



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

Plataforma estabilizadora auto controlada

Robots Paralelos

Autor

Luis Avila Domingo

Director

Javier Esteban Escaño

Escuela Universitaria Politécnica La Almunia
2018



**Escuela Universitaria
Politécnica - La Almunia**
Centro adscrito
Universidad Zaragoza

**ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA
DE LA ALMUNIA DE DOÑA GODINA (ZARAGOZA)**

MEMORIA

Plataforma estabilizadora auto
controlada

Robots Paralelos

424.18.72

Autor: Luis Avila Domingo

Director: Javier Esteban Escaño

Fecha: 18 / 09 / 2018

INDICE DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1.- INTRODUCCIÓN	1
1.1.- RESUMEN	1
1.2.- PALABRAS CLAVE	3
1.3.- ABSTRACT	3
1.4.- OBJETIVOS	5
1.5.- ANTECEDENTES	5
1.5.1.- <i>Sistemas que conforma la robótica</i>	5
1.5.2.- <i>Clasificación de los Manipuladores Robóticos</i>	6
1.5.3.- <i>Diferencias entre Manipuladores Seriales y Manipuladores Paralelos</i>	6
1.5.4.- <i>Manipuladores Paralelos</i>	8
1.5.5.- <i>Manipuladores de Tres Grados de Libertad</i>	9
1.5.6.- <i>Manipuladores de Cuatro grados de Libertad</i>	10
1.5.7.- <i>Manipuladores de Cinco grados de Libertad</i>	10
1.5.8.- <i>Manipuladores de Seis grados de Libertad</i>	11
1.5.9.- <i>Aplicaciones de los Manipuladores Paralelos</i>	12
CAPÍTULO 2.- ESTADO DEL ARTE	14
2.1.- MARCO TEÓRICO	14
2.1.1.- <i>Cinemática</i>	14
2.1.2.- <i>Cinemática inversa</i>	15
2.1.3.- <i>Tipos de esfuerzos en elementos estructurales</i>	16
2.1.3.1. Tracción	20
2.1.3.2. Compresión	22
2.1.3.3. Cizalladura	22
2.1.3.4. Flexión	23
2.1.3.5. Pandeo	25
2.1.3.6. Torsión	28
2.1.3.7. Fatiga	29
2.1.4.- <i>Teoría de tornillos de potencia</i>	31
2.1.4.1. Principio de funcionamiento	31
2.1.4.2. Tipos de roscas	32
2.1.4.3. Ecuaciones de esfuerzos	33
2.1.4.4. Tornillos de potencia con collarín	35
2.1.4.5. Tornillos de potencia ACME o Unificada	36

INDICES

2.4.4.6. Eficiencia o rendimiento	37
CAPÍTULO 3.- DISEÑOS MECÁNICOS	39
3.1.- CACULOS ESTRUCTURALES	39
3.1.1.- Tornillo de potencia	39
3.1.2.- Flecha Máxima	41
3.1.3.- Flexión	42
3.2.- JUSTIFICACIÓN POTENCIA DE LOS MOTORES	42
3.3.- CÁLCULOS CINEMÁTICOS	43
3.3.1.- Modelo matemático	43
3.3.2.- Cinemática inversa	45
CAPÍTULO 4.- DISEÑOS ELECTRÓNICOS	49
4.1.- ELEMENTOS DE CONTROL	49
4.1.1.- Optoacopladores	49
4.1.2.- Puente H	51
4.1.3.- Sensores de efecto hall	53
4.2.- JUSTIFICACIÓN DE CALCULOS	55
4.2.1.- Calculo de resistencias de polarización botonera	55
4.2.2.- Calculo de pistas PCB	56
4.3.- FUENTE DE ALIMENTACIÓN	58
CAPÍTULO 5.- DISEÑOS SISTEMA DE CONTROL	59
5.1.- DIAGRAMAS DE CASOS DE USO	59
5.2.- DIAGRAMAS DE ACTIVIDADES	62
5.3.- DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA	64
5.3.1.- Inclusion de librerías, macros y declaración de variables	64
5.3.2.- Función "SetUp"	67
5.3.3.- Función longitudes	68
5.3.4.- Función control	73
5.3.5.- Función "loop"	75
CAPÍTULO 6.- CONCLUSIONES Y MEJORAS FUTURAS	77
CAPÍTULO 7.- BIBLIOGRAFÍA	78

INDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Sistema Robótico [1].....	5
Ilustración 2: Manipulador paralelo y serial [2][3].....	6
Ilustración 3: Manipulador con 3 grados de libertad [5]	9
Ilustración 4: Manipulador orientado al entretenimiento [6]	9
Ilustración 5: Manipulador con 5 grados de libertad [8]	11
Ilustración 6: Manipulador Plataforma Stewart [9]	11
Ilustración 7: Manipuladores paralelos en medicina [12].....	12
Ilustración 8: Manipuladores paralelos en la industria [13].....	13
Ilustración 9: Elemento Sometido a Tracción [15].....	21
Ilustración 10: elemento sometido a compresión [16]	22
Ilustración 11: Elemento sometido a Cizalladura [17].....	23
Ilustración 12: Elemento Sometido a Flexión [18].....	23
Ilustración 13: Representación de Fuerzas en una Sección de Viga [19]	25
Ilustración 14: Representación de una Viga Sometida a Pandeo [20].....	25
Ilustración 15: Elemento Sometido a Torsión [22]	28
Ilustración 16: Grafica Tensión N ^o Ciclos (fatiga) [23]	30
Ilustración 17: Partes de un Tornillo de Potencia [24].....	31
Ilustración 18: Tipos de Rosca de Tornillos de Potencia [25].....	32
Ilustración 19: Diferentes Entradas de Rosca ACME [26].....	32
Ilustración 20: Representación de Tornillo de Potencia [28]	33
Ilustración 21: Fuerzas en el Tornillo de Potencia [29].....	34
Ilustración 22: Esfuerzos en un Tornillo de Potencia con Collarín [30].....	36
Ilustración 23: Configuración de la Plataforma Stewart [31].....	44
Ilustración 24: Coordenadas de la base de la Plataforma Stewart [32].....	45
Ilustración 25: Ejes de rotación de la plataforma [33]	45
Ilustración 26: Circuito de Funcionamiento del Optoacoplador [34]	49



INDICES

Ilustración 27: Tipos de Configuración del Optoacoplador [35]50

Ilustración 28: Funcionamiento Forward del puente H [36]52

Ilustración 29: Funcionamiento Reverse del puente H [37]52

Ilustración 30: Configuraciones de Funcionamiento del Puente H [38]53

Ilustración 31: Sensor de Efecto Hall [39].....53

Ilustración 32: Principio de Funcionamiento Hall [40]54

Ilustración 33: Configuración Pull Down [41].....56

INDICE DE TABLAS

Tabla 1: Características de los manipuladores seriales y paralelos [4] 7

Tabla 2: Tabla de coeficientes de pandeo [21] 27

Tabla 3: Tipos de Roscas Medidas Nominales [27] 33

CAPÍTULO 1.- INTRODUCCIÓN

Con este primer capítulo se quiere mostrar la extensión y profundidad que va a alcanzar el proyecto. Determinando características y condiciones técnicas y de concepto generales que ayudaran a su creación. También se han expuesto trabajos y proyectos anteriores y similares a este, lo que ayuda a su comprensión y nos dan una idea de hacia dónde se dirige el trabajo.

1.1.-RESUMEN

Este proyecto va a tratar del análisis teórico de los robots paralelos, su implementación y los mecanismos de control necesarios para su funcionamiento. Existen gran variedad de estos tipos de sistemas paralelos, este proyecto se centrará en el tipo plataforma Stewart o también conocidos como Hexápodos. Esta se define como una estructura cinemática compuesta por dos plataformas y seis actuadores, donde la plataforma de base es fija, y la plataforma superior es móvil. Los seis actuadores unen ambas plataformas, y se encuentran sujetos a la plataforma superior por pares. Por lo tanto, hay tres puntos en la plataforma superior, y de cada uno salen dos puntales que

están unidos a sus respectivos actuadores. Estos actuadores son independientes entre sí, y son los que permiten orientar y posicionar la plataforma superior.

Dicha plataforma cuenta con seis grados de libertad en relación con la base, de modo que es capaz de moverse en tres direcciones lineales y tres direcciones angulares.

La definición de plataforma Stewart permite que mecanismos de diferente configuración se encuentren dentro del mismo concepto, esto, da libertad a la hora de elegir qué tipo de actuadores se van a utilizar. En el caso de este proyecto, serán actuadores lineales de tipo motor con tornillo de potencia. Mediante esta configuración los puntales se expanden y contraen para obtener la posición y orientación deseadas de la plataforma móvil superior, dependiendo de la dirección y número de giros que realice el motor.

El control de la nombrada plataforma se llevará a cabo mediante un sistema de control, el cual deberá traducir y procesar los datos recibidos por el mando de un joystick. Para que este sistema de control se pueda construir de una manera óptima y precisa, se necesita la monitorización de la plataforma móvil completa, así como de los diferentes actuadores de los que dispone. Para ello se contará con sensores finales de carrera, los cuales nos permitirán partir desde una posición inicial conocida en el momento de arranque de la plataforma y sensores tipo encoder incremental, para el control de desplazamiento de los actuadores prismáticos.

Todo el proceso de control se llevará a cabo mediante algoritmos de código en lenguaje C++ implementado en un procesador AVR ATMEGA 2560.

Para poder realizar el control, deberemos calcular la cinemática inversa del prototipo para de esta manera poder comandar los diferentes actuadores con las indicaciones precisas.

El TFG está estructurado en diferentes apartados o hitos para poder realizar un proceso lineal en su desarrollo. Los primeros pasos que realizar son los de determinar las características físicas que definirán nuestro proyecto, como es el peso de la plataforma y potencia los actuadores que se integran en ella. La elección de motores adecuados a estas características es el siguiente paso que debemos dar. Para la monitorización de la plataforma debemos elegir los diferentes dispositivos electrónicos a utilizar, como son el modelo y tipo de encoder incremental, los finales de carrera, y joystick a utilizar. A continuación, procedemos a crear el código que realizara el control de la plataforma, esto como se mencionó anteriormente se realizara en un

microprocesador ATMEGA. Lo siguiente será la fabricación electrónica de la PCB tanto en su modelado software como en físico, así como todas las partes móviles o fijas que componen la plataforma, para su posterior montaje y puesta en funcionamiento en la prueba de campo principal.

1.2.-PALABRAS CLAVE

-**Robots paralelos**, los robots paralelos son cadenas cinemáticas cerradas cuyo órgano terminal, o plataforma móvil, está conectado a la base mediante varias cadenas cinemáticas seriales independientes.

-**Plataforma Stewart**, es un robot paralelo que consta de una superficie con el apoyo de seis patas accionadas independientemente.

-**Actuadores prismáticos**, los actuadores prismáticos son aquellos en los que el vector de desplazamiento está en el mismo eje de acción que el eje del elemento móvil.

-**Sistema de control**, es el encargado de procesar la información recibida por el mando de control y procesarla para dirigir y comandar los movimientos de los actuadores.

-**Cinemática inversa**, es la técnica que permite determinar el movimiento de una cadena de articulaciones para lograr que un actuador final se ubique en una posición concreta.

1.3.- ABSTRACT

The theme in which the project focuses on the parallel robots and their physical implementation of control. There are a variety of these types of parallel systems, we focus on the type of Stewart platform or also known as Hexapods. This is defined as a kinematic structure composed of two platforms and six actuators, where the base platform is fixed, and the upper platform is mobile. The six actuators are on platforms, and are subject to the upper platform in pairs, therefore, there are three points on the upper platform, from which two struts come out that are joined by their respective actuators. These actuators are independent of each other, and are the ones that allow orienting and positioning the upper platform.

This platform has six degrees of freedom in relation to the base, so that it is able to move in three linear directions and three angular directions.

The definition of the Stewart platform allows the selection mechanisms to be within the same concept, this gives us the freedom when choosing which type of actuators we are going to use, which, in the case of this project, are linear actuators of Engine type with power screw. Through this, you can access the broadest and widest position, depending on the direction and number of turns made by the engine.

The control of the platform is delivered through a control system, which can be viewed and processed the data received by the control of a joystick. So that this control system can be carried out in an optimal and precise way, it is necessary to monitor the complete mobile platform as well as the different actuators available. To do this, they will have the final ends of the race, which offer us, from the initial position known at the time of the start of the platform, encoder-type sensors, for the displacement control of the prismatic actuators.

The entire control process is carried out by code algorithms in C language implemented in an AVR ATMEGA 2560 processor.

In order to perform the control, we must calculate the inverse of the inverse film of the prototype to be able to do this with the different actors with the precise indications.

The TFG is structured in different sections or milestones to be able to carry out a linear process in its development. The first steps to take are to determine the physical characteristics that will define our project, as is the weight of the platform and power the actuators that are integrated into it. The choice of engines suitable for these characteristics is the next step we must take. For the monitoring of the platform we must choose the different electronic devices to be used, such as the model and type of incremental encoder, the limit switches, and the joystick to be used. Next, we proceed to create the code that will perform the control of the platform, this as mentioned above will be done in an ATMEGA microprocessor. The following will be the electronic manufacture of the PCB, both in its software and physical modeling, as well as all the moving or fixed parts that the platform component, for its `subsequent assembly and start-up in the main field test.

1.4.-OBJETIVOS

El alcance u objetivo final de este proyecto es diseñar y construir una plataforma de tipo Stewart con unos materiales de calidad suficiente, para que el precio de estos no sea un impedimento a la hora de su fabricación física, realizar un diseño electrónico de control el cual nos permita mover todos los elementos individuales de la plataforma como un único subconjunto articulado y montar estos dos sistemas para su control mediante unos mandos externos.

1.5.-ANTECEDENTES

Se pueden encontrar diferentes sistemas robóticos basados en plataformas de Stewart los cuales cuentan con multitud de aplicaciones. Para poder explicar el alcance final de este proyecto debemos realizar una investigación de los sistemas de plataformas de Stewart ya desarrollados. En este apartado hablaremos de los conceptos básicos y definiciones de los diferentes manipuladores paralelos, junto con los conceptos necesarios, también se mostrarán ejemplos a los diferentes tipos de manipuladores paralelos. La siguiente información está basada en la referencia [42].

1.5.1.- SISTEMAS QUE CONFORMA LA ROBÓTICA

Por lo general un sistema robótico consiste en un controlador, una parte mecánica, un efector final, un sistema de comunicación para poder transmitir la información precisa en cada momento y sensores. En la siguiente imagen se puede ver un sistema robótico a gran escala con sus partes diferenciadas.

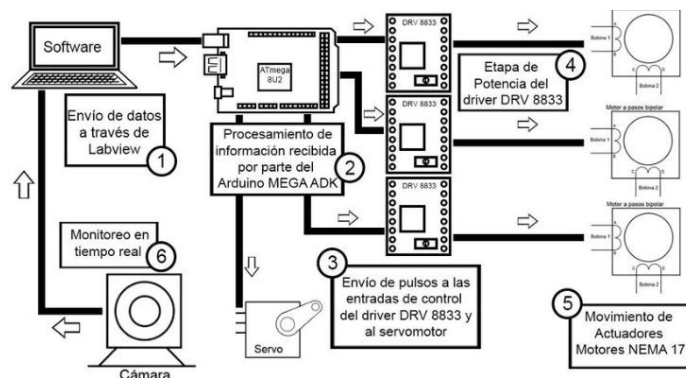


Ilustración 1: Sistema Robótico [1]

1.5.2.- CLASIFICACIÓN DE LOS MANIPULADORES ROBÓTICOS

Los manipuladores robóticos pueden clasificarse en función de diversos criterios, entre los que están, el número de grados de libertad, la estructura, la cinemática, el espacio de trabajo y algunas características de movimiento. En la siguiente imagen se muestran ejemplos de manipuladores industriales de tipo serie y tipo paralelo.



Ilustración 2: Manipulador paralelo y serial [2][3]

Según (Gomez Portilla & Guacaneme Gonzalez, 2011), dependiendo de la forma de la estructura cinemática se pueden clasificar los controladores en:

- Manipuladores en serie: Tienen una estructura cinemática con forma de cadena cinemática abierta. (Un ensamble de eslabones y juntas interconectadas de modo que proporcionan un movimiento de salida controlado en relación con la entrada).
- Manipuladores en paralelo: Está formado por cadenas cinemáticas cerradas.
- Manipuladores híbridos: Formado por cadenas cinemáticas abiertas y cerradas.

1.5.3.- DIFERENCIAS ENTRE MANIPULADORES SERIALES Y MANIPULADORES PARALELOS

Para comparar estos tipos de manipuladores se toman como características diferenciadoras sus problemas mecánicos y de control para determinar qué tipo de tareas ejecutara cada robot.

Los manipuladores serie en términos mecánicos se componen de actuadores dando lugar a momentos de inercia relativamente altos. En los manipuladores paralelos todos los actuadores se ubican en la base lo que permite por lo tanto una posible reducción de la masa de sus partes móviles, lo que implica notablemente que los manipuladores paralelos tienen características dinámicas superiores a los manipuladores serie.

La cinemática es un aspecto muy importante en los manipuladores para controlar la posición del sistema y sus diferentes orientaciones a través del tiempo. A parte de la cinemática directa tanto en los robots seriales como en los robots paralelos se conocen las diferentes posiciones y orientaciones, en el caso de la cinemática inversa se conocen los diferentes valores de desplazamiento de cada una de las articulaciones, como puede ser la descripción del movimiento de un efector final a lo largo de una trayectoria determinada.

En los manipuladores de tipo serie, los errores de posición de las articulaciones que se cometen son acumulativos, mientras que en los manipuladores de tipo paralelo estos errores son el promedio de todos los errores, ya que en el primer caso es una suma en serie, y en el segundo caso se puede imaginar como un conjunto de componentes direccionados unilateralmente.

En la siguiente imagen se puede apreciar una comparación cualitativa de algunas de las principales características mecánicas, de manipuladores con arquitectura en serie y paralelo. Se puede observar las principales diferencias entre estas dos arquitecturas, así como las principales ventajas y desventajas de su uso.

NIVEL	CARACTERISTICAS	MANIPULADOR SERIAL	MANIPULADOR PARALELO
Mecanismo	Inercia	Grande	Pequeña
	Volumen de trabajo	Grande	Pequeño
	Apariencia	Antropomórfica	Base Estructural
	Fabricación	Difícil	Fácil
Control	Control de posición en el espacio de trabajo	Difícil	Fácil
	Control de fuerza en el espacio de trabajo	Fácil	Difícil
	Detección de fuerzas	Difícil	Fácil
	Error de posición	Acumulado	Media
	Error de control de fuerzas	Media	Acumulado
	Cerca de los puntos	Degeneración en el control de fuerza	Disminución de la precisión de posición
		Movimientos grandes en el actuador	Fuerza grande en el actuador
	Dinámica	Complicada	Mucho más complicado

Tabla 1: Características de los manipuladores seriales y paralelos [4]

Se puede concluir con estas consideraciones anteriores, que el uso de manipuladores de tipo serie tienen ventajas en la relación a tareas que requieren movimientos complejos y un control preciso de la fuerza. Por otro lado, los manipuladores paralelos se pueden aplicar en el manejo de objetos en movimiento rápido pesados y sin una amplia gama de orientación.

1.5.4.- MANIPULADORES PARALELOS

Los robots paralelos consisten en un generador de efectos con n grados de libertad y una base fija que se conectan entre sí por al menos dos cadenas cinemáticas independientes. El trabajo es realizado por medio de actuadores.

Se puede generalizar en que un manipulador paralelo es un mecanismo de cierre de una cadena cinemática en la que su efector final está conectado a la base de la estructura a través de varias cadenas cinemáticas independientes y puede incluir mecanismos redundantes con más actuadores que el número de grados de libertad. Las principales características de estos manipuladores son las que se nombran a continuación:

Al menos dos cadenas de efectos. Cada una de estas cadenas contiene mínimo un actuador simple. Hay un sensor adecuado para medir el valor de las variables

relacionadas con el desempeño. Un mínimo de dos cadenas permite una mejor distribución de carga en las cadenas.

1.5.5.- MANIPULADORES DE TRES GRADOS DE LIBERTAD

Estos manipuladores con tres grados de libertad se han desarrollado para varias aplicaciones en manipulación. El Delta, es el más famoso de este tipo, en un principio desarrollado por Clavel Ecole Polytechnique Federale de Lausanne en 1988 y actualmente comercializado por Demarex (Division de Tecnologia de Embalaje del Grupo Bosch, y ABB (FLexPicker)). Las aplicaciones de este tipo de robots están proyectadas a las áreas de ensamblaje, manipulación de alimentos, farmacéutica, médica y electrónica. La siguiente imagen se muestra un robot paralelo de tres grados de libertad.



Ilustración 3: Manipulador con 3 grados de libertad [5]

En este robot las juntas de las articulaciones con la base son de revolución, mientras que las juntas en la plataforma superior son esféricas. Las aplicaciones más comunes de este robot son para entretenimiento y simulación de eventos virtuales, como si ilustra en la siguiente ilustración:

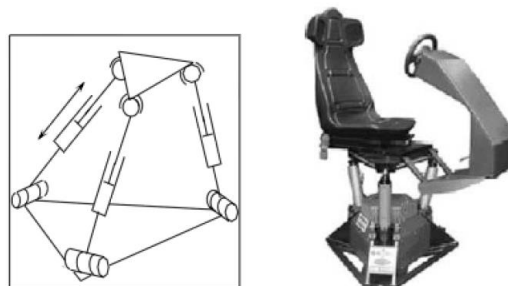


Ilustración 4: Manipulador orientado al entretenimiento [6]

Para esta clase de robots, no siempre se utilizan actuadores lineales, en algunas ocasiones los actuadores lineales son sustituidos por una combinación de plataformas y motores giratorios.

1.5.6.-MANIPULADORES DE CUATRO GRADOS DE LIBERTAD

Los sistemas que tienen cuatro GDL (grados de libertad), se pueden observar desde hace mucho tiempo en la literatura. En 1975, Koevermans [7] diseñó un simulador mediante actuadores lineales y una plataforma móvil, los grados de libertad de dicha plataforma fueron tres rotaciones y una translación sobre el eje z. Una aplicación de este mecanismo se conoce como The Adept Quattro, siendo proyectado para operaciones de manufactura, manipulación de alimentos, sistemas de alta velocidad.

1.5.7.-MANIPULADORES DE CINCO GRADOS DE LIBERTAD

A continuación, se muestran dos mecanismos de cinco grados de libertad con dos tipos de arquitecturas. La primera representa una arquitectura híbrida, la cual se puede interpretar como una unión entre un robot serial y un robot paralelo donde un primer dispositivo controla la posición de un punto específico, el efector, y un segundo mecanismo paralelo proporciona las dos rotaciones de la plataforma móvil.

El segundo mecanismo plantea una arquitectura basada en el acholamiento de dos robots paralelos planares. Esta estructura permite el control de los grados de libertad de la plataforma con la excepción de la rotación normal. Este último grado de libertad puede ser controlado a través de un actuador colocado sobre la plataforma. En la siguiente imagen se muestran las dos arquitecturas:

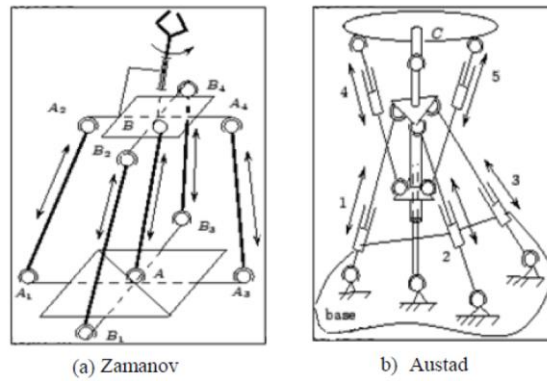


Ilustración 5: Manipulador con 5 grados de libertad [8]

1.5.8.-MANIPULADORES DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD

Este tipo de manipuladores suelen contar con una plataforma superior generalmente hexagonal y una plataforma base que parte de modelos geométricos triangulares, los actuadores están ubicados en la plataforma base y cada uno de estos actuadores se relacionan directamente con una articulación, cada una de estas seis articulaciones que componen la estructura de la plataforma terminan en el efector final el cual se denomina como plataforma móvil, esta plataforma tiene la característica de poder operar a altas velocidades y cargas relativamente altas.

La plataforma de Stewart está constituida por una base fija unida a una plataforma superior, constituida por seis actuadores lineales, la distribución espacial de estos actuadores forma un octaedro. La siguiente ilustración muestra un ejemplo de este tipo de manipuladores:



Ilustración 6: Manipulador Plataforma Stewart [9]

1.5.9.-APLICACIONES DE LOS MANIPULADORES PARALELOS

En los últimos años los manipuladores paralelos han sido utilizados, en diferentes aplicaciones en el campo de la ingeniería, proporcionando soluciones de posicionamiento en la industria, medicina y variadas aplicaciones especiales, las cuales se mostrarán a continuación.

- Aplicaciones Exclusivas

El Robot CKCM estudiado por la NASA (Goddard Space Flight Center). [10]

Un robot con denominación hexápodo desarrollado por el instituto Max Planck para ser usado como telescopio UKIRT, para movimientos lentos, la compañía alemana Vertex también ofrece sistema de robots paralelos, para ser usados como base de telescopios

- Aplicaciones Médicas

En esta área podemos destacar un endoscopio con un dispositivo de fijación activa conformado por un robot de tres grados de libertad, accionados por hilos. [11]

Otra de las aplicaciones de estos robots en la medicina es su uso para asistencia de personas con deficiencias en el movimiento de sus brazos. Estas estructuras también son usadas como soporte para microscopios utilizados en cirugías de precisión. En la siguiente ilustración se pueden ver algunas ilustraciones que detallan este tipo de aplicaciones.

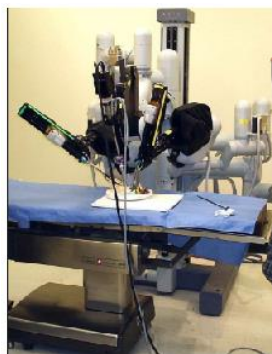


Ilustración 7: Manipuladores paralelos en medicina [12]

- Aplicaciones Industriales

Los manipuladores paralelos actualmente, son bastante usados industrialmente debido a sus características de precisión de posicionamiento y gran rigidez. Las

principales aplicaciones de estos manipuladores están en operaciones para montar y desmontar, manipulación de piezas y aplicaciones de soldadura por puntos con retroalimentación de fuerza.

El modelo Delta representa el mejor ejemplo de manipulador con estructura paralela usada industrialmente en tareas de manipulación rápida de objetos. Para el manejo de herramientas específicas en la industria con precisión, en la mayoría de los casos es usado un modelo de como el de plataforma Stewart, ya que dicho dispositivo maneja la característica de posicionamiento de piezas mecánicas. En la siguiente ilustración se muestra el trabajo que realiza el robot paralelo el cual hace operaciones de (pick and place).



Ilustración 8: Manipuladores paralelos en la industria [13]

CAPÍTULO 2.- ESTADO DEL ARTE

Todas las materias, disciplinas o teorías que se necesitan para desarrollar las diferentes partes del proyecto, se encuentran recogidas en este segundo capítulo. En el marco teórico se hace referencia a todas las teorías y fórmulas que se han utilizado para el cálculo de los parámetros del proyecto. Con ayuda de ilustraciones, también se exponen los diagramas de esfuerzos, tensiones y dinámicas a los que se ven sometidos los elementos que componen el proyecto.

2.1.-MARCO TEÓRICO

La siguiente información que se expone en los siguientes apartados sobre cinemática se ha consultado en la referencia [43].

2.1.1.- CINEMÁTICA

En la física a la parte que estudia el movimiento de los cuerpos se le llama cinemática, aunque sin interesarse por las causas que originan dicho movimiento. Un estudio de las causas que lo originan es lo que se conoce como dinámica.

Las magnitudes que definen la cinemática son principalmente tres, la posición, la velocidad y la aceleración.

- La posición: La podemos definir como el lugar en que se encuentra el móvil en un cierto instante de tiempo t , suele representarse con el vector de posición r . Por la dependencia de este vector con el tiempo, si se tiene o conoce r , se pueden realizar todos los cálculos cinemáticos.
- La velocidad: Se define como la variación de la posición con respecto del tiempo. Indica si el móvil se mueve, es decir, si este varía su posición a medida que varía el tiempo. La velocidad física corresponde al concepto intuitivo y cotidiano de velocidad.
- La aceleración: Esta magnitud indica cuánto varía la velocidad al con respecto va pasando el tiempo. El concepto de aceleración no es tan claro como el de velocidad, ya que la intervención de un criterio de signos puede hacer que se interprete erróneamente cuándo un cuerpo se acelera a > 0 o cuando se decelera a < 0 . Por poner un ejemplo aclarativo, cuando se

lanza un objeto al aire y este cae es fácil ver que según sube el objeto su aceleración es negativa, pero no es tan sencillo confirmar que cuando cae su aceleración sigue siendo negativa porque realmente su velocidad está disminuyendo, ya que se tiene que considerar también el signo de esta velocidad.

2.1.2.- CINEMÁTICA INVERSA

Se puede definir la cinemática inversa o el problema de la cinemática inversa, como un problema que consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares de un robot $q=[q_1, q_2, \dots, q_n]$ para que su extremo se posicione y oriente según una determinada localización espacial. Al contrario que el problema cinemático directo, el cálculo de la cinemática inversa no es sencillo ya que consiste en la resolución de una serie de ecuaciones fuertemente dependiente de la configuración del tipo de robot y su morfología, además de existir diferentes soluciones que resuelven el problema.

En la actualidad existen algunos procedimientos que son genéricos, susceptibles de ser programados para la resolución de la cinemática inversa y obtener los valores articulares que posicionen y orienten el extremo final. Sin embargo, el principal inconveniente de estos procedimientos es que son métodos numéricos iterativos, que no siempre garantizan tener la solución en el momento adecuado. De esta manera, a la hora de resolver el problema cinemático inverso es mucho más adecuado encontrar una solución cerrada. Es decir, encontrar una relación matemática explícita como se ve en el siguiente ejemplo:

$$q_k = f_k(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) \quad k=1 \dots n$$

Para que se pueda conseguir esta relación suele ser habitual emplear métodos geométricos, que consisten en la utilización de las relaciones trigonométricas y la resolución de los triángulos formados por los elementos y articulaciones del robot.

La mayoría de los robots suelen tener cadenas cinemáticas relativamente sencillas, y los tres primeros GDL, que posicionan al robot en el espacio, suelen tener una estructura planar. Esta condición facilita la resolución de la n-upla. Además, los tres últimos grados de libertad suelen usarse para la orientación de la herramienta o efector final, lo cual permite la resolución desacoplada (desacoplo cinemático) de la posición del extremo del robot y de la orientación de la herramienta.

También existe la alternativa para resolver el mismo problema, que recurriendo a la manipulación directamente de las ecuaciones correspondientes al problema cinemático directo. Es decir, a partir de la relación entre la matriz de transformación y las ecuaciones en función de las coordenadas articulares $q=[q_1, q_2, \dots, q_n]$, es posible despejar las n variables articulares q_i en función de las componente de los vectores n , o , a y p , como se muestra a continuación. [14]

$$\begin{bmatrix} n & o & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [t_{ij}(q_i, \dots, q_n)]$$

2.1.3.-TIPOS DE ESFUERZOS EN ELEMENTOS ESTRUCTURALES

La información que se expone en este apartado de la memoria sobre esfuerzos en elementos estructurales ha sido consultada en la referencia [48].

Los elementos de una estructura deben poder soportar, su propio peso, y otras fuerzas y cargas exteriores que actúan sobre ellos. Dentro de la estructura, dependiendo de su posición y del tipo de fuerzas que actúan sobre ellos, los elementos o piezas de las estructuras soportan diferentes tipos de esfuerzos. Una fuerza sobre un objeto tiende a deformarlo, la deformación producida dependerá de la dirección, sentido y punto de aplicación donde esté colocada esa fuerza. Estas fuerzas tienen distintos orígenes.

- Son debidas a su propio peso.
- Debidas al peso, vibraciones o movimiento de los elementos que compone el conjunto del sistema. Por ejemplo, el cuadro de una bicicleta o una motocicleta no debe deformarse cuando una persona se sube en ella o cuando coja baches mientras circula, etc.
- Son debidas a agente externos al propio sistema técnico. Como puede ser por ejemplo, que un puente debe no debe caerse por efecto del viento, el tejado de una casa do vería de venirse abajo cuando se acumule nieve sobre él, etc. Estos son algunos ejemplos, pero en las estructuras robóticas también se ven estar fuerzas y perturbaciones, solo que producidas por otros agentes que a priori no suelen ser meteorológicos.

Cuando se construye una estructura normalmente, lo hacemos para que ésta no se deforme cuando está trabajando. Sin embargo, hay algunas estructuras que su trabajo lo ejercen deformándose y recuperando más tarde su forma original, pero esto es menos normal.

Debemos conocer los tecnicismos de los esfuerzos físicos que vamos a utilizar, como pueden ser: fuerza, vector, momento, resistencia, carga, elasticidad, deformación y creep.

- **Fuerza**, es todo agente capaz de modificar la cantidad de movimiento o la forma de los cuerpos materiales.
- **Vector**, es una herramienta geométrica utilizada para representar una magnitud física del cual depende únicamente un módulo (o longitud) y una dirección (u orientación) para quedar definido.
- **Momento**, el momento de una fuerza (respecto a un punto dado), es una magnitud vectorial, obtenida como producto vectorial del vector de posición del punto de aplicación de la fuerza con respecto al unto al cual se toma el momento por la fuerza, en ese orden. Genera giros.
- **Esfuerzo**, se define así la fuerza que hace un elemento de la estructura para no ser deformado por las cargas. Los esfuerzos pueden ser, esfuerzos compuestos y esfuerzos variables.
 - Esfuerzo compuesto es cuando una pieza se encuentra sometida simultáneamente a varios esfuerzos simples, superponiéndose sus acciones.
 - Esfuerzo variables son los esfuerzos que como su nombre indica varían de valor e incluso de signo. Cuando la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo es 0, el esfuerzo se denomina alternado.
- **Resistencia**, es la capacidad de un cuerpo para resistir una fuerza aun haya deformación.
- **Rigidez**, es la capacidad de un cuerpo para resistir una fuerza sin deformarse.
- **Carga**, la definimos como la fuerza exterior que actúa sobre los diferentes elementos de la estructura.

-Carga estática, la definimos como la fuerza que se aplica gradualmente desde un valor inicial cero hasta su máximo valor F . es decir, aquella que es invariable o su magnitud crece de forma lenta (como por ejemplo un vehículo en un puente).

-Carga dinámica, es la fuerza que se aplica con velocidad sobre la estructura que debe soportarla. Las tensiones producidas en este caso son mayores que las de la carga estática, ya que la energía cinética de la carga absorbida elásticamente por la estructura, lo cual origina un aumento de la tensión en la misma. Este aumento puede ser mayor que la propia tensión estática. Las cargas dinámicas se dividen en tres, carga súbita, carga de choque libre y carga de choque forzado.

-Carga súbita, cuando el valor máximo se aplica instantáneamente.

-Carga de choque libre, cuando está producida por la caída de un cuerpo sobre el elemento o estructura resistente.

-Carga de choque forzado, cuando una fuerza obliga a dos masas que han colisionado a seguir deformándose después del choque.

- Tensión, que la definimos como la reacción que se produce en el interior de la pieza a ensayar, cuando sobre ésta se aplica una carga. La tensión es siempre de la misma magnitud y de sentido contrario a la carga aplicada- Se mide en Pascales que es la tensión que genera una carga de un Newton de fuerza aplicada sobre una superficie de un metro cuadrado. En ocasiones se utiliza el Kg/cm^2 . Según el punto de aplicación, la dirección y el sentido de la carga podemos diferenciar tres tipos de tensiones, tensión de tracción, tensión de compresión y tensión tangencial.

-Tensión de tracción, es la que se opone a una fuerza que tiende a estirar el cuerpo. Se produce sometiendo al cuerpo a dos cargas de igual dirección, sentido contrario y divergentes.

-Tensión de compresión, es la que se opone a una fuerza que tiene a comprimir el cuerpo. Se produce sometiendo al cuerpo a dos cargas de igual dirección y sentido contrario y convergente.

-Tensión tangencial, es la que se opone a un movimiento de torsión o de desplazamiento de una parte del cuerpo hacia otra. Se produce sometiendo al cuerpo a dos cargas de direcciones paralelas y sentido contrario,

divergente o convergente. Se denomina también tensión de corte, cizalladura o flexión.

- Elasticidad, se define como la propiedad mecánica que tienen ciertos materiales de sufrir deformaciones reversibles cuando se encuentran sujetos a la acción de fuerzas exteriores y recuperan de la forma original si estas fuerzas exteriores se eliminan.
- La deformación o alargamiento se produce cuando sometemos un material a una carga, dicho material experimenta deformación y tensión. La deformación es el cambio en las dimensiones del cuerpo. Se pueden dar cifras generales de deformación expresadas en tanto por ciento. Para esto dividimos el cambio en la dimensión entre la dimensión original y la multiplicamos por 100.

$$\text{Deformación} = \frac{\text{longitud final}}{\text{longitud inicial}} \times 100$$

Una vez que la carga que ha estado sometiendo al material es liberada, la tensión desaparece, pero la deformación puede desaparecer o no. En función de esto tenemos dos tipos de deformaciones, deformación elástica y deformación plástica.

-Deformación elástica, este tipo es el que desaparece por completo cuando el material se descarga. Durante la deformación elástica se produce un cambio volumétrico que se recupera al cesar la carga. Esta recuperación de la forma primitiva se produce por la tendencia de los átomos a recuperar su distancia interatómica, alterada por la carga ejercida.

-Deformación plástica, es la que no se recupera al cesar la carga aplicada. Esta deformación se produce debido a que se ha forzado la distancia interatómica y las uniones atómicas se han roto, por lo que no hay ninguna fuerza que tienda a recuperar la situación anterior. Los átomos se desplazan en su posición, sin que haya cambio volumétrico, pero sí de forma.

- El creep, se define como la deformación plástica, no recuperable, que experimenta un material bajo tensión inferior a su límite elástico. Este fenómeno se suele producir en materiales que están a una temperatura próxima a su temperatura de fusión, pero por debajo de ella. Cuando

hablamos de materiales de estructura amorfa, nos solemos referir a este fenómeno con el término Flow.

En los ensayos que se realizan con diferentes tipos de materiales y estructuras para comprobar y determinar sus características técnicas, se pueden diferenciar diferentes periodos, como alargamientos elásticos, permanentes, localizados, etc. Dentro de estos periodos debemos diferenciar diferentes puntos, que son:

- Límite de elasticidad (E): Es la máxima tensión que se puede producir sin que haya deformación permanente.
- Límite de proporcionalidad (P): Es la máxima tensión que se puede producir en la zona donde la tensión es una función lineal. Suele coincidir con el anterior.
- Límite de fluencia (B): También llamado límite aparente de elasticidad. Es una medida arbitraria tomada por acuerdo internacional. Surge a partir del punto donde se produce una deformación de 0,2%.
- Carga de rotura (R): o límite de rotura también llamado. Es a carga máxima por unidad de sección que resiste el material antes de romperse.
- Rotura efectiva (U): Punto donde rompe la probeta.
- Alargamiento de rotura: Es el alargamiento que sufre antes de romperse.
- Estricción: Es la reducción de la sección que sufre la probeta en la zona de rotura. El alargamiento y la estricción se usan para ver el grado de ductilidad del metal.

Los tipos de esfuerzos a los que pueden estar sometidos los elementos de una estructura metálica, barcos, aviones, motores, estructuras robóticas, etc.

2.1.3.1. Tracción

La tracción la podemos definir como el esfuerzo al que está sometido un cuerpo por la aplicación de dos fuerzas que actúan en sentido opuesto, y tienden a estirarlo. Se considera que las tensiones que tienen cualquier sección perpendicular a dicha fuerzas son normales a esa sección, son de sentidos opuestos a las fuerzas que intentan el cuerpo. La tracción produce un alargamiento sobre el eje X, produce a su vez una disminución sobre los ejes Y y Z. Esto se conoce como módulo de Poisson.

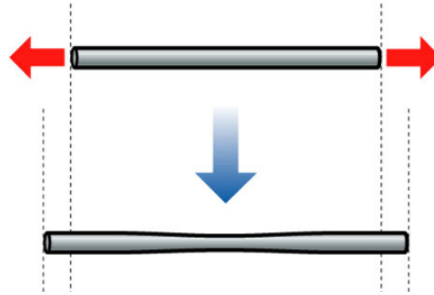


Ilustración 9: Elemento Sometido a Tracción [15]

Cuando se trata de cuerpos sólidos, las deformaciones pueden ser permanentes, en este caso, el cuerpo ha superado su punto de fluencia y se comporta de forma plástica, de modo que tras cesar el esfuerzo de tracción se mantiene el alargamiento, si las deformaciones no son permanentes se dice que el cuerpo es elástico, de manera que, cuando desaparece el esfuerzo de tracción, aquél recupera su primitiva longitud. Este tipo de esfuerzo aparece en cadenas, cables, tornillo, los cables de un puente colgante, etc.

Para calcular el alargamiento total de una pieza, se utiliza la siguiente fórmula, donde δ es el alargamiento expresado en cm, F es la fuerza de tracción en kgf, L es la longitud de la pieza en cm, E es el módulo de elasticidad del material en kgf/cm² y A es la sección transversal en cm².

$$\delta = \frac{F \cdot L}{E \cdot A}$$

Conociendo δ , se calcula el alargamiento unitario:

$$\epsilon = \frac{\delta}{L}$$

Y de aquí se calcula la tensión de trabajo:

$$\sigma_t = \delta \cdot E$$

O bien, directamente:

$$\sigma_t = \frac{F}{A}$$

2.1.3.2. Compresión

La compresión se define como el esfuerzo al que está sometido un cuerpo por la aplicación de fuerzas que actúan en el mismo sentido, y tienden a cortarlo. Es lo contrario a la tracción hace que se aproximen las diferentes partículas de un material, tendiendo a producir acortamiento o aplastamientos. Con lo que podemos decir, que la compresión es la resultante de las tensiones o presiones que existen dentro de un sólido deformable o medio continuo, caracterizada porque tiene una reducción de volumen o un acortamiento en una determinada dirección.

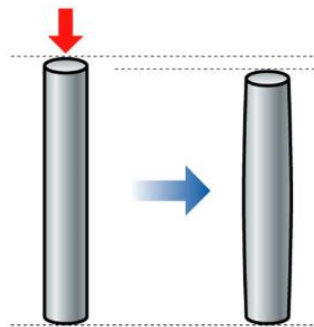


Ilustración 10: elemento sometido a compresión [16]

En general, cuando se somete un material a un conjunto de fuerzas se produce tanto flexión, como cizalladura o torsión, todos estos esfuerzos conllevan la aparición de tensiones tanto de tracción como de compresión. Al sentarnos en un banco, sometemos a las patas a un esfuerzo de compresión, con lo que tiende a disminuir su altura, aunque a simple vista no lo apreciamos. Los pilares y columnas son ejemplos de elementos diseñados para resistir esfuerzos de compresión. Cuando se somete a compresión una pieza de gran longitud en relación con su sección. Se arquea recibiendo este fenómeno el nombre de pandeo.

Para calcular el acotamiento de una pieza, se utiliza las fórmulas que hemos enunciado en el apartado anterior de tracción.

2.1.3.3. Cizalladura

La cizalladura es el esfuerzo que soporta una pieza cuando sobre ella actúan fuerzas perpendiculares contenidas en la propia superficie de actuación, haciendo que las partículas del material tiendan a resbalar o desplazarse las unas sobre las otras. Normalmente el esfuerzo de cortadura no se presenta aislado, sino que suele ir acompañado de algún otro esfuerzo, y dependerá del tipo de material a cortar.

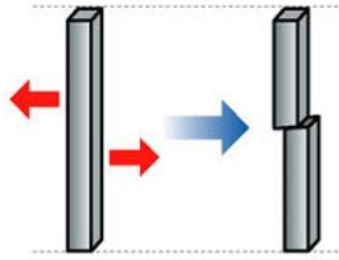


Ilustración 11: Elemento sometido a Cizalladura [17]

Existe corte cuando la resultante de las fuerzas exteriores actuantes en el cuerpo está contenida en el plano de la sección que se considera y actúa perpendicularmente al eje longitudinal de la pieza. Dicho de otro modo, cuando las fuerzas exteriores producen un deslizamiento de la sección transversal considerada con respecto al estado de la pieza original.

2.1.3.4. Flexión

La flexión se define como una combinación de esfuerzos de compresión y de tracción. Mientras que las fibras superiores de la pieza están siendo sometidas a un esfuerzo de flexión, lo cual produce que se alarguen, las fibras inferiores se acortan y están siendo sometidas a compresión, esto produce una deformación a lo largo de su eje, que tienden a doblarlo. El rasgo más destacado es que un objeto sometido a flexión presenta una superficie de puntos llamada fibra neutra en la cual no se produce ningún tipo de deformación. El esfuerzo que provoca la flexión se denomina momento flector.

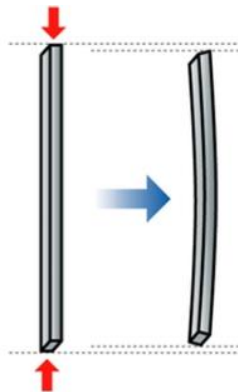


Ilustración 12: Elemento Sometido a Flexión [18]

A este tipo de esfuerzo se ven sometidos los elementos de las estructuras, por ejemplo, al saltar en la tabla de un trampolín de una piscina, la tabla se flexiona.

INDICES

Para calcular este tipo de esfuerzo, se utiliza la siguiente formula, donde σ_t es la tensión de trabajo expresado en kgf/cm^2 , M_f es el momento flector en la sección en $\text{cm}\cdot\text{kgf}$ y W_{xx} es el módulo o momento resistente de la sección en cm^3 .

$$\sigma_t = \frac{M_f}{W_{xx}}$$

Donde los componentes de la formula anterior están explicados a continuación:

- Momento flector, es el momento resultante con respecto a dicha sección, de los momentos producidos por las fuerzas situadas a la izquierda o derecha de dicha sección, incluidas las reacciones. Donde M_f es el momento flector, F es la fuerza aplicada y L la longitud de la pieza.

$$M_f = F \cdot L$$

- Momento resistente, el cual depende de la forma de sección de la pieza y diferenciaremos entre los perfiles de sección cuadrada y sección circular. Donde W_{xx} es el momento resistente, para secciones rectangulares, b es la longitud de la base del rectángulo en cm y h es la altura del rectángulo en cm , y para las secciones circulares, d es el diámetro de la pieza en cm . El resultado en ambos casos ha de estar expresado en cm^3 ,

Sección rectangular y sección circular, respectivamente:

$$W_{xx} = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad W_{xx} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

- Fibras que trabajan a tracción y fibras que trabajan a compresión. Como ya hemos mencionado anteriormente en el esfuerzo de flexión, está compuesto por dos esfuerzos, uno de tracción y otro de compresión.

$$\sigma_t = \frac{M_f}{W_{xx}}$$

- Fibras neutras, que son las fibras que ni se alargan ni se encogen y están contenidas en el plano central que pasa por los ejes horizontales de todas las secciones, donde se encuentra el centro de gravedad.

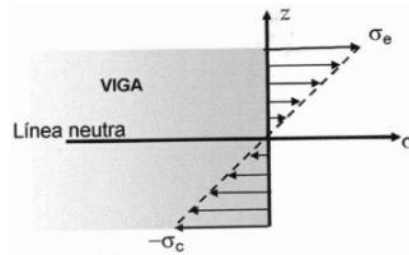


Ilustración 13: Representación de Fuerzas en una Sección de Viga [19]

- Flecha máxima, la cual definimos como la distancia de flexión comprendida entre el momento de reposo y el momento máximo de flexión. Se representa por $Y_{\text{máx}}$ expresada en cm, F es la carga en el extremo en kgf, L es la luz de la viga en cm, E es el módulo de elasticidad en kgf/cm^2 , I_{xx} es el momento de inercia de la sección con respecto al eje horizontal en cm^4 .

$$Y_{\text{máx}} = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I_{xx}}$$

El momento de inercia se calcula con las siguientes fórmulas que ilustramos a continuación, para perfiles rectangulares y circulares respectivamente:

$$I_{xx} = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad I_{xx} = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

2.1.3.5. Pandeo

Se define pandeo, como el comportamiento típico de los elementos estructurales, que están sometidos a esfuerzos de compresión. Cuando la carga de compresión aumenta progresivamente llega a un valor en el cual el elemento esbelto, en lugar de limitarse a cortar su altura, curva su eje, una vez que esto ocurre, aunque no se incremente el valor de la carga el elemento continúa curvándose hasta el colapso definitivo. Una característica del pandeo es que las deformaciones y tensiones no son proporcionales a las cargas actuantes, aun cuando el material se comporte elásticamente. Las tensiones son proporcionales a las deformaciones específicas.

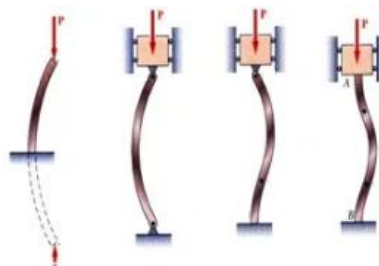


Ilustración 14: Representación de una Viga Sometida a Pandeo [20]

Podemos resumir en que, el pandeo es la carga máxima que puede soportar una pieza sin dejar de funcionar o prestar el servicio para el cual fue diseñada en la estructura de una maquina o elemento, es decir que no falle estructuralmente, estando limitada por la deformación elástica de la misma. El pandeo elástico es una forma de comportamiento de una pieza, para las cuales la deformación elástica puede limitar la capacidad portante o la capacidad de carga. Existen cuatro principales tipos de pandeo, pandeo articulado-articulado, pandeo empotrado libre, pandeo empotrado-empotrado, pandeo empotrado-articulado, etc.

Debemos conocer las siguientes pautas o componentes del esfuerzo de pandeo:

- Longitud de pandeo, es la distancia entre dos puntos consecutivos de inflexión (torcimiento) de la línea elástica, formada por el eje de la pieza al curvarse. Donde L_k es la longitud de pandeo, β es el coeficiente adimensional, el cual carece de magnitud física, que depende de la forma de los apoyos y L es la longitud real de la pieza.

$$L_k = \beta \cdot L$$

- Esbeltez, es la relación existente entre la longitud de pandeo y el radio de giro mínimo de la sección, expresado en cm. Este radio de giro es un valor geométrico de la sección que no depende del material, sino de la forma de la sección. Donde λ es la esbeltez mecánica, L_k la longitud de pandeo, e i_{min} es el radio de giro mínimo de la sección.

$$\lambda = \frac{L_k}{i_{min}}$$

- Sistema ω , el cual depende de la esbeltez mecánica y del tipo de acero. A continuación, se muestra una tabla donde podemos apreciar dichos valores.

Tipo del acero (designación simbólica)	Coeficiente ω de pandeo en función de la esbeltez										
	λ	$\lambda +$									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A 360	20	1,01	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,03	1,03	1,03
	30	1,03	1,04	1,04	1,04	1,05	1,05	1,05	1,06	1,06	1,06
	40	1,07	1,07	1,08	1,08	1,08	1,09	1,09	1,10	1,10	1,11
	50	1,12	1,12	1,13	1,14	1,14	1,15	1,16	1,17	1,17	1,18
	60	1,19	1,20	1,21	1,22	1,23	1,24	1,25	1,26	1,28	1,29
	70	1,30	1,31	1,33	1,34	1,36	1,37	1,39	1,40	1,42	1,44
	80	1,45	1,47	1,49	1,51	1,53	1,55	1,57	1,59	1,61	1,63
	90	1,65	1,67	1,70	1,72	1,74	1,77	1,79	1,82	1,84	1,87
	100	1,89	1,92	1,95	1,97	2,00	2,03	2,06	2,09	2,12	2,15
	110	2,18	2,21	2,24	2,27	2,30	2,33	2,37	2,40	2,43	2,47
	120	2,50	2,53	2,57	2,60	2,64	2,68	2,71	2,75	2,78	2,82
	130	2,86	2,90	2,94	2,97	3,01	3,05	3,09	3,13	3,17	3,21
	140	3,25	3,29	3,33	3,38	3,42	3,46	3,50	3,55	3,59	3,63
	150	3,68	3,72	3,77	3,81	3,86	3,90	3,95	4,00	4,04	4,09
	160	4,14	4,18	4,23	4,28	4,33	4,38	4,43	4,48	4,53	4,58
	170	4,63	4,68	4,73	4,78	4,83	4,88	4,94	4,99	5,04	5,09
	180	5,15	5,20	5,26	5,31	5,36	5,42	5,48	5,53	5,59	5,64
	190	5,70	5,76	5,81	5,87	5,93	5,99	6,05	6,11	6,16	6,22
	200	6,28	6,34	6,40	6,46	6,53	6,59	6,65	6,71	6,77	6,84
	210	6,90	6,96	7,03	7,09	7,15	7,22	7,28	7,35	7,41	7,48
220	7,54	7,61	7,67	7,74	7,81	7,88	7,94	8,01	8,08	8,15	
230	8,22	8,29	8,36	8,43	8,49	8,57	8,64	8,71	8,78	8,85	
240	8,92	8,99	9,07	9,14	9,21	9,29	9,36	9,43	9,51	9,58	
250	9,66										
A 410	20	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,03	1,03	1,03	1,03	1,04
	30	1,04	1,04	1,04	1,05	1,05	1,05	1,06	1,06	1,07	1,07
	40	1,07	1,08	1,08	1,09	1,09	1,10	1,10	1,11	1,12	1,12
	50	1,13	1,14	1,14	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19	1,20	1,21
	60	1,22	1,23	1,24	1,25	1,26	1,27	1,29	1,30	1,31	1,33
	70	1,34	1,36	1,37	1,39	1,40	1,42	1,44	1,46	1,47	1,49
	80	1,51	1,53	1,55	1,57	1,60	1,62	1,64	1,66	1,69	1,71
	90	1,74	1,76	1,79	1,81	1,84	1,86	1,89	1,92	1,95	1,98
	100	2,01	2,03	2,06	2,09	2,13	2,16	2,19	2,22	2,25	2,29
	110	2,32	2,35	2,39	2,42	2,46	2,49	2,53	2,56	2,60	2,64
	120	2,67	2,71	2,75	2,79	2,82	2,86	2,90	2,94	2,98	3,02
	130	3,06	3,11	3,15	3,19	3,23	3,27	3,32	3,36	3,40	3,45
	140	3,49	3,54	3,58	3,63	3,67	3,72	3,77	3,81	3,86	3,91
	150	3,96	4,00	4,05	4,10	4,15	4,20	4,25	4,30	4,35	4,40
	160	4,45	4,51	4,56	4,61	4,66	4,72	4,77	4,82	4,88	4,93
	170	4,99	5,04	5,10	5,15	5,21	5,26	5,32	5,39	5,44	5,49
	180	5,55	5,61	5,67	5,73	5,79	5,85	5,91	5,97	6,03	6,09
	190	6,15	6,21	6,27	6,34	6,40	6,46	6,53	6,59	6,65	6,72
	200	6,78	6,85	6,91	6,98	7,05	7,11	7,18	7,25	7,31	7,38
	210	7,45	7,52	7,59	7,66	7,72	7,79	7,86	7,93	8,01	8,08
220	8,15	8,22	8,29	8,36	8,44	8,51	8,58	8,66	8,73	8,80	
230	8,88	8,95	9,03	9,11	9,18	9,26	9,33	9,41	9,49	9,57	
240	9,64	9,72	9,80	9,88	9,96	10,04	10,12	10,20	10,28	10,36	
250	10,44										
A 510	20	1,02	1,02	1,03	1,03	1,03	1,04	1,04	1,04	1,05	1,05
	30	1,05	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08	1,08	1,09	1,10	1,10
	40	1,11	1,12	1,13	1,13	1,14	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19
	50	1,20	1,22	1,23	1,24	1,25	1,27	1,28	1,30	1,31	1,33
	60	1,35	1,37	1,39	1,41	1,43	1,45	1,47	1,49	1,51	1,54
	70	1,56	1,59	1,61	1,64	1,66	1,69	1,72	1,75	1,78	1,81
	80	1,84	1,87	1,90	1,94	1,97	2,01	2,04	2,08	2,11	2,15
	90	2,18	2,22	2,26	2,30	2,34	2,38	2,42	2,46	2,50	2,54
	100	2,59	2,63	2,67	2,72	2,76	2,81	2,85	2,90	2,95	2,99
	110	3,04	3,09	3,14	3,19	3,24	3,29	3,34	3,39	3,44	3,49
	120	3,55	3,60	3,65	3,71	3,76	3,82	3,87	3,93	3,98	4,04
	130	4,10	4,16	4,22	4,27	4,33	4,39	4,45	4,52	4,56	4,64
	140	4,70	4,76	4,83	4,89	4,93	5,02	5,08	5,15	5,22	5,28
	150	5,35	5,42	5,48	5,55	5,62	5,69	5,76	5,83	5,90	5,97
	160	6,04	6,12	6,19	6,26	6,34	6,41	6,48	6,56	6,63	6,71
	170	6,79	6,86	6,94	7,02	7,09	7,17	7,25	7,33	7,41	7,49
	180	7,57	7,65	7,73	7,82	7,90	7,98	8,07	8,15	8,24	8,32
	190	8,40	8,49	8,58	8,66	8,75	8,84	8,93	9,02	9,10	9,19
	200	9,28	9,37	9,47	9,56	9,65	9,74	9,83	9,92	10,02	10,11
	210	10,21	10,30	10,40	10,49	10,59	10,69	10,78	10,88	10,98	11,08
220	11,18	11,27	11,38	11,48	11,57	11,68	11,78	11,88	11,98	12,09	
230	12,19	12,29	12,40	12,50	12,61	12,72	12,82	12,93	13,03	13,14	
240	13,25	13,36	13,47	13,58	13,69	13,80	13,91	14,02	14,13	14,25	
250	14,36										

Tabla 2: Tabla de Coeficientes de Pandeo [21]

Una vez conocido ω , podemos hallar la tensión de trabajo σ_t que se expresa en kgf/cm^2 , donde ω es el coeficiente adimensional, F es la carga axial expresada en kgf , y A es la sección de la columna en cm^2 .

$$\sigma_t = \omega \cdot \frac{F}{A}$$

2.1.3.6. Torsión

La torsión es la reacción interna que se presenta cuando se aplica un momento sobre el eje longitudinal de un elemento constructivo o prisma mecánico, como puede ser ejes o elementos donde una dimensión predomina sobre las otras dos, aunque es posible encontrarla en situaciones diversas. Dichas fuerzas son las que hacen que una pieza tienda a retorcerse sobre su eje central, dando lugar a tensiones cortantes. Están sometido a esfuerzos de torsión los ejes, las manivelas y los cigüeñales.

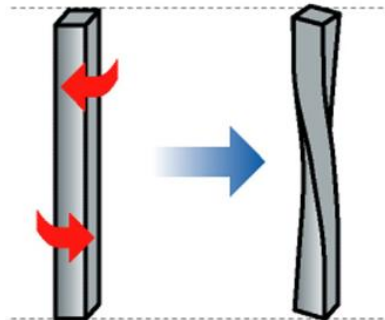


Ilustración 15: Elemento Sometido a Torsión [22]

Se caracteriza geoméricamente porque cualquier curva paralela al eje de la pieza deja de estar contenida en el plano formado inicialmente por las dos curvas. En lugar de eso una curva paralela al eje se retuerce alrededor de él- El estudio general de la torsión es complicado porque bajo ese tipo de sollicitación la sección transversal de una pieza en general se caracteriza por dos fenómenos.

- Aparecen tensiones tangenciales paralelas a la sección transversal. Si estas se representan por un campo vectorial sus líneas de flujo circulan alrededor de la sección.
- Cuando las tensiones anteriores no están distribuidas adecuadamente, cosa que sucede siempre a menos que a sección tenga simetría circular, aparecen alabeos seccionales que hacen que las secciones transversales deformadas no sean planas.

Para calcular este tipo de esfuerzos, se utiliza la siguiente fórmula, donde τ es la tensión cortante expresada en kgf/cm^2 , M_t es el momento torsor en $\text{kgf}\cdot\text{cm}$ y W_o es el módulo resistente a la torsión en cm^3 .

$$\tau = \frac{M_t}{W_o}$$

Mt es el producto de la fuerza ejercida F, por el brazo de palanca con la que actúa R, en casos estáticos.

$$\mathbf{Mt = F \cdot R}$$

En la ecuación de torsión debemos conocer los siguientes elementos que la componen:

- Módulo resistente a la torsión W_o , el cual definimos como un valor geométrico en cm^3 de la sección del eje o árbol, que depende únicamente de su forma, no teniendo influencia sobre el módulo resistente a la torsión del material con que estén fabricados.

$$\mathbf{W_o = \frac{\pi \cdot d^3}{16}}$$

- Momento de inercia polar se representa como I_o y se expresa en cm^4 . Se obtiene de la siguiente formula:

$$\mathbf{I_o = \frac{\pi \cdot d^4}{32}}$$

- Ángulo de torsión o ángulo de deformación, el cual se representa como ϕ y se expresa en radianes, donde Mt es el momento tursor en kgf cm , L es la longitud en cm , G es el módulo de rigidez en kgf/cm^2 , y I_o s el momento de inercia polar en cm^4 . Dicho ángulo se obtiene de la siguiente fórmula:

$$\mathbf{\phi = \frac{Mt \cdot L}{G \cdot I_o}}$$

2.1.3.7. Fatiga

La fatiga se define como la repetición cíclica de una carga sobre un material. Estas cargas o esfuerzos repetidos pueden formar microgrietas sobre un defecto estructural, principalmente debido a una concentración de tensiones, que se va propagando carga a carga hasta producir el fallo del material por fatiga. La rotura por fatiga tiene aspecto frágil aún en metales dúctiles, puesto que no hay apenas deformación plástica asociada a la rotura. El proceso consiste en un inicio y posterior propagación de fisuras, que crecen desde un tamaño inicial microscópico hasta un tamaño macroscópico capaz de comprometer la integridad estructural del material. La superficie de fractura es perpendicular a la dirección del esfuerzo.

INDICES

Existe un esfuerzo crítico para la mayoría de los metales, por debajo del cual la rotura sólo se produce al cabo de un considerable período o número de ciclos. Dicho esfuerzo crítico se expresa en N/mm^2 . No obstante, debe recalarse que el límite de fatiga es el número límite, es decir, a esa tensión cíclica el material no se fracturaría. El cálculo del límite de fatiga, tan sólo es posible determinarlo a partir de las curvas S-N. Estas no son exactas, sino que difieren una cuarta parte del comportamiento real del material. Se han creado métodos estadísticos para aproximar bastante el resultado real.

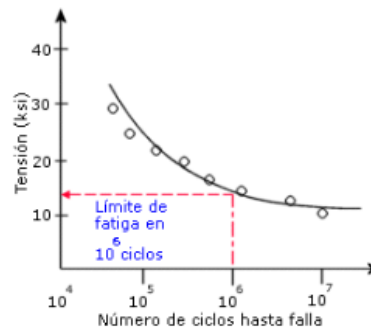


Ilustración 16: Grafica Tensión Nº Ciclos (fatiga) [23]

En los elementos de estructuras o máquinas se debe tener en cuenta que las sollicitaciones predominantes a que generalmente están sometidos no resultan estáticas, si no el contrario, en la mayoría de los casos se encuentran afectados a cambios de tensiones que se repiten sistemáticamente y que producen la rotura del material para valores de estas considerablemente menores que las calculadas para cargas estáticas. Un ejemplo de ello se tiene en un alambre, flexionándolo repetidamente se rompe con facilidad, pero la fuerza que hay que hacer para romperlo en una sola flexión es muy grande. También es muy común en puentes, automóviles, aviones, etc.

Podemos clasificar los diferentes tipos de fatiga según la forma de alternancia de las tensiones. Diferenciamos entre alternados, intermitentes y pulsatorios:

- Alternados, se generan cuando las tensiones cambian de signo alternativamente. El caso más común y simple, es aquel en que la tensión máxima positiva es igual a la mínima, obteniéndose un ciclo denominado alternado simétrico. Cuando las tensiones se presentan de distinto signo y valor, el ciclo es llamado alternado asimétrico.
- Intermitentes, en este caso los esfuerzos siempre tienen el mismo sentido y su ciclo va desde cero a un valor determinado, que puede ser positivo o negativo.

- Pulsatorios, los cuales tienen lugar cuando la tensión varía de un máximo a un mínimo, distinto de cero, dentro del mismo signo.

2.1.4.- TEORÍA DE TORNILLOS DE POTENCIA

La información que se recoge a continuación se ha consultado en la referencia [47]

Los tornillos de potencia son aquellos destinados a la transmisión de potencia y movimiento. Generalmente se utilizan para convertir un movimiento angular o de giro, en un movimiento de traslación lineal, acompañado de una transmisión de esfuerzo.

Los tornillos se usan en muchas aplicaciones, con tornillos de avance en máquinas, herramientas, mordazas, gatos mecánicos de elevación de cargas, como vehículos y otros tipos de máquinas universales de tracción y compresión.

Es muy usual el uso de mecanismos constituidos por tornillos de potencia para elevación o traslado de cargas, debido a que permiten desarrollar grandes esfuerzos a lo largo de su eje.

2.1.4.1. Principio de funcionamiento

Un tornillo puede ser considerado, de manera simple, que está formado por un cuerpo cilíndrico, sobre el que se enrolla un plano inclinado formando los filetes de la rosca del tornillo.

Si se dispone de una tuerca enroscada en el tornillo, al hacer girar el tornillo 360° , la tuerca recorre sobre el plano inclinado una longitud de circunferencia igual a $\pi \cdot d_m$, donde d_m es el diámetro medio de la rosca y se traslada una distancia p según la dirección axial o longitudinal del tornillo. La distancia longitudinal p recorrida por la tuerca en una sola revolución se llama paso o avance del tornillo, siendo el ángulo de paso α el lado por la expresión:

$$\alpha = \tan^{-1} \cdot \frac{p}{\pi \cdot d_m}$$

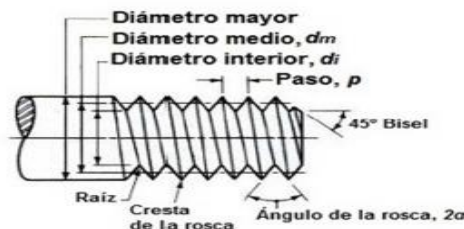


Ilustración 17: Partes de un Tornillo de Potencia [24]

2.1.4.2. Tipos de roscas

En tornillos de potencia, las roscas más empleadas en el filete del tornillo son la rosca cuadrada, la rosca ACME y la rosca Unificada. A continuación, vamos a ver de manera esquemática, los tipos de roscas más empleadas:

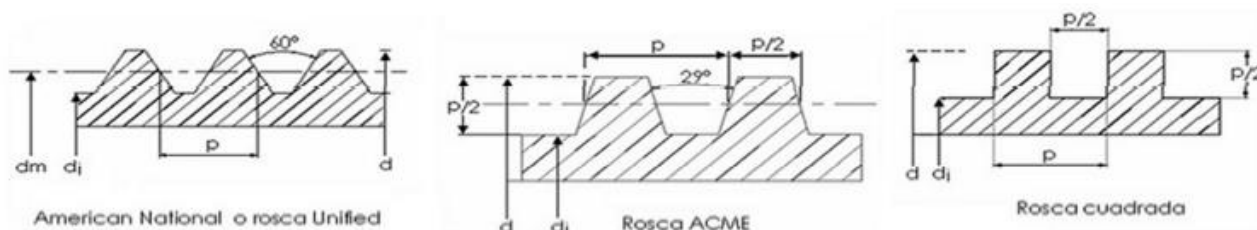


Ilustración 18: Tipos de Rosca de Tornillos de Potencia [25]

Aunque la rosca cuadrada es la que posee mayor rendimiento y eficiencia, se prefiere principalmente la roca ACME con ángulo de 29° grados por el buen ajuste que consigue este tipo de roscas. Además, otro factor que influye es que la rosca cuadrada no está normalizada, mientras que tanto la rosca ACME y la Unificada sí lo están, lo que permite su fácil construcción mediante todos los procedimientos de fabricación.

Dentro de estos tipos de roscar, podemos encontrar algunas características adicionales como son el número de entradas que poseen los tornillos de potencia. Existen diferentes tipos, los más comunes son los de rosca simple entrada, pero también tenemos los de doble entrada y roscas de triple entrada.

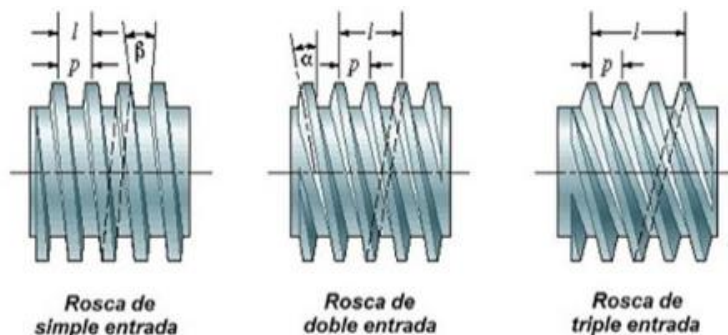


Ilustración 19: Diferentes Entradas de Rosca ACME [26]

A continuación, se incluye una tabla que contiene los distintos tipos de roscas, y donde se incluyen también sus medidas normalizadas para el diámetro exterior (D_{ext}) y el paso o avance de la rosca.

2.1.4.3. Ecuaciones de esfuerzos

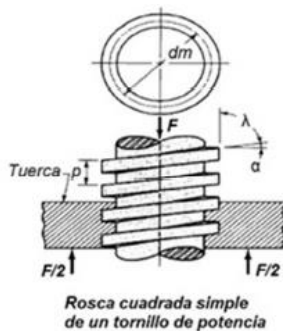
Una de las aplicaciones más habituales de los tornillos de potencia es la fabricación de mecanismos para la elevación de cargas.

METRICA PASO FINO	METRICA PASO FINO	METRICA PASO NORMAL	UNIFICADA PASO NORMAL	UNIFICADA PASO FINO	WHITWORTH PASO NORMAL	WHITWORTH PASO FINO
Medida Nominal	Medida Nominal	Medida Nominal	Medida Nominal	Medida Nominal	Medida Nominal	Medida Nominal
Dext x paso	Dext x paso	Dext x paso	- Nº	Dext - Nº	Dext - Nº	Dext - Nº
M 2,5 x 0,35	M 25 x 1,5	M 1,6 x 0,35	4 (.112") - 40 UNC	Nº 0 (.060") - 80 UNF	W 1/16" - 60	BFS 3/16" - 32
M 3 x 0,35	M 25 x 2	M 1,7 x 0,35	5 (.125") - 40 UNC	Nº 1 (.073") - 72 UNF	W 3/32" - 48	BFS 7/32" - 28
M 3,5 x 0,35	M 26 x 1,5	M 2 x 0,4	6 (.138") - 32 UNC	Nº 2 (.086") - 64 UNF	W 1/8" - 40	BFS 1/4" - 26
M 4 x 0,5	M 27 x 1	M 2,2 x 0,45	8 (.164") - 32 UNC	Nº 3 (.099") - 56 UNF	W 5/32" - 32	BFS 9/32" - 26
M 5 x 0,5	M 27 x 1,5	M 2,3 x 0,4	10 (.190") - 24 UNC	Nº 4 (.112") - 48 UNF	W 3/16" - 24	BFS 5/16" - 22
M 6 x 0,75	M 27 x 2	M 2,5 x 0,45	12 (.216") - 24 UNC	Nº 5 (.125") - 44 UNF	W 7/32" - 24	BFS 3/8" - 20
M 7 x 0,75	M 28 x 1	M 2,6 x 0,45	1/4" - 20 UNC	Nº 6 (.138") - 40 UNF	W 1/4" - 20	BFS 7/16" - 18
M 8 x 0,75	M 28 x 1,5	M 3 x 0,5	5/16" - 18 UNC	Nº 8 (.164") - 36 UNF	W 5/16" - 18	BFS 1/2" - 16
M 8 x 1	M 28 x 2	M 3 x 0,6	3/8" - 16 UNC	Nº 10 (.190") - 32 UNF	W 3/8" - 16	BFS 9/16" - 16
M 9 x 0,75	M 30 x 1	M 3,5 x 0,6	7/16" - 14 UNC	Nº 12 (.216") - 28 UNF	W 7/16" - 14	BFS 5/8" - 14
M 9 x 1	M 30 x 1,5	M 4 x 0,7	1/2" - 13 UNC	1/4" - 28 UNF	W 1/2" - 12	BFS 11/16" - 14
M 10 x 0,75	M 30 x 2	M 4 x 0,75	9/16" - 12 UNC	5/16" - 24 UNF	W 9/16" - 12	BFS 3/4" - 12
M 10 x 1	M 32 x 1,5	M 4,5 x 0,75	5/8" - 11 UNC	3/8" - 24 UNF	W 5/8" - 11	BFS 13/16" - 12
M 10 x 1,25	M 32 x 2	M 5 x 0,75	3/4" - 10 UNC	7/16" - 20 UNF	W 3/4" - 10	BFS 7/8" - 11
M 11 x -	M 33 x 1,5	M 5 x 0,8	7/8" - 9 UNC	1/2" - 20 UNF	W 7/8" - 9	BFS 1" - 10
M 11 x 0,75	M 33 x 2	M 5 x 0,9	1" - 8 UNC	9/16" - 18 UNF	W 1" - 8	BFS 1 1/8" - 9
M 12 x 1	M 34 x 1,5	M 5 x 1	1 1/8" - 7 UNC	5/8" - 18 UNF	W 1 1/8" - 7	BFS 1 1/4" - 9
M 12 x 1	M 35 x 1,5	M 5,5 x 0,9	1 1/4" - 7 UNC	3/4" - 16 UNF	W 1 1/4" - 7	BFS 1 3/8" - 8
M 12 x 1,25	M 35 x 2	M 6 x 1	1 3/8" - 6 UNC	7/8" - 14 UNF	W 1 3/8" - 6	BFS 1 1/2" - 8
M 13 x 1,5	M 36 x 2	M 7 x 1	1 1/2" - 6 UNC	1" - 12 UNF	W 1 1/2" - 6	BFS 1 5/8" - 8
M 14 x 1	M 36 x 3	M 8 x 1,25	1 3/4" - 5 UNC	1 1/8" - 12 UNF	W 1 5/8" - 5	BFS 1 3/4" - 7
M 14 x 1	M 38 x 1,5	M 9 x 1,25	2" - 4, 1/2 UNC	1 1/4" 4 12 UNF	W 1 3/4" - 5	BFS 2" - 7
M 14 x 1,25	M 38 x 2	M 10 x 1,5	2" - 4, 1/2 UNC	1 3/4" 4 12 UNF	W 1 7/8" - 4	BFS 2 1/4" - 6
M 15 x 1	M 39 x 1,5	M 11 x 1,5	2 1/2" - 4 UNC	1 1/2" - 12 UNF	W 2" - 4	BFS 2 1/2" - 6
M 15 x 1,5	M 39 x 2	M 12 x 1,75	2 3/4" - 4 UNC		W 2 1/4" - 4	BFS 2 3/4" - 6
M 16 x 1	M 39 x 3	M 14 x 2	3" - 4 UNC		W 2 1/2" - 4	BFS 3" - 5
M 16 x 1,5	M 40 x 1,5	M 16 x 2			W 2 3/4" - 3	
M 17 x 1,5	M 40 x 2	M 18 x 2,5			W 3" - 3	
M 17 x 1	M 40 x 3	M 20 x 2,5				
M 18 x 1,5	M 42 x 2	M 22 x 2,5				
M 18 x 1	M 42 x 3	M 24 x 3				
M 20 x 1,5	M 45 x 1,5	M 27 x 3				
M 20 x 1	M 45 x 2	M 30 x 3,5				
M 22 x 1,5	M 45 x 3	M 33 x 3,5				
M 22 x 1	M 48 x 2	M 36 x 4				
M 24 x 1,5	M 48 x 3	M 39 x 4				
M 24 x 1	M 50 x 2	M 42 x 4,5				
M 24 x 1,5	M 50 x 3	M 45 x 4,5				
M 25 x 1	M 52 x 2	M 48 x 5				
M 25 x 1,5	M 52 x 3	M 52 x 5				

Tabla 3: Tipos de Roscas Medidas Nominales [27]

En este apartado se van a mostrar las distintas expresiones matemáticas que se utilizan para calcular el par torsional necesario para hacer girar al tornillo en la elevación o descenso de una carga F.

Adjuntamos algunos de los parámetros que servirán para definir las características de un tornillo de potencia:



- α : ángulo de hélice
- λ : ángulo de avance
- p : paso o avance del tornillo
- d_m : diámetro medio del tornillo (también denominado diámetro primitivo)
- F : suma de todas las fuerzas axiales que actúan sobre el tornillo (representa la carga a elevar o descender)
- P : fuerza necesaria a aplicar al tornillo para vencer la fuerza de rozamiento y hacer ascender/descender la carga por el plano inclinado de la rosca del tornillo.

Ilustración 20: Representación de Tornillo de Potencia [28]

INDICES

En la siguiente ilustración se presenta el caso de un tornillo de potencia con rosca cuadrada, y que se emplea como mecanismo de elevación de cargas. En este ejemplo es necesario aplicar un par torsional T al tornillo que lo haga girar y así poder elevar la carga, para lograrlo se debe vencer el rozamiento producido entre la rosca del tornillo y la tuerca.

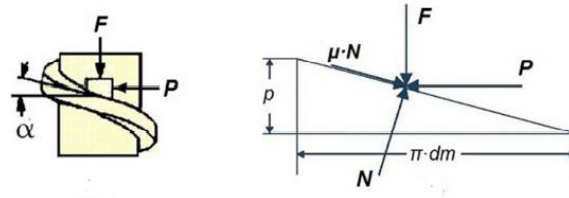


Ilustración 21: Fuerzas en el Tornillo de Potencia [29]

El par o momento torsional T será igual al producto del esfuerzo P por el radio primitivo ($r_m = d_m/2$) del tornillo.

$$T = P \cdot r_m$$

Donde las fuerzas que interactúan en este sistema son las siguientes:

F : Representa la carga a elevar, y es la suma de todas las fuerzas axiales que actúan sobre el tornillo.

P : Fuerza necesaria que es preciso realizar para vencer la fuerza de rozamiento y hacer ascender la carga por el plano inclinado de la rosca del tornillo.

N : Fuerza normal al plano de la hélice del tornillo.

$N \cdot \mu$: Representa a la fuerza de rozamiento que es necesario vencer para hacer girar eje de potencia.

Se ha representado en la primera imagen las fuerzas F y P que actúan sobre el vástago del tornillo, mientras que en la segunda imagen queda representado en un triángulo, el desarrollo de la hélice o filete de la rosca en una vuelta completa del tornillo. La base del triángulo tiene una longitud de $\pi \cdot d_m$ y una altura de p (paso del tornillo).

Bajo la acción de las fuerzas definida se establecen las ecuaciones de equilibrio, según las dos direcciones del plano horizontal y vertical, resultando ser las siguientes:

- En dirección horizontal: $P - N \cdot \text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \text{cos}(\alpha) = 0$
- EN dirección vertical: $F + \mu \cdot N \cdot \text{sen}(\alpha) - N \cdot \text{cos}(\alpha) = 0$

De donde se obtiene que el esfuerzo normal N , que actúa en dirección normal al plano de la hélice del tornillo resulte ser:

$$\mathbf{N} = \frac{F}{\cos(\alpha) - \mu \cdot \sen(\alpha)}$$

El esfuerzo P , que representa la fuerza necesaria que habrá que aplicar al tornillo para hacerlo girar y producir la elevación de la carga en dirección axial, se determinará a partir de la siguiente expresión:

$$\mathbf{P} = \frac{F \cdot (\sen(\alpha) + \mu \cdot \cos(\alpha))}{\cos(\alpha) - \mu \cdot \sen(\alpha)}$$

Por otro lado, la relación entre el ángulo de hélice α y el diámetro medio d_m del tornillo viene dado por la expresión:

$$\mathbf{Tg}(\alpha) = \frac{P}{\pi \cdot d_m}$$

Sustituyendo el valor de P resulta un par torsor T de:

$$\mathbf{T} = \frac{F \cdot d_m}{2} \cdot \frac{p + \pi \cdot \mu \cdot d_m}{\pi \cdot d_m - \mu \cdot p}$$

La expresión anterior proporciona el par o momento torsor necesario para subir una carga de valor F , usando un tornillo de potencia de rosca cuadrada.

De forma análoga al procedimiento realizado, se puede calcular la expresión que proporciona el valor del momento o par torso necesario para bajar una carga F con un tornillo de potencia. Simplemente debemos realizar los despejes en la ecuación de la incógnita que deseemos calcular.

2.1.4.4. Tornillos de potencia con collarín

Generalmente, cuando un tornillo de potencia se usa para elevar o descender cargas, es habitual emplear una pieza intermedia, llamada collarín, para distribuir mejor la fuerza de empuje sobre la base de apoyo.

En la figura adjunta abajo, se representa un esquema de un mecanismo de tornillo de potencia que incluye un collarín situado sobre la base de apoyo de la carga F a elevar.

En este caso, el movimiento giratorio del tornillo va a generar un rozamiento adicional entre el collarín y la base de apoyo.

INDICES

Por tanto, es necesario aplicar un par adicional T_c para vencer a este rozamiento el cual se sumará al par anterior calculado para en el que no tuvimos en cuenta este factor de rozamiento.

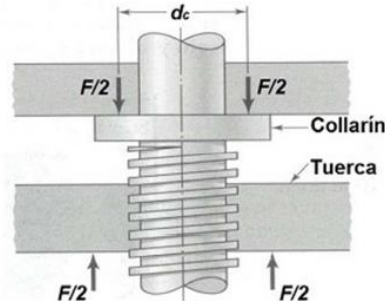


Ilustración 22: Esfuerzos en un Tornillo de Potencia con Collarín [30]

De este modo, la expresión que proporciona el par adicional necesario para vencer la fuerza de rozamiento en el collarín T_c es la siguiente:

$$T_c = F \cdot \frac{\mu_c \cdot d_c}{2}$$

Donde μ_c es el coeficiente de rozamiento en el collarín, y d_c es el diámetro medio del collarín.

Sumando este par T_c a la expresión anterior se obtendrá el par total necesario para subir una carga de valor F :

$$T_{\text{Collarín}} = \frac{F \cdot d_m}{2} \cdot \frac{(p + \pi \cdot \mu \cdot d_m)}{(\pi \cdot d_m - \mu \cdot p)} + \frac{\mu_c \cdot d_c}{2} \cdot F$$

Por otro lado, para el caso de descender una carga, igualmente habrá que sumar el par adicional T_c para vencer el rozamiento en el collarín al par anterior calculado para el caso sin collarín. De esta forma se obtendría la expresión del par total necesario para hacer bajar una carga F :

$$T_{\text{Collarín}} = \frac{F \cdot d_m}{2} \cdot \frac{(\pi \cdot \mu \cdot d_m - p)}{(\pi \cdot d_m + \mu \cdot p)} + \frac{\mu_c \cdot d_c}{2} \cdot F$$

2.4.4.5. Tornillos de potencia ACME o Unificada

Como ya se ha dicho, las anteriores expresiones son válidas para tornillos con roca cuadrada, donde las cargas normales son paralelas al eje longitudinal del tornillo.

Para tornillos de potencia con rosca ACME o Unificada, la carga normal N ya no es paralela al eje longitudinal del tornillo, si no que se sitúa inclinada respecto al eje longitudinal del tornillo con un valor φ , igual a la mitad del ángulo de la rosca.

El efecto del ángulo φ es incrementar la fricción entre la rosca, debido a la acción de acañamiento de los hilos o filetes.

Por tanto, para obtener las nuevas expresiones del par torsor, en los términos de las ecuaciones anteriores donde interviene la fricción, de deberá dividir por $\cos(\varphi)$, con objeto de tener considerado dicha componente.

Así finalmente la expresión que proporciona el par o momento torsor necesario para elevar o descender una carga de valor F, empleando tornillos con rosca ACME o Unificada, con o sin collarín serán las siguientes:

- Par para descenso de carga, carga ACME o Unificada, sin collarín:

$$T_{descenso\ carga} = \frac{F \cdot d_m}{2} \cdot \frac{\pi \cdot \mu \cdot d_m \cdot \sec\vartheta - p}{\pi \cdot d_m + \mu \cdot p \cdot \sec\vartheta}$$

- Par para descenso de la carga, rosca ACME o Unificada, con collarín:

$$T_{descenso\ carga\ con\ collarín} = \frac{F \cdot d_m}{2} \cdot \frac{(\pi \cdot \mu \cdot d_m \cdot \sec\vartheta - p)}{(\pi \cdot d_m + \mu \cdot p \cdot \sec\vartheta)} + \frac{\mu_c \cdot d_c}{2} \cdot F$$

Donde:

F: Es el valor de la carga a elevar por el sistema.

P: Es el paso o avance del tornillo

dm: Es el diámetro medio del tornillo

dc: Es el diámetro medio del collarín

μ : Es el coeficiente de rozamiento entre la rosca del tornillo y la tureca

μ_c : Es el coeficiente de rozamiento en el collarín.

2.4.4.6. Eficiencia o rendimiento

El concepto de rendimiento o eficiencia es un término que resulta útil para evaluar el adecuado funcionamiento de un tornillo de potencia.

INDICES

El caso ideal de un mecanismo de tornillo de potencia sería aquel donde no existieran pérdidas por rozamiento entre las roscas del tornillo con la de la tuerza. En esta situación, si suponemos un coeficiente de rozamiento igual a 0, ($\mu=0$), a partir de la siguiente expresión el par necesario para accionar el mecanismo del tornillo para elevar una carga F sin rozamiento sería el siguiente:

$$T_0 = \frac{F \cdot p}{2 \cdot \pi}$$

Expresión que se ha obtenido de la ecuación del par T que ya hemos visto anteriormente, donde el coeficiente de rozamiento se ha supuesto igual a 0.

Pues bien, con el término eficiencia o rendimiento de un tornillo η lo que se pretende es comparar el par T necesario para elevar una carga F, con el par ideal T_0 en el que no existe rozamiento entre las roscas del tornillo. Matemáticamente la eficiencia se expresará mediante la siguiente expresión:

$$\eta = \frac{T_0}{T}$$

De la misma forma tenemos:

$$\eta = \frac{F \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot T}$$

Qué sustituyendo para un tornillo de rosca cuadrada, se puede obtener su rendimiento también a partir de la siguiente expresión:

$$\eta = \frac{p - \mu \cdot \operatorname{tg} \alpha}{p + \mu \cdot \operatorname{cotg} \alpha}$$

Y para el caso de roscas ACME o Unificada, el rendimiento del tornillo vendría dado por esta otra expresión:

$$\eta = \frac{\cos \vartheta - \mu \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\cos \vartheta + \mu \cdot \operatorname{cotg} \alpha}$$

CAPÍTULO 3.- DISEÑO MECÁNICOS

En este capítulo, se exponen los teoremas y cálculos estructurales que atañen al proyecto. Se realiza una explicación y análisis las fuerzas que interviene en la estructura del proyecto. Se calculan las fuerzas necesarias de las que debe disponer los actuadores de la plataforma para poder realizar los movimientos requeridos.

3.1.-CACULOS ESTRUCTURALES

3.1.1.-TORNILLO DE POTENCIA

En este primer apartado vamos a realizar los cálculos necesarios, para determinar la carga máxima que podemos elevar con el sistema de tornillo de potencia con tuerca roscada, que utilizamos en este proyecto. Partiremos del par torsor que ofrece el fabricante de los motores de corriente continua, el cual es $2\text{Kg}\cdot\text{cm}$, y en un primer calculo nos regimos por los cálculos y formulas clásicos de los tornillos de potencia, el cual nos ofrece diferentes ecuaciones y factores para los distintos tipos de roscas. En nuestro caso utilizamos una rosca ACME unificada.

*Características del tornillo de potencia:

-Medida nominal y paso: M4 x 0,70

-Angulo de Rosca A: 30°

-Coeficiente de rozamiento U: 0,05

-Diámetro exterior: 4 mm

-Número de entradas n: 1

Procedemos a calcular el diámetro medio de la rosca:

$dm = de - p$
$dm = 4 - 0,5 = 0,033m$

El avance:

$L = n \cdot p$	
$L = 1 \cdot 0,5 = 0,0005 \text{ m}$	

Conociendo el valor de $\sec(30)$, que es 1,15470054 y los valores de las características del tornillo de potencia, podemos introducirlos en las siguientes ecuaciones para obtener la carga capaz de levantar por cada tornillo de potencia, y solo tendremos que multiplicar por el número de tornillos de potencia de los que dispone el conjunto para conocer la capacidad de carga total.

$$T = \frac{F \cdot dm \cdot (1 + \pi \cdot u \cdot dm \cdot \sec A)}{2 \cdot (\pi \cdot dm - u \cdot L \cdot \sec A)}$$



$$F = \frac{T \cdot 2 \cdot (\pi \cdot dm - u \cdot L \cdot \sec A)}{dm \cdot (1 + \pi \cdot u \cdot dm \cdot \sec A)}$$



$$F = \frac{0,2 \cdot 2 \cdot (\pi \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} - 0,05 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot \sec(30))}{2,5 \cdot 10^{-3} \cdot (1 + \pi \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} \cdot \sec(30))}$$

Y el resultado es de 1,2488Nm lo que equivale a 0,125Kg, que multiplicado por 6 que es el número de tornillos de potencia, nos da una capacidad de carga total de 0,75Kg.

Una vez que obtuvimos los resultados anteriores, siendo verificado por el profesor tanto los resultados como los cálculos realizados, y viendo que están correctos y acore con la teoría, decidimos realizarlos nuevamente con unas ligeras variaciones en las fórmulas para precisar con mayor exactitud en los resultados. (recomendado por el profesor Octavio).

En lugar de utilizar la ecuación anterior, realizamos los nuevos cálculos con una similar. En la cual deberíamos de aproximar los valores de las variables ϕ y β para que los resultados fuesen lo más realistas posibles.

Por lo que finalmente tras varias pruebas, decidimos dar una magnitud de 6 para ϕ y de 1 para β .

Con estas nuevas variables y los datos que ya conocíamos sobre el tornillo de potencia y el torque proporcionado por el motor DC, procedeos a introducir todos los datos en la siguiente ecuación para obtener el resultado final.

$$M = Q \cdot \frac{dm}{2} \cdot \text{tg} \cdot (\phi + \beta)$$

Donde, M es el momento torsor que nos proporciona el motor DC y Q es la carga que debemos calcular.

Obtenemos un valor de carga de 11,48Kg, muy por encima de la medida anterior. Este valor lo multiplicamos por el número de tornillos de potencia, como hicimos previamente (6), y obtenemos un valor de 68,8Kg, que, aplicándole un coeficiente de seguridad de 0,6, tenemos un valor de carga con el cual trabajaremos en los siguientes cálculos necesarios de 41,3Kg. Un valor de carga que nos sirve simplemente como orientación, ya que en este proyecto solo se va a proceder a orientar la plataforma superior móvil de unos (80gr), y no a cargarla.

3.1.2.-FLECHA MÁXIMA

En este apartado procedemos a calcular la flecha máxima de uno de los brazos del prototipo. El brazo o sistemas de transmisión que vamos a calcular en este apartado se trata ni más ni menos que de un tubo de aluminio. Conociendo el módulo de Young del aluminio 6061, que es 69GPa o lo que es lo mismo, 703604 Kg*cm² y conociendo los diámetros interior y exterior del tubo de aluminio podemos proceder a realizar los calculas. Para mantenernos siempre en el lado de la seguridad, en estos cálculos vamos a utilizar como valor de carga 11,48Kg, que el valor de carga máximo que podría elevar un tornillo de potencia.

$$Y_{\text{máx}} = \frac{F \cdot L^3}{3 E \cdot I_{xx}}$$

I _{xx} (cm ⁴)	F(kgf)	L (cm)	E (kgf/cm ²)	d (cm)	D (cm)
0,133124989	11,48	10	703604	1,4	1,6

Donde, I_{xx} es el momento de inercia para un circulo, L es la longitud de la barra de aluminio, y d y D son los diámetros exterior e interior de está.

INDICES

Para estos valores, obtenemos una flecha máxima de 0,04083 cm o lo que es lo mismo 0,04mm.

3.1.3.-FLEXIÓN

A continuación, procedemos a realizar los calculo necesarios para conocer la flexión de uno de los brazos de la estructura del prototipo en su posición más desfavorables, para así estar siempre del lado de la seguridad, ya que, en esta posición, vamos a suponer que la carga es soportada únicamente por uno de los brazos, en su posición más extendida, o lo que es lo mismo cuando menos ángulo tiene con respecto de la plataforma fija. Y esto en la realidad no es así ya que también se ayudaría del resto de brazos que conforman la plataforma.

$$\sigma_t = \frac{M_f}{W_{xx}} \quad W_{xx} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \quad M_f = F \cdot L$$

Donde, Wxx es el momento resistor, y Mf es momento flector.

F	L (cm)	d (cm)	D(cm)	Mf	Wxx
11,48	10	1,8	2	114,751542	0,212842902

Para estos valores obtenemos una tensión de flexión mecánica de 539,14 Kg/cm².

3.2.-JUSTIFICACIÓN POTENCIA DE LOS MOTORES Y SELECCIÓN

Con las suposiciones iniciales que se hicieron sobre los pesos que se manejarían en la plataforma, (1 – 2 kg), se puede ver que los cálculos realizados arrojan unos valores muy satisfactorios. Ya que los 114,8 Nm de capacidad de elevación por motor que obtenemos de los cálculos realizados, que equivalen a 11,4 Kg son más que suficientes para la finalidad a la que está dirigida la plataforma del proyecto. Cabe aclarar que los cálculos se realizaron con unos valores de torque similares a los de los motores que se han optado por elegir, ya que la idea inicial, partió teniendo los estos motores como referencia.

Llegados a este punto se puede realzar la elección de los motores que se utilizan en la plataforma. Finalmente se procede por la elección de unos motores de corriente

continua con vástago roscado incluido y reductora. Las características del motor elegido se muestran a continuación.

CARACTERÍSTICAS MOTORES DC:

- Voltaje (DCV): 12V
- No-LoadSpeed (RPM): 100
- LoadSpeed (RPM): 80
- Rated Torque (Kg·cm): 2
- Rated Current (mA): 150
- Locked-Rotor Torque (Kg·cm): 16
- Locked-Rotor Current (mA): 300
- Reduction Ratio (1:00): 298ç

El precio, proveedor y de más detalles se encuentran reflejados en el anexo correspondiente.

3.3.-CÁLCULOS CINEMÁTICOS

En esta sección se tienen en cuenta todos aquellos aspectos que fueron fundamentales para llevar a cabo el desarrollo y la ejecución del proyecto. La plataforma de Stewart es un mecanismo creado a partir de un desarrollo matemático en el cual intervienen la geometría y el álgebra lineal con el propósito de definir la cinemática del sistema y de esta forma estudiar el movimiento general.

Las secciones que se exponen a continuación presentan paso a paso todas las teorías de diseño y su respectiva aplicación para la construcción de nuestro prototipo.

3.3.1.-MODELO MATEMÁTICO

El modelo matemático de la plataforma Stewart es uno de los aspectos más importantes en la etapa de diseño y como tal en el desarrollo de todo el proyecto, puesto que de aquí se dimensionará la geometría de todo el conjunto y la cinemática inversa.

Cabe aclarar que el modelo matemático que se utiliza es un modelo generalizado planteado por los doctores John M. Fitzgerald, Kai Liu y Frank L. Lewis, miembros del instituto de ingenieros eléctricos y electrónicos (IEEE).

Este modelo presenta la posibilidad de construir plataformas de Stewart con diferentes tamaños dependiendo de la aplicación deseada mediante la variación de algunos parámetros geométricos que se verán a lo largo de esta sección.

El análisis matemático está basado en la configuración que se presenta en la ilustración de más abajo. La plataforma base, es básicamente un hexágono semirregular y la plataforma superior es un triángulo equilátero. Los actuadores están denominados como piernas, "legs" y van conectados desde la plataforma base hasta la plataforma móvil mediante juntas universales. La plataforma base cuenta con ejes en tres dimensiones X, Y, Z, en el centro de gravedad, tomando el eje Z como perpendicular a dicha plataforma.

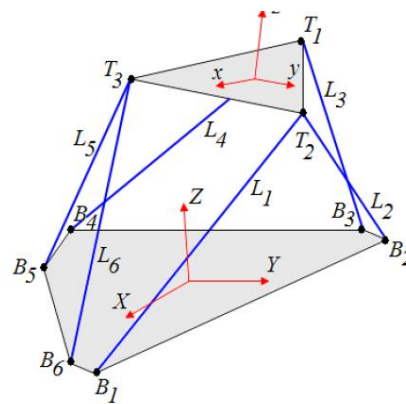


Ilustración 23: Configuración de la Plataforma Stewart [31]

La plataforma superior también tiene sus ejes de coordenadas x, y, z . En el centro de gravedad de esta, tomando el eje z como perpendicular al centro de gravedad.

Cada uno de estos sistemas de coordenadas es denotado como el frame base, o marco de referencia de la plataforma inferior y el frame superior o marco de referencia de la plataforma superior móvil. Las dimensiones físicas y las coordenadas de sus vértices en términos del frame base y el frame superior se ilustran en la siguiente ilustración.

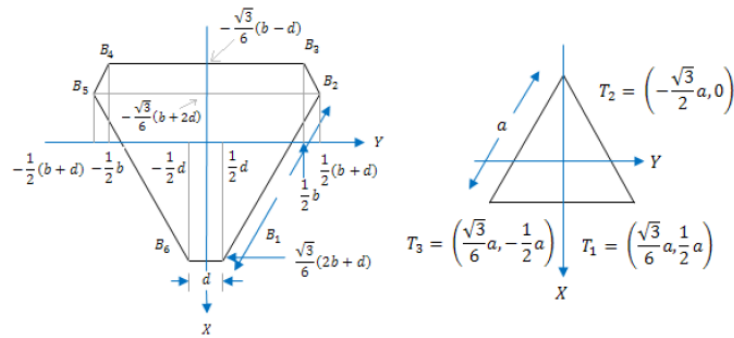


Ilustración 24: Coordenadas de la base de la Plataforma Stewart [32]

A continuación, se expone dicho modelo dando a conocer el procedimiento que se llevó a cabo para el cálculo de la cinemática inversa.

3.3.2.-CINEMÁTICA INVERSA

Se denotan las medidas de los "legs" mediante los términos L_1, L_2, \dots, L_6 . La referencia del frame móvil con respecto al frame base se realiza mediante la relación: $[p_x \ p_y \ p_z]^T$, luego se tienen los ángulos de rotación, definidos como: (α, β, γ) que representan los ángulos de rotación del frame móvil. Estos ángulos rotan sobre el eje X , α grados, sobre el eje Y β grados, y sobre el eje Z , γ grados, estos ángulos de rotación se muestran en la siguiente ilustración:

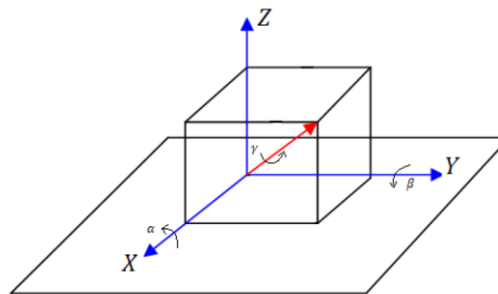


Ilustración 25: Ejes de rotación de la plataforma [33]

Se aclara que los ángulos a los cuales se hace referencia no son ángulos de Euler estándar, que usualmente han sido manejados en otras investigaciones. El requerimiento básico para la definición de la orientación es que exista una transformación uno-uno entre la configuración del sistema y la definición.

En este caso se necesitan tres parámetros independientes para definir claramente los ángulos de rotación, sin embargo, la orientación del frame móvil con respecto al

INDICES

frame base, es definida mediante la rotación de la plataforma móvil alrededor de los tres ejes de rotación, si dos de los ejes de rotación coinciden entre sí en cualquier momento, sucede que dos ángulos de rotación se vuelven independientes el uno del otro. Solo dos variables independientes de rotación están disponibles. La transformación uno a uno es violada.

Los ángulos de Euler estándar están definidos rotando primeramente el frame móvil sobre el eje fijo Z, luego sobre los ejes móviles y y z. En este caso la plataforma superior es paralela a la plataforma base, los ejes Z y z son coincidentes entre sí.

Los ángulos de rotación definidos anteriormente tienen un gran significado físico, los ángulos α y β son usados para definir el vector de enfoque "approach vector" de la plataforma superior. El ángulo γ es usado para definir el ángulo de rotación roll sobre el "approach vector". Dando una configuración, los valores correspondientes de (α, β, γ) , son fácilmente calculados, aunque hay varias discusiones acerca de la posibilidad de que el ángulo α tome un valor de 90° , de darse este caso el eje z, coincidiría con el eje fijo **Y**, en la práctica no se da este caso, debido a las contradicciones de la plataforma de Stewart.

De esta forma la orientación y posicionamiento de la plataforma móvil es dada mediante la relación: $Z_{p-0} = [px \ py \ pz \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T$. La estructura de los mecanismos paralelos completo, y la cinemática cerrada de la plataforma de Stewart es muy complicada para generar la cinemática directa de la plataforma de Stewart. La cinemática inversa se aplica para que, a partir del conocimiento de la posición y orientación de la plataforma móvil, se obtengan los respectivos valores de desplazamiento de los actuadores. Se sabe que cada uno de los extremos de los "legs", está conectado a uno de los seis vértices de la base, las coordenadas de estos puntos con respecto al frame base son conocidos y fijos.

A continuación, se mostrarán las coordenadas punto a punto del frame base, desde una vista superior.

$$\begin{aligned}
X_{B1} &= \frac{\sqrt{3}}{6}(2b+d) & X_{B2} &= -\frac{\sqrt{3}}{6}(b-d) & X_{B3} &= -\frac{\sqrt{3}}{6}(b+2d) \\
Y_{B1} &= \frac{1}{2}d & Y_{B2} &= \frac{1}{2}(b+d) & Y_{B3} &= \frac{1}{2}b \\
Z_{B1} &= 0 & Z_{B2} &= 0 & Z_{B3} &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_{B4} &= -\frac{\sqrt{3}}{6}(b+2d) & X_{B5} &= -\frac{\sqrt{3}}{6}(b-d) & X_{B6} &= \frac{\sqrt{3}}{6}(2b+d) \\
Y_{B4} &= -\frac{1}{2}b & Y_{B5} &= -\frac{1}{2}(b+d) & Y_{B6} &= -\frac{1}{2}d \\
Z_{B4} &= 0 & Z_{B5} &= 0 & Z_{B6} &= 0
\end{aligned}$$

Donde b y d son las longitudes de los lados del hexágono semirregular. Los extremos superiores de los "legs" están conectados a los tres vértices de la parte superior cuyas coordenadas son fijas en términos del frame superior. Las coordenadas del frame móvil, se mostrarán a continuación para dar a conocer cuál debe ser la ubicación de cada uno de los vértices del triángulo equilátero.

$$\begin{aligned}
x_{T1} &= \frac{\sqrt{3}}{6}a & x_{T2} &= -\frac{\sqrt{3}}{3}a & x_{T3} &= \frac{\sqrt{3}}{6}a \\
y_{T1} &= \frac{1}{2}a & y_{T2} &= 0 & y_{T3} &= -\frac{1}{2}a \\
z_{T1} &= 0 & z_{T2} &= 0 & z_{T3} &= 0
\end{aligned}$$

Donde a es la medida de uno de los lados del triángulo equilátero, estas coordenadas varían con respecto al frame base. La matriz de transformación homogénea que nos lleva del frame móvil al frame base se define teniendo en cuenta los fundamentos teóricos como:

$$T_{BASE}^{TOP} = \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma & -\cos\beta\sin\gamma + \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta & p_x \\ \cos\alpha\sin\gamma & \cos\alpha\cos\gamma & -\sin\alpha & p_y \\ -\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\cos\beta\sin\gamma & \sin\beta\sin\gamma + \sin\alpha\cos\beta\cos\gamma & \cos\alpha\cos\beta & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Obviamente esta matriz de transformación es función de la orientación y posición del frame móvil, si es dada la posición y la orientación de la plataforma, esta matriz puede ser calculada instantáneamente y consecutivamente las coordenadas de los vértices de la plataforma superior en términos del frame base pueden ser calculados de la siguiente manera:

$$\begin{matrix} X_{Ti} \\ Y_{Ti} \\ Z_{Ti} \\ 1 \end{matrix} = T_{Base}^{Top}(p_x, p_y, p_z, \alpha, \beta, \gamma) \begin{bmatrix} x_{Ti} \\ y_{Ti} \\ z_{Ti} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$i = 1, 2, 3$$

Dada la orientación y la posición de la plataforma móvil, se pueden obtener las medidas de los "legs", conociendo las coordenadas de los vértices de ambas plataformas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} L_1 &= \sqrt{\left(X_{T1} - \frac{d}{2\sqrt{3}} - \frac{b}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(Y_{T1} - \frac{d}{2}\right)^2 + Z_{T1}^2} & L_2 &= \sqrt{\left(X_{T1} - \frac{d}{2\sqrt{3}} + \frac{b}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(Y_{T1} - \frac{d}{2} - \frac{b}{2}\right)^2 + Z_{T1}^2} \\ L_3 &= \sqrt{\left(X_{T2} + \frac{d}{\sqrt{3}} + \frac{b}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(Y_{T2} - \frac{b}{2}\right)^2 + Z_{T2}^2} & L_4 &= \sqrt{\left(X_{T2} + \frac{d}{\sqrt{3}} + \frac{b}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(Y_{T2} + \frac{b}{2}\right)^2 + Z_{T2}^2} \\ L_5 &= \sqrt{\left(X_{T3} - \frac{d}{2\sqrt{3}} + \frac{b}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(Y_{T3} + \frac{b}{2} + \frac{d}{2}\right)^2 + Z_{T3}^2} & L_6 &= \sqrt{\left(X_{T3} - \frac{d}{2\sqrt{3}} - \frac{b}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(Y_{T3} + \frac{d}{2}\right)^2 + Z_{T3}^2} \end{aligned}$$

Con estas seis ecuaciones se obtiene la solución de la cinemática inversa de la plataforma de Stewart. Cabe remarcar que los cálculos expuestos anteriormente en la sección de cinemática inversa se han expuesto según (Gomez Portilla & Guacaneme Gonzalez, 2011).

CAPÍTULO 4.- DISEÑO ELECTRÓNICOS

En este capítulo, se exponen los elementos, cálculos y teoremas relacionados con la electrónica del proyecto. Se definen y explican elementos de control como son los optoacopladores ópticos, y se realizan los cálculos necesarios para la creación de la placa electrónica de mando y control.

4.1.-ELEMENTOS DE CONTROL

4.1.1.-OPTOACOPLADORES

Se puede definir como optoacoplador o también llamado optoaislador o aislador acoplado ópticamente, a un dispositivo que funciona como un interruptor de emisión y recepción, activado mediante un haz de luz emitida por un diodo LED que satura un componente optoelectrónico, normalmente en forma de fototransistor o fototriac. Mediante esta configuración se combinan un foto-emisor y un fotorreceptor en un mismo dispositivo semiconductor cuya conexión es óptica. Estos elementos se encuentran en el interior de un encapsulado de tipo DIP por lo general. Son utilizados para aislar eléctricamente a dispositivos muy sensibles.

Para explicar su funcionamiento en más detalle, nos apoyaremos del siguiente circuito que corresponde un optoacoplador 4N35.

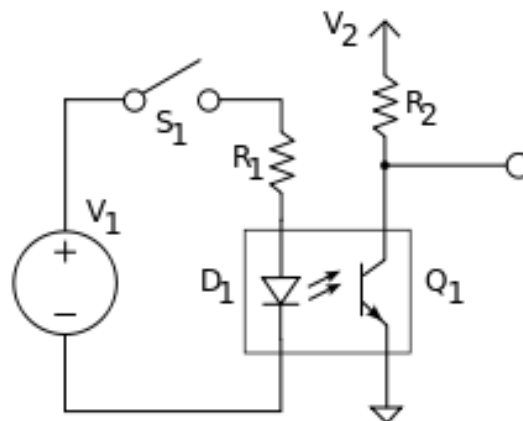


Ilustración 26: Circuito de Funcionamiento del Optoacoplador [34]

En este caso la tensión de la fuente de la izquierda V_1 y la resistencia en serie establecen una corriente en el LED emisor cuando se cierra el interruptor S_1 . Si esta

corriente proporciona una intensidad de luz adecuada, al incidir sobre el fototransistor lo saturará, generando una corriente en R2, al conectarlo con masa.

Si la tensión de la que dispone la entrada varía, la cantidad de luz también variara, por lo que la tensión de salida cambia de acuerdo con la tensión de entrada. De este modo el dispositivo puede acoplar una señal de entrada con el circuito de salida manteniéndose cada uno por separado, estando unidos únicamente por el haz de luz del diodo LED; aunque hay que tener en cuenta que las curvas tensión/luz del LED no son lineales, por lo que la señal puede distorsionarse. Para solventar este problema existen un tipo de optoacopladores diseñados específicamente, de forma que tengan un rango en el que la señal de salida sea casi idéntica a la de entrada.

Los optoacopladores se pueden clasificar de acuerdo con el tipo de elemento de control que tengan. En la siguiente figura se muestran el diagrama de los distintos tipos según (Estrada Marmolejo, 2017).

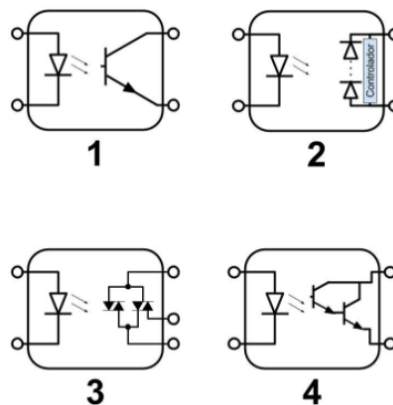


Ilustración 27: Tipos de Configuración del Optoacoplador [35]

- Configuración 1: Implica como elemento de conmutación Transistor.
- Configuración 2: Implica como elemento de conmutación Mosfet.
- Configuración 3: Implica como elemento de conmutación TRIAC.
- Configuración 4: Implica como elemento de conmutación Darlington.

La ventaja principal de los optoacopladores es el aislamiento eléctrico entre los circuitos de entrada y salida. Como se ha expuesto, al ser el haz de luz la única unión entre ambos circuitos, lo que se traduce en un aislamiento entre los dos circuitos del orden de miles de MΩ. Estos aislamientos son útiles en aplicaciones de alta tensión en las que los potenciales de los dos circuitos pueden diferir en carios de miles de voltios,

o en casos en los que no se quiere introducir ruido de señales a microcontroladores, o se quiere tener las masas separadas de ambos circuitos por un tema de señales.

Otras aplicaciones de los optoacopladores incluyen el activar cargas que puedan inducir ruido eléctrico al sistema de control. Cuando una carga inductiva como un motor se activa y desactiva produce perturbaciones eléctricas en la alimentación del sistema. Incluso cargas que consumen mucha potencia de la fuente pueden drenar momentáneamente el voltaje o la corriente que dicha fuente suministra. Los optoacopladores se usan para aislar a estar perturbaciones electrónicas.

Comúnmente se usan a los optoacopladores con otros elementos de control como MOSFET's, TRIACS, transistores de potencia, relevadores mecánicos o relevadores de estado sólido. En este caso, cuando se usan en conjunto con otros circuitos electrónicos, el objetivo es aislar a la fuente del sistema de control de las perturbaciones que puedan ocasionar el encendido o apagado de los actuadores como motores, luces, etc.

Generalmente no se usan solos debido a que no tienen demasiada capacidad para disipar mucha potencia. Están limitados en cuanto a la corriente y el voltaje que puedan pasar por sus terminales de control es por eso que se recomienda usarlos en conjunto con otros elementos de mayor potencia de operación como lo sería un relevador o un TRIAC.

Según lo consultado en la referencia [44].

4.1.2.-PUENTE H

Se puede definir el puente H como un circuito electrónico que generalmente se usa para permitir a un motor eléctrico DC girar en ambos sentidos, avance y retroceso. Se usan habitualmente en robótica y como convertidores de potencia. Los puentes H están disponibles como circuitos integrados, pero también se pueden construir a partir de componentes discretos, como son diodos, resistencias, etc.

Puente H es un término que proviene de la típica representación gráfica del circuito. Se construye con cuatro interruptores, mecánicos o mediante transistores. Una vista general de su funcionamiento se puede ver a continuación.

Cuando los interruptores S1 y S4 están cerrados y S2 y S3 abiertos, se aplica una tensión positiva en el motor, haciendo girar en el motor en un sentido.

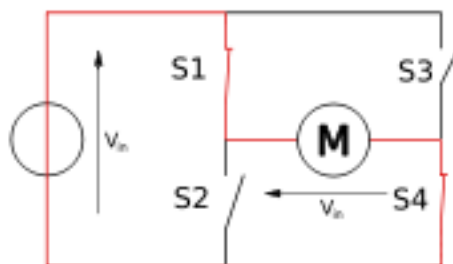


Ilustración 28: Funcionamiento Forward del puente H [36]

Abriendo los interruptores S1 y S4, y cerrando S2 y S3, el voltaje se invierte, permitiendo el giro en sentido inverso del motor.

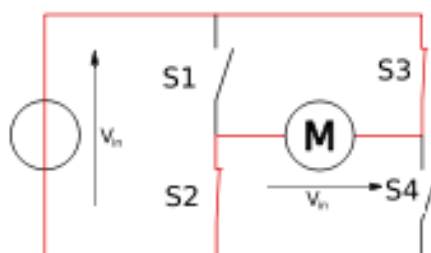


Ilustración 29: Funcionamiento Reverse del puente H [37]

Los interruptores S1 y S2 nunca pueden estar cerrados el mismo tiempo, porque esto cortocircuitaría la fuente de tensión. Lo mismo sucede con S3 y S4. Esta condición, se conoce con el término inglés "shoot-through", algo así, como, "paso a través".

Si los interruptores S1, S2, S3 y S4 están abiertos, el motor estará libre, en cambio si el motor está girando y se desea frenarlo o pararlo, la tensión inducida (f_{cem}) que se genera con la inercia, se debe derivar hacia un sistema llamado de frenado dinámico que se verá más adelante. En general, los cuatro elementos de conmutación se pueden activar y desactivar de forma independiente, aunque hay algunas restricciones evidentes.

Independientemente de con que construyamos el puente-H, existen unas pocas combinaciones, no permitidas como ya se ha descrito, el resto de las combinaciones, se pueden utilizar para lograr distintos resultados. De todos los estados posibles los interruptores, sólo los 5 primeros estados de la siguiente tabla son los que interesan para este proyecto.

Motor	S1	S2	S3	S4
Libre	Abierto	Abierto	Abierto	Abierto
Gira =>	Abierto	Cerrado	Abierto	Cerrado
Frenado	Abierto	Abierto	Cerrado	Cerrado
Gira <=	Cerrado	Abierto	Cerrado	Abierto
Frenado	Cerrado	Cerrado	Abierto	Abierto
No permitido	Cerrado	X	Cerrado	X
No permitido	X	Cerrado	X	Cerrado

Ilustración 30: Configuraciones de Funcionamiento del Puente H [38]

4.1.3.-SENSORES DE EFECTO HALL

Los sensores de efecto hall se basa en la medición de campos magnéticos o corrientes mediante la tensión transversal de un conductor que está sometido a un campo magnético. Colocando un voltímetro entre dos puntos transversales de un cable se puede medir esta tensión. Para ello hay que hacer circular por el cable una intensidad fija y acercar un imán. Los electrones que pasan por el cable se verán desplazados hacia un lado. Entonces aparece una diferencia de tensión entre los dos puntos transversales del cable. Al separar el imán del cable, la tensión transversal desaparece. Para poder utilizar la tensión transversal suele ser necesario amplificarla, porque su valor es muy reducido.

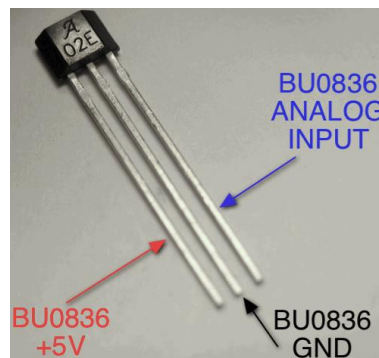


Ilustración 31: Sensor de Efecto Hall [39]

Para poder entender un poco más el funcionamiento Hall se expone un pequeño ejemplo a continuación.

Si tenemos un modelo semiconductor como el de la ilustración de abajo, y se hace circular una corriente I_u por el elemento semi-conductor, a la cual se denomina corriente Hall. La corriente Hall produce en el elemento semiconductor un campo magnético B . Así la corriente I de fase en un conductor apropiado, genera el campo B_i , mientras que el voltaje de fase U lleva la corriente I_u vía un multiplicador a un ángulo

INDICES

recto al campo circundante **B** a través del elemento Hall. El campo magnético está desplazado con respecto a la corriente de Hall, lo que produce un voltaje en la tercera dirección, denominado Voltaje Hall, cuya diferencia de potencial es proporcional a los valores de la entrada.

$$U_{\text{Hall}} = I_u \times B_i \times K$$

$$P = U \times I$$

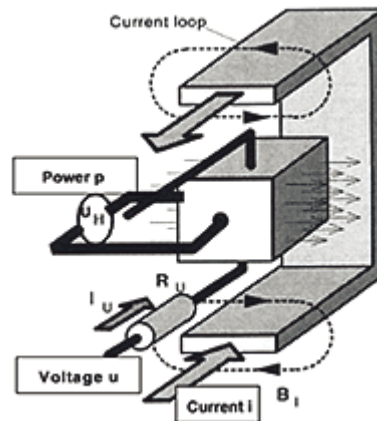


Ilustración 32: Principio de Funcionamiento Hall [40]

A continuación, se muestran algunas de las aplicaciones de los sensores de efecto hall:

- Mediciones de campos magnéticos o densidad de flujo magnético.
- Mediciones de corriente sin potencia (Sensor de corriente).
- Emisores de señales sin contacto.
- Aparatos de medida del espesor de materiales.

Como sensor de posición o detector para componentes magnéticos los sensores Hall son especialmente ventajosos si la variación del campo magnético es comparativamente lenta o nula. En estos casos el inductor usado como sensor no provee un voltaje de inducción relevante.

En la industria del automóvil el sensor Hall se utiliza de forma frecuente, por ejemplo, en sensores de posición del cigüeñal (CKP) en el cierre del cinturón de seguridad, en sistemas de cierres de puertas, para el reconocimiento de posición del pedal o del asiento, el cambio de transmisión y para el reconocimiento del momento de

arranque del motor. La gran ventaja es la invariabilidad frente a suciedad (no magnética) y agua.

Además, puede encontrarse este sensor en circuitos integrados, en impresoras láser donde controlan la sincronización del motor del espejo, en disqueteras de ordenador, así como en motores de corriente continua sin escobillas como los ventiladores de los ordenadores.

Los sensores Hall se producen a partir de finas placas de semiconductores, ya que en ella la densidad de los portadores de carga es reducida y por ello la velocidad de los electrones es elevada, para conseguir un alto voltaje de Hall. Los formatos tipos son:

-Formato rectangular.

-Formato de mariposa.

-Formato de cruz.

La sensibilidad se mide normalmente en Milivolt por Gauss (mV/G), donde ($1G = 10^{-4}T$).

Para complementar la información de este apartado sobre sensores de efecto Hall se a recurrido a la referencia [46].

4.2.-JUSTIFICACIÓN DE CALCULOS

4.2.1.-CALCULO DE RESISTENCIAS DE POLARIZACIÓN BOTONERA

El modo de control de la plataforma por medio de la botonera se realiza mediante unos pulsadores, los cuales están conectados a las entradas digitales del microcontrolador. El microcontrolador recoge el valor de los pulsadores y según este valor y el código de programas, se produce el movimiento de los actuadores en sentido ascendente, descendente o no se produce ningún movimiento.

Los pulsadores están conectados a las entradas digitales por medio de una configuración Pull Down. Esta configuración determina un estado lógico a la entrada del microcontrolador dependiendo de cómo se encuentre el pulsador. Cuando el circuito está en reposo, la caída de tensión en R1 es prácticamente 0v que es la misma tensión de Vout. En ese momento tendremos un nivel lógico bajo. Al pulsar S1, la caída de

tensión en R1 ahora será Vcc, y Vout será un nivel lógico alto. Por este motivo es necesario introducir unas resistencias de polarización de unos 5kΩ.

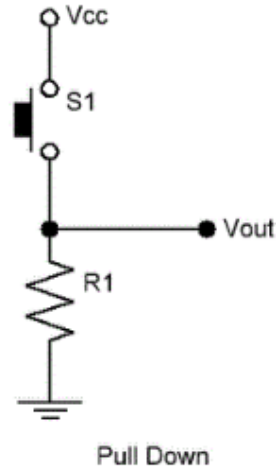


Ilustración 33: Configuración Pull Down [41]

A continuación, se muestra un ejemplo de como calcular la resistencia para una aplicación específica y un dispositivo Serie R, como se trata de este caso.

Vt = 4,7V. El valor del voltaje al que se tiene que llevar la salida.

Ctot = 100pF. Ctot representa la capacitancia total de la línea de salida.

DeltaT = 1us. El tiempo requerido para que la resistencia lleve la salida a 4.7V.

Donde la resistencia sería:

$$R_p = \Delta T / (C_{tot} * (\ln(1 - 3.3/5) - \ln(1 - V_t / 5)))$$

$$R_p = 1\mu s / (100\text{pF} * (\ln(1 - 3.3/5) - \ln(4 - 4.7/5))) = 5.765 \text{ kOms.}$$

4.2.2.-CALCULO DE PISTAS PCB

En este apartado se va a exponer el cálculo del ancho de pistas que necesitamos para la creación de la PCB. El cálculo se está basado en la aplicación estándar general para el diseño de circuitos impresos ANSI-IPC 2221 desarrollado por IPC (Association connecting electronics industries).

Como partida es necesario conocer tres datos básicos para realizar el cálculo que son, la corriente máxima que puede circular por la pista, que se expresa en amperios. Como en nuestro circuito impreso tenemos dos zonas diferenciadas por utilizar dos amperajes diferentes, para realizar los cálculos se utilizará el amperaje mayor. El

incremento máximo permitido de temperatura que puede soportar esa pista, que se expresa en grados centígrados, y el grosor de la pista, este último se expresa en onzas por pie cuadrado. Normalmente los circuitos impresos utilizan medidas estándar para el grosor de pista, de 1, 2 y 3 onzas por pie cuadrado, que equivalen a 35, 70 y 105 micras.

Una vez llegado a este punto, se exponen los datos requeridos acorde con las especificaciones demandadas por el funcionamiento de nuestro circuito.

DATOS:

-**Corriente máxima:** 1A

-**Incremento de temperatura max:** 10°C

-**Grosor de la pista:** 1 onza por pie cuadrado, 35µm (placa de cobre doble capa)

Con la siguiente formula se calcula el ancho de pista:

$$\text{Ancho} = \frac{\text{Área}}{L \cdot 1,378}$$

Donde L representa el grosor de la pista.

Para calcular el área se utiliza la siguiente formula:

$$\text{Área} = \frac{I / K1 \cdot \Delta T \cdot K2}{K3}$$

Donde I representa la corriente máxima, K1 es una constante definida por el estándar que estamos aplicando y que vale 0,0150 para pistas internas, (circuitos impresos con más de dos capas) y 0,0647 para pistas externas. K2 es también una constante que toma un valor de 0,5453 para pistas internas y 0,4281 para pistas externas. Y por último K3, que es otra constante que toma un valor de 0,7349 para pistas internas y 0,6732 para externas.

En nuestro caso tenemos solo dos capas, por lo que utilizaremos en todas las constantes los valores que hacen referencia a los circuitos con capas externas.

Ahora se sustituyen las variables de las fórmulas por los datos y obtenemos el valor del área y del ancho de pista que debemos utilizar para crear la PCB.

$$\text{Área} = \frac{1 / (0,0647 \cdot 10 \cdot 0,4281)}{0,6732} = 5,36298$$

$$\text{Ancho} = \frac{5,36298}{1 \cdot 1,378} = 3,891$$

El ancho resultante esta expresado en milésimas parte de una pulgada al cuadrado, que, si se convierte a milímetros, se obtiene un valor de 0,098mm \approx 0,1mm.

4.3.- FUENTE DE ALIMENTACIÓN

Para este prototipo se necesita una alimentación de 12V de tensión y 1,5A de intensidad, para solventar estas necesidades se ha optado por comprar una fuente de alimentación conmutada de esas características exactas.

Y a continuación se muestran algunos de los valores de interés sobre el circuito y su funcionamiento:

V_{max} (Tensión de pico máxima): $12 * 1,4142 = 16,9704$

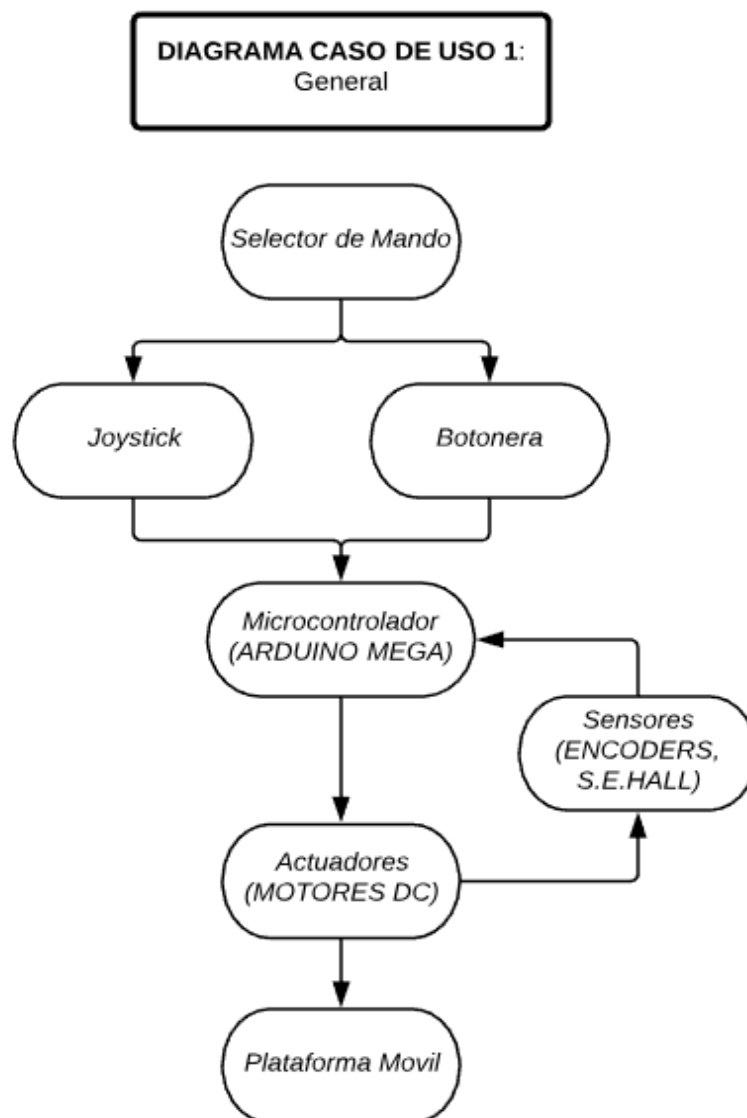
V_{max} (Tensión de pico máxima en un rectificador en puente): $12 * 1,4142^{-2} = 14,97$

C (Valores de condensador en un rectificador): $(5 * 1,5) / (50 * 14,97) = 0,01002F$

CAPÍTULO 5.- DISEÑO SISTEMA DE CONTROL

En este capítulo, se desarrolla el algoritmo de control con el cual se podrá realizar el control de la plataforma mediante el accionamiento del joystick de control. Cabe decir que el algoritmo, así como las explicaciones de cada una de las funciones que en este apartado se exponen han sido consultadas en (González., Julio, 2016).

5.1.-DIAGRAMAS DE CASOS DE USO



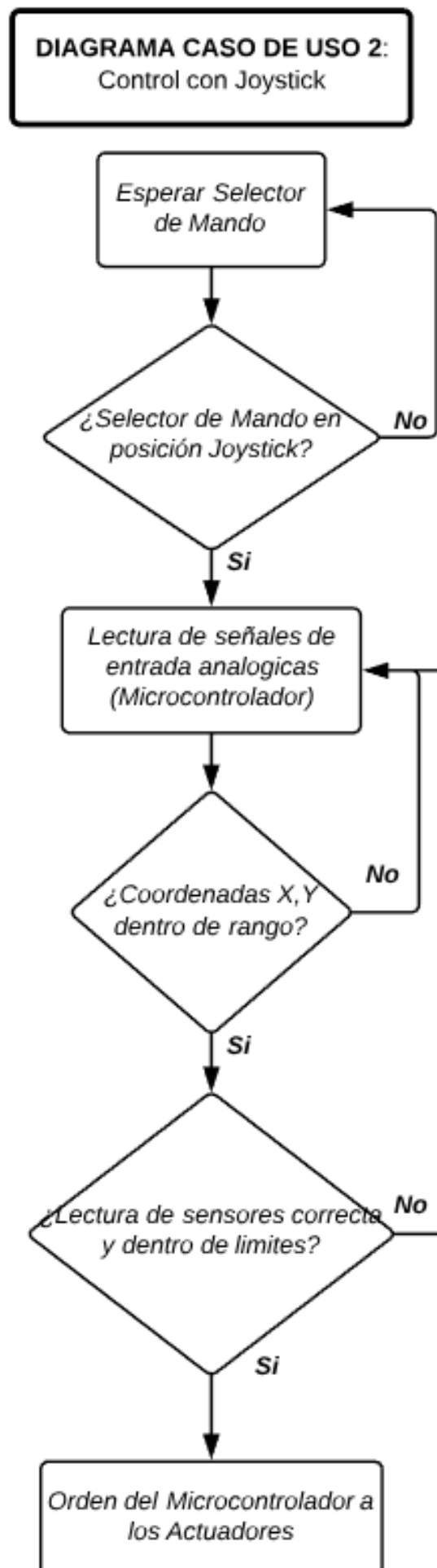
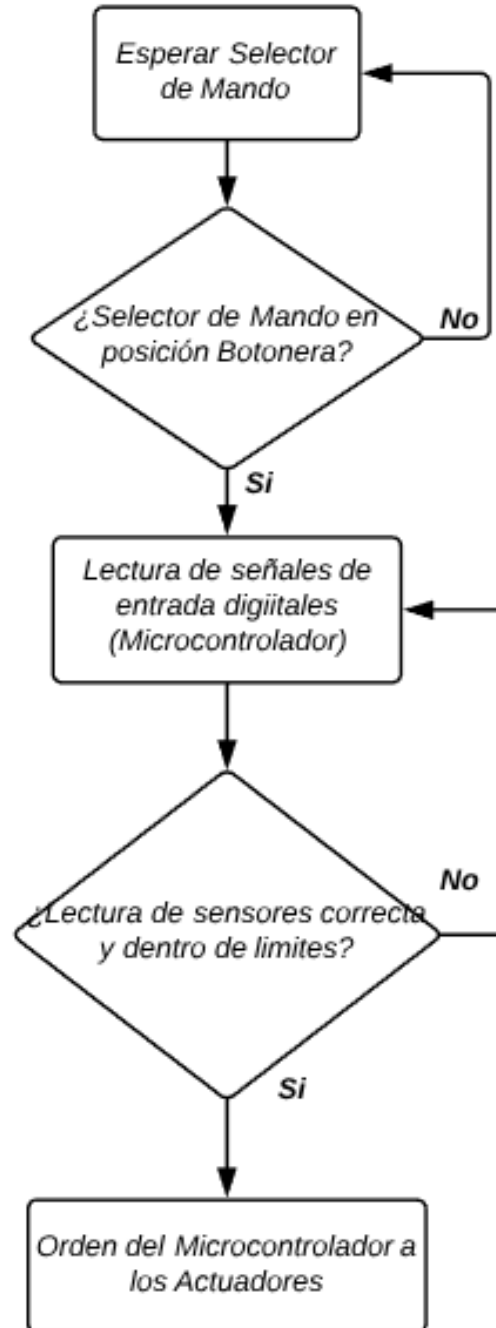


DIAGRAMA CASO DE USO 3:
Control con Botonera



5.2.-DIAGRAMAS DE ACTIVIDADES

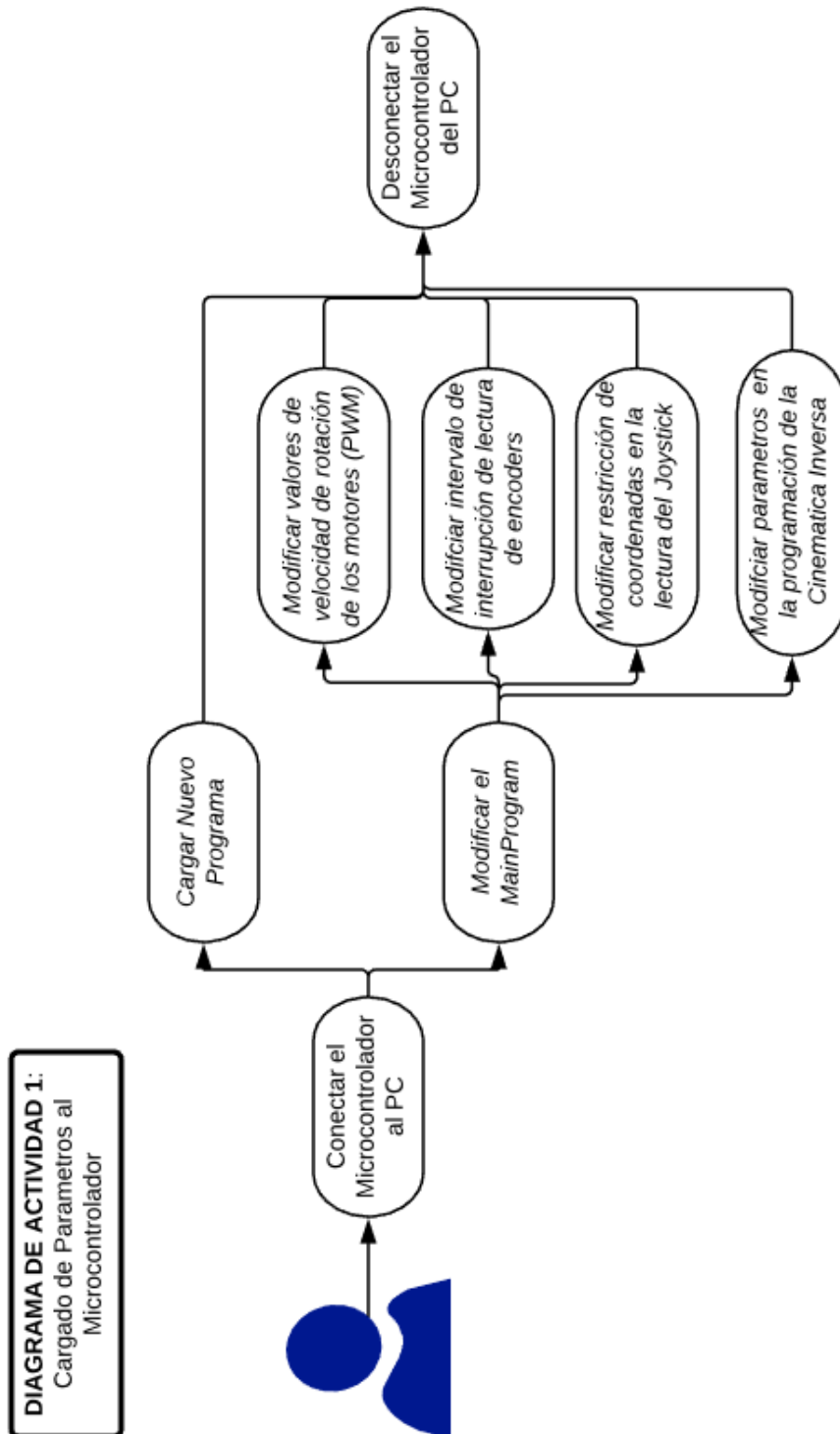
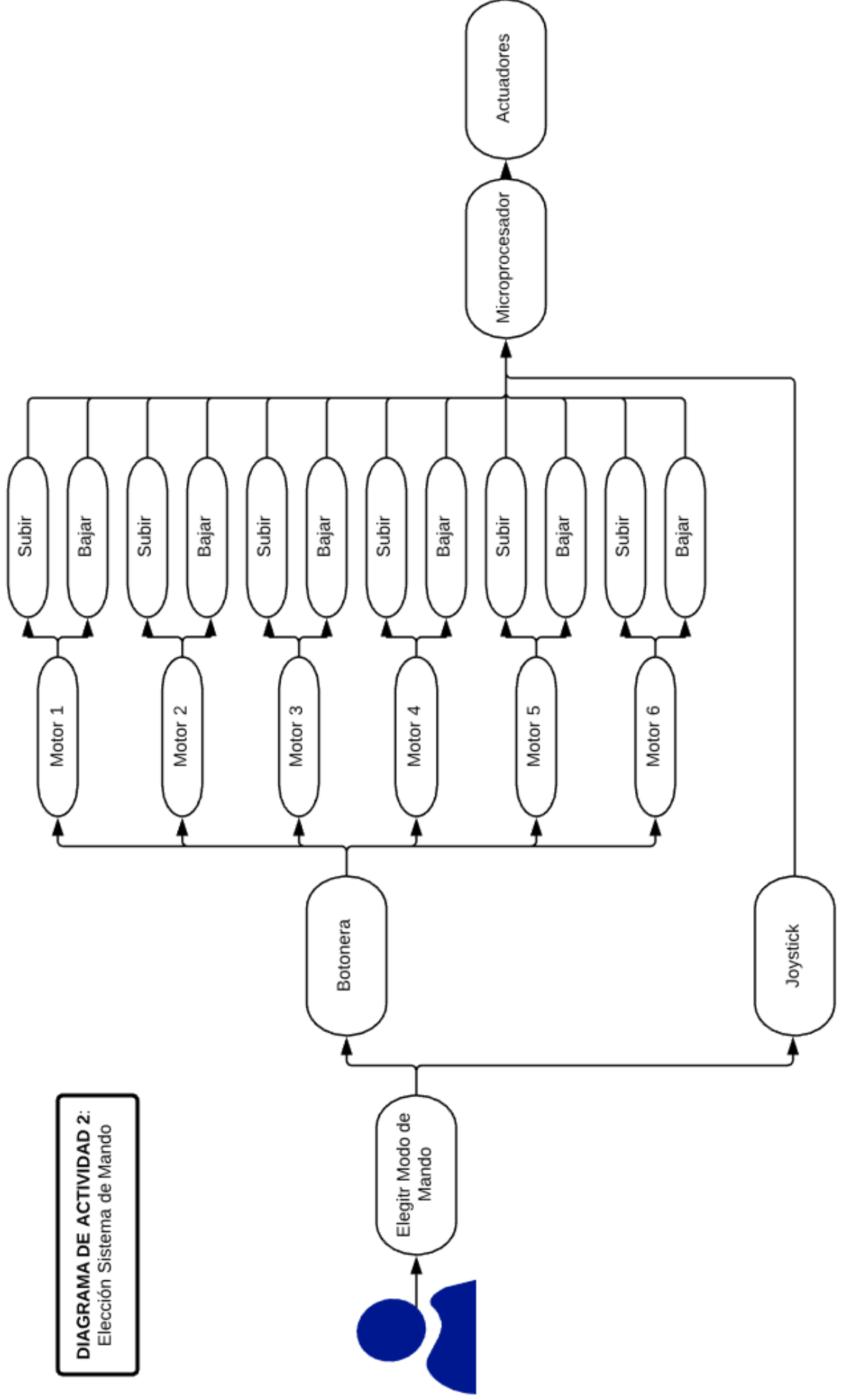


DIAGRAMA DE ACTIVIDAD 2:
Elección Sistema de Mando



5.3.-DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA

El programa que se expone a continuación se a modificado de la referencia [45].

Los programas diseñados para Arduino tienen una estructura bastante sencilla en la que se pueden diferenciar tres partes básicas:

-Un pate inicial en la que se incluyen las librerías que contienen las funciones necesarias que se emplean a lo largo del código, definición de macros y declaración de las variables globales cuyo valor estará disponible desde cualquier parte del código.

-El bloque denominado como 'setup', donde se llevan a cabo todas aquellas configuraciones necesarias a ajustar en el procesador para la correcta ejecución del programa, como, por ejemplo, la definición de los pines utilizados como entradas o salidas, la configuración de interrupciones y los ajustes de diferentes parámetros del hardware como velocidad de reloj o frecuencia de algunas señales generadas.

-El bloque 'loop', que como su nombre indica, posee un comportamiento cíclico (es decir, que se está ejecutando constantemente durante el funcionamiento del programa) es el encargado de almacenar el código de programa. Esta código está compuesto por las instrucciones que definen el comportamiento de los pines de salida, la forma en que se emplea la información obtenida de las entradas y la realización de todo los cálculos necesarios para llevar esto a cabo de forma correcta, así como las comunicaciones mediante el puerto serial si fuera necesario.

5.3.1.-INCLUSION DE LIBRERIAS, MACROS Y DECLARACIÓN DE VARIABLES

En primer lugar, se incluye la librería 'DuTimer' que posibilita el uso de las funciones de temporización de la placa. Se definen los pines de salda que servirán para controlar los motores, ya que cada actuador cuenta con dos pines de salda que irán conectados al pue H que se emplean para controlar el sentido del movimiento y un pin de enable mediante el cual se enviarán la PWM calculada por el sistema de control implementado. También se define las variables de los controladores (constantes proporcionales, derivativas e integrales de cada PID), así como los vectores y variables globales que almacenaran una información específica la cual se empleará en alguno de

los bloques del programa para realizar las operaciones necesarias. A continuación, se muestra este fragmento del código:

```
#include "DueTimer.h" //Se incluye la librería específica para controlar los timer
de Arduino Due

int entrada1[6]={48,44,40,36,32,28}; //Vector que define los pines de la entrada
1 de los puentes en H de cada motor

int entrada2[6]={49,45,41,37,33,29}; //Vector que define los pines de la entrada
2 de los puentes en H de cada motor

int enable[6]={7,6,5,4,3,2}; //Vector que define los pines de enable por el cual
se enviarán los comandos de PWM a cada motor

//Variables para el controlador:

float kppos = 180; //Parte proporcional del controlador PID de posición
float qipos = 0.1; //Parte integral del controlador PID de posición
float qdpos = 180; //Parte derivativa del controlador PID de posición
float kpvel = 90.0; //Parte proporcional del controlador PID de velocidad
float qivel = 0.1; //Parte integral del controlador PID de velocidad
float qdvel = 90.0; //Parte derivativa del controlador PID de velocidad

float Ppos[6] = {0,0,0,0,0,0}; //Vector que almacena la acción proporcional del
PID de posición calculada para cada motor

float Ipos[6]={0,0,0,0,0,0}; //Vector que almacena la acción integral del PID de
posición calculada para cada motor

float Dpos[6]={0,0,0,0,0,0}; //Vector que almacena la acción derivativa del PID
de posición calculada para cada motor

float Pvel[6] = {0,0,0,0,0,0}; //Vector que almacena la acción proporcional del
PID de velocidad calculada para cada motor

float Ivel[6]={0,0,0,0,0,0}; //Vector que almacena la acción

integral del PID de velocidad calculada para cada motor

float Dvel[6]={0,0,0,0,0,0}; //Vector que almacena la acción derivativa del PID
de velocidad calculada para cada motor
```

INDICES

`float` `consignapos[6]`={2.5,2.5,2.5,2.5,2.5,2.5}; //Vector que contiene el valor de las consignas de posición de cada motor

`float` `consignavel[6]`={0,0,0,0,0,0}; //Vector que contiene el valor de las consignas de velocidad de cada motor

`float` `posicion[6]` = {0,0,0,0,0,0}; //Vector que contiene el valor leído de posición de cada motor

`float` `velocidad[6]` = {0,0,0,0,0,0}; //Vector que contiene el valor calculado de velocidad de cada motor

`float` `error0pos[6]` = {0,0,0,0,0,0}; //Vector que contiene el valor del error calculado de posición de cada motor

`float` `error1pos[6]` = {0,0,0,0,0,0}; //Vector que contiene el valor del error anterior de posición de cada motor

`float` `error0vel[6]` = {0,0,0,0,0,0}; //Vector que contiene el valor del error calculado de velocidad de cada motor

`float` `error1vel[6]` = {0,0,0,0,0,0}; //Vector que contiene el valor del error anterior de velocidad de cada motor

`float` `salidaMotorPosiciones[6]`={0,0,0,0,0,0}; //Vector que contiene los comandos de PWM obtenidos del control de posición

`float` `salidaMotorVelocidades[6]`={0,0,0,0,0,0}; //Vector que contiene los comandos de PWM obtenidos del control de velocidad

`float` `tiemposMotores[6]`={0,0,0,0,0,0}; //Vector que contiene los tiempos necesarios en los que cada motor debe realizar su recorrido

`float` `tiempo` = 0.0; // Variable que guarda el tiempo que tarda el motor que realiza el mayor recorrido

`float` `calconsigna[6]` = {0,0,0,0,0,0}; //Vector que contiene el valor de las consignas de posición escaladas entre 0 y 1024

`float` `consigna1[6]` = {0,0,0,0,0,0}; //Vector que contiene las consignas de posición en cm

`float` `posicionanterior[6]` = {0,0,0,0,0,0}; //Vector que guarda la posición del instante anterior

```
float posicioninicial[6] = {0,0,0,0,0,0}; //Vector que guarda las posiciones leídas al comenzar el programa
```

```
unsigned long tiempoLectActual = 0.0; //Variable que almacena el tiempo en el que se realiza cada lectura de la posición
```

```
int inicio = 0; //Variable que indica si es la primera vez que se ejecuta el programa
```

```
int inicioInterrup = 0; //Variable que indica si es la primera vez que se ejecuta la interrupción
```

5.3.2.-FUNCIÓN "SETUP"

En esta función se establece la comunicación serial a una velocidad de 9600 bps (baudios por segundo), se configuran los pines declarados en el apartado anterior (entradas de los puentes en H y enables) como salida, además de cuatro pines analógicos de entrada que sirven para leer los potenciómetros integrados en los motores y que nos dan información sobre la posición en la que se encuentran. Por último se configura la ejecución de una interrupción cada 3 milisegundos que llamará a la función 'control' encargada del control de los actuadores, con el objetivo de realimentar la información de la posición cada cierto período de tiempo.

```
void setup() {  
    REG_ADC_MR = (REG_ADC_MR & 0xFFFF0FFF) | 0x00020000; //Disminuye tiempo de conversión desde 36.6us hasta 3.97us  
  
    Serial.begin(9600); //Se abre el puerto serie con una velocidad de 9600 bps  
  
    //Se configuran como pines de salida de la placa las entradas y enable de cada motor  
  
    pinMode(entrada1[0],OUTPUT);  
    pinMode(entrada2[0],OUTPUT);  
    pinMode(enable[0],OUTPUT);  
    pinMode(entrada1[1],OUTPUT);  
    pinMode(entrada2[1],OUTPUT);  
    pinMode(enable[1],OUTPUT);  
    pinMode(entrada1[2],OUTPUT);  
    pinMode(entrada2[2],OUTPUT);  
}
```

INDICES

```
pinMode(enable[2],OUTPUT);  
pinMode(entrada1[3],OUTPUT);  
pinMode(entrada2[3],OUTPUT);  
pinMode(enable[3],OUTPUT);  
pinMode(entrada1[4],OUTPUT);  
pinMode(entrada2[4],OUTPUT);  
pinMode(enable[4],OUTPUT);  
pinMode(entrada1[5],OUTPUT);  
pinMode(entrada2[5],OUTPUT);
```

```
pinMode(enable[5],OUTPUT);
```

//Se configuran los pines de entradas analógicas encargados de leer los potenciómetros de los motores

```
pinMode(A1,INPUT);  
pinMode(A2,INPUT);  
pinMode(A3,INPUT);  
pinMode(A4,INPUT);  
pinMode(A5,INPUT);  
pinMode(A6,INPUT);
```

//Se establece la función control como una interrupción que se ejecutará cada 3 ms.

```
Timer3.attachInterrupt(control).start(3000);
```

5.3.3.-FUNCIÓN LONGITUDES

Esta función se encarga de calcular los puntos a los que debe llegar cada actuador a través de una pose dada por el usuario, para que, a partir de aquí, se pueda obtener la longitud total que se debe desplazar cada motor y generar las consignas que se deben enviar al controlador. Para llevar a cabo dicha función, se hace uso de la cinemática

inversa que es un método bastante empleado en la robótica, y hemos podido ver en la sección de marco teórico de este trabajo. Con esto es posible determinar cuánto se deben de mover los actuadores a partir de las coordenadas que se desea alcanzar. Para ello, se emplea una matriz de transformación que en nuestro caso pasará a referenciar el sistema de coordenadas de la base móvil con el sistema de referencia de la base fija.

En Arduino no existe una manera específica de trabajar con matrices, lo cual nos lleva a realiza las operaciones separando cada matriz como vectores independientes. Tras declarar las matrices que contienen los puntos de referencia de la base fija (matriz B y la base móvil (matriz A), se declaran ciertas variables que facilitan las creaciones de la matriz de transformación, para posteriormente definir completamente esta última matriz.

```
int longitudes() //Función que calcula la cinemática inversa y las consignas de los
motores
{
float pose[] = {0,0,19,0,0,0}; //Vector que contiene la pose que se desea alcanzar
//Matriz con los puntos de referencia de la base móvil
float Ax[] = {5,5.8,0.7,-0.4,-5.2,-4.3};
float Ay[] = {3.6,2.7,-5.6,-5.8,3.4,3.9};
float Az[] = {0,0,0,0,0,0};
//Matriz con los puntos de referencia de la base fija
float Bx[] = {1.2,8.8,7.3,-7.3,-8.8,-1.2};
float By[] = {9.3,-4.6,-6.5,-6.5,-4.6,9.3};
float Bz[] = {0,0,0,0,0,0};
float R[] = {pose[3],pose[4],pose[5]}; //Vector que contiene los ángulos de
orientación (p,y,r) que se desean alcanzar
float D[] = {pose[0],pose[1],pose[2]}; //Vector que contiene las coordenadas
(x,y,z) que se desean alcanzar
//Se pasan los ángulos expresados en grados a radianes
float Rrad1 = (R[0]*PI)/180;
float Rrad2 = (R[1]*PI)/180;
```

INDICES

```

float Rrad3 = (R[2]*PI)/180;

//Se asignan variables con las funciones trigonométricas necesarias para realizar
la matriz de transformación

float cphi = cos(Rrad1);
float ctita = cos(Rrad2);
float cpsi = cos(Rrad3);
float sphi = sin(Rrad1);
float stita = sin(Rrad2);
float spsi = sin(Rrad3);
float sphi_stita = sphi*stita;
float cphi_stita = cphi*stita;

//Matriz de transformación

float RRf1[] = {ctita*cpsi+sphi_stita*spsi, ctita*spsi+sphi_stita*cpsi, cphi_stita};
float RRf2[] = {cphi*spsi,cphi*cpsi,-sphi};
float RRf3[] = {-stita*cpsi+sphi*ctita*spsi,stita*spsi+sphi*ctita*cpsi,
cphi*ctita};

//Multiplicación de la matriz de transformación por la matriz A y el resultado se
almacena en una nueva matriz denominada C

float C11 = RRf1[0]*Ax[0]+RRf1[1]*Ay[0]+RRf1[2]*Az[0];
float C12 = RRf1[0]*Ax[1]+RRf1[1]*Ay[1]+RRf1[2]*Az[1];
float C13 = RRf1[0]*Ax[2]+RRf1[1]*Ay[2]+RRf1[2]*Az[2];
float C14 = RRf1[0]*Ax[3]+RRf1[1]*Ay[3]+RRf1[2]*Az[3];
float C15 = RRf1[0]*Ax[4]+RRf1[1]*Ay[4]+RRf1[2]*Az[4];
float C16 = RRf1[0]*Ax[5]+RRf1[1]*Ay[5]+RRf1[2]*Az[5];
float Cx[] = {C11,C12,C13,C14,C15,C16};
float C21 = RRf2[0]*Ax[0]+RRf2[1]*Ay[0]+RRf2[2]*Az[0];
float C22 = RRf2[0]*Ax[1]+RRf2[1]*Ay[1]+RRf2[2]*Az[1];
float C23 = RRf2[0]*Ax[2]+RRf2[1]*Ay[2]+RRf2[2]*Az[2];

```

```

float C24 = RRf2[0]*Ax[3]+RRf2[1]*Ay[3]+RRf2[2]*Az[3];
float C25 = RRf2[0]*Ax[4]+RRf2[1]*Ay[4]+RRf2[2]*Az[4];
float C26 = RRf2[0]*Ax[5]+RRf2[1]*Ay[5]+RRf2[2]*Az[5];
float Cy[] = {C21,C22,C23,C24,C25,C26};
float C31 = RRf3[0]*Ax[0]+RRf3[1]*Ay[0]+RRf3[2]*Az[0];
float C32 = RRf3[0]*Ax[1]+RRf3[1]*Ay[1]+RRf3[2]*Az[1];
float C33 = RRf3[0]*Ax[2]+RRf3[1]*Ay[2]+RRf3[2]*Az[2];
float C34 = RRf3[0]*Ax[3]+RRf3[1]*Ay[3]+RRf3[2]*Az[3];
float C35 = RRf3[0]*Ax[4]+RRf3[1]*Ay[4]+RRf3[2]*Az[4];
float C36 = RRf3[0]*Ax[5]+RRf3[1]*Ay[5]+RRf3[2]*Az[5];
float Cz[] = {C31,C32,C33,C34,C35,C36};
//Matriz D de traslación
float Dx[] = {pose[0],pose[0],pose[0],pose[0],pose[0],pose[0]};
float Dy[] = {pose[1],pose[1],pose[1],pose[1],pose[1],pose[1]};
float Dz[] = {pose[2],pose[2],pose[2],pose[2],pose[2],pose[2]};
//Se calcula la distancia euclídea entre la matriz obtenida y la matriz B
float Fx[]={pow(Cx[0]+Dx[0]-Bx[0],2),pow(Cx[1]+Dx[1]-Bx[1],2),
pow(Cx[2]+Dx[2]-Bx[2],2),pow(Cx[3]+Dx[3]-Bx[3],2),pow(Cx[4]+Dx[4]-
Bx[4],2),pow(Cx[5]+Dx[5]-Bx[5],2)};
float Fy[]={pow(Cy[0]+Dy[0]-By[0],2),pow(Cy[1]+Dy[1]-
By[1],2),pow(Cy[2]+Dy[2]-By[2],2),pow(Cy[3]+Dy[3]-By[3],2), pow(Cy[4]+Dy[4]-
By[4],2),pow(Cy[5]+Dy[5]-By[5],2)};
float Fz[]={pow(Cz[0]+Dz[0]-Bz[0],2),pow(Cz[1]+Dz[1]-
Bz[1],2),pow(Cz[2]+Dz[2]-Bz[2],2),pow(Cz[3]+Dz[3]-Bz[3],2), pow(Cz[4]+Dz[4]-
Bz[4],2),pow(Cz[5]+Dz[5]-Bz[5],2)};
float summat[] = {Fx[0]+Fy[0]+Fz[0],Fx[1]+Fy[1]+Fz[1],
Fx[2]+Fy[2]+Fz[2],Fx[3]+Fy[3]+Fz[3],Fx[4]+Fy[4]+Fz[4],Fx[5]+ Fy[5]+Fz[5]};
//Se guardan en el vector L las longitudes calculadas de cada motor

```

INDICES

```

float L[] = {sqrt(summat[0]),sqrt(summat[1]),sqrt(summat[2]),
sqrt(summat[3]),sqrt(summat[4]), sqrt(summat[5])};

for (int k=0; k<6; k++){

  consigna1[k] = L[k]-17.5; //Resta entre las longitudes calculadas y las
longitudes físicas de los motores (17.5cm)

  tiemposMotores[k] = (consigna1[k]/3.2)*1.7; //Cálculo
de los tiempos del recorrido de cada motor (empleando velocidad máxima =
3.2cm/s)

  calconsigna[k] = 1023*consigna1[k]/5.0; //Se escala la consigna obtenida
entre 0 y 1023 que es el rango en el que trabaja Arduino
}

//Obtencion del tiempo del motor con mayor recorrido

float maximo = 0.0; //Variable qe almacenará el mayor tiempo de los 6 motores

for (int u=0; u<6; u++) { //Bucle que recorre el vector de tiempos

  if (maximo < tiemposMotores[u]) { //compara cada elemento con el valor de la
variable maximo

    maximo = tiemposMotores[u];

  }

}

tiempo = maximo; //Se guarda el tiempo máximo

float temp = 0; //Variable que contemplará si existe alguna consigna no válida

for (int w=0; w<6; w++){

  if (calconsigna[w]<0 || calconsigna[w]>1023){ //Se comprueba que la
consigna no supere los límites

    temp ++; //Si se cumple la condición anterior se registra incrementando el
número de la variable temp

    Serial.println("Posición no válida");

  }

}

```



```

int temp0 = 0;

for(int e=0; e<6; e++){

    temp0 = analogRead(e+1); //Se lee las posiciones obtenidas de los
potenciómetros de los motores

    posicioninicial[e] = temp0*5.0/1023.0; //Se guarda la posición inicial de cada
motor y se escalan entre 0 y 5 para convertirlo a cm reales

}

return(temp); //la función devuelve el valor temp

```

5.3.4.-FUNCIÓN CONTROL

Como se explico anteriormente, esta función se está configurando como una interrupción que se ejecuta cada 3 milisegundos y es la parte del código encargada de realizar el control de cada motor, siendo éste el motivo por el cual se inicia la función con un bucle 'for' con 6 iteraciones para evitar tener que repetir el mismo fragmento varias veces. Es importante aclarar que una interrupción tiene más prioridad que el resto del programa, por lo que nos permite ejecutar un determinado código, independientemente de lo que se esté ejecutando antes de dicha interrupción, para continuar por donde había quedado la ejecución tras terminar. Como se puede intuir el uso de esta interrupción periódica es ideal para realizar las medidas de posición de los motores y su control de manera estable.

En primer lugar, se lee el potenciómetro para calcular la posición actual del motor, la cual será una señal de entrada analógica que mediante un conversor analógico-digital se convertirá en una señal digital comprendida en un rango entre 0 y 1023. Se realiza una conversión para obtener dicho valor escada entre 0 y 5 con el objetivo de facilitar los cálculos posteriores. En este punto se pasa a calcular los comandos de salida diferenciados entre el controlador de posición y el de velocidad.

```

void control() {

int temp2;

for(int i=0; i<6; i++){ //Se emplea un bucle de 6 iteraciones para evitar repetir
el código para cada motor

    temp2 = analogRead(i+1); //Se lee el valor de la entrada analógica que nos
proporcionará la posición del motor en un rango entre 0 y 1023

```

INDICES

```
posicion[i] = temp2*5.0/1023.0; //Se escala el valor obtenido para trabajar en un
rango entre 0 y 5 voltios
```

Para configurar el controlador de posición se prosigue de la siguiente manera: con el valor de consigna calculada mediante la función 'longitudes' y la posición leída ya es posible calcular el error existente que servirá como argumento para obtener el valor de la acción proporcional, integral y derivativa como argumento para obtener el valor de la acción proporcional, integral y derivativa (aplicando las ecuaciones de cada una, comentadas en apartados anteriores) del PID. La acción integral se limita a valores comprendidos entre 25 y -25 con el objetivo de evitar su incremento indefinido a lo largo del tiempo. Finalmente se calcula el comando de PWM a aplicar uniendo la respuesta de las tres acciones anteriores y se almacena el valor del error actual en una variable que será empleado en la siguiente ejecución de la interrupción para el cálculo de la acción derivativa.

```
//Lazo de control para POSICIÓN (controlador PID)

error0pos[i] = consignapos[i] - posicion[i]; //Cálculo del error entre la consigna
deseada y la posición real que posee el actuador

Ppos[i] = kppos*error0pos[i]; //Parte proporcional del controlador PID de posición

if (fabs(salidaMotorPosiciones[i])<255){ //Si el comando enviado a los motores
es menor que 255 se aplica la parte derivativa e integral

  Dpos[i] = qdpos*(error0pos[i]-error1pos[i]); //Parte derivativa del controlador
PID de posición

  Ipos[i] = Ipos[i]+qipos*error0pos[i]; //Parte integral del controlador PID de
posición

  if (Ipos[i] >= 25){ //Si la parte integral supera el valor de 25, esta se establece
en dicho valor

    Ipos[i] = 25;}

  else if (Ipos[i] <= -25){ //Si la parte integral posee un valor inferior a -25, esta
se establece en dicho valor

    Ipos[i] = -25;}

  }

  salidaMotorPosiciones[i] = Ppos[i]+Ipos[i]-Dpos[i]; //El comando de PWM enviado
a los motores será una combinación de las partes anterior
```

```
error1pos[i] = error0pos[i]; //Se almacena el valor del error calculado en la variable error1pos
```

5.3.5.-FUNCIÓN "LOOP"

```
void loop(){  
    if (inicio == 0){ //El cálculo de las consignas se ejecuta sólo una vez para aligerar el procesado  
  
        int temp = longitudes();  
  
        if (temp==0){ //Se comprueba que la consigna no supera los límites establecidos con la variable temp  
  
            //Se envían las consignas calculadas al controlador de posición  
  
            for (int i=0; i<6; i++){  
                consigna[i] = calcconsigna[i]*5.0/1023;  
            }  
        }  
  
        int temp3 = 0;  
  
        float consigna2[6] = {0,0,0,0,0,0};  
  
        for (int g=0; g<6; g++){  
  
            consigna2[g] = consigna1[g]/tiempo; //La consigna de velocidad será el recorrido que tiene que hacer cada motor entre el tiempo empleado en recorrerlo  
  
            if (consigna2[g]<0 || consigna2[g]>3.3){ //Si la consigna no se encuentra entre 0 y 3.3cm/s (velocidad máxima de los motores) se aumenta temp3  
  
                temp3 ++;  
            }  
        }  
  
        if (temp3==0){ //Se comprueba que la consigna no supera los límites establecidos con la variable temp3  
  
            for (int t=0; t<6; t++){
```



```
    consignavel[t] = consigna2[t]; //Se envían las consignas calculadas al controlador  
de velocidad
```

```
    }
```

```
    }
```

```
    inicio = inicio + 1; //Se aumenta en 1 la variable para reflejar que ya se ha  
efectuado el cálculo de las consignas
```

```
    }
```

```
    }
```

CAPÍTULO 6.- CONCLUSIONES Y MEJORAS FUTURAS

En este capítulo se realiza un resumen y valoración del proyecto en general, con los aspectos que se han tratado, los objetivos que se han alcanzado y unas valoraciones futuras del proyecto.

El objetivo inicial de este proyecto fue la creación de una plataforma articulada tipo Stewart, con el fin de realizar un estudio de los elementos, que la componen, las fuerzas que actúan en sus movimientos, la electrónica y programación que es necesaria implementar para su correcto funcionamiento.

El proyecto ha finalizado con la construcción física de la plataforma en su totalidad, por lo que las destrezas y habilidades necesarias para esto han sido solventadas y aprobadas. Esto era una de las metas que en un principio se propuso a la hora de realizar el proyecto.

También se ha realizado un estudio en las teorías de robots de cinemática paralela, profundizando en los modelos de hexápodo, o plataformas articulares. Conociendo las dinaminas que rigen el funcionamiento de cada uno de los elementos móviles independientes, que, en la suma de todas ellas, realizan un movimiento en conjunto.

Como apunte final, se añade la necesidad de incluir unos casquillos de goma en las rotulas de sujeción, ya que una vez con la plataforma completamente montada, se ha detectado una pequeña desincronización entre el sensor de efecto hall y los imanes que se utilizan para posicionar el final de carrera del vástago. Incluyendo los casquillos de goma mencionados, se restringiría el movimiento de rotación de los actuadores, permitiéndoles únicamente moverse en su sentido longitudinal de trabajo, permitiendo así la correcta monitorización de estos elementos.

En conclusión, en este proyecto, en mayor o menor medida, se han aplicado competencias de todas las ramas que conforman el grado de Ingeniería Mecatrónica, mecánica, eléctrica-electrónica, informática y control. Por lo que se ha alcanzado con éxito todas las expectativas en cuanto a campos y materias específicas por aplicar al proyecto.

CAPÍTULO 7.- BIBLIOGRAFÍA

En la bibliografía se recogen todos los enlaces, libros, revistas, autores a los que se ha acudido a consultar información para el proyecto.

- [1] https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Proceso-de-diseno-y-desarrollo-del-prototipo-robotico-de-3-GDL_fig1_324504423
- [2] <http://www.car-d.fr/images/hommages/hexapode.JPG>
- [3] http://www.kuka-robotics.com/NR/rdonlyres/0407A548-D100-4A34-834A-2044FE5B5A15/0/PR_KUKA_Industrial_Robot_KR60_KS_F_01.jpg
- [4] <https://5974824502634660062-a-1802744773732722657-ssites.googlegroups.com/site/inteligenciaa2010/inteligenceaarti.png>
- [5] <http://www.parallemic.org/Reviews/Review002.html>
- [6] Parallel Robots (Second Edition) by INRIA, Sophia-Antipolis, France J.-P. MERLET, Page 58.
- [7] W.P. Koevermans et al. (1975), 'Design and performance of the four dof motion system of the NLR research flight simulator', Proc. of AGARD Conf., No 198, Flight Simulation 17, 1- 11.
- [8] Parallel Robots (Second Edition) by INRIA, Sophia-Antipolis, France J.-P. MERLET, Page 66.
- [9] <http://www.car-d.fr/images/hommages/hexapode.JPG>
- [11] Yang, Y.; Rees, N. & Chuter, T. (2002), 'Reduction of encoder measurement errors in UKIRT telescope control system using a Kalman filter', IEEE Transactions on Control Systems Technology 10, 149 - 157.
- [12] Wendlandt, J. M. & Sastry, S. S. (1994), 'Design and Control of a Simplified Stewart Platform for Endoscopy', Proceedings of the 33rd conference on Decision and Control 1, 357- 362.
- [13] http://img.directindustry.es/images_di/photo-g/robots-de-empaque-pickand-Place-398135.jpg
- [14] http://www.aurova.ua.es/robolab/EJS2/RRR_Intro_3.html
- [15,16,17,18,22] <http://hebertasayco1277.blogspot.com/2010/04/estructura-Como-parte-esencial-de-la.html>
- [19] <http://ocw.usal.es/enseanzas-tecnicas/resistencia-de-materiales-ingeniero-Técnico-en-obras-publicas/contenidos/%20Tema5-Flexión-Tensiones.pdf>

- [20] <http://www.elrincondelingeniero.com/Pandeo%2C+buckling+o+columnas>
- [21] <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd8567.pdf>
- [23] http://help.solidworks.com/2016/spanish/SolidWorks/cworks/c_SN_Curve.html
- [24,25,26,27,28,29,30] <https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn1.html>
- [31,32,33] (Gomez Portilla & Guacaneme Gonzalez, 2011)
- [34] <https://es.wikipedia.org/wiki/Optoacoplador>
- [35] <https://hetpro-store.com/TUTORIALES/optoacoplador/>
- [36,37] [https://es.wikipedia.org/wiki/Puente_H_\(electr%C3%B3nica\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Puente_H_(electr%C3%B3nica))
- [38] <http://aprendiendo.laconeccion.com/l293d>
- [39] <https://electronilab.co/tienda/a1302-sensor-de-efecto-hall-lineal/>
- [40] <http://www.emb.cl/electroindustria/articulo.mvc?xid=273>
- [41] <https://tuelectronica.es/resistencia-pull-up-y-pull-down/>
- [42] <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0213131512000478>.
- [43] <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0213131512000478>.
- [44] Estrada Marmolejo, R. (23 de Octubre de 2017). HETPRO.
Obtenido de HETPRO: <https://hetpro-store.com/TUTORIALES/optoacoplador/>
- [45] González., F. E. (Julio, 2016). Generación dinámicas de secuencias para robots paralelos. Plataforma de Stewart Gough.
- [46] <http://se2amm.blogspot.com/2012/05/sensor-de-efecto-hall.html>
- [47] <https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn131.html>
- [48] <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd8567.pdf>

Relación de documentos

(X) Memoria	91	páginas
(_) Anexos	31	páginas

La Almunia, a 18 de Septiembre de 2018

Firmado: Luis Avila Domingo