



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado
Magisterio en Educación Primaria

**La utilización del videoblog para el aprendizaje
de la divisibilidad**

**The use of videoblogs for the learning of
divisibility**

Autor

Óscar Barranco Serranos

Director

Antonio González Herrera

FACULTAD DE EDUCACIÓN
2018

RESUMEN

La educación no puede ser algo estático sino que tiene que ser algo vivo, que evolucione y con capacidad de adaptarse a las necesidades de la sociedad. Por ello, en un mundo como el actual totalmente tecnologizado e interconectado, los profesionales de la educación deben ser capaces de ver esta tecnología no como una amenaza sino como una oportunidad. Partiendo de esta premisa en las siguientes páginas desarrollaremos, implementaremos y evaluaremos una propuesta sobre la utilización del videoblog para propiciar el aprendizaje de la divisibilidad, empleando bloques de lego como recurso manipulativo para favorecer su asimilación. Mostraremos las múltiples posibilidades que tiene esta herramienta en la docencia; expondremos no solo los estudios teóricos que justifican tanto la forma como el fondo de la misma, si no que reflejaremos paso a paso el proceso que hemos seguido para la creación del videoblog, señalando los objetivos concretos que perseguimos en cada uno de los videos que lo componen. Finalmente en la medida en la que esta propuesta nació con la vocación de ser desarrollada, analizaremos los resultados obtenidos en la implementación que llevamos a cabo de la misma.

Palabras clave: videoblog, matemáticas manipulativas, divisibilidad, Lego, secuencia didáctica.

ABSTRACT

Education cannot be something static but must be something alive, that evolves and with the capacity to adapt to the needs of society. Therefore, in a world like the current fully technological and interconnected, education professionals should be able to see this technology not as a threat but as an opportunity. Based on this premise in the following pages we will develop, implement and evaluate a proposal on the use of videoblog to promote the learning of the divisibility using blocks of Lego as a manipulative resource to favor its assimilation. We will show the multiple possibilities that this tool has in teaching; We will expose not only the theoretical studies that justify both the form and the background, but we will reflect step by step the process that we have followed for the creation of the videoblog, pointing out the concrete objectives that we pursue with each one of the videos Finally, to the extent that this proposal was born with the vocation of being developed, we will analyze the results obtained in the implementation we carry out of it.

Keywords: videoblog, manipulative mathematics, divisibility, Lego, didactic sequence.

ÍNDICE

RESUMEN	2
ABSTRACT	2
1. INTRODUCCIÓN.....	5
2. DESARROLLO	8
2.1. MARCO TEORICO.....	8
2.1.1 Calado de las nuevas tecnologías.....	8
2.1.2 Distractores	10
2.1.3 Papel del profesor en la sociedad de la información	11
2.1.4 Posibilidades en el uso del videoblog	14
2.1.5 Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas	17
2.1.6 Aprendizaje a través de la resolución de problemas	20
2.1.7 Aprendizaje manipulativo de las matemáticas	23
2.2. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD	24
2.2.1. Favorece diferentes ritmos de aprendizaje.	24
2.2.2. Atención a alumnos con problemas auditivos o visuales.....	24
2.2.3. Alumnos con absentismos por periodos de hospitalización.	25
2.2.4. Alumnos con problemas de comprensión lectora	25
2.2.5. Mayor tiempo del maestro para atender a sus alumnos	25
2.2.6. Adaptarse a los diferentes modos de aprendizaje.	25
2.2.7. El nivel sociocultural de las familias	26
2.3. CREACIÓN DEL VIDEOBLOG.....	28
2.4. CONTEXTO DEL DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.....	33
2.4.1. Educación para adultos	34
2.4.2. Educación primaria	43
2.5. DISEÑO DE LA PROPUESTA.....	47
2.5.1. VÍDEO 1: Presentación	72
2.5.2. VÍDEO 2: Múltiplos	73
2.5.3. VÍDEO 3: Divisores.....	75
2.5.4. VÍDEO 4: Divisores 2 – Números primos	77
2.5.5. VÍDEO 5: Lego I.....	79
2.5.6. VÍDEO 6: Criterios de Divisibilidad	82
2.5.7. VÍDEO 7: Aplicación Criterios de Divisibilidad	84
2.5.8. VÍDEO 8: Descomposición Factorial	85
2.5.9. VÍDEO 9: Mínimo Común Múltiplo.....	88
2.5.10. Video 10: Presentación Máximo Común Divisor.....	92
2.5.11. Video 11: Máximo Común Divisor	93

2.5.12. VÍDEO 12: Lego II.....	95
2.5.13. VÍDEO 13: Criba de Eratóstenes	99
2.5.14. VÍDEO 14: Descubrir si un número es primo.....	103
2.5.15. VÍDEO 15: Mapa conceptual Resumen	104
3. RESULTADOS.....	105
3.1. CONSIDERACIONES GENERALES.....	105
3.2. DISTRIBUCIÓN DE LOS ALUMNOS EN EL AULA.	109
3.3. TABLA DE RESULTADOS Y GRAFICOS	110
3.4. ANÁLISIS ESTADÍSTICO POR ACTIVIDADES	117
3.5. ANÁLISIS ESTADÍSTICO POR ALUMNOS	118
3.6. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	119
4. CONCLUSIONES.....	128
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	131

1. INTRODUCCIÓN

Nos encontramos en una sociedad en la que los alumnos gozan y sufren al mismo tiempo de una gran cantidad de oportunidades de ocio al alcance de su mano, de una gran cantidad de estímulos distractores que les pueden llevar a distanciarse fuera del ámbito escolar (e incluso dentro de él me atrevería a decir, con la incorporación de las nuevas tecnologías a las aulas en sustitución del libro de texto) de la concentración en la realización de la tarea. Fundamentalmente, el auge en el uso de las redes sociales por parte de los alumnos, tanto las adecuadas para su edad como aquellas que no lo son, ocupan gran parte de su tiempo, tal y como lo señalan numerosas estadísticas, algunas de las cuales reflejaremos en los próximos apartados. Y eso, no lo neguemos, supone un duro rival con el que los maestros de primaria tienen que enfrentarse, y eso, tampoco lo neguemos, es una lucha desigual y complicada. De ahí, que consideramos primordial presentar los contenidos a nuestros alumnos de la forma más atractiva posible para ellos, tratar de transformar esta potencial debilidad en una oportunidad y, haciendo uso de estas redes, presentar a los alumnos los contenidos de forma que les resulten atractivos y puedan facilitar la atención de los mismos en la realización de la tarea, tanto de la atención selectiva como de la atención sostenida, es decir, despertar el deseo en ellos y al mismo tiempo ser capaces de que este deseo se mantenga en el tiempo.

En la sociedad actual, por otro lado, la información inunda todo, tal como señala Eco (2010), con el acceso a internet desde un ordenador, un teléfono móvil o cualquier otro dispositivo electrónico, tenemos al alcance de nuestra mano información sobre prácticamente cualquier tema. El problema es que no somos capaces de manejar tal volumen de datos, no somos capaces de diferenciar qué información es relevante de aquella que no lo es, ni en muchas ocasiones qué información es verídica de aquella que está equivocada. Para esto, hay que tener primero un conocimiento de base, y segundo, un criterio claro, elementos que no se dan por completo en los alumnos de primaria. Creemos que la mayoría de los alumnos, cuando no los padres de los mismos, sí que hacen uso de las nuevas tecnologías a la hora de resolver dudas, pero ¿son adecuados aquellos lugares a los que acuden? La mayoría de ellos proporcionarán una información valiosa, y seguramente correcta, pero ¿es ese el orden en el que nosotros lo queremos transmitir? ¿Es esa la secuencia didáctica que nosotros deseáramos? No tiene por qué ser así. De ahí que, tal vez por ese motivo, consideramos que debemos ser nosotros los que proporcionemos a nuestros alumnos un punto de encuentro, de todos aquellos

recursos que previamente hayamos validado y consideremos enriquecedores, pero ¿por qué quedarnos aquí? ¿Por qué ser meros colectores de recursos cuando podemos ser creadores? Sería por lo tanto todavía más eficaz si somos nosotros mismos los que elaboramos estos recursos.

En la combinación de estas dos premisas, en este contexto social, es donde enmarcamos la propuesta de este Trabajo de Fin de Grado: la creación de un videoblog para el aprendizaje de las matemáticas. Este recurso incorpora una multitud de posibilidades y ventajas, muchas de ellas comprobadas mediante experiencias de éxito como veremos a lo largo del desarrollo de este trabajo. En este apartado introductorio me limitaré solo a nombrar algunos: la clase invertida, el aprendizaje just in time, la atención a la diversidad (alumnos con distinto ritmo de aprendizaje, con problemas visuales, con problemas auditivos, con largos periodos de hospitalización...)

No podemos, no obstante, pensar que el hecho de grabar una secuencia didáctica y proporcionar el enlace a nuestros alumnos es positivo per se. Debemos elegir con cuidado cómo se presentan los contenidos, tanto en la forma como en el fondo. En la forma fundamentalmente debido a que no todos los alumnos son capaces de integrar la información de la misma manera, es decir, no todos aprenden igual. Algunos integran mejor la información que les llega a través de imágenes, otros a través de palabras... como expone la conocida teoría de las inteligencias múltiples de Howard Gardner. Por ello a la hora de elaborar el videoblog, debemos considerar estos elementos relacionados con la forma (audio de calidad, imagen nítida, incorporar gráficos, subtítulos...) y, en cuanto al fondo, no debemos dejar de lado las dificultades que creo que subyacen en gran medida al fracaso de muchos alumnos en las matemáticas como son la abstracción (Carrillo, 2009), la falta de cercanía y sobre todo de descontextualización (Reeuwijk, 1997). Los alumnos las ven como algo alejado del mundo que les rodea, algo alejado de sus intereses y a esto hay que añadir la falta de motivación y indefensión aprendida (Alsina 2010) con la que llegan muchos alumnos a la hora de la clase de matemáticas: experiencias repetidas de fracaso a lo largo de su escolarización les llevan a esta sensación de imposibilidad que finalmente deriva en el desánimo, el desinterés y, finalmente, en la deserción y renuncia. Aquí el problema no radica en los alumnos sino en la metodología empleada a la hora de que los alumnos aprendan (Luengo y González 2005). ¿Cómo un alumno va a sentir el más mínimo interés de adquirir el algoritmo para el cálculo del m.c.m. si antes no ha visto su

justificación, o la utilidad que puede tener, o en qué situación podría resultarle útil ese conocimiento? Es ahí donde también consideramos que debemos poner nuestros esfuerzos.

Por otro lado, y para finalizar con esta introducción, no debemos caer en la tentación de pensar que con la publicación del vídeo y el trabajo previo mencionado anteriormente tenemos todo el trabajo hecho. Nada más lejos de la realidad. Nuestro trabajo real como docentes solo acaba de comenzar con la elaboración y publicación del vídeo. Tras él, viene todo el análisis de dudas, preguntas de los alumnos, la preparación de las clases más prácticas en el aula, la reelaboración y actualización de los vídeos en función de los resultados. Es un laborioso trabajo que creemos que merece la pena si con ello conseguimos superar los terribles datos que arrojan las evaluaciones en competencia matemática en nuestro país.

2. DESARROLLO

2.1 MARCO TEORICO

A lo largo del presente apartado trataremos de fundamentar los elementos mencionados en la introducción, deteniéndonos especialmente en aquellos que consideramos tienen más relevancia desde el punto de vista pedagógico.

2.1.1 Calado de las nuevas tecnologías

Internet se ha convertido en un elemento muy relevante en nuestro día a día. Según We are Social (2017), España es el país con mayor proporción de usuarios de móvil, con un 88%, y la penetración de las redes sociales en España se sitúa en el 54 % con un incremento del 6 % respecto del año anterior y un tiempo de uso medio diario de 1 hora 41 minutos. Si nos fijamos en la última encuesta del Instituto Nacional de Estadística (INE, 2017) sobre equipamiento y uso de TIC en los hogares para el año 2017, un 83,4 % de los hogares españoles con al menos un miembro con una edad entre 16 y 74 años, dispone de conexión a Internet (Tabla 1).

Tabla 1: Equipamiento y uso de TIC en los hogares año 2017.

		Valor	Variación
Hogares con conexión a internet	1	83,4 ¹	1,5 ¹
Hogares con conexión de banda ancha	1	82,7 ¹	1,5 ¹
Personas que han usado Internet (últimos 3 meses)	2	84,6 ²	4,0 ²
Usuarios frecuentes de Internet (al menos una vez por semana en los últimos 3 meses)	2	80,0 ²	3,5 ²
Personas que han comprado por Internet (últimos 3 meses)	2	40,0 ²	5,1 ²

Valor en porcentaje. Variación: diferencia respecto a la tasa del año anterior

1. Hogares con al menos un miembro de 16 a 74 años de edad

2. Personas de 16 a 74 años de edad

NOTA: INE, 2017.

Este hecho se ha visto incrementado con la aparición de los teléfonos móviles con acceso a Internet y su rápida difusión por todas las capas de la población. Según los datos referidos por la encuesta, y que se pueden observar en la Tabla 2, uno de cada cuatro alumnos de 10 años dispone de dispositivo móvil, aproximadamente la mitad de los alumnos de 11 años y tres de cada cuatro alumnos que tienen 12 años (INE, 2017).

Tabla 2: Porcentaje de niños que disponen de móvil por años.

	Niños que disponen de teléfono móvil
Edad: 10 años	25,0
Edad: 11 años	45,2
Edad: 12 años	75,0

NOTA: INE, 2017.

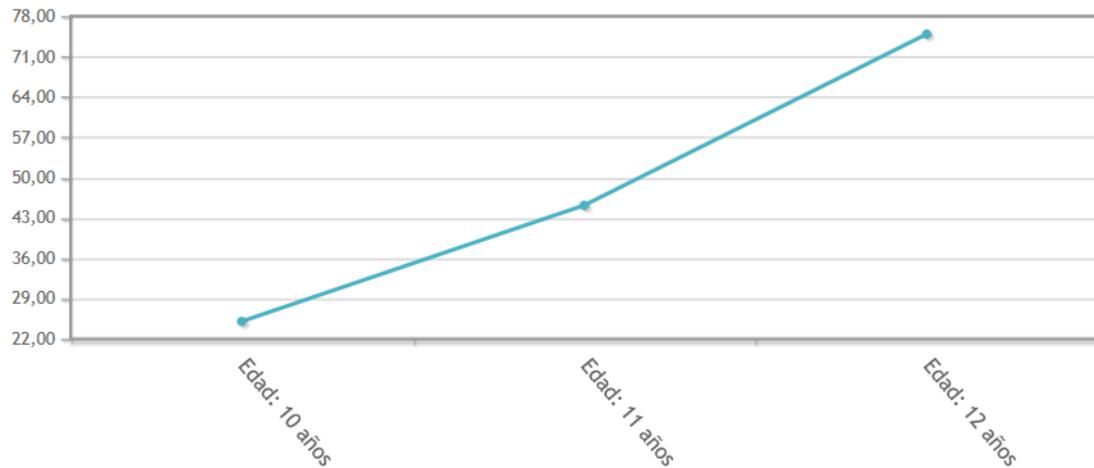


Figura 1: Porcentaje de alumnos que disponen de teléfono móvil por edades (INE, 2017).

Por otro lado, la citada encuesta señala que más del 90 % de los alumnos en este rango de edad emplean internet como se puede ver en la tabla 3 (INE, 2017).

Tabla 3: Porcentaje de niños usuarios de ordenador e internet en los últimos 3 meses por años.

	Niños usuarios de ordenador en los últimos 3 meses	Niños usuarios de Internet en los últimos 3 meses
Edad: 10 años	88,4	88,8
Edad: 11 años	89,3	91,0
Edad: 12 años	95,8	95,8

NOTA: INE, 2017.

No vamos a entrar a valorar si el hecho de la utilización de Internet y posesión de dispositivo de telefonía móvil por alumnos de estas edades es positivo o negativo, ya que se aleja de los objetivos de este TFG y hay numerosos estudios al respecto donde se pueden encontrar argumentos a favor y en contra, pero no podemos negar la evidencia, y es que los alumnos de nuestras clases a medida que se acerca al final de su escolarización van a tener a su disposición un teléfono móvil y van a ser usuarios habituales de Internet, y esto es una tendencia que va en aumento. La encuesta además no tenía en cuenta otro elemento que no haría sino remarcar todavía más este hecho y es que en muchas ocasiones a pesar de no poseer un teléfono móvil, utilizan el de sus

padres para poder conectarse a Internet. Por ello el porcentaje, no ya de propietarios, pero sí de usuarios de Smartphone en estas edades, todavía aumentaría más. Si nos atenemos a los datos de la encuesta sobre hábitos de uso y seguridad de Internet en menores y jóvenes en España del Ministerio de Interior, nos encontramos con que el 97% de los encuestados visitan páginas web, y el 35% de los menores de 12 años han subido fotos o publicado mensajes en alguna red social. Estamos hablando de "niños informatizados... niños que nacieron y crecieron sabiendo que esa tecnología estaba instalada en la sociedad" (Ferreiro, 2011, p.425).

Lo que también se ha dado en denominar como "nativos digitales", término usado por Prensky (2001) para referirse igualmente a niños que han crecido con las tecnologías digitales y que son "nativos" del lenguaje de los ordenadores, videojuegos e Internet. Por ello es muy importante utilizar estos entornos para la presentación de los contenidos a nuestros alumnos, situados en la cultura digital, y por ello debemos tratar de aprovechar todas las potencialidades que tienen para mejorar su aprendizaje, especialmente las redes sociales ya que tal como señala Del Moral y Villalustre (2012).

Se constituyen en poderosos medios de expresión, comunicación e intercambio ágil de información multiformato entre usuarios, capaces de favorecer la socialización de los mismos, y de tejer los fundamentos de comunidades de aprendizaje creativas, orientadas a impulsar la inteligencia colectiva global. Dadas sus características se convierten en recursos idóneos para ser utilizados en la enseñanza (p.41).

2.1.2 Distractores

Como muestra del número de distractores que tienen los alumnos, sirva la encuesta llevada a cabo en por la Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León a 600 alumnos de 5º primaria sobre los deberes escolares en 2017.

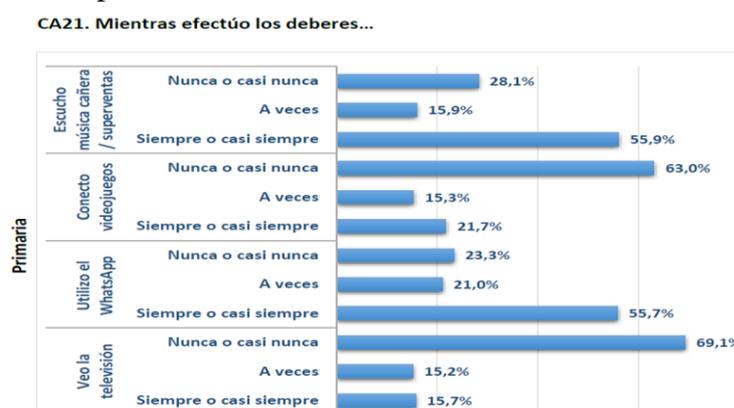


Figura 2: Distractores de los alumnos de quinto de primaria en la realización de los deberes (CECYL 2017).

Como se puede ver en la figura 2, extraída de la citada encuesta, los distractores son importantes. Vamos a obviar la escucha de música ya que esta no tiene por qué influir directamente en una menor concentración en la tarea tal como señalan diferentes estudios Sadler (2001) “La estimulación sonora puede influir en la plasticidad de aprendizaje o memoria mediante el aumento de conexiones sinápticas” (Citado en Eizaguirre et al. 2015, p.3). En cuanto al resto, observamos que el 37% de los alumnos se conectan con videojuegos a veces o casi siempre y un 30 % de ellos ven la televisión a veces o casi siempre. En estos dos casos no cabe duda de que suponen claros distractores para la concentración del alumnado y para la desviación de su atención sobre la tarea principal, entendiendo por concentración la habilidad para fijar la atención sobre una tarea de forma selectiva, evitando interferencias ajenas (distractores). En el caso de los videojuegos se está avanzando en otra línea de actuación que busca, de forma análoga, convertir esta amenaza en una oportunidad tratando de incorporar determinadas características de los videojuegos a la educación. Es lo que se conoce como la gamificación, que consiste “en el uso de mecánicas, elementos y técnicas de diseño de juegos en contexto que no son juegos para involucrar a los usuarios y resolver problemas” (Zichermann y Cunningham, 2011; Werbach y Hunter, 2012 citado por Borrás, 2015, p.1). En cualquier caso, lo que más destaca es la utilización del Whatsapp que no deja de ser, además de una aplicación de mensajería instantánea que requiere de un Smartphone, una red social. Aquí el porcentaje de alumnos de 5º de primaria que lo utilizan siempre o casi siempre es del 55,9% pero si añadimos los que lo utilizan a veces alcanzamos el 71,8%. Tanto si la utilización de esta red social es para tratar temas académicos como si es para temas de ocio quedaría corroborado nuestro planteamiento ya que, en el primero de los casos, reforzaría la idea de la utilidad de las redes sociales como la estructura virtual de comunidades de aprendizaje y, en el segundo, reforzaría la idea de presentar a los alumnos los contenidos en un formato que les resulte atractivo para tratar de focalizar su atención, ya que los niños de la sociedad actual, tal y como hemos venido corroborando con los diferentes datos aportados hasta ahora, están cambiando sus hábitos de comportamiento y convirtiendo las redes sociales en su nuevo patio de juegos.

2.1.3 Papel del profesor en la sociedad de la información

Esta universalización del uso de Internet, junto con los medios de comunicación de masas, nos ha llevado a situarnos en la denominada sociedad de la información, que

para concretar a qué nos referimos podemos utilizar la definición que dio la IBM Community Development Foundation en 1997:

Una sociedad caracterizada por un alto nivel de intensidad de información en la vida cotidiana de la mayoría de ciudadanos, organizaciones y sitios de trabajo, por el uso de tecnología común o compatible para un amplio rango de actividades de negocio, educacionales, personales o sociales, y por la habilidad de transmitir, recibir e intercambiar datos digitales rápidamente entre sitios indistintamente de la distancia. (Crespi y Cañabete, 2010, p.7).

Basta con teclear en un motor de búsqueda cualquier tema que sea de nuestro interés para obtener una multitud de páginas web donde poder saciar nuestro apetito por conocer. Aquí, por lo tanto, cabría plantearse al igual que Umberto Eco en su artículo para el diario La Nación, la pregunta:

En la época de Internet ¿de qué sirve el profesor? Así, para un niño de esta época, Internet es la Gran Madre de todas las enciclopedias, donde se puede encontrar Siria, la fusión fría, la guerra de los treinta años y la discusión infinita sobre el más alto de los números impares. La información que Internet pone a su disposición es inmensamente más amplia e incluso más profunda que aquella de la que dispone el profesor. Pero no podemos olvidar un punto importante: que Internet le dice "casi todo", salvo cómo buscar, filtrar, seleccionar, aceptar o rechazar toda esa información. (Eco, 2007, p.17).

En resumen “Hay más y más información y menos significado” (Baudrillard, 1983 citado por Crespi, 2010, p.17). Tal como ya apuntamos brevemente, los alumnos con estas edades no poseen todavía un nivel de lectura crítica lo suficientemente desarrollado como para poder distinguir la validez o no de la información y las intenciones que pueden subyacer a la misma. Tal vez este último elemento sea más determinante en otras áreas del currículo, como la historia o la literatura, que en las denominadas ciencias exactas como las matemáticas, pero no por ello podemos dejar de mencionarlo, ya que nos parece fundamental y decisivo para la correcta educación de nuestros alumnos y para que estén preparados para participar de forma activa en la sociedad.

Lo que sí que tiene relevancia para las matemáticas es la secuencia en la que se acceden a según qué aprendizajes.

...como cualquier otra disciplina científica, las matemáticas tienen una estructura interna que relaciona y organiza sus diferentes partes. Más aún, en el caso de las matemáticas esta estructura es especialmente rica y significativa. Hay una componente vertical en esta estructura, la que fundamenta unos conceptos en otros, que impone una determinada secuencia temporal en el aprendizaje y que obliga, en ocasiones, a trabajar algunos aspectos con la única finalidad de poder integrar otros que son los que se consideran verdaderamente importantes desde un punto de vista educativo” (Godino, Batanero y Font, 2003, p.29).

Así, los contenidos localizados y empleados por los alumnos, tal vez pueden no ser los más propicios ya que tal vez no accedan a estos en el orden adecuado, tal vez se salten determinados pasos fundamentales que son la base de otros aprendizajes o, directamente, el método que les presentan no sea el que nosotros consideramos adecuado. Así, a la hora de enfrentarnos, por ejemplo, a la realización de una operación básica como es la división, con una sencilla búsqueda en Internet y sin ánimo de ser exhaustivos, podemos encontrar multitud de formas de realizarlo (método tradicional, ABN, método inglés, método Nisha...) y, aunque todas lleven a un mismo resultado, no es el mismo proceso en todos los casos, por lo que este puede no coincidir con el que haya decidido el maestro y esto provoque desencuentros entre la información que ha obtenido el niño y la que el maestro le presenta en el aula. No quiero con esto decir que el maestro esté siempre en lo cierto y que el elegido sea el mejor método para hacerlo, pero lo que es seguro es que, si se producen estas divergencias entre unos y otros, lo que se conseguirá en estos niños que están aprendiendo, en este caso la división, será que todavía se alejen más de las matemáticas. Así, el nuevo rol del maestro debe ser el de “un moderador de comunidades, un experto en el uso de herramientas de la web 2.0, un motivador de la participación, potenciador de logros y proveedor (mediador) de contenidos” (Zambrano, Medina, y Martín, 2010, p.57). Por lo tanto, creemos fundamental que el maestro sea el encargado de suministrar recursos útiles a los alumnos, independientemente de que estos posteriormente se encarguen de profundizar por sí mismos localizando otros, deben tener una base que sea sólida, validada y verificada a partir de la cual puedan construir su conocimiento. Estos recursos pueden ser recopilados, elaborados o adaptados por él, lo que requiere en todo caso un análisis previo de las características de los alumnos, del hábitat, del currículo etc.... para determinar aquellos que son más convenientes. La mejor manera de poder tener en cuenta todos los elementos mencionados es que sea el propio maestro el que elabore el

recurso. De este modo estará totalmente vinculado con las posteriores explicaciones complementarias y las tareas que se lleven a cabo en el aula. De ahí que consideremos que la elaboración de un videoblog cumple a la perfección con todas estas demandas.

2.1.4 Posibilidades en el uso del videoblog

A partir de la creación del videoblog se nos abren multitud de posibilidades a la hora de desarrollar nuestra labor docente. Para empezar diremos que su creación es perfectamente compatible con la clase magistral. Nos encontramos en el denominado b-learning (blended learning) (Touron y Santiago, 2015), un punto a medio camino entre la enseñanza tradicional presencial y la enseñanza exclusivamente virtual o electrónica (e-learning) (García-Peñalvo y Seoane, 2015). Combina ambos elementos obteniendo de esta combinación numerosas ventajas, como controlar el ritmo al que acceden a los contenidos ya que, al estar disponibles, podrán consultarlos cuando lo deseen.

Pero queremos hacer especial mención a la posibilidad de desarrollar la clase invertida, la denominada “Flipped Classroom” (Touron y Santiago, 2015) que realmente supondría dar un paso más a partir del mencionado b-learning. No vamos a realizar un análisis en profundidad de esta metodología ya que no es el objeto de este trabajo, pero sí realizaremos algunas anotaciones ya que creemos que es una de las mayores potencialidades que puede tener la elaboración de videoblogs.

Esta clase invertida, de forma muy resumida, supondría proporcionar los recursos para que los alumnos puedan acceder a la formación teórica desde sus casas para, posteriormente, en el aula centrarse en la realización de actividades. Como se ve sería un modelo justamente inverso al que normalmente se practica, donde primero se produce una clase magistral en el aula y posteriormente los alumnos deben afianzar estos aprendizajes con la realización de actividades, en numerosas ocasiones en sus hogares, la realización de los denominados “deberes”. Este método impide al maestro resolver en el momento las dudas que les puedan surgir a los alumnos en la realización de las tareas que, o bien son resueltas con la ayuda de sus padres, del profesor particular, la búsqueda de información en Internet, o no son resueltas y se plantean en la siguiente clase, con la corrección de los ejercicios y la aclaración de las posibles dudas, tanto a aquellos que las tienen como a aquellos que no las han tenido, lo que no es del todo eficaz ni para unos ni para otros. Para los últimos, obviamente, supone volver a escuchar una explicación que ya han comprendido y, para los primeros, la dilación en el

tiempo entre el surgimiento de la duda y la resolución de la misma hace, lo que hace que el maestro no pueda aprovechar el momento en el que se ha producido el error para construir conocimiento, analizar el proceso y reflexionar con el alumno sobre la forma en la que ha llevado a cabo la tarea. En el caso de la clase invertida, los alumnos vienen a clase con la información teórica suministrada por el maestro (es aquí donde incluiríamos nosotros la creación del videoblog) y realizan actividades programadas por este. Sería óptimo, al mismo tiempo, que estas actividades se resolvieran en grupo. De este modo, las posibles dudas que surgieran, podrían ser resueltas por compañeros del grupo y cuando no por el propio maestro evitando el problema que hemos mencionado anteriormente.

Es fundamental para este sistema la selección y/o preparación de materiales y recursos para que puedan ser aprovechables por el conjunto de los alumnos teniendo en cuenta las características de todos ellos. No obstante, este método requiere de una formación previa de los alumnos sobre la forma en la que deben acceder y enfrentarse a estos recursos que se les proporcionan, y aquí cabría llevar a cabo un análisis de la capacidad de los alumnos para poder acceder al conocimiento (tal vez ni a todas las edades ni para todos los aprendizajes sea oportuno la utilización de la misma) que excede las ambiciones de este TFG y por lo tanto queda abierta como una posible nueva línea de investigación. Con la clase invertida se abre un gran abanico de posibilidades, desde la creación anexa de una comunidad virtual para los miembros de la clase, donde pueden solventar dudas o diferentes cuestiones, hasta un canal abierto con el maestro, donde plasmen sus posibles problemas, junto con la creación de un breve cuestionario en el que los estudiantes deban responder sencillas preguntas. Todo esto orientará al profesor a la hora de preparar la siguiente sesión, viendo en qué elementos presentan más problemas o tienen más dudas sus alumnos. Es lo que muchos denominan la educación “just in time” (Touron y Santiago, 2015) haciendo referencia a que se puede adaptar en el momento a las necesidades del alumno, o del grupo de alumnos, logrando con ello una mayor personalización de la enseñanza. De este modo llegamos a la idea que muchos autores señalan como “Flipped Learning” “Potencialmente, un aula inversa permite al profesor fijar el contenido por semanas, meses o el curso entero, permitiendo a los estudiantes que aceleren su aprendizaje a través del plan de estudios si están listos” (Tourón y Santiago, 2015, p.223).

Otra de las ventajas, que tiene este método consiste en su versatilidad para adaptarse al estilo de enseñanza que el maestro considere más oportuno. Como hemos apuntado, nosotros pensamos que combinarlo con el aprendizaje cooperativo sería una opción ideal para llevarlo a cabo, pero es perfectamente compatible con un modelo donde, al comienzo de la clase, el maestro siga realizando su exposición. Particularmente, la sigo considerando como una valiosa herramienta de la que dispone el maestro y no tiene por qué renunciar a ella. Eso sí, esta exposición la haría centrándose en aquellos puntos en los que haya detectado más dificultades. Con ello, sería más cortas y sería al principio de la clase, con lo que también evitaríamos los problemas de atención sostenida que plantean los alumnos a medida que avanza la explicación, ya que un estudio realizado en la Universidad de Columbia y presentado por Blackboard en la *BBWorld conference* en 2012, muestra que:

Un profesor habla en torno a 200 palabras por minuto, mientras que el alumno capta alrededor de 100; los alumnos retienen el 70% de lo que se dice en los primeros 10 minutos de la clase, pero solo un 20% de lo que se dice en los últimos 10 minutos; y lo que es peor, según este estudio, los alumnos solo permanecen atentos en torno al 40% del tiempo que dura una clase. (Touron y Santiago, 2015, p.198).

Esto último también es aplicable a la hora de determinar la duración de los vídeos que elaboremos; es preferible que sean cortos y se trabaje un concepto en cada vídeo, que el hecho de que sean de mayor duración y trabajen toda una unidad didáctica en un solo vídeo. Sobre este tema volveremos posteriormente, cuando tratemos el formato ideal que debe tener un vídeo educativo.

Resumiendo, los principales beneficios que aporta la Flipped Classroom son recogidos por Sacristan, Martín, Navarro y Touron (2017):

a) Adaptación al ritmo de cada estudiante. Potencialmente, el modelo Flipped Classroom permite al profesor fijar un el contenido por semanas, meses o el curso entero, permitiendo a los estudiantes que aceleren su aprendizaje a través del plan de estudios si están listos (Tourón, Santiago y Díez, 2014).

b) Implicación del estudiante; menor estrés (Marlowe, 2012); mayor participación y desarrollo del pensamiento crítico (Martín y Núñez, 2015); mayor colaboración, formulan más preguntas (Tourón, 2015).

c) **Aprendizaje más profundo:** permite realizar actividades que desarrollen las categorías cognitivas de orden superior de la taxonomía de Bloom (Anderson y Krathwohl, 2001).

d) **Proceso y resultados de aprendizaje** (Martín y Núñez, 2015; Calvillo, 2014). Similares resultados obtienen Marcey and Brint (2011) quienes señalan que el grupo experimental (Flipped Classroom), obtuvo unos resultados considerablemente mejores, tanto en los cuestionarios como en el examen final. (p.3).

2.1.5 Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

Por lo tanto, el videoblog no deja de ser una traslación de la explicación en clase, a una plataforma más atractiva, más disponible, más adaptable a los diferentes ritmos, con más posibilidades de atención a la diversidad y con mayor número de posibilidades de incorporar otros recursos. Pero los contenidos también deben ser tenidos en cuenta a la hora de preparar nuestro vídeo. Nos encontramos con un elevado índice de fracaso en las matemáticas y con cierta aversión hacia las mismas por un elevado porcentaje de alumnos. Normalmente es un sentimiento que surge en los primeros años y no hace sino acrecentarse a medida que los alumnos avanzan en su escolarización generando expectativas de fracaso en los profesores y los padres y, muchas veces, en los propios alumnos en el aprendizaje de las matemáticas.

Los procesos cognitivos implicados en la resolución de problemas son particularmente susceptibles al influjo de los factores afectivos. Uno de los obstáculos que encuentran los profesores a la hora de enseñar matemáticas son las actitudes y las creencias que muchos estudiantes desarrollan ante las mismas. Las percepciones y actitudes que con mayor frecuencia se observa en los alumnos sobre la naturaleza de las matemáticas las describen como fijas inmutables, externas abstractas y que no están relacionadas con la realidad, un conocimiento cuya comprensión está reservada a muy pocos especialmente dotados (Carrillo, 2009, p.5).

Así “Son muchos los escolares que perciben las matemáticas como un conocimiento intrínsecamente complejo que genera sentimientos de ansiedad e intranquilidad, constituyendo una de las causas más frecuentes de frustraciones y actitudes negativas hacia la escuela” (Núñez 2005, p.2390) El problema lo encontramos en que es un saber acumulativo y que, por lo tanto, en la medida en la que fallen ciertos

conocimientos de base, hace más complicado acceder a conocimientos más complejos. Miguel de Guzmán (2007) afirma que:

Es claro que una gran parte de los fracasos matemáticos de muchos de nuestros estudiantes tienen su origen en un posicionamiento inicial afectivo totalmente destructivo de sus propias potencialidades en este campo, que es provocado, en muchos casos, por la inadecuada introducción por parte de sus maestros (Citado por Santaolalla, 2009, p.2).

Pero uno de los principales problemas es el grado de abstracción con el que son presentadas las mismas reduciéndolas, en algunas ocasiones, a la mera memorización de algoritmos sin dedicar tiempo a la comprensión del concepto que hay detrás, ya que “El alumno puede no estar listo para el grado de abstracción que se exige en los diferentes niveles” (Carrillo, 2009, p.4). Podemos pensar que uno de los problemas de base que persisten en el aprendizaje de las matemáticas radica en el estilo de aprendizaje de los alumnos y la forma en la que le son presentados los contenidos. No todos los alumnos aprenden igual, cada uno se enfrenta al proceso de diferentes formas y tal vez el problema sea que la forma en la que hasta ahora se han presentado las matemáticas haya favorecido a aquellos alumnos que son más hábiles en una tipología concreta de aprendizaje.

En el ámbito de las matemáticas, es muy posible que los alumnos que obtienen notas más altas en matemáticas las consigan porque se les está enseñando en la forma que mejor va con su estilo peculiar. Y si los profesores de matemáticas cambiaran sus estrategias instructivas para acomodarlas a los estilos de los alumnos con calificaciones más bajas, es muy probable que disminuyera el número de éstos. (Gallego y Nevot, 2008, p.96).

Además,

Nuestro sistema educativo no es neutro, y en nuestra opinión favorece a los alumnos teóricos y reflexivos por encima de todos los demás. Aunque en algunas asignaturas los alumnos pragmáticos pueden aprovechar sus capacidades, a menudo se encuentran con que el ritmo que se impone a las actividades es tal que no les deja tiempo para elaborar y matizar las ideas como ellos necesitan (Luengo y González, 2005, pp.160-161).

Por otro lado, otro elemento que también tiene gran relevancia en el aprendizaje de las matemáticas es la motivación hacia las mismas. Tal como señala Núñez (2005) se produce una

Falta de implicación del estudiante en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, repercutiendo directamente en el esfuerzo personal que realiza en relación con esta materia. Esta circunstancia agrava los efectos negativos del rendimiento en la misma ya que constituye una de las materias más difíciles de enseñar y de aprender por la naturaleza de su propio contenido. (p.2396).

Relacionado con este mismo aspecto de la motivación, Font (1994) citado por Alsina y Domingo (2007) hace referencia a la diferente actitud que tendrá un alumno ante las dificultades que encuentre en las matemáticas, si el patrón motivacional es positivo o negativo. En el primer caso, buscará estrategias, analizará la situación... en el segundo, aumentará su ansiedad culpando a su incapacidad y adoptará una actitud defensiva. Nos referimos a la motivación académica, entendiendo que “un alumno está motivado académicamente cuando no permanece indiferente ante cualquier aprendizaje nuevo o tarea que se le proponga” (Alsina y Domingo, 2007, p.24).

La motivación puede ser bien intrínseca, bien extrínseca. Siguiendo lo señalado por Skemp (1980) citado por Alsina y Domingo (2007), las motivaciones realmente válidas son las intrínsecas, las que surgen de dentro del sujeto y no las extrínsecas que se logran a partir de premios y castigos.

Si un estudiante quiere terminar su tarea sólo para tener buena nota, es probable que adopte una actitud defensiva, procurando sólo obtener el resultado correcto y no hacer errores. Pero si está intrínsecamente motivado para realizar una tarea, si realmente la valora, correrá riesgos para mejorar su trabajo y probablemente se implicará en una exploración de la situación más profunda y tendrá en cuenta todo lo que le rodea... motivación intrínseca no viene dada de forma natural en la mayoría de estudiantes, y es con el diseño de propuestas didácticas de aprendizaje activo... donde se intenta provocar este tipo de motivación (Alsina y Domingo, 2007, p.30).

Por todo ello pensamos que debemos lograr que los alumnos descubran la utilidad de las matemáticas, pero la utilidad real, la utilidad en el día a día y esto, sobre todo con la mayoría de contenidos que incluye el currículo de primaria, está al alcance de nuestra mano. Tal vez resultara más complicado, que no por ello imposible, hacer ver

qué utilidad puede tener en la vida diaria de uno de nuestros alumnos el aprendizaje de las derivadas o de las integrales, pero no ocurre lo mismo con la suma de fracciones, el cálculo del mínimo común múltiplo, o por supuesto las operaciones básicas y la geometría. Debemos procurar ejemplos concretos, cercanos, conocidos por los alumnos, lo más próximos posibles a sus intereses cambiantes, ya que no son los mismos los de un alumno que asiste ahora a una clase de primaria, que los que tenía un alumno que iba en los años ochenta.

Hay numerosas prácticas, como matemáticas manipulativas o aprendizaje basado en problemas, que buscan en parte paliar estas dificultades y en este sentido pensamos que debe ir enfocada la presentación de los contenidos del videoblog: bajar las matemáticas de la abstracción al nivel casi tangible para que los alumnos asimilen el concepto.

2.1.6 Aprendizaje a través de la resolución de problemas

Respecto al aprendizaje a través de la resolución de problemas, de acuerdo con “los recientes aportes de modelos epistemológicos constructivistas, la resolución de problemas constituye una actividad privilegiada para introducir a los estudiantes en las formas propias del quehacer de las matemáticas” (Silva, 2008, p.8). Muy relacionado con esto, Alsina y Domingo (2007) hacen una revisión del manejo de situaciones problemáticas que emplean las escuelas y observan que es común que los profesores trabajen las matemáticas siguiendo el siguiente orden:

- 1º Exponen el contenido
- 2º Dan ejemplos sencillos
- 3º Resuelven ejercicios sencillos
- 4º Resuelven ejercicios complicados
- 5º Plantean un problema.

Cuando resultaría más recomendable plantear situaciones problemáticas desde el principio, para despertar el interés del estudiante, y conectar los contenidos matemáticos con otras áreas, para que vean la utilidad de las mismas y la presencia de estas en su vida cotidiana. En este sentido Proenza y Leyva (2006), establecen cuatro tipos de

situaciones que conviene considerar en las actividades relacionadas con las matemáticas:

Las situaciones educativas o laborales: las encuentra el alumno en el centro escolar o en un entorno de trabajo. Se refieren al modo en que el centro escolar o el lugar de trabajo proponen al alumno una tarea que le impone una actividad matemática para encontrar su respuesta.

Las situaciones personales: están relacionadas con las actividades diarias de los alumnos. Se refieren a la forma en que una tarea matemática afecta inmediatamente al individuo y al modo en que el individuo percibe el contexto de la tarea.

Las situaciones públicas: se refieren a la comunidad local u otra más amplia, en la cual los estudiantes observen un aspecto determinado de su entorno. Requieren que los alumnos activen su comprensión, conocimiento y habilidades matemáticas para evaluar los aspectos de una situación externa con repercusiones importantes en la vida pública

Las situaciones científicas: son más abstractas y pueden implicar la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema específicamente matemático (p.11).

En la misma línea Reeuwijk (1997), investigador y educador del Instituto Freudenthal de la Universidad de Utrecht (Holanda), señala que:

“los contextos y la vida cotidiana deberían desempeñar un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no sólo en la fase de aplicación, sino también en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los alumnos descubren o aún mejor reinventan las matemáticas (p.13).

Aportando cinco motivos para utilizar contextos de vida cotidiana:

1. Pueden motivar a los alumnos. Así mismo, pueden ayudarlos a comprender por qué las matemáticas son útiles y necesarias. Pueden aclarar por qué ciertos ámbitos de las matemáticas revisten importancia y pueden contribuir a que los alumnos entiendan el modo en que se emplean las matemáticas en la sociedad y en la vida cotidiana.

2. El uso de contextos puede favorecer que los propios alumnos aprendan a usar las matemáticas en la sociedad, además de descubrir qué matemáticas son relevantes para su educación y profesión posteriores.

3. Los contextos pueden incrementar el interés de los alumnos por las matemáticas y la ciencia en general.

4. Los contextos pueden despertar la creatividad de los alumnos, impulsarlos a utilizar estrategias informales y de sentido común al afrontar, por ejemplo, la resolución de una situación problemática o de un juego.

5. Un buen contexto puede actuar como mediador entre la situación concreta y las matemáticas abstractas.

Por ello debemos alejarnos de la descontextualización del aprendizaje, sacar las matemáticas de la niebla de la abstracción que muchas veces impide a los alumnos percibir las con claridad y que lleva a reducir su aprendizaje a la memorización de un algoritmo. Así, según la teoría del aprendizaje contextual, el aprendizaje tiene lugar sólo cuando el alumno procesa información y conocimiento nuevos de tal manera que les da sentido en su marco de referencia (su propio mundo interno de memoria, experiencia y respuesta). Este enfoque de aprendizaje y enseñanza supone que la mente busca, de forma natural, el significado en el ámbito donde la persona se encuentra y que lo hace buscando relaciones que tengan sentido y parezcan ser útiles.

Así Flores (2001) citado en Santaolalla (2009) señalaba que:

1. El aprendizaje matemático se realiza a través de experiencias concretas.
2. El aprendizaje tiene que arrancar de una situación significativa para los alumnos.
3. La forma en que los aprendices pueden llegar a incorporar el concepto a su estructura mental es mediante un proceso de abstracción que requiere de modelos.
4. Una de las formas de conseguir que el aprendizaje sea significativo para los alumnos es mediante el aprendizaje por descubrimiento.
5. No hay un único estilo de aprendizaje matemático para todos los alumnos (p.6).

2.1.7 Aprendizaje manipulativo de las matemáticas

Respecto al aprendizaje manipulativo de las matemáticas, hay numerosos autores que abogan por él. Ya Rousseau (1712-1778) hablaba del aprendizaje por experimentación, Froebel (1782-1850) en la misma línea resaltaba del aprendizaje a través del juego, empleando para ello diferentes materiales didácticos. Cronológicamente, después y en la misma línea que Froebel, podríamos situar a María Montessori, y por último Jean Piaget, que en su teoría sobre la evolución de los niños, señalaba que entre 7 – 11 años, edad en la que se desarrolla mayoritariamente la educación primaria, los niños se encuentran en la etapa de las operaciones concretas en la que todavía no se ha desarrollado el pensamiento abstracto y, para poder resolver los problemas, los niños deben partir de objetos u acontecimientos concretos, reales y no hipotéticos o abstractos.

Nosotros en la propuesta que llevaremos a cabo emplearemos bloques de Lego¹, no deja de ser un material de construcción manipulativo, que como señala Campbell (2012) citado por Erauzquin (2016) “numerosos educadores utilizan (...) a la hora de abordar explicaciones de conceptos abstractos o procesos complejos con objeto de facilitar la comprensión del alumnado” (p.16). Al mismo tiempo que señala:

los bloques de Lego se enmarcan en el modelo pedagógico acuñado por Piaget, dado que ofrecen la facilidad de que pueden ser contruidos y posteriormente reconstruidos en cualquier momento, favoreciendo la interacción del alumnado con el material, y por ende, con el contenido que es objeto de aprendizaje (p.16).

En relación con esto, Díaz y Hernández (2002) identifican la estrategia de representación viso espacial como una estrategia para organizar la información que se ha de aprender. Tales estrategias mejorarían la significatividad lógica con lo que harían más probable el aprendizaje significativo de los alumnos. Es lo que denominan construcción de “conexiones internas”.

¹ El Grupo LEGO es una compañía privada fabricante de juguetes con sede en Dinamarca. Alcanzo gran notoriedad gracias a sus bloques encajables conocidos como ladrillo lego. Tal es su popularidad que este tipo de bloques son conocidos comúnmente como bloques de lego aunque sean de otros fabricantes. A lo largo del TFG emplearemos la palabra “lego” para referirnos a este tipo de bloques y no a los de esta marca en concreto.

2.2 ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

A lo largo de los apartados anteriores, hemos ido apuntando diferentes posibilidades que ofrece el videoblog a la hora de llevar a cabo una educación personalizada y centrada en la inclusión y la atención a la diversidad, siendo una herramienta que, por su flexibilidad, se puede adaptar a las diferentes necesidades de los alumnos. A continuación reflejaremos las que consideramos son las principales ventajas que creemos aporta esta herramienta en la atención a la diversidad.

2.2.1 Favorece diferentes ritmos de aprendizaje.

Es bien sabido que no todos los alumnos presentan el mismo ritmo de aprendizaje, determinados contenidos que son rápidamente asimilados por unos alumnos, mientras que otros casos el proceso es más lento y costoso. Gracias a la utilización del videoblog los contenidos y los recursos estarán disponibles en todo momento para los alumnos para que puedan visitarlos cuantas veces deseen y al mismo tiempo, aquellos que bien presenten altas capacidades o que tengan una mayor facilidad para interiorizar esos contenidos, podrán dedicar más tiempo a profundizar sobre los mismos y no verse obligados a volver a escuchar una y otra vez la misma explicación. Además, la utilización del videoblog, es una técnica que facilita en gran medida el trabajo en proyectos, metodología que permite adaptarse, debido a los diferentes niveles de profundidad que se les pueden dotar a los proyectos, a los distintos ritmos y capacidades de los alumnos.

2.2.2. Atención a alumnos con problemas auditivos o visuales

Gracias a las nuevas tecnologías, no resultará muy complicado al maestro incorporar subtítulos a los vídeos que presente. De este modo las explicaciones podrán ser seguidas por aquellos alumnos que presentan problemas auditivos, ya que irán leyendo las explicaciones que otros compañeros escuchen, y podrán incorporarse diferentes imágenes aclaratorias en el vídeo. Respecto a aquellos alumnos que presenten problemas visuales podrán seguir la explicación a través del audio del vídeo subido por el maestro, pausando, adelantando, retrocediendo cuantas veces sea necesario para lograr una correcta comprensión.

2.2.3 Alumnos con absentismos por periodos de hospitalización.

En este caso la ventaja de la elaboración del videoblog es clara sobre la presentación de contenidos de forma presencial. Tanto para aquellos alumnos que pasan largos periodos sin poder asistir a clase, como para aquellos que por motivos puntuales no puedan asistir a una determinada explicación, supone una clara ventaja el poder acceder a los contenidos desde cualquier dispositivo con conexión a Internet. Yendo un poco más allá, permitiría a aquellos alumnos que por diferentes motivos se han incorporado una vez comenzado el curso a revisar los vídeos de las clases anteriores para, con esfuerzo, voluntad y colaboración del maestro, ponerse en igualdad de condiciones con sus compañeros.

2.2.4. Alumnos con problemas de comprensión lectora

Esta es otra ventaja que encontramos en este formato de presentación de los contenidos. En numerosas ocasiones, los problemas de los alumnos a la hora de resolver problemas matemáticos, no está ligada al concepto matemático que subyace al problema sino a la comprensión del enunciado del mismo. En otras palabras, no son capaces de entender qué es lo que el problema les solicita. Gracias al videoblog, las explicaciones del problema se realizarán de palabra con lo que estos alumnos, que presentan dislexia o simplemente que tienen ciertos problemas de comprensión lectora, sí serán capaces de identificar qué es lo que el problema solicita.

2.2.5. Mayor tiempo del maestro para atender a sus alumnos

La creación del videoblog requiere de un gran trabajo previo: la búsqueda de materiales, la decisión sobre cómo presentarlos, el montaje y edición del vídeo... Pero una vez está realizado, el maestro dispondrá en el aula de más tiempo para dedicar a solucionar los problemas que presenten los alumnos en el momento en el que se produzcan y, con ello, favorecerá una educación más individualizada.

2.2.6. Adaptarse a los diferentes modos de aprendizaje.

Los alumnos poseen diferentes tipos de inteligencia como bien señala la teoría cada vez más aceptada de las inteligencias múltiples de Howard Gardner. En función del tipo de inteligencia que predomine en los alumnos tendrán una mayor facilidad para acceder a la información de una forma o de otra. En este sentido Gardner señala que “es

necesaria una tecnología versátil que haga más fácil la personalización de la educación” (Gardner, 1999 Citado por Del Pino y Palau, 2015, p.10). Hecho que, claramente, se produce con la presentación de los contenidos a partir del videoblog.

2.2.7. El nivel sociocultural de las familias

En muchas ocasiones, siguiendo la metodología tradicional de exposición en el aula de los contenidos, el tiempo dedicado a las actividades queda muy reducido, lo que obliga a realizarlas en los hogares y, en caso de dudas, estas eran solventadas, habitualmente, por los familiares. Por lo tanto, aquellos alumnos que se encuentren en familias de un nivel cultural medio, medio-alto podrán ser ayudados de forma más eficaz. La creación del videoblog permite, como ya hemos apuntado, al maestro dedicar más tiempo a cada uno de los alumnos en la resolución de las actividades y de las posibles dificultades, así como la posibilidad de crear un canal abierto donde los alumnos plasmen sus dudas para que el maestro las refuerce en la siguiente sesión. Con ello queda, en cierto modo, paliado este hándicap con el que parten algunos alumnos.

El principal problema que encontramos es el nivel socioeconómico de las familias. Para la visualización del videoblog, es necesario contar con un dispositivo que lo permita, ya sea un ordenador, una smart tv, una tablet, un smartphone... así como de conexión a Internet. Es cierto que según todas las estadísticas, algunas de ellas referidas en este mismo Trabajo de Fin de Grado, la mayoría de las familias en España gozan de conexión a Internet y ordenador o smartphone (Tabla 4, INE, 2017).

Tabla 4: Porcentaje de viviendas con ordenador, internet, banda ancha y móvil en función de los ingresos mensuales.

	Viviendas con algún tipo de ordenador	Viviendas que disponen de acceso a Internet	Viviendas con conexión de Banda Ancha (ADSL, Red de cable, etc.)	Viviendas con teléfono móvil
Ingresos mensuales netos del hogar: Menos de 900 euros	53,9	63,3	62,6	93,7
Ingresos mensuales netos del hogar: De 901 a 1.600 euros	76,2	81,4	80,9	97,7
Ingresos mensuales netos del hogar: De 1.601 a 2.500 euros	92,1	94,4	94,0	99,5
Ingresos mensuales netos del hogar: Más de 2.500 euros	98,0	98,8	98,6	99,8

NOTA: INE, 2017.

Si nos fijamos exclusivamente en los niños entre 10 y 15 años pertenecientes a estas familias (Tabla 5) vemos como, a pesar de pertenecer a familias con menores ingresos, el porcentaje de uso de Internet y ordenador se incrementa:

Tabla 5: Porcentaje de niños usuarios de ordenador, internet y móvil en función de los ingresos.

	Niños usuarios de ordenador en los últimos 3 meses	Niños usuarios de Internet en los últimos 3 meses	Niños que disponen de teléfono móvil
Total Niños (10-15 años)	92,4	95,1	69,1
Ingresos mensuales netos del hogar al que pertenecen: Menos de 900 euros	83,1	90,4	67,8
Ingresos mensuales netos del hogar al que pertenecen: De 901 a 1.600 euros	92,0	97,4	70,2
Ingresos mensuales netos del hogar al que pertenecen: De 1.601 a 2.500 euros	95,8	96,4	68,5
Ingresos mensuales netos del hogar al que pertenecen: Más de 2.500 euros	97,7	97,9	70,0

NOTA: INE, 2017.

Pero no podemos obviar que aquellos alumnos de familias con un escaso poder adquisitivo podrían presentar una clara desventaja, o incluso imposibilidad, en caso de no contar con estos dispositivos o servicios de telecomunicación. Esto se debe a que, aunque se proyectaran los vídeos en el aula, no tendrían posibilidad del volver a verlos en sus hogares que sí tendrían otros compañeros. Es aquí donde creemos que el Estado debe realizar un esfuerzo, todavía mayor del que ya está realizando, con la provisión de este tipo de dispositivos a los alumnos. Al igual que existen las diferentes becas para la adquisición de libros o becas de comedor, pensamos que debería llevarse a cabo un plan de actuación a nivel estatal para facilitar recursos económicos a aquellas familias que cumplan los requisitos que se estimaran fijar.

2.3 CREACIÓN DEL VIDEOBLOG

Estamos haciendo referencia en todo momento a la utilización del videoblog, también conocido como vblog, y realmente la palabra no está recogida, aún, por la Real Academia de la Lengua Española. Por lo que realmente deberíamos hablar de Vídeo-Blog y buscar una definición formal juntando los dos elementos que componen la palabra vídeo y blog. Así, según la RAE:

- **Blog 1. m.** Sitio web que incluye, a modo de diario personal de su autor o autores, contenidos de su interés, actualizados con frecuencia y a menudo comentados por los lectores.
- **Vídeo 1. m.** Sistema de grabación y reproducción de imágenes, acompañadas o no de sonidos, mediante cinta magnética u otros medios electrónicos.

En definitiva, es un sitio web donde se suben videoclips con cierta periodicidad. Estos vídeos pueden ser de autoría propia, pueden ser una selección y recopilación de vídeos de otros autores o incluso la creación de vídeos mediante la edición de vídeos de otros autores. Aquí podemos encontrar videoblogs temáticos, como es el caso que nos ocupa, que se centran en un determinado tema, como son las matemáticas, la cocina, la higiene, la música etc. o Vblogs personales donde el único nexo de unión entre los vídeos es la persona, normalmente el autor, que comenta, aconseja, reflexiona etc. sobre diferentes temas.

Por otro lado, estos vídeos, deben ser alojados en la web para poder ser accesibles. En este sentido, se pueden alojar en tu propio blog, en tu propio sitio web, o utilizar alguno de los servicios vídeo existentes para este fin, tales como vimeo, youtube, dailymotion, Veoh, Hulu etc. Estos permiten ver, compartir, descargar o alojar diferentes vídeos. Una de las principales ventajas de situar vídeos en estas plataformas es la posibilidad de ser visionados en línea, sin necesidad de descargar el vídeo para su visionado posterior, ni de disponer de ningún programa de reproducción de vídeo adicional o códec de vídeo y audio. Además, al estar alojados en la nube, nos aseguramos su permanencia y disponibilidad en todo momento para cualquier dispositivo con conexión a Internet.

De entre todas ellas, en este caso, nos hemos decantado por emplear Youtube, debido a que es la más popular y más utilizada y, por ello, es con la que existen más posibilidades de lograr difusión de los contenidos, ya que tienes un mayor público potencial. Fue lanzada el 23 de abril de 2005 y no ha parado de crecer en popularidad, según la propia compañía “Youtube tiene más de mil millones de usuarios (casi un tercio de todas las personas conectadas a Internet) y cada día, estos usuarios miran mil millones de horas de vídeos, lo que genera miles de millones de vistas” también señala que “Más de la mitad de las vistas de Youtube provienen de dispositivos móviles”, y que “Tiene un número de visitas diarias de 30 millones”. De todo esto se deriva otra de las principales ventajas que encontramos en Youtube y es que, con total seguridad, la mayoría de los alumnos recurren a ella para la búsqueda de vídeos, normalmente, para cubrir sus necesidades de ocio: tráilers de cine, videoclips musicales, canales de juegos, moda etc.... Así lo corrobora un estudio realizado por la Oficina de Comunicaciones (Ofcom) del Reino Unido: Youtube se ha convertido en la principal fuente de entretenimiento infantil, quitándole el primer puesto a la televisión (Children’s and parents’: media use and attitudes 2016). Por ello, alojando nuestro videoblog en esta plataforma, tratamos de convertir esta posible amenaza de distracción en una oportunidad educativa aprovechando esa percepción positiva que tienen Youtube los alumnos, introducimos en ella nuestro canal educativo. Además, facilitamos su visionado debido conocimiento que tienen sobre su utilización, si no los alumnos, sí los familiares de los mismos que podrán asesorarles en caso de que tengan dudas puntuales sobre su acceso o utilización. Otra de las funciones que ofrece Youtube es la de, dependiendo del objetivo para el que hayamos creado el vídeo, determinar el público que puede acceder a él. Así, nos permite elegir entre:

- Público: accesible a cualquier persona.

Tabla 6: Posibilidades de publicación del video en Youtube.

Función	Vídeos ocultos	Vídeos privados	Vídeos públicos
¿Se puede compartir la URL?	Sí	No	Sí
¿Se puede añadir a una sección de un canal?	Sí	No	Sí
¿Aparece en los resultados de búsqueda, en los vídeos relacionados y en las recomendaciones?	No	No	Sí
¿Se puede publicar en el canal?	No	No	Sí
¿Aparece en el feed de los suscriptores?	No	No	Sí

NOTA: Youtube (2018).

- Oculto: Solo las personas a las que enviemos el enlace podrán acceder al vídeo independientemente de que tengan una cuenta de Youtube o no, pero cualquiera que tenga el enlace puede acceder.
- Privado: Solamente podrán verlo aquellas personas con cuenta en Youtube que nosotros seleccionemos, con lo que se restringe todavía más el acceso al mismo.

Hay numerosos canales de vídeo creados por maestros, alojados en Youtube y enfocados a la educación, que son vistos cada día por una gran cantidad de alumnos que acuden a ellos para solucionar posibles dudas, aclarar conceptos o profundizar en determinados conocimientos. Por citar algunos de los que me han parecido más interesantes, hemos creado la siguiente tabla, donde incluimos el nombre del canal, el autor, las áreas y el número de suscriptores que el canal tiene. Este criterio es el que hemos utilizado para ordenarlos de mayor a menor.

Tabla 7: Videoblogs educativos.

Nombre	Creador	País	Asignaturas	Creación	Suscriptores*
“Julio Profe”	Julio Ríos Gallego	Colombia	Matemáticas Física	18/02/2009	2.059.820
“Math2Me”	J. Andalón M. González	México	Matemáticas	25/04/2009	1.290.477
“Unicoos”	David Calle	España	Matemáticas Física Química Tecnología	22/10/2006	1.059.098
“Un Profesor”	Varios autores	España	Currículo	12/08/2012	360.205
“Profesor 10 de Mates”	Sergio Barrio Gómez	España	Matemáticas Física Química	12/08/2012	187.398
“Las Matemáticas”	Juan Medina Molina	España	Matemáticas	30/07/2006	160.586
“La Eduteca”	Oscar Alonso	España	Matemáticas Naturales Sociales	20/02/2012	87.039
“Videoprofe”	Rubén Fabra	España	Matemáticas Lenguaje Conocimiento del Medio	17-01-2012	6.408
“Mates con Andrés”	Andrés Cebrián	España	Matemáticas	25-12-2016	3.099

NOTA: Elaboración propia.

Como se puede apreciar, la mayoría de los videoblogs de más éxito se encuentran enfocados en el aprendizaje de las matemáticas.

Para el éxito en la creación de un videoblog es necesario seguir una serie de pautas relacionadas con la forma del mismo, hemos recopilado diferentes recomendaciones de sitios de Internet como Lifestyle al cuadrado, especializado en marketing, concretamente la entrada escrita por Scipion (2012) “cómo hacer un vídeo educativo”; otros más centrados en la educación multimedia como edEx en su artículo How MOOC video Production Affects Student Engagement de Hazlett (2014); o estudios realizados sobre herramientas multimedia en la docencia como el llevado a cabo por Monedero (2015) o el que llevó a cabo Fernández Garza (2016) sobre las reproducciones de vídeos en un canal de Youtube. A continuación reflejamos una selección de las recomendaciones que consideramos más adecuadas para un videoblog educativo:

- Lo primero y principal es la creación de una imagen de marca. Ello requiere el diseño de un logotipo que diferencie el canal de otros muchos y que sea fácilmente reconocible por los usuarios. Por otro lado precisa de la creación de un nombre original y con poder de atracción. Estos dos elementos son fundamentales sobre todo en estos momentos en los que el número de “youtubers” (que así es como denominan a las personas que publican vídeos en Youtube) está en constante crecimiento. Es necesario un elemento diferenciador.
- Puede ser muy útil crear un vídeo de cabecera que explique en qué consiste el canal.
- Otros cuatro elementos que determinan el éxito de un vídeo, sobre todo si este no va dirigido a una audiencia particular sino que buscamos lograr su máxima difusión, son: el título, la descripción, las etiquetas y las miniaturas. En el título debemos procurar ser explícitos mostrando lo que van a encontrar en el vídeo y que logre captar la atención. En la descripción, debemos incluir la información necesaria para que el vídeo pueda ser localizado por el mayor número de usuarios posible. En cuanto a las etiquetas, se deben elegir cuidadosamente las palabras clave ya que es lo que determinará su posicionamiento. Finalmente, respecto a las miniaturas, es muy aconsejable que haya una continuidad en el

formato y que el texto que aparezca sea perfectamente visible a pesar de su reducido tamaño.

- Fundamental es también la calidad de la imagen y de audio. Hoy en día están disponibles numerosos medios técnicos a la hora de llevar a cabo la grabación, a lo que hay que añadir que la cantidad de vídeos disponibles es muy elevada, por lo que una buena imagen y un buen audio, facilitarán la captación de la atención de los alumnos u otros posibles espectadores del vídeo. Todas las grabaciones que hemos hecho las hemos realizado en calidad hd.
- La cabecera y cierre del canal. Está muy relacionado con la imagen de marca que hemos mencionado anteriormente. Con ello también lograremos que los vídeos no resulten extraños a nuestros alumnos si no que lo vean como algo familiar. Para ello, hemos elaborado una cabecera común a todos los vídeos de unos 6 segundos de duración a la que sigue una presentación del contenido que se trabajará específicamente en ese vídeo.
- Seguir un esquema de presentación consistente en señalar lo que se va a mostrar, mostrarlo y concluir con un resumen de lo visto (*Tell – Show – Tell*) (Scipion, 2012).
- Finalmente, la duración del vídeo también es determinante. Esta debe situarse en torno a los tres-seis minutos de duración y en ningún caso superar los 10, ya no solamente por nuestros alumnos sino por todos aquellos que busquen información sobre el tema. En un mundo que avanza a gran velocidad, el tiempo es un factor primordial. Normalmente el usuario de este tipo de plataformas está habituado a consultar mucho contenido en poco tiempo, por lo que es preferible que sean vídeos sobre aspectos muy concretos y que tengan una duración adecuada.

2.4 CONTEXTO DEL DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Hemos elegido como tema para desarrollar en el videoblog la divisibilidad. Es un tema que creemos que puede presentar todos los problemas que hemos mencionado en las páginas anteriores:

- Entraña cierta dificultad conceptual.
- Se limita en muchos casos a la memorización de algoritmos.
- Se puede encontrar completamente descontextualizado.

La dificultad en el nombre de los términos que se emplean: descomposición factorial, mínimo común múltiplo, criterios de divisibilidad..., por ejemplo, puede desmotivar a los alumnos, que al mismo tiempo no perciben la utilidad de este aprendizaje puesto que las situaciones que se les presentan se encuentran totalmente alejadas de su mundo. Es cierto que es un tema que engloba determinados conceptos cuya enseñanza minuciosa presenta una dificultad que supera el nivel de los alumnos de educación primaria, como por ejemplo la demostración del porqué de todos los criterios de divisibilidad, pero no por ello podemos limitarnos a la simple memorización de algoritmos como ocurre con el m.c.m. o el M.C.D. donde los alumnos repiten sin pararse a pensar la fórmula “los comunes y no comunes de mayor exponente” sin que nadie haya razonado con ellos la justificación del algoritmo para que realmente se convierta en un aprendizaje significativo. Entendemos que un factor que provoca esta situación es la falta de tiempo de la que disponen los maestros debido a lo extenso del currículum, pero esto puede solucionarse también con el uso de videoblog que permitirá a los alumnos consultar y volver a ver las explicaciones cuantas veces consideren oportunas y el maestro se centrará, exclusivamente, en las dudas de aquellos alumnos que las tengan, ahorrando con ello también gran cantidad de tiempo.

Toda secuencia didáctica se produce en un momento y en un contexto determinado que condicionan su elaboración y su puesta en práctica. En las siguientes líneas vamos a realizar un breve repaso a la normativa vigente en España para ver cómo encajaría nuestra secuencia, tanto desde el punto de vista de la forma como del contenido, es decir la utilización del videoblog para el aprendizaje de la divisibilidad. Vamos a analizar de forma más exhaustiva la que corresponde a la educación para personas adultas, y de forma un poco más somera la de educación primaria, por dos

razones: la primera es porque es en un centro de educación para personas adultas donde voy a desarrollar la sesión y la segunda porque, debido a sus peculiares características, es mucho más desconocida.

2.4.1. Educación para adultos

Nuestra intervención, como hemos mencionado, va a ser desarrollada en un centro de educación para personas adultas CPEPA. Por ello vamos a realizar, en un primer momento, una revisión de la normativa vigente para este tipo de educación. No obstante, y debido a la especificidad de la misma, creo conveniente reflejar unas breves notas sobre este tipo de educación.

Esta educación en España se originó en el siglo XIX con proyectos como Universidades Populares, Atenos, escuelas municipales para adultos etc... durante el s. XX hasta 1970 fundamentalmente se centró en las campañas de alfabetización y formación profesional para adultos. No estuvo formalmente regulada hasta 1970 con la Ley General de Educación y finalmente en la LOGSE es donde se recoge la primera referencia legal al concepto aprendizaje a lo largo de toda la vida, reconociendo la formación permanente como un principio del sistema educativo.

En la actualidad la ley vigente en España es la LOMCE, que realmente no deroga sino modifica la LOE. Por ello, hemos de tener en cuenta los objetivos que en ambas leyes aparecen sobre la EPA. Los reflejaré a continuación para enmarcar el contexto, ya que difiere del de un colegio de Educación Primaria:

- Adquirir una formación básica, ampliar y renovar los conocimientos, habilidades y destrezas de las personas adultas de modo permanente y facilitar el acceso a las distintas enseñanzas del Sistema Educativo.
- Mejorar su cualificación profesional o adquirir una preparación para el ejercicio de otras profesiones.
- Desarrollar sus capacidades personales en los ámbitos expresivo, comunicativo, de relación interpersonal y de construcción de conocimiento.
- Desarrollar su capacidad de participación en la vida social, cultural, política y económica y hacer efectivo su derecho a la ciudadanía democrática.

- Desarrollar programas que corrijan los riesgos de exclusión social, especialmente en los sectores más desfavorecidos.
- Responder adecuadamente a los desafíos que supone el envejecimiento progresivo de la población, asegurando a las personas de mayor edad la oportunidad de incrementar y actualizar sus competencias.
- Prever y resolver pacíficamente los conflictos personales, familiares y sociales.
- Fomentar la igualdad efectiva de derechos y oportunidades entre hombres y mujeres, así como analizar y valorar críticamente las desigualdades entre ellos.
- Adquirir, ampliar y renovar los conocimientos, habilidades y destrezas necesarias para la creación de empresas y para el desempeño de actividades e iniciativas empresariales.

La Educación para Personas Adultas (EPA) comprende por lo tanto desde los procesos de alfabetización y logro de la enseñanza básica, hasta la formación encaminada al acceso laboral o actividades de ocio.

Es una educación que va dirigida especialmente a personas mayores de 18 años, aunque de forma excepcional también la pueden cursar mayores de 16 años que así lo soliciten y que tengan algún contrato que les impida acudir a los centros ordinarios, o bien sean deportistas de alto rendimiento. Igualmente tienen garantizado el acceso a estas enseñanzas los reclusos de los centros penitenciarios. En definitiva, podríamos señalar que va dirigida especialmente a cuatro colectivos distintos:

- Población adulta que carece de las competencias básicas correspondientes a la enseñanza obligatoria.
- Población activa que carece de acreditación de su cualificación profesional.
- Jóvenes que no obtienen el Graduado en Educación Secundaria Obligatoria al finalizar 4º de ESO.
- Jóvenes que abandonan prematuramente los estudios.

La formación inicial se dirige fundamentalmente a aquellas personas que no dominan las técnicas instrumentales de carácter elemental. Como se ha dicho, accederán

de manera general aquellas personas mayores de edad a las que se les llevará a cabo una valoración para ver cuáles son sus conocimientos, sus expectativas, sus motivaciones para cursar las enseñanzas, etc.... y a partir de esa valoración se les orienta e incluye en el nivel que más se adecúa a su situación.

A continuación, reflejo un esquema que nos ayude a entender dónde nos encontramos dentro de este entramado y cuál es el grado de calado de la misma (Figura 3 y Tabla 8):

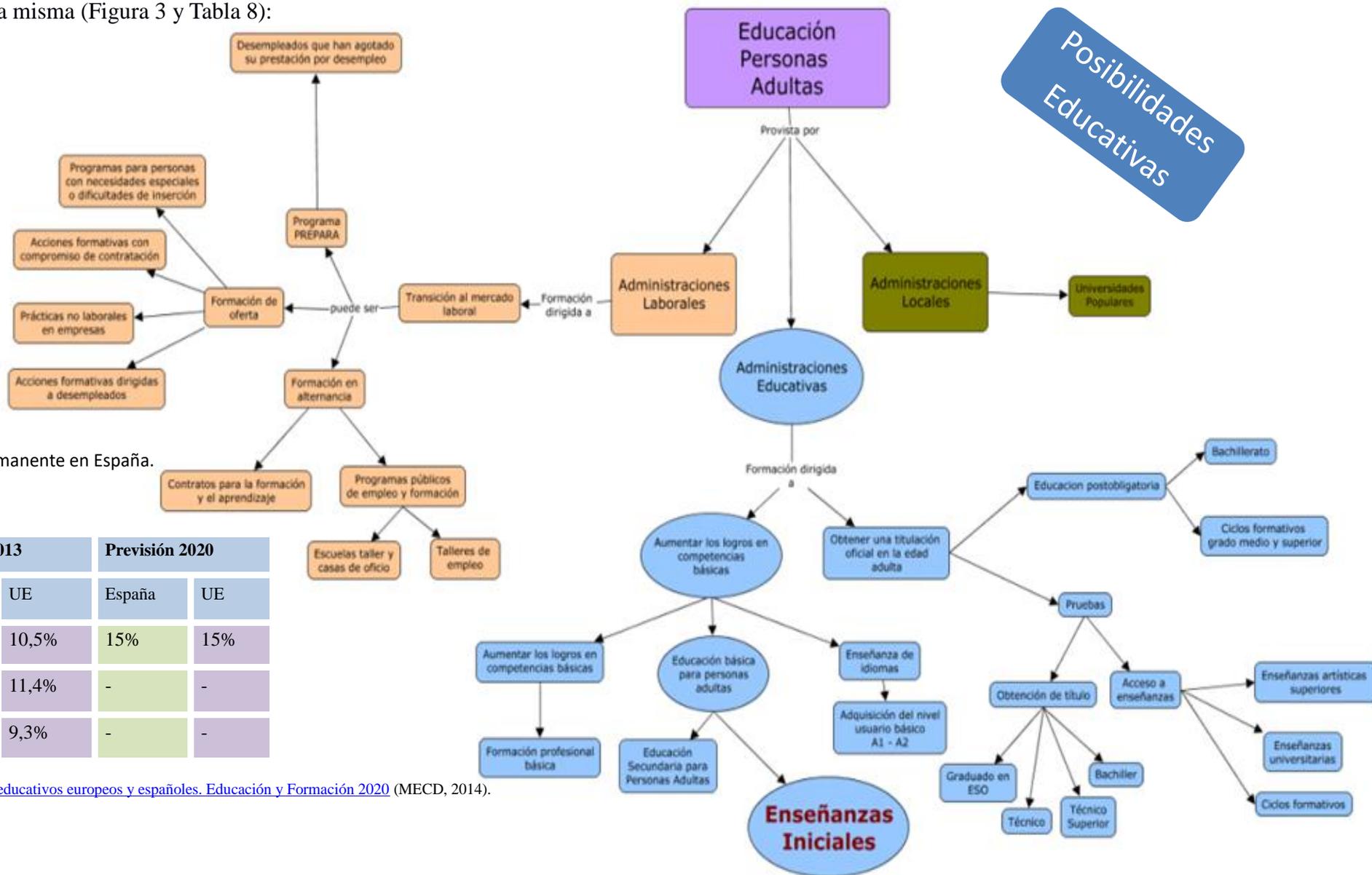


Tabla 8: Calado de la Ed. Permanente en España.

	Situación 2013		Previsión 2020	
	España	UE	España	UE
Total	11,1%	10,5%	15%	15%
Mujeres	12%	11,4%	-	-
Hombres	10,3%	9,3%	-	-

NOTA: Informe 2014: Objetivos educativos europeos y españoles. Educación y Formación 2020 (MECD, 2014).

Figura 3: Esquema de la educación permanente en España.

El currículo viene regulado por la orden 18 de noviembre de 2008 de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte por la que se establece la organización y el currículo de la Formación Inicial para personas adultas en la Comunidad Autónoma de Aragón (BOA 03/12/2008). La estructura curricular se divide en dos niveles: Nivel 1 o de adquisición de las destrezas básicas de lecto-escritura y cálculo elemental y Nivel 2: Consolidación de conocimientos y técnicas instrumentales distribuidas en tres ámbitos:

- Comunicación.
- Social.
- Científico-tecnológico.

Como se ve, el objetivo es desarrollar las capacidades para la construcción de conocimientos y fomentar la participación e integración en la vida social, procurando las competencias para ello. Estas competencias se convierten en herramientas para que se puedan desenvolver en el mundo real, es decir, están enfocadas a su utilización en la vida cotidiana. Así, por lo tanto, el concepto de aprendizaje significativo y funcional adquiere en este tipo de educación una especial importancia, ya que esta funcionalidad debe ser percibida por aquellos que se incorporan a esta enseñanza; en caso contrario, la tasa de abandono sería muy alta.

Las competencias básicas, que figuran en la citada orden son:

1. Competencia en comunicación lingüística.
2. Competencia matemática.
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
4. Tratamiento de la información y competencia digital.
5. Competencia social y ciudadana.
6. Competencia cultural y artística.
7. Competencia para aprender a aprender.
8. Autonomía e iniciativa personal.

Nuestra propuesta se sitúa básicamente en las competencias matemática, tratamiento de la información y competencia digital y, en menor medida, la competencia para aprender a aprender y autonomía e iniciativa personal. Veamos con detalle las dos primeras:

➤ **Competencia matemática**

Tal como señala la propia normativa esta supone:

La habilidad para utilizar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral, lo que aumenta la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida, tanto en el ámbito escolar o académico como fuera de él, y favorece la participación efectiva en la vida social.

Y al mismo tiempo

La aplicación de estrategias de resolución de problemas y la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible están incluidas en ella. En definitiva, la posibilidad real de utilizar la actividad matemática en contextos tan variados como sea posible.

Como se ve, en todo momento se trata de relacionar los aprendizajes con el contexto de los alumnos para mostrar su utilidad y su aplicabilidad en su día a día.

➤ **Tratamiento de la información y competencia digital**

Se define como “disponer de habilidades para buscar y procesar información o transformarla en conocimiento. Incorpora diferentes habilidades en la utilización de las TIC, utilizando técnicas y estrategias diversas para acceder a ella según la fuente a la que se acuda y el soporte que se utilice”. En nuestro caso, estamos proporcionando a los alumnos una forma de acceder a la información a través de un medio audiovisual.

Centrándonos en los objetivos concretos del Nivel II de la Formación Inicial para personas adultas en adelante FIPA II, dentro del ámbito científico tecnológico se encuentran:

- Profundizar en el dominio de las operaciones básicas ya conocidas, en la resolución de problemas y situaciones cotidianas, a través del cálculo.
- Conocer, valorar y adquirir seguridad en las propias habilidades matemáticas para poder afrontar situaciones diversas en la vida, que permitan disfrutar de los aspectos creativos, estéticos o utilitarios, y confiar en sus posibilidades de uso.

- Utilizar algunos recursos (textos, materiales, instrumentos de dibujo, calculadoras, ábaco, ordenadores, etc.) para la mejor comprensión de conceptos matemáticos, la realización de tareas de cálculo, la resolución de problemas y el tratamiento de la información.

Se señala como la actividad de resolución de problemas es el motor para el aprendizaje desde una triple perspectiva: hay que resolver problemas para hacer surgir nuevos contenidos matemáticos, hay que resolver problemas para aplicar y consolidar los conocimientos adquiridos y hay que resolver problemas para adquirir destrezas; además, los enunciados de los problemas deben ajustarse a los conocimientos previos de los alumnos y, en la medida de lo posible, despertar su interés y curiosidad.

Y en cuanto a los contenidos aparece específicamente señalado

- Múltiplos y divisores de un número: factorización de un número y expresión en producto de factores.
- Confianza en las propias posibilidades para la resolución de problemas matemáticos: curiosidad, interés y constancia en la búsqueda de soluciones.

Y para finalizar, acudiendo a los criterios de evaluación, la misma orden señala que uno de ellos debe ser valorar si el alumno:

- Diferencia múltiplos y divisores de un número, sabe realizar la descomposición del mismo para realizar cálculos aplicándolos a situaciones de la vida cotidiana.

Con lo que entendemos que, no solo desde el punto de vista teórico sino también desde el punto de vista normativo o legal, nuestra propuesta de intervención queda perfectamente justificada.

Tras centrar el contenido de nuestra propuesta dentro de los objetivos, contenidos y criterios de evaluación establecidos por las autoridades en materia educativa para este tipo de educación, veamos cómo la forma de desarrollarla es también perfectamente compatible con las orientaciones didácticas que estas mismas autoridades facilitan. En el apartado referido a los principios metodológicos se indica que:

- El papel activo del alumnado es uno de los factores decisivos en la realización del proceso de aprendizaje, siendo la persona adulta quien, en último término, construye su propio aprendizaje.
- El papel del profesorado será decisivo para garantizar la funcionalidad de los aprendizajes, a través del desarrollo de las competencias básicas, de tal manera que sea posible la aplicación práctica del conocimiento adquirido y, sobre todo, que los contenidos sean necesarios y útiles para llevar a cabo otros aprendizajes.
- Debe favorecerse la valoración del propio aprendizaje. Por ello, será preciso incidir en actividades que permitan la indagación, el planteamiento y resolución de problemas de la vida cotidiana, así como la búsqueda, selección y procesamiento de la información. De este planteamiento metodológico se deriva el aprendizaje significativo, como motor que va dotando de sentido todo el trabajo que realiza la persona adulta, motivándola a superar con éxito situaciones nuevas, así como dar solución a determinados problemas.
- Las tecnologías de la información y la comunicación han de constituir una herramienta cotidiana en las actividades de enseñanza y aprendizaje de los diferentes ámbitos. Se potenciará el uso de las nuevas tecnologías como herramienta básica para facilitar la comunicación y el conocimiento, teniendo en cuenta que está al servicio de las personas y por tanto es fundamental un uso adecuado y responsable.
- El aprendizaje no sólo llega por procesos formales; habrá que trabajar aprendizajes no formales e informales. El aprovechamiento de las experiencias vitales, así como el conocimiento y utilización de los diversos soportes en que nos llegan las producciones lingüísticas orales y escritas (prensa, radio, televisión, anuncios, carteles, Internet, teléfonos móviles...) se convierte en un elemento metodológico más, tanto para su conocimiento, estudio y análisis, como para el desarrollo de su manejo.

Es decir, unas recomendaciones que hacen referencia tanto a un aprendizaje contextualizado, significativo, con un elevado protagonismo del alumno y apoyado en el uso de las nuevas tecnologías, tanto dentro del aula como fuera de ella, aspectos todos que son la base sobre la que hemos construido nuestro videoblog.

Si consideramos los distractores, que hemos mencionado al principio del presente trabajo, en este caso, no hay ninguna duda sobre la utilización de Internet y de terminales móviles según la encuesta del INE, (2017) cuyos resultados aparecen reflejados en la tabla 9. El 78,4% de los hogares con al menos un miembro de 16 a 74

años dispone de ordenador en el año 2017. La encuesta investiga este año, por primera vez, la disposición de Tablet, que se encuentra implantado en el 52,4% de los hogares. De los encuestados entre 16 y 74 años el 91,7% de los internautas declara haber utilizado algún tipo de dispositivo móvil para acceder a Internet fuera de la vivienda habitual o centro de trabajo. El 90,4% ha accedido mediante teléfono móvil (el 81,9% vía red de telefonía móvil y el 69,5% vía WiFi), y un 39,3% declara haber accedido por ordenador portátil.

Tabla 9: Porcentaje de usuarios de TIC por grupos de edad. Año 2017.

	Han utilizado Internet en los 3 últimos meses	Usuarios frecuentes de Internet (al menos una vez por semana)	Han comprado a través de Internet en los 3 últimos meses
Total	84,6	80,0	40,0
De 16 a 24 años	98,0	96,2	49,2
De 25 a 34 años	96,3	93,7	57,2
De 35 a 44 años	95,8	91,9	52,2
De 45 a 54 años	90,3	84,9	40,6
De 55 a 64 años	73,9	66,4	23,3
De 65 a 74 años	43,7	38,0	10,6

NOTA: INE, 2017.

Y aunque como se puede apreciar la utilización de las TIC descienda a partir de los 55 años, sobre todo el uso de Internet, no debemos olvidar la existencia de otros distractores como por ejemplo la televisión que tal vez tengan más influencia en este tipo de personas, junto con otros quehaceres u obligaciones que no existen en la población infantil pero que sí restan tiempo de estudio a estos alumnos. De nuevo proponemos aquí una posible nueva línea de estudio en la que se investiguen específicamente los distractores que afectan a los alumnos que cursan este tipo de estudios.

Finalmente, respecto a las dificultades en la adquisición de las matemáticas que se han señalado, estas quedan corroboradas también en este tipo de educación en el informe del “Programa internacional para la Evaluación de las Competencias de la Población Adulta, 2013”. La conclusión es clara: nos encontramos por debajo de la media europea, tanto en comprensión lectora como en matemáticas, con una puntuación de 2541,8 y 245,8 respectivamente en comparación con los 270,54 y 268,72 de Europa.

Y aunque, en este caso, no podamos centrar el problema en las dificultades cognitivas de abstracción al tratarse de una educación para personas adultas, que por tanto se encuentran en la etapa de las operaciones formales de Piaget, sí que son

perfectamente válidos el resto de argumentos sobre una base ineficiente de las matemáticas, la indefensión aprendida, la presentación descontextualizada y la falta de percepción de utilidad que tienen sobre los conceptos matemáticos.

2.4.2. Educación primaria

La propuesta que vamos a realizar es aplicable en todos los ámbitos educativos. Por ello, y aunque en nuestro caso vayamos a desarrollarla en un centro tan particular como lo es un centro de educación para adultos, en las próximas líneas vamos a mostrar brevemente su adecuación igualmente para ser aplicada en un centro de educación primaria.

De acuerdo con la LOMCE ya en el apartado XI de su preámbulo señala como:

“La tecnología ha conformado históricamente la educación y la sigue conformando. El aprendizaje personalizado y su universalización como grandes retos de la transformación educativa, así como la satisfacción de los aprendizajes en competencias no cognitivas, la adquisición de actitudes y el aprender haciendo, demandan el uso intensivo de las tecnologías. Conectar con los hábitos y experiencias de las nuevas generaciones exige una revisión en profundidad de la noción de aula y de espacio educativo, solo posible desde una lectura amplia de la función educativa de las nuevas tecnologías. La incorporación generalizada al sistema educativo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), que tendrán en cuenta los principios de diseño para todas las personas y accesibilidad universal, permitirá personalizar la educación y adaptarla a las necesidades y al ritmo de cada alumno o alumna. Por una parte, servirá para el refuerzo y apoyo en los casos de bajo rendimiento y, por otra, permitirá expandir sin limitaciones los conocimientos transmitidos en el aula. Los alumnos y alumnas con motivación podrán así acceder, de acuerdo con su capacidad, a los recursos educativos que ofrecen ya muchas instituciones en los planos nacional e internacional. Las Tecnologías de la Información y la Comunicación serán una pieza fundamental para producir el cambio metodológico que lleve a conseguir el objetivo de mejora de la calidad educativa. Asimismo, el uso responsable y ordenado de estas nuevas tecnologías por parte de los alumnos y alumnas debe estar presente en todo el sistema educativo. Las Tecnologías de la Información y la Comunicación serán también una herramienta clave en la formación del profesorado y en el aprendizaje de los ciudadanos a lo largo de la vida, al permitirles compatibilizar la formación con las obligaciones personales o laborales y, asimismo, lo serán en la gestión de los procesos”.

Una vez valoradas experiencias anteriores, es imprescindible que, el modelo de digitalización de la escuela por el que se opte, resulte económicamente sostenible y que se centre en la creación de un ecosistema digital de ámbito nacional que permita el normal desarrollo de las opciones de cada Administración educativa.

Y también refleja este aspecto en su articulado, así en el artículo 111 bis, que lleva por título Tecnologías de la información y la Comunicación:

2. Los entornos virtuales de aprendizaje que se empleen en los centros docentes sostenidos con fondos públicos facilitarán la aplicación de planes educativos específicos diseñados por los docentes para la consecución de objetivos concretos del currículo, y deberán contribuir a la extensión del concepto de aula en el tiempo y en el espacio. Por ello deberán, respetando los estándares de interoperabilidad, permitir a los alumnos y alumnas el acceso, desde cualquier sitio y en cualquier momento, a los entornos de aprendizaje disponibles en los centros docentes en los que estudien, teniendo en cuenta los principios de accesibilidad universal y diseño para todas las personas y con pleno respeto a lo dispuesto en la normativa aplicable en materia de propiedad intelectual.”

4. El Ministerio de Educación, Cultura y Deporte ofrecerá plataformas digitales y tecnológicas de acceso a toda la comunidad educativa, que podrán incorporar recursos didácticos aportados por las Administraciones educativas y otros agentes para su uso compartido. Los recursos deberán ser seleccionados de acuerdo con parámetros de calidad metodológica, adopción de estándares abiertos y disponibilidad de fuentes que faciliten su difusión, adaptación, reutilización y redistribución y serán reconocidos como tales.

5. Se promoverá el uso, por parte de las Administraciones educativas y los equipos directivos de los centros, de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en el aula, como medio didáctico apropiado y valioso para llevar a cabo las tareas de enseñanza y aprendizaje.

6. El Ministerio de Educación, Cultura y Deporte elaborará, previa consulta a las Comunidades Autónomas, un marco común de referencia de competencia digital docente que oriente la formación permanente del profesorado y facilite el desarrollo de una cultura digital en el aula

Valorando, al mismo tiempo, en su artículo 122 bis “acciones destinadas a fomentar la calidad en los centros docentes” y como una de ellas que el Proyecto Educativo de Calidad deberá aportar “recursos didácticos a plataformas digitales

compartidas”. Considerando por tanto el uso de estas plataformas digitales, donde podríamos incluir nuestra propuesta, como acciones destinadas a fomentar la calidad del centro.

Lo mencionado hasta el momento justifica plenamente la utilización del videoblog para la exposición de los contenidos, ya que no solo está avalado por diferentes estudios teóricos, sino que también va en la línea de las recomendaciones de las autoridades educativas. A continuación veamos cómo encaja el contenido de la propuesta que no es otro que, como hemos mencionado en varias ocasiones, la divisibilidad. Esta se encontraría dentro de la denominada teoría de números que quizá no goza del mismo protagonismo que otras áreas de las matemáticas por “no haberse encontrado un término medio entre su presentación como simple recetario o su enseñanza más profunda con las dificultades que ello conlleva” (Sierra, González, Sánchez y González, 1989). En la actualidad podemos localizarla en el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Dentro del área de matemáticas en el “bloque 2: números” aparece señalado como:

- Divisibilidad: múltiplos, divisores, números primos y números compuestos. Criterios de divisibilidad
- Obtención de los primeros múltiplos de un número dado.
- Obtención de todos los divisores de cualquier número menor que 100.

Concretamente en la CC.AA. de Aragón queda fijado en sexto curso de primaria en el “bloque 2: números” aparecen los siguientes estándares de aprendizaje:

- Est.MAT.2.8.6. Identifica múltiplos y divisores, utilizando las tablas de multiplicar.
- Est.MAT.2.8.7. Calcula los primeros múltiplos de un número dado.
- Est.MAT.2.8.8. Calcula todos los divisores de cualquier número menor que 100.
- Est.MAT.2.8.9. Calcula el m.c.m. y el m.c.d.

Aunque es cierto que es en sexto curso de primaria donde se hace referencia a conceptos explícitamente relacionados con la divisibilidad, la aproximación a la misma

tal como señalan Sierra et al (1989) se realiza desde mucho antes. Ya en los primeros años con las series de números, o los conceptos de doble-mitad, triple-tercio, están realmente buscando múltiplos de dos, divisores de dos, múltiplos de tres y divisores de tres. Así, por ejemplo, en primer curso aparece: “Est.MAT.2.8.3. Construye series numéricas (hasta la centena), ascendentes de cadencias 2, 10, a partir de cualquier número” o en segundo curso “Est.MAT. 2.8.5. Construye las tablas de multiplicar del 2 del 5 y del 10 utilizándolas para realizar cálculo mental.” Posteriormente, a medida que se va avanzando, resulta más evidente con el aprendizaje de las tablas de multiplicar, la división con o sin resto, o las propiedades de la multiplicación. Ya en cuarto curso se plantea como estándar de aprendizaje “Est.MAT.2.6.1. Realiza operaciones con números naturales: suma, resta, multiplicación y división” o “Est.MAT.2.8.5. Construye y memoriza las tablas de multiplicar, utilizándolas para realizar cálculo mental”, incluso alguno ya relacionado claramente con la divisibilidad “Est.MAT.2.4.1. Conoce y aplica los criterios de divisibilidad más sencillos como por 2, 5, y 10.”

En esta misma orden se señala cómo un correcto aprendizaje de las matemáticas “no es sinónimo de dominio de los algoritmos de cálculo escrito” sino que es necesaria

La aplicación del razonamiento matemático en el tratamiento y resolución de problemas diversos en situaciones cotidianas, de forma que, desde un buen dominio del cálculo y sus herramientas, el énfasis se sitúe en el proceso, su adecuada planificación y ejecución, la aproximación al método científico y el desarrollo de actitudes básicas para el trabajo matemático.

En esta misma línea, se refuerza nuestra idea de llevar a cabo el aprendizaje de los contenidos matemáticos a partir de la resolución de problemas diciendo que “Los procesos de resolución de problemas constituyen, de esta forma, el eje de la actividad matemática y deben ser fuente y soporte principal del aprendizaje a lo largo de la etapa, puesto que constituyen la piedra angular de la educación matemática” y, por último, en relación al que, como hemos señalado, pensamos es uno de los principales culpables del fracaso en las matemáticas, señala que “El trabajo en esta área está basado en la experiencia, y el aprendizaje parte de lo cercano. Las matemáticas se aprenden utilizándolas en contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida diaria”. Como se ve, trata de huir del simple recetario que hemos nombrado anteriormente y enfocarse más en la utilidad, aplicación y contextualización del aprendizaje.

2.5 DISEÑO DE LA PROPUESTA

Basándonos en todo lo anterior, y siguiendo las recomendaciones de las autoridades educativas sobre la incorporación de las TIC a la educación, parece obvio que para lograr el aprendizaje es fundamental despertar el interés y la curiosidad de los alumnos en el tema de la propuesta y para ello trataremos de acercar las matemáticas al mundo de los alumnos procurando sacar su contenido de la niebla de la abstracción y procurar que abandonen el rechazo que puedan presentar hacia las mismas, mostrando estas como algo que tiene una utilidad en su vida cotidiana y que les resultará útil conocer.

Para el diseño y desarrollo de esta unidad partiremos, como no puede ser de otro modo, de los objetivos fijados por el currículum oficial. En cuanto al orden de presentación, hemos optado por seguir un criterio de progresividad de los contenidos para, sobre los contenidos aprendidos previamente, poder crear el nuevo conocimiento. Partimos, por lo tanto, de la idea de la multiplicación y la división, para continuar avanzando hacia el resto de contenidos de la secuencia didáctica.

El objetivo buscado en todo momento será la comprensión de los contenidos que se trabajan y no su aprendizaje mecánico. Así, para favorecer el aprendizaje del concepto de múltiplo, nos centraremos tanto en la forma de obtener el múltiplo de un número como en la forma de averiguar si un número es múltiplo de otro. Por otro lado, para propiciar la asimilación del concepto de divisor, partiremos de los conocimientos que poseen sobre división hasta llegar a la definición del mismo. A partir de la comparación de ambas definiciones, mostraremos la relación existente entre múltiplos y divisores y cómo ambos son las dos caras de una misma moneda. Posteriormente, de forma análoga a como lo hicimos con los múltiplos, aprenderemos la forma de comprobar si un número es divisor de otro y la forma de calcular los divisores de un número. Aprovecharemos este cálculo para introducir números que solo tengan dos divisores y, desde ahí, introduciremos el concepto de número primo y comprobaremos cuáles son los primeros números primos, remarcando el carácter infinito de los mismos.

Esta sería la primera parte de la secuencia y, para afianzar, repasar y visualizar los conceptos que hemos trabajado, pasaremos de las matemáticas abstractas de conceptos y definiciones a matemáticas manipulativas y tangibles con piezas de lego. Construiremos los primeros números naturales con los bloques de colores de piezas de

lego considerándolos factores y con ello mostraremos los números primos. A continuación, iremos calculando múltiplos de diferentes números añadiendo piezas, construyendo torres y veremos cómo esas mismas torres se pueden descomponer y así obtendremos los divisores. Buscamos que con ello visualicen cómo, añadiendo piezas, se van obteniendo múltiplos de esa pieza inicial, pero si las quitamos, esas mismas piezas, pasan a ser divisores de la torre que habíamos obtenido.

Una vez que conocemos los múltiplos, divisores y números primos estamos en disposición de mostrar la descomposición en factores primos. Trataremos de que asimilen la idea de que la descomposición es única ya que es como el ADN de los números y mostraremos dos formas de calcularla, siendo la primera tal vez más intuitiva pero la segunda nos parece más sistemática y eficaz.

Tras ello, procuraremos que los alumnos asimilen qué es lo que denominamos mínimo común múltiplo y máximo común divisor. Esto lo haremos en tres fases: en un primer momento, procuraremos mostrar la utilidad de los mismos con situaciones que pueden resolverse sin necesidad de aplicar el cálculo matemático para su resolución; posteriormente, mostraremos, paso a paso, cómo se pueden obtener para que vean claramente que es lo que perseguimos con ello para, finalmente, mostrarles el algoritmo del cálculo razonando el porqué de este algoritmo.

Aquí terminaría la segunda parte de la secuencia y volveríamos a emplear las piezas de lego. A partir de ellas, les resultará más sencillo entender a qué nos referimos con que cada número es una combinación única de factores primos, ya que, cambiando cualquier pieza, comprobarán de forma manipulativa y visual cómo el número cambia, cambian los colores que componen la torre. Visualizaran también qué es lo que realmente hacemos cuando llevamos a cabo la descomposición factorial de un número, separando las piezas que lo componen y agrupándolas por colores. También podrán construir el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de dos números a partir de las piezas, entendiendo de este modo mejor cuál es el proceso que seguimos para su obtención y quedando más justificado el algoritmo que empleamos para su cálculo.

Hemos introducido también en la secuencia, el aprendizaje de los criterios de divisibilidad que, si bien es cierto que en sí mismo no suponen más que una memorización de una serie de reglas, entendemos que pueden resultar útiles para la descomposición factorial y el cálculo del m.c.m. y el M.C.D. Antes de mostrarlos

directamente, intentaremos con actividades previas, que los alumnos infieran las similitudes que tienen, por ejemplo, los múltiplos de 2, 5, 3 etc. No obstante, recalcaremos que lo realmente importante es saber por qué un número es divisor de otro y no tanto la regla en sí misma. Además veremos cómo en algún caso lo más rápido y eficiente emplear no es emplear el criterio.

Para concluir se han añadido contenidos de ampliación, para aquellos alumnos que sientan curiosidad, o aquellos que lleven un ritmo mayor que el resto. Concretamente, hemos incluido la criba de Eratóstenes para el cálculo de los números primos menores que un número dado y cómo saber si un número es primo o no lo es.

Como último elemento de la secuencia y a modo de resumen y síntesis, se ha elaborado un mapa conceptual donde podrán observar todos los conceptos trabajados y la relación entre ellos, para que tengan una visión global del tema y les ayude a situar los diferentes elementos en sus esquemas mentales.

Para llevar a cabo todo lo anterior, se ha creado un canal en la plataforma de vídeos online Youtube. El canal se denomina Farmatemática “encuentra solución a tus problemas matemáticos”. Youtube pertenece a Google LLC. Por ello, como paso previo a la creación del canal, registramos una cuenta de usuario en el servicio de correo electrónico gmail: “farmatematica@gmail.com” y, a partir de ella, el canal citado para el que creamos una cabecera y un logotipo. El canal con el conjunto de los vídeos está disponible en el siguiente enlace:

<https://www.youtube.com/channel/UCNYfO3wcAIsA-rNSGfy0Giw>

El nombre del canal, como puede apreciarse, es un acrónimo a partir de las palabras farmacia y matemáticas: farmacia, relacionado con la búsqueda de soluciones a los problemas; y matemáticas, por la temática del canal.

Para el logotipo, empleamos un sitio web “Graphic Springs” que permite, de forma gratuita, la creación de un logo mediante la modificación de una serie de modelos dados. Para ello, elegimos una cruz para hacer referencia a la farmacia a la que incorporamos los signos matemáticos de las operaciones básicas representativos de las

matemáticas en cada uno de los cuatro brazos. Finalmente, el logotipo y la cabecera quedaron del siguiente modo (Figura 4):



Figura 4: Logotipo y cabecera del canal "Farmatemática"

Todos los vídeos se estructuran de modo similar a excepción del primero. Este vídeo consiste en una presentación del canal donde, con un enfoque humorístico, hemos tratado de mezclar problemas médicos con problemas matemáticos y recetas para presentar y dar sentido al nombre del canal. Así, hablamos de dolor de fracciones, jaquecas geométricas o ansiedad matemática generalizada, acompañándolo de una serie de imágenes que hemos modificado incorporando símbolos matemáticos para que todo tuviera relación, para finalmente invitarles a entrar al canal si lo que buscan es solucionar todos estos problemas (Figuras 5 y 6).



Figura 5: Fotograma



Figura 6: Fotograma

En el resto de los vídeos la estructura es la siguiente:

En los primeros segundos se ha incorporado una animación a modo de cabecera dividida en dos partes, en una primera aparece el nombre del canal y en la segunda parte el tema que se va a trabajar en ese vídeo en concreto (figuras 7 y 8).



Figura 7: Fotograma



Figura 8: Fotograma

Posteriormente, se muestra el grueso del vídeo con los contenidos a trabajar que hemos llevado a cabo bien grabándonos directamente, bien grabando la pantalla en la que se muestra una presentación de elaboración propia y sobre la que hemos incorporado el audio. La estructura de esta parte central también es similar: primero, se realiza una pequeña introducción sobre lo que vamos a ver a continuación; después, se desarrolla el contenido; y finalmente, se cierra con una despedida en la que se incorpora de nuevo el logotipo (Figura 9) y se invita a los espectadores a volver a ver el vídeo o el resto de vídeos del canal con el eslogan “No cerramos nunca, estamos siempre de guardia” tratando, de nuevo, de hacer referencia a las farmacias de guardia y a la disponibilidad absoluta 24 horas 365 días al año de los vídeos en Internet, siendo esta una de las principales ventajas del videoblog, tal como mencionamos en apartados anteriores.

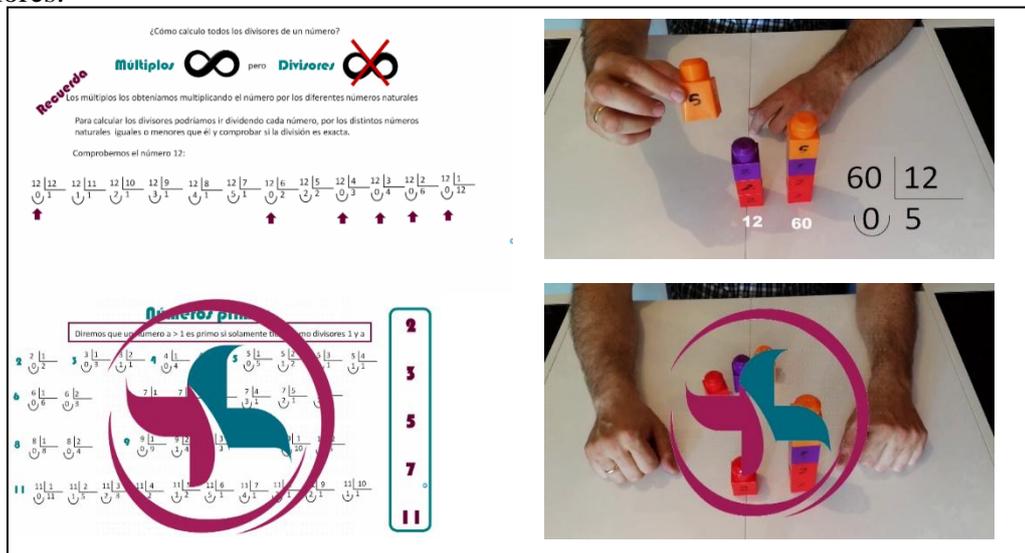


Figura 9: Fotogramas

Los últimos segundos de todos los vídeos los ocupa una pantalla azul que resultará muy familiar a los espectadores, pues se ha creado por analogía a la que se muestra en los anuncios de televisión de medicamentos que se venden en farmacias, solo que en este caso las recomendaciones son distintas, como puede apreciarse en la figura 10:



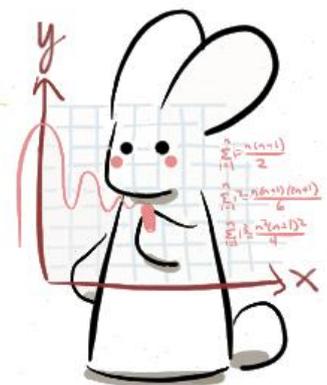
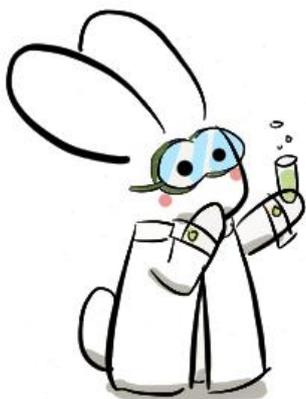
Figura 10: Fotograma 51

Se ha optado por la realización, además del vídeo de presentación, de 15 vídeos donde trabajamos todos los conceptos expuestos con anterioridad, no solamente por el hecho de que, al hacer vídeos más cortos, es más fácil mantener la atención del alumno y resulta más conveniente para captar espectadores que buscan una respuesta rápida y concreta a sus dudas, sino porque además nos concede una ventaja adicional como es la versatilidad: en función del curso en el que nos encontremos o de los conceptos que estemos preparando, del tiempo del que dispongamos en el aula, podremos programar el visionado de todos o solamente algunos de los vídeos en nuestra secuencia didáctica, hecho que no podríamos hacer si toda la secuencia se hubiera mostrado en una única grabación de mayor duración. Así por ejemplo como vimos, el cálculo de los primeros múltiplos y divisores ya aparece en cuarto curso de primaria, por lo que podríamos emplear los primeros vídeos que hemos elaborado para ello, sin necesidad de visualizar los de la descomposición factorial o el m.c.m. y el MCD. Es decir, a pesar de que la secuencia está diseñada para ser empleada en su conjunto, podremos emplear algunas partes de la misma que nos interesen en un momento determinado gracias a su estructuración en vídeos cortos que trabajan aspectos concretos.

Junto con la creación de los videos, y aprovechando la posibilidad que nos proporciona Google LLC de disponer de almacenamiento en la nube a través de Google Drive (servicio del que disponemos gracias a la creación de la cuenta de usuario), hemos alojado una serie de documentos para poder trabajar junto con los vídeos, como son entre otros un calendario, un mapa conceptual...

También hemos realizado un cuadernillo de actividades que, tanto alumnos como espectadores, podrán descargarse y, de este modo, poder poner en práctica los conocimientos adquiridos. En el hemos procurado ir tratando todos los contenidos que se trabajaban en los videos de la primera parte de la secuencia. A continuación y aunque rompa un poco con la estructura de este Trabajo de Fin de Grado hemos optado por incorporarlo de forma fiel a como se lo entregamos a los alumnos con los que llevamos a cabo el desarrollo de la propuesta.

Cuaderno de actividades



Nombre: _____

Grupo: _____

Farmatemática

"Encuentra solución a tus problemas matemáticos"

ACTIVIDAD INICIAL

ENERO 2018

Lunes Martes Miércoles Jueves Viernes Sábado Domingo

31

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

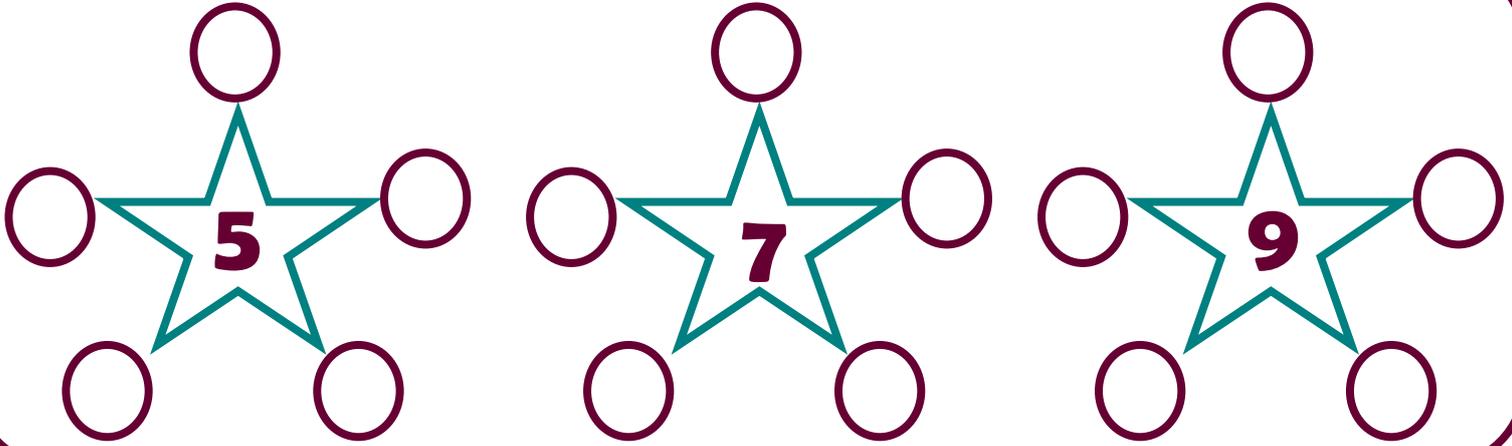
30

31



ACTIVIDADES MÚLTIPLOS

1. Escribe los cinco primeros múltiplos de cada número:



2. De las siguientes series de números señala aquellos que no sean múltiplos del número inicial:



3. Completa las series con múltiplos de los siguientes números:

M (3)	3	6	9	>	>	>	>	>	>	>	>
M(5)	5	10	15	>	>	>	>	>	>	>	>
M(7)	7	14	21	>	>	>	>	>	>	>	>

¿Podrías seguir escribiendo múltiplos de esos números? ¿Hasta cuándo?

¿Observas alguna relación de las series con las tablas de multiplicar?

¿Qué conclusión puedes extraer?

4. Calcula los múltiplos de 3 y de 5 menores que 25. ¿Cuáles son múltiplos comunes?

5. Completa las siguientes oraciones:

• 36 es múltiplo de 3 porque: $3 \times \boxed{} = 36$

• 125 es múltiplo de 5 porque: $\boxed{} \times \boxed{} = 125$

• 21 es múltiplo de 7 porque: $\boxed{} \times 3 = \boxed{}$

• 70 es múltiplo de 5 porque: $\boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$

6. En la siguiente tabla localiza los múltiplos de 2, de 3 y de 5, como en el ejemplo:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2

3

5

¿Crees que tienen alguna característica en común los múltiplos de 2?

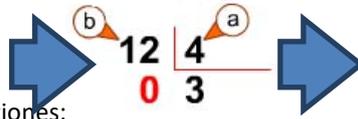
¿Crees que tienen alguna característica en común los múltiplos de 3?

¿Crees que tienen alguna característica en común los múltiplos de 5?

ACTIVIDADES DIVISORES

1. Recuerda que un número **a** es divisor de **b** si la división de **b** entre **a** es una división con resto 0. Ejemplo:

¿Es 4 divisor de 12?


$$\begin{array}{r} \text{b} \quad 12 \quad \text{a} \\ 4 \overline{) 12} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

Sí. La división es exacta.

Ahora resuelve las siguientes cuestiones:

✚ ¿Es 7 divisor de 15?

✚ ¿Es 5 divisor de 60?

✚ ¿Es 6 divisor de 56?

2. Calcula los divisores de estos números.

6	10	15	20

3. Encierra en un círculo los divisores de los siguientes números:

36: 18, 3, 12, 10, 9, 2, 6, 42, 1, 21, 4, 36

54: 18, 5, 2, 22, 3, 9, 1, 54, 13, 27, 32, 6

22: 11, 12, 3, 1, 2, 8, 7, 6, 22, 15, 17, 9

4. Observa el siguiente ejemplo:

Divisores de 24

1x24	• 1, 24
2x12	• 2, 12
3x8	• 3, 8
4x6	• 4, 6

Como ves hemos ido probando en orden empezando por los primeros números naturales 1, 2, 3, 4...

Usando el mismo sistema calcula todos los divisores de los siguientes números

8, 30, 35, 16, 23

5. El número **13.860**, es divisible por:

2	13860 _____	5	13860 _____	9	13860 _____
3	13860 _____	6	13860 _____	10	13860 _____
4	13860 _____	8	13860 _____	11	13860 _____

6. ¿Recordáis que se me había roto el móvil? Me he comprado otro y ahora mi mujer y yo no nos acordamos de cuánto nos costó. Yo sé que no era el más barato que costaba 127 € y mi mujer está segura que no costó más de 159 €. De lo que estamos seguros es de que estaba rebajado porque mi mujer y yo dijimos que antes de rebajarlo hubiéramos pagado justo usando billetes de 50 € y que, cuando fuimos a pagarlo nos dijo el tendero que estaba rebajado y lo pagamos con billetes de 20.

¿Podéis ayudarme a rellenar la etiqueta del precio del móvil?



¿Cuántos billetes de 20 € tuve que utilizar?



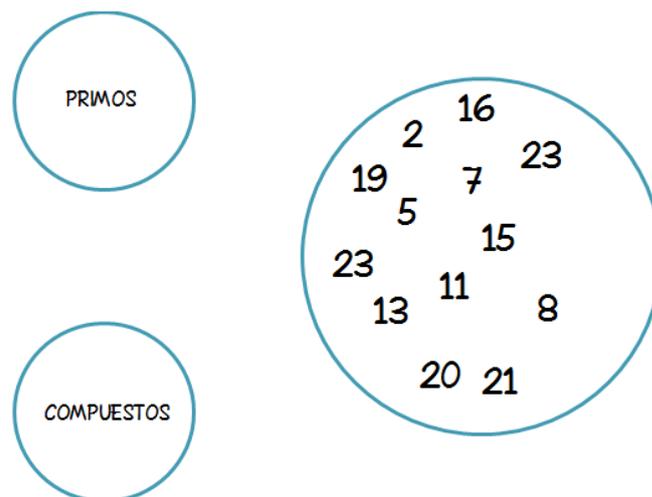
ACTIVIDADES NÚMEROS PRIMOS



3. Recuerda:

Un número natural distinto de 1 es primo si solo tiene dos divisores: el mismo y la unidad.
 Un número natural es compuesto si tiene otros divisores además de él mismo y la unidad.

1. A continuación relaciona con flechas los números primos y los números compuestos



2. Resuelve las siguientes cuestiones

¿Puede haber además del 2 y del 3, otros dos números consecutivos que sean números primos?

Sí

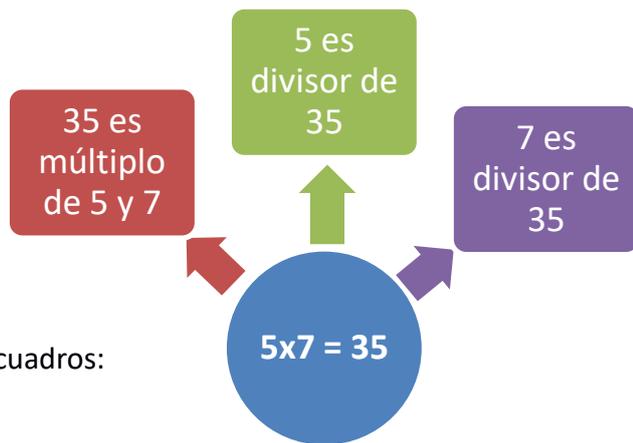
No

Justifica razonadamente tu respuesta

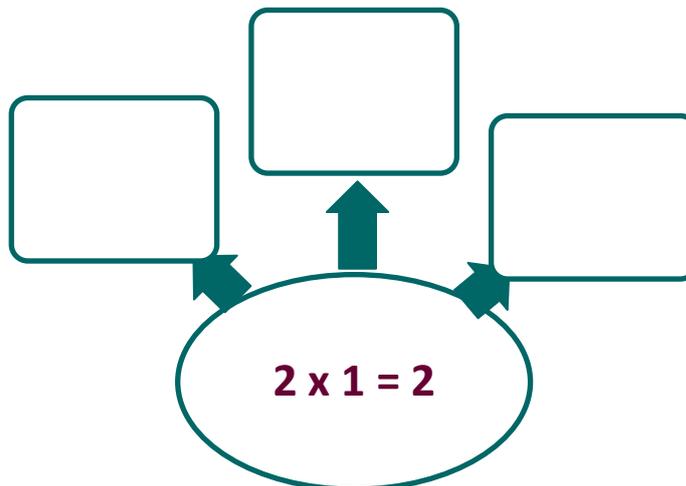
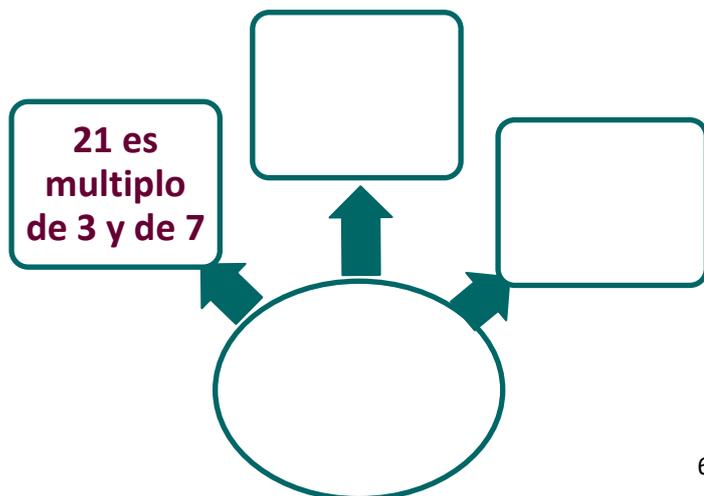
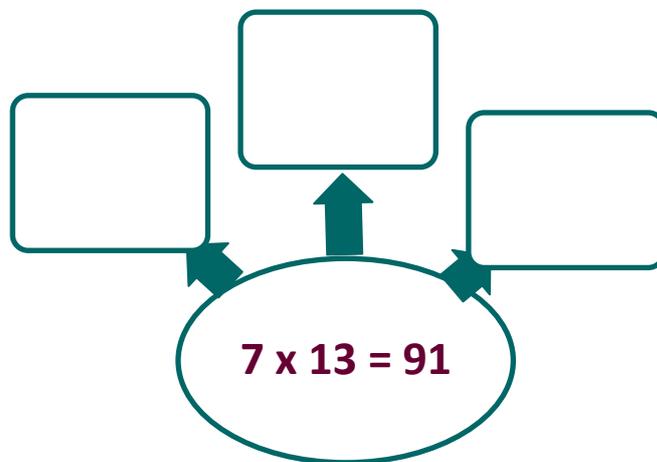
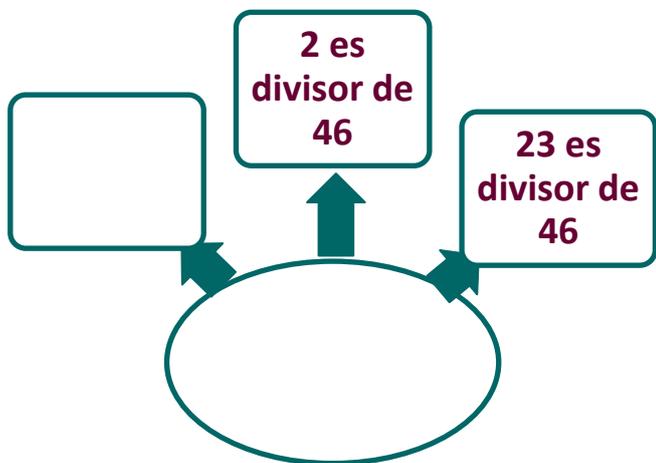
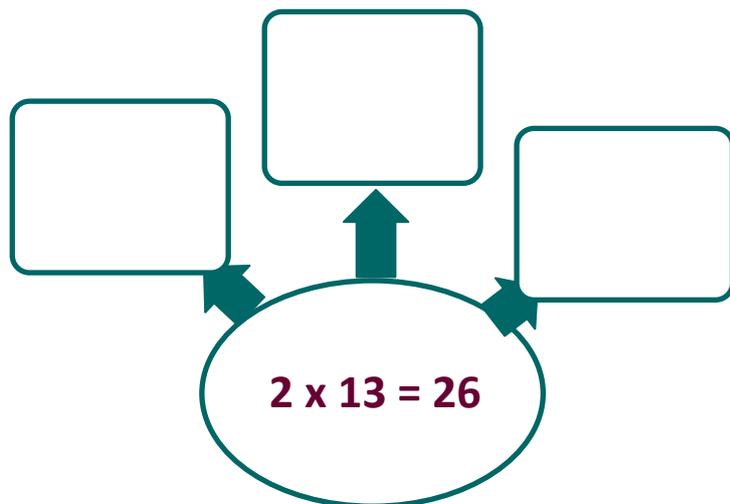
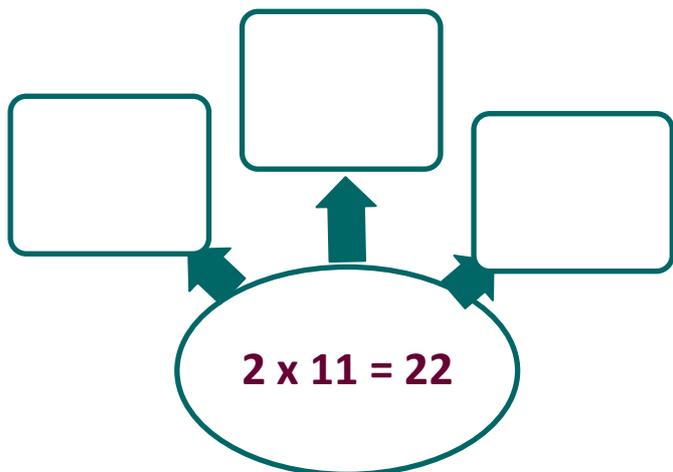
3. Escribe tres números que sean producto de dos números primos. ¿Cuántos divisores tienen los números encontrados?

ACTIVIDADES MIXTAS

- Como sabemos, $5 \times 7 = 35$, y por lo tanto sabemos que:



A continuación completa los siguientes cuadros:



TEST FINAL

Rodea con un círculo la respuesta adecuada

1. Si **D** es el dividendo, **d** el divisor, **c** el cociente y **r** el resto. ¿Qué expresión nos sirve para hacer la prueba de la división?
 - a. $D = d \times c + r$
 - b. $d = D \times c + r$
 - c. $D = d \times r + c$
2. Para obtener los múltiplos de un número tengo que:
 - a. Dividirlo por los números naturales
 - b. Multiplicarlo por los números naturales
 - c. Sumarle los números naturales
3. Los 4 primeros múltiplos de 4 son...
 - a. 0, 1, 4, 8
 - b. 0, 4, 8, 12
 - c. 4, 8, 12, 16
4. ¿Cuál de estos números es un múltiplo común de 2 y de 3?
 - a. El 26
 - b. El 32
 - c. El 24
5. ¿Cuál de estos números es divisor de 16?
 - a. 6
 - b. 7
 - c. 4
6. El número 9 es un divisor de...
 - a. 39
 - b. 45
 - c. 56
7. El número 6 no es divisor de...
 - a. 26
 - b. 48
 - c. 60
8. Algunos números solo tienen
 - a. Dos múltiplos
 - b. Dos divisores
 - c. Dos múltiplos y dos divisores
9. ¿Qué tres números son divisores de 32?
 - a. El 2, el 12 y el 32
 - b. El 1, el 8 y el 16
 - c. El 2, el 4 y el 6
10. Señala la casilla en la que estén todos los divisores de 24:
 - a. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
 - b. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 18, 24
 - c. 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
11. Cuando un número tiene únicamente como divisores al 1 y a él mismo, decimos que es un número...
 - a. Solitario
 - b. Impar
 - c. Primo
12. Si el número 3 es divisor de 24:
 - a. Al dividir 24 entre 3 el resto es 0.
 - b. Al dividir 24 entre 3 el resto es mayor que 0.
 - c. 24 es número primo.

- 13.** ¿El número 1 es divisor de todos los números?
- Sí
 - Sólo de los pares
 - Sólo de los impares
- 14.** ¿Cuál de estos números es un número primo?
- 15
 - 16
 - 17
- 15.** ¿Cuál de estos números no es un número primo?
- 39
 - 41
 - 43
- 16.** Decimos que un número es compuesto cuando tiene...
- 2 divisores
 - Más de 2 divisores
 - Menos de 2 divisores
- 17.** Natalia tiene 6 botones ¿Cómo puede guardarlos en cajas iguales sin que sobre ninguno?
- De 2 en 2, de 3 en 3
 - De 1 en 1, de 6 en 6
 - a y b son correctas.
- 18.** Los divisores de un número son:
- Iguales o mayores que él.
 - Iguales o menores que él.
 - Menores que él.
- 19.** Cuáles son los números primos menores que 10
- 2, 3, 4, 5, 7
 - 1, 2, 3, 5, 7
 - 2, 3, 5, 7
- 20.** Al dividir 17 entre 2 da como resultado 8,5 y resto 0. Podemos decir que:
- 2 es divisor de 17
 - 2 no es divisor de 17
 - 17 es divisor de 2
- 21.** Cualquier número es divisor de sí mismo:
- Siempre
 - Solo si es primo
 - Solo si es compuesto
- 22.** Si 8 es múltiplo de 2 podemos decir que:
- 8 es primo
 - 2 es divisor de 8
 - 2 es múltiplo de 8
- 23.** Ante una división con dividendo 50, divisor 5, cociente 10 y resto 0 podemos afirmar que:
- 5 es múltiplo de 50
 - 5 y 10 son divisores 50
 - 5 es divisor de 50 pero 10 no.
- 24.** 2, 4, 6, 8, 10, 12... son múltiplos de 2 que característica tienen en común:
- Son primos
 - Son impares
 - Son pares
- 25.** Los números primos entre 10 y 20 son:
- 11, 14, 16, 19
 - 11, 13, 17, 19
 - 12, 14, 15, 18

- 26.** ¿Cuál es múltiplo más grande de un número?
- Ese mismo número
 - No se puede saber son infinitos
 - El cuadrado de ese número
- 27.** ¿Cuál es el divisor más grande de un número?
- El 1
 - Los divisores son infinitos
 - Ese mismo número.
- 28.** El número 1
- Es primo
 - Es compuesto
 - No es ni primo ni compuesto
- 29.** ¿El 0 es múltiplo de todos los números naturales?
- Sí
 - No
 - Solo de los números primos
- 30.** Todo número divisible por 3 lo será también por 9
- Sí
 - No
 - Solo si el número es mayor o igual que 9



<https://goo.gl/forms/oQau3d9mlrfB3E413>

Actividades Refuerzo

1. Completa las frases con las palabras: **“múltiplo”**, **“divisor”** o **“nada”**

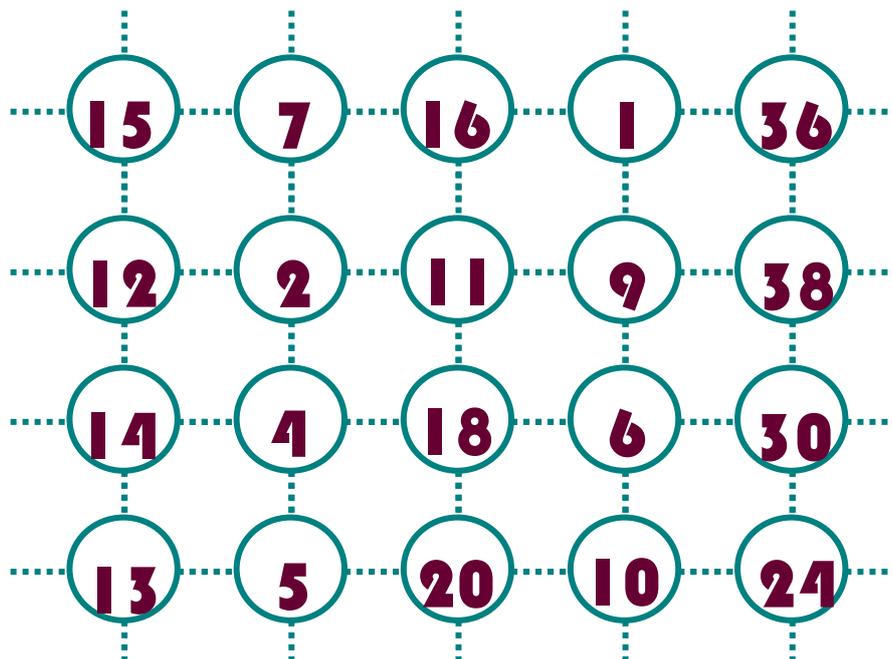
El 56 es _____	de 4	El 56 es _____	de 14
El 4 es _____	de 56	El 14 es _____	de 56
El 18 es _____	de 2	El 18 es _____	de 9
El 2 es _____	de 18	El 9 es _____	de 18
El 18 es _____	de 2	El 28 es _____	de 9
El 60 es _____	de 5	El 60 es _____	de 12
El 5 es _____	de 60	El 12 es _____	de 60
El 24 es _____	de 72	El 7 es _____	de 35
El 15 es _____	de 3	El 66 es _____	de 11
El 25 es _____	de 5	El 12 es _____	de 72

2. Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y razona la respuesta:

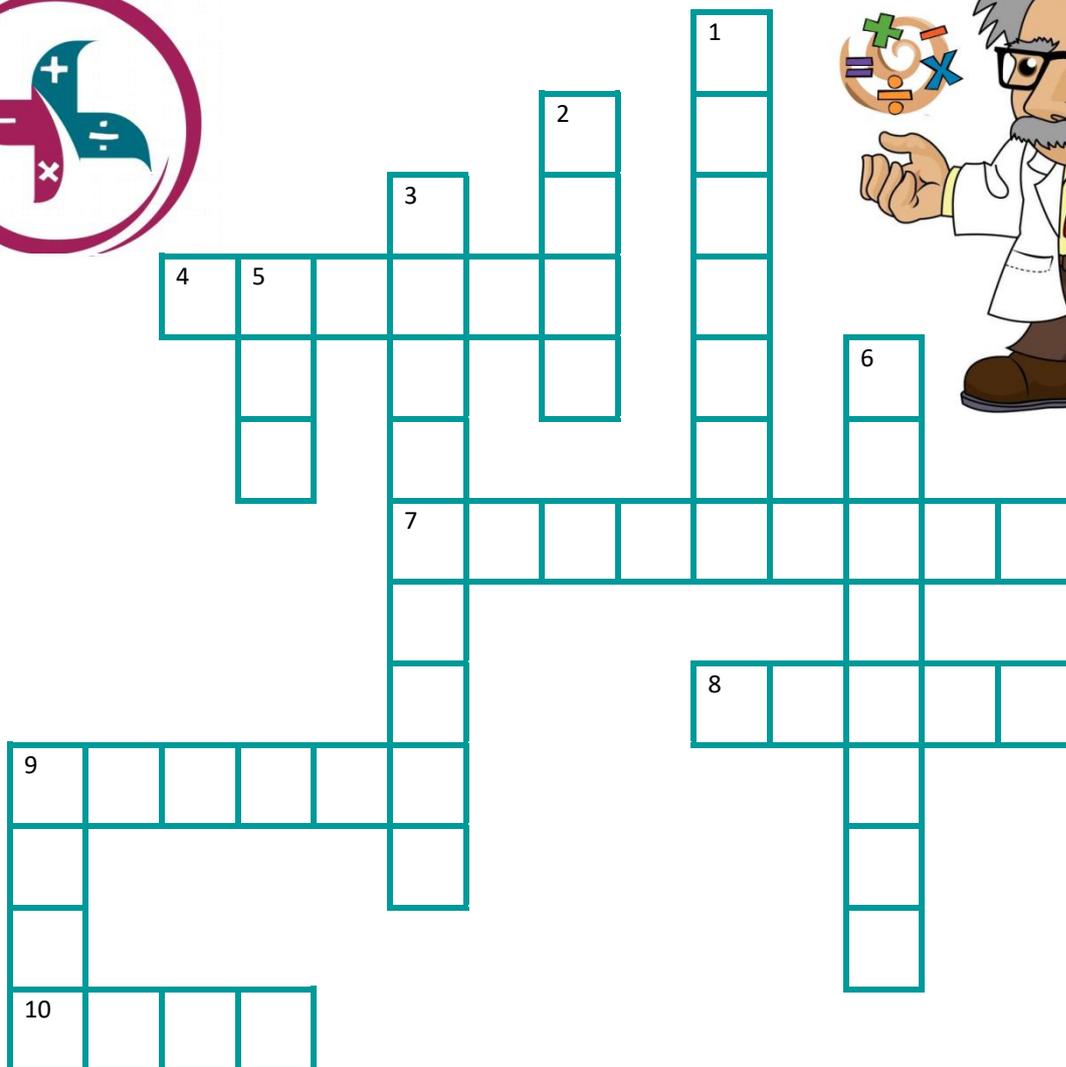
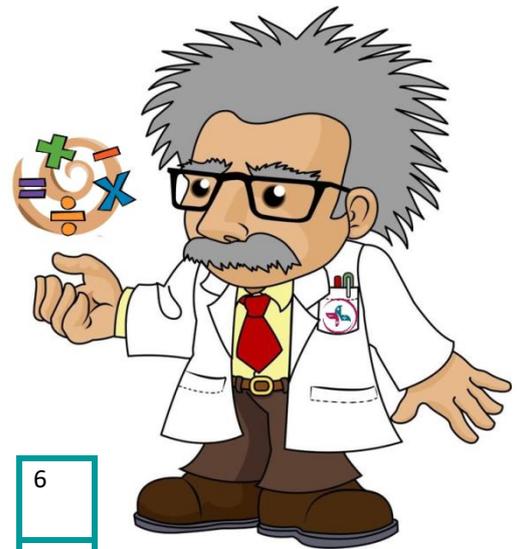
- V F 6 es múltiplo de 24.
- V F Todos los números tienen como divisores a sí mismo y a la unidad.
- V F Podemos calcular el número total de múltiplos que tiene un número.
- V F 18 es divisor común de 54 y de 90.
- V F El 29 es un número primo.

Aquí hay gato encerrado

3. Ayuda a nuestro lindo gatito a llegar al queso. Solamente puede ir por aquellas casillas que sean divisores de 36.



CRUCIGRAMA Matemático



Horizontal

- 4 Primer divisor del número 15
- 7 Números por los que multiplico otro para obtener sus múltiplos.
- 8 Número con solo dos divisores
- 9 Cantidad de números primos menores que 10
- 10 Primer número primo de dos cifras

Vertical

- 1 Lo es 4 de 36
- 2 Primer número primo impar
- 3 Número de múltiplos de un número
- 5 Es divisor de todos los demás
- 6 Lo es 240 de 24
- 9 Resto de la división 28:4

Con estas actividades perseguimos trabajar los siguientes objetivos (Tabla 10):

Tabla 10: Objetivos de cada una de las actividades

Actividad Inicial	Actividades Múltiplos	Actividades Divisores
AI1. Captar la atención de los alumnos hacia el tema	AM1. Calcular múltiplos a partir de un número dado	AD1. Recordar la definición de divisor.
AI2. Ser capaz de resolver la situación sin emplear ningún concepto matemático	AM2. Reconocer cuando un número es múltiplo de otro número	AD2. Calcular todos los divisores de un número realizando las divisiones
	AM3.1 Relacionar los múltiplos con las tablas de multiplicar	AD3. Reconocer cuando un número es divisor de otro.
	AM3.2. Reflexionar sobre el carácter infinito de los múltiplos	AD4. Comprobar cómo múltiplos y divisores están relacionados de modo que si un número es múltiplo de dos números estos son divisores de aquel
	AM4. Comprobar que hay números que pueden ser múltiplos de varios números	AD5.1. Practicar el cálculo de divisores mediante la realización de divisiones
	AM5. Aplicar la definición de múltiplo	AD5.2. Constatar lo costoso del método anterior y así descubrir la utilidad de aprender los criterios de divisibilidad
	AM6. Introducir los criterios de divisibilidad de forma visual	AD6. Aplicar los conceptos aprendidos múltiplos y divisores a un problema de la vida cotidiana.

Por otro lado, utilizando también otra herramienta de Google LLC, no muy conocida pero que ofrece una gran cantidad de posibilidades para la docencia como es “Google Forms”, se han creado dos test de 30 preguntas multiopción accesibles online. Esta herramienta nos permite crear diferentes tipos de test, multiopción, respuesta corta, verdadero-falso, así como determinar el valor de cada una de las preguntas. En ellos hemos incluido dos campos obligatorios para poder realizar el test, como son el correo electrónico y el nombre. Una vez finalizado, aparecerá en nuestra aplicación, con la puntuación obtenida por cada alumno, las respuestas erróneas y diferentes estadísticas y gráficos sobre el mismo. Tenemos la opción de que la persona que realiza el test, vea los

resultados y sus errores junto con la respuesta correcta en el momento en el que envía el mismo, o bien que no lo vea hasta que no lo hayamos valorado primero. Estos test servirán de autoevaluación del alumno/espectador y de evaluación de la secuencia en sí misma ya que nos serán de gran ayuda a la hora de valorar en qué parte hay mayores problemas y poder tomar las medidas oportunas.

El primero de ellos se encuentra disponible al finalizar la primera parte de la secuencia, que engloba los conceptos y múltiplos, divisores y números primos y está disponible en el siguiente enlace:

<https://goo.gl/forms/zAgrGVogSWljyaVr1>

El segundo, se encuentra al finalizar la segunda parte y engloba descomposición factorial, mínimo común múltiplo, máximo común divisor y criterios de divisibilidad. Se puede acceder a él en la siguiente dirección web:

<https://goo.gl/forms/HbZwmO44JNxQhdiu1>

Finalmente, en esta propuesta se han elaborado un total de 16 vídeos en los que se ha tenido en cuenta:

1. Conocimiento del contenido.
2. Mantener el interés del usuario.
3. Utilizar los distintos códigos.
4. Ayudar al usuario a interrelacionar los datos para facilitar la construcción del conocimiento.
5. Hacer un diseño simple.
6. Los criterios pedagógicos han de primar sobre los criterios estéticos.

En la tabla 11 reflejo a modo de resumen que objetivos perseguíamos en cada uno de los distintos vídeos.

Tabla 11: Objetivos perseguidos en cada uno de los videos

0	Presentación del canal	<ul style="list-style-type: none"> • Mostrar la temática del canal. • Captar la atención de los espectadores. 	7	Aplicación de los Criterios	<ul style="list-style-type: none"> • Emplear los criterios de divisibilidad en una situación práctica.
1	Presentación de Divisibilidad	<ul style="list-style-type: none"> • Motivar a los alumnos hacia el tema. • Mostrar la utilidad de las matemáticas en el día a día. 	8	Descomposición Factorial	<ul style="list-style-type: none"> • Aprender que cada número está formado por único producto de factores primos. • Asimilar diferentes métodos de llevar a cabo la descomposición en factores primos. • Ver la utilidad de la misma.
2	Múltiplos	<ul style="list-style-type: none"> • Interiorizar el concepto de múltiplo. • Reconocer cuando un número es múltiplo de otro. • Aprender a calcular los múltiplos de un número. 	9	Mínimo Común Múltiplo	<ul style="list-style-type: none"> • Aprender el concepto de mínimo común múltiplo. • Reconocer cuando es conveniente su utilización. • Razonar sobre la forma de calcularlo. • Aprender el algoritmo para su cálculo.
3	Divisores	<ul style="list-style-type: none"> • Interiorizar el concepto de divisor. • Reconocer cuando un número es divisor de otro. • Asimilar la relación existente entre múltiplos y divisores. 	10	Presentación MCD	<ul style="list-style-type: none"> • Motivar a los alumnos hacia el aprendizaje del MCD.
4	Divisores 2 Números Primos	<ul style="list-style-type: none"> • Aprender a calcular los divisores de un número. • Interiorizar el concepto de número primo. • Calcular los primeros números primos. 	11	Máximo Común Divisor	<ul style="list-style-type: none"> • Aprender el concepto de MCD. • Reconocer cuando es conveniente su utilización. • Razonar sobre la forma de calcularlo. • Aprender el algoritmo para su cálculo.
5	Lego	<ul style="list-style-type: none"> • Visualizar, asimilar y afianzar los conceptos vistos hasta el momento. 	12	Lego II	<ul style="list-style-type: none"> • Visualizar, asimilar y afianzar los conceptos vistos hasta el momento.
6	Criterios de Divisibilidad	<ul style="list-style-type: none"> • Aprender los criterios de divisibilidad más comunes. • Descubrir cuando es eficaz su utilización. 	13	Mapa conceptual Divisibilidad.	<ul style="list-style-type: none"> • Relacionar todo lo visto en la secuencia. • Tener una visión global de los conceptos trabajados.
			14	Criba de Eratóstenes	<ul style="list-style-type: none"> • Determinar los números primos menores que un número dado.
			15	Descubrir si un número es primo	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer cuando tengo la certeza de que un número es primo.

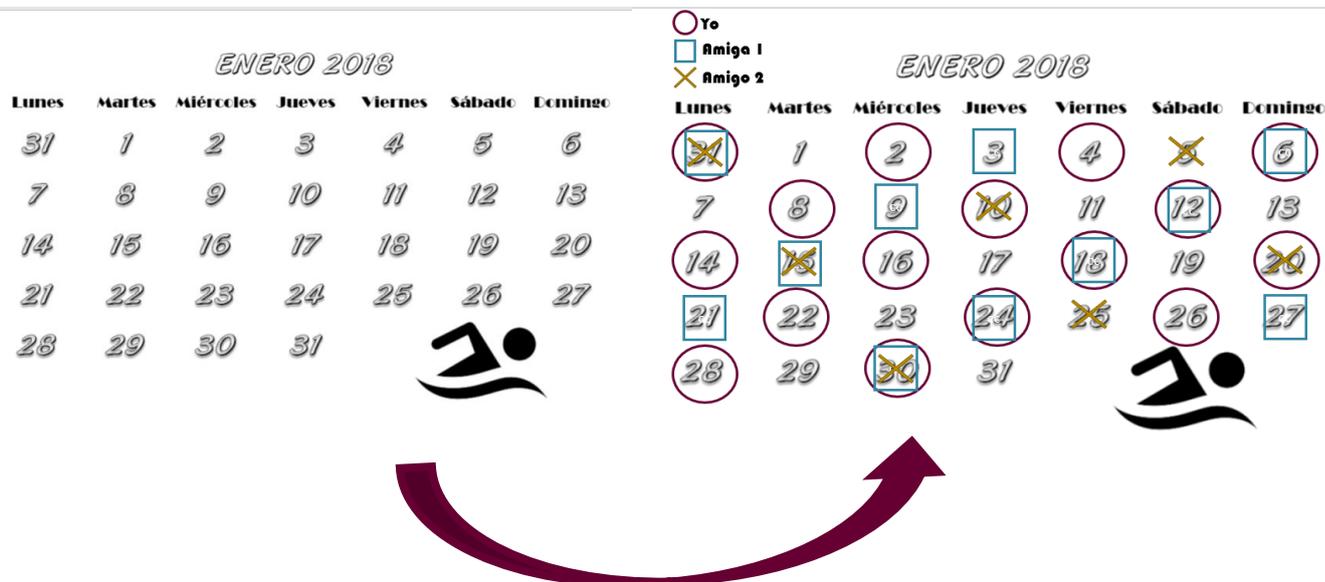
NOTA: Elaboración propia

Para concluir con este apartado y con el objetivo de que la no disposición de conexión a internet en el momento de su lectura limite su comprensión incorporamos el guion de los vídeos. En el se puede apreciar, al menos a grosso modo, cuál ha sido la secuencia que finalmente hemos desarrollado. No obstante, como no puede ser de otro modo, recomendamos encarecidamente el visionado de los vídeos realizados, ya que solo de este modo podrá valorarse la adecuación de su utilización para el aprendizaje de la divisibilidad.

2.5.1 VÍDEO 1: Presentación

Para comenzar los vídeos solicitaré la colaboración de los alumnos para que me ayuden a resolver un problema de la vida cotidiana que se puede resolver sin conocer el concepto de múltiplo, de divisor, de m.c.m. o de MCD. Ejemplo:

Plantearé a los alumnos que se me ha roto el móvil y que mi mujer y yo no nos ponemos de acuerdo sobre cuándo se me rompió el móvil anterior. Sabemos que fue un día que quedé a cenar con los amigos con lo que voy a nadar y que fue el mes de enero. Si yo voy cada dos días, mi amiga cada 3 y mi amigo cada 5 y fuimos juntos el día de Nochevieja, ¿qué día rompí el móvil anterior?



Finalmente, por lo tanto, el día en el que coincidimos los tres es el día 30. Aquí se podría también preguntar: “¿Qué día coincidirán el amigo 1 con el amigo 2? o ¿y el amigo 2, conmigo?”

2.5.2 VÍDEO 2: Múltiplos

Se iniciará recordando el resultado final del vídeo uno colocando de nuevo el calendario. Así, se creará un listado señalando los días que va a ir cada uno:

Yo	Amiga 1	Amigo 2
2	3	5
4	6	10
6	9	15
8	12	20
10	15	25
12	18	30
14	21	
16	24	
18	27	
20	30	
12		
24		
26		
28		
30		

Se les mostrará que, si nos fijamos, coinciden justamente con la tabla de multiplicar del 2, del 3 y del 5. Y con ello introduciremos el concepto de múltiplo, definiendo múltiplo como:

Decimos que un número que podemos llamar a es múltiplo de otro número que llamaremos b si existe un número natural n que multiplicado por b da como resultado a.

En nuestro caso, diremos que 24 (a) es múltiplo de 2 (b) si existe un número (n) que multiplicado por 2 dé como resultado 24.

$$2 \times 12 = 24 \rightarrow$$

Si existe un número NATURAL que multiplicado por 2 dé como resultado 24



24 es múltiplo de 2

¿Es 24 múltiplo de 5? Comprobémoslo

$$5 \times 4 = 20$$

$$5 \times 5 = 25$$



No existe ningún número NATURAL que multiplicado por 5 dé como resultado 24



24 NO es múltiplo de 5

2.5.3 VÍDEO 3: Divisores

Relacionado con esto, tenemos el concepto de divisor. Pero antes de verlo, vamos a hacer un pequeño recuerdo de la división.

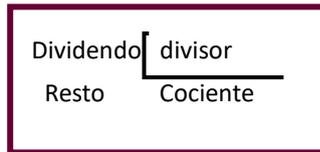
Sabemos que la división está formada por:

D: Dividendo

d: Divisor

C: Cociente

R: Resto



Además, sabemos que siempre se cumple que: $\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{Cociente} + \text{Resto}$.

Y que si el resto es 0: $\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{Cociente}$ y se le denomina división exacta.

A partir de aquí, obtendremos una primera definición de divisor:

Dados dos números naturales que podemos llamar a y b, con el número a distinto de 0. Decimos que a es un divisor de b si al efectuar la división entera de b entre a, se obtiene un cociente n y un resto 0

$$\begin{array}{r} b \overline{) a} \\ \underline{0 \quad n} \end{array}$$

Comprobemos por lo tanto si 2 es divisor de 24

Pero si aplicamos que $\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{Cociente}$ obtendremos la segunda definición de divisor

Decimos que un número que podemos llamar a es divisor de otro número que llamaremos b si existe un número natural n que multiplicado por a da como resultado b .

Y de nuevo vamos a comprobarlo

$$2 \times 12 = 24 \rightarrow$$

2 es divisor de 24

$$5 \times 4 = 20 \rightarrow$$

5 NO es divisor de 24

$$5 \times 5 = 25$$

Ambas definiciones son equivalentes:

si a es divisor de b , b es múltiplo de a

si a es múltiplo de b , b es divisor de a

En nuestro caso, 2 es divisor de 24 y 24 es múltiplo de 2.

2.5.4 VÍDEO 4: Divisores 2 – Números primos

¿Pero cómo calculo los divisores de un número? ¿Cuántos divisores tiene un número?

Tantos como números con los que el resto de la división sea 0. Veámoslo con el ejemplo que venimos trabajando. Veremos cómo, por lo tanto, para calcular los divisores de un número debemos realizar la división, pero veremos también la relación que existe entre el cociente y el divisor.

24 tiene por divisores

1	2	3	4	6	8	12	24
---	---	---	---	---	---	----	----

Pero, al mismo tiempo, sabemos que 24 es múltiplo de 2, de 4, de 6 de 8 y de 12

Y el 6, ¿qué divisores tiene?

1	2	3	6
---	---	---	---

Pero vamos a fijarnos en el 2. ¿Cuántos divisores tiene 2?

Como habéis comprobado, solamente dividiéndolo por el mismo o por la unidad obtendremos resto 0 en la división.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1} \\ 0 \end{array} \rightarrow \boxed{1 \text{ es divisor de } 2}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2} \\ 0 \end{array} \rightarrow \boxed{2 \text{ es divisor de } 2}$$

A los números en los que ocurre que esto, que solo existen dos números naturales por los que se puedan dividir y obtener resto 0 (ellos mismos y la unidad) se les conoce como números primos. A partir de aquí obtendremos la definición de número primo

Diremos que un número a es primo si solamente tiene como divisores 1 y a

1 y a se denominan divisores impropios de a , el resto de divisores son los divisores propios

Tras ello mostraremos a los alumnos, los primeros números primos, comprobando que en ellos se cumple lo indicado en la definición.

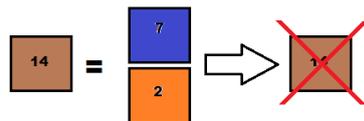
2.5.5 VÍDEO 5: Lego I

En el siguiente vídeo ya trabajaríamos múltiplos, divisores y primos con piezas de lego del siguiente modo.

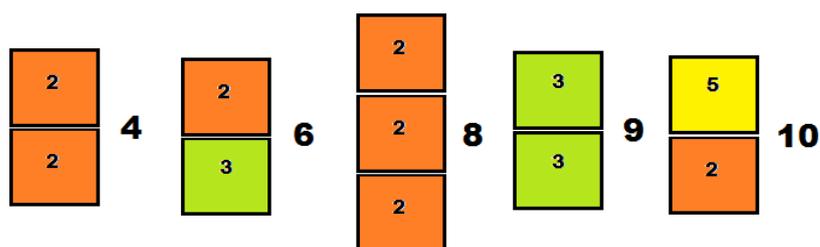
Los bloques de Lego de diferentes colores representarían los diferentes **números primos** que, como se ve, no se pueden sustituir por una combinación multiplicativa de otros números primos, es decir de otros monobloques:



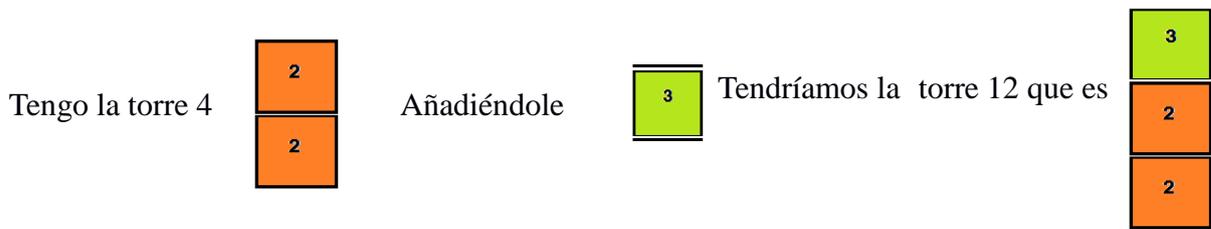
(Aquí podríamos introducir un error deliberado por ejemplo añadiendo bloque de otro color con el valor 14 para que los alumnos se dieran cuenta del error ya que ese número sí que podría ser creado mediante la combinación de 7 y 2, por lo tanto, no sería un número primo)



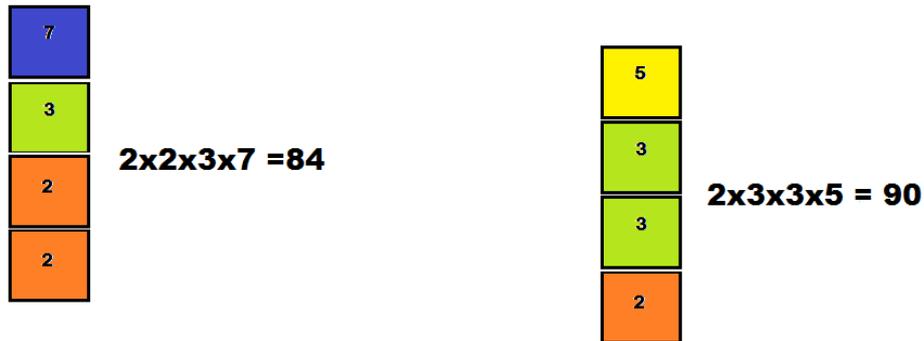
A continuación, crearíamos torres de números primos para formar los **números compuestos**. De manera que, cada bloque que se añada a la torre, multiplica al anterior.



Y así, podríamos continuar creando todos los números compuestos que deseáramos mediante la combinación de diferentes bloques teniendo en cuenta que, al añadir un bloque más a una torre ya creada, lo que hacemos es obtener un múltiplo de ese número. Por ejemplo:

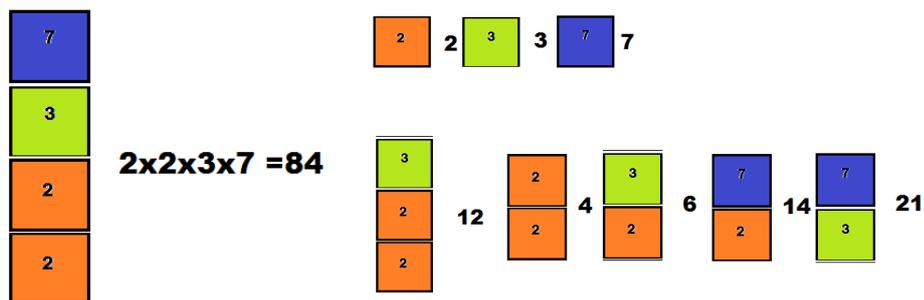


Es decir, añadiendo bloques, lo que hago es obtener los múltiplos ya que como cada pieza son factores, lo que hacemos es multiplicar. Así podríamos crear



Y con esto podemos seguir trabajando diferentes conceptos.

Por un lado, el concepto de **múltiplo** un número compuesto que estará formado por una torre de bloques de lego, será múltiplo de cada uno de los bloques que la forman. Así, por ejemplo el 84 será múltiplo de 2, de 3, de 7, pero también lo será de, 4, de 6, de 12, de 14, de 21 etc....



De la misma forma trabajaremos los **divisores** de un número, que serán los diferentes bloques que la conforman. Así, los podremos obtener de manera análoga a como lo hemos realizado anteriormente solo que desmontando las torres. Ya que tanto 2,

3, 4, 6, 12, 14, 21 etc.... serían los divisores de 84, y así también comprenderían la relación existente entre el concepto múltiplo y el concepto divisor.

Como se ve en este vídeo, hemos aprendido a representar los números naturales con bloques de lego como producto de factores. De este modo, perseguimos que se asimile mejor la idea de múltiplo y divisor ya que los bloques permiten una mejor visualización de cómo calculamos múltiplos y divisores y de por qué decimos que un número es múltiplo o divisor de otro. Además, esto nos servirá de base para el próximo vídeo donde emplearemos este elemento para visualizar la descomposición factorial el m.c.m. y el MCD.

2.5.6 VÍDEO 6: Criterios de Divisibilidad

Para ver si un número es divisible entre otro, hemos visto que tenemos que realizar la división entre ambos y comprobar que el resto sea 0. Pero existen una serie de reglas denominados criterios de divisibilidad para comprobar si un número es divisible o no entre otros. Os recomiendo que lo aprendáis ya que os ahorrará mucho tiempo.

No obstante, aclararemos en varias ocasiones que estos criterios no son imprescindibles aunque sí que es cierto que suponen una herramienta, una ayuda para el cálculo. Pero lo realmente importante es saber qué es ser divisible por un número, como vimos en los vídeos anteriores. Es decir, que un número no es divisible entre 2 porque acabe en cifra par o 0, sino que lo es porque al dividirlo entre 2 el resto es cero, porque está contenido exactamente n veces en ese número siendo n un número natural.

2	Si termina en 0 o cifra par	284 El 4 es par
3	Si sus cifras suman 3 o múltiplo de 3	1.527 $1+5+2+7=15$ y 15 es múltiplo de 3
4	Si sus dos ultimas cifras son 00 o múltiplo de 4	2.636 36 múltiplo de 4
5	Si terminan en 0 ó 5	1.115 Termina en 5
9	Si sus cifras suman 9 o múltiplo de 9	2.358 $2+3+5+8=18$ y 18 es múltiplo de 9
10	Si termina en 0	3.330 Termina en 0
11	Si sumando las cifras que ocupan lugar par y las que ocupan lugar impar, restando el menor de los números al mayor el resultado es múltiplo de 11	284.812 $(8+8+2)-(2+4+1)=18-7=11$

Posteriormente, mostraremos cómo, aunque son muchos los criterios, no siempre merece la pena aprendérselos puesto que a veces resulta más complicado aplicarlo que directamente realizar la división.

7 Si al separar la última cifra de la derecha, multiplicarla por 2 y restarla de las cifras restantes la diferencia es igual a 0 o es un múltiplo de 7.

34.356

Separamos el 6

Lo doblamos $6 \times 2 = 12$

Restamos $3435 - 12 = 3423$

¿Es múltiplo de 7?

Repetimos el proceso

Separamos el 3

Lo doblamos $3 \times 2 = 6$

Restamos $342 - 6 = 336$

¿Es múltiplo de 7?

Repetimos el proceso

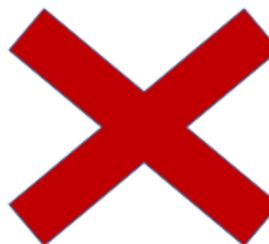
Separamos el 6

Lo doblamos $6 \times 2 = 12$

Restamos $33 - 12 = 21$

21 es múltiplo de 7

$$\begin{array}{r} 34356 \quad \overline{)7} \\ 63 \quad 4908 \\ 056 \\ 0 \end{array}$$



2.5.7 VÍDEO 7: Aplicación Criterios de Divisibilidad

Vamos a comprobarlo con algunos ejemplos

	2	3	4	5	9	10	11
624	SI	SI	SI	NO	NO	NO	NO
3.690	SI	SI	NO	SI	SI	SI	NO
565	NO	NO	NO	SI	NO	NO	NO
384	SI	SI	SI	NO	NO	NO	NO
4.925	NO	NO	NO	SI	NO	NO	NO
1.525	NO	NO	NO	SI	NO	NO	NO
98.615	NO	NO	NO	SI	NO	NO	SI

2.5.8 VÍDEO 8: Descomposición Factorial

En este vídeo introduciríamos el concepto de descomposición factorial

Hemos visto en los vídeos anteriores los conceptos de número primo y de divisores de un número. La descomposición factorial consiste en combinar ambos conceptos. Se trata de representar un número como un producto de factores primos:

Todo número compuesto se puede descomponer en un producto finito de factores primos y esta descomposición es única.

Veamos el caso del número 24 que hemos venido usando como ejemplo

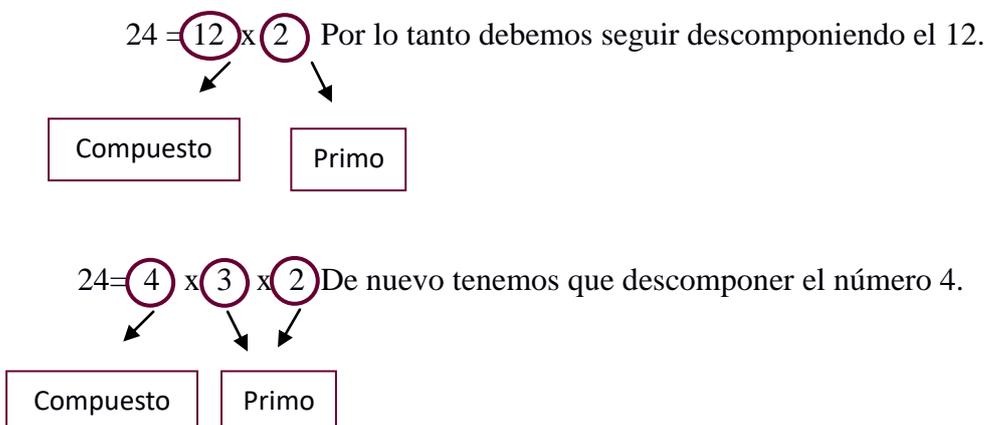
Ya obtuvimos sus divisores en un vídeo anterior y estos eran:

1	2	3	4	6	8	12	24
---	---	---	---	---	---	----	----

Ahora además sabemos que 1 y 24 son sus divisores impropios, y que además es un número compuesto porque tiene divisores propios.

Veamos cómo se puede representar este número como producto de factores primos. Para ello tenemos varias técnicas.

1. Se descompone el número en producto de factores y si estos no son primos, estos a su vez se vuelven a descomponer hasta que todos sean primos. Ej.



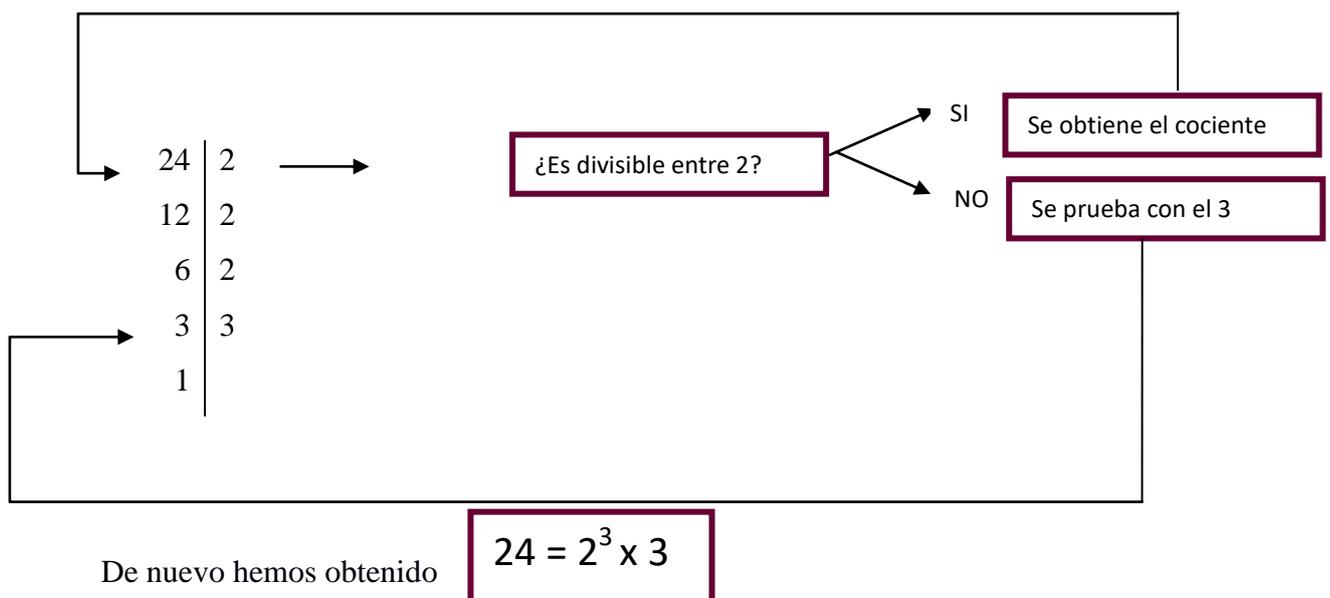
24 = 2 x 2 x 3 x 2 En este caso ya todos los factores son primos.

Pero podemos expresar este mismo producto de otra forma ¿Sabéis cómo?
Claro, en forma de potencias.

Sabemos que $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

Por lo tanto $24 = 2^3 \times 3$

2. En este caso iríamos comprobando si los diferentes números primos que conocemos son divisores o no del número en cuestión. En caso de que lo sean, este se divide entre ese número primo y comprobamos si el cociente es divisible por los diferentes números primos. Repetiremos la operación sucesivamente hasta que el cociente sea 1. Se suele representar con una línea vertical donde se separa el dividendo/cociente del divisor. Y para que no haya errores os recomiendo que comencéis en orden a comprobar los números primos 2, 3, 5, 7, 11...



Nosotros nos inclinamos por este segundo método ya que es mucho más sistemático y siguiendo los pasos adecuados no hay posibilidad de error. Para ello hay que:

- Conocer cuáles son los primeros números primos
- Conocer los criterios de divisibilidad de estos números primos
- Saber expresar una expresión en forma de producto de potencias

2.5.9 VÍDEO 9: Mínimo Común Múltiplo

Recordemos un momento la cuestión que os planteé en el vídeo inicial. Finalmente, tachando días en el calendario llegamos a la conclusión de coincidí con mis amigos el día 30 de enero.

ENERO 2018

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
31	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			



Yo
 Amigo 1
 Amigo 2

ENERO 2018

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	11	<input type="checkbox"/>	13
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	17	<input type="checkbox"/>	19	<input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	23	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	29	<input checked="" type="checkbox"/>	31			



Esto lo hemos podido realizar ya que los días que repetían eran pequeños 2, 3, 5 pero ¿y si hubieran sido 5, 9 y 15? ¿Cómo lo haríamos? Se podría seguir utilizando el calendario, pero no sería muy eficaz ya que emplearíamos muchísimo tiempo. Así que

vamos a pensar qué es lo que realmente hemos hecho para ver si hay alguna forma de resolverlo más rápida.

Como vimos, al tachar los días que iba yo, estábamos tachando los múltiplos de 2; al tachar los días que iba mi amiga, los múltiplos de 3; y mi amigo iba los días que eran múltiplos de 5. Por lo tanto, para que los tres fuéramos debería ser un día que fuera múltiplo de 2, de 3 y de 5 al mismo tiempo, y como queríamos saber qué día era el primero que coincidiríamos, debería ser el primer número que fuera múltiplo a 2, 3, 5. En definitiva, lo que estábamos buscando sin saberlo era el mínimo común múltiplo. Que se define como:

Llamamos mínimo común múltiplo de varios números al menor de los múltiplos comunes a los mismos.

Por ello ya no necesitaremos calendario, bastará con obtener los múltiplos comunes a los números deseados, y de entre ellos elegir el primero que sea común a los tres. Veamos, entonces, el ejemplo que os planteaba anteriormente

5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
15	30	45	60	75	90	105	120	135	150

Como vemos en este caso coincidiríamos cada 45 días.

¿Pero y si los números fueran 5, 18 y 21? Si tenéis tiempo os invito a que calculéis los múltiplos de estos números y comprobéis cuál es el menor.

Como el tiempo no es infinito, nosotros vamos a aprender otro método más eficaz.

Para el cálculo de un múltiplo común a los tres números, parece obvio que multiplicándolos entre sí obtendremos este múltiplo común. Así un múltiplo común a 5, 18 y 21 sería:

$$5 \times 18 \times 21 = 1.890.$$

Pero ¿es este el menor de los múltiplos comunes? ¿No existe ningún número más pequeño que sea múltiplo de los tres? Vamos a comprobar que sí y para calcularlo emplearemos la descomposición factorial que hemos visto en vídeos anteriores.

Paso 1

En la descomposición factorial lo que hacemos es reflejar el número en forma de producto de factores primos

$$\begin{array}{l}
 5 \mid 5 \\
 1 \mid
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 18 \mid 2 \\
 9 \mid 3 \\
 3 \mid 3 \\
 1 \mid
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 21 \mid 3 \\
 7 \mid 7 \\
 1 \mid
 \end{array}$$

$$5$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$21 = 3 \times 7$$

Paso 2

El siguiente paso sería buscar aquellos números divisores que sean comunes a los números, el 5 no tiene ninguno al ser número primo. Sin embargo, el 18 y el 21 comparten el número 3. De estos nos quedamos con el que tenga mayor exponente, que en este caso es el 3^2

Paso 3

En este último paso, se trata de multiplicar los divisores primos no comunes, y de aquellos que sean comunes los de exponente mayor. En nuestro caso.

$$\text{m.c.m. } (5, 18, 21) = \underbrace{5 \times 2 \times 7}_{\text{No comunes}} \times \underbrace{3^2}_{\text{Común}} = 630$$

Si lo comparamos con el 1890 que hemos obtenido anteriormente podremos entender el por qué del algoritmo. Si nos fijamos

$$1.890 = 5 \times 18 \times 21 = 5 \times 2 \times 3^2 \times 7 \times 3. \text{ Si lo reordenamos}$$

$$1.890 = \underbrace{5 \times 2 \times 7}_{\text{No comunes}} \times \underbrace{3^2 \times 3}_{\text{Comunes}}$$

Como podemos observar, la diferencia es que en este caso hemos multiplicado todos los divisores no comunes (5, 2, 7) y todos los comunes (3^2 , 3), y en el segundo, de los comunes solamente hemos cogido los de mayor exponente, ya que estos, si lo pensamos ya contienen a los de exponente menor.

Por eso $1.890 = 630 \times 3$ que es justamente el factor común de menor exponente que no hemos empleado en el cálculo del mínimo común múltiplo.

Hemos visto en el vídeo inicial un problema que se puede resolver utilizando todo lo aprendido en los vídeos anteriores, pero hay mucho más. Para resolverlos, vamos a tener en cuenta los siguientes elementos:

El consejo escolar de un colegio ha puesto las evaluaciones del siguiente modo

- Matemáticas cada 15 días
- Lengua cada 5 días
- Sociales cada 6 días
- Naturales cada 10 días

Si el 12 de enero coincidieron los cuatro exámenes

- a) ¿Cuánto tardaran en volver a coincidir los exámenes de matemáticas y de lengua?
- b) ¿Qué día coincidirán de nuevo los exámenes de sociales y naturales?
- c) ¿Cuánto tiempo pasará hasta que vuelvan a juntarse todos los exámenes?

b) m.c.m. (15,5) = 15

c) m.c.m. (10,6) = 30

d) m.c.m. (5,6,10,15) = 30

Durante todo el vídeo hemos tratado de mostrar a los alumnos la idea que subyace al mínimo común múltiplo y no que simplemente se aprendan el algoritmo de forma memorística y mecánica.

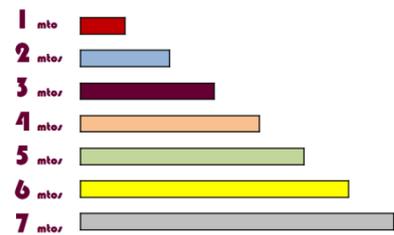
2.5.10 Video 10: Presentación Máximo Común Divisor

Necesito que me ayudéis a colocar el rodapié en una habitación que tiene unas paredes de 12 y 15 metros. Los rodapiés que puedo poner son los siguientes, y tenemos que tener en cuenta que no puedo cortarlos porque no tengo máquina. Para ello:

15 mto



12 mto



Por lo tanto, lo mejor será ir probando ver si encaja cada uno de los rodapiés en las paredes, y finalmente elegiré el mayor de todos los que encajen para tener que colocar las menos piezas posibles.

Hemos llegado a la siguiente conclusión

	Pared de 15 metros	Pared de 12 metros
1 mto	SI	SI
2 mto	NO	SI
3 mto	SI	SI
4 mto	NO	SI
5 mto	SI	NO
6 mto	NO	SI
7 mto	NO	NO

Por lo tanto, los que encajan en ambas paredes son el de 1 y el de 3 metros. Así que finalmente compraré el de 3 metros, que es el mayor de los dos.

2.5.11 Video 11: Máximo Común Divisor

En el vídeo anterior estuvimos probando los rodapiés para ver si encajaban, pero si nos olvidamos de rodapiés y paredes y pensamos solamente en números la tabla quedaría como sigue:

	15	12
1	SI	SI
2	NO	SI
3	SI	SI
4	NO	SI
5	SI	NO
6	NO	SI
7	NO	NO

Justamente la misma tabla que realizaríais si os preguntase si 1, 2, 3, 4, 5, 6,7 son divisores de 15 y 12. Por ello no hubiera sido necesario probar con los rodapiés, sino simplemente de entre los divisores de 15 y 12 elegir los comunes y, de estos, el mayor. Es decir, el Máximo Común Divisor:

Llamamos máximo común divisor de varios números al mayor de los divisores comunes a los mismos

Así, lo podríamos haber calculado del siguiente modo:

15	1	3	5	15		
12	1	2	3	4	6	12

Como vemos los comunes son el 1 y el 3 y el mayor de ellos es el 3. Esto se puede hacer con cualquier número, por ejemplo:

18	1	2	3	6	9	18			
24	1	2	3	4	6	8	12	24	
36	1	2	3	4	6	9	12	18	36

En este caso los comunes serían 1, 2, 3,6 y de ellos por lo tanto el mayor sería el 6. Este sería el Máximo Común Divisor de 18, 24 y 36.

Vamos a pensar otra forma más eficaz para calcularla, seguiremos un algoritmo similar al del m.c.m.

Paso 1

En la descomposición factorial lo que hacemos es reflejar el número en forma de producto de factores primos

$$\begin{array}{r|l}
 18 & 2 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 24 & 2 \\
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 36 & 2 \\
 18 & 2 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$24 = 2^3 \times 3$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

Paso 2

El siguiente paso sería buscar aquellos números divisores que sean comunes a los números. En este caso, el 2 y el 3, y de ellos quedarnos con los que tengan menor exponente, que serían los que tienen exponente 1.

Paso 3

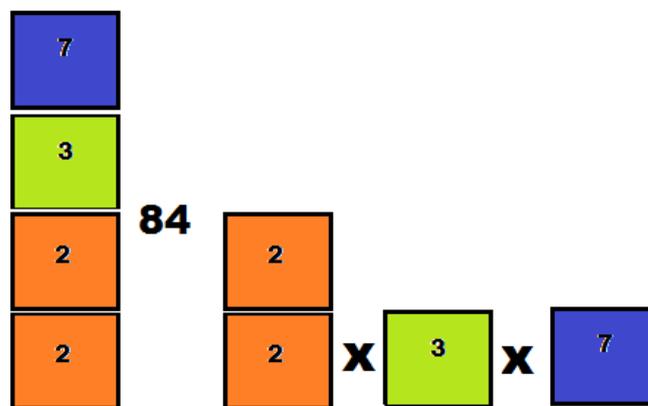
En este último paso, se trata de multiplicar los divisores primos comunes de menor exponente $M.C.D. (18, 24, 36) = 3 \times 2 = 6$

Comunes

2.5.12 VÍDEO 12: Lego II

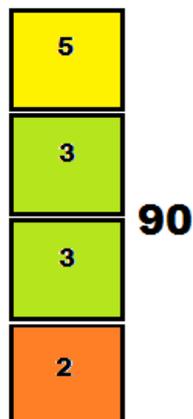
En este vídeo, nos vamos a acercar a la descomposición factorial, el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de una forma mucho más visual y manipulativa, de nuevo emplearemos las piezas de lego.

Si volvemos a las torres de lego creadas en los vídeos anteriores, para obtener los factores primos que las forman, bastará con **desmontarlas** por colores ya que sabemos que cada bloque del mismo color representa un número primo. Por ello, siguiendo con los ejemplos anteriores:



Vemos que el 84 está formado por una torre de 2 bloques naranjas, un bloque verde y un bloque violeta es decir $2^2 \times 3 \times 7$.

Siguiendo el proceso, contando los colores que forman el número 90, vemos rápidamente cuál es su descomposición factorial



$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

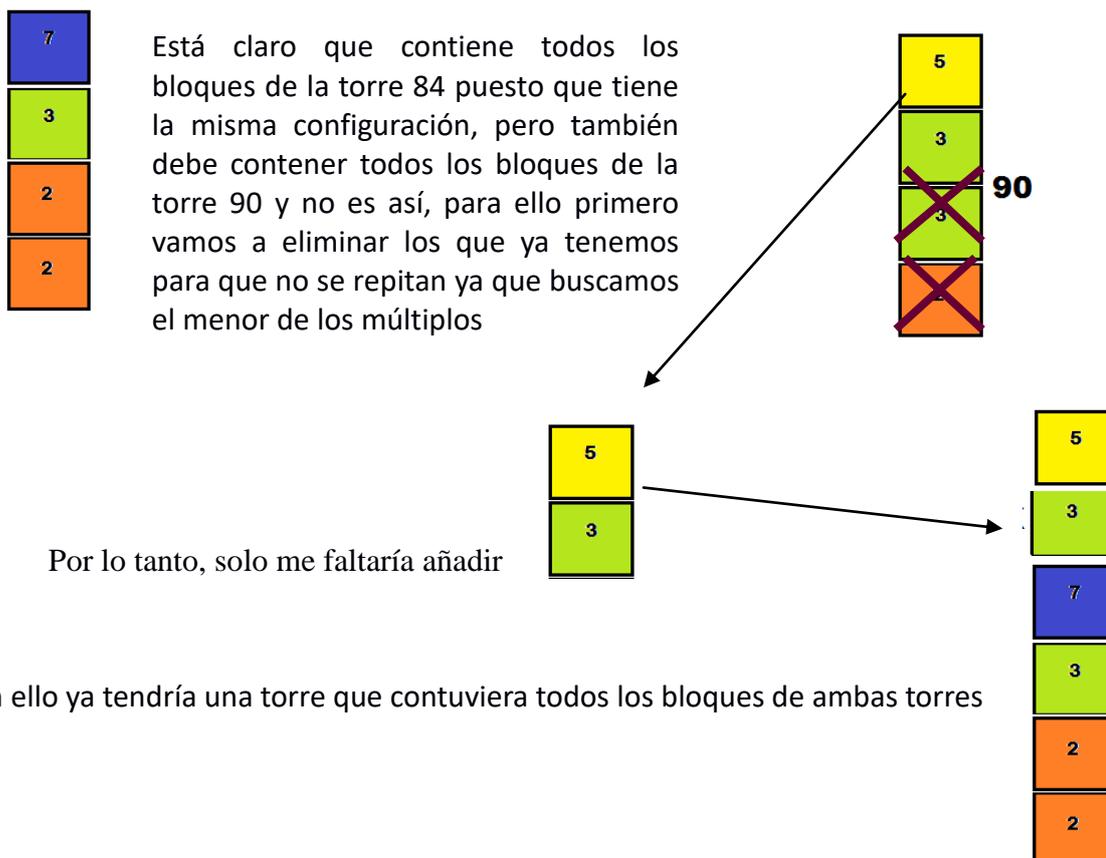
Esto mismo lo podríamos ver con cualquier torre creada a partir de los bloques de lego.

¿Y con lego podríamos también obtener de forma manipulativa el mínimo común múltiplo? ¡Claro!

Veámoslo:



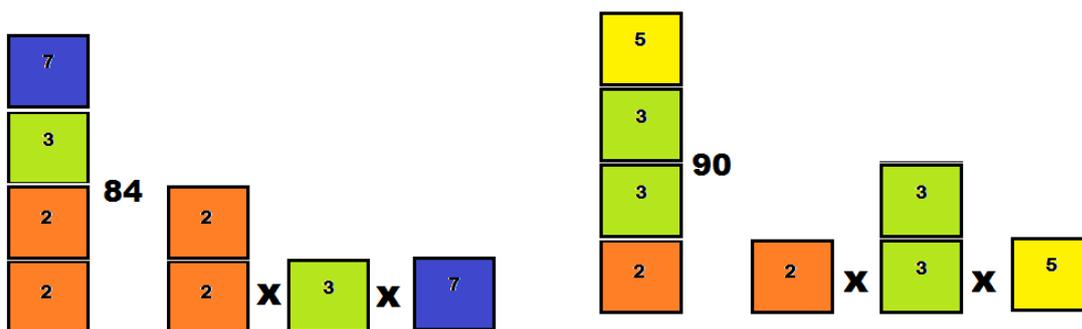
Debemos crear una torre que contenga todos los bloques de ambos números, para ello vamos a partir de la torre 84



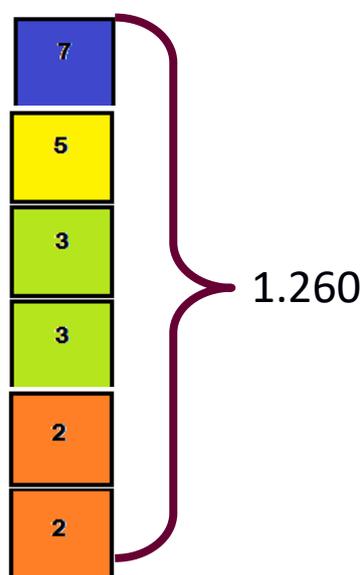


Esta es la torre de bloques más pequeña que podemos hacer que sea múltiplo a ambos números. Debe contener todos y cada uno de los bloques de ambos números.

Aplicando la descomposición factorial.



Ahora bastaría con tomar las torres de colores diferentes y apilarlas y, de aquellas que coincidan en ambos números, tomar las más altas:



Gracias al vídeo anterior, ya vimos como los bloques eran factores y, por lo tanto, en este caso, ya partimos de torres formadas por estos bloques. En ningún caso, perseguimos que los alumnos creen el número que les digamos a partir de los bloques, sino que partiendo de la torre, visualicen qué es lo que realmente hacemos para descomponer un número en factores y visualicen igualmente qué es lo que hacemos cuando estamos calculando el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.

2.5.13 VÍDEO 13: Criba de Eratóstenes

Hemos visto como para la descomposición factorial tan útil para el cálculo del mínimo común múltiplo y del máximo común divisor y, como veréis con posterioridad, para reducir a común denominador las fracciones, es necesario conocer los números primos, pero estos son infinitos. En los dos próximos vídeos, vamos a trabajar dos técnicas que nos facilitarán saber si un número es primo o no lo es

Criba de Eratóstenes

“Para encontrar los números primos menores que un cierto n se escriben todos los números naturales hasta n . Se tacha el 1 porque no es un número primo. El primer número que queda sin tachar es el 2 que sí que es primo. Se recuadra y se tacha su cuadrado, 4, y, a partir de él, se cuentan los números de dos en dos y los que ocupan el segundo lugar se tachan. Una vez finalizado el recuento de dos en dos se toma el primer número que queda sin tachar a partir del 2: será el 3. Se recuadra, se tacha su cuadrado, 9 y, a partir de él, se cuentan los números de tres en tres y cada tercer número se tacha. A continuación, se toma el primer número que queda sin tachar a partir del 3 que será el 5. Se tacha su cuadrado, 25, y contando de cinco en cinco se tachan los números que ocupan el quinto lugar. Se prosigue este proceso hasta llegar a un número primo cuyo cuadrado sea mayor que n momento en el que el proceso habrá terminado. Los números recuadrados formarán la sucesión de números primos menores o iguales que n . Un ejemplo con los números hasta el 100 se muestra debajo”

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

A continuación, eliminamos el 1 que no es primo ni compuesto y todos los múltiplos del primer número que aparece, el número 2 se obtiene su cuadrado y se siguen tachando los números contados de 2 en 2

	2	3		5		7		9	
11		13		15		17		19	
21		23		25		27		29	
31		33		35		37		39	
41		43		45		47		49	
51		53		55		57		59	
61		63		65		67		69	
71		73		75		77		79	
81		83		85		87		89	
91		93		95		97		99	

El siguiente es 3, se tacha su cuadrado y a partir de él los números contados de 3 en 3

	2	3		5		7			
11		13				17		19	
		23		25				29	
31				35		37			
41		43				47		49	
		53		55				59	
61				65		67			
71		73				77		79	
		83		85				89	
91				95		97			

Continuamos con el 5 se elimina su cuadrado y los números siguientes contados de 5 en 5

	2	3		5		7			
11		13				17		19	
		23						29	
31						37			
41		43				47		49	
		53						59	
61						67			
71		73				77		79	
		83						89	
91						97			

El siguiente número sería el 7 tachamos su cuadrado y los números contados de 7 en 7

	2	3		5		7			
11		13				17		19	
		23						29	
31						37			
41		43				47			
		53						59	
61						67			
71		73						79	
		83						89	
						97			

El siguiente sería el 11 pero $11^2=121$ por lo que es mayor que 100 por lo que ya tenemos todos los números primos menores que 100.

	2	3		5		7			
11		13				17		19	
		23						29	
31						37			
41		43				47			
		53						59	
61						67			
71		73						79	
		83						89	
						97			

2.5.14 VÍDEO 14: Descubrir si un número es primo

En el vídeo anterior vimos todos los números primos menores que 100. Pero ¿y si el número es mayor que 100 y no sé si es primo o no lo es? Para eso también tenemos respuesta, el procedimiento sería el siguiente.

Comenzamos a comprobar si es divisible por los números primos menores que él, tal y como hacíamos en la descomposición factorial. Si la división no es exacta y el cociente obtenido es menor que el divisor ya podremos afirmar que el número es primo. Pero claro, con los criterios de divisibilidad nos ahorramos tener que hacer algunas divisiones.

Comprobemos si el 103 es primo.

- Sabemos que no es divisible entre 2 porque su última cifra (3) no es par,
- Sabemos que no es divisible entre 3 porque la suma de sus cifras (4) no es 3 o múltiplo de 3
- Sabemos que no es divisible entre 5 porque su última cifra (3) no es 0 o 5
- Comprobemos si es divisible entre 7

$$\begin{array}{r} 103 \overline{) 7} \\ 33 \quad 14 \\ \hline \end{array}$$

5

No es divisible entre 7
14 > 7 por lo que debemos seguir probando

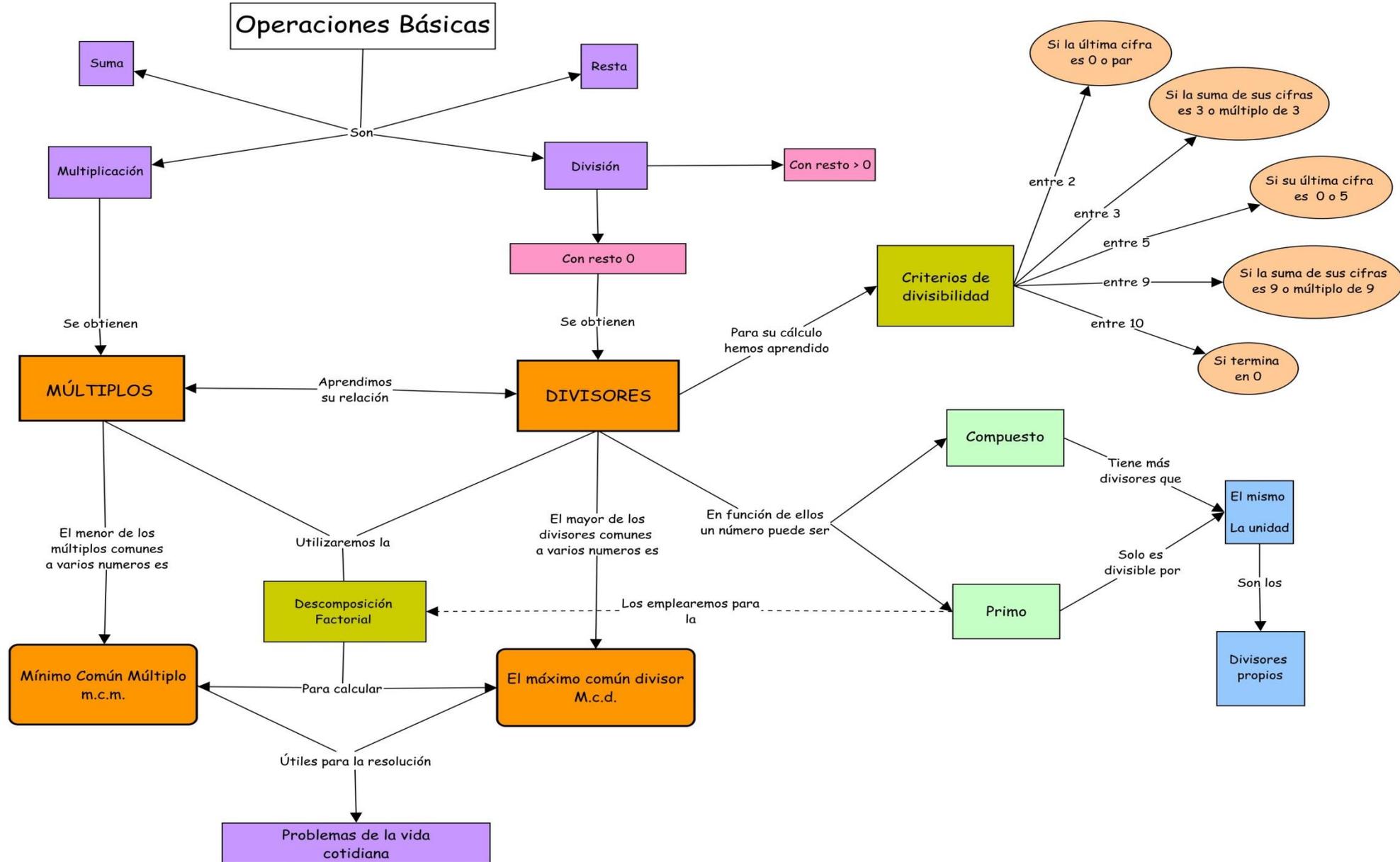
- Comprobemos si es divisible entre 11.

$$\begin{array}{r} 103 \overline{) 11} \\ 4 \quad 9 \\ \hline \end{array}$$

No es divisible entre 11
9 < 11 por lo que sabemos que es primo.

2.5.15 VÍDEO 15: Mapa conceptual Resumen

Resumen de lo que se ha visto en los vídeos anteriores a través del siguiente mapa conceptual:



3. RESULTADOS

3.1 CONSIDERACIONES GENERALES

Juan José Lorente es un centro de educación para adultos sito en la calle Castellote 3 del zaragozano barrio de las delicias. Se encuentra en el sector delimitado por las calles Duquesa Villahermosa, Vía Hispanidad, Avenida Madrid y Vía Universitat.

Es un centro donde dos maestros, se encargan de impartir las materias de matemáticas, lengua, naturales e inglés al grupo de Iniciales II y a los grupos de Iniciales I.

La secuencia se llevó a cabo en el aula de Formación Inicial para Personas Adultas Nivel I grupo C. Se trata de una clase de aproximadamente 25 alumnos de mediana y avanzada edad. La mayoría de ellos superan los 55-60 años, todos ellos de nacionalidad española y aunque todos están alfabetizados, pues saben leer y escribir, se pueden observar diferencias respecto a los estudios que cursaron cuando eran niños. Algunos de ellos presentan carencias más pronunciadas en escritura, lectura y operaciones matemáticas, y la mayoría de ellos un desconocimiento de la historia y las ciencias naturales. Es un grupo donde una amplia mayoría son mujeres. En cuanto a las motivaciones, podemos encontrar fundamentalmente dos tipologías: aquellos que buscan aumentar su cultura y poder relacionarse con otros adultos en un marco de aprendizaje y, por otro lado, alumnado de avanzada edad, el más numeroso, que asiste al centro desde años recibiendo una oferta formativa similar, como hemos dicho carecen de objetivos académicos y acuden para mantener la mente en funcionamiento y enriquecer sus relaciones sociales, así como ocupar su tiempo de ocio.

Respecto a las capacidades cognitivas, dentro de este grupo encontramos a 3 alumnos que presentan necesidades especiales, concretamente una leve discapacidad intelectual, mientras que, por el contrario, otros tienen un nivel más alto y fundamentalmente acuden al centro para ejercitar su mente, recordar conocimientos previos y socializar con sus compañeros. No se aprecian problemas de comunicación oral salvo en un alumno que presenta ciertas dificultades a la hora de hablar. La mayoría de los alumnos son de clase media. En el grupo de Iniciales I hay una asistencia muy elevada a las clases en torno a las 15 – 20 personas y se puede observar una elevada

cohesión del grupo. Podríamos presentar como excepción la de un alumno que apenas se socializa con el resto de compañeros y se coloca solo en la mesa delantera. La cooperación es total, tanto con el maestro como entre los alumnos, en todo momento están participando y dialogando entre ellos sobre la resolución de las diferentes actividades que se plantean, hay que señalar que a veces este diálogo se eleva de tono y hay que llamarles al orden.

Estos alumnos asisten a las clases los lunes y los miércoles de 18:35 a 20:30. Dispusimos de dos de estas sesiones para desarrollar la secuencia didáctica, concretamente, los días 14 y 16 de mayo de 2018. Tal y como reflejamos en el marco teórico, una de las principales bondades de esta forma de presentar los contenidos consiste en la posibilidad de que los alumnos lleguen al aula habiendo visto el vídeo, anotado sus dudas y así poder realizar las actividades programadas, bien en grupo, bien de forma individual. En este caso, la dinámica fue diferente y trataré de exponer brevemente la forma en la que se llevó a cabo y los motivos que nos llevaron a ello.

Primero de todo, hemos de señalar que estos alumnos no siguen una programación al uso, ni tan siquiera tienen estructuradas las diferentes materias que cursan, llevándose a cabo fundamentalmente actividades de lectura y de cálculo y problemas, por lo que podríamos señalar que la presentación de la secuencia de divisibilidad es un islote en medio de sus rutinas diarias. Esto, en cierto modo, puede condicionar los resultados ya que va a ser percibida como una clase aislada que no viene de ningún sitio ni va a ningún otro, más aún cuando la secuencia no se llevó a cabo por completo sino que solamente expusimos los cuatro primeros vídeos. En ellos se trabajan los múltiplos, los divisores y los números primos, por lo que todavía las sesiones pueden resultar más descontextualizadas si cabe, hecho que no ayuda a solventar el problema de la descontextualización de las matemáticas. No obstante, a lo largo de la secuencia, procuramos en diferentes vídeos, paliar este problema procurando mostrar la utilidad de la misma en situaciones conocidas o familiares. Por otro lado, estos alumnos no disponen en su inmensa mayoría de ordenador personal, ni conocen el funcionamiento de la plataforma-red social Youtube, por lo que finalmente optamos por proyectar los vídeos en el inicio de la sesión al modo de clase magistral. Este hecho tiene aspectos positivos y negativos; por la parte positiva, los alumnos, a pesar de que se les sacaba de su rutina diaria, se mantenía en cierto modo la explicación inicial que

recibían, comúnmente, al iniciar las clases y además tampoco suponía para ellos tener que realizar ninguna tarea en casa, otro elemento al que no están acostumbrados. Pero, por la parte negativa, perdíamos otra de las ventajas del videoblog, como es la posibilidad de volver a verlo, pausarlo, avanzar, anotar dudas, etc. y, por ello, optamos por ir haciendo las acotaciones que consideramos más convenientes en los puntos donde pensábamos que podía haber más dudas. Dudas que, en algunas ocasiones, nos manifestaban los alumnos de forma oral y otras veces no era necesario pues estas se hacían palmarias tan solo observando sus reacciones. Esto tuvo una consecuencia clara y es que finalmente el visionado del vídeo y la explicación ocuparon gran parte de la sesión, dejando menos tiempo para poder llevar a cabo las actividades. No obstante, este hecho sirve para constatar una de las ventajas del videoblog como es que puede adaptarse a cualquier metodología puesto que, sin ser esa nuestra intención, dadas las condiciones en las que se llevaron a cabo las sesiones, tuvimos que adaptarlas a las de una clase magistral y lo pudimos hacer sin realizar demasiados cambios.

En ambas sesiones, tras el vídeo se les entregó el cuaderno de actividades y se llevaron a cabo las mismas con los resultados que reflejaremos en las siguientes líneas. No dio tiempo a llevar a cabo las actividades sobre números primos, ni el test final.

La proyección del vídeo sí que logró captar totalmente la atención de los alumnos y la clase se mantuvo en silencio, rompiéndolo solo cuando se pausaba el mismo para hacer alguna acotación, momento que aprovechaban para preguntar o cerciorarse de que lo habían entendido bien. En este sentido, en esta breve y atópica puesta en práctica de la secuencia, podemos corroborar que, el hecho de que salir en cierto modo de la rutina pero mantener una cierta coherencia con las otras sesiones a las que asisten, sí que logra captar la atención de los alumnos y el hecho de que los vídeos sean de corta duración favorece el que mantengan la atención a lo largo de todo el vídeo. Esto quedó corroborado cuando, en la segunda sesión, se reprodujeron dos vídeos de forma consecutiva y, al final del segundo de ellos, se percibía cierta pérdida de atención en algunos de los alumnos.

La predisposición de los alumnos era desigual, más que por la falta de interés hacia el tema en cuestión, por la percepción que tenían de sus posibilidades de lograr aprender los conceptos que se transmitían. Eran recurrentes las expresiones del tipo:

“Esto ya no es para mí”

“Si esto lo hubiera aprendido de joven pues... pero ahora”

“¿Y para qué voy a aprender yo esto ahora?”

O justificaciones del tipo:

“Yo haré lo que pueda”

“Como tengas presentar esto... ¡Qué vergüenza!”

Otro elemento que condiciona los resultados obtenidos es la forma en la que trabajan los alumnos habitualmente. Aquí podemos encontrarnos con alumnos que hacen sus tareas en silencio y de forma individual. Pero estos son los menos; la mayoría, rápidamente, comparte sus resultados con el compañero de al lado o, cuando menos, los comentan y finalmente obtenemos resultados muy similares en aquellos alumnos que se encuentran uno al lado del otro. Digamos que es un “aprendizaje entre iguales no guiado”. Este hecho de compartir conocimientos entre los compañeros lo considero como algo muy positivo, pero tal vez los grupos informales que surgen de forma espontánea en la clase no sean los más adecuados ni la forma en la que trabajan o comparten los resultados tampoco lo sea, y por ello los resultados queden en cierta manera desvirtuados.

3.2 DISTRIBUCIÓN DE LOS ALUMNOS EN EL AULA.

En la figura 11 se puede apreciar un esquema del plano de la clase junto con la distribución de los alumnos en el aula el día en el que desarrollamos la sesión.

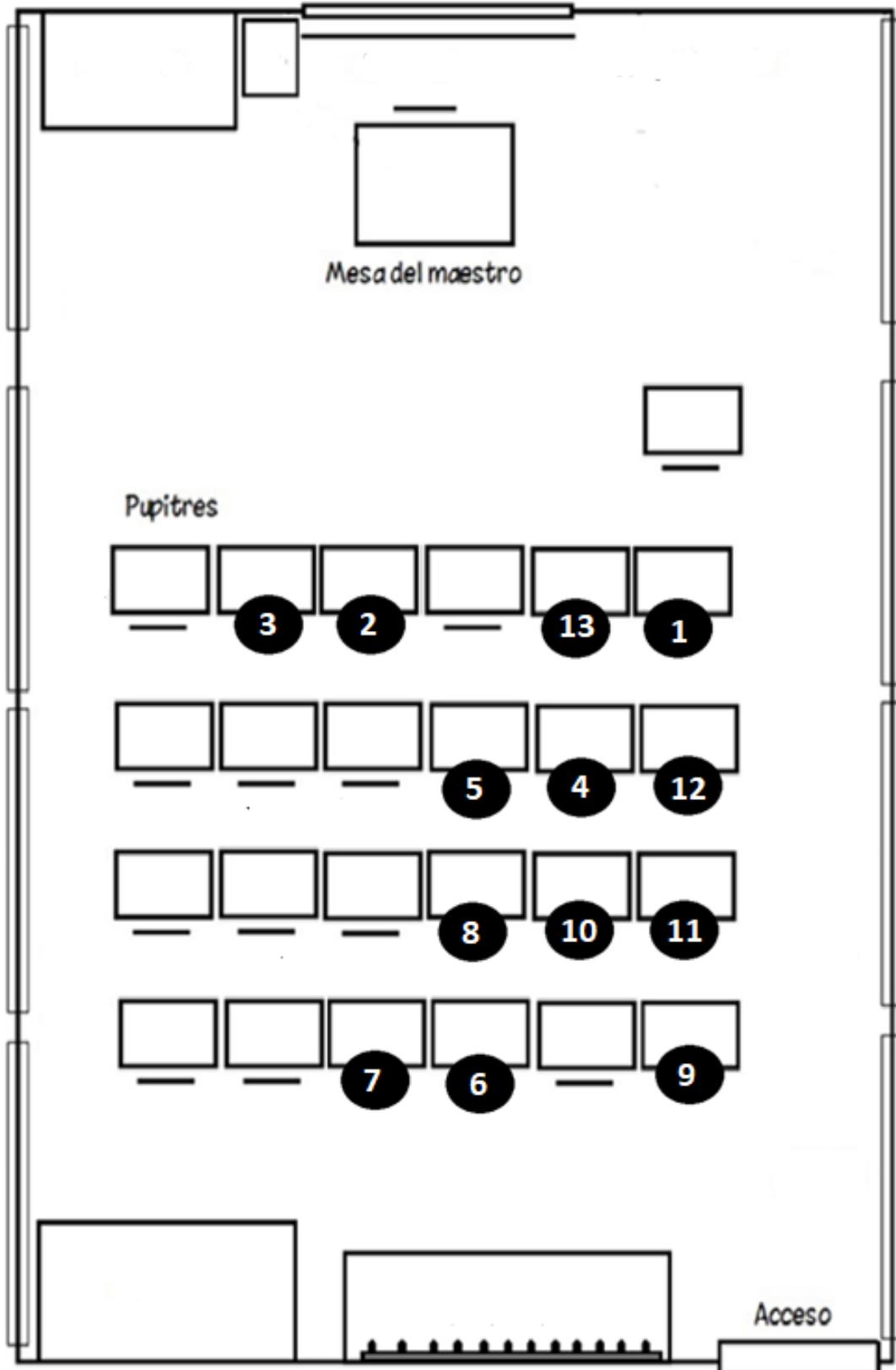


Figura 11: Esquema del plano de la clase y distribución de los alumnos. (Elaboración propia)

3.3. TABLA DE RESULTADOS Y GRAFICOS

En las siguientes páginas hemos plasmado los resultados de los alumnos en una batería de tablas y gráficos. Las actividades las hemos nombrado del siguiente modo:

- AI → Actividad inicial
- AMX → Actividad múltiplos X
- ADX → Actividad divisores X

La tabla 12 recoge todos estos resultados separándolos por alumnos, por actividades y además por bloques, (actividad inicial, múltiplos y divisores). Hemos otorgado la puntuación de 1 a aquellas actividades que estaban bien, 0.5 a las que presentaban algún error no demasiado grave y 0 a aquellas que, o bien contenían muchos errores, o bien presentaban algún error de consideración. Al mismo tiempo hemos calculado los porcentajes de éxito de los alumnos en cada uno de los bloques y en el total de la secuencia y los porcentajes de éxito de la clase en cada una de las actividades, bloques y en el total de la secuencia. Finalmente hemos llevado a cabo un recuento del número de actividades que estaban bien, regular o mal, y de nuevo lo hemos hecho, por actividades, por bloques y considerando toda la sesión.

Posteriormente hemos plasmado estos resultados en una serie de gráficos para una más rápida visualización.

- En las figuras 12 y 13 pueden apreciarse gráficos de sectores de los alumnos que resolvieron bien, regular o mal cada una de las actividades.
- La figura 14 recoge estos mismos datos agrupados por bloques.
- La figura 15 de nuevo refleja los mismos datos que las figuras 12 y 13, pero agrupados en un solo gráfico de barras.
- La figura 16 muestra el porcentaje de éxito en cada una de las actividades junto con una línea horizontal que indica la media de éxito de todos los alumnos en la sesión.

Tabla 11: Resultados de la aplicación de la propuesta didáctica.

Número	Nombre	Inicial	Actividades Múltiplos						Actividades Divisores						Éxito Múltiplos	Éxito Divisores	Éxito Total
		AI	AM1	AM2	AM3	AM4	AM5	AM6	AD1	AD2	AD3	AD4	AD5	AD6			
1		1	1	0	0,5	0	0,5	0,5	1	0,5	0	0,5	0,5	0	41,67%	41,67%	41,67%
2		1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0,5	83,33%	91,67%	87,50%
3		0	0,5	0	0,5	0	1	0,5	1	0	0	0	1	0	41,67%	33,33%	37,50%
4		0	1	0,5	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	83,33%	100,00%	91,67%
5		0	1	0,5	0,5	0,5	1	0,5	1	0,5	0	0,5	0	1	66,67%	50,00%	58,33%
6		1	1	0	1	0,5	1	1	1	0	0	1	1	1	75,00%	66,67%	70,83%
7		0	1	0,5	0,5	0,5	1	1	1	1	0,5	1	1	1	75,00%	91,67%	83,33%
8		0	0,5	0,5	0,5	0	1	0	0,5	1	0,5	0,5	0	1	41,67%	58,33%	50,00%
9		0,5	1	0,5	1	1	0,5	0,5	1	0,5	0	0,5	0,5	0,5	75,00%	50,00%	62,50%
10		1	0	0,5	1	0,5	1	0,5	1	0,5	1	1	0,5	1	58,33%	83,33%	70,83%
11		1	0	0,5	1	0,5	1	0,5	1	1	1	1	0,5	0,5	58,33%	83,33%	70,83%
12		1	1	0,5	1	0,5	1	1	1	0,5	1	1	1	1	83,33%	91,67%	87,50%
13		1	1	0,5	1	0,5	0,5	0,5	1	0,5	0	0,5	0,5	1	66,67%	58,33%	62,50%
Éxito actividades		57,69%	76,92%	42,31%	80,77%	38,46%	88,46%	65,38%	96,15%	61,54%	46,15%	73,08%	65,38%	73,08%	65,38%	69,23%	67,31%
Éxito por secciones		57,69%	65,38%						69,23%								
															Múltiplos	Divisores	Total
	Bien	7	9	1	8	1	10	5	12	5	5	7	6	8	34	43	77
	Regular	1	2	9	5	8	3	7	1	6	2	5	5	3	34	22	56
	Mal	5	2	3	0	4	0	1	0	2	6	1	2	2	10	13	23

NOTA: Elaboración propia.

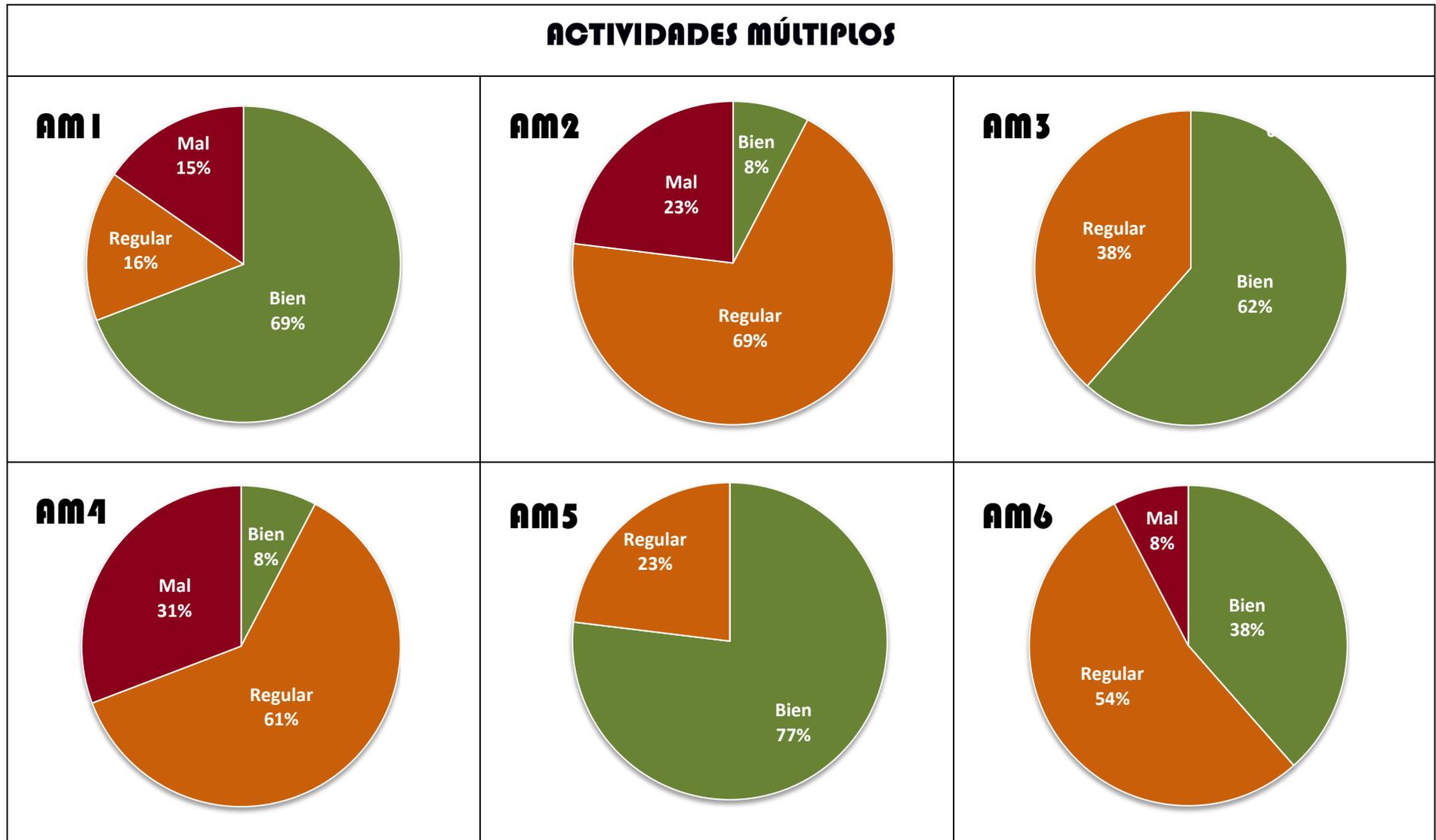


Figura 12: Gráficos de sectores de los resultados de las actividades de múltiplos.

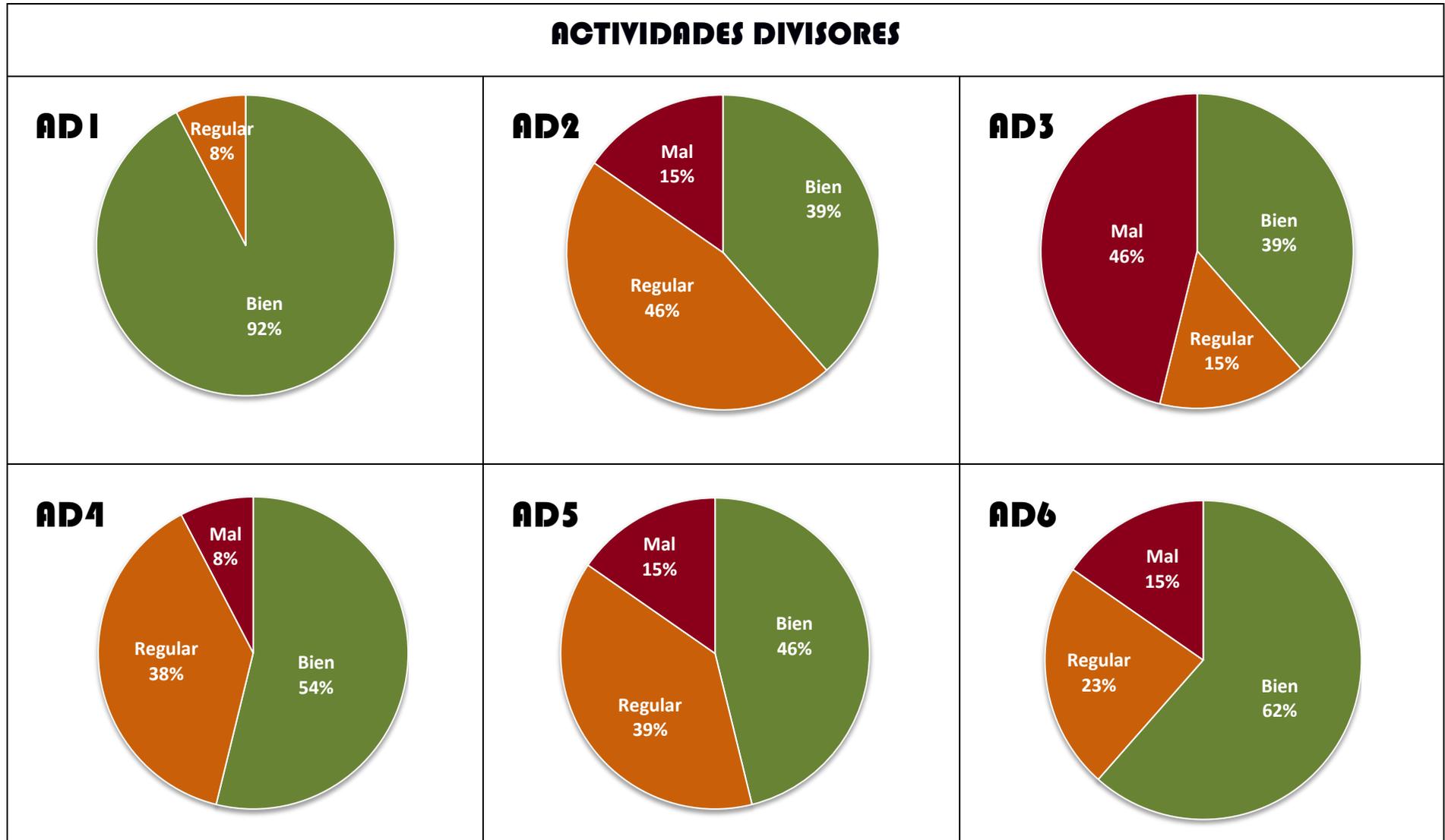


Figura 13: Gráficos de sectores de los resultados de las actividades de divisores.

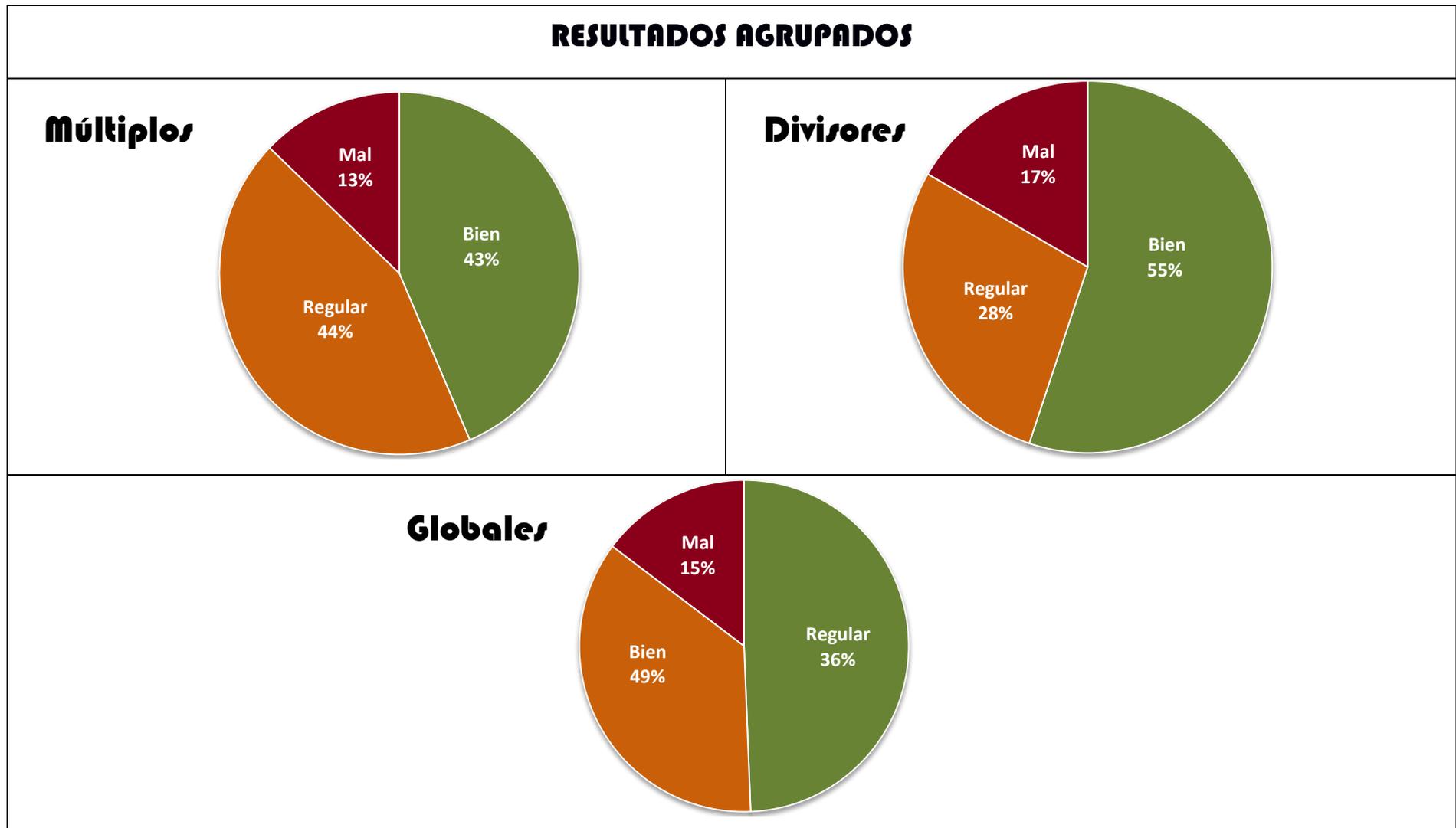


Figura 14: Gráficos de sectores de los resultados de los bloques de actividades.

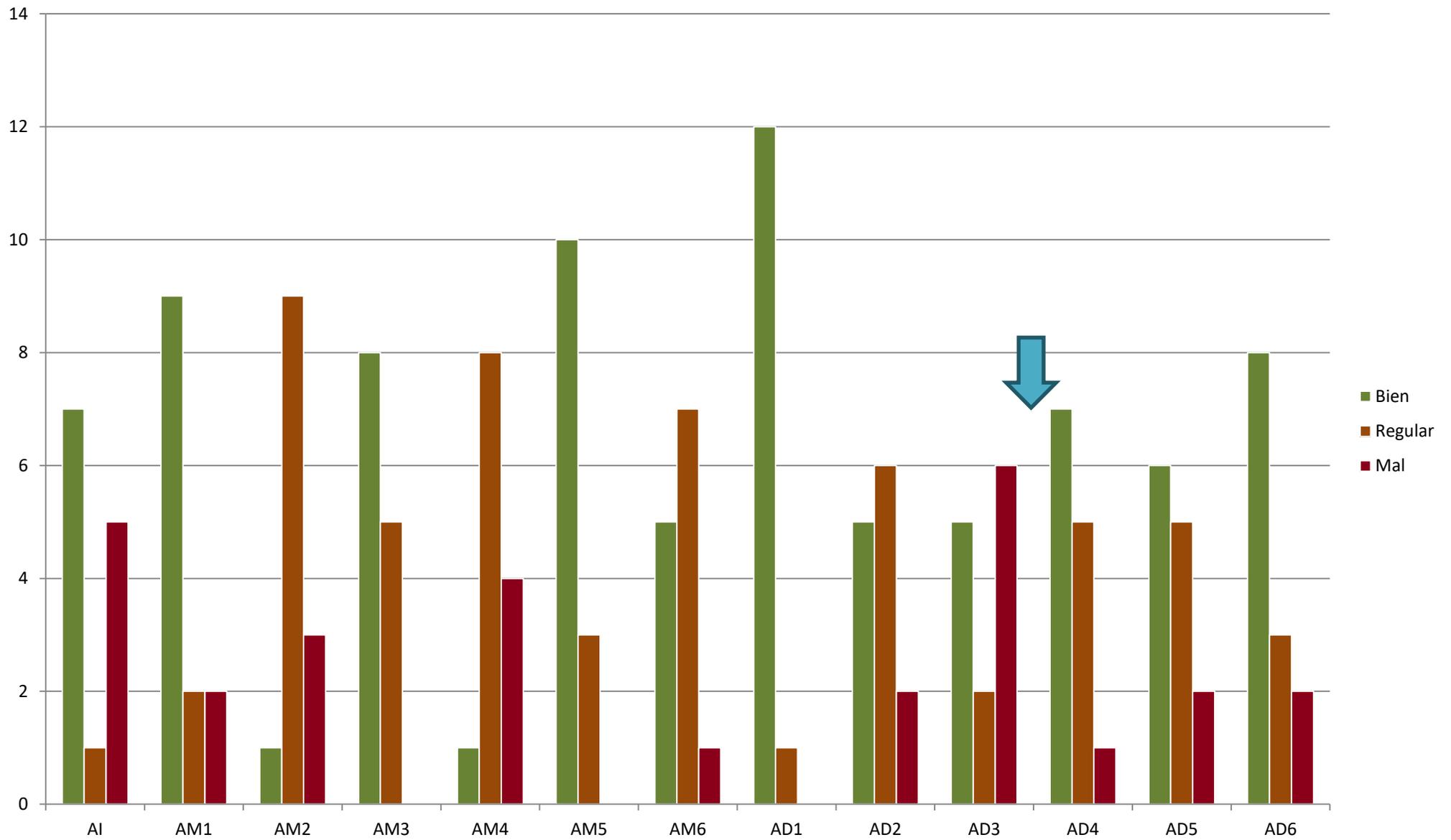


Figura 15: Gráfico de barras de los resultados de las actividades.

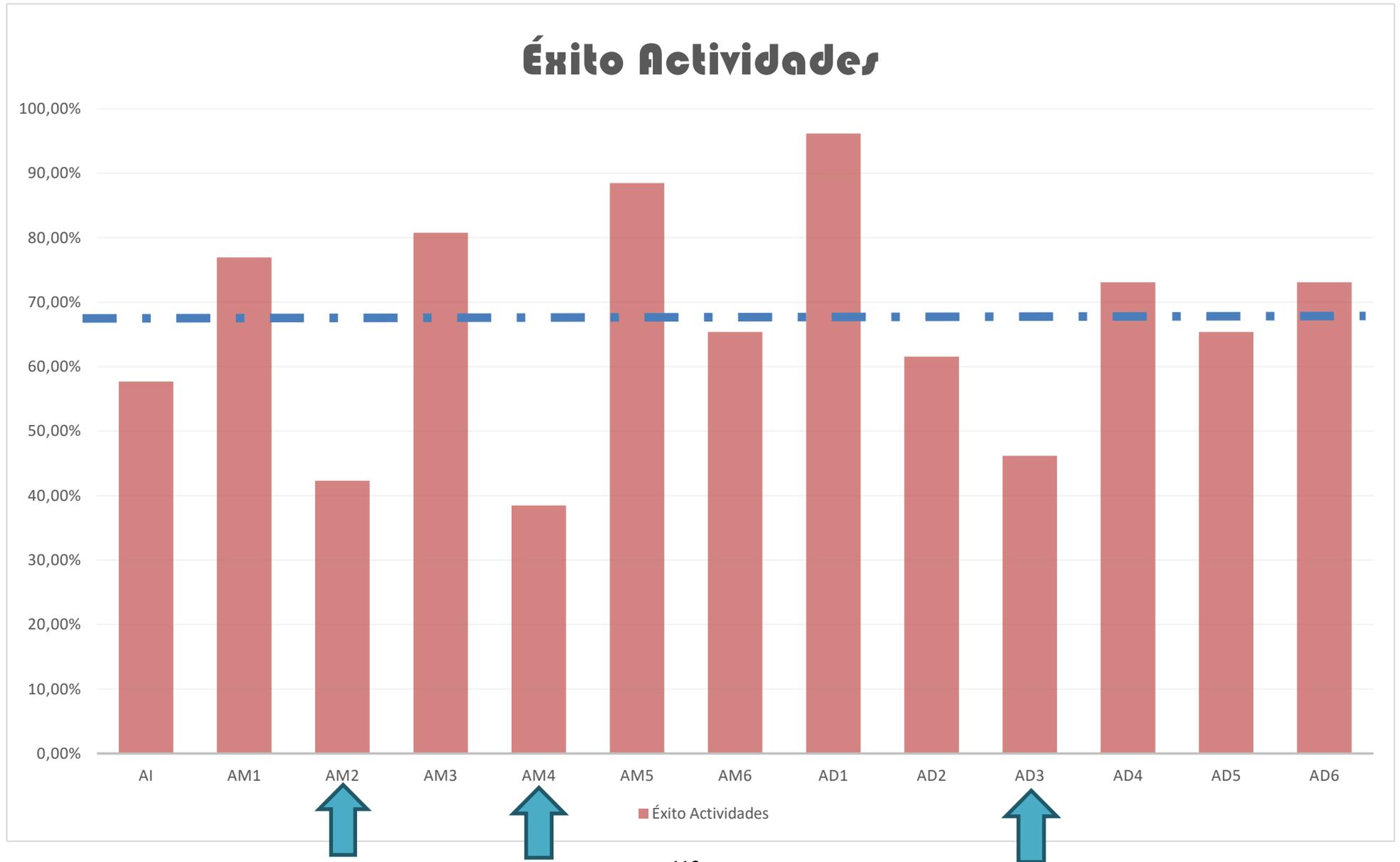


Figura 16: Gráfico de barras del éxito de las actividades.

3.4. ANÁLISIS ESTADÍSTICO POR ACTIVIDADES

En la tabla 13 hemos ordenado las actividades realizadas en función de la nota media obtenida por el conjunto de la clase calculada sobre 10.

Tabla 13: Nota media de la clase en las actividades

Actividades	Nota Media Clase	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$
AM4	3,85	-2,88	8,32
AM2	4,23	-2,50	6,25
AD3	4,62	-2,12	4,47
AD2	6,15	-0,58	0,33
AM6	6,54	-0,19	0,04
AD5	6,54	-0,19	0,04
AD4	7,31	0,58	0,33
AD6	7,31	0,58	0,33
AM1	7,69	0,96	0,92
AM3	8,08	1,35	1,81
AM5	8,85	2,12	4,47
AD1	9,62	2,88	8,32
Σ	80,77		35,65

NOTA: Elaboración propia

A partir de estos resultados hemos obtenido la media, desviación típica, varianza y rango (tabla 14) de estos datos lo que nos servirá para valorar la adecuación de las actividades realizadas.

Tabla 14: Medidas estadísticas de los resultados de la clase en la resolución de las actividades.

\bar{X}	6,73
σ^2	2,97
σ	1,72
Rango	5,77

NOTA: Elaboración propia

3.5. ANÁLISIS ESTADÍSTICO POR ALUMNOS

En la tabla 15, de forma análoga a la sección anterior, se han ordenado los diferentes alumnos en función de su nota media calculada sobre 10.

Tabla 15: Nota media de los alumnos

Alumno	Nota Media Alumno	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$
3	3,75	-2,98	8,88
1	4,17	-2,56	6,57
8	5,00	-1,73	3,00
5	5,83	-0,90	0,81
9	6,25	-0,48	0,23
13	6,25	-0,48	0,23
6	7,08	0,35	0,12
10	7,08	0,35	0,12
11	7,08	0,35	0,12
7	8,33	1,60	2,57
2	8,75	2,02	4,08
12	8,75	2,02	4,08
4	9,17	2,44	5,93
Σ	87,50		36,75

NOTA: Elaboración propia

Hemos calculado de nuevo en la tabla 16 la media, varianza, desviación típica y rango, lo que nos permitirá determinar la forma en la que la secuencia ha sido asimilada por los diferentes alumnos.

Tabla 16: Medidas estadísticas de las notas media de los alumnos

\bar{X}	6,73
σ^2	3,06
σ	1,75
Rango	5,42

NOTA: Elaboración propia

Una conclusión general, que podemos sacar si analizamos los datos extraídos de los resultados, es que la mayoría de los alumnos han logrado realizar las actividades con éxito. La media de la clase se situó en un 6,73 y solamente 2 alumnos se situaron por debajo del 5.

Por otro lado, vemos que el rango sí que es bastante amplio, puesto que, entre aquel alumno que obtuvo la mayor puntuación y el que obtuvo la menor, hay una diferencia de 5,42 puntos. Aunque, tomando todos los datos, la desviación típica se sitúa en 1,75 puntos respecto a la media.

Podemos señalar cinco casos que se distancian del resultado medio de la clase en la resolución de estas actividades. Los dos alumnos mencionados anteriormente con notas más bajas y 3 alumnos que destacan por sus elevadas puntuaciones. Si no consideramos a estos alumnos, la media de la clase apenas variaría situándose en un 6,6 mientras que la desviación típica se reduciría hasta 0,94. Por lo que, podemos decir que el grueso de la clase ha asimilado los contenidos de forma similar.

3.6. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Si analizamos los resultados de las actividades observamos claramente cómo son fundamentalmente tres las actividades en las que ha habido más problemas a la hora de su resolución. Estas son aquellas en las que la media de la clase no llega al 5. Serían:

Actividad Múltiplos 2.

AM2. Reconocer cuando un número es múltiplo de otro número.

Actividad Múltiplos 4.

AM4. Comprobar que hay números que pueden ser múltiplos de varios números.

Actividad Divisores 3.

AD3. Reconocer cuando un número es divisor de otro.

De estas tres actividades, hemos de señalar que en la actividad AM4, el principal problema ha venido porque los alumnos, si bien sí que han sido capaces de encontrar los múltiplos de los números indicados, no han señalado aquellos que eran comunes, elemento que nos ha impedido valorar la actividad como correcta. Este hecho podemos

afirmar que se ha producido por despiste u olvido ya que, una vez los tenían escritos, determinar cuáles eran iguales no entrañaba ninguna dificultad, por lo que los resultados de la misma no los consideramos preocupantes (Figura 17).

4. Calcula los múltiplos de 3 y de 5 menores que 25. ¿Cuáles son múltiplos comunes?

3-6-9-12-15-18-21-24
5-10-15-20-25-

Figura 17: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

No ocurre lo mismo con las otras dos actividades AM2 Y AD3. Ambas perseguían el mismo objetivo: reconocer cuándo un número es múltiplo o divisor de otro número. Es aquí donde más problemas hemos detectado y será en estas donde más focalicemos el análisis de los errores.

En la actividad AM2, hemos observado como algún alumno ya percibió la relación entre múltiplos y divisores y para los números más elevados efectuaba la división para comprobar si ese número era múltiplo de otro, comprobando realmente de este modo, sin saberlo, si este era divisor de aquel (Figura 18).

2. De las siguientes series de números señala aquellos que no sean múltiplos del número inicial:

Handwritten calculations:

$$\begin{array}{r} 52 \overline{)13} \\ 24 \ 18 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 63 \overline{)21} \\ 03 \ 21 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \overline{)12} \\ 12 \ 13 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \overline{)11} \\ 44 \ 11 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \overline{)16} \\ 24 \ 16 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$28 : 2 = 14$$

$$30 : 2 = 15$$

$$54 : 2 = 27$$

Figura 18: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

Un problema muy repetido era el que presentaban con los números más elevados para detectar si existía un número natural que al multiplicarlo por el número diera como resultado el otro. Con los 10 primeros presentaban menos problemas al utilizar como recurso las tablas de multiplicar que tienen grabadas en su memoria (Figura 19).

2. De las siguientes series de números señala aquellos que no sean múltiplos del número inicial:

3 6 9 13 30 54 63

7 12 14 35 56 78 91

4 12 22 34 44 52 64

2 9 28 30 45 54 67

2 3 5
4 6 10
6 9 15
8 12 20
10 25
30

24 m 2
12 - 24 -

2. De las siguientes series de números señala aquellos que no sean múltiplos del número inicial:

3 6 9 13 30 54 63

7 12 14 35 56 78 91

4 12 22 34 44 52 64

2 9 28 30 45 54 67

Figura 19: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

En cuanto a la actividad de determinar si un número es divisible o no por el otro, el problema ha estado fundamentalmente en la no localización de todos aquellos números que son divisores, más que en el hecho de señalar como divisores números que no lo sean, aunque, en algún caso, también se ha producido siendo este error más grave que el anterior, pues denota un error en la comprensión del concepto y no un error de cálculo, despiste o dejadez (Figura 20).

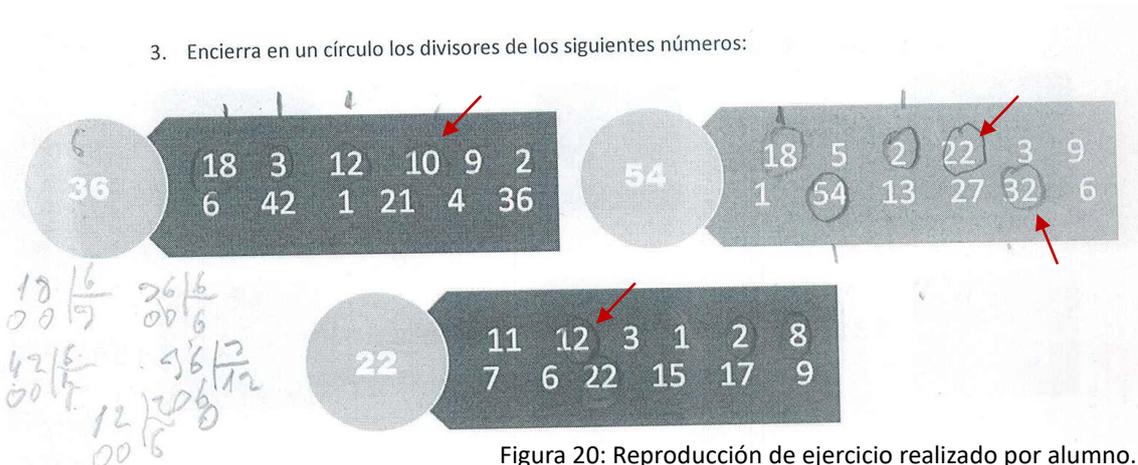


Figura 20: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

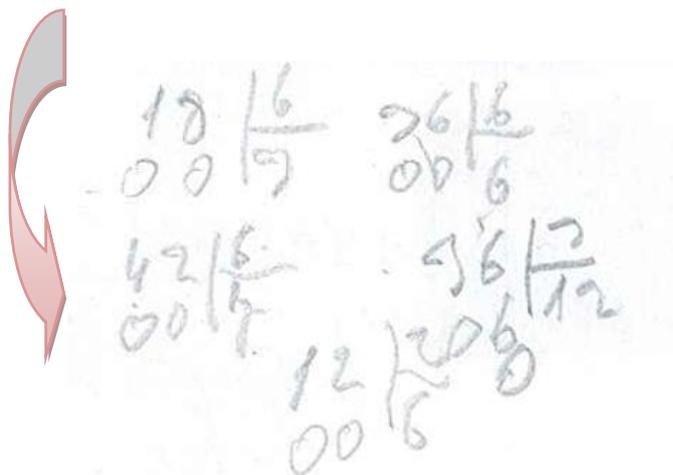


Figura 21: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

Este hecho se ve corroborado si analizamos las divisiones realizadas al margen: se aprecia cómo divide números que no son objeto de análisis tales como el 18, el 42 o el 12 por diferentes números (Figura 21).

Algún alumno presenta un claro problema de contaminación en la asimilación de conceptos ya que exclusivamente identifica como divisores de los números el mismo número y la unidad, hecho que como es bien sabido solo ocurre en los números primos (Figura 22).

3. Encierra en un círculo los divisores de los siguientes números:

Figura 22: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

Mientras que a otros les ocurría justamente lo contrario ya que no señalaban el mismo número y la unidad como divisores de ese número, siendo claramente los que más fácilmente se podrían localizar (Figura 23). Este hecho lo encontramos en varios alumnos también en la resolución de la actividad AD2.

3. Encierra en un círculo los divisores de los siguientes números:

3. Encierra en un círculo los divisores de los siguientes números:

Figura 23: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

Respecto al resto de actividades que fueron en su mayoría bien resueltas voy a destacar aquellos errores que considero más llamativos:

En la actividad AM1 algún alumno ha confundido el número natural por el que tiene que multiplicar para obtener el múltiplo, con el múltiplo en sí mismo (Figura 24).

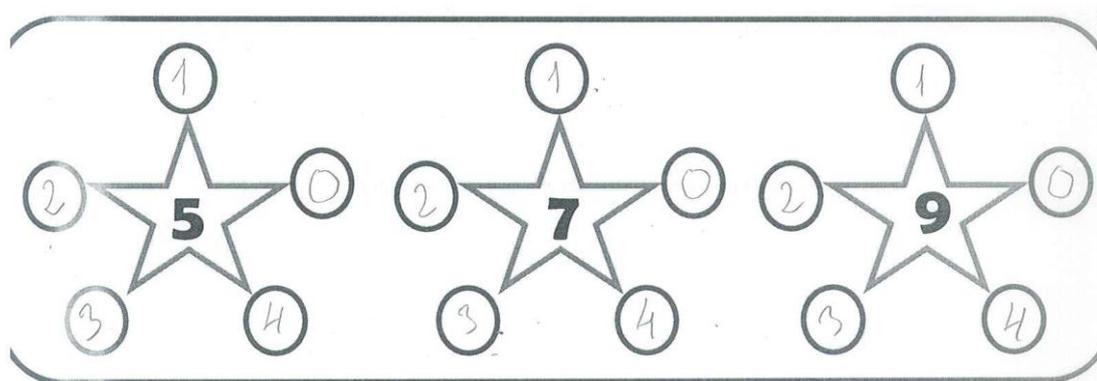


Figura 24: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

Otro ha incluido el número 1 como primer múltiplo de todos los números como puede apreciarse en la figura 25.

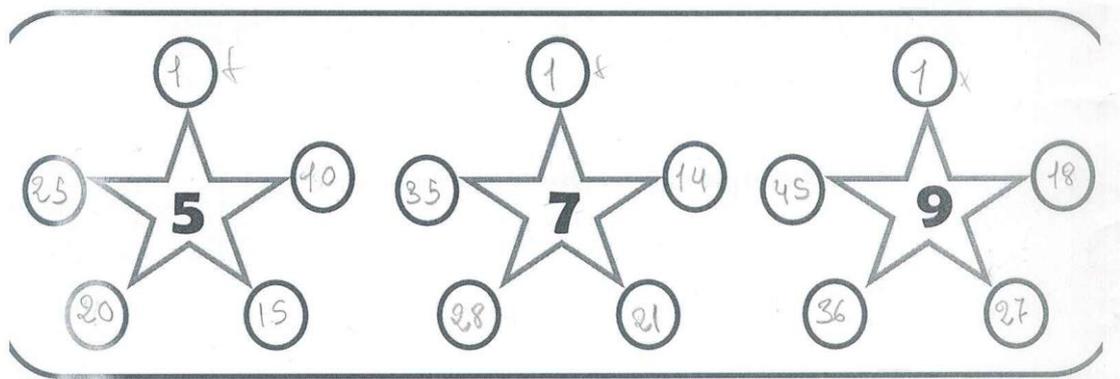


Figura 25: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

Este último resulta especialmente curioso, ya que las actividades las llevamos a cabo al finalizar cada una de las partes por separado, por lo que todavía no habíamos hablado de los divisores ni del hecho de que el número 1 es divisor de todos los números que podría haber llevado a este error. Y también nos hemos encontrado justamente con lo contrario: otro alumno no multiplicaba por el número 1 para obtener el primer múltiplo sino que comenzaba con el número 2 (Figura 26).

1. Escribe los cinco primeros múltiplos de cada número:

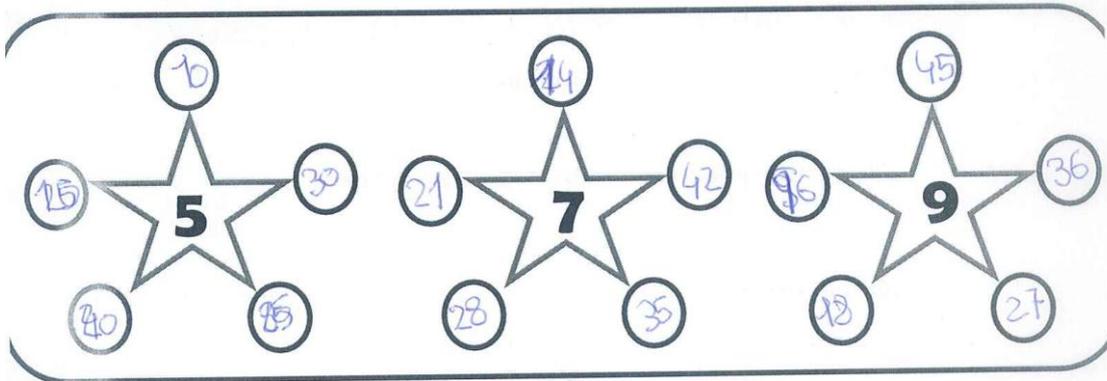


Figura 26: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

En la actividad AM6, casi todos vieron como los múltiplos de dos eran pares (Figura 27,28 y 29) y el principal y recurrente error se produjo a la hora de determinar la característica común de los múltiplos de 3 (Figura 27 y 28), hecho que no he tenido en cuenta ya que fue una pregunta que añadimos partiendo de la base de que no iban a ser capaces de inferirla. La mayoría señalaban que eran impares, tratando de buscar analogía con la primera respuesta, y alguno tras ello se daba cuenta de que no todos eran impares y modificaban la respuesta (Figura 29). También nos encontramos con varios alumnos que determinaban que los múltiplos de 5 también eran todos impares siguiendo una lógica similar a la seguida para responder las otras dos preguntas (Figura 28).

¿Crees que tienen alguna característica en común los múltiplos de 2? *son pares*

¿Crees que tienen alguna característica en común los múltiplos de 3? *impares*

¿Crees que tienen alguna característica en común los múltiplos de 5? *impares*

Figura 27: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

¿Crees que tienen alguna característica en común los múltiplos de 2? *Son pares*

¿Crees que tienen alguna característica en común los múltiplos de 3? *Son impares*

¿Crees que tienen alguna característica en común los múltiplos de 5? *Son impares*

Figura 28: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

¿Crees que tienen alguna característica en común los múltiplos de 2?

Que son todos pares.

¿Crees que tienen alguna característica en común los múltiplos de 3?

Que son impares. y pares

¿Crees que tienen alguna característica en común los múltiplos de 5?

Que un número es par y el otro siguiente es impar. acabau en cinco o en cero

Figura 29: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

Respecto a la actividad AD4, algunos de ellos para resolverla no lo hicieron siguiendo un orden con los primeros naturales y buscando si existía un número que al multiplicarlo por él diera como resultado el otro y de ese modo determinar que esos dos números eran divisores, como era nuestra intención. La resolvieron dividiendo y comprobando que el resto era 0. Esto no implica que el resultado sea erróneo, pero desde luego no se siguió el procedimiento que nosotros deseábamos para que pudieran ver la relación entre múltiplos y divisores. Dentro de estos los había que sí que seguía un orden (Figura 30).

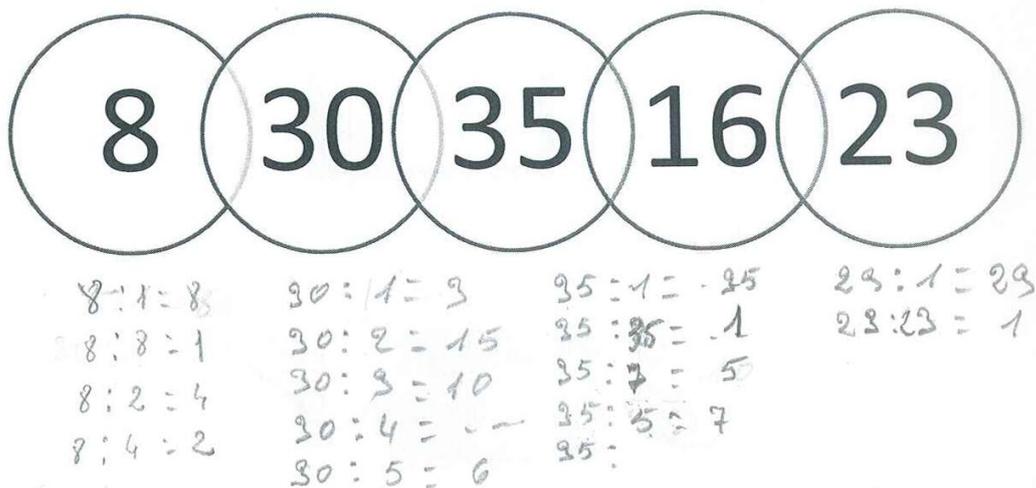


Figura 30: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

Pero otros no como se aprecia en la figura 31.



Figura 31: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

Frente a lo que nosotros buscábamos que, tal y como hizo otro alumno cuya resolución aparece en la figura 32, era:

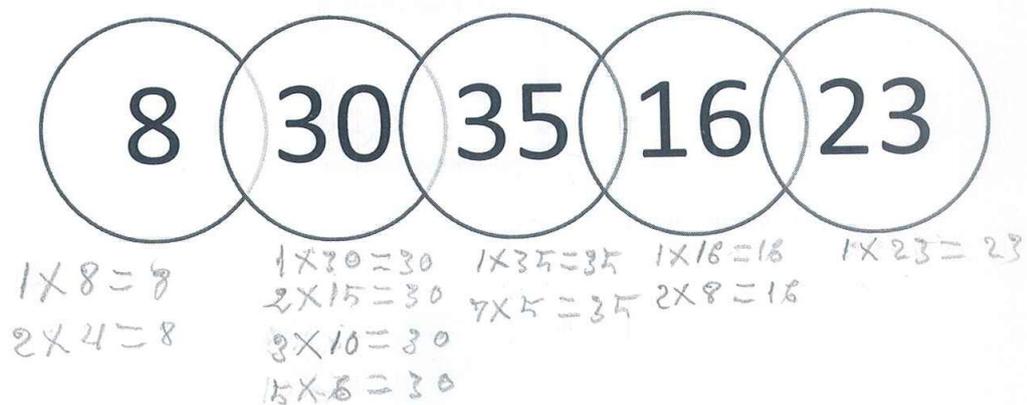


Figura 32: Reproducción de ejercicio realizado por alumno.

4. CONCLUSIONES

Debido a las particularidades que hemos mencionado anteriormente resulta complicado extraer una conclusión clara sobre la bondad o no de uso del videoblog para el aprendizaje de la citada secuencia, y sobre si el uso de piezas de lego como recurso didáctico resulta apropiado o no para la misma, ya que no tuvimos tiempo de desarrollarla por completo y no llegamos a emplear este material. Aunque ciertamente el resultado es positivo, al no existir un grupo de control para contrastar los resultados no podemos afirmar que se deba al diseño de la propuesta.

No obstante, sí que podemos extraer algunas conclusiones claras:

- La primera de ellas es la buena predisposición de los alumnos ante los recursos audiovisuales.
- La versatilidad y posibilidades de adaptación del videoblog a diferentes metodologías.
- El diseño de la secuencia didáctica en vídeos cortos ha permitido trabajar con estos alumnos los conceptos de múltiplos y divisores de forma aislada al resto de la secuencia.
- Los videoblogs pueden ser empleados por cualquier espectador incluso fuera de un programa oficial de estudios.

En el desarrollo del trabajo, el problema fundamental que he encontrado ha sido la falta de tiempo para llevarlo a cabo, con motivo de mi situación laboral y familiar. Tal vez en otras circunstancias hubiera podido mejorar la edición y presentación de los vídeos y pulir los errores que nos podemos encontrar en la redacción del TFG, así como haber tenido la posibilidad de desarrollar la secuencia completa. Sin embargo, he tratado de suplir esta falta de tiempo con ilusión, esfuerzo y convicción en que la presentación de los contenidos a través del videoblog, implica grandes ventajas y posibilidades para el trabajo de los docentes, y que debería ser una vía sobre la que se debería trabajar y explorar todavía más las múltiples aplicaciones que tiene como consecuencia de su versatilidad: se pueden desarrollar vídeos con imágenes y audio, grabando presentaciones, grabando incluso clases reales para su posterior reproducción, etc. Pero claro, aquí nos encontramos con otro hándicap y es la falta de formación necesaria para

llevarlo a cabo. Esta falta de formación la hemos podido suplir de forma autodidacta buscando información sobre la utilización de las diversas herramientas que hemos empleado para el montaje y edición de los vídeos tales como Camstasia, Corel video Studio, Youtube... y por supuesto recurriendo a videoblogs o (como suelen denominarse en estos casos) videotutoriales casi todos ellos alojados en la plataforma Youtube con los que he aprendido el manejo de estas herramientas. Realmente no dejan de ser videoblogs educativos en cierto sentido y es otro claro ejemplo de que, cuando tenemos que aprender sobre algún tema nuevo, empleamos estos recursos para buscar información.

Otro elemento que implica una clara limitación son los medios técnicos con los que contamos para realizar el vídeo. Estos, a pesar de tener una calidad medianamente aceptable, podrían ser mucho mejores empleando un equipo más profesional, tanto de cámara, micrófono, iluminación y fundamentalmente de edición.

Otro problema con el que nos hemos encontrado ha sido la presentación de la secuencia fuera de todo programa de estudios. Esto se aleja de la forma ideal de presentación de los contenidos ya que estos deberían proporcionarse dentro de una secuencia global de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, ubicadas en un momento concreto del curso y no de forma aislada de cualquier otro contenido trabajado.

Quedaría pendiente por lo tanto llevar a cabo la totalidad de la secuencia y de la forma en la que esta fue concebida, trabajando los alumnos los vídeos en sus casas para, en el aula llevar a cabo las actividades. Del mismo modo queda pendiente trabajar con las piezas de lego con diferentes ejemplos y comparar los resultados obtenidos por este grupo con los obtenidos por otro grupo de similares características con una metodología que no emplee estas dos herramientas.

Otra línea de investigación que hemos apuntado en el desarrollo del TFG consistiría en analizar si este tipo de herramienta “el videoblog” sería adecuado para todas las edades y todas las materias.

Creemos que en el presente trabajo hemos logrado justificar las bondades de la utilización del videoblog, así como un completo desarrollo de una secuencia didáctica sobre la divisibilidad que en todo momento se elaboró con vocación de ser puesta en práctica y que por ello queda a disposición de todo aquel que la quiera emplear.

A lo largo del presente TFG hemos tratado de poner en práctica toda la formación adquirida a lo largo del grado y escribo estas últimas líneas con un sentimiento agrisulce ya que por un lado es el final de una bonita y enriquecedora etapa de mi vida, pero por otro estoy impaciente por comenzar la siguiente.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, A. y Domingo, M. (2007) Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. *Revista Suma N°56 noviembre 2007*, p. 23-31.
- Borrás Gene, O. (2015) Fundamentos de la Gamificación. Gate Universidad Politécnica de Madrid. Madrid. Recuperado en: http://oa.upm.es/35517/1/fundamentos%20de%20la%20gamificacion_v1_1.pdf.
- Carillo Siles, B (2009): Dificultades en el aprendizaje matemático. *Revista Digital: Innovación y experiencias educativas N°16*.
- Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León (2017) Estudio de campo deberes escolares, resultados de los cuestionarios, p 23. Valladolid. Junta de Castilla y León.
- Crespi Serrano, A. y Cañabete Carmona A (2010) ¿Qué es la sociedad de la información? Cátedra Telefónica UPC, Análisis de la Evolución y tendencias futuras de la Sociedad de la Información. Barcelona.
- Del Moral, M.E., y Villalustre, L. (2012). Presencia de los futuros maestros en las redes sociales y perspectivas de uso educativo. *RELATEC: Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa, 11(1)*, pp 41-51.
- Del Pino, C. y Palau R. (2015), Las inteligencias múltiples y flipped classroom. XVIII Congreso internacional EDUTEC. Recuperado en: <http://www.edutec.es/sites/default/files/congresos/edutec15/Articulos/CCSXXI-Competencias claves para el siglo XXI/cdelpino inteligencias multiples flipped classroom.pdf>.
- Díaz, F. y Hernández G. (2002) *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*, México D.F. McGraw-Hill.
- Eco, U. (21 de mayo de 2007). ¿De qué sirve el profesor? *La Nación*, p 17.
- Eizaguirre Pérez M. et Al (2015) Musicoterapia en el aula: estudio sobre su uso en Educación Secundaria Obligatoria. *Revista Pulso N°38* pp. 107-128.

- Erauzquin, A. (2016) *Los bloques de Lego como recurso didáctico para la enseñanza de las cuentas anuales en 2º curso del ciclo medio en gestión administrativa* (Trabajo Fin de Máster), Universidad Internacional De La Rioja, Bilbao.
- Fernández, J. (2017). Análisis de las reproducciones de vídeos en un canal educativo en Youtube, Memorias del encuentro internacional de Educación a Distancia Año 5 numero 5, diciembre 2016-noviembre 2017.
- Ferreiro, E. (2011). Alfabetización digital. ¿De qué estamos hablando? *Educação e Pesquisa*. Vol. 37 nº2. Recuperado de: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v37n2/v37n2a14.pdf>.
- Gallego, D. y Nevot A. (2007). Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista complutense de Educación Vol. 19 Núm. 1 (2008)* pp. 95-112.
- García-Peñalvo, F. J., & Seoane-Pardo, A. M. (2015). Una revisión actualizada del concepto de eLearning. Décimo Aniversario. *Education in the Knowledge Society (EKS)*, 16(1), 119-144. doi:10.14201/eks2015161119144.
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros*. Universidad de Granada. Distribución en Internet: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>.
- Hazlett, C. (12 de marzo de 2014). How MOOC video production affects student engagement [edX] Recuperado de <https://blog.edx.org/how-mooc-video-production-affects#.VDZQur5rSrH>.
- INE (2017). Encuesta del Instituto Nacional de estadística sobre equipamiento y uso de TIC en los hogares para el año 2017. Madrid: Instituto Nacional de Estadística.
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, BOE Núm.295 Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Madrid, España, 10 de diciembre de 2013.
- Luengo, R. y González J.J. (2005) Relación entre los estilos de aprendizaje, el rendimiento en matemáticas y la elección de asignaturas optativas en alumnos de E.S.O.

- MECD (2013) Programa Internacional para la evaluación de las competencias de la población adulta. Informe Español. PIAAC. Volumen I. Madrid: Ministerio de Educación Cultura y Deporte.
- MECD (2014) Objetivos Educativos Europeos y Españoles. Informe español. Actualización de gráficos y tablas. Madrid. Ministerio de Educación Cultura y Deporte.
- MONEDERO, J.J., CEBRIÁN, D. & DESENNE, P. (2015). Usability and Satisfaction in Multimedia Annotation Tools for MOOCs. [Usabilidad y satisfacción en herramientas de anotaciones multimedia para MOOC]. *Comunicar*, 44, pp. 55-62. <https://doi.org/10.3916/C44-2015-06>.
- Núñez, J. C., González-Pienda, J. A., Álvarez, L., González-Castro, P., González-Pumariega, S., Roces, C., et al. (2005). Las actitudes hacia las matemáticas: perspectiva evolutiva. En Actas do VIII Congreso Galaico-Portugués de Psicopedagogía (pp. 2389-2396). Braga, Portugal: Universidad do Minho y Universidad de A Coruña.
- Ofcom (2016) Children and parents: Media use and attitudes report. Londres: Office of Communications.
- Orden 18 de noviembre de 2008 de la consejera de Educación, Cultura y deporte por la que se establece la organización y el currículo de la Formación Inicial para personas adultas en la Comunidad Autónoma de Aragón, Zaragoza, España, 03 de diciembre de 2008.
- Prensky Marc (2001): Nativos e Inmigrantes Digitales. **Traducción libre** del documento de Marc Prensky [1]. On the Horizon (*NCB University Press*, Vol. 9 No. 5, October 2001).
- Proenza Garrido, Y. y Leyva, L. M. (2006). Reflexiones sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas. *Revista Iberoamericana De Educación*, 41(1), 1-15. Recuperado a partir de <https://rieoei.org/RIE/article/view/2479>.

- Real Decreto 126/2014 de 28 de febrero, por el que se establece el currículum básico de la Educación Primaria. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Madrid, España, 1 de marzo de 2014.
- REEUVIJK, M.V. (1997): «Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas». *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, núm. 12, pp. 9-16.
- Sacristán San Cristóbal, M., Martín R., D., Navarro Asensio, E. & Tourón Figueroa, J. (2017). Flipped Classroom y Didáctica de las Matemáticas en la Formación online de Maestros de Educación Infantil. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 20 (3), pp. 1-14. DOI: <http://dx.doi.org/10.6018/reifop.20.1.292551>.
- Santaolalla, E. (2009). Matemáticas y estilos de aprendizaje. *Revista Estilos de aprendizaje N°4 Vol. 4* octubre de 2009.
- Scipion, F. (2012). Material multimedia didáctico: ¿Cómo hacer un vídeo educativo de primera para Youtube? [Lifestyle al cuadrado] Recuperado de <https://www.lifestylealcuadrado.com/material-multimedia-didactico-como-hacer-un-video-educativo/>.
- Sierra, M., González, M.T., Sánchez, A. y González, M. (1989), *Divisibilidad*, Madrid: Síntesis.
- Silva, M. (2009) Método y estrategias de resolución de problemas matemáticos utilizadas por alumnos de 6º grado de primaria. Recuperado de <http://docplayer.es/4399605-Metodo-y-estrategias-de-resolucion-de-problemas-matematicos.html>.
- Touron, J. y Santiago, R. (2015). El modelo Flipped Learning y el desarrollo del talento en la escuela, *revista de Educación n°368*, pp. 196-231.
- We Are Social (2017) Digital in 2017 Global Overview. New York: We Are Social.

- Zambrano, W., Medina, H. y Martin, V. 2010. Nuevo Rol del profesor y del estudiante en la educación virtual. *Dialéctica Revista de Investigación 2010*, pp. 51-61.