. Synthesis of Four-Bar Mechanisms by Freudenstein-Chebyshev. *Mechanism and Machine Theory*. 2002, 37 (12), 1505–1512.
19. Nelson C.A. & Padilla C. Motion Generation using Combinations of Peaucellier Straight Line Mechanisms. *ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering*, 2012, Toronto, Canadá.
20. Dijksman E. A. Kempe's (Focal) Linkage Generalized, Particularly in Connection with Hart's Second Straight-Line Mechanism. *Mechanism and Machine Theory*. 1975, 10(6), (445–460).
21. SAM <https://www.artas.nl/es/>.
22. Krusberg Z. A. Emerging technologies in physics education. *Journal of Science Education and Technology*. 2007, 16(5), (401-411).
23. Hursen C., & Asiksoy G. *World Journal on Educational Technology*. World. 2015 7(1), 87-98.
24. Ingerman Å., Linder C., & Marshall D. The learners' experience of variation: following students' threads of learning physics in computer simulation sessions. *Instructional science*. 2009, 37(3), (273-292).
25. Jonassen D. H. *Computers in the classroom: Mindtools for critical thinking*. 1996, New Jersey, EE. UU: Prentice-Hall, Inc.
26. Jimoyiannis A., & Komis V. Computer simulations in physics teaching and learning: a case study on students' understanding of trajectory motion. *Computers & education*. 2001, 36(2), (183-204).
27. Kara I. The effect on retention of computer assisted instruction in science education. *Journal of instructional Psychology*. 2008, 35(4), (357-365).
28. Kozielska M. & Kedzierski R. Computer simulation in learning physics as a useful teaching method— a report of research. *Technology in Education*. 2009, 83
29. Ceberio, M., Almudí J. M., & Franco Á. Design and application of interactive simulations in problem-solving in university-level physics education. *Journal of Science Education and Technology*. 2016, 25(4), (590-609).
30. Carbonell V., Romero C., Martínez E., & Flórez M. Interactive simulations as teaching tools for engineering mechanics courses. *European Journal of Physics*. 2013, 34(4), (991).
31. Khan S. New pedagogies on teaching science with computer simulations. *Journal of Science Education and Technology*. 2011, 20(3), (215-232).