

ANEXO I. CÓDIGOS Y RESULTADOS DESARROLLADOS EN MATLAB

En este apartado se muestra la codificado detallada de la implementación del método de la teoría de empujes incluyendo el cálculo y su representación gráfica, así como los resultados de los tres ejemplos.

CÓDIGO DE RESOLUCIÓN DEL PRIMER EJEMPLO

```
%-----  
%ESTUDIO DE LA APLICACION DE LA TEORIA DE EMPUJES EN ESTRUCTURAS ABOVEDADAS  
%-----  
  
%          TRABAJO DE FIN DE MASTER  
%          CURSO 2016/2017  
%          UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA  
%          ESCUELA DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA  
  
% MASTER EN INGENIERIA INDUSTRIAL  
% AUTOR: Beatriz Moya Garcia  
% DIRECTOR: Elias Cueto Prendes  
  
%          PRIMERA CUPULA  
  
%Obtencion de la geometria de una estructura con planta rectangular,  
%discretizada en elementos triangulares convergentes en un punto central.  
  
%INFORMACION INICIAL  
  
P=50; %Carga nodal aplicada al punto interno  
zeta=15; % Factor de escala seleccionado por el usuario  
r=1/zeta; %Inversa del factor de escala  
  
%Coordenadas del diagrama primal  
  
X_1= 1;  
X_2= 0;  
X_3= 2;  
X_4= 2;  
X_5= 0;  
  
Y_1= 0.5;  
Y_2= 1;  
Y_3= 1;  
Y_4= 0;  
Y_5= 0;  
  
Z_2= 0; % Todos los puntos de contorno son apoyos en cota 0  
Z_3= 0;  
Z_4= 0;  
Z_5= 0;  
  
%Representación de la malla primal  
figure
```

```

ax11 = subplot(2,1,1);

x_A=[X_1,X_2,X_3,X_1];
y_A=[Y_1,Y_2,Y_3,Y_1];
plot(x_A,y_A); %Elemento A
hold on

x_B=[X_1,X_3,X_4,X_1];
y_B=[Y_1,Y_3,Y_4,Y_1];
plot(x_B,y_B); %Elemento B

x_C=[X_1,X_4,X_5,X_1];
y_C=[Y_1,Y_4,Y_5,Y_1];
plot(x_C,y_C); %Elemento C

x_D=[X_1,X_5,X_2,X_1];
y_D=[Y_1,Y_5,Y_2,Y_1];
plot(x_D,y_D); %Elemento D

title(ax11,'DIAGRAMA PRIMAL');
ylabel(ax11,'X [m] ');
xlabel(ax11,'Y [m] ');
axis equal

%Longitud de las ramas del diagrama primal
L_2_1=sqrt((X_1-X_2)^2+(Y_1-Y_2)^2);
L_3_1=sqrt((X_1-X_3)^2+(Y_1-Y_3)^2);
L_4_1=sqrt((X_1-X_4)^2+(Y_1-Y_4)^2);
L_5_1=sqrt((X_1-X_5)^2+(Y_1-Y_5)^2);

%GENERACION DE LA MALLA DUAL

X_A= 2;
X_B= 1;
X_C= 0;
X_D= 1;

Y_A= 0.5;
Y_B= 0;
Y_C= 0.5;
Y_D= 1;

%Representación de la malla dual

ax12 = subplot(2,1,2);

x_1=[X_A,X_B,X_C,X_D,X_A];
y_1=[Y_A,Y_B,Y_C,Y_D,Y_A];
plot(x_1,y_1); %Elemento 1

title(ax12,'DIAGRAMA DUAL');
ylabel(ax12,'X* [m] ');
xlabel(ax12,'Y* [m] ');
axis equal

L_2_1_dual=sqrt((X_D-X_A)^2+(Y_D-Y_A)^2);
L_3_1_dual=sqrt((X_A-X_B)^2+(Y_A-Y_B)^2);
L_4_1_dual=sqrt((X_B-X_C)^2+(Y_B-Y_C)^2);
L_5_1_dual=sqrt((X_C-X_D)^2+(Y_C-Y_D)^2);

%RESOLUCION DE LA GEOMETRIA

z = P*r/(L_2_1_dual/L_2_1+L_3_1_dual/L_3_1+L_4_1_dual/L_4_1+L_5_1_dual/L_5_1);

```

figure

```
x_A=[X_1,X_2,X_3,X_1];  
y_A=[Y_1,Y_2,Y_3,Y_1];  
z_A=[z,Z_2,Z_3,z];  
plot3(x_A,y_A,z_A); %Elemento A  
hold on
```

```
x_B=[X_1,X_3,X_4,X_1];  
y_B=[Y_1,Y_3,Y_4,Y_1];  
z_B=[z,Z_3,Z_4,z];  
plot3(x_B,y_B,z_B); %Elemento B
```

```
x_C=[X_1,X_4,X_5,X_1];  
y_C=[Y_1,Y_4,Y_5,Y_1];  
z_C=[z,Z_4,Z_5,z];  
plot3(x_C,y_C,z_C); %Elemento C
```

```
x_D=[X_1,X_5,X_2,X_1];  
y_D=[Y_1,Y_5,Y_2,Y_1];  
z_D=[z,Z_5,Z_2,z];  
plot3(x_D,y_D,z_D); %Elemento D
```

```
title('GEOMETRIA FINAL');  
ylabel('X [m] ');  
xlabel('Y [m] ');  
zlabel('Z [m] ');
```

%Calculo de las fuerzas horizontales

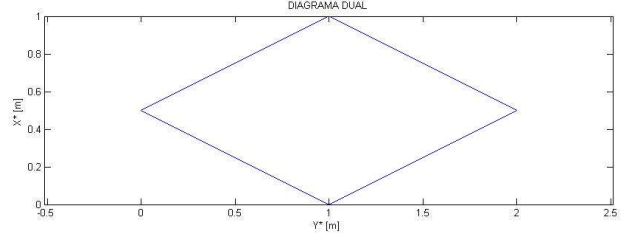
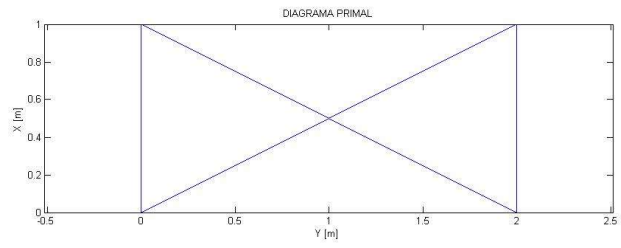
```
F_21_H=zeta*L_2_1_dual;  
F_31_H=zeta*L_3_1_dual;  
F_41_H=zeta*L_4_1_dual;  
F_51_H=zeta*L_5_1_dual;
```

%Calculo de las fuerzas verticales

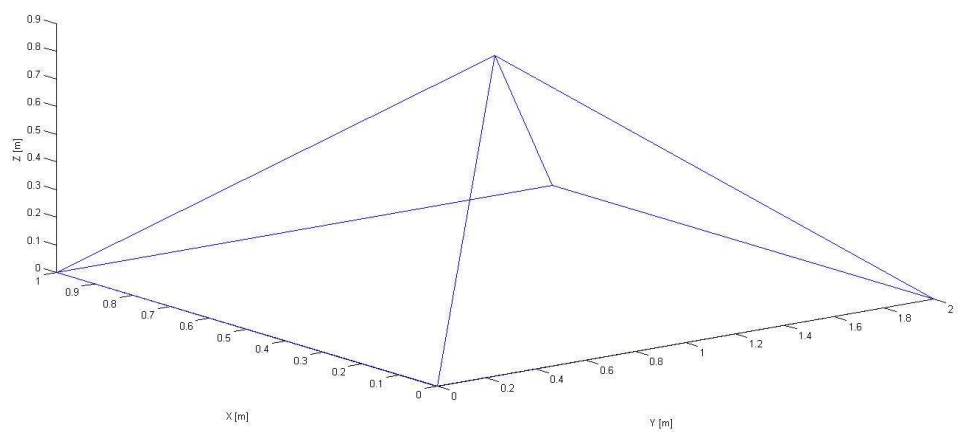
```
F_21_V=F_21_H/L_2_1*z;  
F_31_V=F_31_H/L_3_1*z;  
F_41_V=F_41_H/L_4_1*z;  
F_51_V=F_51_H/L_5_1*z;
```

%Calculo de la resultante

```
F_21=sqrt(F_21_H^2+F_21_V);  
F_31=sqrt(F_31_H^2+F_31_V);  
F_41=sqrt(F_41_H^2+F_41_V);  
F_51=sqrt(F_51_H^2+F_51_V);
```



GEOMETRIA FINAL



Workspace				
Name ▲	Value	Min	Max	
F_21	11.7260	11.7260	11.7260	
F_21_H	11.1803	11.1803	11.1803	
F_21_V	12.5000	12.5000	12.5000	
F_31	11.7260	11.7260	11.7260	
F_31_H	11.1803	11.1803	11.1803	
F_31_V	12.5000	12.5000	12.5000	
F_41	11.7260	11.7260	11.7260	
F_41_H	11.1803	11.1803	11.1803	
F_41_V	12.5000	12.5000	12.5000	
F_51	11.7260	11.7260	11.7260	
F_51_H	11.1803	11.1803	11.1803	
F_51_V	12.5000	12.5000	12.5000	
L_2_1	1.1180	1.1180	1.1180	
L_2_1_dual	1.1180	1.1180	1.1180	
L_3_1	1.1180	1.1180	1.1180	
L_3_1_dual	1.1180	1.1180	1.1180	
L_4_1	1.1180	1.1180	1.1180	
L_4_1_dual	1.1180	1.1180	1.1180	
L_5_1	1.1180	1.1180	1.1180	
L_5_1_dual	1.1180	1.1180	1.1180	
P	50	50	50	

CÓDIGO DE RESOLUCIÓN DEL SEGUNDO EJEMPLO

```
%-----  
%ESTUDIO DE LA APLICACION DE LA TEORIA DE EMPUJES EN ESTRUCTURAS ABOVEDADAS  
%-----  
  
%          TRABAJO DE FIN DE MASTER  
%          CURSO 2016/2017  
%          UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA  
%          ESCUELA DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA  
  
% MASTER EN INGENIERIA INDUSTRIAL  
% AUTOR: Beatriz Moya Garcia  
% DIRECTOR: Elias Cueto Prendes  
  
%          SEGUNDA CUPULA  
  
%Obtencion de la geometria de una estructura con planta rectangular,  
%discretizada en cinco elemento de cuatro barras  
  
%INFORMACION INICIAL  
P=50; %Carga vertical aplicada en cada vertice  
zeta=60; %Factor de escala de diseño  
  
%Geometria primal grid  
  
X_1=0.25;  
X_2=0.75;  
X_3=0.75;  
X_4=0.25;  
X_5=0;  
X_6=1;  
X_7=1;  
X_8=0;  
  
Y_1=0.75;  
Y_2=0.75;  
Y_3=0.25;  
Y_4=0.25;  
Y_5=1;  
Y_6=1;  
Y_7=0;  
Y_8=0;  
  
Z_5=0;% Todos los puntos de contorno son apoyos en cota 0  
Z_6=0;  
Z_7=0;  
Z_8=0;  
  
% Representación de la malla primal  
figure  
ax11 = subplot(2,1,1);  
  
x_A=[X_1,X_2,X_3,X_4,X_1];  
y_A=[Y_1,Y_2,Y_3,Y_4,Y_1];  
plot(x_A,y_A); %Elemento A  
hold on  
  
x_B=[X_1,X_5,X_6,X_2,X_1];
```

```

y_B=[Y_1,Y_5,Y_6,Y_2,Y_1];
plot(x_B,y_B); %Elemento B

x_C=[X_2,X_3,X_7,X_6,X_2];
y_C=[Y_2,Y_3,Y_7,Y_6,Y_2];
plot(x_C,y_C); %Elemento C

x_D=[X_3,X_4,X_8,X_7,X_3];
y_D=[Y_3,Y_4,Y_8,Y_7,Y_3];
plot(x_D,y_D); %Elemento D

x_E=[X_4,X_1,X_5,X_8,X_4];
y_E=[Y_4,Y_1,Y_5,Y_8,Y_4];
plot(x_E,y_E); %Elemento E

title(ax11,'DIAGRAMA PRIMAL');
ylabel(ax11,'X [m] ');
xlabel(ax11,'Y [m] ');
axis equal

% Longitud de las ramas del diagrama primal
L_2_1=sqrt((X_1-X_2)^2+(Y_1-Y_2)^2);
L_5_1=sqrt((X_1-X_5)^2+(Y_1-Y_5)^2);
L_4_1=sqrt((X_1-X_4)^2+(Y_1-Y_4)^2);

L_6_2=sqrt((X_2-X_6)^2+(Y_2-Y_6)^2);
L_3_2=sqrt((X_2-X_3)^2+(Y_2-Y_3)^2);

L_7_3=sqrt((X_3-X_7)^2+(Y_3-Y_7)^2);
L_4_3=sqrt((X_3-X_4)^2+(Y_3-Y_4)^2);

L_8_4=sqrt((X_4-X_8)^2+(Y_4-Y_8)^2);

% GENERACION DE LA MALLA DUAL

X_A= 0.25;
X_B= 0.5;
X_C= 0.25;
X_D= 0;
X_E= 0.25;

Y_A= 0.25;
Y_B= 0.25;
Y_C= 0;
Y_D= 0.25;
Y_E= 0.5;

% Representación de la malla dual

ax12 = subplot(2,1,2);

x_1=[X_A,X_B,X_E,X_A];
y_1=[Y_A,Y_B,Y_E,Y_A];
plot(x_1,y_1); %Elemento 1
hold on

x_2=[X_A,X_B,X_C,X_A];
y_2=[Y_A,Y_B,Y_C,Y_A];
plot(x_2,y_2); %Elemento 2

x_3=[X_A,X_C,X_D,X_A];
y_3=[Y_A,Y_C,Y_D,Y_A];

```



```

plot(x_3,y_3); %Elemento 3

x_4=[X_A,X_E,X_D,X_A];
y_4=[Y_A,Y_E,Y_D,Y_A];
plot(x_4,y_4); %Elemento 4

title(ax12,'DIAGRAMA DUAL');
ylabel(ax12,'X* [m] ');
xlabel(ax12,'Y* [m] ');

axis equal

L_2_1_dual=sqrt((X_B-X_A)^2+(Y_B-Y_A)^2);
L_4_1_dual=sqrt((X_A-X_E)^2+(Y_A-Y_E)^2);
L_5_1_dual=sqrt((X_E-X_B)^2+(Y_E-Y_B)^2);

L_6_2_dual=sqrt((X_B-X_C)^2+(Y_B-Y_C)^2);
L_3_2_dual=sqrt((X_C-X_A)^2+(Y_C-Y_A)^2);

L_7_3_dual=sqrt((X_D-X_C)^2+(Y_D-Y_C)^2);
L_4_3_dual=sqrt((X_D-X_A)^2+(Y_D-Y_A)^2);

L_8_4_dual=sqrt((X_D-X_E)^2+(Y_D-Y_E)^2);

% RESOLUCION DEL EQUILIBRIO

A=[(L_2_1_dual/L_2_1+L_5_1_dual/L_5_1+L_4_1_dual/L_4_1) (-L_2_1_dual/L_2_1) 0 (-L_4_1_dual/L_4_1);...
(-L_2_1_dual/L_2_1) (L_2_1_dual/L_2_1+L_3_2_dual/L_3_2+L_6_2_dual/L_6_2) (-L_3_2_dual/L_3_2) 0;...
0 (-L_3_2_dual/L_3_2) (L_3_2_dual/L_3_2+L_7_3_dual/L_7_3+L_4_3_dual/L_4_3) (-L_4_3_dual/L_4_3);...
(-L_4_1_dual/L_4_1) 0 (-L_4_3_dual/L_4_3) (L_4_3_dual/L_4_3+L_8_4_dual/L_8_4+L_4_1_dual/L_4_1) ];

ans=[P/zeta;P/zeta;P/zeta;P/zeta]

Z=inv(A)*ans;

figure

x_A=[X_1,X_2,X_3,X_4,X_1];
y_A=[Y_1,Y_2,Y_3,Y_4,Y_1];
z_A=[Z(1,1),Z(2,1),Z(3,1),Z(4,1),Z(1,1)];
plot3(x_A,y_A,z_A); %Elemento A
hold on

x_B=[X_1,X_5,X_6,X_2,X_1];
y_B=[Y_1,Y_5,Y_6,Y_2,Y_1];
z_B=[Z(1,1),Z_5,Z_6,Z(2,1),Z(1,1)];
plot3(x_B,y_B,z_B); %Elemento B

x_C=[X_2,X_3,X_7,X_6,X_2];
y_C=[Y_2,Y_3,Y_7,Y_6,Y_2];
z_C=[Z(2,1),Z(3,1),Z_7,Z_6,Z(2,1)];
plot3(x_C,y_C,z_C); %Elemento C

x_D=[X_3,X_4,X_8,X_7,X_3];
y_D=[Y_3,Y_4,Y_8,Y_7,Y_3];
z_D=[Z(3,1),Z(4,1),Z_8,Z_7,Z(3,1)];
plot3(x_D,y_D,z_D); %Elemento D

x_E=[X_4,X_1,X_5,X_8,X_4];
y_E=[Y_4,Y_1,Y_5,Y_8,Y_4];
z_E=[Z(4,1),Z(1,1),Z_5,Z_8,Z(4,1)];
plot3(x_E,y_E,z_E); %Elemento E

```

```

title('GEOMETRIA FINAL');
ylabel('X [m] ');
xlabel('Y [m] ');
zlabel('Z [m] ');

%Calculo de las fuerzas horizontales
F_21_H=L_2_1_dual*zeta;
F_41_H=L_4_1_dual*zeta;
F_51_H=L_5_1_dual*zeta;

F_62_H=L_6_2_dual*zeta;
F_32_H=L_3_2_dual*zeta;

F_73_H=L_7_3_dual*zeta;
F_43_H=L_4_3_dual*zeta;

F_84_H=L_8_4_dual*zeta;

```

```

%Calculo de las fuerzas verticales

F_51_V=F_51_H/L_5_1_dual*Z(1,1);

F_62_V=F_62_H/L_6_2_dual*Z(2,1);

F_73_V=F_73_H/L_7_3_dual*Z(3,1);

F_84_V=F_84_H/L_8_4_dual*Z(4,1);

```

```

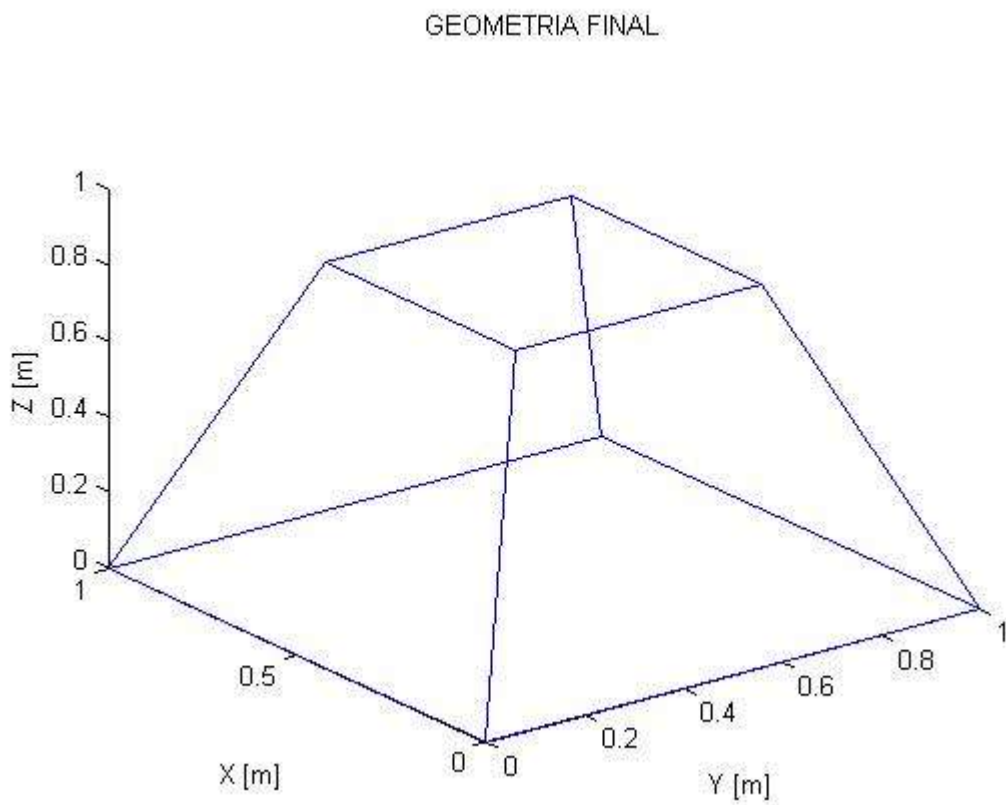
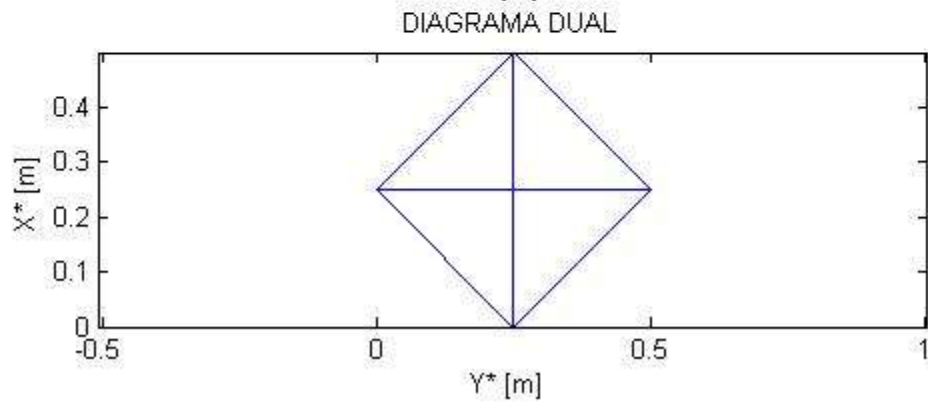
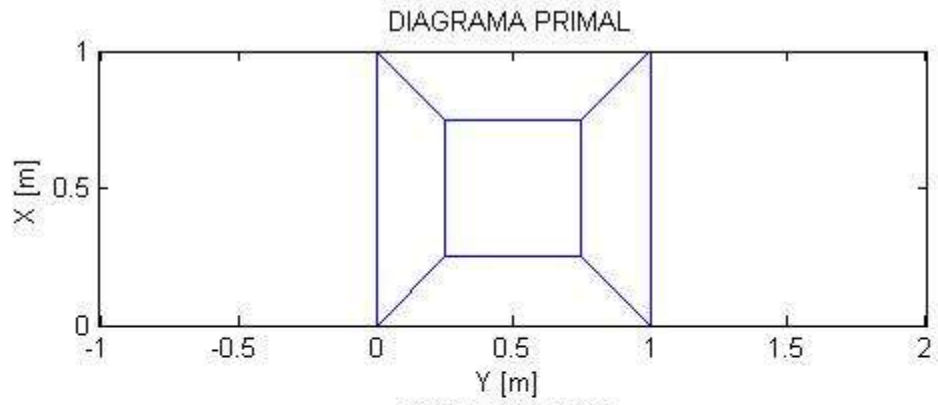
%Calculo de la resultante
F_21=F_21_H;
F_41=F_41_H;
F_51=sqrt(F_51_H^2+F_51_V^2);





















F_62=sqrt(F_62_H^2+F_62_V^2);
F_32=F_32_H;

F_73=sqrt(F_73_H^2+F_73_V^2);
F_43=F_43_H;

F_84=sqrt(F_84_H^2+F_84_V^2);

```



	F_21	15	15	15
	F_21_H	15	15	15
	F_32	15	15	15
	F_32_H	15	15	15
	F_41	15	15	15
	F_41_H	15	15	15
	F_43	15	15	15
	F_43_H	15	15	15
	F_51	54.3139	54.3139	54.3139
	F_51_H	21.2132	21.2132	21.2132
	F_51_V	50.0000	50.0000	50.0000
	F_62	54.3139	54.3139	54.3139
	F_62_H	21.2132	21.2132	21.2132
	F_62_V	50.0000	50.0000	50.0000
	F_73	54.3139	54.3139	54.3139
	F_73_H	21.2132	21.2132	21.2132
	F_73_V	50.0000	50.0000	50.0000
	F_84	54.3139	54.3139	54.3139
	F_84_H	21.2132	21.2132	21.2132
	F_84_V	50.0000	50.0000	50.0000

CÓDIGO DE RESOLUCIÓN DEL TERCER EJEMPLO

```
%-----  
%ESTUDIO DE LA APLICACION DE LA TEORIA DE EMPUJES EN ESTRUCTURAS ABOVEDADAS  
%-----  
  
%          TRABAJO DE FIN DE MASTER  
%          CURSO 2016/2017  
%          UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA  
%          ESCUELA DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA  
  
% MASTER EN INGENIERIA INDUSTRIAL  
% AUTOR: Beatriz Moya García  
% DIRECTOR: Elias Cueto Prendes  
  
%          TERCERA CUPULA  
clc  
% 1) Introducir las coordenadas de los puntos de la malla.  
  
%Se generan vectores de las coordenadas. Las coordenadas de los puntos del  
%contorno se introducen posteriormente a las del resto de puntos.  
  
%Coordenadas eje x  
% xi = coordenada x de los nudos internos  
% xb = coordenada x de los nudos de contorno  
  
xi=[1.5;18.63;35.47326;36.83;36.75;36.83;35.47326;18.63;1.5;-15.82;...  
-32.71;-33.98;-33.75;-33.98;-32.71;-15.82];  
  
xb=[3;12.24;20.26;23.875;25;23.875;20.26;12.24;3;-6.24;-14.26;-17.87;...  
-19;-17.87;-14.26;-6.24;0;24.25;48.5;48.5;48.5;48.5;24.25;...  
0;-24.25;-48.5;-48.5;-48.5;-48.5;-24.25];  
  
x_correction=48.5*ones(48,1);  
  
x=[xi;xb]+x_correction;  
  
%Coordenadas eje y  
% yi = coordenada y de los nudos internos  
% yb = coordenada y de los nudos de contorno  
  
yi=[-29.25;-28.76;-25.95236;-12.89;0;12.89;25.95236;28.76;29.25;28.76;...  
25.95;12.89;0;-12.89;-25.95;-28.76];  
  
yb=[-22;-19.26;-13.63714;-6.946042;0;6.946042;13.63714;19.26;22;19.26;...  
13.63714;6.946042;0;-6.946042;-13.63714;-19.26;-36.5;-36.5;-36.5;...  
-18.25;0;18.25;36.5;36.5;36.5;36.5;18.25;0;-18.25;-36.5;-36.5];  
  
y_correction = 36.5*ones(48,1);  
  
y=[yi;yb]+y_correction;  
  
%Coordenadas eje z  
% zi = coordenada z de los nudos internos  
% zb = coordenada z de los nudos de contorno  
  
zi=[];  
zb=[zeros(32,1)];
```

```
z=[zi;zb] ;
```

```
%Representacion de la malla primal
```

```
figure
```

```
x_A=[x(47,1),x(48,1),x(16,1),x(15,1),x(47,1)];  
y_A=[y(47,1),y(48,1),y(16,1),y(15,1),y(47,1)];  
plot(x_A,y_A); %Elemento A  
hold on
```

```
x_B=[x(48,1),x(33,1),x(1,1),x(16,1),x(48,1)];  
y_B=[y(48,1),y(33,1),y(1,1),y(16,1),y(48,1)];  
plot(x_B,y_B); %Elemento B
```

```
x_C=[x(1,1),x(2,1),x(34,1),x(33,1),x(1,1)];  
y_C=[y(1,1),y(2,1),y(34,1),y(33,1),y(1,1)];  
plot(x_C,y_C); %Elemento C
```

```
x_D=[x(2,1),x(3,1),x(35,1),x(34,1),x(2,1)];  
y_D=[y(2,1),y(3,1),y(35,1),y(34,1),y(2,1)];  
plot(x_D,y_D); %Elemento D
```

```
x_E=[x(3,1),x(4,1),x(36,1),x(35,1),x(3,1)];  
y_E=[y(3,1),y(4,1),y(36,1),y(35,1),y(3,1)];  
plot(x_E,y_E); %Elemento E
```

```
x_F=[x(4,1),x(5,1),x(37,1),x(36,1),x(4,1)];  
y_F=[y(4,1),y(5,1),y(37,1),y(36,1),y(4,1)];  
plot(x_F,y_F); %Elemento F
```

```
x_G=[x(5,1),x(6,1),x(38,1),x(37,1),x(5,1)];  
y_G=[y(5,1),y(6,1),y(38,1),y(37,1),y(5,1)];  
plot(x_G,y_G); %Elemento G
```

```
x_H=[x(6,1),x(7,1),x(39,1),x(38,1),x(6,1)];  
y_H=[y(6,1),y(7,1),y(39,1),y(38,1),y(6,1)];  
plot(x_H,y_H); %Elemento H
```

```
x_I=[x(7,1),x(8,1),x(40,1),x(39,1),x(7,1)];  
y_I=[y(7,1),y(8,1),y(40,1),y(39,1),y(7,1)];  
plot(x_I,y_I); %Elemento I
```

```
x_J=[x(8,1),x(9,1),x(41,1),x(40,1),x(8,1)];  
y_J=[y(8,1),y(9,1),y(41,1),y(40,1),y(8,1)];  
plot(x_J,y_J); %Elemento J
```

```
x_K=[x(9,1),x(10,1),x(42,1),x(41,1),x(9,1)];  
y_K=[y(9,1),y(10,1),y(42,1),y(41,1),y(9,1)];  
plot(x_K,y_K); %Elemento K
```

```
x_L=[x(10,1),x(11,1),x(43,1),x(42,1),x(10,1)];  
y_L=[y(10,1),y(11,1),y(43,1),y(42,1),y(10,1)];  
plot(x_L,y_L); %Elemento L
```

```
x_M=[x(11,1),x(12,1),x(44,1),x(43,1),x(11,1)];  
y_M=[y(11,1),y(12,1),y(44,1),y(43,1),y(11,1)];  
plot(x_M,y_M); %Elemento M
```

```
x_N=[x(12,1),x(13,1),x(45,1),x(44,1),x(12,1)];  
y_N=[y(12,1),y(13,1),y(45,1),y(44,1),y(12,1)];  
plot(x_N,y_N); %Elemento N
```

```
x_n=[x(13,1),x(14,1),x(46,1),x(45,1),x(13,1)];
y_n=[y(13,1),y(14,1),y(46,1),y(45,1),y(13,1)];
plot(x_n,y_n); %Elemento N
```

```
x_O=[x(14,1),x(15,1),x(47,1),x(46,1),x(14,1)];
y_O=[y(14,1),y(15,1),y(47,1),y(46,1),y(14,1)];
plot(x_O,y_O); %Elemento O
```

```
x_P=[x(14,1),x(15,1),x(31,1),x(30,1),x(14,1)];
y_P=[y(14,1),y(15,1),y(31,1),y(30,1),y(14,1)];
plot(x_P,y_P); %Elemento P
```

```
x_Q=[x(15,1),x(16,1),x(32,1),x(31,1),x(15,1)];
y_Q=[y(15,1),y(16,1),y(32,1),y(31,1),y(15,1)];
plot(x_Q,y_Q); %Elemento Q
```

```
x_R=[x(16,1),x(1,1),x(17,1),x(32,1),x(16,1)];
y_R=[y(16,1),y(1,1),y(17,1),y(32,1),y(16,1)];
plot(x_R,y_R); %Elemento R
```

```
x_S=[x(1,1),x(2,1),x(18,1),x(17,1),x(1,1)];
y_S=[y(1,1),y(2,1),y(18,1),y(17,1),y(1,1)];
plot(x_S,y_S); %Elemento S
```

```
x_T=[x(2,1),x(3,1),x(19,1),x(18,1),x(2,1)];
y_T=[y(2,1),y(3,1),y(19,1),y(18,1),y(2,1)];
plot(x_T,y_T); %Elemento T
```

```
x_U=[x(3,1),x(4,1),x(20,1),x(19,1),x(3,1)];
y_U=[y(3,1),y(4,1),y(20,1),y(19,1),y(3,1)];
plot(x_U,y_U); %Elemento U
```

```
x_V=[x(4,1),x(5,1),x(21,1),x(20,1),x(4,1)];
y_V=[y(4,1),y(5,1),y(21,1),y(20,1),y(4,1)];
plot(x_V,y_V); %Elemento V
```

```
x_W=[x(5,1),x(6,1),x(22,1),x(21,1),x(5,1)];
y_W=[y(5,1),y(6,1),y(22,1),y(21,1),y(5,1)];
plot(x_W,y_W); %Elemento W
```

```
x_X=[x(6,1),x(7,1),x(23,1),x(22,1),x(6,1)];
y_X=[y(6,1),y(7,1),y(23,1),y(22,1),y(6,1)];
plot(x_X,y_X); %Elemento X
```

```
x_Y=[x(7,1),x(8,1),x(24,1),x(23,1),x(7,1)];
y_Y=[y(7,1),y(8,1),y(24,1),y(23,1),y(7,1)];
plot(x_Y,y_Y); %Elemento Y
```

```
x_Z=[x(8,1),x(9,1),x(25,1),x(24,1),x(8,1)];
y_Z=[y(8,1),y(9,1),y(25,1),y(24,1),y(8,1)];
plot(x_Z,y_Z); %Elemento Z
```

```
x_AA=[x(9,1),x(10,1),x(26,1),x(25,1),x(9,1)];
y_AA=[y(9,1),y(10,1),y(26,1),y(25,1),y(9,1)];
plot(x_AA,y_AA); %Elemento AA
```

```
x_AB=[x(10,1),x(11,1),x(27,1),x(26,1),x(10,1)];
y_AB=[y(10,1),y(11,1),y(27,1),y(26,1),y(10,1)];
plot(x_AB,y_AB); %Elemento AB
```

```
x_AC=[x(11,1),x(12,1),x(28,1),x(27,1),x(11,1)];
y_AC=[y(11,1),y(12,1),y(28,1),y(27,1),y(11,1)];
plot(x_AC,y_AC); %Elemento AC
```

```
x_AD=[x(12,1),x(13,1),x(29,1),x(28,1),x(12,1)];
y_AD=[y(12,1),y(13,1),y(29,1),y(28,1),y(12,1)];
plot(x_AD,y_AD); %Elemento AD
```

```
x_AE=[x(13,1),x(14,1),x(30,1),x(29,1),x(13,1)];
y_AE=[y(13,1),y(14,1),y(30,1),y(29,1),y(13,1)];
plot(x_AE,y_AE); %Elemento AE
```

```
axis equal
```

```
% 2) Establecer límites zI/zE
```

```
zE_MAX= 13;
```

```
% 3) Introducir las cargas nodales
```

```
p=1000; %[N]
```

```
% 4) Se define la matriz C, que representa la relacion entre los los nodos
% y las fuerzas definidas entre ellos siendo 1 la relacion si es el nodo j
% es el nodo de cabeza de la rama i, -1 si j es el nudo de cola de la rama
% i, y 0 en el resto de los casos.
```

```
C=[];
```

```
C(1,13)=1; % Fuerza I
C(1,45)=-1;
```

```
C(2,14)=1; % Fuerza II
C(2,46)=-1;
```

```
C(3,15)=1; % Fuerza III
C(3,47)=-1;
```

```
C(4,16)=1; % Fuerza IV
C(4,48)=-1;
```

```
C(5,1)=1; % Fuerza V
C(5,33)=-1;
```

```
C(6,2)=1; % Fuerza VI
C(6,34)=-1;
```

```
C(7,3)=1; % Fuerza VII
C(7,35)=-1;
```

```
C(8,4)=1; % Fuerza VIII
C(8,36)=-1;
```

```
C(9,5)=1; % Fuerza XI
C(9,37)=-1;
```

```
C(10,6)=1; % Fuerza X
C(10,38)=-1;
```

```
C(11,7)=1; % Fuerza XI
C(11,39)=-1;
```

```
C(12,8)=1; % Fuerza XII
C(12,40)=-1;
```


C(13,9)=1; % Fuerza XIII
C(13,41)=-1;

C(14,10)=1; % Fuerza XIV
C(14,42)=-1;

C(15,11)=1; % Fuerza XV
C(15,43)=-1;

C(16,12)=1; % Fuerza XVI
C(16,44)=-1;

C(17,13)=1; % Fuerza XVII
C(17,29)=-1;

C(18,14)=1; % Fuerza XVIII
C(18,30)=-1;

C(19,15)=1; % Fuerza XIX
C(19,31)=-1;

C(20,16)=1; % Fuerza XX
C(20,32)=-1;

C(21,1)=1; % Fuerza XXI
C(21,17)=-1;

C(22,2)=1; % Fuerza XXII
C(22,18)=-1;

C(23,3)=1; % Fuerza XXIII
C(23,19)=-1;

C(24,4)=1; % Fuerza XXIV
C(24,20)=-1;

C(25,5)=1; % Fuerza XXV
C(25,21)=-1;

C(26,6)=1; % Fuerza XXVI
C(26,22)=-1;

C(27,7)=1; % Fuerza XXVII
C(27,23)=-1;

C(28,8)=1; % Fuerza XXVIII
C(28,24)=-1;

C(29,9)=1; % Fuerza XXIX
C(29,25)=-1;

C(30,10)=1; % Fuerza XXX
C(30,26)=-1;

C(31,11)=1; % Fuerza XXXI
C(31,27)=-1;

C(32,12)=1; % Fuerza XXXII
C(32,28)=-1;

C(33,13)=1; % Fuerza XXXIII
C(33,14)=-1;

```
C(34,14)=1; % Fuerza XXXIV
C(34,15)=-1;
```

```
C(35,15)=1; % Fuerza XXXV
C(35,16)=-1;
```

```
C(36,16)=1; % Fuerza XXXVI
C(36,1)=-1;
```

```
C(37,1)=1; % Fuerza XXXVII
C(37,2)=-1;
```

```
C(38,2)=1; % Fuerza XXXVIII
C(38,3)=-1;
```

```
C(39,3)=1; % Fuerza XXXIX
C(39,4)=-1;
```

```
C(40,4)=1; % Fuerza XL
C(40,5)=-1;
```

```
C(41,6)=1; % Fuerza XLI
C(41,5)=-1;
```

```
C(42,7)=1; % Fuerza XLII
C(42,6)=-1;
```

```
C(43,8)=1; % Fuerza XLIII
C(43,7)=-1;
```

```
C(44,9)=1; % Fuerza XLIV
C(44,8)=-1;
```

```
C(45,10)=1; % Fuerza XLV
C(45,9)=-1;
```

```
C(46,11)=1; % Fuerza XLVI
C(46,10)=-1;
```

```
C(47,12)=1; % Fuerza XLVII
C(47,11)=-1;
```

```
C(48,13)=1; % Fuerza XLVIII
C(48,12)=-1;
```

```
Ci=C(:,1:16);
Cb=C(:,17:48);
```

```
% 5a) Contruir la matriz C dual
```

```
C_dual(3,1)=-1; % Elemento A
C_dual(4,1)=1;
C_dual(35,1)=1;
```

```
C_dual(4,2)=-1; % Elemento B
C_dual(5,2)=1;
C_dual(36,2)=1;
```

```
C_dual(5,3)=-1; % Elemento C
C_dual(6,3)=1;
C_dual(37,3)=1;
```

```

C_dual(6,4)=-1; % Elemento D
C_dual(7,4)=1;
C_dual(38,4)=1;

C_dual(7,5)=-1; % Elemento E
C_dual(8,5)=1;
C_dual(39,5)=1;

C_dual(8,6)=-1; % Elemento F
C_dual(9,6)=1;
C_dual(40,6)=1;

C_dual(9,7)=-1; % Elemento G
C_dual(10,7)=1;
C_dual(41,7)=-1;

C_dual(10,8)=-1; % Elemento H
C_dual(11,8)=1;
C_dual(42,8)=-1;

C_dual(11,9)=-1; % Elemento I
C_dual(12,9)=1;
C_dual(43,9)=-1;

C_dual(12,10)=-1; % Elemento J
C_dual(13,10)=1;
C_dual(44,10)=-1;

C_dual(13,11)=-1; % Elemento K
C_dual(14,11)=1;
C_dual(45,11)=-1;

C_dual(14,12)=-1; % Elemento L
C_dual(15,12)=1;
C_dual(46,12)=-1;

C_dual(15,13)=-1; % Elemento M
C_dual(16,13)=1;
C_dual(47,13)=-1;

C_dual(1,14)=1; % Elemento N
C_dual(16,14)=-1;
C_dual(48,14)=-1;

C_dual(1,15)=-1; % Elemento Ñ
C_dual(2,15)=1;
C_dual(33,15)=1;

C_dual(2,16)=-1; % Elemento O
C_dual(3,16)=1;
C_dual(34,16)=1;

C_dual(18,17)=1; % Elemento P
C_dual(19,17)=-1;
C_dual(34,17)=-1;

C_dual(19,18)=1; % Elemento Q
C_dual(20,18)=-1;
C_dual(35,18)=-1;

C_dual(20,19)=1; % Elemento R
C_dual(21,19)=-1;
C_dual(36,19)=-1;

```

```
C_dual(21,20)=1; % Elemento S
C_dual(22,20)=-1;
C_dual(37,20)=-1;
```

```
C_dual(22,21)=1; % Elemento T
C_dual(23,21)=-1;
C_dual(38,21)=-1;
```

```
C_dual(23,22)=1; % Elemento U
C_dual(24,22)=-1;
C_dual(39,22)=-1;
```

```
C_dual(24,23)=1; % Elemento V
C_dual(25,23)=-1;
C_dual(40,23)=-1;
```

```
C_dual(25,24)=1; % Elemento W
C_dual(26,24)=-1;
C_dual(41,24)=1;
```

```
C_dual(26,25)=1; % Elemento X
C_dual(27,25)=-1;
C_dual(42,25)=1;
```

```
C_dual(27,26)=1; % Elemento Y
C_dual(28,26)=-1;
C_dual(43,26)=1;
```

```
C_dual(28,27)=1; % Elemento Z
C_dual(29,27)=-1;
C_dual(44,27)=1;
```

```
C_dual(29,28)=1; % Elemento AA
C_dual(30,28)=-1;
C_dual(45,28)=1;
```

```
C_dual(30,29)=1; % Elemento AB
C_dual(31,29)=-1;
C_dual(46,29)=1;
```

```
C_dual(31,30)=1; % Elemento AC
C_dual(32,30)=-1;
C_dual(47,30)=1;
```

```
C_dual(17,31)=-1; % Elemento AD
C_dual(32,31)=1;
C_dual(48,31)=1;
```

```
C_dual(17,32)=1; % Elemento AE
C_dual(18,32)=-1;
C_dual(33,32)=-1;
```

```
% 5b) Generar la malla dual
```

```
x_dual=[16;4.5;0;13.5;29.5;41.5;53;65;81;94.5;...
        90;78.5;60.5;51;43.5;34;35;30.5;20.1;...
        16.5;29;31;41.5;53;63.5;65.5;78;73.5;...
        64;59.5;51;43];
y_dual=[69.5;58.5;37.5;18.5;5.5;0;0;5.5;18.5;37.5;...
        58.5;69.5;81.5;85;85;81.5;70;67;58.5;...
        38;21;19.5;14.5;14.5;19.5;21;38;58.5;...
        67;70;73;73];
```

figure

```
x_1=[x_dual(2,1),x_dual(3,1),x_dual(20,1),x_dual(19,1),x_dual(2,1)];  
y_1=[y_dual(2,1),y_dual(3,1),y_dual(20,1),y_dual(19,1),y_dual(2,1)];  
plot(x_1,y_1); %PUNTO 1
```

hold on

```
x_2=[x_dual(3,1),x_dual(4,1),x_dual(21,1),x_dual(20,1),x_dual(3,1)];  
y_2=[y_dual(3,1),y_dual(4,1),y_dual(21,1),y_dual(20,1),y_dual(3,1)];  
plot(x_2,y_2); %PUNTO 2
```

```
x_3=[x_dual(4,1),x_dual(5,1),x_dual(22,1),x_dual(21,1),x_dual(4,1)];  
y_3=[y_dual(4,1),y_dual(5,1),y_dual(22,1),y_dual(21,1),y_dual(4,1)];  
plot(x_3,y_3); %PUNTO 3
```

```
x_4=[x_dual(5,1),x_dual(6,1),x_dual(23,1),x_dual(22,1),x_dual(5,1)];  
y_4=[y_dual(5,1),y_dual(6,1),y_dual(23,1),y_dual(22,1),y_dual(5,1)];  
plot(x_4,y_4); %PUNTO 4
```

```
x_5=[x_dual(6,1),x_dual(7,1),x_dual(24,1),x_dual(23,1),x_dual(6,1)];  
y_5=[y_dual(6,1),y_dual(7,1),y_dual(24,1),y_dual(23,1),y_dual(6,1)];  
plot(x_5,y_5); %PUNTO 5
```

```
x_6=[x_dual(7,1),x_dual(8,1),x_dual(25,1),x_dual(24,1),x_dual(7,1)];  
y_6=[y_dual(7,1),y_dual(8,1),y_dual(25,1),y_dual(24,1),y_dual(7,1)];  
plot(x_6,y_6); %PUNTO 6
```

```
x_7=[x_dual(8,1),x_dual(9,1),x_dual(26,1),x_dual(25,1),x_dual(8,1)];  
y_7=[y_dual(8,1),y_dual(9,1),y_dual(26,1),y_dual(25,1),y_dual(8,1)];  
plot(x_7,y_7); %PUNTO 7
```

```
x_8=[x_dual(9,1),x_dual(10,1),x_dual(27,1),x_dual(26,1),x_dual(9,1)];  
y_8=[y_dual(9,1),y_dual(10,1),y_dual(27,1),y_dual(26,1),y_dual(9,1)];  
plot(x_8,y_8); %PUNTO 8
```

```
x_9=[x_dual(10,1),x_dual(11,1),x_dual(28,1),x_dual(27,1),x_dual(10,1)];  
y_9=[y_dual(10,1),y_dual(11,1),y_dual(28,1),y_dual(27,1),y_dual(10,1)];  
plot(x_9,y_9); %PUNTO 9
```

```
x_10=[x_dual(11,1),x_dual(12,1),x_dual(29,1),x_dual(28,1),x_dual(11,1)];  
y_10=[y_dual(11,1),y_dual(12,1),y_dual(29,1),y_dual(28,1),y_dual(11,1)];  
plot(x_10,y_10); %PUNTO 10
```

```
x_11=[x_dual(12,1),x_dual(13,1),x_dual(30,1),x_dual(29,1),x_dual(12,1)];  
y_11=[y_dual(12,1),y_dual(13,1),y_dual(30,1),y_dual(29,1),y_dual(12,1)];  
plot(x_11,y_11); %PUNTO 11
```

```
x_12=[x_dual(13,1),x_dual(14,1),x_dual(31,1),x_dual(30,1),x_dual(13,1)];  
y_12=[y_dual(13,1),y_dual(14,1),y_dual(31,1),y_dual(30,1),y_dual(13,1)];  
plot(x_12,y_12); %PUNTO 12
```

```
x_13=[x_dual(14,1),x_dual(15,1),x_dual(32,1),x_dual(31,1),x_dual(14,1)];  
y_13=[y_dual(14,1),y_dual(15,1),y_dual(32,1),y_dual(31,1),y_dual(14,1)];  
plot(x_13,y_13); %PUNTO 13
```

```
x_14=[x_dual(15,1),x_dual(16,1),x_dual(17,1),x_dual(32,1),x_dual(15,1)];  
y_14=[y_dual(15,1),y_dual(16,1),y_dual(17,1),y_dual(32,1),y_dual(15,1)];  
plot(x_14,y_14); %PUNTO 14
```

```
x_15=[x_dual(16,1),x_dual(1,1),x_dual(18,1),x_dual(17,1),x_dual(16,1)];  
y_15=[y_dual(16,1),y_dual(1,1),y_dual(18,1),y_dual(17,1),y_dual(16,1)];  
plot(x_15,y_15); %PUNTO 15
```

```
x_16=[x_dual(1,1),x_dual(2,1),x_dual(19,1),x_dual(18,1),x_dual(1,1)];
y_16=[y_dual(1,1),y_dual(2,1),y_dual(19,1),y_dual(18,1),y_dual(1,1)];
plot(x_16,y_16); %PUNTO 16
```

```
axis equal
```

```
% 6) Definir matrices Di y Db
```

```
u = C*x;
```

```
v = C*y;
```

```
U = diag(u);
```

```
V = diag(v);
```

```
u_dual= C_dual* x_dual;
```

```
v_dual= C_dual* y_dual ;
```

```
U_dual = diag(u_dual);
```

```
V_dual = diag(v_dual);
```

```
L_H= sqrt(U'*U+V'*V);
```

```
L_H_dual=sqrt(U_dual'*U_dual+V_dual'*V_dual);
```

```
ZETA=70;
```

```
r=1/ZETA;
```

```
%Ci*(inv(L_H)*L_H_dual)*C*z-p*r=0
```

```
Di=Ci*(inv(L_H)*L_H_dual)*Ci;
```

```
Db=Ci*(inv(L_H)*L_H_dual)*Cb;
```

```
P=p*r*ones(16,1);
```

```
zi=inv(Di)*(P-Db*zB);
```

```
z=[zi;zb] ;
```

```
figure
```

```
x_A=[x(47,1),x(48,1),x(16,1),x(15,1),x(47,1)];
```

```
y_A=[y(47,1),y(48,1),y(16,1),y(15,1),y(47,1)];
```

```
z_A=[z(47,1),z(48,1),z(16,1),z(15,1),z(47,1)];
```

```
plot3(x_A,y_A,z_A); %Elemento A
```

```
hold on
```

```
x_B=[x(48,1),x(33,1),x(1,1),x(16,1),x(48,1)];
```

```
y_B=[y(48,1),y(33,1),y(1,1),y(16,1),y(48,1)];
```

```
z_B=[z(48,1),z(33,1),z(1,1),z(16,1),z(48,1)];
```

```
plot3(x_B,y_B,z_B); %Elemento B
```

```
x_C=[x(1,1),x(2,1),x(34,1),x(33,1),x(1,1)];
```

```
y_C=[y(1,1),y(2,1),y(34,1),y(33,1),y(1,1)];
```

```
z_C=[z(1,1),z(2,1),z(34,1),z(33,1),z(1,1)];
```

```
plot3(x_C,y_C,z_C); %Elemento C
```

```
x_D=[x(2,1),x(3,1),x(35,1),x(34,1),x(2,1)];
```

```
y_D=[y(2,1),y(3,1),y(35,1),y(34,1),y(2,1)];
```

```
z_D=[z(2,1),z(3,1),z(35,1),z(34,1),z(2,1)];
```

```
plot3(x_D,y_D,z_D); %Elemento D
```

```
x_E=[x(3,1),x(4,1),x(36,1),x(35,1),x(3,1)];
```

```
y_E=[y(3,1),y(4,1),y(36,1),y(35,1),y(3,1)];
```

```
z_E=[z(3,1),z(4,1),z(36,1),z(35,1),z(3,1)];
```

```
plot3(x_E,y_E,z_E); %Elemento E
```

```

x_F=[x(4,1),x(5,1),x(37,1),x(36,1),x(4,1)];
y_F=[y(4,1),y(5,1),y(37,1),y(36,1),y(4,1)];
z_F=[z(4,1),z(5,1),z(37,1),z(36,1),z(4,1)];
plot3(x_F,y_F,z_F); %Elemento F

x_G=[x(5,1),x(6,1),x(38,1),x(37,1),x(5,1)];
y_G=[y(5,1),y(6,1),y(38,1),y(37,1),y(5,1)];
z_G=[z(5,1),z(6,1),z(38,1),z(37,1),z(5,1)];
plot3(x_G,y_G,z_G); %Elemento G

x_H=[x(6,1),x(7,1),x(39,1),x(38,1),x(6,1)];
y_H=[y(6,1),y(7,1),y(39,1),y(38,1),y(6,1)];
z_H=[z(6,1),z(7,1),z(39,1),z(38,1),z(6,1)];
plot3(x_H,y_H,z_H); %Elemento H

x_I=[x(7,1),x(8,1),x(40,1),x(39,1),x(7,1)];
y_I=[y(7,1),y(8,1),y(40,1),y(39,1),y(7,1)];
z_I=[z(7,1),z(8,1),z(40,1),z(39,1),z(7,1)];
plot3(x_I,y_I,z_I); %Elemento I

x_J=[x(8,1),x(9,1),x(41,1),x(40,1),x(8,1)];
y_J=[y(8,1),y(9,1),y(41,1),y(40,1),y(8,1)];
z_J=[z(8,1),z(9,1),z(41,1),z(40,1),z(8,1)];
plot3(x_J,y_J,z_J); %Elemento J

x_K=[x(9,1),x(10,1),x(42,1),x(41,1),x(9,1)];
y_K=[y(9,1),y(10,1),y(42,1),y(41,1),y(9,1)];
z_K=[z(9,1),z(10,1),z(42,1),z(41,1),z(9,1)];
plot3(x_K,y_K,z_K); %Elemento K

x_L=[x(10,1),x(11,1),x(43,1),x(42,1),x(10,1)];
y_L=[y(10,1),y(11,1),y(43,1),y(42,1),y(10,1)];
z_L=[z(10,1),z(11,1),z(43,1),z(42,1),z(10,1)];
plot3(x_L,y_L,z_L); %Elemento L

x_M=[x(11,1),x(12,1),x(44,1),x(43,1),x(11,1)];
y_M=[y(11,1),y(12,1),y(44,1),y(43,1),y(11,1)];
z_M=[z(11,1),z(12,1),z(44,1),z(43,1),z(11,1)];
plot3(x_M,y_M,z_M); %Elemento M

x_N=[x(12,1),x(13,1),x(45,1),x(44,1),x(12,1)];
y_N=[y(12,1),y(13,1),y(45,1),y(44,1),y(12,1)];
z_N=[z(12,1),z(13,1),z(45,1),z(44,1),z(12,1)];
plot3(x_N,y_N,z_N); %Elemento N

x_n=[x(13,1),x(14,1),x(46,1),x(45,1),x(13,1)];
y_n=[y(13,1),y(14,1),y(46,1),y(45,1),y(13,1)];
z_n=[z(13,1),z(14,1),z(46,1),z(45,1),z(13,1)];
plot3(x_n,y_n,z_n); %Elemento Ñ

x_O=[x(14,1),x(15,1),x(47,1),x(46,1),x(14,1)];
y_O=[y(14,1),y(15,1),y(47,1),y(46,1),y(14,1)];
z_O=[z(14,1),z(15,1),z(47,1),z(46,1),z(14,1)];
plot3(x_O,y_O,z_O); %Elemento O

x_P=[x(14,1),x(15,1),x(31,1),x(30,1),x(14,1)];
y_P=[y(14,1),y(15,1),y(31,1),y(30,1),y(14,1)];
z_P=[z(14,1),z(15,1),z(31,1),z(30,1),z(14,1)];
plot3(x_P,y_P,z_P); %Elemento P

x_Q=[x(15,1),x(16,1),x(32,1),x(31,1),x(15,1)];
y_Q=[y(15,1),y(16,1),y(32,1),y(31,1),y(15,1)];

```

```
z_Q=[z(15,1),z(16,1),z(32,1),z(31,1),z(15,1)];  
plot3(x_Q,y_Q,z_Q); %Elemento Q
```

```
x_R=[x(16,1),x(1,1),x(17,1),x(32,1),x(16,1)];  
y_R=[y(16,1),y(1,1),y(17,1),y(32,1),y(16,1)];  
z_R=[z(16,1),z(1,1),z(17,1),z(32,1),z(16,1)];  
plot3(x_R,y_R,z_R); %Elemento R
```

```
x_S=[x(1,1),x(2,1),x(18,1),x(17,1),x(1,1)];  
y_S=[y(1,1),y(2,1),y(18,1),y(17,1),y(1,1)];  
z_S=[z(1,1),z(2,1),z(18,1),z(17,1),z(1,1)];  
plot3(x_S,y_S,z_S); %Elemento S
```

```
x_T=[x(2,1),x(3,1),x(19,1),x(18,1),x(2,1)];  
y_T=[y(2,1),y(3,1),y(19,1),y(18,1),y(2,1)];  
z_T=[z(2,1),z(3,1),z(19,1),z(18,1),z(2,1)];  
plot3(x_T,y_T,z_T); %Elemento T
```

```
x_U=[x(3,1),x(4,1),x(20,1),x(19,1),x(3,1)];  
y_U=[y(3,1),y(4,1),y(20,1),y(19,1),y(3,1)];  
z_U=[z(3,1),z(4,1),z(20,1),z(19,1),z(3,1)];  
plot3(x_U,y_U,z_U); %Elemento U
```

```
x_V=[x(4,1),x(5,1),x(21,1),x(20,1),x(4,1)];  
y_V=[y(4,1),y(5,1),y(21,1),y(20,1),y(4,1)];  
z_V=[z(4,1),z(5,1),z(21,1),z(20,1),z(4,1)];  
plot3(x_V,y_V,z_V); %Elemento V
```

```
x_W=[x(5,1),x(6,1),x(22,1),x(21,1),x(5,1)];  
y_W=[y(5,1),y(6,1),y(22,1),y(21,1),y(5,1)];  
z_W=[z(5,1),z(6,1),z(22,1),z(21,1),z(5,1)];  
plot3(x_W,y_W,z_W); %Elemento W
```

```
x_X=[x(6,1),x(7,1),x(23,1),x(22,1),x(6,1)];  
y_X=[y(6,1),y(7,1),y(23,1),y(22,1),y(6,1)];  
z_X=[z(6,1),z(7,1),z(23,1),z(22,1),z(6,1)];  
plot3(x_X,y_X,z_X); %Elemento X
```

```
x_Y=[x(7,1),x(8,1),x(24,1),x(23,1),x(7,1)];  
y_Y=[y(7,1),y(8,1),y(24,1),y(23,1),y(7,1)];  
z_Y=[z(7,1),z(8,1),z(24,1),z(23,1),z(7,1)];  
plot3(x_Y,y_Y,z_Y); %Elemento Y
```

```
x_Z=[x(8,1),x(9,1),x(25,1),x(24,1),x(8,1)];  
y_Z=[y(8,1),y(9,1),y(25,1),y(24,1),y(8,1)];  
z_Z=[z(8,1),z(9,1),z(25,1),z(24,1),z(8,1)];  
plot3(x_Z,y_Z,z_Z); %Elemento Z
```

```
x_AA=[x(9,1),x(10,1),x(26,1),x(25,1),x(9,1)];  
y_AA=[y(9,1),y(10,1),y(26,1),y(25,1),y(9,1)];  
z_AA=[z(9,1),z(10,1),z(26,1),z(25,1),z(9,1)];  
plot3(x_AA,y_AA,z_AA); %Elemento AA
```

```
x_AB=[x(10,1),x(11,1),x(27,1),x(26,1),x(10,1)];  
y_AB=[y(10,1),y(11,1),y(27,1),y(26,1),y(10,1)];  
z_AB=[z(10,1),z(11,1),z(27,1),z(26,1),z(10,1)];  
plot3(x_AB,y_AB,z_AB); %Elemento AB
```

```
x_AC=[x(11,1),x(12,1),x(28,1),x(27,1),x(11,1)];  
y_AC=[y(11,1),y(12,1),y(28,1),y(27,1),y(11,1)];  
z_AC=[z(11,1),z(12,1),z(28,1),z(27,1),z(11,1)];  
plot3(x_AC,y_AC,z_AC); %Elemento AC
```



```

x_AD=[x(12,1),x(13,1),x(29,1),x(28,1),x(12,1)];
y_AD=[y(12,1),y(13,1),y(29,1),y(28,1),y(12,1)];
z_AD=[z(12,1),z(13,1),z(29,1),z(28,1),z(12,1)];
plot3(x_AD,y_AD,z_AD); %Elemento AD

```

```

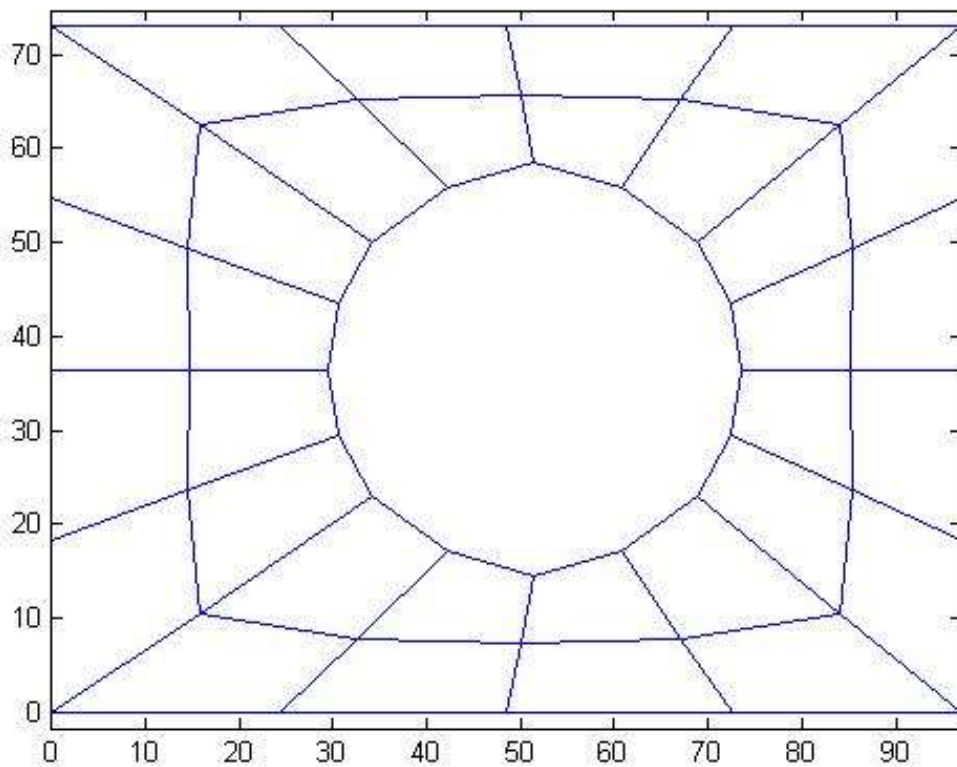
x_AE=[x(13,1),x(14,1),x(30,1),x(29,1),x(13,1)];
y_AE=[y(13,1),y(14,1),y(30,1),y(29,1),y(13,1)];
z_AE=[z(13,1),z(14,1),z(30,1),z(29,1),z(13,1)];
plot3(x_AE,y_AE,z_AE); %Elemento AE

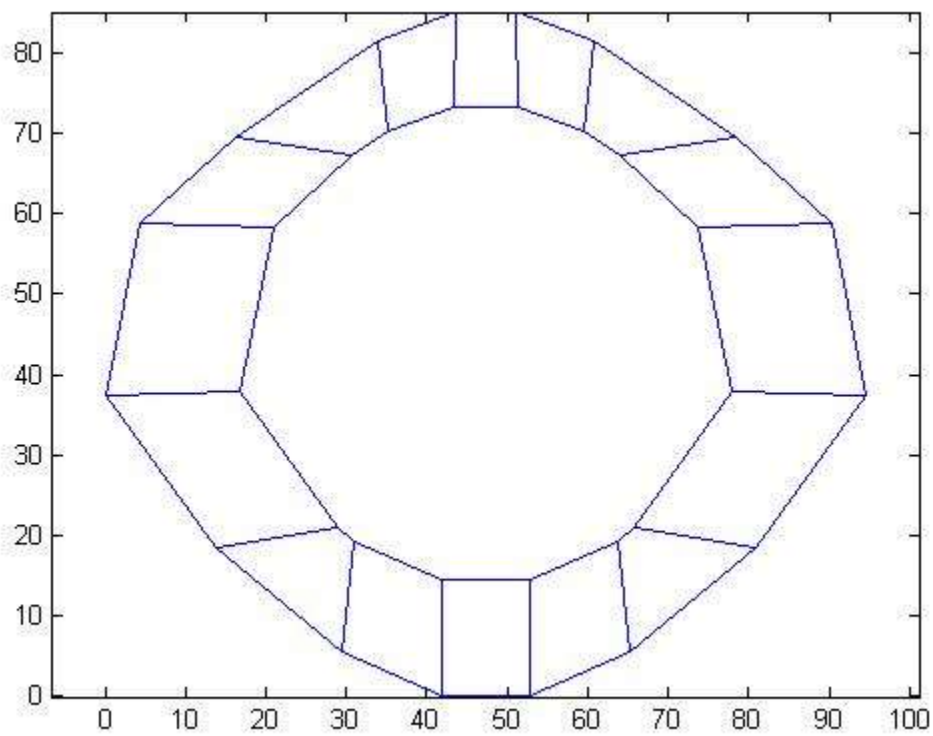
```

```

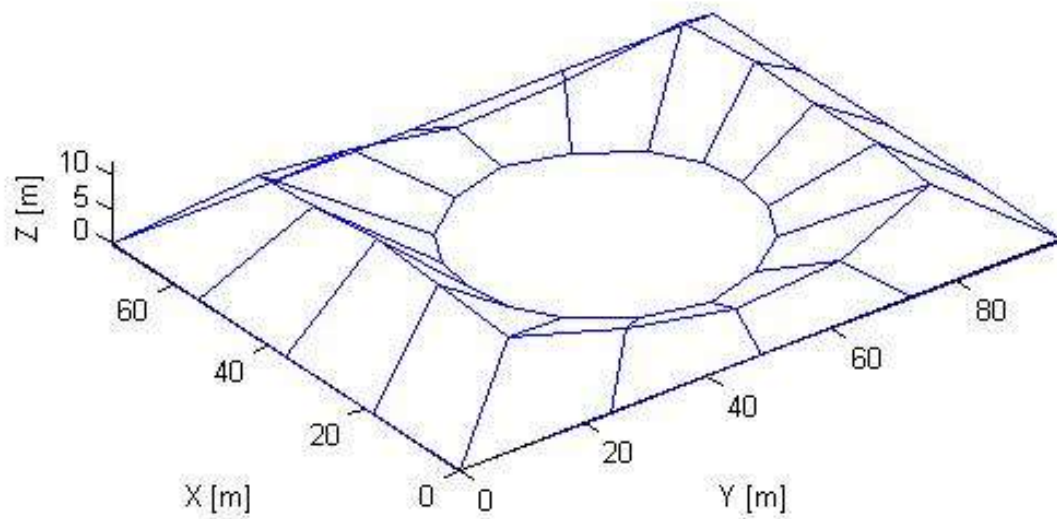
title('GEOMETRIA FINAL');
ylabel('X [m] ');
xlabel('Y [m] ');
zlabel('Z [m] ');
axis equal

```





GEOMETRIA FINAL



ANEXO II. EJEMPLOS DE APRENDIZAJE DE USO DEL PLUG-IN RHINOVAULT

Introducción al software y desarrollo de los ejemplos de aprendizaje del plug-in RhinoVAULT.

El software RhinoVault

RhinoVAULT es una herramienta desarrollada por el Institute of Technology in Architecture de Zurich en la que se ha implementado el método de la teoría de empujes para proporcionar un software intuitivo y rápido con el que trabajar con los diagramas recíprocos para diseñar estructuras funiculares. La teoría de redes de empujes permite la modificación de los diagramas de manera bidireccional para obtener infinitas soluciones.

Con este programa se puede controlar directamente la forma de las mallas de manera interactiva para buscar una forma concreta con una latencia de adaptación de las mallas al cambio de menos de un décimo de segundo.

El software incorpora no sólo la resolución no lineal del equilibrio horizontal y vertical sino también los algoritmos de mallado para generar la malla primal y de optimización para calcular la altura de la estructura. Además, sigue un procedimiento muy similar al empleado en la implementación manual: se generan los diagramas primal y dual, se eligen o modifican los parámetros de diseño y se calcula el equilibrio horizontal, vertical y la forma final de la estructura tridimensional. En el caso de que la forma no sea la buscada, se actualizarían los parámetros y se modificarían las mallas.

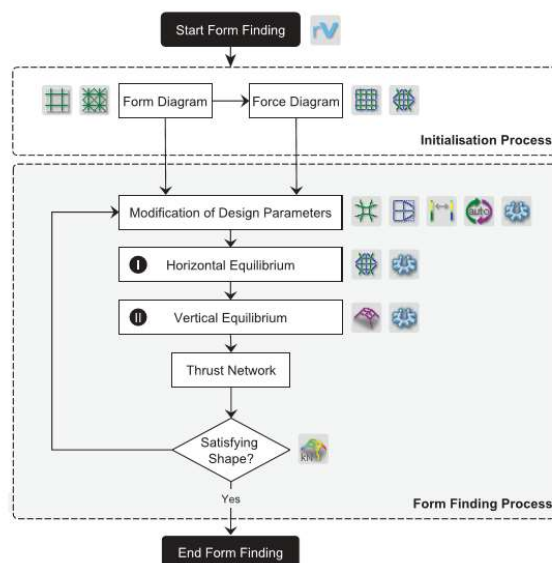


Figura 1. Esquema y operaciones clave del plug-in RhinoVAULT. Rippmann M. Funicular Shell design, 2016.

RhinoVAULT fue diseñado como un plug-in del programa de modelado CAD Rhinoceros y, aunque fue concebida como una herramienta de uso privado para la institución, su progresivo desarrollo y perfeccionamiento hicieron que finalmente se implementase y quedase disponible de manera gratuita en el sitio web del grupo de investigación que lo desarrolló. Debido a su calidad este software fue premiado en 2014 por el ALGODEQ3.

Este software, además de versátil, es una herramienta ampliamente utilizada no sólo en la institución académica que la desarrolló sino también en el ámbito privado para el diseño de estructuras, como la de la figura 5 para el MIT's Collier Memorial.

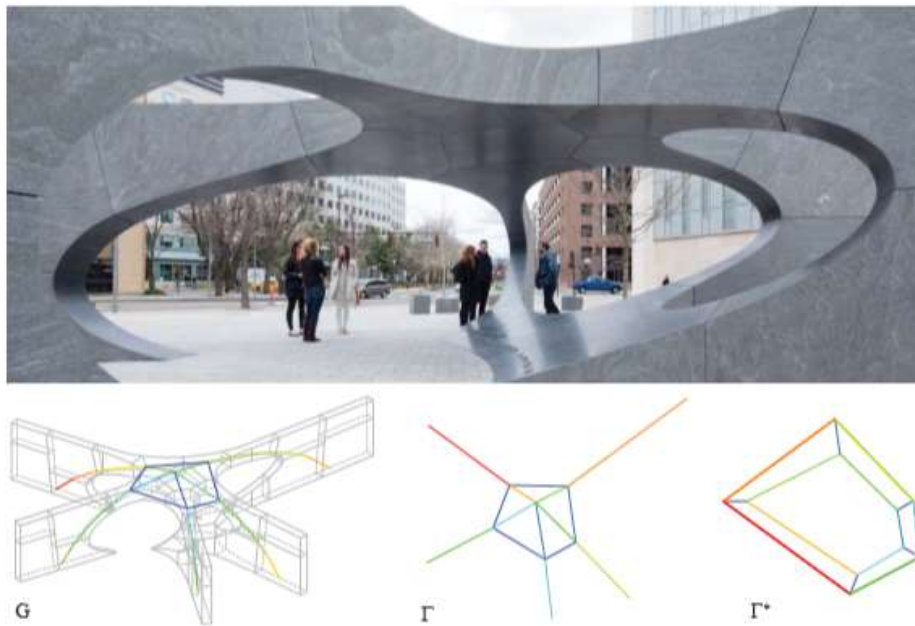


Figura 2. El Collier Memorial y el modelo de análisis de RhinoVAULT. Ochsendorf et al., 2016.

A continuación se van a comentar las opciones de la barra de herramientas del plug-in:

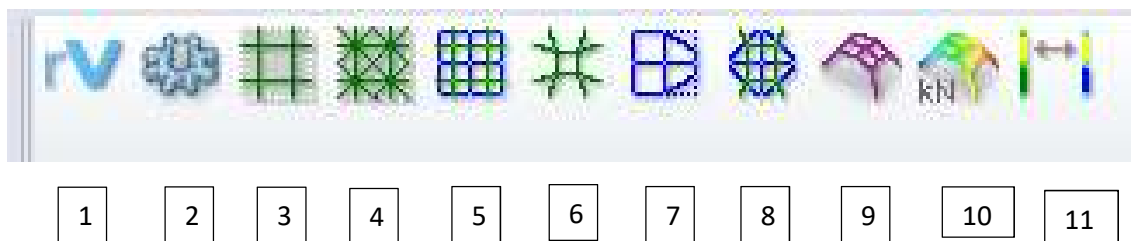


Figura 3. Barra de herramientas del plug-in Rhinovault.

1. rvInitiate: botón para inicializar RhinoVAULT y aceptar las condiciones de uso del programa.

2. rvSettings: botón de ajustes, para controlar valores de generación de las mallas dual y primal, límite de iteraciones y factor de escala de la altura, que no debe confundirse con el factor de escala empleado en el cálculo del método implementado.

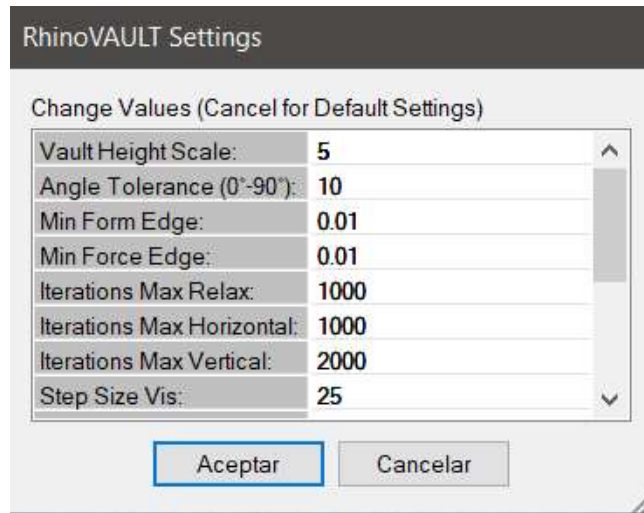


Figura 4. Ajustes iniciales del plug-in.

3. rvForm: botón para generar una malla primal cuadrada inicial, modificable posteriormente para adecuarla a la planta final. En ella se define la densidad de elementos de la malla, orientación en la longitud del lado de los elementos, y contornos. Para ellos emplea un algoritmo de teselación óptima diseñado por el mismo equipo de investigación.
4. rvFormTri: opción similar a la anterior para, a través del control de la longitud objetivo de los elementos, generar una malla de elementos triangulares.
5. rvRelax: la malla generada a partir de la información inicial puede ser grosera y no adaptarse bien a la forma deseada. Esta opción suaviza los vértices de los elementos, por ejemplo, en curvas o formas complejas a las que los elementos no se adaptan adecuadamente.
6. rvDual: genera el diagrama dual mediante los algoritmos de optimización del programa.
7. rvModify: sirve para modificar la malla dual y controlar, por tanto, la magnitud de las fuerzas, lo que tendrá una repercusión directa en la forma de la estructura.

8. rvHorizontal: la malla inicialmente generada no tiene por qué ser una solución adecuada a la forma de la malla original. Con esta opción, se le da más importancia a la malla original o a la malla dual, cambiando su forma para que se correlacionen y representen entre ambas el equilibrio de fuerzas real de la estructura. Asimismo, la opción informa si no se encuentra una solución de equilibrio para la malla original propuesta. En ese caso, habría que modificarla hasta buscar una solución para la cual el resultado converja.
9. rvVertical: a partir del equilibrio horizontal se calcula el equilibrio vertical, reproduciendo el resultado en tres dimensiones en su interfaz.
10. rvForces: permite dar valor a la fuerza nodal para analizar la distribución de las fuerzas en la estructura.
11. rvIdentify: muestra la correspondencia entre las líneas de fuerza del diagrama original y la malla dual.

Ejemplos de aprendizaje del software

Ejemplo básico

Primero se inicializa el modelo en metros y, a continuación, se genera una superficie como para generar la malla primal.

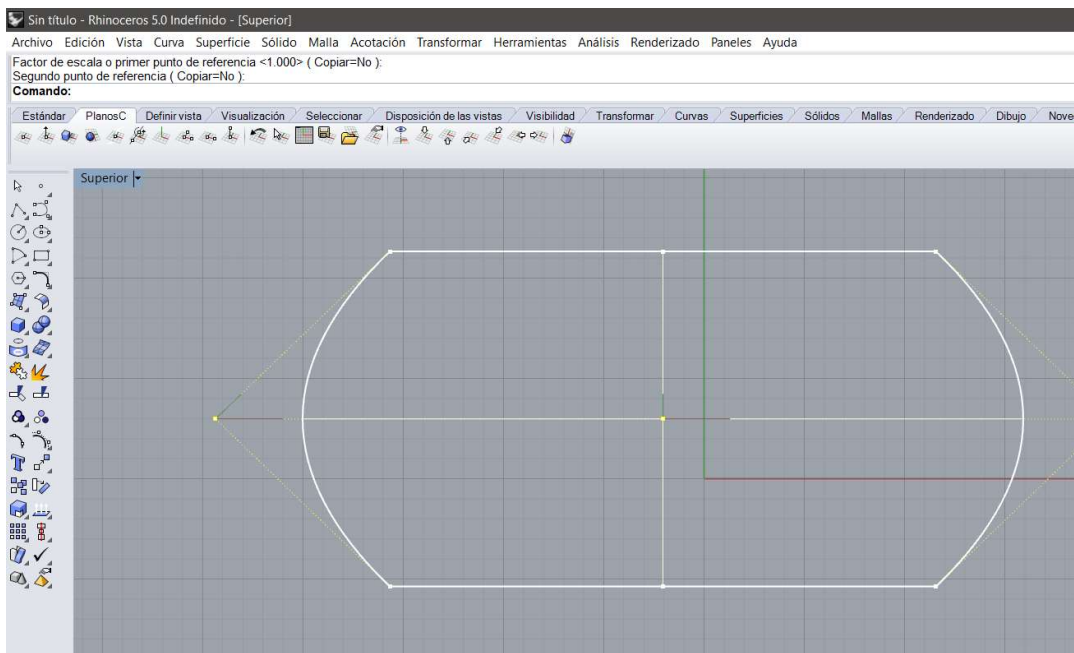


Figura 5. Propuesta de guía para el diagrama primal.

Se selecciona la opción de creación del diagrama original y, una vez se ha activado dicha opción, se seleccionan los parámetros de diseño: longitud aproximada del lado y contornos abiertos.

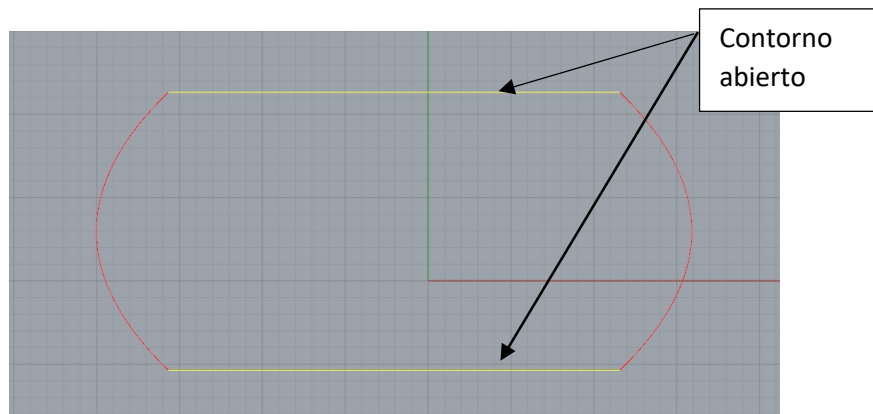


Figura 6. Proceso de construcción de la malla primal.

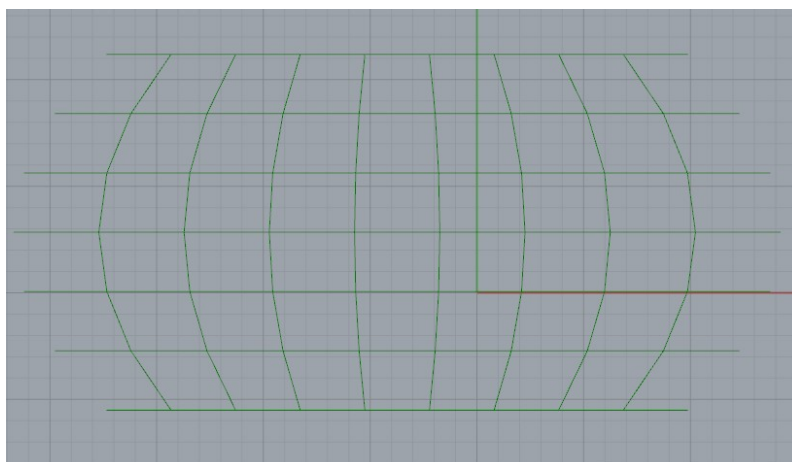


Figura 7. Resultado de la malla primal.

A continuación, se genera el diagrama dual.

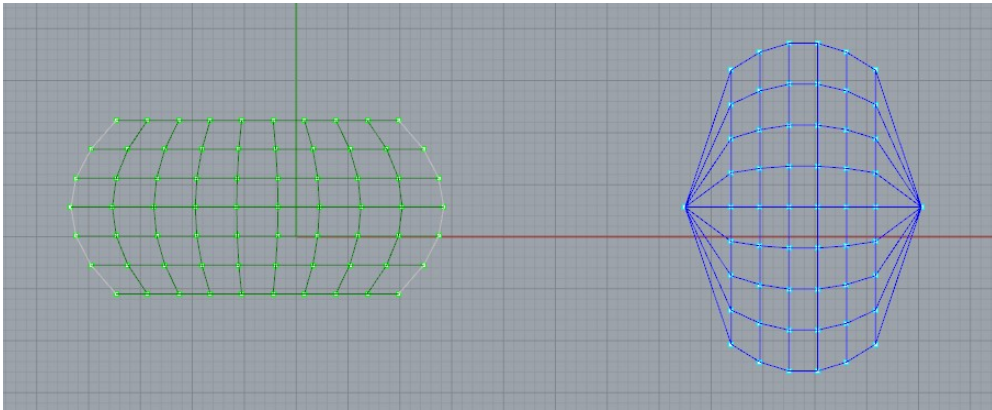


Figura 8. Generación del diagrama dual.

Para poder encontrar una solución para el equilibrio horizontal, primero hay que aplicar el algoritmo de relajación al diagrama original con el siguiente resultado.

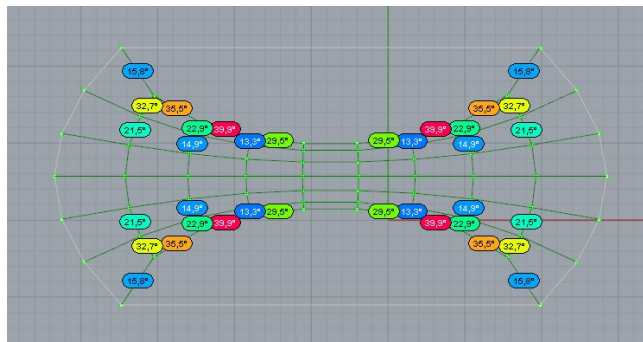


Figura 9. Diagrama original después de la relajación.

Entonces, se aplica el equilibrio horizontal para encontrar una solución de equilibrio que vincule a ambos diagramas, imponiendo que se mantenga intacto el diagrama original o, como lo llama el programa, *force diagram*.



Figura 10. Opciones de forma para el equilibrio horizontal de la barra de herramientas.

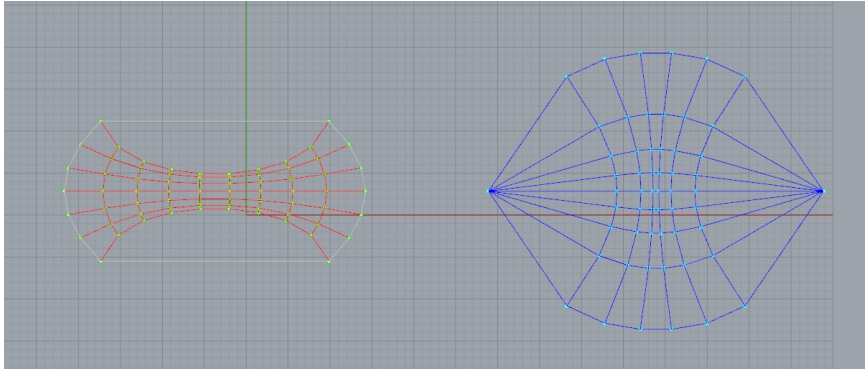


Figura 11. Diagramas primal y dual en equilibrio.

Como último paso, se aplica el equilibrio vertical con los valores por defecto (factor de escala de la altura de valor 5).

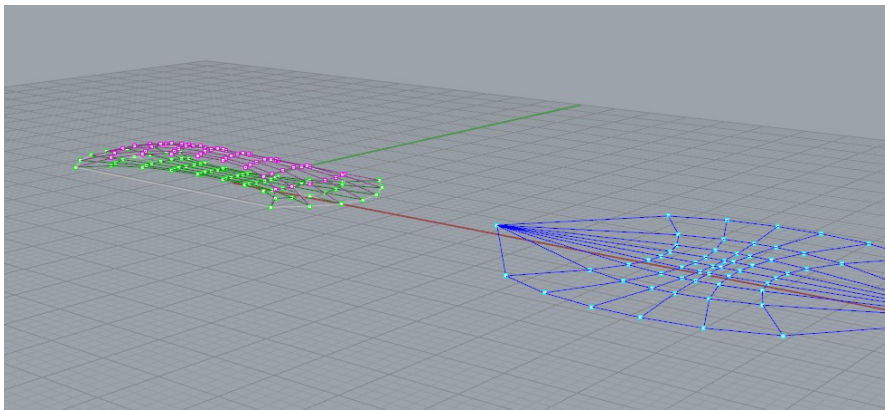


Figura 12. Estructura solución para factor de escala de la altura de valor 5.

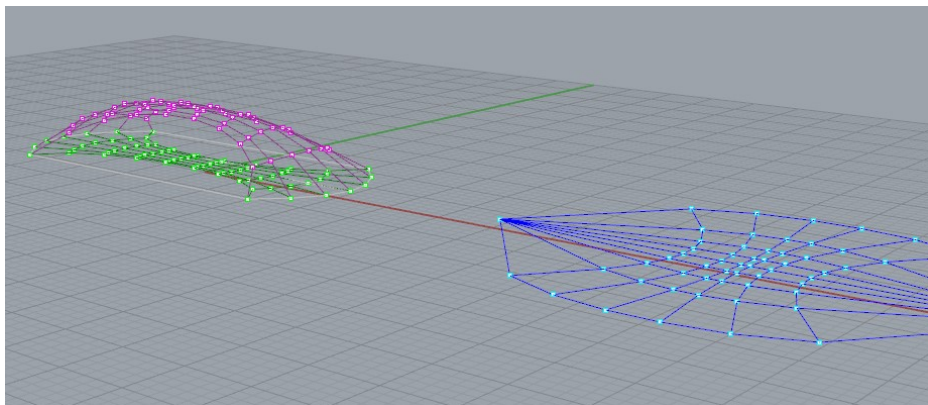


Figura 13. Estructura solución para factor de escala de la altura de valor 10.

A continuación se modifica el diagrama dual para encontrar otra solución posible, también en equilibrio, y apreciar la correlación entre la forma del diagrama dual, que representa la magnitud de las fuerzas, y la estructura tridimensional resultante con el fin de explorar las infinitas soluciones que se tienen para cada propuesta.

Se modifica el diagrama dual a través de la opción rvModify.

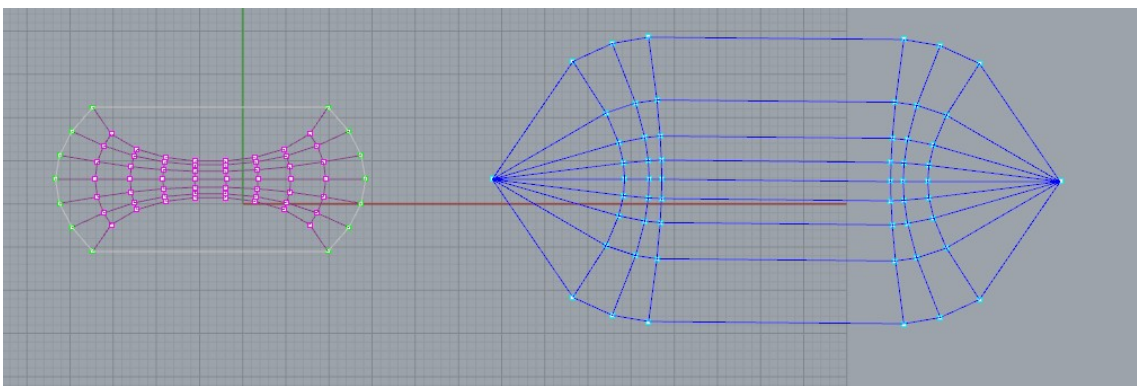
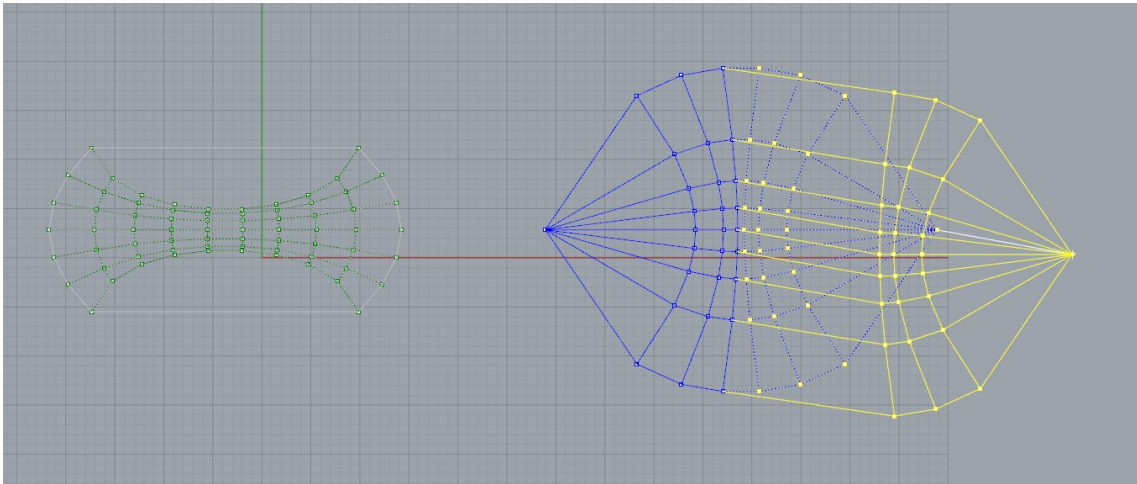


Figura 14. Modificación del diagrama dual.

Ahora, se vuelve a aplicar el equilibrio horizontal para asegurar que todas las ramas son paralelas a las correspondientes en el diagrama dual, pero en este caso se selecciona la opción *neutral*.

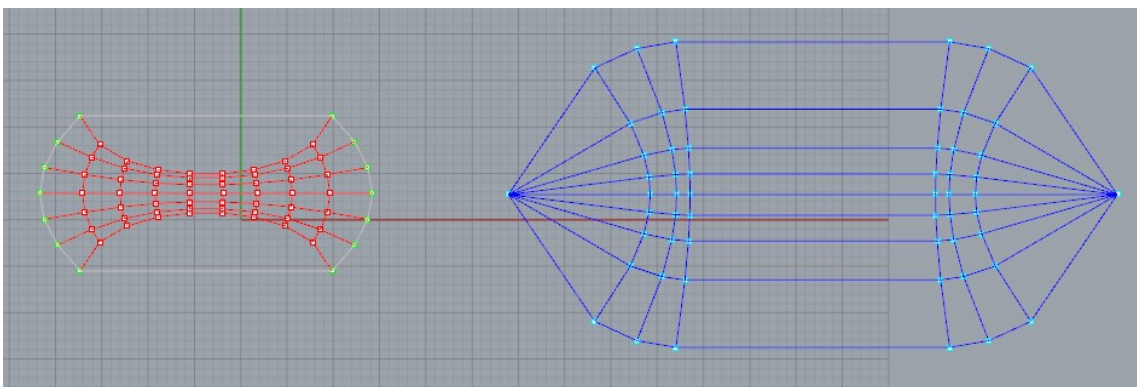


Figura 15. Diagramas en equilibrio después de la modificación.

El último paso es volver a aplicar el equilibrio vertical.

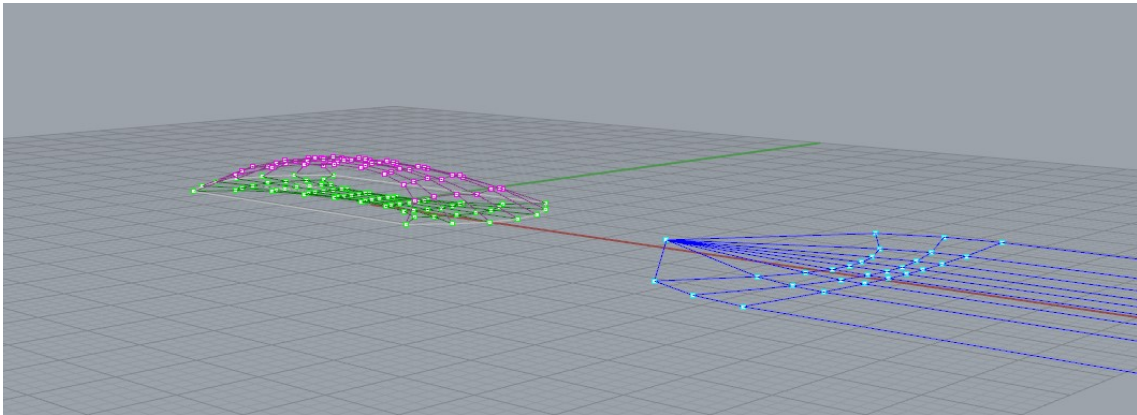


Figura 16. Forma tridimensional del diagrama modificado.

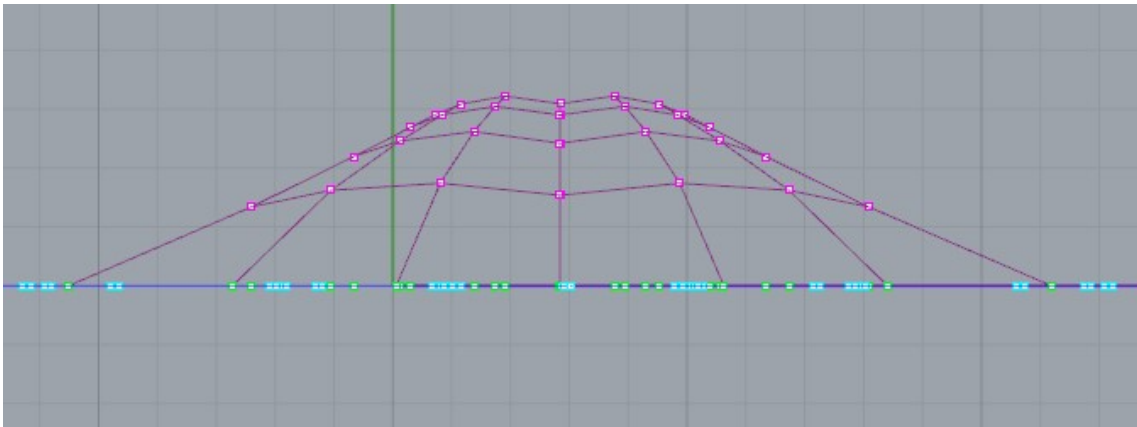


Figura 17. Sección transversal del diagrama original (abajo) y el modificado (arriba).

En la perspectiva no se aprecia la diferencia pero, comparando la sección transversal, se observa un ligero hundimiento central ya que, al aumentar esas ramas en la modificación, se ha aumentado su magnitud y la forma de equilibrio será menos elevada.

Ejemplo avanzado

Nuevamente, se inicia el modelo en metros y se plantea un plano guía para generar la malla primal.

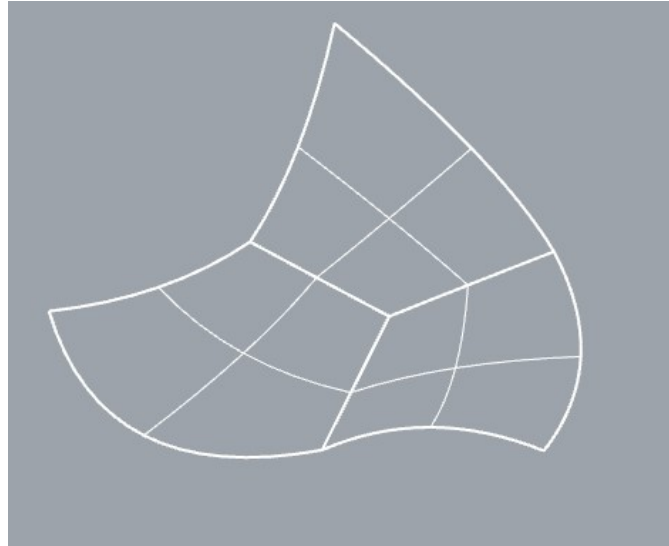


Figura 18. Plano guía del ejemplo avanzado.

Una vez definida, se selecciona la opción rvForm para generar una malla primal de elementos de cuatro barras.

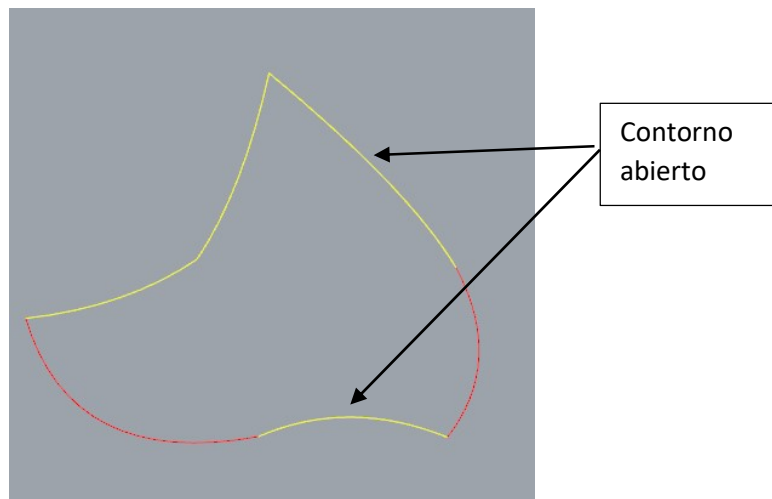


Figura 19. Construcción del diagrama original del ejemplo avanzado.

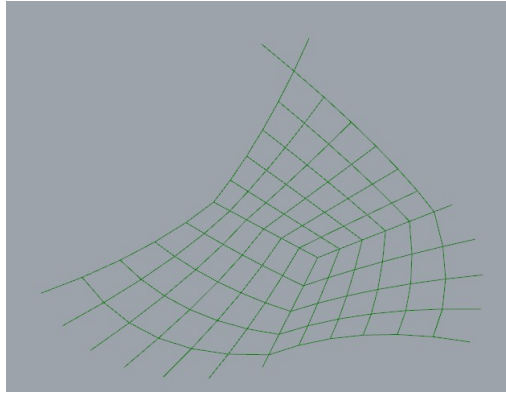


Figura 20. Diagrama discretizado del ejemplo avanzado.

Este diagrama se puede modificar, por ejemplo, creando un agujero en el centro de la bóveda.

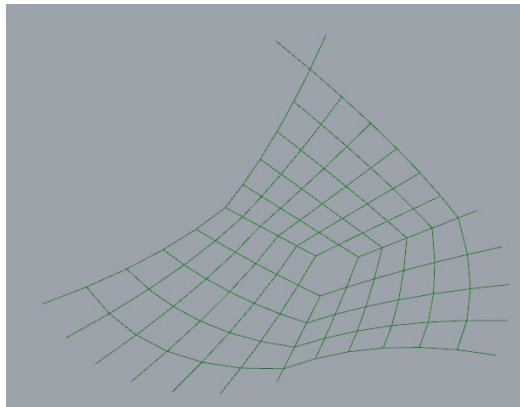


Figura 21. Diagrama discretizado modificado.

Una vez se tiene la forma deseada, se selecciona la opción rvDual para general el diagrama recíproco.

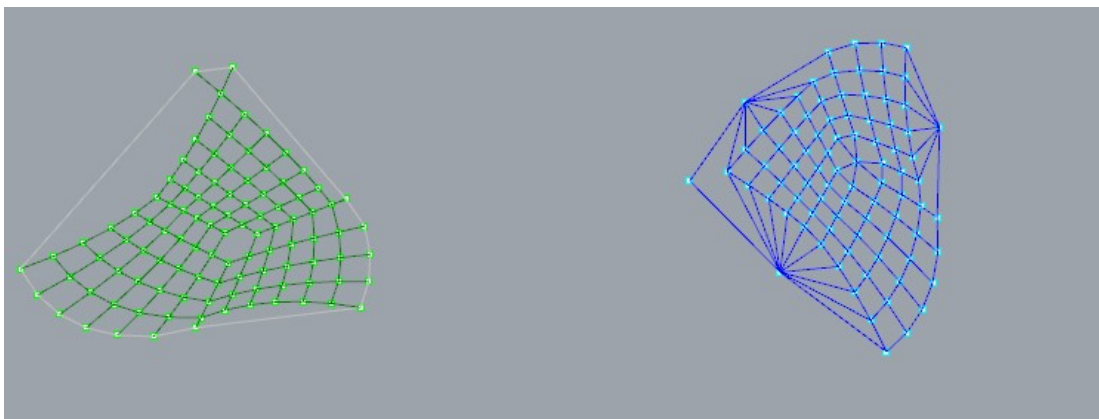


Figura 22. Generación del diagrama dual del ejemplo avanzado.

Para conseguir un resultado más fino, se aplica la opción de relajación para que los elementos se adapten mejor a la forma del diagrama.

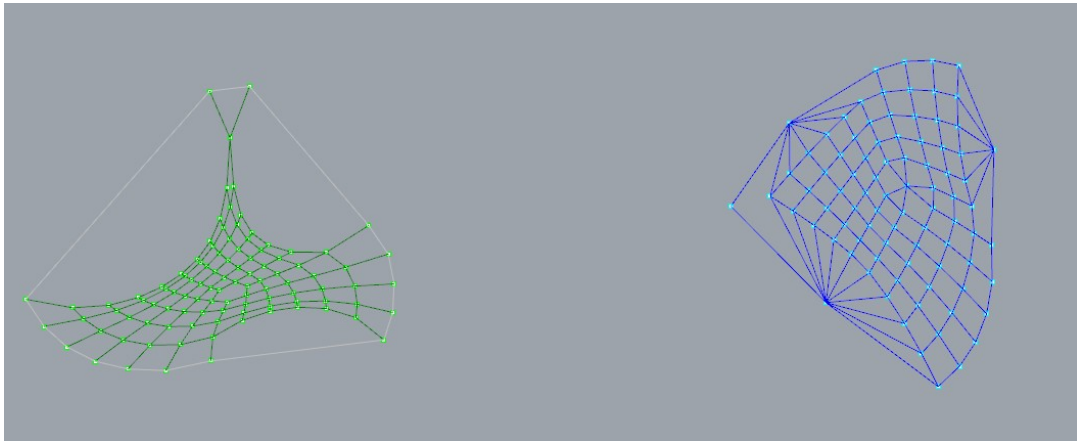


Figura 23. Diagrama después de la aplicación de la opción rvRelax.

Una vez se tiene la forma final del diagrama original, se impone el equilibrio horizontal para que no se modifique la malla primal.

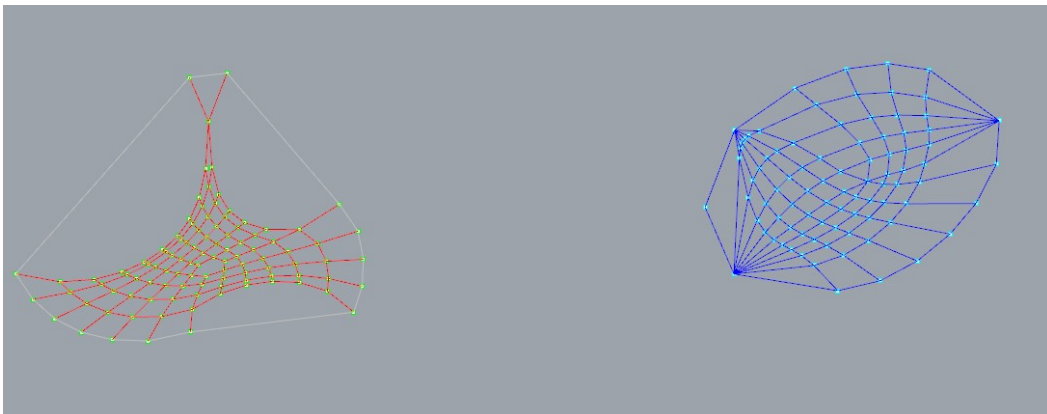
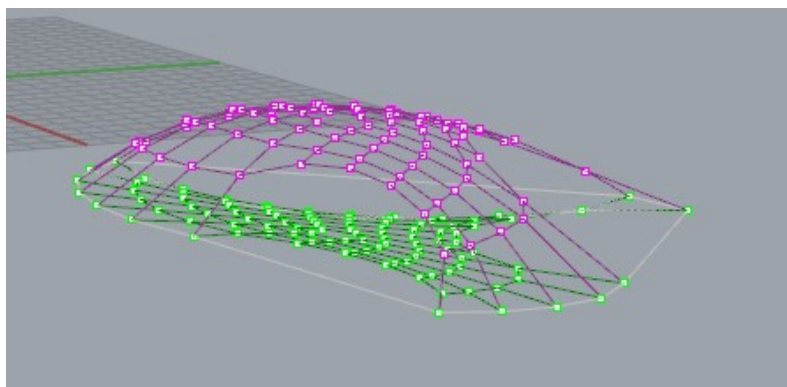


Figura 24. Diagramas finales del ejemplo avanzado después de aplicar el equilibrio horizontal.

Como último paso, se aplica el equilibrio vertical con los valores por defecto, los cuales son modificables y harían que la figura tridimensional se actualizara de manera automática.



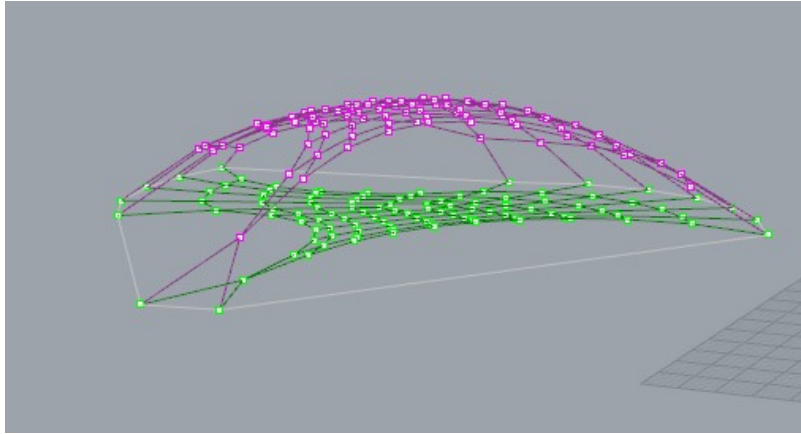


Figura 25. Dos vistas del resultado del equilibrio vertical en el ejemplo avanzado.

ANEXO III. CONSTRUCCIÓN DE LOS EJEMPLOS CON EL SOFTWARE RHINOCEROS

A continuación se muestra el proceso detallado de construcción de los ejemplos elaborados en la codificación para su validación.

Primer ejemplo

El proceso se inicia inicializando el modelo en metros e introduciendo la geometría propuesta.

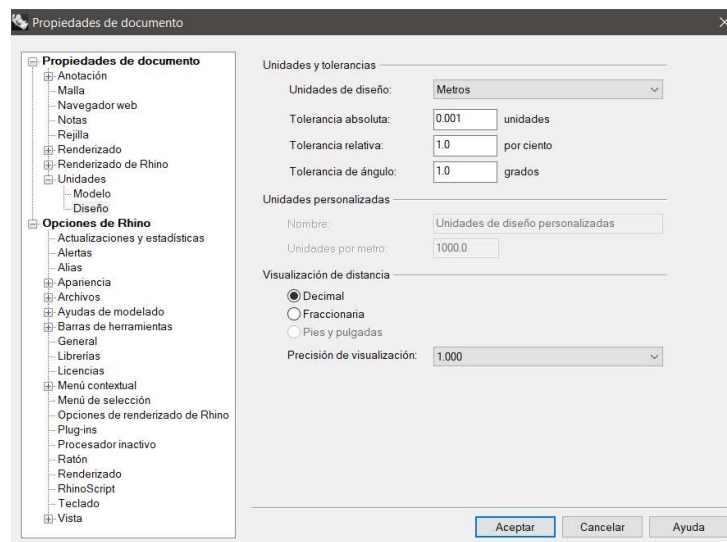


Figura 1. Definición de las unidades del modelo en metros.

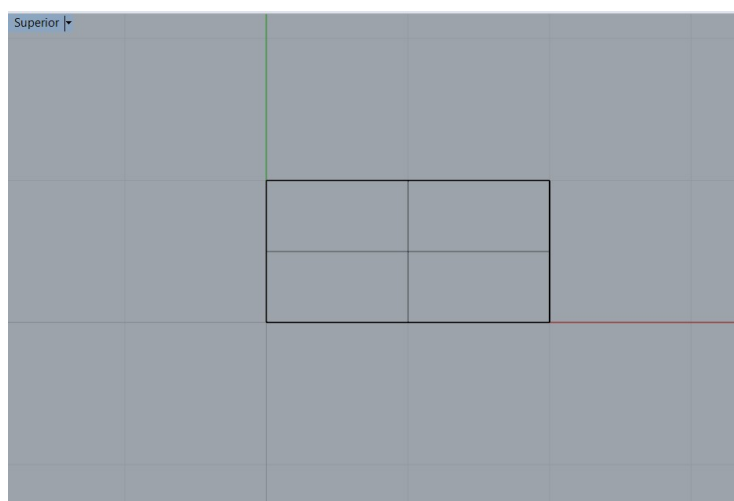


Figura 2. Superficie guía para el primer ejemplo.

A continuación, se genera la malla primal como se ha hecho de manera manual. Primero se define una longitud objetivo de 1 m de lado para crear triángulos que se adapten a nuestro modelo y, si la malla es diferente a la hecha para la codificación, se modificará para que se parezca lo máximo posible.

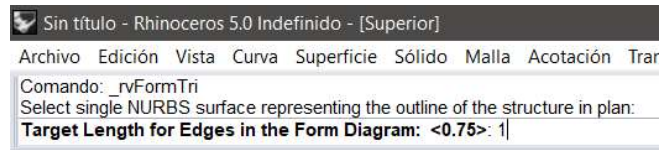


Figura 3. Definición de la longitud objetivo para los lados de los elementos a 1 m.

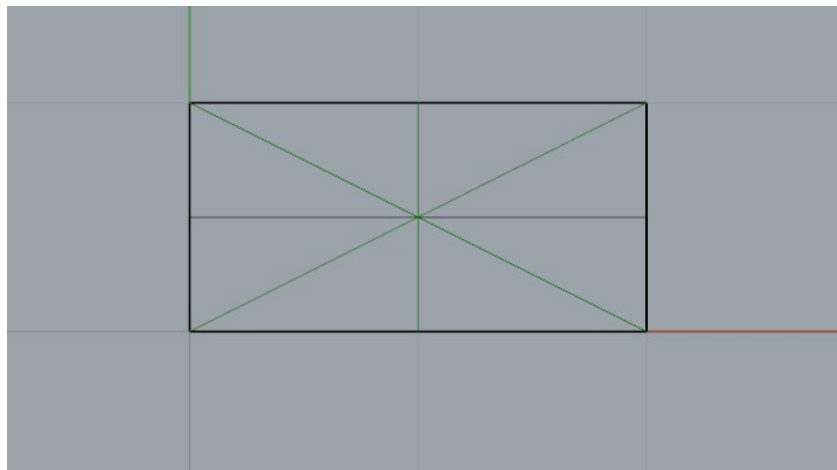


Figura 4. Diagrama generado de manera automática para el primer ejemplo.

El diagrama es similar al original, pero se puede hacer idéntico eliminando las ramas centrales mediante las herramientas de recorte.



Figura 5. Icono de la herramienta *recortar* para eliminar las ramas innecesarias.

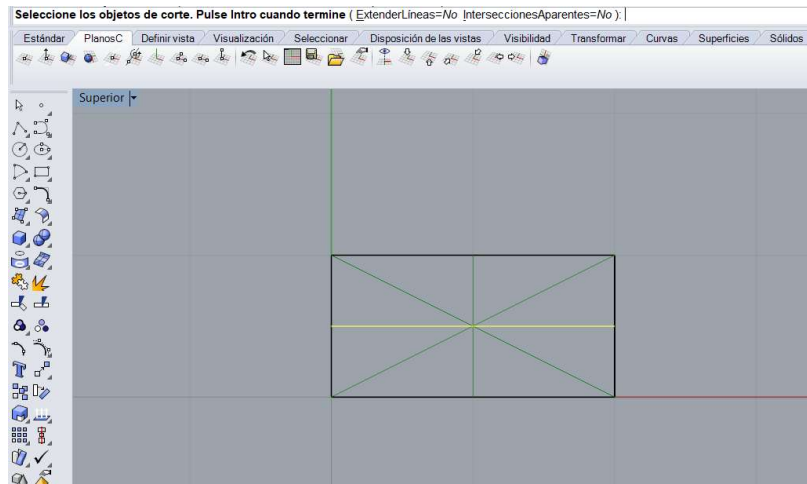


Figura 6. Selección de las líneas de contorno para el recorte.

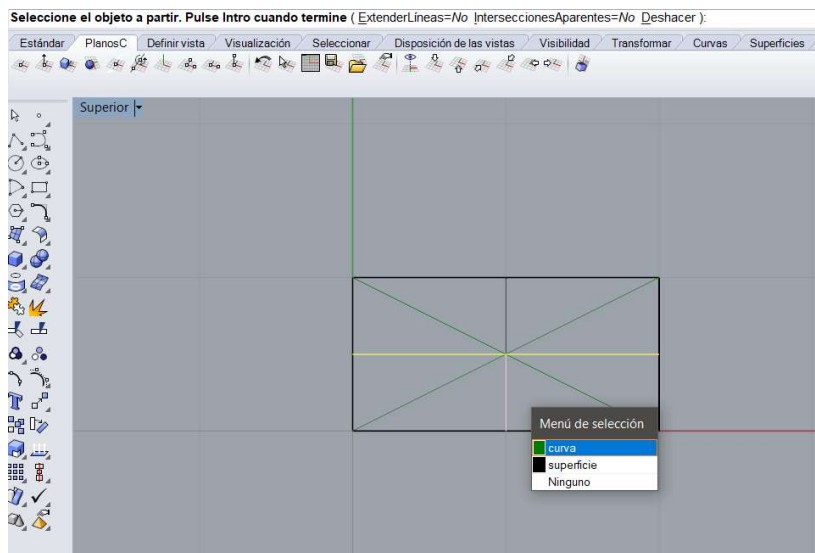


Figura 7. Selección de las líneas a recortar.

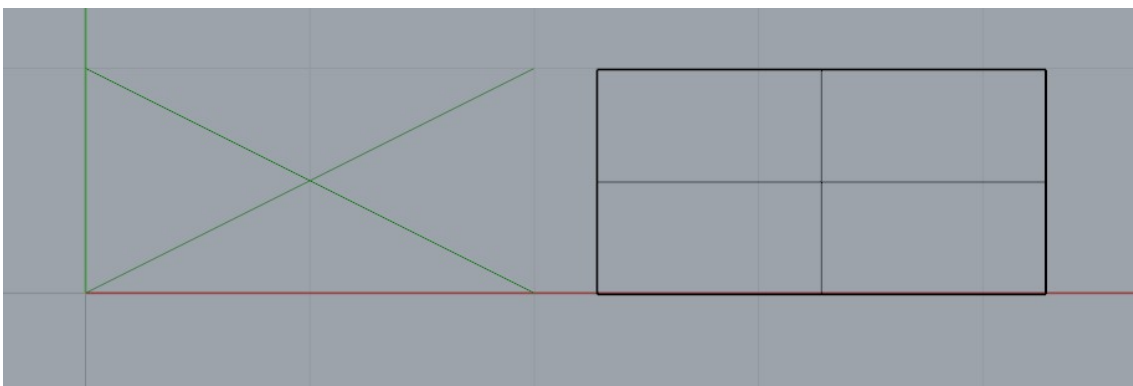


Figura 8. Resultado final idéntico al propuesto para el primer ejemplo.

A continuación se genera el diagrama dual inicial con la opción rvDual.

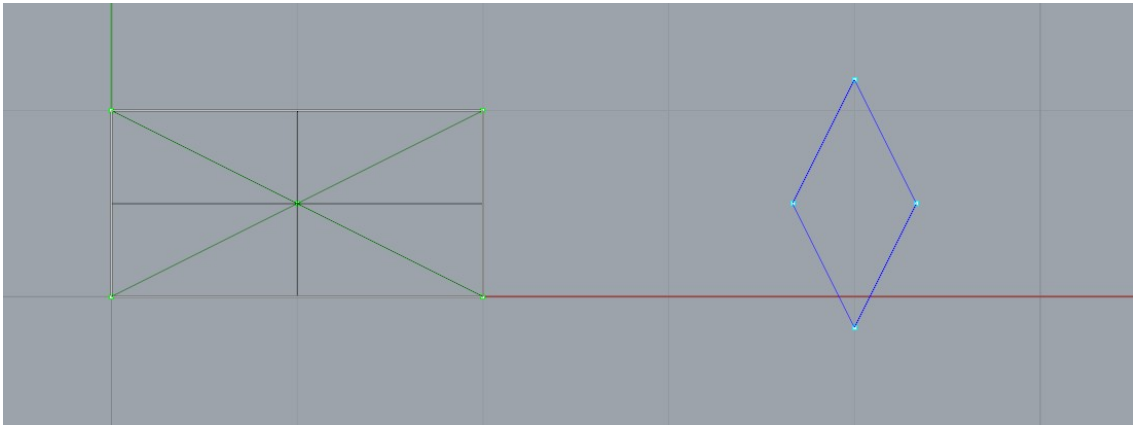


Figura 9. Generación del diagrama dual para el primer ejemplo.

El siguiente paso es imponer que el diagrama dual esté el equilibrio horizontal. Para ello, se tiene que asegurar que la forma de la malla primal queda intacta y sólo se adapta el diagrama recíproco.

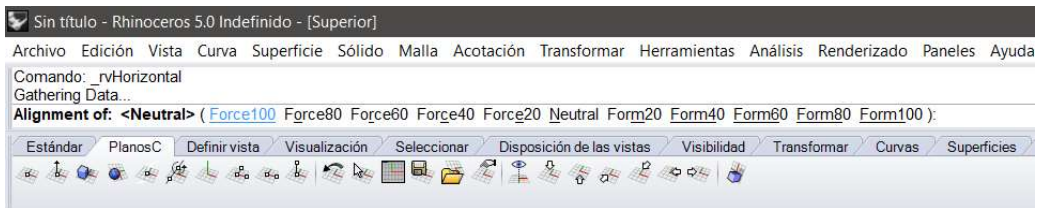


Figura 10. Imposición de equilibrio horizontal sin modificar el diagrama original.

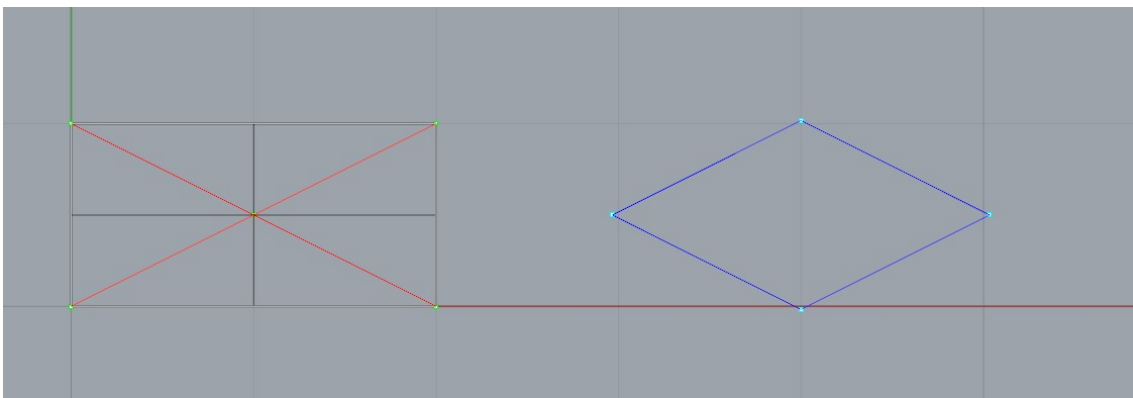


Figura 11. Resultado de equilibrio horizontal para el primer ejemplo.

Ya sólo queda definir el factor de escala de la altura que consiga la altura más próxima al resultado de la codificación. Esto se produce para un factor de escala de la altura de 7.1.

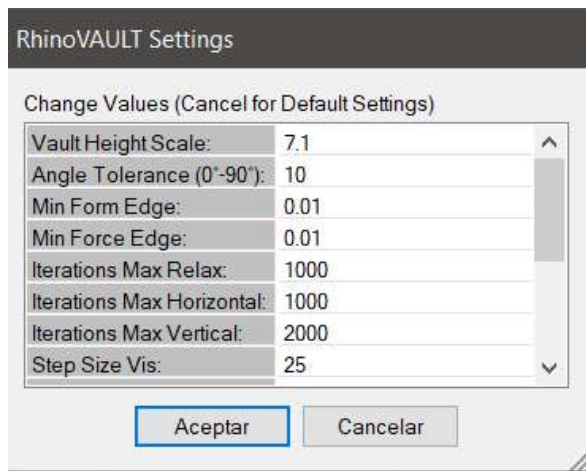


Figura 12. Modificación de los ajustes para aplicar un factor de escala de la altura de 7.1.

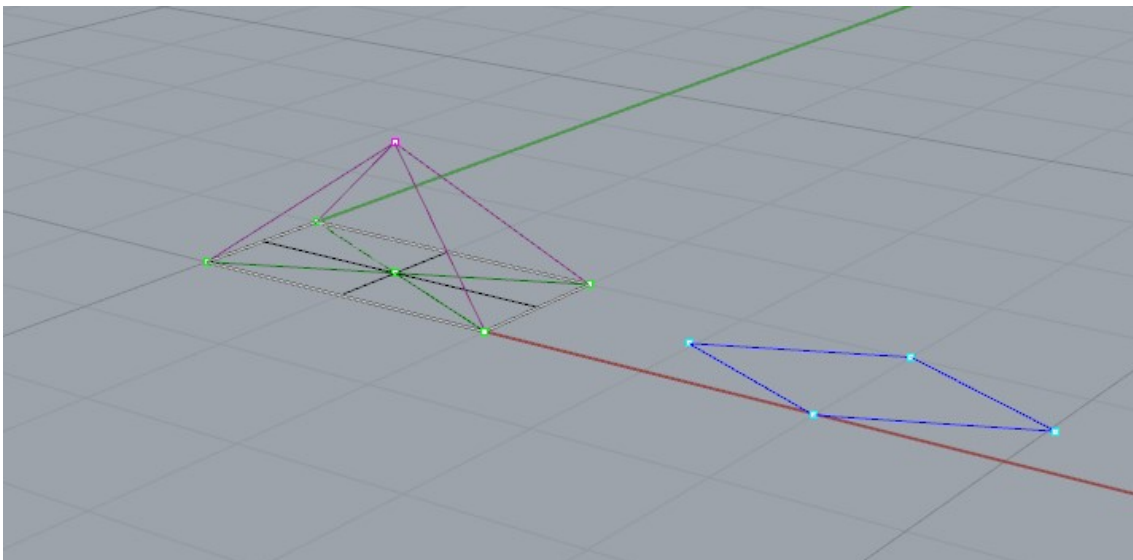


Figura 13. Resultado tridimensional del primer ejemplo.

En estos ejemplos es interesante comparar también los resultados de las fuerzas, ya que se calculan de manera directa. Para la carga impuesta de 0.5 kN, las fuerzas resultantes son de 0.22 kN



Figura 14. Definición de las cargas como 0.5 kN.



Figura 15. Especificación de la fuerza que se quiere calcular, en este caso la resultante.

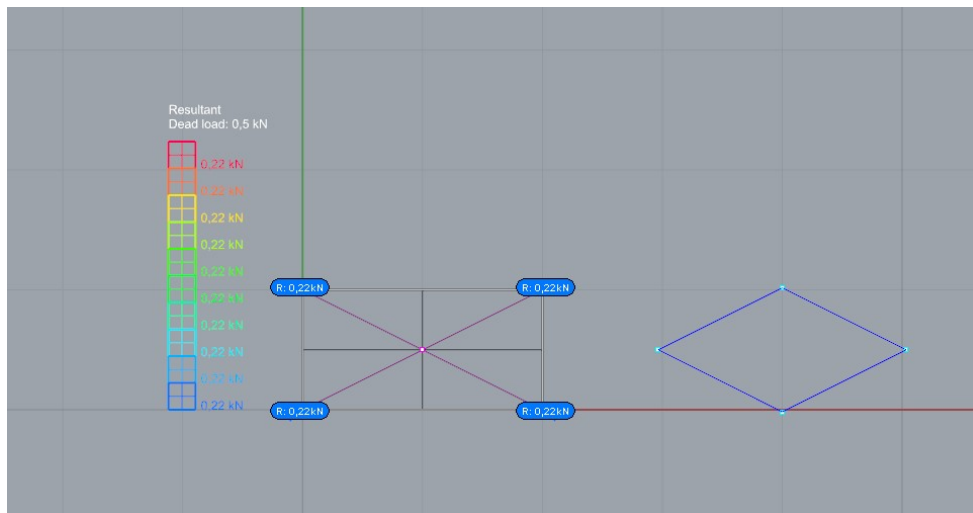


Figura 16. Resultado del cálculo de las fuerzas.

Segundo ejemplo

Nuevamente, el cálculo se inicia definiendo las unidades en metros y construyendo el plano guía que dará la forma del diagrama original discretizado.

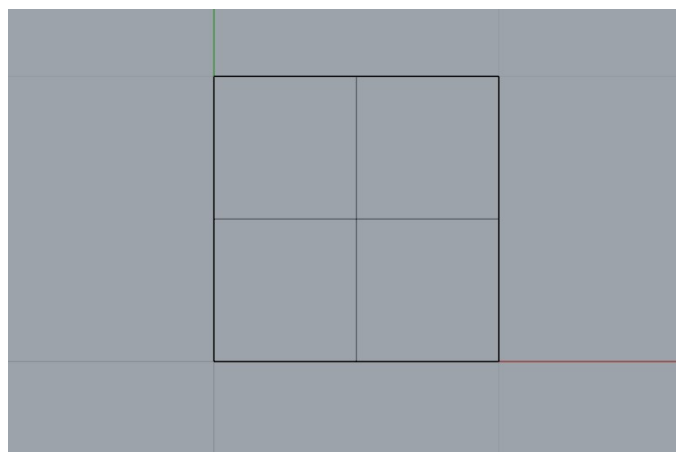


Figura 17. Plano contorno del segundo ejemplo.

El siguiente paso es la discretización de ese contorno con elementos cuadrados a través de la opción rvForm. Para ello se establece una longitud de lado objetivo de 0.25 m para su posterior modificación.

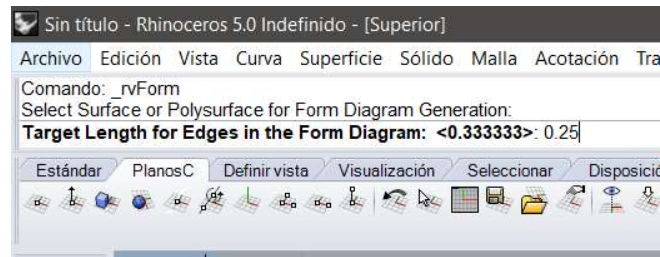


Figura 18. Definición de la longitud objetivo del segundo ejemplo.

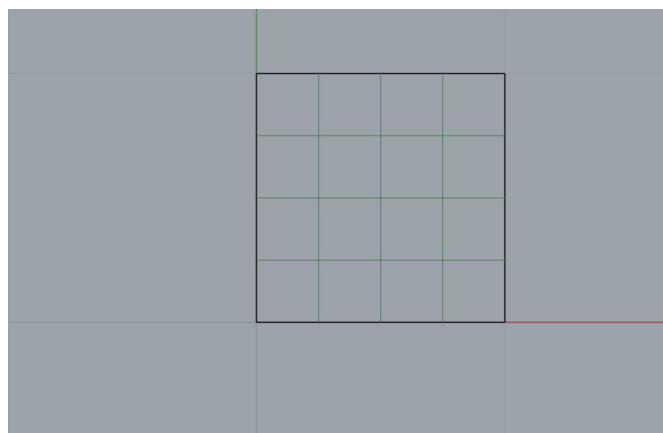


Figura 19. Malla resultante de la discretización para el segundo ejemplo.

A continuación se eliminan las ramas innecesarias y se giran y modifican las de los extremos para darles una inclinación de 45°.

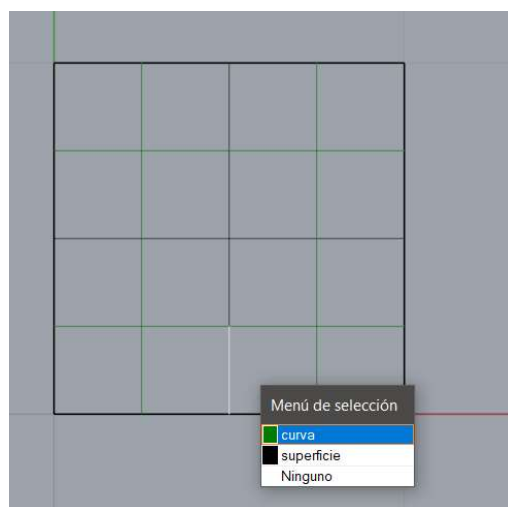


Figura 20. Selección de la curva para su eliminación.

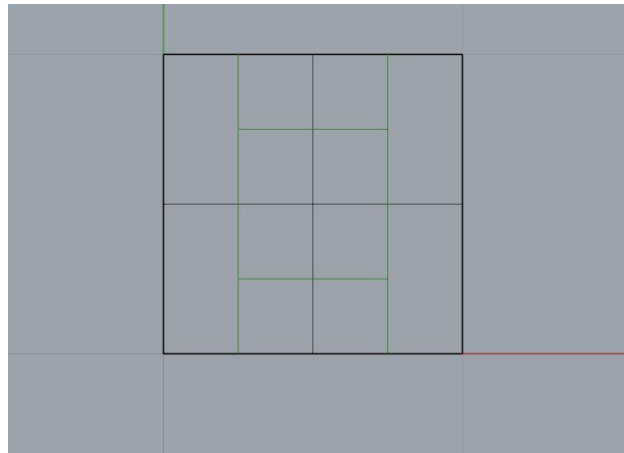


Figura 21. Diagrama después de eliminar las curvas innecesarias.

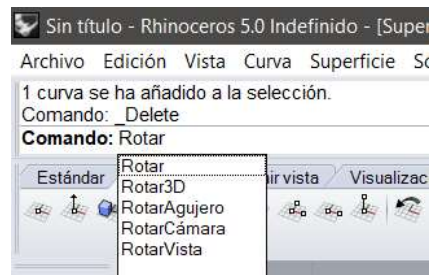


Figura 22. Selección de la opción *rotar* para dar la inclinación necesaria a las ramas de los extremos.

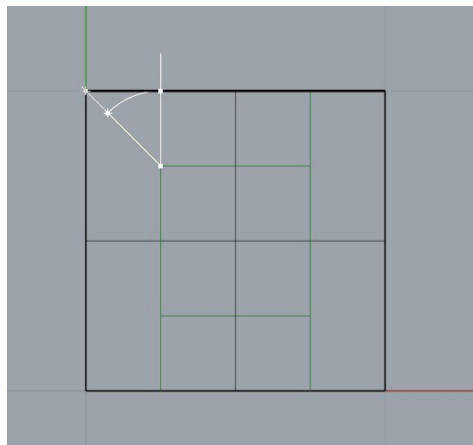


Figura 23. Definición del giro para una de las curvas.

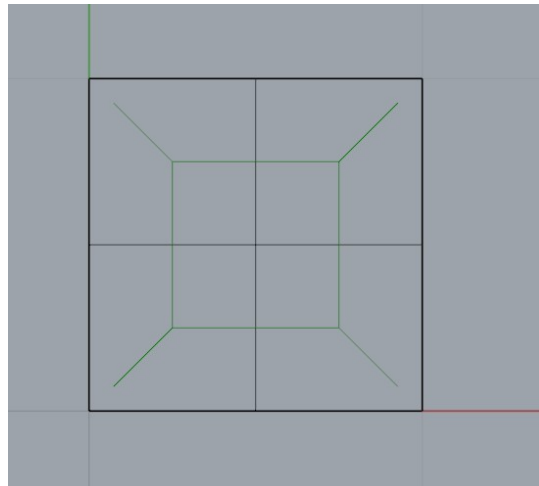


Figura 24. Resultado de todas las ramas rotadas del segundo ejemplo.

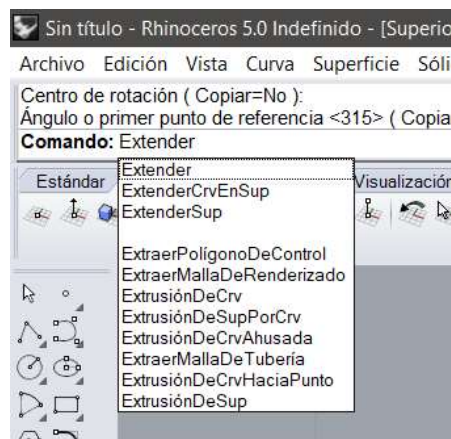


Figura 25. Selección de la opción extender para que las ramas de los extremos lleguen al contorno.

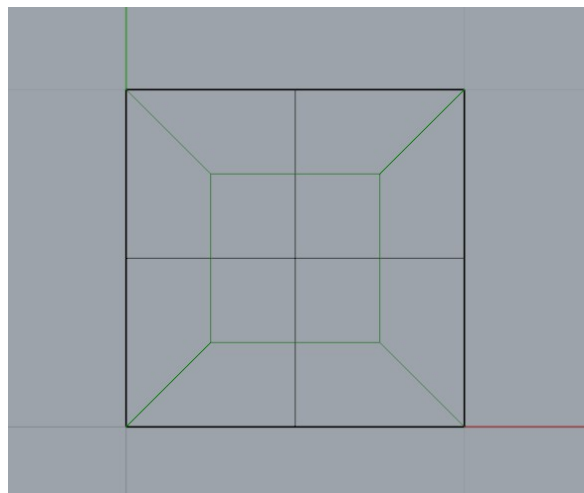


Figura 26. Imagen de la discretización final para el cálculo de la figura tridimensional del segundo ejemplo.

Una vez se tiene definido el diagrama original se genera la malla dual a través de la opción rvDual.

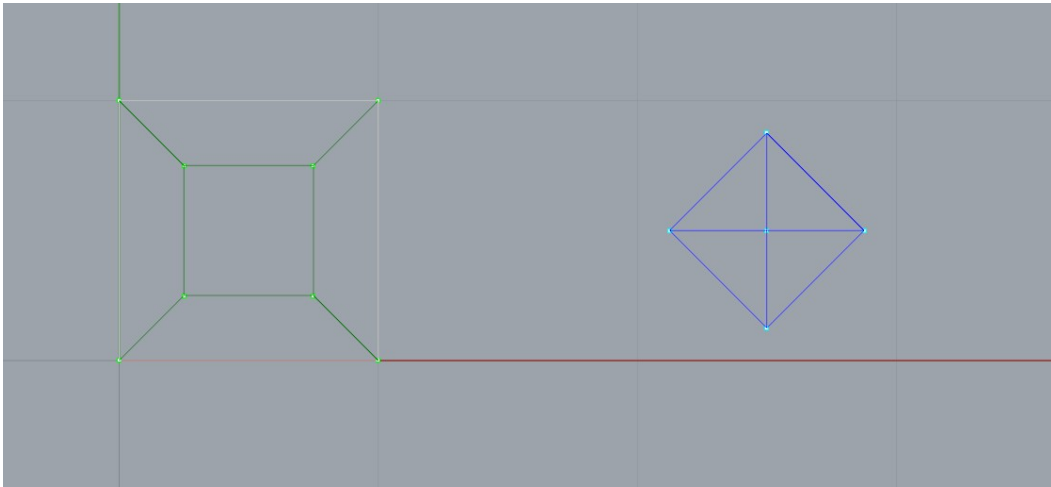


Figura 27. Generación de la malla dual del segundo ejemplo.

Una vez se tienen ambos diagramas, se asegura el equilibrio aplicando el equilibrio horizontal e imponiendo que se mantenga invariante la malla primal.

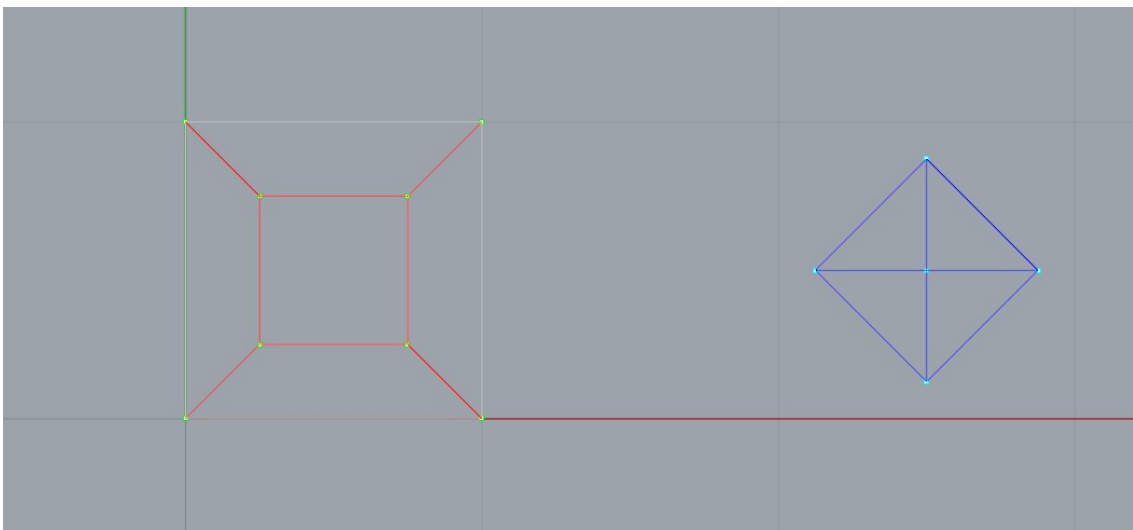


Figura 28. Diagramas después de aplicar el equilibrio horizontal en el segundo ejemplo.

El último paso es imponer el equilibrio vertical para construir la figura tridimensional con el factor de escala de la altura que proporciona un resultado similar al conseguido mediante la implantación en Matlab. Este factor de escala de la altura es 4.75.

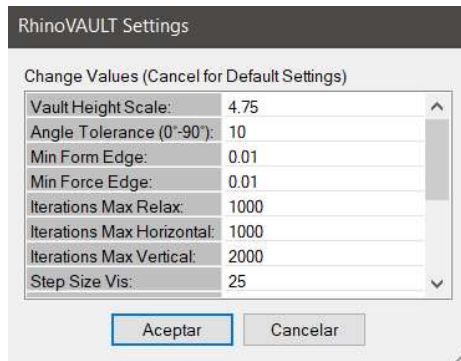


Figura 29. Imposición del factor de escala de la altura de 4.75 para el segundo ejemplo.

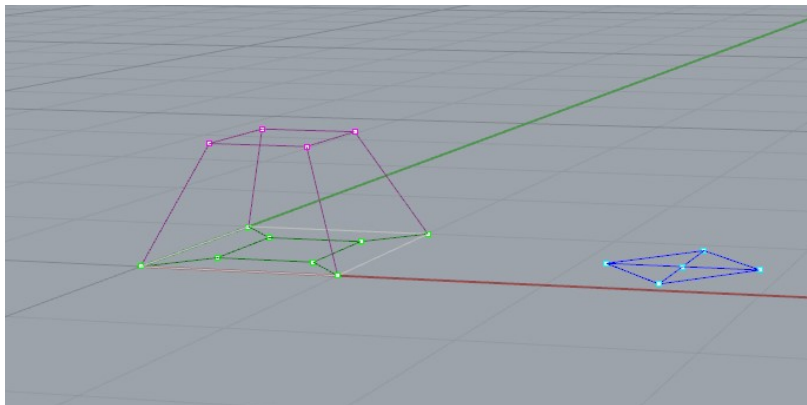


Figura 30. Resultado tridimensional para el segundo ejemplo.

Para este ejemplo también se han obtenido las fuerzas resultantes para una carga nodal idéntica para los cuatro nudos interiores de 0.5 kN.

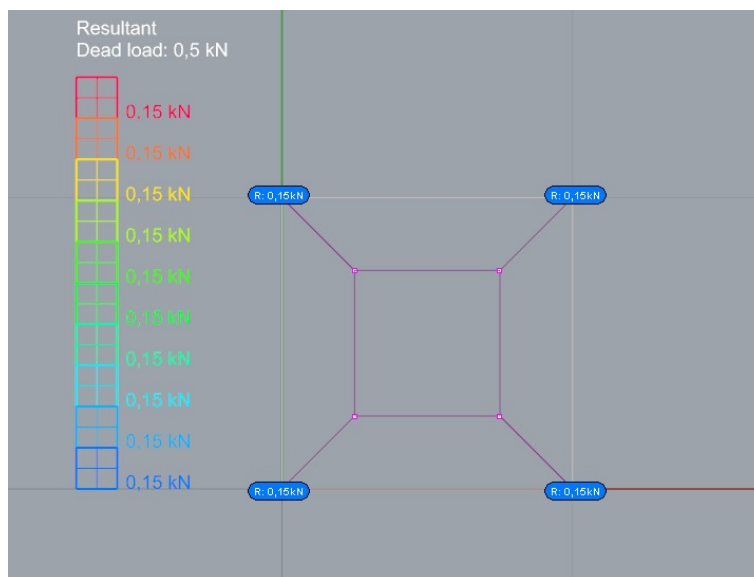


Figura 31. Reacciones resultantes en el segundo ejemplo para una carga nodal de 0.5 kN.

Tercer ejemplo

El primer paso es inicializar el modelo en metros e introducir los límites de la planta para crear la superficie guía. EL contorno se compone de un rectángulo de 87 x 98 metros, con un círculo central de 44 m de diámetro y desplazado un offset de 3 en el eje horizontal.

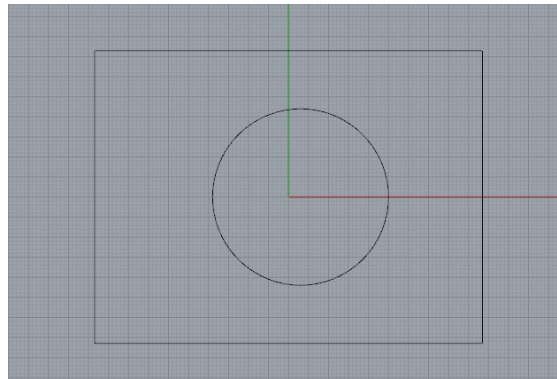


Figura 32. Contornos del tercer ejemplo.

La superficie se genera con la herramienta *transición* a partir de las curvas de contorno con el fin de que se adapte mejor a la geometría.



Figura 33. Icono y localización de la herramienta *transición*.

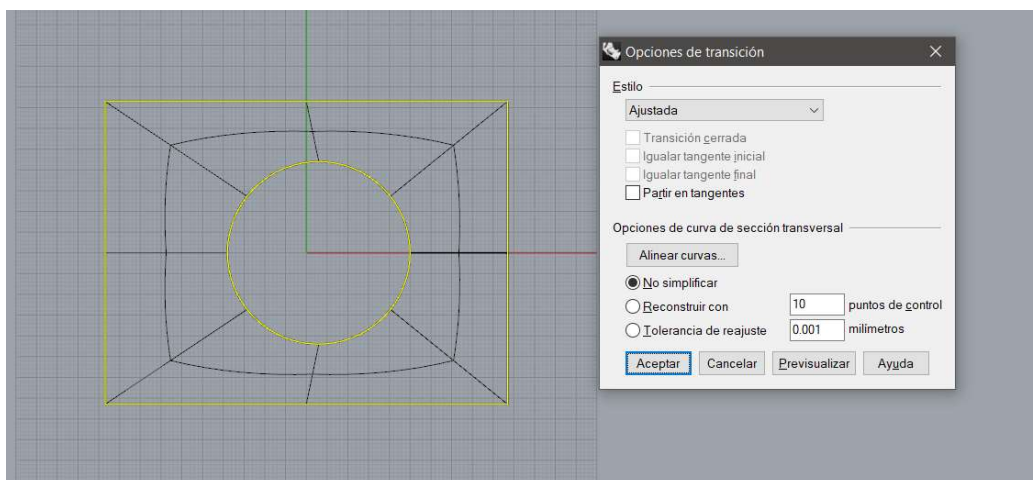


Figura 34. Opciones seleccionadas para crear la superficie.

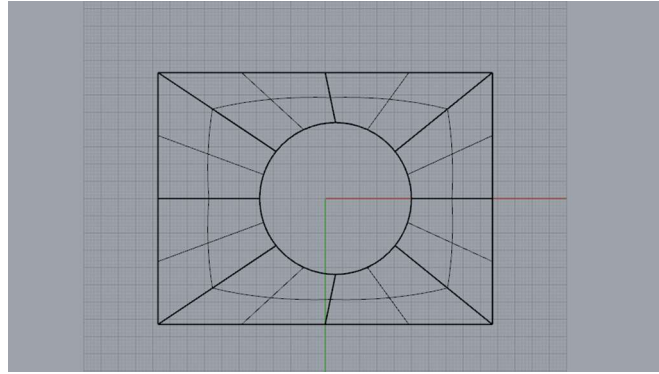


Figura 35. Resultado de la superficie para el tercer ejemplo.

Una vez se tiene la planta, ya se puede generar la malla original con las líneas guía generadas con rvForm. Se van a emplear elementos de cuatro barras para que en los nudos converjan cuatro ramas y el índice de indeterminación sea menor para poder resolverlo a mano. Además, se va a limitar el número de elementos estableciendo como longitud de lado para los elementos 15 metros.



Figura 36. Definición de la longitud de lado objetivo para los elementos del tercer ejemplo.

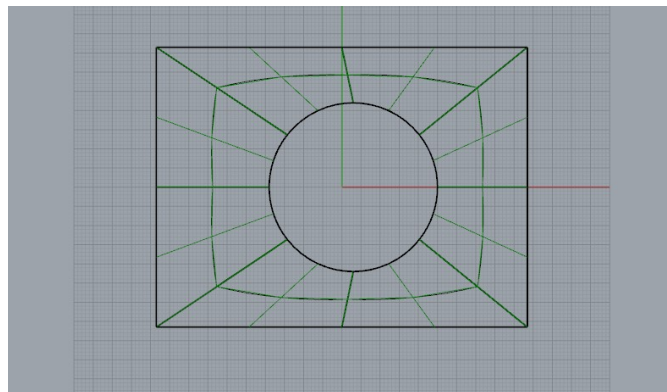


Figura 37. Resultado de la malla primal para el tercer ejemplo.

El siguiente paso es generar la malla dual, simplemente seleccionando la opción rvDual ya que detecta los diagramas que tiene que convertir.

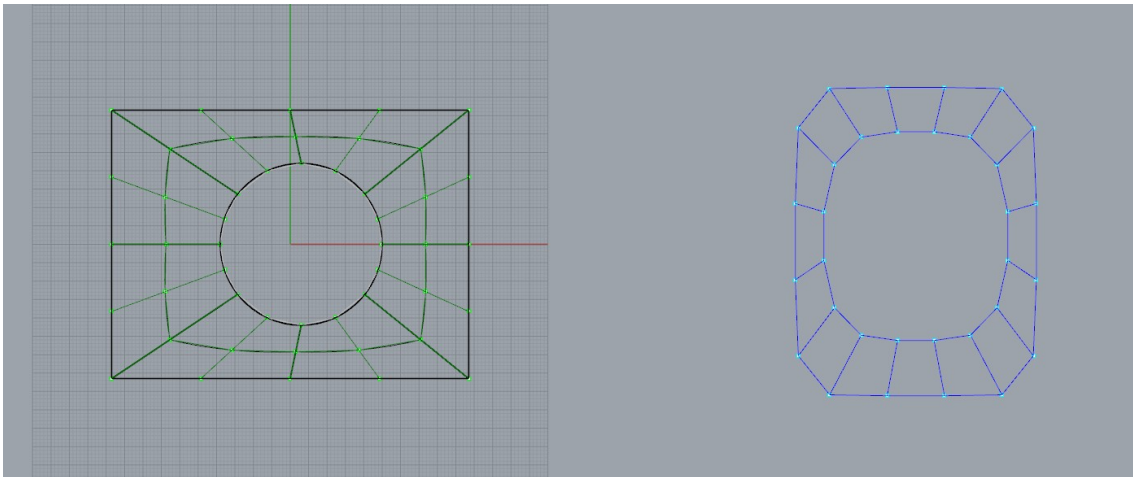


Figura 38. Primera malla recíproca generada para el tercer ejemplo.

Una vez se tienen ambos diagramas se aplica el equilibrio horizontal con `rvHorizontal` para que la malla primal quede invariante.

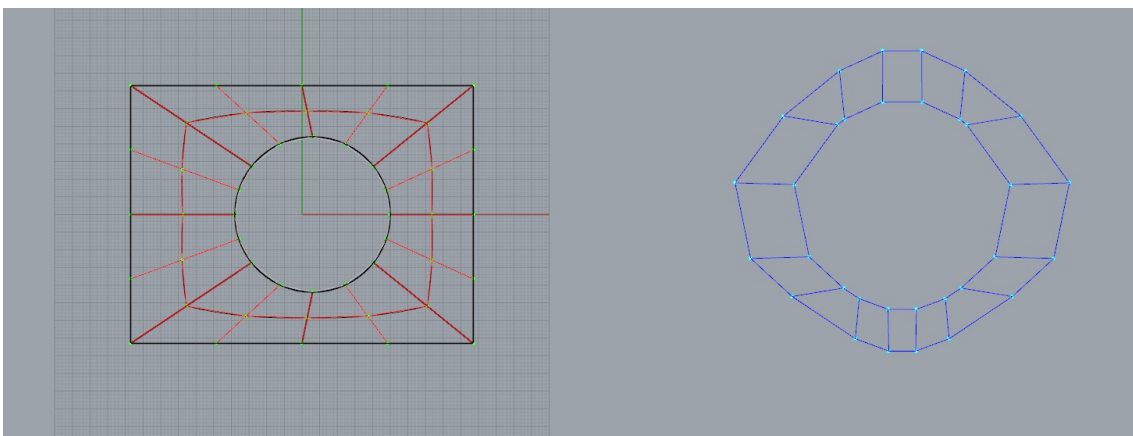


Figura 39. Diagramas recíprocos del tercer ejemplo en equilibrio horizontal.

El último paso sería construir el modelo tridimensional con `rvVertical` y determinando el factor de escala de la altura que proporciona una solución más cercana a la obtenida en la codificación. Ésto se consigue con un factor de escala de la altura de 6.5.

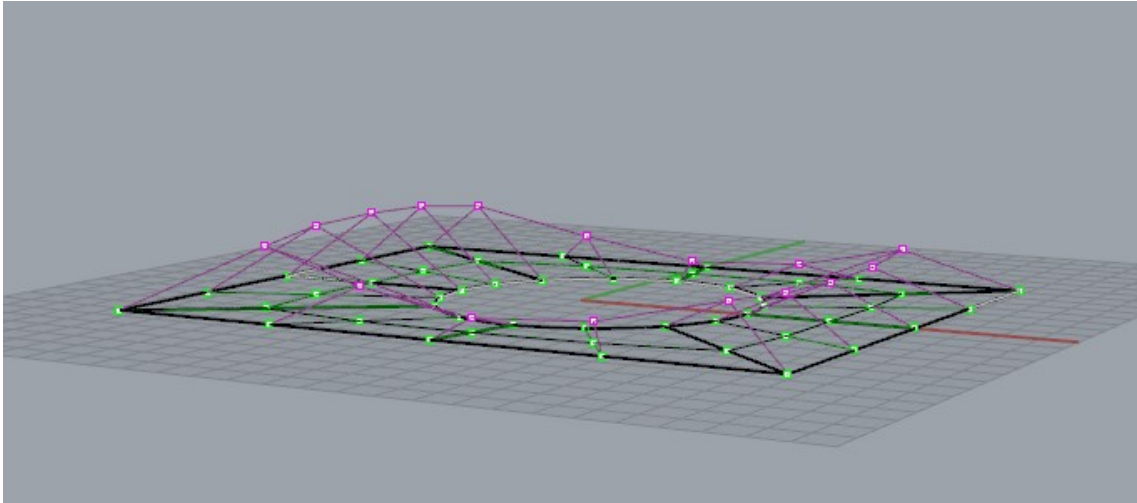


Figura 40. Figura tridimensional del tercer ejemplo aplicando factor de escala de 6.5.