Facultad de Educación **Universidad de Zaragoza**

Grado en Magisterio en Educación Primaria

Trabajo Fin de Grado

Dificultades de aprendizaje de la fracción en un grupo de 5º curso de Educación de Primaria

Autor: Lourdes Parra Pellicena

Directores: Eva Cid Castro. Rafael Escolano

Febrero de 2016

RESUMEN

El objetivo fundamental de este Trabajo Fin de Grado es estudiar la comprensión que tienen los escolares de un grupo clase de 5º de Educación Primaria de un colegio concertado ubicado en el centro de la ciudad de Zaragoza sobre el concepto de la fracción.

Para ello, se analiza la enseñanza que estos niños han recibido acerca de las fracciones y se diseña e implementa una prueba sobre este objeto matemático. Dicha prueba, constará de diez tareas que los alumnos tendrán que realizar de manera individual sobre los diferentes significados de la fracción: parte-todo, medida y reparto igualitario, excluyendo de prueba la fracción como significado de razón. También se llevarán a cabo tareas de equivalencia de fracciones en los tres campos.

Posteriormente, se analizan los resultados de dicha prueba y se formulan unas conclusiones que consideramos que pueden orientar la enseñanza de este concepto difícil de aprender y de enseñar.

PALABRAS CLAVE

Fracciones, dificultades de aprendizaje, relación parte-todo, medida, reparto igualitario.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.

Desde una pronta edad, mi actitud hacia la asignatura de matemáticas ha sido muy positiva debido a las aptitudes que tengo hacia dicha asignatura. En el colegio, al afrontar el tema de las fracciones, tenía alguna que otra dificultad en la resolución de problemas en los que se necesitaban habilidades para manejar las fracciones, debido quizá a la falta de una buena comprensión de este concepto. De ahí mi interés por analizar hasta qué punto los niños comprenden las fracciones, más allá de los ejercicios rutinarios que contestan, porque previamente han sido entrenados para dar buenas respuestas.

En este trabajo nos proponemos estudiar las dificultades de comprensión que muestran los escolares en los momentos iniciales de la enseñanza de la fracción. Para ello vamos a diseñar, implementar y analizar las respuestas de los alumnos de un grupo natural de clase de 5º curso de Educación Primaria dan a un cuestionario que indaga la comprensión que poseen de las fracciones.

En el capítulo que denominamos marco teórico vamos a estudiar los fenómenos que organizan la enseñanza de las fracciones y algunas propuestas de enseñanza de las fracciones en Educación Primaria. Tras indicar los objetivos de este trabajo realizaremos un análisis de la enseñanza habitual de las fracciones a través del estudio del libro de texto que utilizan los alumnos del grupo clase donde se va a realizar la prueba indagatoria.

En los siguientes capítulos se describe el diseño de la prueba, el contexto y desarrollo de la misma y el análisis detallado de los resultados obtenidos.

En el cuestionario, nos hemos centrado sobre todo en el reconocimiento, la representación y la equivalencia de fracciones, utilizando la fracción como medida, como significado parte-todo y con significado de reparto. No se ha incluido la fracción con significado de razón, debido a que los niños no tienen el suficiente conocimiento sobre este significado de la fracción.

Los alumnos han estudiado las fracciones en el primer trimestre de este año, generalmente las fracciones como parte-todo. Por lo que el cuestionario nos permitirá comprobar si realmente estos niños han entendido lo que son las fracciones y cómo influye su representación, si son capaces de reconocerlas y representarlas visualmente.

También podremos ver, si los alumnos entienden el concepto de fracción equivalente. No sólo deberían utilizar las operaciones mecánicas para reconocer si dos fracciones son equivalentes, que consiste en multiplicar en cruz numeradores y denominadores, sino en conocer su significado.

Finalmente, indicaremos una serie de conclusiones que hemos obtenido después de analizar en profundidad los resultados de la prueba.

1. MARCO TEÓRICO.

Este apartado aporta información relevante acerca de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas en general, y en el aprendizaje de las fracciones en particular, ya que es el tópico elegido para la realización de la experiencia que se desarrolla para obtener conclusiones acerca de dichas dificultades en el alumnado.

1.1. LAS DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO

En primer lugar vamos a estudiar las dificultades de aprendizaje en matemáticas (DAM) en alumnos que a pesar de tener una inteligencia normal y no tener problemas emocionales graves ni deficiencias sensoriales, su nivel de conocimiento y rendimiento escolar son menores de lo esperado en función de su edad.

Sabemos que muchos alumnos que tienen una inteligencia normal y sin problemas emocionales graves ni deficiencias sensoriales, poseen un nivel de conocimiento y rendimiento escolar menores de lo esperado en función de su edad. Esto es debido a diferentes causas que no siempre deberían ser atribuidas al propio alumno porque las investigaciones en didáctica nos indican que tienen su origen en la propia dificultad de los conceptos a enseñar y/o en las prácticas de enseñanza.

Según desarrolla Jimeno (2006), "*desde el inicio de la escolaridad las diferencias entre compañeros de aula en cuanto al aprendizaje matemático son muy amplias. En definitiva, en cualquier aula de matemáticas en la Educación Primaria, existe una gran variedad en las capacidades que muestran los estudiantes, en el ritmo de aprendizaje, en los conocimientos adquiridos, en la motivación en las actitudes hacia la materia, etc.*

Una buena parte de los estudiantes que se van quedando descolgados en las aulas, son estudiantes con un ritmo más lento en el aprendizaje de las matemáticas que el que impera en el aula. La estructura de los contenidos de las matemáticas en Primaria es jerárquica, se van construyendo nuevos conocimientos sobre los *anteriormente adquiridos. Un niño puede no tener ninguna dificultad, simplemente su ritmo es más lento y su esto no se tiene en cuenta, si nos apresuramos a inculcarle nuevos conocimientos en lugar de consolidar los anteriores, aprenderá un unos ni otros.*

No existe un perfil concreto de estudiantes con dificultades en matemáticas, los problemas pueden ser muy variados y estar unidos a dificultades en otras áreas, problemas socioculturales, socioemocionales, etc.

Una buena parte de los alumnos no manifiestan dificultades en áreas como la geometría, ni los conceptos de probabilidad o medida, fundamentalmente sus problemas suelen ser con la aritmética.”

La diferencia en el ritmo de aprendizaje de cada alumno dificulta la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Esto sucede, porque mientras algunos alumnos entienden los conceptos rápidamente, hay alumnos que necesitan mucho más tiempo. Pero las matemáticas, como dice Jimeno, “son jerárquicas”, se construyen nuevos conocimientos a partir de los que se van asimilando, por ello si surgen dificultades en los conceptos básicos, en los primeros contenidos a aprender, esas dificultades se van arrastrando a lo largo de toda la etapa de primaria.

Según Ginsburg (1997), “*las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas no son una enfermedad incurable sin remedio. Las investigaciones han mostrado caminos para vencerlas. Uno de estos caminos es evitarlas, desviarse. Hay que tener presente que los efectos de las dificultades de aprendizaje depende en gran medida en como los profesores conducen la instrucción.”*

Nosotros somos quien debemos paliar estas dificultades que les acarrean a los alumnos desde el principio, cuando surgen, y no tiempo cuando la solución es mucho más difícil, porque esas dificultades las llevan arrastrando desde el comienzo de la enseñanza de las matemáticas.

Jimeno (2006, pp. 110-111), indica algunas razones de las dificultades de aprendizaje en matemáticas:

"Hay que considerar el fracaso de los niños y niñas en matemáticas dentro de un contexto más amplio. Los estudiantes están inmersos en una sociedad en particular, una cultura, que tiene sus creencias particulares sobre las matemáticas y su importancia dentro de la educación, los aprendizajes se realizan dentro de un contexto escolar, con sus reglas y sus prioridades, a través de unos profesores y profesoras que tienen sus propias ideas sobre las matemáticas y la forma de enseñarlas y, cuyo recurso principal suele ser los libros de texto.

Los niños fracasan también, porque los padres y los profesores reaccionan ante ello de cierta forma, y porque los niños "construyen" su propio concepto de lo que significa "tener" tal problema.

Se presentan unas matemáticas donde lo prioritario son las reglas y los procedimientos, el razonamiento, la exploración, la discusión sobre lo que se está haciendo consume mucho tiempo y este es necesario para impartir más conocimientos.

En la enseñanza de las matemáticas, se suele dar una mayor importancia al aprendizaje de términos y símbolos y a la sintaxis que a los significados. Los problemas verbales les plantean muchas dificultades a los estudiantes, los niños pueden haber asimilado los nombres de las operaciones, su sintaxis y el cálculo del resultado pero no saben aplicar esa operación a situaciones concretas. Si no se saben aplicar de poco sirve aprenderlas.

Existe una larga desconexión entre las acciones reales y las operaciones matemáticas."

Vivimos en una sociedad donde se le da más importancia al aprendizaje de reglas, símbolos, lenguaje escrito matemático...en lugar de a la reflexión sobre los significados, sobre lo que se aprende, lo que hay detrás de ese aprendizaje formal de las matemáticas. No hay relación entre lo que son las matemáticas y la comprensión de las mismas, con lo que se hace en la escuela.

Socas (1997) comparte estas ideas cuando indica que las dificultades y los errores en el aprendizaje de las Matemáticas no se reducen a los menos capaces para trabajar con las Matemáticas. En general, algunos alumnos, casi siempre, y algunas veces, casi todos, tienen dificultades y cometen errores en el aprendizaje de las

Matemáticas. Estas dificultades que se dan en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas son de naturaleza diferente y se pueden abordar, obviamente, desde perspectivas distintas. Aceptando que la naturaleza de las dificultades del aprendizaje de las Matemáticas es de diversa índole y que se conectan y se refuerzan en redes complejas, éstas pueden ser agrupadas en cinco grandes categorías: las dos primeras asociadas a la propia disciplina (objetos matemáticos y procesos de pensamiento), la tercera ligada a los procesos de enseñanza de las Matemáticas, la cuarta en conexión con los procesos cognitivos de los alumnos, y una quinta, relacionada con la falta de una actitud racional hacia las Matemáticas. De manera más explícita estas dificultades se pueden organizar, en líneas generales en los siguientes tópicos:

1. Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las Matemáticas.
2. Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático.
3. Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas.
4. Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos.
5. Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.

Nuestro trabajo se va a centrar en las tres primeras categorías que indica este investigador.

1.2. MODELOS DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

El constructivismo es un paradigma de aprendizaje que postula la necesidad de que el alumno de Educación Primaria construya ideas matemáticas a partir de la resolución de situaciones problemáticas. Asumiendo este paradigma, proponemos articular la enseñanza del número racional a partir de modelos de aprendizaje. Desde esta perspectiva (Gairín, 1999), utilizamos el término modelos de aprendizaje para designar un entorno físico sobre el que el alumno pueda actuar y reflexionar para que, mediante esta interacción, avance en la construcción del conocimiento cuyo aprendizaje se promueve.

Una de las tareas del docente consiste en construir modelos de aprendizaje adecuados para la enseñanza de los conceptos matemáticos. Desde la posición del profesor el modelo constituye una herramienta que se proporciona al alumno con una clara intencionalidad educativa: dotarle de un material concreto y un entorno físico sobre los que pueda actuar y reflexionar para que avance en la construcción del conocimiento.

En el siguiente apartado vamos a explicar algunos de estos modelos de aprendizaje para enseñar diferentes significados o interpretaciones de la fracción.

1.3. MULTIPLICIDAD DE SIGNIFICADOS DE LA FRACCIÓN

El número racional y sus representaciones asociadas, fracción, expresión decimal y porcentaje, es un concepto complejo y por lo tanto difícil de aprender. Esto es así porque se trata de concepto que sintetiza diversos significados o interpretaciones que han participado en la construcción histórica del número racional positivo. Aunque no hay unanimidad entre los investigadores Escolano y Gairín (2005) coinciden con Behr et al. (1993, pág. 14) en admitir cinco significados diferenciados de la fracción: parte-todo, cociente partitivo, razón, operador y medida. En estas condiciones parece adecuado que la enseñanza de la representación fraccionaria del número racional se articule alrededor de estos significados que vamos a resumir a continuación.

1.3.1. FRACCIÓN CON SIGNIFICADO DE PARTE-TODO

Llinares y Sánchez (1988) definen la noción de fracción como relación parte-todo del siguiente modo. *Se presenta una situación cuando un "todo" (continuo o discreto) se divide en partes "congruentes" (equivalentes como cantidad de superficie o cantidad de "objetos"). La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes (que pueden estar formados por varios "todos"). El todo recibe el nombre de unidad.*

Escolano y Gairín (2005) indican que la fracción como relación parte-todo no surge de las necesidades humanas (en el sentido que nombra Bishop, 1999), puesto que la génesis histórica del número racional se encuentra en la medida de cantidades de magnitud –bien realizada directamente o bien realizada para expresar el resultado de un reparto-, o en la comparación de dos cantidades de magnitud, ya medidas, que da sentido a la idea de razón. Según estos autores el origen del significado parte-todo habría que situarlo en la práctica educativa, habría que ubicarlo entre los recursos didácticos creados por necesidades del proceso de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas.

En un trabajo de Escolano, (2004), se pone de manifiesto cómo en los textos escolares españoles se puede detectar la presencia del significado parte-todo desde el primer tercio del siglo XX. Asimismo, señala dos razones que justificarían la introducción y consolidación de este recurso didáctico:

- Eludir el proceso de medida con objetos tangibles (dificultad del propio proceso de medida, gestión del aula por la utilización de material, control de la diversidad de resultados obtenidos, prioridad de la enseñanza del Sistema Métrico decimal, etc.).
- Abreviar los períodos de instrucción: el significado parte-todo permite una introducción rápida de la representación simbólica de la fracción y, además, con elevados niveles de éxito a corto plazo.

  Sin embargo, este mismo investigador alerta de los obstáculos que provoca la enseñanza sustenta exclusivamente en la relación parte-todo.

1.3.2. FRACCION COMO RESULTADO DE LA MEDIDA DE UNA CANTIDAD DE MAGNITUD

La representación fraccionaria surge de la necesidad de comunicar el resultado de una acción de medida de una cantidad de magnitud continua. Los números naturales se muestran insuficientes para expresar el resultado de medida de cantidades si la unidad de medida no está contenida un número entero de veces en la cantidad a medir y es, en esta situación, cuando la fracción adquiere pleno sentido.

Utilizando este significado Escolano (2007) realiza y evalúa una propuesta de enseñanza con alumnos de 4º curso de Educación Primaria utilizando un modelo de aprendizaje que tiene cuatro variables o componentes diferenciadas:

- **una magnitud mensurable**, para que cualquier cantidad de la misma se exprese de forma numérica,
- **unos objetos,** en los que resulta perceptible la cantidad considerada de esa magnitud,
- **unas acciones**, que provoquen alteraciones en la cantidad de magnitud expresada en los objetos,
- **unas técnicas,** con las que se llevan a cabo las acciones.

Estas cuatro variables caracterizan los modelos para el aprendizaje de los números racionales: es esencial que el modelo exprese alguna magnitud mensurable puesto que con la instrucción se persigue representar unas relaciones entre cantidades de esa magnitud en términos de una acción. Los objetos resultan imprescindibles por cuanto permiten que, de forma tangible, se disponga de cantidades de magnitud susceptibles de transformaciones. La aparición de los conceptos se producirá como consecuencia de las relaciones que surgen de las acciones que realice el alumno sobre los objetos y que provoquen modificaciones de las cantidades; pero teniendo en cuenta que la técnica utilizada al efectuar la acción ofrece una perspectiva diferenciada del concepto matemático.

Este investigador ejemplifica el modelo para el caso de la magnitud longitud del siguiente modo. Si utilizamos como objetos listones de madera, si la magnitud es la longitud y si la acción es la de medir, el uso de diferentes técnicas ofrece resultados como los siguientes:

- La técnica de fraccionamiento arbitrario de la unidad presenta el número racional como el resultado de sumar un número entero de veces la longitud de subunidades del mismo tamaño.
- La técnica de hacer fraccionamientos sistemáticos de la unidad, o de partes de la unidad, nos lleva a concebir el número racional como la suma de cantidades de diferentes tamaños.
- La técnica de medir por conmensuración introduce el número racional con el significado de razón de dos cantidades de la misma magnitud.

Este investigador utilizó para introducir la fracción a escolares de 4º curso la primera de las técnicas, la técnica de medir, creando subunidades arbitrarias de la unidad que consiste en buscar un fraccionamiento de la unidad, es decir una subunidad, que posibilite la composición de la cantidad a medir mediante un determinado número de subunidades iguales creadas por dicho fraccionamiento.

Mediante esta técnica de medida la persona que mide se enfrenta ante un problema real, no escolar, que consiste en encontrar la subunidad que le permita cuantificar la cantidad de magnitud de un determinado objeto. Cuando la unidad de medida es mayor que la cantidad a medir deberá proceder por ensayo y error hasta encontrar un fraccionamiento adecuado de la unidad (subunidad).

En estas condiciones la fracción aparece como el sistema de representación que resuelve el problema de la medida: la fracción indica el resultado de la medida de una cantidad de magnitud. En efecto, el tamaño de la subunidad, que depende del número de partes iguales en que se ha fraccionado la unidad, viene reflejado en el denominador de la fracción; mientras que el número entero de subunidades que contiene la cantidad a medir se indica en el numerador de la fracción.

De modo simbólico, dada una cantidad de magnitud (m) y una unidad de medida (u) de la misma magnitud, la fracción *a/b u* expresa la medida de la cantidad de magnitud m.

El denominador de la fracción *(b)* indica que para poder efectuar la medida hemos utilizado "subunidades" de medida *1/b* de unidad. También, que se ha fraccionado la unidad de medida en *b* partes iguales.

El numerador de la fracción *(a)* indica el número de "subunidades" de medida *1/b* de unidad que es necesario utilizar para completar la cantidad de magnitud m.

Se verifica que *a* y *b* son naturales y *b* no es cero.

Escolano (2007) desaconseja utilizar las otras dos técnicas. Desecha la técnica de medida por conmensurabilidad porque la fracción aparece como la razón o comparación entre cantidades de magnitud y aún, en el caso más elemental de la magnitud longitud, la idea de razón entre cantidades de longitud es conceptualmente más compleja para los escolares que la idea de medir creando subunidades.

También desaconseja utilizar la técnica de crear subunidades sistemáticas en los momentos iniciales de la enseñanza del número racional positivo por las siguientes razones:

1º Esta técnica lleva a la aparición de la notación decimal antes que la representación fraccionaria que es una opción desechada.

2º La técnica de medida es compleja: el proceso de medida se realiza en fases, en la primera de las cuales la unidad se fracciona en diez partes iguales, pero si con esa subunidad no se logra realizar la medida hay que efectuar un nuevo fraccionamiento, en diez partes iguales, de la subunidad considerada en la primera fase; y así se prosiguen realizando sucesivas fases hasta efectuar la medida. La simbolización de esta técnica presenta dificultades a los escolares que se inician en la enseñanza del número racional positivo porque se hace intervenir aspectos esenciales del sistema de numeración como el principio del valor relativo de las cifras que indican las cantidades de cada subunidad involucradas en el proceso de medida.

3º La introducción de la notación decimal en los momentos iniciales de la enseñanza del número racional positivo puede crear obstáculos didácticos a los escolares al identificar las estructuras numéricas del racional y del natural. En efecto, la enseñanza del número decimal asociada al Sistema Métrico Decimal, justificada por razones de utilidad social, y en la que se exaltan las analogías con los procedimientos de cálculo de naturales propicia en los alumnos concepciones erróneas como pensar que los números decimales no son necesarios si se realiza un cambio de unidad adecuado, o interpretar que los números decimales indican otra forma de simbolizar los números naturales.

4º La introducción del número decimal antes que la fracción crea obstáculos didácticos en los escolares al suponer que todos los números racionales pueden ser expresados por números decimales. En efecto, la utilización de material y el fenómeno de aproximación que conlleva todo proceso de medida puede inducir en los alumnos errores conceptuales como negar, en el futuro, la existencia de los números periódicos al considerar isomorfos los conjuntos numéricos de los números racionales y de los números decimales.

1.3.3. FRACCIÓN CON SIGNIFICADO DE REPARTO IGUALITARIO

Este nuevo significado de la fracción surge de la actividad humana que consiste en repartir cantidades de magnitud entre un número de personas, o en distribuir una cantidad en un número entero de partes iguales.

En lo sucesivo, se considera que los repartos son igualitarios. En el reparto igualitario se exige que cada uno de los entes o individuos participantes reciba igual cantidad de magnitud y, en consecuencia, para indicar el resultado de reparto basta con especificar la cantidad de magnitud que corresponde a uno cualquiera de los participantes. Para obtener este resultado, hay que repartir la cantidad de magnitud total de que se dispone en tantas partes iguales como el número de participantes; pero dicho resultado es una cantidad de magnitud que debe expresarse con una unidad de medida. La unidad de medida es aquella con la que se indica la cantidad de magnitud a repartir, por ejemplo, si nos proponemos repartir pizzas consideraremos como unidad la superficie que posee una pizza, y supondremos que todas las pizzas tienen la misma superficie.

Así, indicamos con la expresión *a/b* el proceso de distribuir, de forma igualitaria *a* unidades de magnitud en *b* grupos, o el de repartir, en partes iguales, *a* unidades de magnitud entre *b* personas. Pero también, *a/b* indica el resultado del reparto, es decir, la cantidad de magnitud que recibe cada uno de los participantes del reparto.

Concreción del modelo de reparto igualitario realizado en una sola fase

El modelo de reparto igualitario se organiza mediante un entorno físico en el que la manipulación de objetos permita construir ideas matemáticas y verificar la verdad o falsedad de las afirmaciones simbólicas. Este modelo viene caracterizado por los siguientes componentes:

En el reparto igualitario se exige que cada uno de los entes o individuos participantes reciba igual cantidad de magnitud y, en consecuencia, para indicar el resultado de reparto basta con especificar la cantidad de magnitud que corresponde a uno cualquiera de los participantes. Para obtener este resultado, hay que repartir la cantidad de magnitud total de que se dispone en tantas partes iguales como el número de participantes; pero dicho resultado es una cantidad de magnitud que debe expresarse con una unidad de medida. La unidad de medida es aquella con la que se indica la cantidad de magnitud a repartir, *por ejemplo, si nos proponemos repartir pizzas consideraremos como unidad la superficie que posee una pizza, y supondremos que todas las pizzas tienen la misma superficie.*

Gairín (1999) propone el modelo de aprendizaje de reparto igualitario caracterizado por los siguientes componentes:

- los objetos son de forma circular, *como por ejemplo pizzas, todas de la misma cantidad de superficie*
- la magnitud que se considera es la superficie, más concretamente se hará referencia a la superficie del circulo que resulta de la proyección de los objetos sobre el plano;
- la acción a realizar es la de reparto igualitario;
- la técnica de realización del reparto igualitario en una sola fase que se explica en el siguiente párrafo.

Siguiendo este modelo, Escolano (2007) propone implementarlo con alumnos de 5º curso de Educación Primaria utilizando como objetos cañas de plástico o tiras de papel que representan barras de regaliz. La magnitud que destacamos en los objetos (barras de regaliz) es la longitud que es la que presenta menos dificultades cognitivas. Y como técnica de reparto igualitario propone *el reparto en una sola fase*: cada una de las *a* unidades se fraccionan en *b* partes iguales, o bien, cada una de las *a* unidades se fraccionan en un número de partes iguales hasta conseguir tener un múltiplo de *b* subunidades. Con esta técnica cada individuo recibe a partes de tamaño *1/b* de unidad.

Con esta técnica aparece la representación fraccionaria. La idea que prevalece es la de utilizar el concepto de división entera después de transformar el numerador (número de unidades a repartir) en un número de partes alícuotas de la unidad que sea múltiplo del denominador (número de participantes); de este modo, en cada reparto aparecen diferentes medidas de la unidad que no se corresponden con un sistema métrico preestablecido.

1.3.4. EQUIVALENCIA DE FRACCIONES

1.3.4.1. La relación de equivalencia desde el modelo de medida

Desde las primeras tareas de medida directa aparece, de modo natural, la equivalencia de fracciones cuando los alumnos comunican diferentes resultados de la medida de una misma cantidad de magnitud y comprueban que el motivo de que esto suceda es que han utilizado diferentes subunidades de la unidad de medida.

Diremos que dos o más fracciones son equivalentes si expresan la medida de la misma cantidad de magnitud aunque tengan diferentes numeradores y denominadores.

Del razonamiento de: “Si los medios son el doble de grandes que los cuartos, se necesitan la mitad de “subunidades” de tamaño un medio que de tamaño un cuarto para tener la misma cantidad de magnitud”, se consigue justificar una regla de obtención de fracciones equivalentes a una dada basada en la simplificación de la fracción 2/4 a 1/2. Su formulación simbólica es: a //

$$a / b = a{:}n / b{:}n \text{ siendo } n \text{ un divisor común de } a \text{ y } b$$

Un razonamiento que justifica esta regla es el siguiente: si después de medir una cantidad de magnitud con *a* subunidades de tamaño *1/b u*, medimos la misma cantidad con subunidades de tamaño *n* veces mayor (de tamaño *1/b: n u*), entonces la cantidad se percibe descompuesta de *a: n* subunidades de las de tamaño mayor.

Por ejemplo, para justificar que 1/4 = 3/12 se espera que los alumnos utilicen el razonamiento de: "Si los doceavos son el triple de pequeños que los cuartos, se necesitan tres veces más de "subunidades" de tamaño un doceavo que de tamaño un cuarto para tener la misma cantidad de magnitud". Este razonamiento permite justificar una regla de obtención de fracciones equivalentes a una dada basada en la ampliación de fracciones. Su formulación simbólica es:

$$a / b = axn / bxn \text{ siendo } n \text{ un número natural cualquiera, no nulo}$$

No consideramos conveniente enseñar en un primer momento la regla para comprobar la equivalencia de fracciones siguiente:

$$a / b = c / d \rightarrow a \times d = b \times c$$

Es evidente que esta regla carece de justificación en el modelo de medida, porque no tienen sentido las multiplicaciones *a x d y b x c*, cuyos factores son números de subunidades y las veces que se ha fraccionado en partes iguales la unidad.

Se trata de una regla que es cierta pero que carece de justificación en el modelo de medida.

1.3.4.2. La relación de equivalencia desde el modelo de reparto igualitario

Dos repartos igualitarios (a, b) y (c, d) son iguales si en ambos repartos los participantes reciben la misma cantidad de magnitud. Es evidente que dos repartos que tienen las mismas condiciones iniciales son iguales. Sin embargo, existen repartos que poseen diferentes condiciones iniciales y son iguales.

También se puede escenificar los repartos para comprobar si ambos repartos son iguales. Esto es así, si el número de unidades y de personas de los dos repartos se modifican de manera proporcional.

Para que dos repartos sean iguales en necesario que el número de pizzas y el número de participantes de ambos repartos aumenten o disminuyan en la misma proporción para que en ambos repartos cada participante reciba la misma cantidad.

Una vez establecido el convenio *(a, b) = a/b* se puede afirmar que la igualdad de repartos sigue las mismas normas semánticas que la equivalencia de fracciones.

1.3.5. COMPARACIÓN DE FRACCIONES

1.3.5.1. Comparación de fracciones desde el modelo de medida

Diremos que la fracción a/b es mayor (o menor) que c/d cuando la cantidad de magnitud que mide a/b u sea mayor (o menor) que la cantidad de magnitud que mide c/d u.

Se pueden comparar fracciones con las siguientes estrategias:

- Utilizar representaciones graficas para dibujar las cantidades y después compararlas siguiendo pautas visuales.
- Igualar el número de subunidades de ambas fracciones.
- Igualar el tamaño de las subunidades de ambas fracciones.

Esta última estrategia presenta la ventaja de encontrar rápidamente la medida de cantidad de magnitud que expresa la diferencia entre las dos cantidades de magnitud.

1.3.5.2. Comparación de fracciones desde el modelo de reparto

El reparto *(a, b)* es mayor que otro reparto *(c, d)* si a los participantes en el reparto *(a, b)* les corresponde mayor cantidad de magnitud que a los del reparto *(c, d).*

- Si los repartos a comparar tienen el mismo número de participantes, la comparación es trivial: es mayor el reparto en el que haya mayor número de unidades.
- Si los repartos a comparar tienen el mismo número de unidades, la comparación es trivial: es mayor el reparto en el que participan menor número de personas.
- Si los repartos a comparar tienen diferente número de unidades y de participantes habrá que buscar repartos iguales a los implicados en la comparación de modo que cumplan una de las dos condiciones siguientes:
    - que tengan el mismo número de unidades, o
    - que participen el mismo número de personas.

Como en el caso de la igualdad de repartos, es indistinto comparar repartos que comparar fracciones porque la representación fraccionaria surge al efectuar el reparto igualitario en una sola fase.

En este trabajo no estudiaremos los significados de razón y de operador porque no son objeto de estudio en el curso dónde hemos realizado la experimentación.

2. OBJETIVOS DEL TRABAJO FIN DE GRADO

El objetivo fundamental de dicha experiencia es advertir los puntos fuertes y débiles de los alumnos de 5º de primaria con respecto a su conocimiento en el tema de las fracciones. Para ello hemos creado y realizado una prueba de diagnóstico a través de la cual obtendremos nuestros propios resultados y conclusiones.

Se pretende también, observar las estrategias que llevan a cabo cada uno de ellos para llegar a la resolución de las diferentes actividades relacionadas con las fracciones.

Por tanto, los objetivos que se persiguen a lo largo de este trabajo son los siguientes:

1. Estudiar el concepto de dificultades de aprendizaje en matemáticas y hacer un seguimiento de algunos modelos de aprendizaje para la enseñanza de la fracción en Educación Primaria.

2. Analizar la enseñanza habitual de la fracción en Educación Primaria a partir del estudio de la propuesta de enseñanza que realiza una editorial conocida.

3. Diseñar la prueba de fracciones.

Hemos realizado una prueba con diferentes ítems en relación con la fracción como parte-todo, la fracción con significado de medida y la fracción con significado de reparto.

4. Pasar la prueba a modo de experimentación.

La prueba que hemos realizado se les proporcionará a los alumnos en el aula ordinaria para que la completen de forma individual.

5. Analizar resultados y estrategias de los alumnos.

Posteriormente, una vez que los alumnos completen la prueba creada, analizaremos cómo han resuelto dichas actividades y las estrategias que han seguido para llegar a su resolución.

6. Obtener conclusiones a partir de los resultados obtenidos.

Para concluir el Trabajo Fin de Grado, lo que vamos a realizar son una serie de conclusiones referidas a los conocimientos que poseen estos alumnos de 5º de primaria en relación a los diferentes campos que abarcan las fracciones.

3. METODOLOGÍA DEL TRABAJO FIN DE GRADO

En este apartado vamos a desarrollar la metodología utilizada para la consecución de los objetivos planteados en el apartado anterior de dicha experiencia.

En primer lugar, como se ha señalado en el apartado anterior, la **primera fase** es: *Estudiar el concepto de dificultades de aprendizaje en matemáticas y hacer un seguimiento de algunos modelos de aprendizaje para la enseñanza de la fracción en Educación Primaria.*

Para saber y entender las dificultades de aprendizaje que tienen los alumnos en relación con las fracciones, es importante conocer qué es el concepto de dificultades de aprendizaje en matemáticas, así como estudiar algunos modelos de aprendizaje de la enseñanza de este contenido.

La **segunda fase** es: *Analizar la enseñanza habitual de la fracción en Educación Primaria a partir del estudio de la propuesta de enseñanza que realiza una editorial conocida.*

Antes de entrar en el diseño de la prueba que íbamos a implementar con los alumnos del grupo clase elegido, era necesario analizar la enseñanza de la fracción que reciben los alumnos. Para ello, hicimos un análisis del libro de texto que estudian los alumnos.

La **tercera fase** es: *Diseñar la prueba de fracciones. Hemos realizado una prueba con diferentes ítems en relación con la fracción como parte-todo, la fracción con significado de medida y la fracción con significado de reparto.*

La metodología que hemos seguido para conseguir este objetivo es crear un cuestionario con una serie de actividades. Decidimos elegir los ítems de la fracción como parte-todo, medida y reparto, excluyendo la fracción como razón y sin entrar en las técnicas de manipulación de fracciones, porque nos pareció demasiado complicado para estos alumnos de 5º de primaria, ya que fue el año anterior donde empezaron a desarrollar el tema de las fracciones. Por lo que pensamos que serían suficientes estos ítems para nuestro cuestionario.

El cuestionario consta de diez actividades. Nos pareció un buen número de ejercicios, ya que habitualmente las pruebas que hacen en el colegio constan de diez actividades. Además, son actividades que llevan tiempo en su realización y más preguntas hubiera sido demasiadas para los alumnos, pudiendo llevarles a una desmotivación de la misma.

Cada una de las actividades trabaja un ítem:

- Actividad 1: fracción con significado de medida, donde tienen que calcular cuánto mide la fracción del segmento dado.
- Actividad 2: fracción con significado de medida, donde tienen que construir un rectángulo con la fracción dada.
- Actividad 3: fracción con significado de reparto, donde son los propios alumnos los que tienen que repartir.
- Actividad 4: fracción con significado de reparto. Esta vez se les proporciona el reparto, y son ellos los que calculan la cantidad inicial que hay.
- Actividad 5: fracción como parte-todo. Dado un rectángulo con partes coloreadas, tienen que señalar que parte del total está coloreada.
- Actividad 6: fracción como parte-todo. Se les proporciona una fracción la cual tendrán que representar gráficamente.
- Actividad 7: equivalencia de fracciones como parte-todo.
- Actividad 8: equivalencia de fracciones con significado de medida.
- Actividad 9: equivalencia de fracciones con significado de reparto igualitario.
- Actividad 10: obtención de fracciones intermedias entre dos dadas.

Una vez que se han señalado los ítems que se llevan a cabo en las actividades del cuestionario realizado, se pasará a plasmar gráficamente dichos ítems en ejercicios, teniendo en cuenta la comprensión de los alumnos. Es decir, las actividades se realizan con un vocabulario apto teniendo en cuenta el nivel curricular de los alumnos.

La **cuarta fase** es: *Pasar la prueba a modo de experimentación. La prueba que hemos realizado se les proporcionará a los alumnos en el aula ordinaria para que la completen de forma individual.*

Una vez, impresos todos los cuestionarios, se pasa a la realización de la prueba. Dicha prueba se llevó a cabo en el Colegio Compañía de María en el período de Prácticas Escolares III en el curso de 5ºB, clase que se me asignó para dichas prácticas, el día 10 de Abril del 2015, de 15:00 a 16:30 horas.

Realizaron la prueba 22 alumnos de 25 que son, ya que las dos alumnas que presentan adaptación significativa no realizaron dicha prueba, así como un alumno que por motivos de salud no asistió ese día al colegio.

Habitualmente, los alumnos están agrupados de dos en dos en el aula, ya que de esta forma interactúan entre sí, pueden ayudarse entre ellos cuando surge alguna complicación en alguna actividad o realizan algún ejercicio en parejas si el profesor lo requiere así. Para la ejecución del cuestionario les dijimos a los alumnos que se pusieran en filas para completar las actividades de forma individual. Al ser una prueba en la que son muy importantes los resultados obtenidos para nuestras conclusiones finales, requiere que los alumnos estén de uno en uno y finalicen la prueba lo mejor que puedan.

Les dimos una hora y media para que realizasen la prueba en silencio, sabiendo que era tiempo suficiente para que todos los alumnos fuesen capaces de terminarla. Los niños tienen ritmos de realización de actividades diferentes, y esta prueba no es un examen, por lo que lo importante es que acaben las diez actividades de la mejor forma que puedan, para poder analizar los resultados de la misma, sin tener en cuenta el periodo de tiempo en que la realicen.

Cuando no entendían alguna tarea o les surgían dudas, levantaban la mano y se les intentaba solucionar dichas dudas, sin darles pistas para su resolución.

La **quinta fase** es: *Analizar resultados y estrategia de los alumnos. Posteriormente, una vez que los alumnos completen la prueba creada, analizaremos cómo han resuelto dichas actividades y las estrategias que han seguido para llegar a su resolución.*

Para la consecución de este objetivo, se recopilaron las 22 pruebas de los alumnos y fuimos corrigiendo una por una poniendo los resultados en una tabla de excel. Decidimos asignar un uno a las tareas que estaba resueltas de forma correcta y un cero a aquellas que eran incorrectas o en blanco.

En la tabla de excel, se obviaron los nombres de los alumnos, ya que los utilizamos solamente para ordenarlos por orden alfabético. A cada uno de estos alumnos se les asignó un número, debido a que lo que interesa son los resultados globales de la prueba, no los resultados individuales de cada uno de los alumnos.

Se ubican pues, los 22 alumnos en la tabla verticalmente, de forma que los resultados de cada una de las diez tareas aparecen horizontalmente. De esta forma, pudimos analizar y comparar los resultados globales de las tareas, así como los porcentajes de las respuestas correctas e incorrectas, para poder obtener luego nuestras propias conclusiones. (Anexo 7.1.1, página 94)

Seguidamente, decidimos analizar las estrategias que seguían los alumnos para la resolución de las diez tareas. Algunas estrategias eran comunes a un gran número de alumnos, sin embargo otras, la mayoría estrategias incorrectas, las abordaban un pequeño número.

Para analizar las estrategias que habían seguido los alumnos, fuimos estudiando dichas estrategias tarea por tarea. Este análisis también los realizamos por medio de una hoja de excel. Los alumnos numerados seguían ubicados en la parte vertical, pero en la parte horizontal, se colocaron las diversas estrategias. En la casilla en la que los alumnos habían utilizado esa estrategia se les asignaba un uno, en caso contrario no se escribía nada. (Anexo 7.1.2., página 95)

Así, se podían ver el número de alumnos que utilizaban cada una de las estrategias. Esto nos permitiría más tarde, realizar una serie de gráficos para comparar el porcentaje de éxito/fracaso de las tareas, así como de las estrategias que habían utilizado los alumnos, y si esas estrategias les había servido para llegar a la resolución exitosa de la tarea, o bien, eran estrategias erróneas que no les permitía llegar al éxito.

Finalmente, la **sexta fase** es: *Obtener conclusiones sobre lo abordado en la experiencia.* Para concluir el Trabajo Fin de Grado, lo que vamos a realizar son una serie de conclusiones referidas a los conocimientos que poseen estos alumnos de 5º de primaria en relación a los diferentes campos que abarcan las fracciones. No solamente nos quedaremos en la superficialidad de los resultados, sino que, realizaremos también un análisis teniendo en cuenta lo que el libro de texto pretende enseñar a los alumnos sobre el tema y aportamos algunas sugerencias para abordar la enseñanza de este concepto.

Para abordar este objetivo, se tuvieron en cuenta todos los resultados obtenidos en la prueba, que gracias a los gráficos y a las tabas de excel, pudimos apreciar con mayor facilidad. Pudimos calcular porcentajes del éxito y del fracaso de cada una de las actividades y obtener conclusiones sobre las dificultades de aprendizaje que muestran los alumnos.

4. ANÁLISIS DE LA ENSEÑANZA HABITUAL DE LAS FRACCIONES

En este apartado, vamos a analizar la enseñanza habitual de las fracciones a partir del estudio del libro de texto de matemáticas del grupo clase de 5º de Educación Primaria del colegio Compañía de María, en concreto el tema de fracciones que es lo que nos interesa analizar. Nos interesa debido a que los resultados obtenidos con la prueba que hemos creado e implementado, tienen mucho que ver con lo que los alumnos han estudiado y aprendido de este contenido matemático que son las fracciones. Por lo tanto, la elección de este libro de texto en concreto, se debe a que es el libro que utilizan los alumnos en el aula, aquellos a los que vamos a realizar la experiencia que se desarrolla a continuación.

Además, nos parece importante porque los resultados que se obtengan de esta experiencia, nos van a permitir conocer tanto los conocimientos que obtienen los alumnos, como los que faltan por aprender. También, podremos apreciar en los resultados de las actividades propuestas, si los alumnos, aun estudiando este contenido matemático, son capaces de tener la suficiente comprensión de las fracciones como para poner ese conocimiento en práctica, a través de problemas distintos a los que hacen habitualmente en el aula con el libro de texto.

El libro de texto que utilizan los alumnos de 5º de Educación Primaria del colegio Compañía de María para trabajar el área de matemáticas es Matemáticas de 5º de Primaria, editorial Savia SM.

4.1. CONTENIDOS

Esta editorial lo que hace es dividir lo que sería el libro de texto de matemáticas en 3 pequeños cuadernillos. Los tres cuadernillos coinciden con los contenidos a estudiar en los tres trimestres, es decir, cada uno de los cuadernillos están formados por cuatro temas que se impartirán en el aula en el trimestre correspondiente. Lo que nos interesa analizar es el que contiene las fracciones. Las fracciones se estudian en el primer cuadernillo en los temas tres y cuatro que van a ser objeto de estudio.

Los contenidos de fracciones que aparecen en este libro de texto son los siguientes:

- Las dos partes de una fracción: numerador y denominador
- Como se leen las fracciones
- Fracción de un número
- Fracción como división
- Suma y resta de fracciones de igual denominador
- Solución de problemas: determinar la representación gráfica de una situación
- Solución de problemas: representar los datos gráficamente
- Fracciones equivalentes
- Fracciones equivalentes a un número natural
- Fracciones y números mixtos
- Obtención de fracciones equivalentes
- Reducción de fracciones a común denominador
- Comparación de fracciones
- Fracciones decimales
- Porcentajes
- Problemas con porcentajes

Las fracciones se estudian en el primer trimestre con el primer cuadernillo de matemáticas. Este libro dedica dos temas enteros, solo para este contenido matemático que son las fracciones. Se trabaja en el tema tres con el título de “Las fracciones” y en el tema cuatro con el título "Operar con fracciones”.

El tema tres se centra en introducir el concepto de fracción y el tema cuatro se ocupa del aprendizaje de operaciones con fracciones una vez presentado el concepto de fracción con el tema anterior.

En 4º curso es cuando se introducen las fracciones como contenido a aprender en matemáticas y en 5º curso se repasan los contenidos estudiados el año anterior, pero un poco más ampliados y se introducen algunos otros nuevos. Se introduce este año como contenidos nuevos las fracciones impropias, operaciones con las fracciones, las fracciones equivalentes y los porcentajes. En 4º curso de primaria se empieza a introducir el concepto de fracción, su significado y su representación, de forma básica.

Los contenidos que se trabajan en el tema tres “Las fracciones” son los siguientes:

- Las fracciones
- Fracciones equivalentes
- Comparar fracciones
- Fracción de una cantidad

Los contenidos que se trabajan en el tema cuatro “Operar con fracciones”, son los que aparecen a continuación:

- Sumar fracciones
- Restar fracciones
- La fracción como división
- Porcentajes
- Porcentaje de una cantidad

4.2. ANALISIS DEL CONTENIDO DEL TEMA TRES DEL LIBRO DE TEXTO: “LAS FRACCIONES”

En las primeras dos hojas del tema, páginas 44 y 45, encontramos la parte introductoria del tema de las fracciones. Introduce a los alumnos en las fracciones con una pequeña lectura del libro *Andrés y el Dragón Matemático de Mario Campos Pérez.* El pequeño cuento trata de un niño y un dragón que van a merendar a la cueva de este último. El dragón había horneado una tarta, la cual había divido en seis partes. Cuatro de esas partes eran de chocolate y dos de nata. El dragón le explica que hay una necesidad de usar fracciones para repartir y saber qué cantidad tenemos de algo que no se puede dividir físicamente. Esta afirmación no es verdaderamente correcta porque sí que podemos dividir físicamente algo en partes para obtener fracciones.

En esta lectura se hace reflexionar a los alumnos sobre la importancia de la necesidad de la fracción para medir, repartir y comparar.

En el centro ocupando casi las dos hojas podemos ver un dibujo que expresa lo que sucede en la lectura. Encontramos a Andrés hablando con Berto, el dragón matemático sentados en una mesa con una tarta que están a punto de comer.

A continuación, se presentan los contenidos del tema.

4.2.1. Las fracciones

Martin vende lasaña en porciones. Cada lasaña la divide en 6 partes iguales.

Cada porción de lasaña se puede representar mediante una fracción:

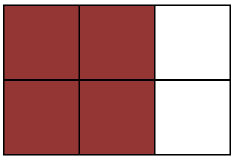
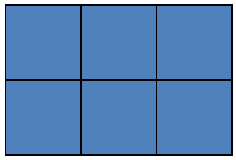
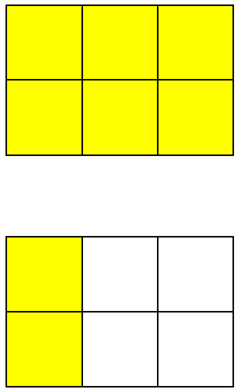
1 ➔ numerador: partes que se toman de la unidad.

—

6 ➔ denominador: partes en las que se divide la unidad.

A partir del ejemplo de una lasaña dividida en partes iguales se introduce a los alumnos en el concepto de fracción. Esta instrucción al contenido está determinada por el significado de relación parte-todo, ya que tanto el numerador como el denominador vienen definidos presentando las características del parte-todo mediante un doble conteo de números naturales; no es necesaria la introducción de nuevos números diferentes de los naturales para responder a la cuestión planteada.

Estas son las porciones de lasaña que ha vendido hoy. ¿De cuál ha vendido más?

Lasaña de carne	lasaña de verduras	Lasaña de atún
		
$4/6 < 1$	$6/6 = 1$	$8/6 > 1$
Si el numerador es menor que el denominador, la fracción es **menor que la unidad** y se llama **propia**.	Si el numerador es igual que el denominador, la fracción es **igual a la unidad.**	Si el numerador es mayor que el denominador, la fracción es **mayor que la unidad** y se llama **impropia.**

En este apartado se explica también lo que son las fracciones propias e impropias con el significado de parte-todo. Gráficamente se expresan las cantidades de lasaña representadas por medio de colores. Es importante saber que los alumnos han estudiado el concepto de fracción impropia puesto que en el cuestionario que realizaremos aparecen dichos tipos de fracciones. Como vemos, la definición de fracción propia e impropia se presenta mediante reglas. Deberían haber utilizado el modelo de medida sobre una unidad común y cantidades de magnitudes medibles con esa unidad común.

4.2.2. Fracciones equivalentes

En primer lugar, encontramos una situación problemática. Dos niños se preguntan cuál de los dos collages que han realizado cada uno ocupa más trozo de cartulina. Uno ha completado 2/3 y el otro 4/6.

Los dos han completado la misma parte de cartulina. Luego, 2/3 y 4/6 son **fracciones equivalentes.**

También, plasma el concepto de fracción equivalente con el significado de parte-todo. A continuación vemos cómo define y explica lo que es la fracción equivalente.

Para comprobar si dos fracciones son equivalentes, multiplicamos los términos en cruz.

Dos fracciones son equivalentes cuando representan la misma parte de la unidad.

Podemos calcular fracciones equivalentes de dos formas.

a) Dividimos el numerador y el denominador por el mismo número.

   4/6 = 4:2 / 6:2 = 2/3

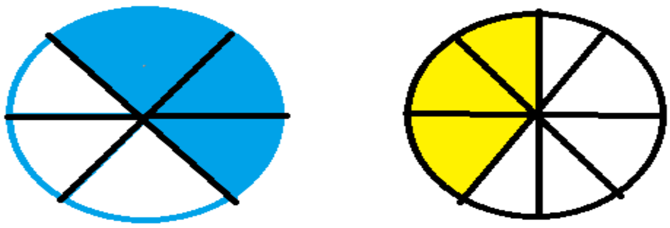
b) Multiplicamos el numerador y el denominador por el mismo número.

   4/6 = 4x2 / 6x2 = 8/12

El texto insiste en justificar la equivalencia mediante una técnica operatoria, la de “multiplicar los términos en cruz”. El texto no está explicando lo que quiere decir el término de fracción equivalente, sino que da una serie de pautas a seguir para calcular fracciones equivalentes de una fracción dada.

4.2.3. Comparar fracciones

En este apartado, se presentan dos pizzas que se han comido dos niñas. Una se ha comido 3/6 y otra 5/8 de pizza.



El libro de texto, propone que para saber quién ha comido más hay que comparar las fracciones que representan los trozos de pizza que han comido.

> Para comparar fracciones sin representarlas, buscamos que las dos tengan el mismo denominador, calculando fracciones equivalentes.

En este caso, para la enseñanza de la comparación de fracciones recurre a la fracción con significado de parte-todo, donde se representa la cantidad de pizza que come cada una de las niñas para comparar cuál de las dos niñas ha comido más cantidad de esas pizzas. En este caso, como las cantidades a comparar se distinguen fácilmente de modo visual puede dar el resultado de modo inmediato. Sin embargo, el texto opta por utilizar la equivalencia de fracciones para representar ambas con un denominador común fraccionando las dos pizzas en 24 partes iguales a pesar de que no es necesario para establecer la comparación.

Se observa que el texto opta por presentar rápidamente un procedimiento establecido sin dar la opción a los alumnos de realizar la comparación mediante otras técnica diferentes como, por ejemplo, considerar la fracción 3/6 como ½ y comparar ésta última, que es equivalente a 4/8, con 5/8 de pizza. De nuevo, el texto vuelve a anteponer el conocimiento procedimental al conocimiento conceptual, sin dejar tiempo a que los alumnos elaboren estrategias personales para comparar fracciones.

4.2.4. Fracción de una cantidad

Para calcular la fracción de una cantidad, dividimos la cantidad entre el denominador y multiplicamos el resultado por el numerador.

En este caso el libro de texto no explica que quiere decir la fracción de una cantidad, sino que solo señala como ha de calcularse. El texto opta por presentar técnicas operatorias en lugar de contenidos conceptuales. De esta manera, los alumnos no están comprendiendo el concepto a adquirir sino que obtienen estrategias de cálculo independientemente de que entiendan lo que hacen o no.

4.3. ANÁLISIS DEL CONTENIDO DEL TEMA CUATRO DEL LIBRO DE TEXTO: “OPERAR CON FRACCIONES”

Como hemos señalado anteriormente, no se van a detallar los contenidos de este tema, debido al poco interés que nos acarrea el hacerlo.

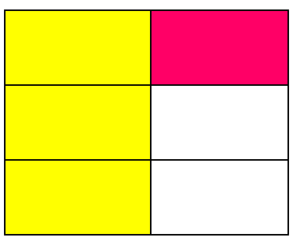
4.3.1. Sumar fracciones

Elena ha dividido un bizcocho en 6 trozos iguales. Después, ha puesto mermelada de fresa en 1/6 de bizcocho y de melocotón en 3/6.

- ¿Qué fracción de bizcocho tiene mermelada?

  1/6 + 3/6 = 1+3 / 6 = 4/6

  Tienen mermelada 4/6 de bizcocho.



Para sumar dos o más fracciones de igual denominador, se suman los numeradores y se deja el mismo denominador

La suma no tiene el significado de agregación de cantidades magnitud. El texto utiliza el significado de parte todo para presentar la suma de dos fracciones propias cuyo resultado es una fracción propia. La situación problemática no admite la generalización al caso de fracciones impropias, es decir, el significado parte-todo es inapropiado para definir la suma de fracciones impropias.

4.3.2. Restar fracciones

Elena ha dividido un bizcocho en 6 trozos iguales. Después, ha puesto mermelada en 4/6 del bizcocho.

- ¿Qué fracción de bizcocho no tiene mermelada?

  1 - 4/6 = 6/6 – 4/6 = 6 – 4 / 6 = 2/6

  No tienen mermelada 2/6 de bizcocho.

Para restar dos o más fracciones se restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

Como se ha señalado en el apartado anterior, el texto utiliza el significado de parte todo para presentar la resta de dos fracciones propias cuyo resultado es una fracción propia.

El texto, en lugar de introducir la suma o resta de fracciones a partir del significado de medida, opta por presentar el concepto desde la relación parte-todo, que obliga a involucrar únicamente fracciones propias.

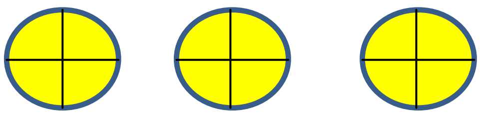
4.3.3. La fracción como división

Un grupo de 4 amigos quiere repartirse 3 tortillas en partes iguales, ¿Qué cantidad de tortilla le corresponde a cada uno?

Fíjate en que la división 3 entre 4 no es exacta y a cada uno le corresponde menos de una tortilla. Podemos utilizar las fracciones para expresarlo.

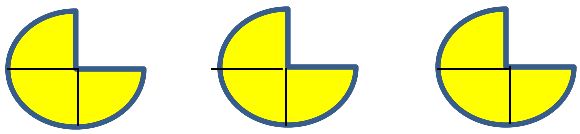
1. Divide cada tortilla en 4 partes iguales, es decir, en cuartos.

   3 x 4 = 12 → En total hay 12 cuartos



2. Reparte los 12 cuartos entre los 4 niños.

   12 cuartos : 4 = 3 cuartos → ¾



A cada amigo le corresponde ¾ de tortilla.

Una fracción es también una forma de indicar una división, en la que el numerador es el dividendo y el numerador es el divisor.

El texto presenta por primera vez el significado de reparto igualitario. Sin embargo, no explora las potencialidades de este significado porque no propone otras técnicas de reparto. La preocupación del texto es recurrir a técnicas operación: “una fracción es también una forma de indicar una división”. Resulta sintomático que indique

que el numerador es un número descontextualizado (el dividendo) y el denominador es otro número descontextualizado (el divisor) huyendo deliberadamente del significado conceptual que supondría identificar el numerador con el número de objetos iguales a repartir y el denominador el número de participantes en el reparto igualitario.

4.3.4. Porcentajes

De los árboles de un bosque, 42 de cada 100 son pinos; es decir, 42/100 son pinos.

Las fracciones que tienen denominador 100 se llaman porcentajes o tantos por ciento.

Fracción		porcentaje	lectura
42/100	=	42%	42 por ciento

El 42% de los árboles del bosque son pinos

Un porcentaje es una fracción que tiene como denominador 100.

4.3.5. Porcentaje de una cantidad

Magdalena compra el tomate frito en botes de 750 gramos. Hoy hay una oferta y le dan por el mismo precio un 12% más de tomate en cada bote.

1. ¿Cuántos gramos de tomate tiene en el bote de la oferta?

   12% de 750 = 12x750 / 100 = 9000 / 100 = 90

2. Hallamos los gramos de tomate que tiene en total el bote de la oferta.

   750 + 90 = 840

El bote de la oferta tiene 840 gramos de tomate.

Se echa en falta indicar la utilidad que tiene la notación porcentual. En su lugar, el texto opta exclusivamente por mostrar un ejemplo que gestiona mediante una técnica operatoria.

El texto utiliza la técnica operatoria descrita en Fracción de una cantidad para resolver el problema que plantea en el apartado “Porcentaje de una cantidad”

4.4. CONCLUSIONES DEL ANÁLISIS

Como conclusión del análisis, señalar que el libro de texto que utiliza este grupo clase de 5º de Primaria, se centra en explicar los conceptos matemáticos del temario basados casi exclusivamente en la relación parte-todo. Únicamente en el apartado “La fracción como división” hace referencia a la fracción como reparto, y hay una carencia de la fracción con significado de razón y de medida. El significado relación parte-todo es el que soporta toda la instrucción sobre las fracciones en tanto en cuanto que figura en la mayor parte de las situaciones en que se pone en juego el significado de fracción. También aparece el significados de reparto, pero su presencia tiene como finalidad la de identificar la fracción como una división indicada; en ningún caso se detecta la intencionalidad de ofrecer nuevas perspectivas del significado de la fracción, puesto que no se establecen conexiones entre ambos significados. Resulta sorprendente la ausencia del significado de medida que consideramos imprescindible en la enseñanza del concepto de fracción. Curiosamente resulta que un significado que pertenece de pleno a la epistemología del número racional, ha pasado a constituir un significado de nula presencia en el terreno conceptual

También añadir, que la propuesta didáctica analizada muestra una clara tendencia hacia los conocimientos de tipo procedimental. Los conceptos ocupan un lugar secundario, el núcleo de las exposiciones y la mayor parte de los recuadros que destacan los conocimientos se dedican a concretar la técnica utilizada.

La metodología que utiliza el texto está alejada de los presupuestos del constructivismo, porque prioriza el método expositivo, la presentación de los contenidos mediante disertaciones de los autores; de este modo, el alumno percibe el conocimiento ya terminado y en la forma en que lo conciben los autores. La resolución de problemas no juega un papel relevante en el texto analizado porque el alumno no tiene ocasión para experimentar, manipular, reflexionar y abstraer los contenidos que debe comprender y aprender.

En algunas ocasiones, podemos observar que enseñan a los niños contenidos imprescindibles para ellos, pero no lo hacen de una manera que a ellos les permita llegar a la máxima comprensión posible del contenido a aprender. Los libros de textos habitualmente utilizan para explicar los contenidos, situaciones que en raras ocasiones se acercan a los contextos cercanos de los alumnos, lo que hace más difícil para ellos llegar a realizar conclusiones acertadas sobre lo que están aprendiendo.

Coincidimos con Escolano (2007, p. 149) que el significado parte-todo sustenta la enseñanza de la fracción en Educación Primaria y que esta elección que tiene consecuencias importantes en una deficiente construcción del número racional por parte de los escolares que manifiestan las siguientes dificultades de comprensión:

- Las fracciones impropias no existen, por cuanto resulta difícil de aceptar que se puedan tomar más partes de las que aparecen al fraccionar el todo. El hecho de que se reitere en todos los cursos un epígrafe dedicado a las fracciones impropias constituye la constatación de que este tipo de fracciones son difícilmente comprensibles para los alumnos.

- Se concibe la fracción como un número no medida, como un ente abstracto que relaciona representaciones gráficas y simbólicas. En efecto, en el libro de texto no se explicita el sentido y funciones de la unidad, porque se oculta la medida real de cantidades de magnitud; de este modo los alumnos pueden forjarse la creencia de que solamente han de tener en cuenta dos elementos: el “todo” y las partes destacadas. Esta idea dificulta la resolución de problemas, puesto que los enunciados y las soluciones exigen que las fracciones hagan referencia a una cantidad de magnitud y la unidad con la que se mide.

- El número racional se engloba en la idea de número que los alumnos construyeron con los números naturales. En efecto, el texto no produce en el alumno la ruptura conceptual provocada por la necesidad de utilizar los números para resolver tareas diferenciadas: el número natural resuelve las actividades de recuento, mientras que el racional resuelve las actividades de medida. En consecuencia, las estructuras numéricas se disipan y, por tanto, el alumno identifica los significados de entes numéricos bien diferenciados, así como sus relaciones y sus operaciones.

- El idea de fracción con el significado parte-todo no la percibe el alumno como una idea matemática necesaria, pues las actividades que se proponen se resuelven con un doble recuento. Por tanto, las fracciones se conciben como ideas abstractas de las matemáticas que no surgen al resolver actividades humanas.

La comprensión del número racional exige superar importantes obstáculos de tipo epistemológico, pero también es cierto que una práctica docente como la que hemos analizado no favorece la superación de tales obstáculos; antes bien, provoca nuevos obstáculos, de tipo didáctico, como consecuencia de los significados de la fracción puestos en juego y de las estrategias metodológicas utilizadas.

5. DISEÑO DE LA EXPERIENCIA

5.1. Contexto

La experimentación se va a llevar a cabo en un grupo de 5º de Primaria del colegio Compañía de María de Zaragoza, un cuestionario sobre fracciones, en el que se podría analizar a posteriori el nivel que tienen en diferentes campos que abarcan las fracciones.

Se trata de un colegio concertado de clase media. En el aula en el que se va a realizar dicho cuestionario hay veinticinco alumnos, diez chicos y quince chicas. Los alumnos no tienen grandes problemas de aprendizaje. Además, es un grupo muy trabajador con el que se ha podido trabajar muy bien.

En cuanto a la descripción de las características personales y sociales del alumnado, dicho alumnado procede de familias con una situación económica y social media y media-alta. La ocupación laboral de los padres se da fundamentalmente dentro del sector servicios, con un porcentaje alto de ellos, dedicado a profesiones liberales, y también a la administración pública. Cuentan con un buen nivel de formación. Gran parte de ellos tienen estudios medios y superiores.

En general el ambiente familiar y afectivo es estable, sin grandes conflictos, influyendo positivamente en la tarea educativa y en la relación escuela-familia. En general, muestran gran interés y preocupación por la educación de sus hijos.

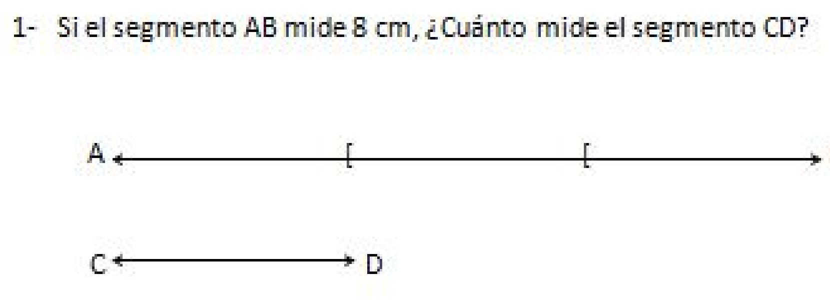
En relación con los Alumnos con necesidades especiales de enseñanza (ACNEAE), Compañía de María está considerado centro de integración preferente de deficientes auditivos; integran también a otro tipo de alumnado con necesidades educativas especiales: deficiencias visuales, psíquicas, TGD… En el aula hay dos alumnas con adaptación significativa, una de ellas está diagnosticada como alumna con retraso mental, y la otra es una niña con escolarización combinada, debido a su discapacidad auditiva.

5.2. Contenidos del cuestionario

El cuestionario se ha centrado en los significados de la fracción como parte-todo, medida y reparto, sin entrar en las técnicas de manipulación de fracciones. Para ello, se diseñan dos tareas para cada uno de esos significados: una primera tarea en la que tienen que indicar la fracción que define una situación gráfica y una segunda tarea en la que hay que representar gráficamente una fracción dada. Posteriormente se pide que justifiquen la equivalencia de fracciones en los tres modelos: parte-todo, medida y reparto. Finalmente se plantea un pregunta que se refiere a la densidad del conjunto de los números racionales.

Los contenidos que se han desarrollado son la fracción con significado de parte-todo, con significado de medida y con significado de reparto. Asimismo, equivalencia de fracciones con significado de parte-todo, con significado de medida y con significado de reparto propiamente dicho.

La **primera tarea**, consta de un segmento AB que mide ocho centímetros y un segmento CD que es la tercera parte del segmento AB. La resolución de la tarea consiste en señalar un tercio del segmento AB, en este caso que mide ocho centímetros.



Es una tarea de fracción con significado de medida en la que los alumnos tendrán que entender que el segmento más pequeño, el segmento CD, es la tercera parte del segmento dado, lo que corresponde a un tercio del mismo.

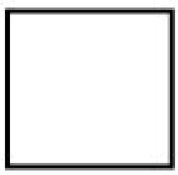
Es una tarea sencilla, de la cual esperamos que un porcentaje alto de alumnos la resuelva de forma correcta, debido a que es una tarea que hemos implementado de forma muy gráfica.

Se espera que la mayoría de los alumnos resuelvan la tarea con la división 8:3, ya que lo que sí afrontan los niños con las fracciones es que, toda fracción es igual a un número decimal. En este caso, daremos por correcta la tarea que esté resuelta con dicha división. Ya que lo que queremos saber con esta actividad es si los alumnos entienden que el segmento más pequeño, el segmento CD, es la tercera parte del segmento AB. Si efectúan la división de 8:3, independientemente de que pongan la fracción 1/3, quiere decir en una pequeña medida entienden el objeto de la actividad.

Esta resolución es la que en mayor medida se espera, ya que en el enunciado de la tarea no se especifica que haya que expresarlo en forma de fracción.

En la **segunda tarea**, se les proporciona un cuadrado que es la unidad de área. La actividad consiste en la construcción de un rectángulo cuya área sea cinco cuartos de la unidad.

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:



Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

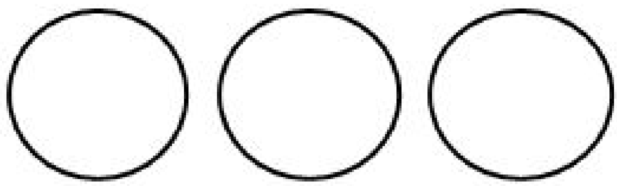
Es una tarea de fracción con significado de medida en la que los alumnos deben dividir la unidad dada en cuatro partes iguales y construir un rectángulo utilizando cinco cuartas partes de la unidad.

Dada esta tarea, se espera que los alumnos tengan alguna dificultad debido a que la fracción que se les proporciona para construir el rectángulo es una fracción impropia. Esto puede pasar, ya que la fracción impropia no es un contenido que hayan estudiado en profundidad en estos dos cursos, si no que se han focalizado en gran medida en las fracciones propias.

Habrá niños que realicen la actividad exitosamente, pero los que no lleguen a comprender lo que deben hacer con la fracción y la unidad dada, suponemos que harán un rectángulo dividido en cinco partes, pero sin entender lo que realmente representa la unidad de área que se les proporciona.

La realización de la **tercera tarea** tiene dos partes. La primera consiste en repartir en partes iguales tres pizzas entre cuatro personas, y la segunda, en señalar que cantidad de pizza le toca a cada una de esas personas.

3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.



Es una tarea de reparto igualitario, en la que, además de repartir en partes iguales entre las personas que se indican, en este caso cuatro personas, los alumnos tendrán que comprender que a partir de dicho reparto, la cantidad de pizza que recibe cada persona se puede cuantificar en forma de fracción.

En esta tarea, los alumnos tienen diversas posibilidades para repartir en partes iguales. Se espera que la mayoría de ellos divida cada una de las pizzas en cuatros partes, asignando a cada una de las cuatro personas, una parte de las tres pizzas, es decir, un cuarto de cada pizza.

Aunque, también habrá alumnos que lo dividan dándoles a tres de las cuatro personas, tres cuartos de una pizza entera, y al último, los tres cuartos restantes. En menor medida, habrá algún alumno que reparta las tres pizzas asignando a cada uno media pizza más un cuarto.

Al haber una amplitud de posibilidades de reparto, se espera que esta tarea tenga un porcentaje de éxito bastante alto.

Sin embargo, puede haber alguna dificultad en la segunda parte de la tarea, la cual consiste en indicar que cantidad de pizza recibe cada una de las cuatro personas, debido a que se despisten y no vean que la tarea tiene dos partes. En la ejecución de la segunda parte, no tendría que haber problema, ya que la suma de fracciones es un contenido que han estudiado tanto este año, como el curso pasado.

La **cuarta tarea** es un problema de reparto en el que, a partir de la cantidad de pizza que se le ha repartido a cada una de las cuatro personas, tendrán que averiguar cuántas pizzas se reparten en total para que esas personas hayan recibido tres medios de pizza.

4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

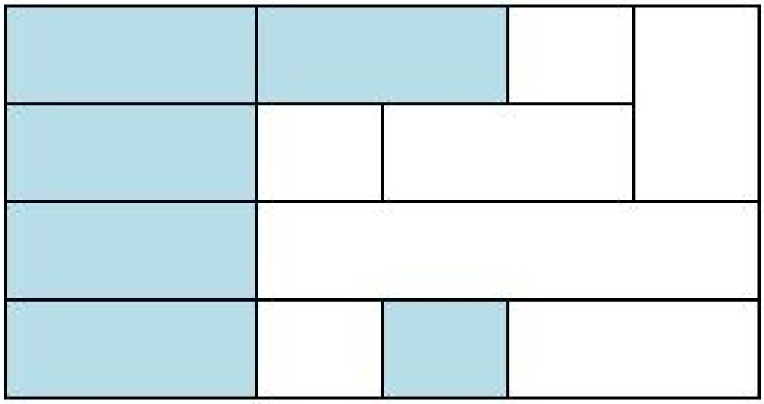
Es un problema de reparto igualitario, pero esta vez, a la inversa.

Se espera, que los alumnos dibujen pizzas dándole a cada una de las cuatro personas la fracción dada. Sin embargo, dicha fracción es impropia de nuevo, por lo que alguno de los alumnos que tengas dificultades con las fracciones, podrían tener algún problema para afrontar la tarea.

También, se podría dar la posibilidad de que se resolviese el ejercicio con operaciones aritméticas, de manera que tres medios de pizza es una pizza y media, por cuatro personas, son seis pizzas.

En la **quinta tarea** tenemos un rectángulo que dividido en partes rectangulares de diferentes tamaños. La solución de la tarea consiste en hacer una descomposición en partes iguales para indicar la fracción que representa la parte coloreada.

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



Es una tarea de fracción con significado de parte-todo en la que, a diferencia de lo que sucede en la mayor parte de los ejercicios escolares, la descomposición en partes iguales queda a cargo del alumno.

Dado que son los alumnos los que tienen que descomponer las partes más grandes para que todas las piezas sean del mismo tamaño, nos da la impresión de que van a ser muy pocos los que hagan esta parte de la tarea. Suponemos que la gran mayoría contarán las partes coloreadas sin realizar ninguna descomposición.

Esto puede ocurrir, porque los alumnos no comprendan que la fracción que representa el dibujo sin descomponerlo (6/13) está formada por partes desiguales.

La **sexta tarea** consiste en la representación gráfica de una fracción impropia utilizando el modelo parte-todo.

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.

Es una tarea de fracción con significado de parte-todo con el inconveniente de que se trata de una fracción impropia.

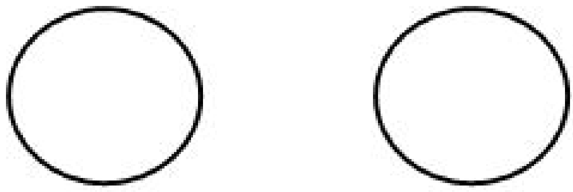
Es una tarea simple, en la que los alumnos tienen que representar la fracción dada. Al ser una fracción impropia, tiene la dificultad de que tienen que dibujar dos pizzas para poder coger cuatro tercios. Sin embargo, como ya he dicho en alguna de las tareas anteriores, algún alumno que no comprenda este conocimiento matemático, le puede ser difícil al tener que representar una fracción impropia.

Sin embargo, suponemos que en términos generales la actividad tendrá buenos resultados, ya que en estos dos cursos que han estudiado las fracciones, han realizado actividades de representación de fracciones con significado de parte-todo en el libro de texto.

A continuación, las cuatro últimas actividades hacen referencia a la equivalencia de fracciones con los diferentes significados que puede tener la fracción.

En la **séptima, octava y novena tarea** deben justificar por medio de un dibujo la equivalencia de fracciones, utilizando tanto el significado de parte-todo como el de medida o el de reparto.

7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.



En esta **séptima tarea**, los niños además de representar las dos fracciones equivalentes que se les proporciona, tienen que justificar por qué son equivalentes a partir de la representación que previamente han realizado.

A partir del libro de texto, los niños aprenden que dos fracciones son equivalentes porque hay una regla matemática que lo expresa, y que se calcula multiplicando ambas fracciones en cruz. Sin embargo, no comprenden realmente, qué quiere decir el término de equivalencia, por qué dos fracciones son equivalentes una de otra, que hay detrás de todo aquello. De ahí, que queramos estudiar los resultados de estas tres tareas para ver qué conclusiones sacamos de la enseñanza de este contenido matemático que es la equivalencia de fracciones.

Suponemos que la representación de ambas fracciones las realizarán de una manera triunfante, sin embargo la justificación de la equivalencia podría estar explicada con dicha regla de la que acabamos de hablar, la cual han estudiado en el libro de texto en el primer trimestre

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

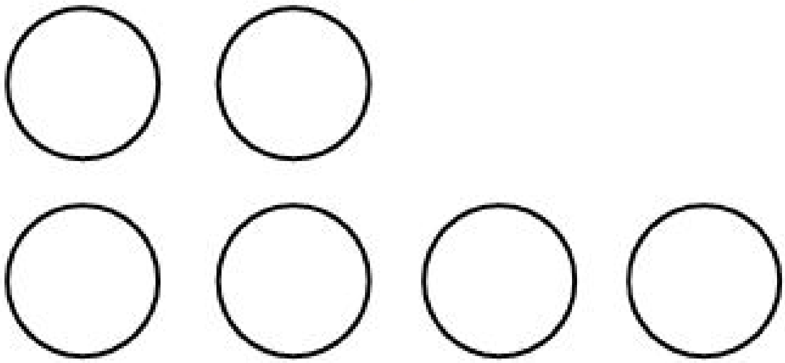
En esta tarea los alumnos deben justificar la equivalencia de fracciones que expresan cantidades de longitud..

Los alumnos tienen que, a partir del segmento que es la unidad de medida, medir el segmento siguiente que se les proporciona con la tercera parte de la unidad por un lado, y con la sexta parte de la unidad por otro.

Sería necesario haberles puesto otro segmento igual en la parte inferior al proporcionado para que no hubiese inconvenientes al representar las dos fracciones, ya que podría ser que al dar solo un segmento representaran las dos fracciones en el mismo dado, en lugar de dibujar otro del mismo tamaño debajo.

Es una de las tareas menos sencillas del cuestionario debido a que, además de tener que justificar por qué son equivalentes ambas fracciones teniendo en cuenta la representación en los segmentos, es una tarea de fracción con significado de medida, la cual no han estudiado en estos dos cursos anteriores. Por lo que, suponemos que el porcentaje de éxito de dicha tarea será bajo.

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



La **novena tarea**, es también de equivalencia de fracciones, pero esta vez, con significado de reparto igualitario, de manera que, lo alumnos tienen como primera labor a realizar los dos repartos que aparecen en el enunciado y justificar por qué ambos repartos son equivalentes.

Las actividades que tratan la fracción con significado de reparto son más accesibles a los alumnos porque repartir es una acción que se lleva a cabo en la vida diaria de las personas. Por lo tanto, aunque no hayan estudiado la fracción con este significado de reparto igualitario durante estos dos cursos, es un contenido que tal vez los alumnos puedan realizarlo con éxito a pesar de no haberlo estudiado previamente.

Por lo que suponemos que al contrario que con la actividad anterior de equivalencia de fracciones con significado de medida, la cual no han estudiado ni posiblemente lo hayan visto nunca en su vida diaria, esta actividad es frecuentemente utilizada en su entorno y puede que tenga un porcentaje alto de éxito.

Como **décima tarea**, los alumnos tienen que encontrar tres fracciones intermedias entre dos que se les dan.

10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

Se pretende ver si utilizan la equivalencia de fracciones para obtener fracciones intermedias y si asumen que entre dos fracciones, por cercanas que sean, pueden encontrarse otras muchas fracciones.

No pretendemos que haya un gran número de alumnos que hagan bien esta actividad, debido a la complejidad que supone. Seguramente, escribirán las dos fracciones intermedias que claramente se aprecian entre las dos fracciones dadas. Pero difícilmente escribirán alguna otra diferente de 4/5 y 5/5. Tendrán dificultades para encontrar una tercera fracción intermedia como por ejemplo 9/10, que está entre 4/5=8/10 y 5/5=10/10.

6. DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA Y RESULTADOS

Una vez que los alumnos realizaron el cuestionario, se va a llevar a cabo un análisis de las diez tareas de las que consta, estudiando una por una las estrategias que ha seguido cada uno de los participantes de esta experiencia.

De esta manera, nos permitirá, en muchos casos, comprender de qué forma entienden las fracciones a la hora de realizar las actividades. En otros casos, los niños no llegan a comprender lo que se les pide y la realización de la tarea queda sin llegar a su resolución.

En el aula hay dos alumnas con adaptación significativa, como ya se ha señalado anteriormente, por lo que no participaron en el análisis propiamente dicho. El cuestionario se llevó a cabo cuando ambas alumnas estaban en el aula de apoyo al que asisten diariamente.

Además, uno de los alumnos no pudo realizar la experiencia el día que se llevó a cabo, ya que no asistió al colegio ese día por motivo de enfermedad.

Teniendo en cuenta a dicho alumno y a las dos niñas con Necesidades Educativas Especiales, la experiencia se realizó con los veintidós alumnos restantes.

6.1. Organización del aula

El cuestionario se les pasó a los veintidós alumnos de manera individual. Separaron las mesas en cuatro filas rectas, como lo suelen hacer para la realización de controles y trabajos individuales que requieran concentración.

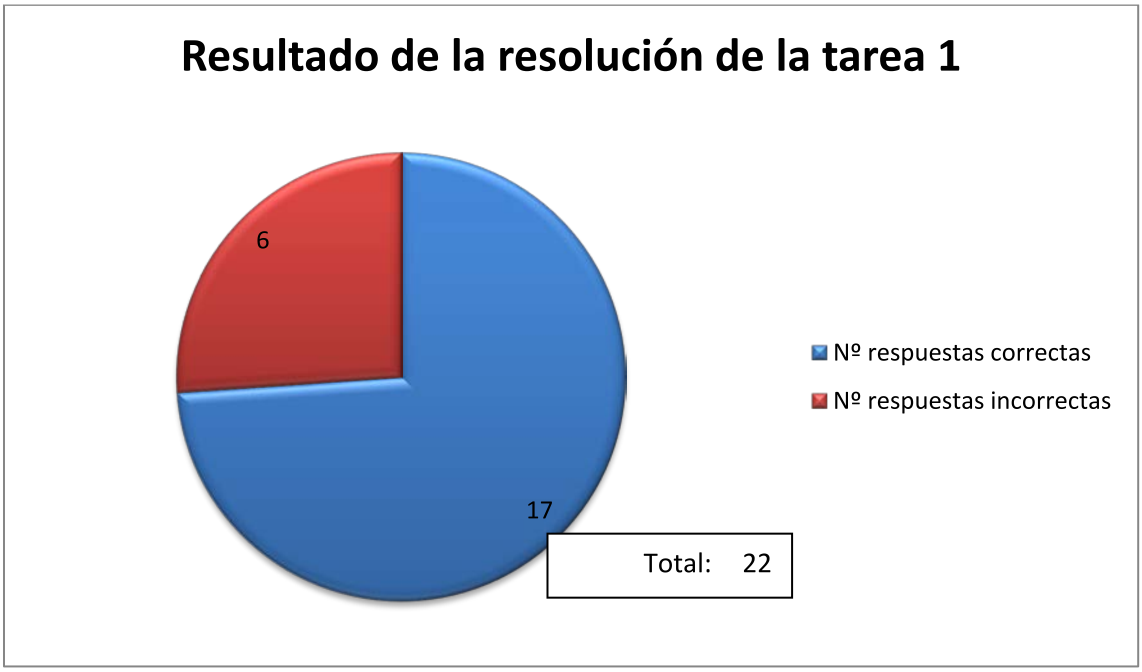
Además, se les proporcionó el tiempo necesario, una hora y media, para que todos pudieran acabar el cuestionario de manera completa, sin dejar ninguna actividad en blanco por falta de tiempo. Todos los alumnos entregaron el cuestionario antes de que finalizase ese tiempo asignado para la prueba.

6.2. Resultados

A continuación pasaremos a analizar los resultados de cada una de las preguntas del cuestionario.

Tarea 1

Esta actividad ha salido en términos generales, bastante bien. El porcentaje de respuestas correctas ha sido de un 77%.



	Total	Porcentaje
Respuesta correcta	17	77%
Respuesta incorrecta	5	23%
Total de alumnos	22	100%

Hay que señalar que se ha dado por buena toda respuesta que dice que el segmento CD mide “1/3 de 8” o mide “1/3”, independientemente de que expresen o no la respuesta en forma decimal o de que, en caso de hacerlo, se confundan al realizar la división.

Además, si los alumnos dan el resultado en número decimal procedente de la división 8:3 se da por correcto porque entendemos que hacer la división significa que comprenden que el segmento menor es la tercera parte del segmento mayor, que mide 8 centímetros. En el enunciado no señala que sea indispensable poner la fracción y por eso hemos aceptado como correcto el que escriban el número decimal. Tampoco tenemos en cuenta si dan o no el resultado acompañado de la unidad de medida (centímetros).

Todos los alumnos que hacen la división 8:3, la resuelven con éxito, a excepción de uno que se equivoca. Algunos de ellos ponen varios decimales y otros escriben únicamente el primer decimal.

Por lo tanto, en la tarea uno, las estrategias que se siguen para la resolución de la misma son las siguientes:

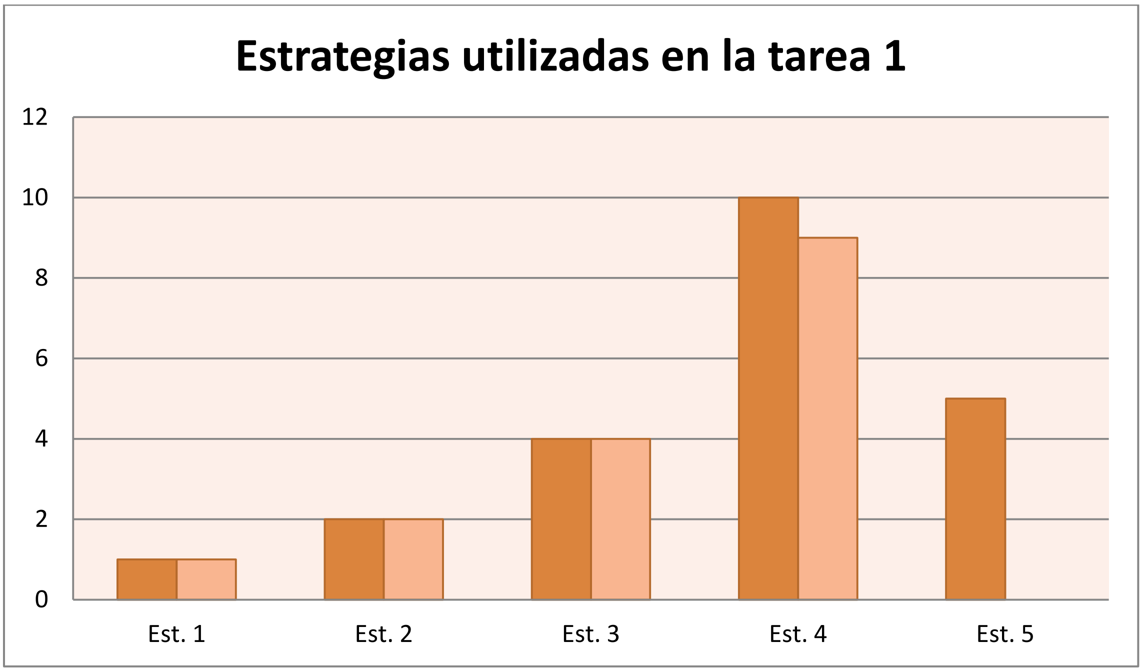
Est 1.1. Escribe un tercio de ocho y efectúan la división de 8 entre 3.

Est 1.2. Escribe un tercio de ocho pero no efectúan la división.

Est 1.3.Escribe solamente un tercio y efectúan la división.

Est 1.4. Efectúa la división directamente.

Est 1.5. Otras estrategias o resoluciones incorrectas.



El gráfico tiene dos columnas en cada estrategia. La primera columna es el número de alumnos que utiliza esa estrategia. La segunda columna es el número de alumnos que ha utilizado esa estrategia de forma correcta, por lo que llega a la resolución de la tarea. Este código va a ser utilizado en la presentación de todas las tareas de este trabajo.

En el gráfico anterior podemos apreciar que el número de alumnos que han utilizado las estrategias uno, dos y tres no varía de la primera a la segunda columna, debido a que esas tres son estrategias correctas y que llegan a una resolución de la tarea que hemos percibido como correcta. Todos los alumnos que han seguido esas tres estrategias han resuelto la tarea exitosamente.

La estrategia cuatro la hemos dado por correcta como se ha señalado anteriormente. Es cierto que los alumnos que realizan esta estrategia no señalan la fracción que pertenece a la medida del segmento menor, sin embargo, no lo expone el enunciado, por lo que creemos que si efectúa la división, el alumno comprende que el segmento menor es la tercera parte del segmento mayor que mide 8 centímetros.

Uno de los alumnos sigue la estrategia cuatro, pero efectúa la división de forma incorrecta. Sin embargo, la hemos dado por correcta en el gráfico de éxito/fracaso, puesto que no estamos evaluando a los alumnos, si no que queremos analizar la comprensión de la tarea, lo que comprenden de las fracciones. Para ellos la notación decimal es importante y en este curso de 5º de Educación Primaria la dominan en un alto nivel, por lo que creemos que al estar más cómodos con ella, afrontan así la tarea 1. Han preferido realizar la división en lugar de operar con fracciones.

La estrategia cinco, pertenece al sector de estrategias incorrectas, por lo que ningún alumno de este rango llega a la resolución de la tarea.

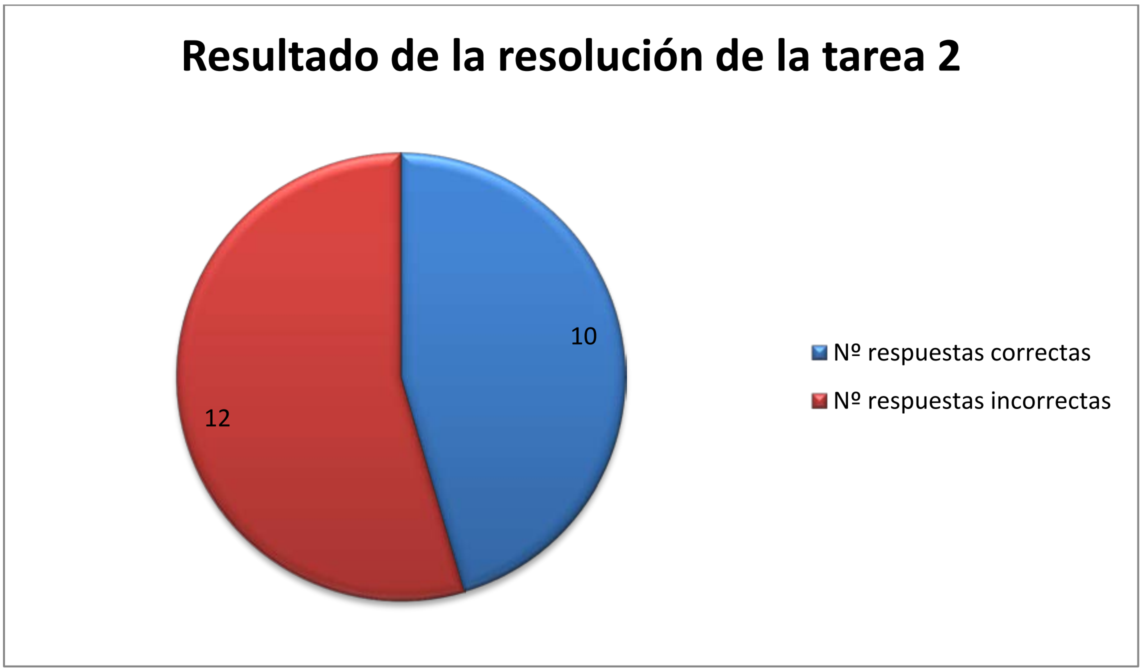
A pesar de que la tarea de medida es muy elemental cabe reseñar que el 23% de los alumnos no identifican que la medida del segmento CD es 1/3 de la longitud del segmento AB. Una cuarta parte del grupo clase tiene dificultades de comprensión para identificar la fracción de una cantidad de longitud cuando consideran otra como unidad. Se trata de una tarea que les ha resultado novedoso para los alumnos porque no hemos visto tareas de medida planteadas en el libro de texto que siguen en el colegio.

Estos resultados indican que los alumnos no transfieren directamente el conocimiento de la fracción como parte-todo al significado de medida.

Tarea 2

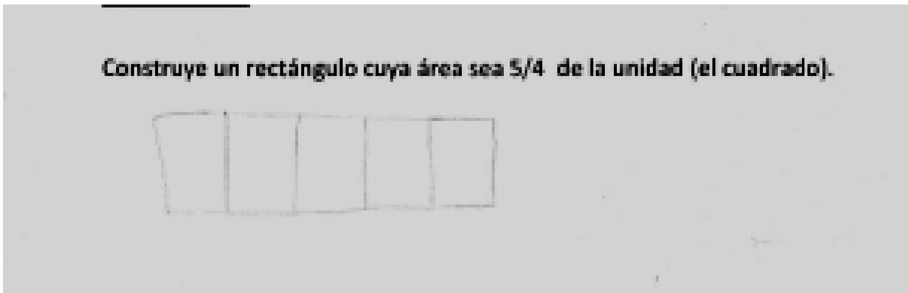
La tarea 2 ha tenido un porcentaje más alto de fracaso que de éxito, ya que tenemos un porcentaje de fracaso del 55% frente a un 45% de éxito. Esta actividad ha resultado un poco más difícil para los alumnos que la anterior teniendo en cuenta los resultados.

También, es necesario añadir que es una actividad de medida de cantidades de superficie en la que los alumnos no solo tienen que construir un rectángulo con una determinada fracción que nosotros le proporcionamos, sino que esa fracción que se les proporciona es una fracción impropia, por lo que esto aumenta la dificultad de la tarea. Además añadir, que esta tarea de fracción con significado de medida no es una de las tareas comunes que realizan en el aula clase con el libro de texto.



	Total	Porcentaje
Respuesta correcta	10	45%
Respuesta incorrecta	12	55%
Total de alumnos	22	100%

Hay que señalar que se da por buena solución, la construcción del rectángulo cuya área sea la fracción señalada, a pesar de que no dividan la unidad que se les proporciones en las partes correspondientes. Los alumnos hacen esta actividad sin regla y a mano, por lo que el tamaño de la cuarta parte de la unidad que toman para la construcción del mismo, se obvia, dentro de un parámetro similar a dicha parte de la unidad, es decir, se acepta una cierta imprecisión a la hora de dibujar el rectángulo.



En la tarea dos, las estrategias que se siguen para la resolución de la misma son las siguientes:

Est 2.1. Se divide el cuadrado en cuatro cuadrados iguales utilizando las paralelas medias y se construye el rectángulo, adosando cinco de esas nuevas unidades. Se admite una cierta imprecisión en el dibujo. En algunos casos, borran las líneas de separación de las unidades en el rectángulo.

Est 2.2. Aparentemente se divide el cuadrado en cuatro cuadrados iguales utilizando las paralelas medias, aunque esa división no aparece reflejada en la respuesta, y se construye el rectángulo, adosando cinco de esas nuevas unidades. Se admite una cierta imprecisión en el dibujo.

Est 2.3. Se divide el cuadrado en cuatro cuadrados iguales utilizando las paralelas medias, pero se dibujan las cinco nuevas unidades una a continuación de otra, sin adosarlas para formar un rectángulo. Se admite una cierta imprecisión en el dibujo.

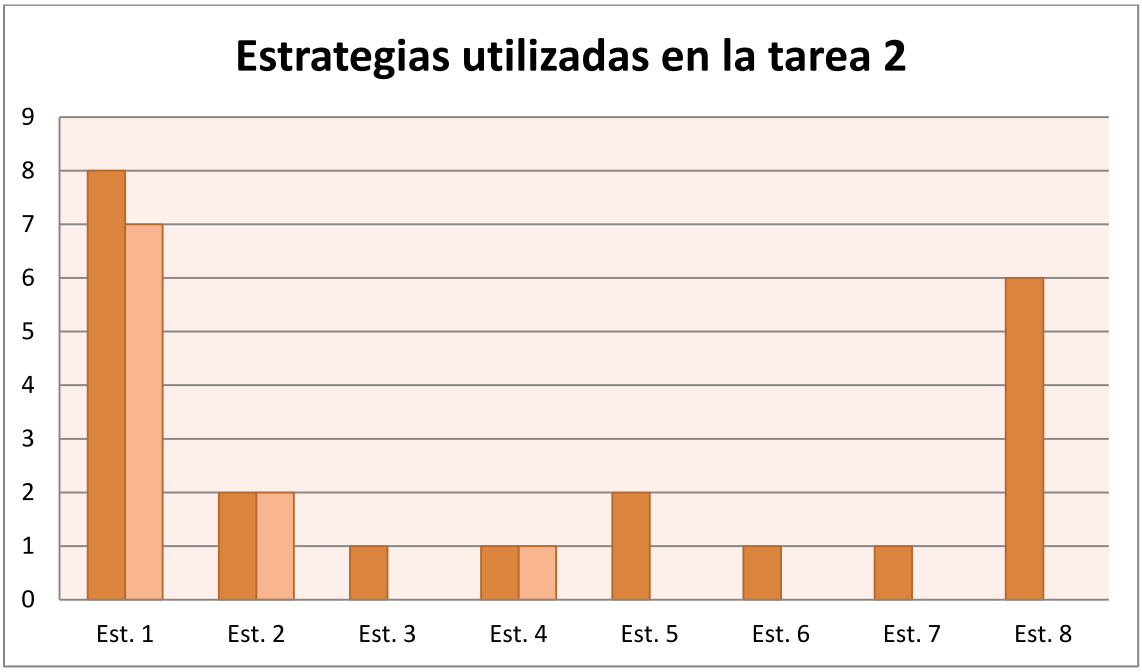
Est 2.4. Se divide el cuadrado en cuatro rectángulos iguales utilizando paralelas a uno de los lados y se construye el nuevo rectángulo, adosando cinco de esas unidades. Se admite una cierta imprecisión en el dibujo.

Est 2.5. Siguen la estrategia 2.1, pero sin ningún cuidado en lo que se refiere a dibujar las unidades que componen el rectángulo del mismo tamaño que las que componen el cuadrado.

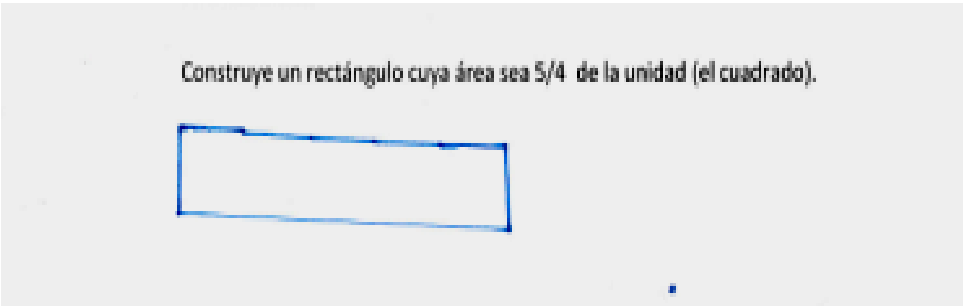
Est 2.6. Dibuja un rectángulo compuesto de ocho cuadrados similares a la cuarta parte del cuadrado inicial y marca cinco.

Est 2.7:Construye el rectángulo añadiendo al cuadrado la mitad del propio cuadrado.

Est 2.8. Otras estrategias erróneas.



Como se puede observar en el gráfico, las estrategias uno, dos y cuatro, llevan a una resolución correcta de la tarea. A excepción de un alumno que siguiendo la estrategia uno, divide la unidad en cuatro partes iguales, y construye un rectángulo sin diferenciar las partes en las que está formado dicho rectángulo. Por lo tanto, no llega a cumplir los requisitos para llegar al éxito de la pregunta.



El resto de las estrategias, la tres, cinco, seis, siete y ocho, son estrategias incorrectas que no llegan a la resolución de la tarea.

Observamos que los alumnos tienen grandes dificultades para construir un rectángulo de superficie 5/4 de unidad. Se pone de manifiesto las dificultades detectadas en la tarea anterior pero agravadas , en este caso, por el hecho de tener que construir una cantidad de superficie que viene expresada por una fracción impropia como es 5/4 de unidad.

No nos resulta extraño este resultado dado que el modelo de enseñanza parte-todo no es adecuado para introducir las fracciones impropias. Y aquí tenemos ocasión de constatar estas dificultades de comprensión asociadas a una enseñanza inadecuada de la fracción sustentada en la relación parte-todo.

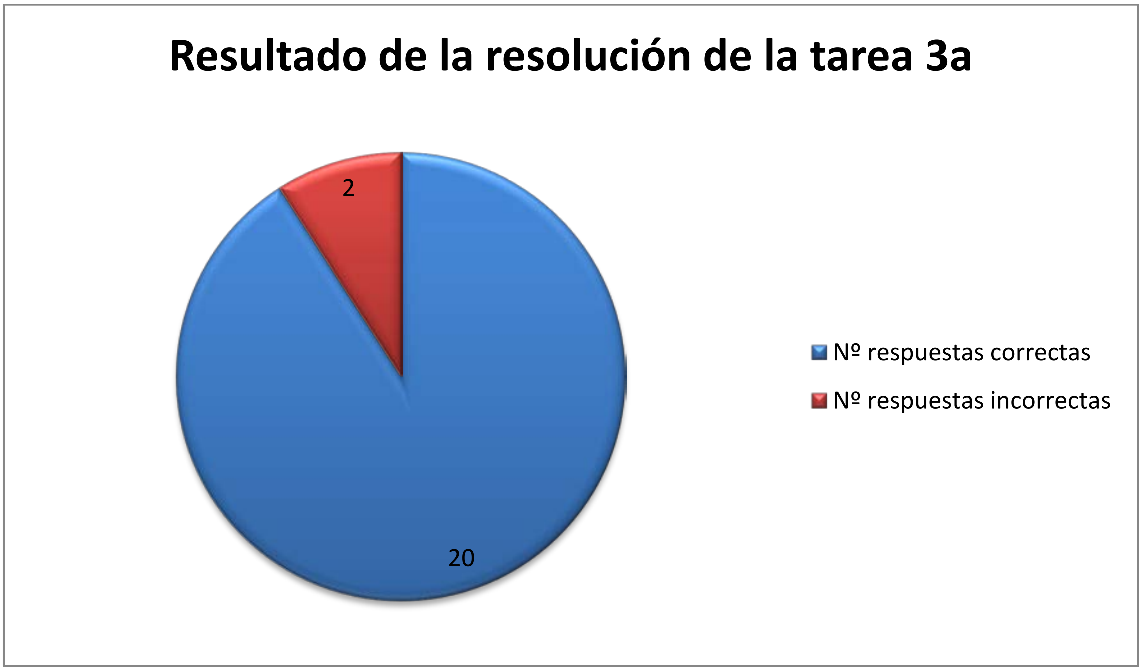
Tarea 3

La tarea 3 está compuesta por dos partes. En la primera parte los alumnos tienen que realizar un reparto determinado por nosotros, ofreciéndoles la cantidad total que se reparte en forma de círculo.

La segunda parte de la tarea consta de señalar qué cantidad recibe cada una de las personas que participan en ese reparto. Al tener dos partes, hemos divido la tarea para ver el porcentaje de éxito/fracaso de las dos partes y hemos analizado las estrategias que han seguido en cada una de las dos partes como si fueran tareas diferentes, para luego hacer una pequeña conclusión común.

Tarea 3a

La primera parte de la tarea 3 ha resultado sencilla para los alumnos. El porcentaje de éxito ha sido muy alto. Las respuestas correctas presentan un porcentaje del 90% frente al 10% de respuestas incorrectas. De esta manera, solamente hay dos alumnos que fallan en esta parte de la tarea.



	Total	Porcentaje
Respuesta correcta	20	90%
Respuesta incorrecta	2	10%
Total de alumnos	22	100%

Se da por bueno cualquier reparto que sea correcto, teniendo en cuenta las pizzas que se reparten y las personas que hay para repartir dichas pizzas. Se puede repartir a cada persona un cuarto de las tres pizzas; dos personas reciben tres cuartos de una pizza, y las otras dos, media de una y un cuarto de la otra; tres persona recibe tres cuarto de una misma pizza, y la cuarta persona los tres cuartos restantes de las otras tres pizzas.

Las estrategias que han seguido los alumnos en esta parte de la tarea 3 son las siguientes:

Est 3a.1. Corta cada pizza en cuatro trozos iguales y da un trozo a cada persona. En alguna respuesta hay que suponer que la intención del que reparte es esa.

Est 3a.2. Quita a dos de las pizzas un cuarto y divide la tercera pizza en dos partes iguales. Dos personas reciben una pizza menos un cuarto y otras dos, media pizza y un cuarto de pizza.

Est 3a.3. Quita a cada pizza un cuarto de pizza. Tres personas reciben una pizza menos un cuarto y otra, tres trozos de un cuarto de pizza.

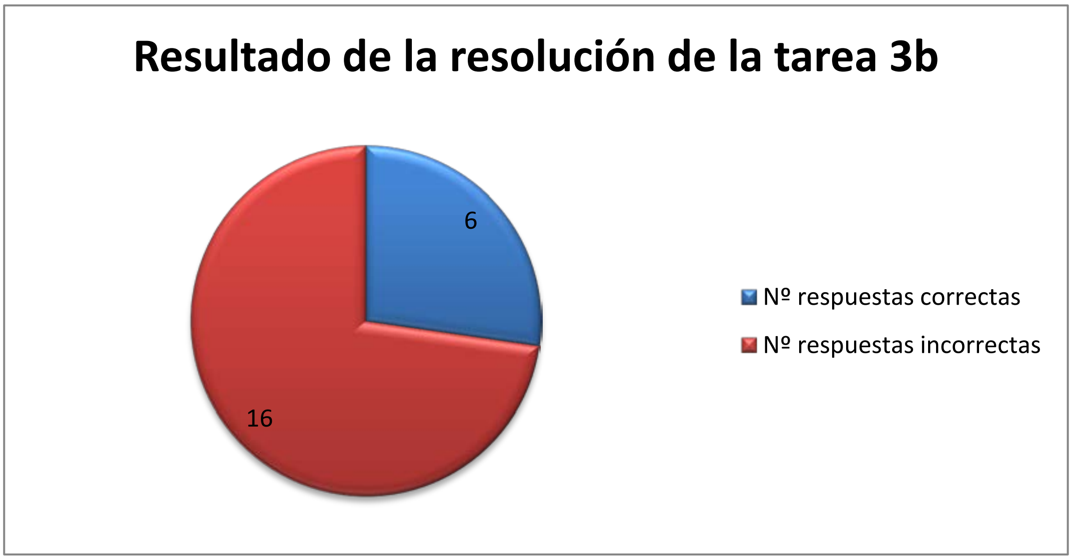
Est 3a.4. Corta dos pizzas por la mitad y la otra cuatro trozos iguales. Cada persona recibe media pizza y un cuarto.

Est 3a.5. Repartos incorrectos.

Como se puede observar todas las estrategias llevan al éxito de la tarea, a excepción de la estrategia cinco que lleva a error. Todos los alumnos que han realizado las cuatro primeras estrategias no han cometido ningún error al llevarlas a cabo, por lo que todos han resuelto la tarea de manera correcta.

Tarea 3b

Una vez analizada la primera parte de la tarea tres, vamos a ver qué sucede con la segunda:



	Total	Porcentaje
Respuesta correcta	6	27%
Respuesta incorrecta	16	73%
Total de alumnos	22	100%

Podemos ver, que esta parte ha salido mucho peor que la primera, siendo el porcentaje de éxito de 27%. El porcentaje de fracaso es de 73%, ya que en algún caso esta parte ha quedado sin resolver.

Se da por buena la tarea si únicamente dicen que cada persona recibe 3/ 4 de pizza, o bien: 1/2 + 1/4 de pizza.

Las estrategias que han seguido para intentar resolver la tarea han sido las siguientes:

Est 3b.1. Responde “¾ de pizza” o “3/4 se come cada uno” o “3/4”.

Est 3b.2. Responde “media + 1 cuarto”.

Est 3b.3. Responde “cada uno recibe 3 trozos” o “tres trozos para cada persona”.

Est 3b.4. Responde “3/12 se come cada uno” o “3/12 de pizza” o “3/12”.

Est 3b.5. Otras respuestas.

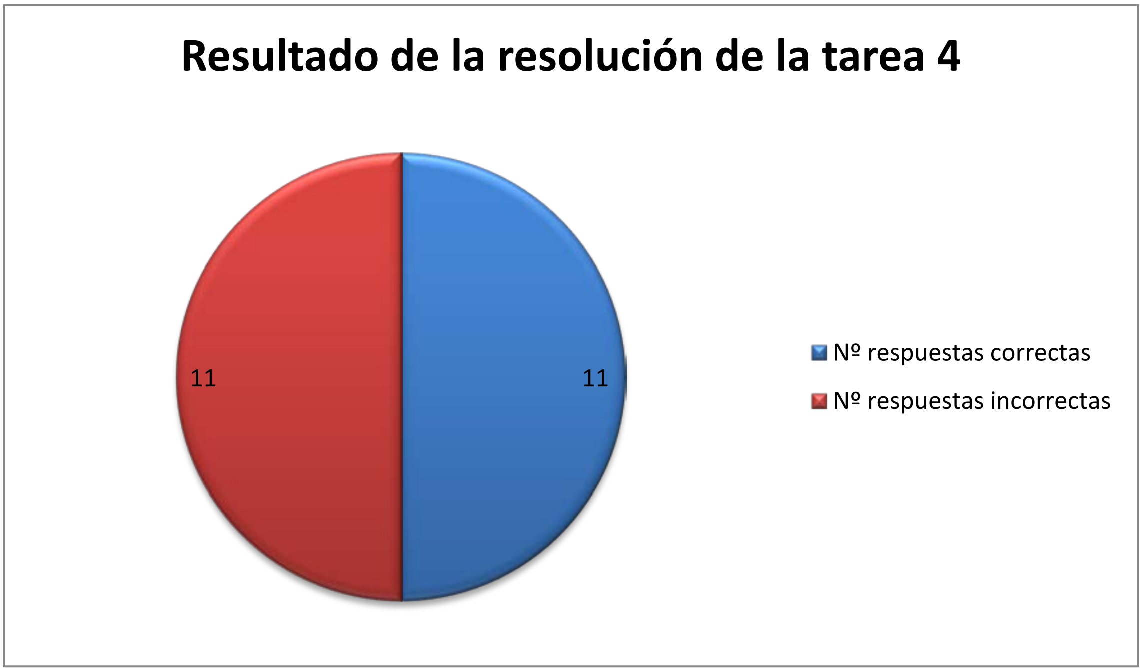
Las dos primeras estrategias llegan a la resolución de la tarea, y como se observa, todos los alumnos que han seguido dichas estrategias han resuelto bien la tarea. Sin embargo, ha sido una pequeña parte de los alumnos, ya que la gran mayoría, han seguido estrategias erróneas como la tres, cuatro, cinco y seis, que no llegan a resolver el problema.

La primera parte de la tarea ha salido indudablemente mejor que la segunda, teniendo en cuenta los resultados de la misma. En la primera parte solo han fallado dos alumnos. Sin embargo, en la segunda parte han fallado 16 alumnos, o lo que es lo mismo, han respondido de forma correcta 6 alumnos.

Se observa que los alumnos comprenden la idea de reparto igualitario porque saben calcular gráficamente la cantidad de pizza que recibe cada una de las cuatro personas. Sin embargo, su nivel de comprensión de la fracciones es reducido porque no son capaces de expresar con símbolos la cantidad que recibe cada persona. Además hay tres alumnos que responden que cada persona recibe 3/12 de pizza. Entendemos que este error se debe a la ausencia o despreocupación de la unidad de medida que es otra de las características negativas de la enseñanza de la fracción desde la relación parte-todo.

Tarea 4

La tarea 4 tiene el mismo porcentaje de éxito/fracaso, puesto que ha habido el mismo número de alumnos que han realizado con éxito la tarea y que la han fallado. Lo que quiere decir que son 11 alumnos los que han llegado a la resolución de la tarea y 11 alumnos que han tenido dificultad para llegar a esa resolución.



	Total	Porcentaje
Respuesta correcta	11	50%
Respuesta incorrecta	11	50%
Total de alumnos	22	100%

Se dan por buenas soluciones como "se reparten 6 pizzas", "6 pizzas", "6 pizzas se han repartido" o similares. Algunos alumnos lo hacen por medio de dibujos de las pizzas, otros hacen operaciones aritméticas y otros lo escriben sin más.

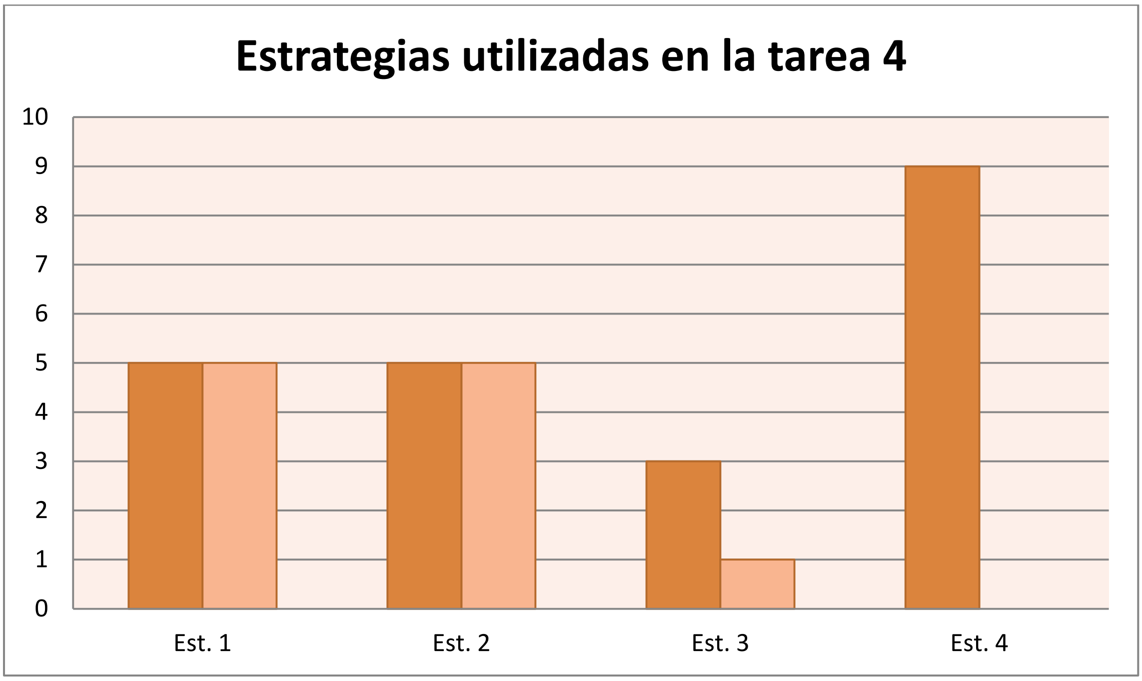
Las estrategias que aparecen a continuación son las que siguen los alumnos para la resolución de la tarea 4:

Est 4.1. Dibujan las seis pizzas partidas por la mitad o, alternativamente, enteras y partidas por la mitad. Algunos añaden "se reparten 6 pizzas" o "6 pizzas". Otros no añaden nada.

Est 4.2. Dan la solución correcta sin indicar cómo lo han averiguado.

Est 4.3. Hace un cálculo aritmético.

Est 4.4, Otras respuestas erróneas o en blanco.



Lo que se ve en el gráfico anterior, es que las tres primeras estrategias llevan a la resolución correcta de la tarea, frente a las dos últimas que no dan con el resultado que lleva a dicha resolución.

Todos los alumnos que utilizan las dos primeras estrategias no cometen errores al llevarlas a cabo, por lo que llegan al resultado que hay que obtener. Sin embargo, los alumnos que llevan a cabo la última estrategia, al no ser correcta, evidentemente, no llegan al buen resultado.

Observamos que la mitad de la clase ha llegado a resolver la tarea, bien sea calculando gráficamente el número de pizza que le toca a cada una de las cuatro personas, o bien, haciendo un cálculo aritmético. Por lo tanto, los alumnos comprenden la idea de reparto igualitario, pero en este caso en una tarea que se resuelve de manera inversa a la anterior.

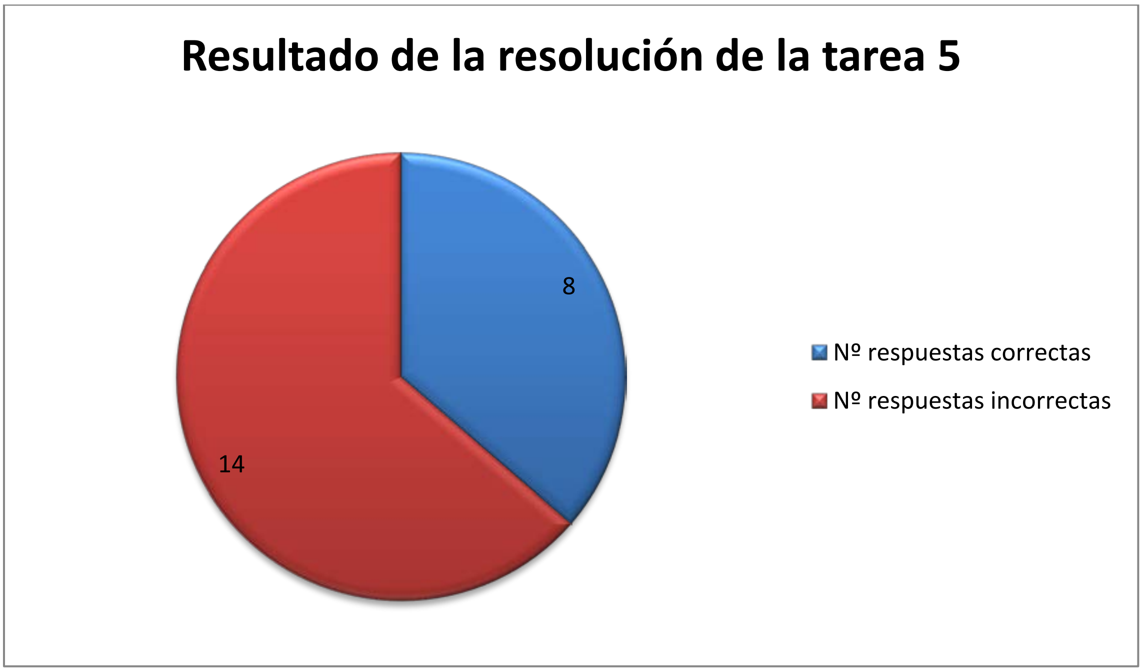
Algunos de los alumnos, para resolver la tarea aritméticamente, transforman la fracción 3/2 de pizza en 1 pizza y media, para así, hacer el cálculo aritmético que les permitirá llegar a la solución. Un alumno, se equivoca al hacer una suma de fracciones con el mismo denominador, tras haber estudiado ese contenido en el primer cuatrimestre.

Sin embargo, también hay que señalar que 5 alumnos escriben directamente “6 pizzas se han repartido” o “6 pizzas”, sin saber cómo han llegado a esa conclusión.

Los resultados obtenidos en las tareas número 3 y 4 indican que los alumnos comprenden la acción de reparto igualitario pero tienen grandes dificultades para expresar con fracciones las cantidades involucradas en los repartos.

Tarea 5

La tarea cinco presenta un porcentaje de fracaso más alto que de éxito. El porcentaje de éxito es del 36% y el de fracaso de 64%. El porcentaje de éxito corresponde a 8 alumnos y el de fracaso a 14.



	Total	Porcentaje
Respuesta correcta	8	36%
Respuesta incorrecta	14	64%
Total de alumnos	22	100%

La dificultad de esta tarea reside en que se trabaja la fracción con significado de parte-todo, pero se les proporciona un dibujo en el que son ellos mismos los que deben realizar la descomposición.

Se da por buena únicamente la respuesta de 11/24. Algunos de los alumnos descomponen el rectángulo mayor en otros más pequeños, y al finalizar y obtener la fracción borran la descomposición. Otros, dejan la descomposición sin borrar. En cualquier caso, con obtener la fracción correcta es suficiente.

Las estrategias que han seguido los alumnos para resolver la tarea son las siguientes:

Est 5.1. Descompone la figura en partes iguales y da la respuesta correcta. Algún niño borra las líneas que hace para descomponer en partes iguales o cuenta las partes iguales directamente.

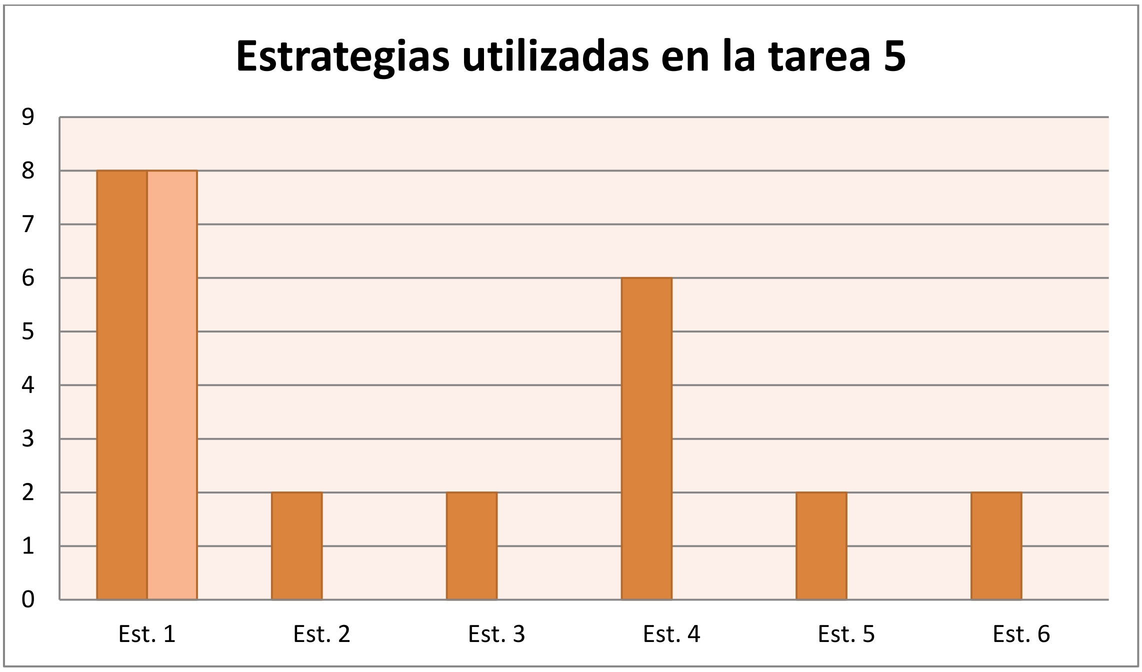
Est 5.2. Descompone la figura en 12 partes iguales, aunque no lo indica en el dibujo, y, al contar las partes coloreadas, uno de los niños dice que son 5 y el otro que son 5,5.

Est 5.3. Descompone la figura en partes iguales, pero da una respuesta incorrecta.

Est 5.4. Cuenta las partes sin tener en cuenta que no son iguales y obtiene 6/13.

Est 5.5. Cuenta las partes coloreadas y da como solución “6 partes” o “6 trozos”.

Est 5.6. En blanco.



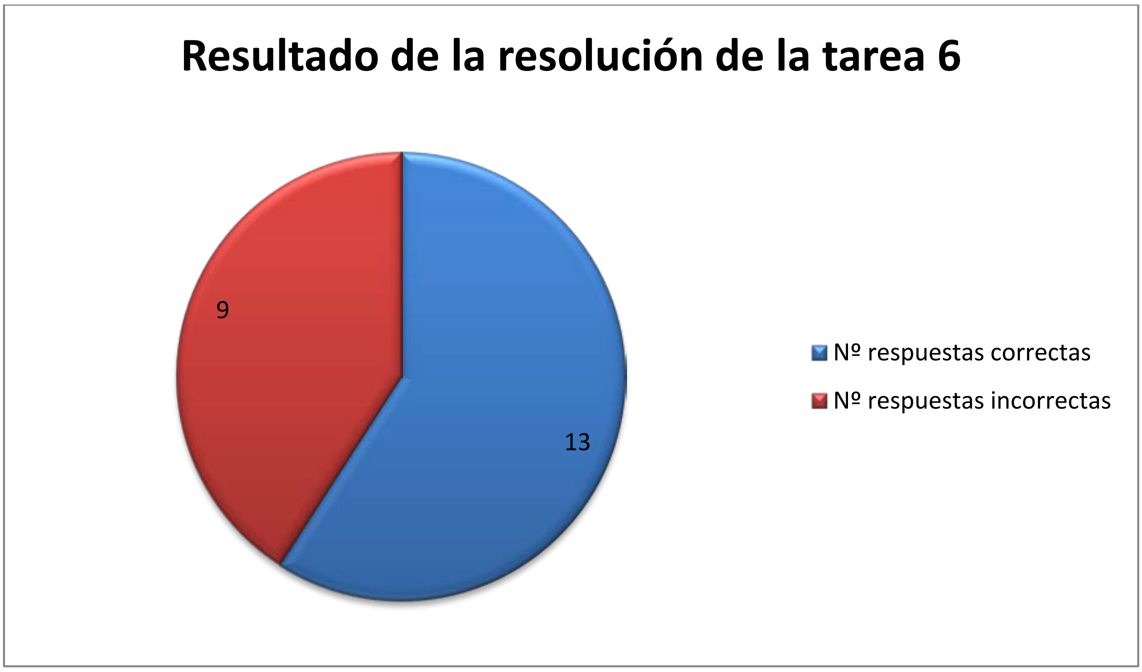
Solo la primera estrategia es la adecuada para obtener un buen resultado en esta tarea. Los alumnos que han seguido esta estrategia han resuelto la tarea y no han tenido error al llevarla a cabo. Las otras cinco estrategias son incorrectas y nos les han permitido a los alumnos llegar al resultado correcto.

Se observa que más de la mitad de los alumnos no entienden que deben descomponer el dibujo en partes iguales para conocer el total de la parte coloreada. Aunque en esta tarea se esté trabajando la fracción con significado de parte-todo, tal y como lo trabajan en el aula, la dificultad reside en que ellos tienen que descomponer las partes desiguales consiguiendo así, que las partes fraccionadas sean iguales para poder expresar la fracción de dicha parte coloreada. Esta dificultad corresponde a más de la mitad de los alumnos, tras ser una tarea sencilla trabajada en clase en el primer trimestre.

Resulta sorprendente que los alumnos del grupo experimental que han recibido enseñanza de la fracción desde el significado de parte-todo no sean capaces de comprender que el "todo" o unidad debe estar fraccionado en partes iguales.

Tarea 6

La tarea seis ha salido mejor que la anterior, con un porcentaje de éxito del 59% frente a un porcentaje de error del 41%. También, es una tarea que trabaja la fracción como parte todo, pero en este caso son los alumnos los que tienen que representar gráficamente la fracción 4/3. Esta tarea sí que se trabaja en el aula, y se trabajó con el libro de texto en el primer trimestre. Por este motivo, tendría que haber salido un porcentaje de éxito/fracaso mayor. Sin embargo, pensamos que es la causa de que no obtengan mejores resultados y que deban representar una fracción impropia.



	Total	Porcentaje
Respuesta correcta	13	59%
Respuesta incorrecta	9	41%
Total de alumnos	22	100%

En esta tarea se da por buena la solución que consiste en representar dos pizzas en las que se cogen las tres partes de una pizza (la pizza entera) y un tercio de la segunda pizza o en representar una pizza dividida en tercios y un tercio al lado.

Las estrategias que los alumnos utilizan a la hora de afrontar esta tarea son:

Est 6.1. Dibuja dos pizzas, cada una de ellas dividida en tres partes iguales, y marca correctamente.

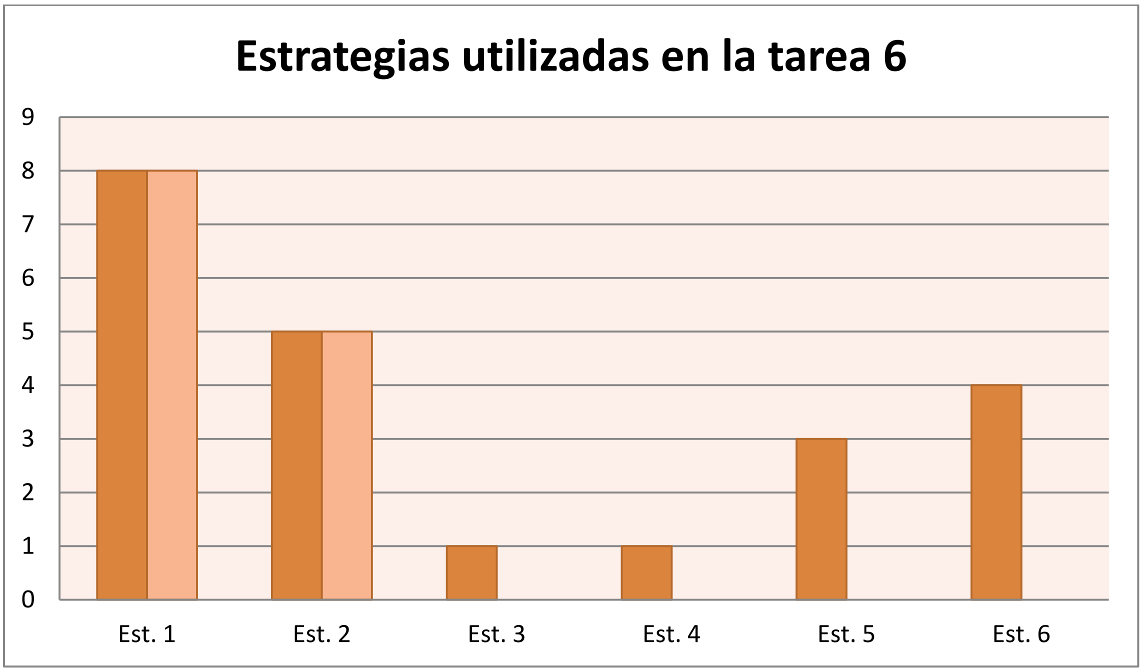
Est 6.2. Dibuja una pizza dividida en tres partes iguales y añade un tercio de pizza.

Est 6.3. Dibuja una pizza dividida en tres trozos iguales y añade un trozo de pizza de tamaño muy distinto al del tercio de pizza.

Est 6.4. Dibuja dos pizzas, cada una de ellas dividida en tres partes, pero que no resultan iguales, y marca cuatro partes.

Est 6.5. Dibujan dos pizzas divididas en cuartos.

Est 6.6. Otras respuestas erróneas.



Del gráfico anterior se concluye que las dos primeras estrategias determinan un resultado correcto de la tarea, mientras que las cuatro últimas estrategias llevan a error.

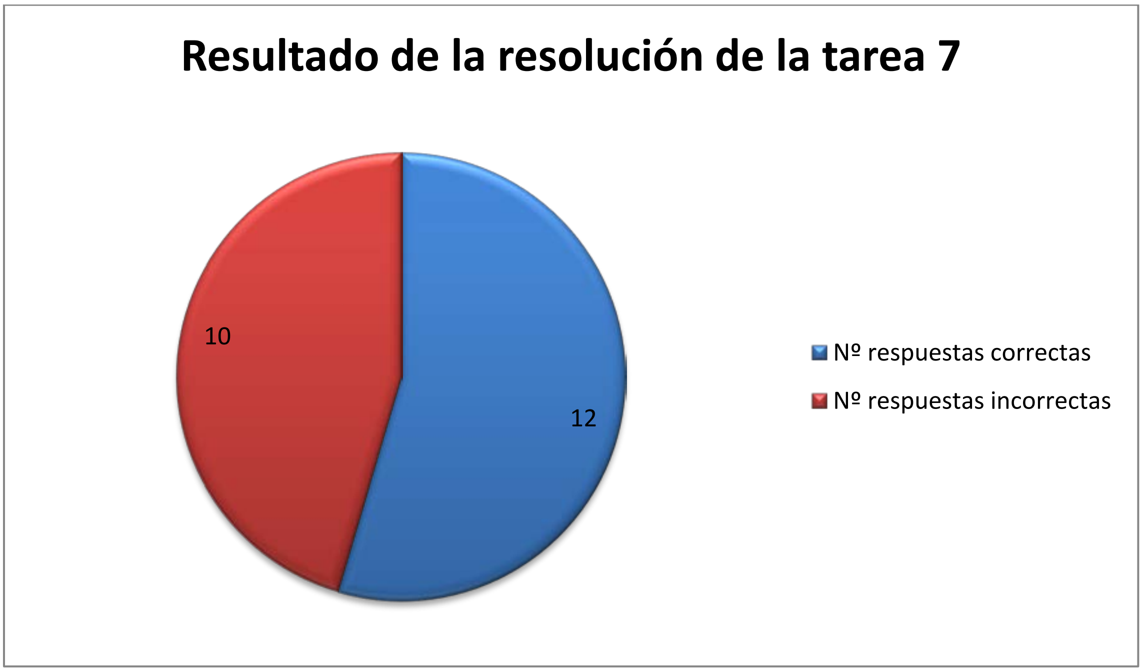
Al igual que la tarea anterior, es una tarea de fracciones con significado parte-todo, la cual han trabajado en el aula. Se observa, que a pesar de ser una tarea sencilla y trabajada en el primer trimestre, casi la mitad de la clase falla al representar una fracción dada. Además, hay algún alumno que invierte la fracción 4/3 y la transforma en 3/4, debido a la complejidad que les resulta al representar una fracción impropia. Esto demuestra que, pese a trabajar las fracciones impropias y su representación, hay dificultad al afrontar este contenido desde la relación parte-todo.

Los resultados de las tareas números 5 y 6 muestran una deficiente comprensión de la fracción por parte de los alumnos que han recibido enseñanza desde la relación parte-todo. Esto quiere decir que el único significado de la fracción que entienden los alumnos de 4º y 5º curso de Educación Primaria resulta inadecuado para dar sentido a las fracciones impropias.

Tarea 7

En la tarea siete, en términos generales, los alumnos han obtenido resultados pobres, puesto que el porcentaje de éxito es de 55%.

Es una tarea que trabaja la fracción con significado de parte todo, lo cual se trabaja en el aula, por lo que al representar fracciones no suele ser dificultoso para ellos. Por eso creemos, que el porcentaje de éxito ha sido mayor que en otras tareas que realizan desde los significados de medida (tarea 8) y reparto igualitario (tarea 9).



	Total	Porcentaje
Respuesta correcta	12	55%
Respuesta incorrecta	10	45%
Total de alumnos	22	100%

Hay que señalar que se dan por buenas justificaciones de equivalencia como "porque al final coges la misma cantidad", "representa la misma parte", "las partes coloreadas representan el mismo espacio que las otras, por lo cual, son equivalentes", o similares. También se ha dado por correcto la justificación aritmética "porque su multiplicas 2/3 por 2 te sale 4/6, al igual que si divides 4/6 entre 2 y te dará 2/3". A pesar de que estas últimas expresiones son incorrectas las hemos dado por buenas porque entendemos que el alumno piensa en "multiplicar" o "dividir" el numerador y el denominador por 2.

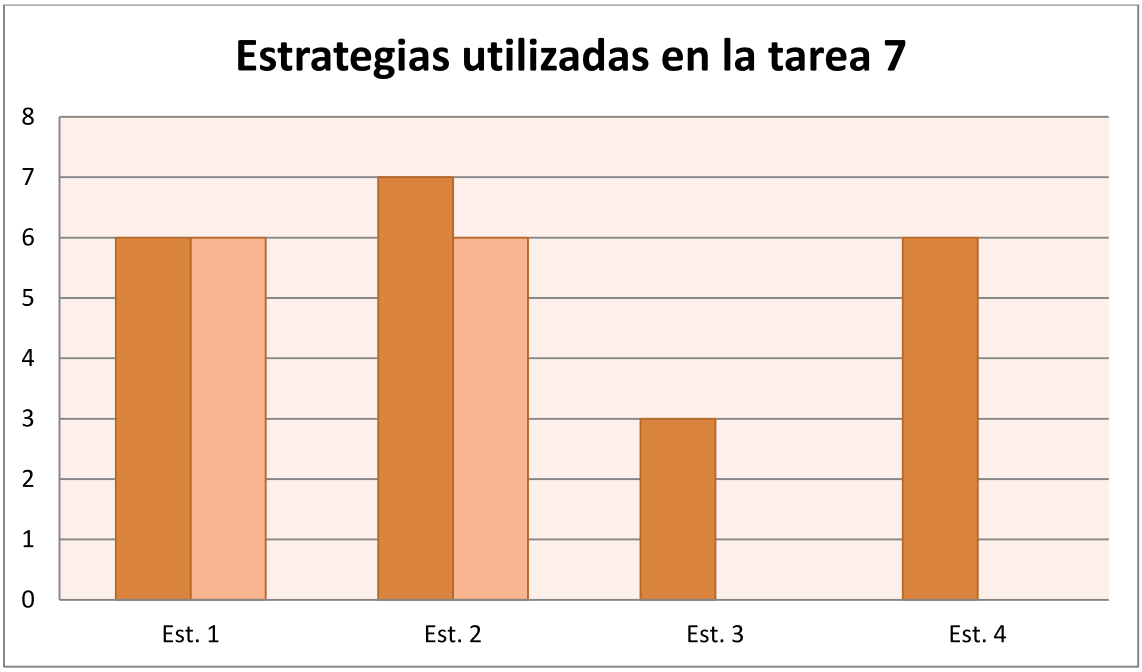
En líneas generales, las estrategias que llevan a cabo los alumnos son las siguientes:

Est 7.1. Dibuja dos pizzas, una dividida en tres partes iguales, otra dividida en seis partes iguales y argumenta que las partes coloreadas tienen el mismo tamaño.

Est 7.2. Dibuja dos pizzas, una dividida en tres partes iguales, otra dividida en seis partes iguales, pero da argumentos de tipo aritmético. Alguno de los argumentos es incorrecto.

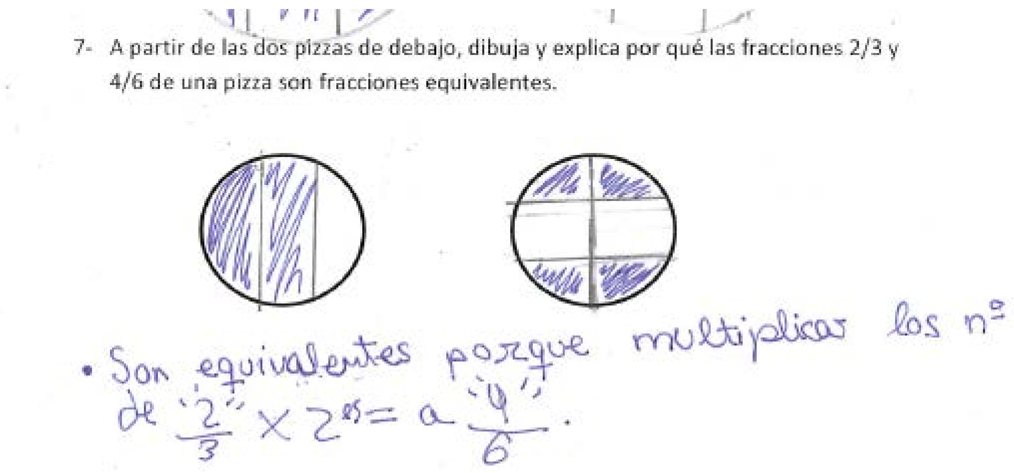
Est 7.3. Dibuja dos pizzas, una dividida en tres partes iguales, otra dividida en seis partes iguales, pero no explica nada.

Est 7.4. Hacen dibujos incorrectos o no los hacen.



Las dos primeras estrategias son estrategias correctas. La última estrategia, es una estrategia errónea debido a que los alumnos ni siquiera representan la fracción que se les proporciona o lo hacen de manera equivocada. En la estrategia número tres, los alumnos dibujan correctamente las fracciones dadas, sin embargo no argumentan la equivalencia de las dos fracciones como exigía la tarea, por lo que no es una respuesta correcta.

Se observa, como hemos dejado entrever en las tres últimas tareas, que los alumnos no tienen dificultad a la hora de representar fracciones propias. De hecho, tres cuartas partes de la clase saben representar las fracciones pero solo el 55% justifica la equivalencia. Señalar también, que tres de los seis alumnos que han fallado esta tarea es porque fragmentan, en este caso las pizzas, de manera errónea, haciendo las partes desiguales, como podemos ver en el siguiente ejemplo.

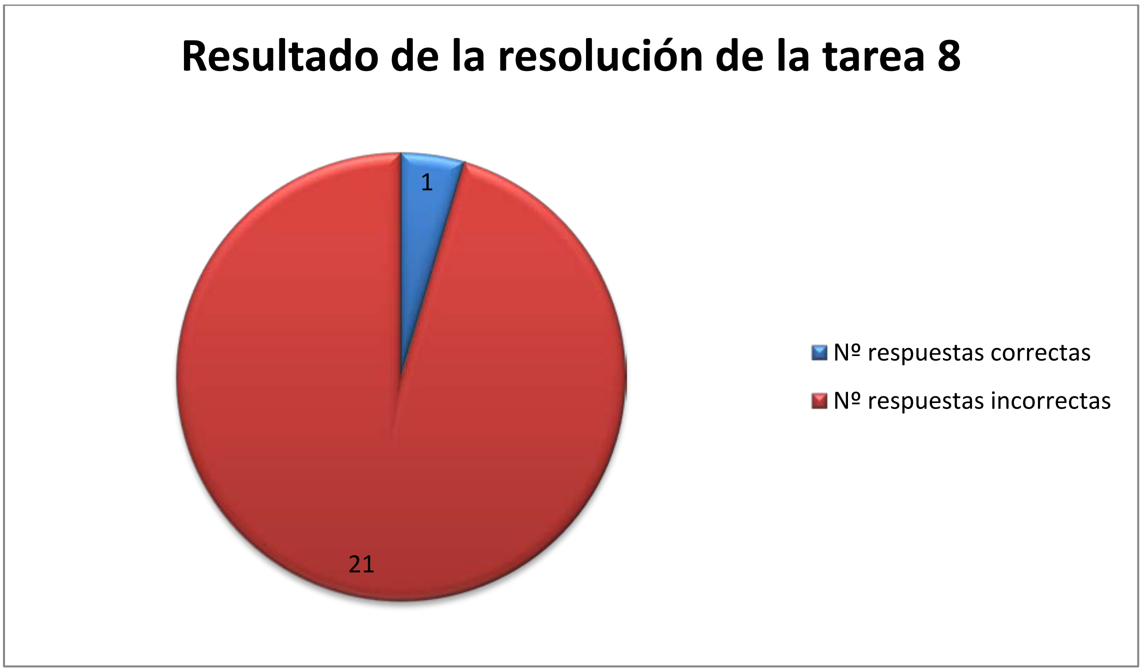


Por lo tanto, la dificultad no reside en el contenido, sino en la falta de equidad en el fraccionamiento de la unidad.

Por lo tanto, parece claro que los alumnos saben dibujar las fracciones propias 2/3 y 4/6. Las dificultades pueden estar en percibir la equivalencia como igualdad de medida de cantidades. Este significado de la equivalencia de fracciones pasa desapercibido para los alumnos en el proceso de enseñanza.

Tarea 8

Es evidente que los alumnos de este grupo clase tienen dificultades con las fracciones con significado de medida, puesto que en esta actividad solamente un alumno ha sido capaz de realizar la tarea de una manera acertada. El porcentaje de éxito es de un 5%, frente al 95% de fracaso.



	Total	Porcentaje
Respuesta correcta	1	5%
Respuesta incorrecta	21	95%
Total de alumnos	22	100%

Los alumnos han seguido diversas estrategias para intentar llegar a la buena resolución de la tarea:

Est 8.1. Divide el segmento unidad en tres y seis partes iguales. Divide el otro segmento en tercios de la unidad y en sextas partes de la unidad.

Est 8.2. Realiza una de las divisiones del segmento de forma correcta pero no prosigue con la tarea.

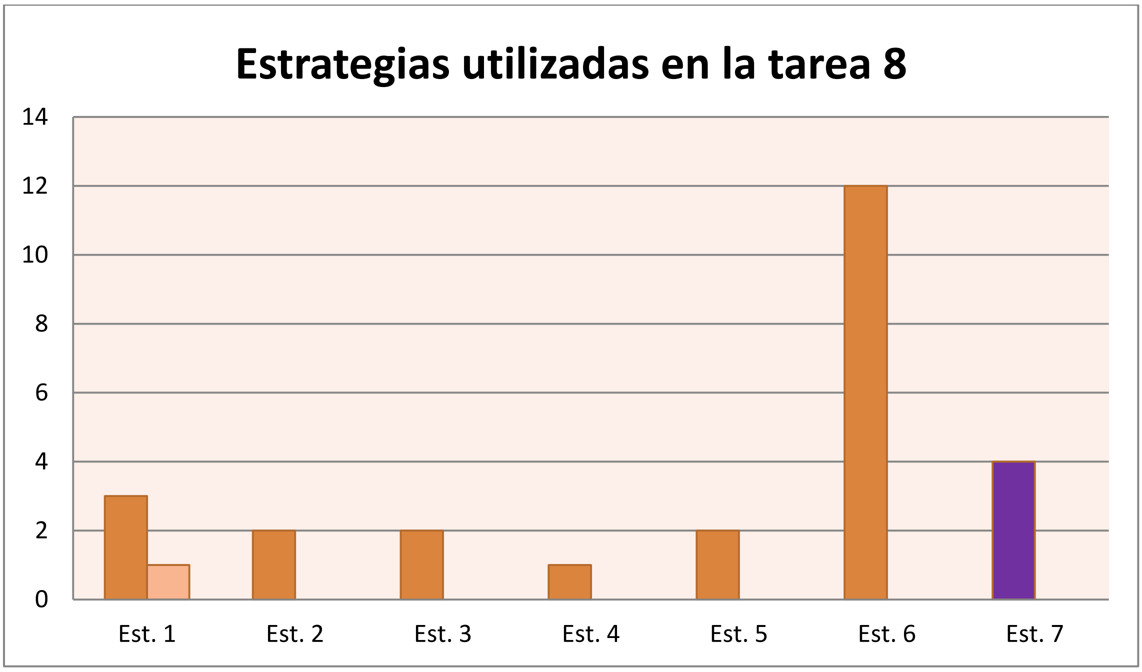
Est 8.3. Divide el segmento unidad en tres y seis partes iguales, pero no prosigue con la división del segundo segmento o divide dicho en segmento en partes diferentes.

Est 8.4. Divide el segmento unidad en tres partes iguales y el segmento mayor en seis partes.

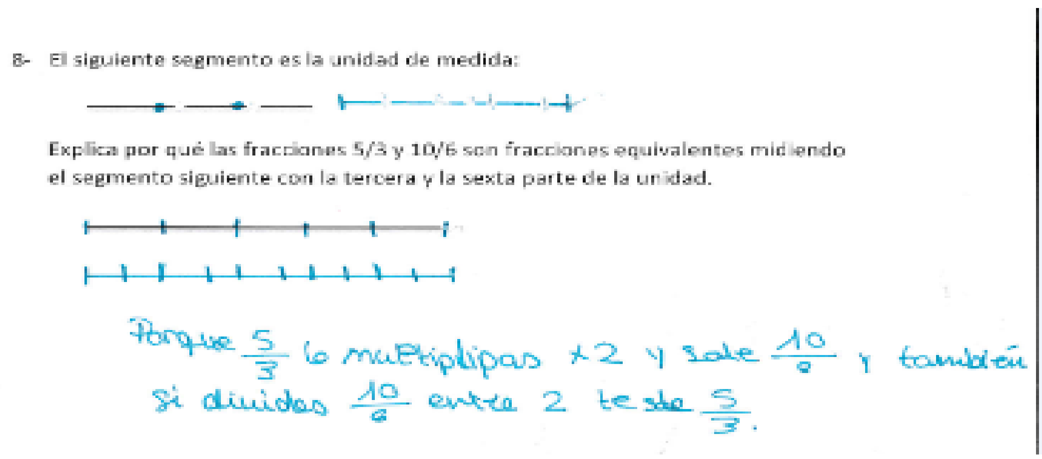
Est 8.5. Divide los dos segmentos en tres y seis partes iguales.

Est 8.6. No dibuja nada o divide el segmento en partes diferentes; y dice que “es la misma cantidad”, o no dice nada.

Est 8.7. Argumenta la equivalencia mediante un razonamiento aritmético pero no hace ningún fraccionamiento de la unidad.



Sin embargo, ninguna de las estrategias anteriores, a excepción de la primera estrategia que le ha servido al alumno para llegar a la solución correcta, ha servido para conseguir afrontar la tarea.



También podemos ver, que dos alumnos más llevan a cabo la primera estrategia, pero a diferencia del alumno que llega a la resolución correcta, estos dos no consiguen obtener el resultado.

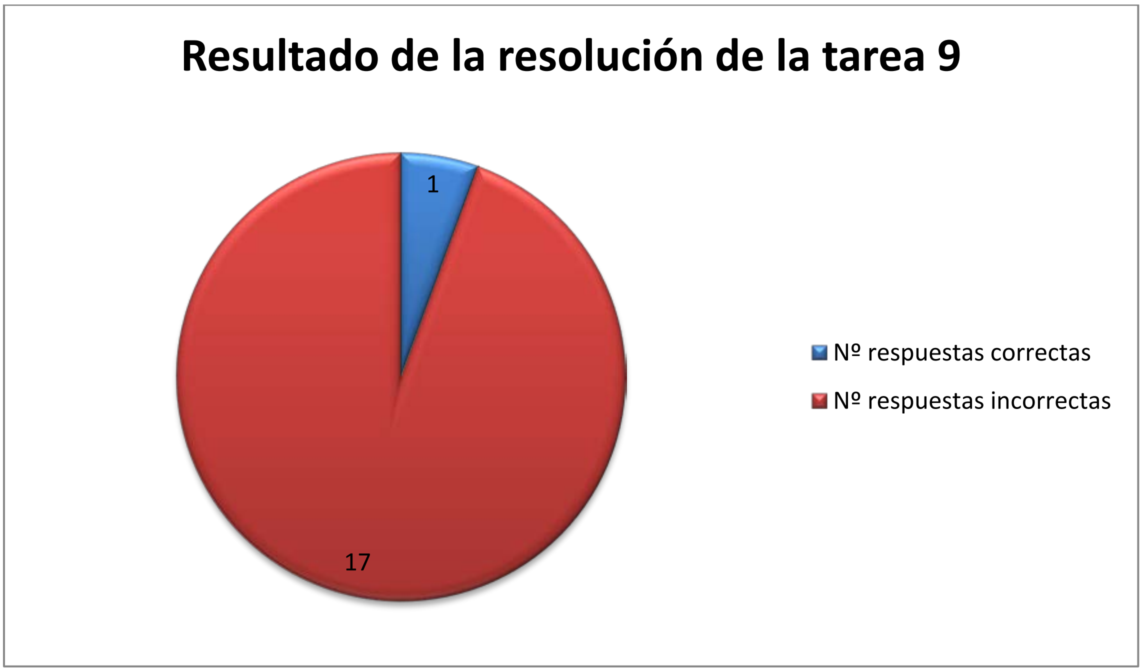
En la barra del gráfico llamada estrategia 7, se observa que hay 4 alumnos que justifican la equivalencia mediante un procedimiento aritmético que consiste en multiplicar el numerador y el denominador de 5/3 por 2. Sin embargo 3 de ellos no tienen éxito porque no saben representar gráficamente las fracciones 5/3 y 10/6.

Se observa que hay grandes dificultades en la comprensión de la fracción con significado de medida. Es cierto, que estas dificultades vienen dadas por la inexistencia de la enseñanza de la fracción como medida. Son los alumnos, los que tienen que hacer una transferencia entre el contenido aprendido de la fracción como parte-todo a la fracción como medida, sin embargo los alumnos no son capaces de realizar esa transferencia.

Tarea 9

Los resultados obtenidos en esta tarea son análogos a los obtenidos en la tarea anterior. Tan solo un alumno ha conseguido realizarla correctamente.

Como hemos visto anteriormente, los alumnos de este grupo clase saben hacer repartos, sin embargo, observando los resultados de esta tarea, podemos decir que no saben justificar la equivalencia de fracciones por medio de dos repartos equivalentes porque no asocian la equivalencia a la igualdad de cantidad de tarta que se obtiene al realizar los dos repartos.



	Total	Porcentaje
Respuesta correcta	1	5%
Respuesta incorrecta	21	95%
Total de alumnos	22	100%

Como en la tarea anterior tan solo un alumno ha justificado la tarea.

Los alumnos han utilizado las siguientes estrategias para abordar la tarea:

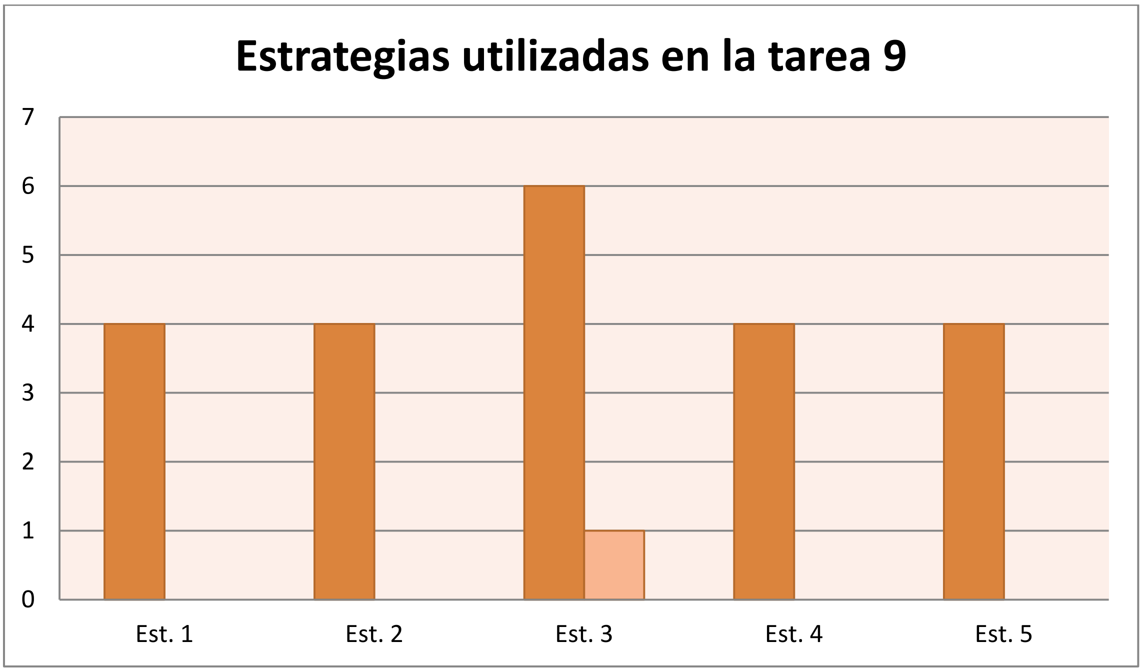
Est 9.1. Colorean los 2/3 de cada una de las tartas de la fila superior y los 4/6 de cada una de las tartas de la fila inferior. En algún caso se añade un argumento de tipo aritmético.

Est 9.2. Dividen cada una de las tartas de la fila superior en tres partes iguales y cada una de las tartas de la fila inferior en seis partes iguales. En algún caso las partes no son iguales.

Est 9.3. Reparten las tartas dividiendo las de la fila de arriba en tres partes y las de la fila de abajo en seis partes de manera que las personas reciben una parte de cada una de las tartas o reciben varias partes de una misma tarta. En algún caso las partes no son iguales.

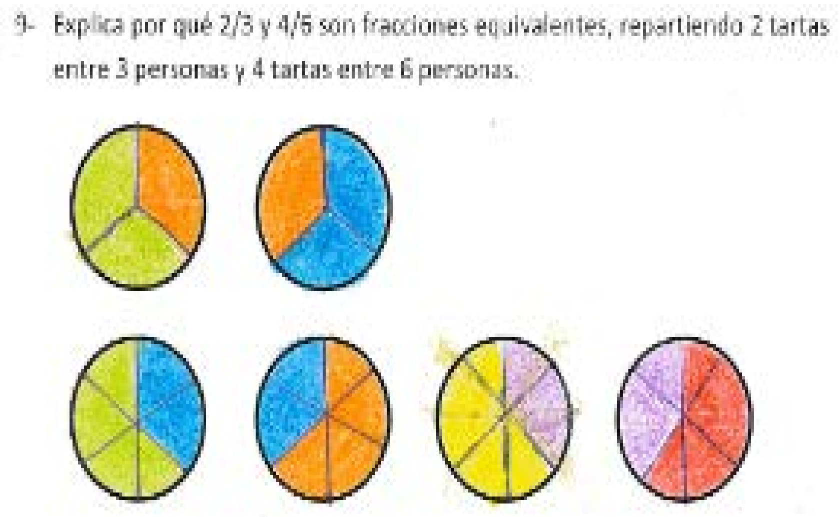
Est 9.4. Reparten las tartas dividiendo todas las tartas en tres partes de manera que las personas reciben una parte de cada una de las tartas o reciben varias partes de una misma tarta. En algún caso las partes no son iguales.

Est 9.5. En blanco u otras estrategias erróneas.



La estrategia tres ha llevado al éxito de la tarea a un alumno. Algunos de los alumnos que han llevado a cabo esta estrategia, no han conseguido llegar al resultado. Mientras que las demás estrategias son estrategias erróneas, que no les ha permitido llegar el resultado a aquellos alumnos que han optado por utilizarlas.

Como hemos observado anteriormente, pese a que sea una tarea de reparto, y prácticamente no se ha trabajado con los alumnos, comprenden la idea de reparto igualitario. Sin embargo, vemos que un solo alumno ha sabido responder correctamente a la parte de justificar la equivalencia de fracciones a partir del reparto. Esta dificultad viene dada porque la enseñanza de la equivalencia de fracciones se ha realizado por medio de una técnica operatoria que no les permite llegar a la comprensión de lo que significa la equivalencia asociada a la igualdad de cantidad de magnitud.

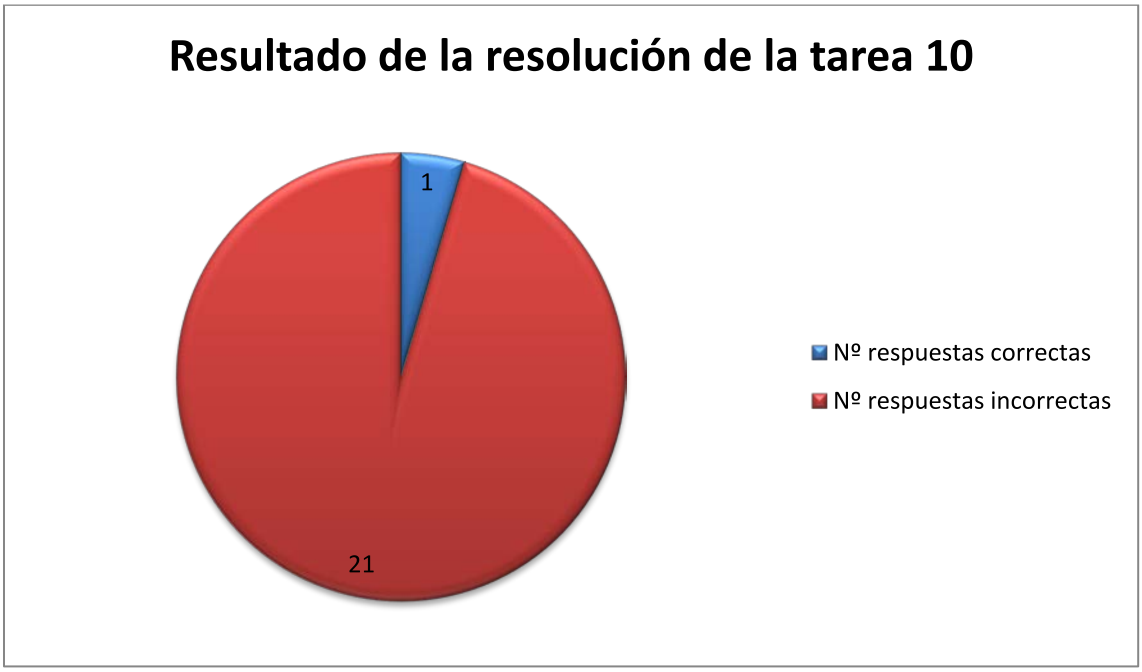


Los resultados de las tareas 7, 8 y 9 muestran una débil comprensión de la equivalencia de fracciones debido a que la enseñanza se basa en un único significado de la fracción y a que este concepto se enseña mediante una técnica operatoria, en abstracto, sin vincularla a acciones de medida o de reparto igualitario.

Tarea 10

La tarea diez, es una tarea en la que tienen que encontrar fracciones intermedias a dos dadas. Es una tarea complicada para estos alumnos que no han trabajado este tipo de actividades en el aula. Por este motivo, esta carencia de conocimiento de este contenido matemático queda reflejada en la actividad siguiente.

Solo un alumno consigue encontrar tres fracciones intermedias a las dos dadas. Por lo tanto, el porcentaje de éxito corresponde a un 5% frente al 95% como porcentaje de fracaso.



	Total	Porcentaje
Respuesta correcta	1	5%
Respuesta incorrecta	21	95%
Total de alumnos	22	100%

Las estrategias que se han seguido para afrontar la tarea 10 son:

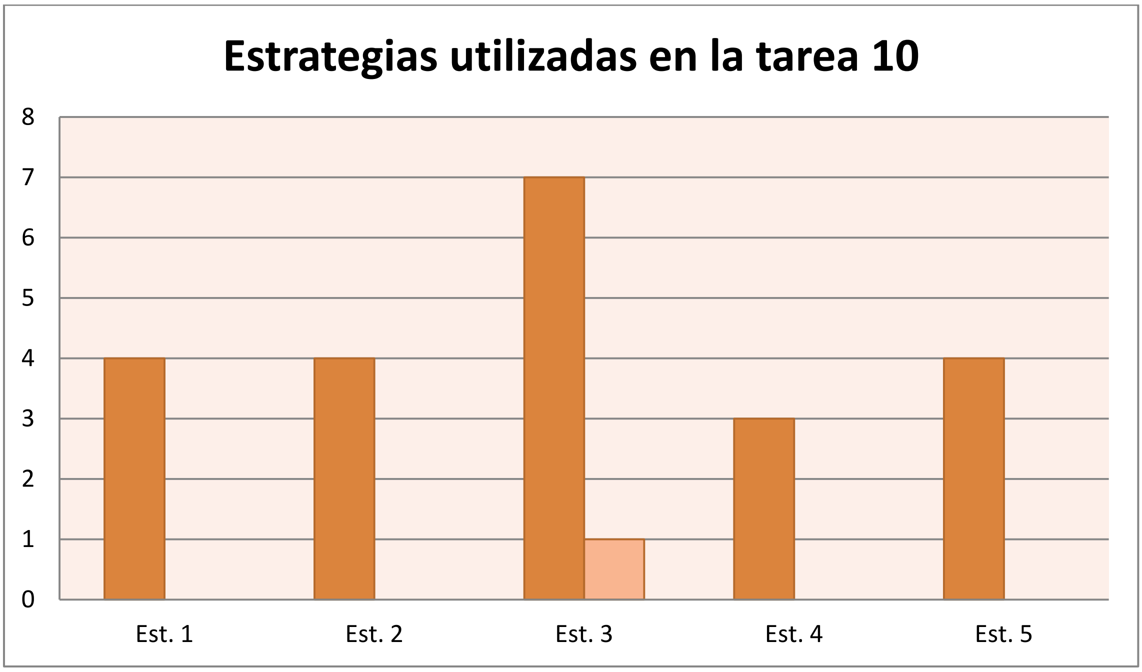
Est 10.1. Responde 4/5, 5/5 y otra fracción equivalente a una de las anteriores.

Est 10.2. Responde 4/5 y 5/5.

Est 10.3. Responde 4/5, 5/5 y otra fracción que puede ser uno de los extremos del intervalo u otra fracción.

Est 10.4. Responde 4/5, solo o acompañado de otras fracciones que pueden ser fracciones equivalentes o ser los extremos del intervalo, o responde solo con los extremos del intervalo.

Est 10.5. Otras respuestas erróneas



El único alumno que consigue realizar bien la tarea ha seguido la estrategia número tres. Las tres fracciones que escribe este alumno son 4/5, 5/5 y 4,5/5. Hay otro alumno que se queda muy cerca debido a que además de 4/5 y 5/5, escribe la fracción 5/4 que por décimas no entra en el intervalo de la recta numérica que nosotros hemos aportado en la actividad. Los demás alumnos no han llegado al resultado.

Observamos que existe una dificultad en encontrar fracciones intermedias si las fracciones que se proporcionan están próximas en la recta numérica. Quince de los veintidós alumnos que han realizado la experiencia encuentran las fracciones intermedias 4/5 y 5/5, sin embargo ninguno de los alumnos, ni siquiera el alumno cuya respuesta hemos dado por correcta, utiliza el concepto de equivalencia para obtener otra fracción intermedia.

Otros, hacen la equivalencia de una de las dadas, señalando que es una fracción intermedia, no comprendiendo que al ser equivalente de una de ellas, es igual a la dada. Esto nos informa de que los alumnos no comprenden la diferencia entre el termino de fracción intermedia y de fracción equivalente.

Los resultados de esta última tarea indican que los alumnos no tienen operativo el concepto de fracción equivalente. Este resultado es coherente con los obtenidos en las tres tareas anteriores, que muestran una escasa comprensión de las fracciones equivalentes por parte de este grupo de alumnos de 5º curso de Educación Primaria.

Mostramos, a continuación una tabla, con el resumen de los porcentajes de éxito que obtienen los alumnos del grupo experimental en la que además se indica el significado de la fracción que se trabaja en la tarea y si la fracción es propia o impropia. Los resultados muestran que los alumnos tienen grandes dificultades para gestionar las fracciones desde la relación parte-todo o desde los significados de medida y de reparto.

Los alumnos también tienen dificultades para gestionar fracciones propias desde los significados de medida y de reparto, e incluso desde la relación parte-todo si la tarea les exige realizar fraccionamientos iguales del "todo" como se ha puesto de manifiesto en la actividad 5.

Además hemos constatado que los alumnos no tienen operativo el concepto de equivalencia de fracciones desde ninguno de los significados de la fracción que han sido estudiados en este trabajo.

Tabla resumen de los resultados

Tarea	Significado de las fracciones	Tipo de fracción	Porcentaje de éxito
1	Medida de longitud	Fracción propia: 1/3	77%
2	Medida de superficie	Fracción impropia: 5/4	45%
3	Reparto	Fracción propia: 3/4	27%
4	Comprensión de una fracción como resultado de un reparto.	Fracción impropia: 3/2	50%
5	Parte-todo	Fracción propia: 11/24	36%
6	Parte-todo	Fracción impropia: 4/3	59%
7	Equivalencia de la relación parte-todo	Fracciones propias: 2/3 y 4/6	55%
8	Equivalencia con longitudes	Fracciones impropias: 5/3 y 10/6	5%
9	Equivalencia con repartos	Fracciones propias: 2/3 y 4/6	5%
10	Encontrar fracciones intermedias entre dos dadas	Fracciones impropias: 3/5 y 6/5	5%

7. CONCLUSIONES Y CONSIDERACIONES FINALES

Tras el análisis de los resultados de la prueba indagatoria y del análisis de la enseñanza habitual de la fracción a través del estudio del libro de texto que los alumnos del grupo experimental siguen podemos concluir que:

1. Los alumnos muestran una débil comprensión de la fracción sustentada exclusivamente desde la relación parte-todo.

   Del análisis de la enseñanza observamos que de las fracciones con significado de medida y de reparto es prácticamente inexistente.

   La relación parte-todo domina la enseñanza de las fracciones. La enseñanza-aprendizaje de las fracciones se reduce al parte-todo como hemos podido comprobar al realizar un breve análisis sobre el libro de texto que llevan los alumnos de este grupo natural de 5º curso.

2. No hay enseñanza de la fracción con el significado de medida de cantidades continuas (longitud, superficie, capacidad, etc.). Queda bajo la responsabilidad del alumno realizar transferencia entre la enseñanza del parte-todo y el significado de medida.

   Ha quedado de manifiesto que los alumnos son incapaces de realizar esta transferencia entre el parte-todo y los otros significados de la fracción. Únicamente cuando trabajan con fracciones propias los alumnos son capaces de gestionar, en algunas ocasiones, de forma adecuada el concepto de fracción. Este es el caso de la tarea 1 en el que tienen que medir un segmento de 1/3 de unidad. Sin embargo, en la tarea 5, los alumnos siguen teniendo dificultad.

3. Los alumnos tienen grandes dificultades cuando utilizan fracciones impropias. Se insiste en la enseñanza de fracciones impropias con el modelo de enseñanza parte-todo, lo cual no es adecuado para introducir las fracciones impropias.

   Cabe destacar el resultado pobre obtenido en la tarea 6 que los alumnos habían realizado previamente en clase y que consiste en representar gráficamente 4/3 de pizza. A pesar de sr una tarea conocida para los alumnos el porcentaje de éxito es menor del 60%.

4. La enseñanza de la fracción desde la relación parte-todo provoca una despreocupación por la unidad de medida. Aunque en el enunciado del problema se establezca la unidad de medida en la que se trabaja, los alumnos la obvian, teniendo como único referente correcto el resultado numérico.

   Los alumnos prefieren utilizar razonamientos aritméticos que gestionan con dificultad y evitan hacer representaciones graficas que les ayudarían a resolver las tareas de medida y de reparto.

5. Los alumnos no comprenden el concepto de equivalencia de fracciones, debido a que se les enseña una técnica operatoria que no está justificada en el significado de medida, es decir, aquellas fracciones que se escriben de diferente modo pero que miden mismas cantidades de magnitud.

6. Los libros de texto no sirven de ayuda para mejorar la comprensión de los alumnos porque persista la enseñanza exclusiva de la fracción desde la parte-todo y porque opta por presentar técnicas operatorias en lugar de contenidos conceptuales. De esta manera, los alumnos no están comprendiendo el concepto a adquirir, sino que obtienen estrategias de cálculo operatorio que no alcanzan a comprender.

A modo de conclusión final, las dificultades detectadas en la prueba por los alumnos de Educación Primaria sugieren la conveniencia de cambiar la enseñanza de la fracción incorporando nuevos significados como el de medida de cantidades de magnitud y el de reparto igualitario que son coherentes con la génesis histórica de la fracción y que han sido experimentados y validados en investigaciones que hemos comentado en el marco teórico de este Trabajo Fin de Grado.

8. BIBLIOGRAFÍA

- Jimeno Pérez, M. (2006). *¿Por qué las niñas y los niños no aprenden matemáticas?* Barcelona: Octaedro
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En Rico, L. y otros: *La educación matemática en la enseñanza secundaria.* ICE/Horsori. 125-154
- Gairín, J. M. (1999). Sistemas de representación de números racionales positivos. Un estudio con maestros en formación. Tesis doctoral, Universidad de Zaragoza.
- Escolano, R. (2007). Enseñanza del número racional positivo en Educación Primaria: un estudio desde los modelos de medida y cociente. Tesis doctoral. Universidad de Zaragoza.
- Llinarez, S. y Sánchez, M. (1988) Fracciones. La relación Parte-Todo. Madrid: Síntesis.
- Escolano, Gairín, J.M., Muñoz, J.M., & Cid, E. (2013). *Apuntes de la asignatura de Didáctica de la Aritmética II*. Zaragoza: Departamento de Matemáticas. Facultad de Educación. Universidad de Zaragoza.
- Escolano, R. y Gairín, J.M (2005). Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. Unión, 1, páginas 17-31.

- Garín Muñoz, M; Vidal González, J.M; Oro Pradera, B; Peña Romano, M; Navarro, A; Morales, F, et al. Matemáticas de 5º de Educación Primaria. Editorial: SM Savia.
- BEHR, M. J., HAREL, G., POST, T. y LESH, R. (1993). Rational Numbers: toward a Semantic Analysis. Emphasis on the Operator Construct. En Carpenter, T.P., Fennema, E. y Romberg, T. A. (Edits): Rational Numbers. An integration of Research. Lawrence Erlbaum Associates Publishers, Hillsdale, New Jersey.
- BISHOP, A. J. (1999). Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural. Paidós, Barcelona

7. ANEXOS

7.1. Tablas de excel

7.1.1. Tabla éxito/fracaso de las 10 tareas del cuestionario

7.1.2. Tabla de estrategias de la tarea 1

7.1.3. Tabla de estrategias de la tarea 2

7.1.4. Tabla de estrategias de la tarea 3

7.1.5. Tabla de estrategias de la tarea 4

7.1.6. Tabla de estrategias de la tarea 5

7.1.7. Tabla de estrategias de la tarea 6

7.1.8. Tabla de estrategias de la tarea 7

7.1.9. Tabla de estrategias de la tarea 8

7.1.10. Tabla de estrategias de la tarea 9

7.1.11. Tabla de estrategias de la tarea 10

7.2. Cuestionarios

7.2.1. Alumno 1

7.2.2. Alumno 2

7.2.3. Alumno 3

7.2.4. Alumno 4

7.2.5. Alumno 5

7.2.6. Alumno 6

7.2.7. Alumno 7

7.2.8. Alumno 8

7.2.9. Alumno 9

7.2.10. Alumno 10

7.2.11. Alumno 11

7.2.12. Alumno 12

7.2.13. Alumno 13

7.2.14. Alumno 14

7.2.15. Alumno 15

7.2.16. Alumno 16

7.2.17. Alumno 17

7.2.18. Alumno 18

7.2.19. Alumno 19

7.2.20. Alumno 20

7.2.21. Alumno 21

7.2.22. Alumno 22

NIÑA/(	A/O	1	2	3a	3b	4	5	6	7	8	9	10
1	A	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
2	A	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
3	A	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0
4	A	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
5	A	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	O	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0
7	A	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
8	A	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
9	A	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
10	A	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
11	O	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
12	O	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
13	A	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
14	O	1	0	1	1	0	0	1	1		0	0
15	O	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
16	A	1	1	1	1	1	1	1	1		0	0
17	O	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
18	A	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
19	O	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
20	O	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0
21	O	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	A	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
		17	10	20	6	11	8	13	12	1	1	1

NIÑA/O	A/O	E-F	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	OBSERVACIONES
1	A	1	1					
2	A	1			1			
3	A	1				1		
4	A	1		1				
5	A	1				1		
6	O	1				1		
7	A	1			1			
8	A	1				1		
9	A	0					1	No dibuja nada. Escribe "3,2"
10	A	0					1	No dibuja nada. Escribe "Mide 3 cm"
11	O	1				1		
12	O	1				1		
13	A	1				1		
14	O	1				1		
15	O	0					1	No dibuja nada. Escribe "2 cm"
16	A	1			1			
17	O	1		1				
18	A	1				1		
19	O	0					1	No dibuja nada. Escribe "2/8"
20	O	1			1			
21	O	0					1	No dibuja nada. Escribe "Mide 6 cm"
22	A	1				1		
			1	2	4	10	5	

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
4	**NIÑA/O**	**A/O**	**2.1**	**2.2**	**2.3**	**2.4**	**2.5**	**2.6**	**2.7**	**2.8**	**OBSERVACIONES**	
5	1	A		1								
6	2	A								1	Construye el rectángulo con partes desiguales	
7	3	A	1									
8	4	A						1				
9	5	A								1	Construye el rectángulo con partes desiguales	
10	6	O	1									
11	7	A	1									
12	8	A								1	Reproduce el mismo cuadrado	
13	9	A	1								No marca las divisiones del rectángulo	
14	10	A					1				No respeta las dimensiones de la cuarta parte de la unidad	
15	11	O					1				No respeta las dimensiones de la cuarta parte de la unidad	
16	12	O				1						
17	13	A							1		Construye el rectángulo adosando el cuadrado y su mitad	
18	14	O			1							
19	15	O		1								
20	16	A	1									
21	17	O								1	Intenta resolver en forma aritmética	
22	18	A	1									
23	19	O								1	No utiliza las cuartas partes de la unidad para construir el rectángulo	
24	20	O	1									
25	21	O								1	Construye el rectángulo con cuatro partes que no respetan las dimensiones de la cuarta parte de la unidad	
26	22	A	1									
27			8	2	1	1	2	1	1	6		

NIÑA/O	A/O	E-F	3a.1	3a.2	3a.3	3a.4	3a.5	OBSERVACIONES	E-F	3b.1	3b.2	3b.3	3b.4	3b.5	OBSERVACIONES
1	A	1	1						0					1	No contesta
2	A	1	1						0					1	No contesta
3	A	1		1					1	1					
4	A	1	1						1	1					
5	A	0					1	No dibuja nada	0					1	Escribe 1/2 dentro de cada pizza
6	O	1	1						0			1			
7	A	1			1				1	1					
8	A	1		1					0					1	No contesta
9	A	1			1				0				1		
10	A	1	1						0			1			
11	O	1	1						0			1			
12	O	1			1				0					1	No contesta
13	A	1		1					0					1	No contesta
14	O	1				1			1		1				
15	O	1			1				0					1	No contesta
16	A	1	1						1	1					
17	O	1	1						0					1	No contesta
18	A	1	1						0					1	No contesta
19	O	1	1						1	1					
20	O	1	1						0				1		
21	O	0					1	Dibujo ininteligible	0					1	Escribe “media pizza y una
22	A	1	1						0				1		
		20	12	3	4	1	2		6	5	1	3	3	10	

NIÑA/O	A/O	E-F	4.1	4.2	4.3	4.4	OBSERVACIONES
1	A	1	1				
2	A	1		1			
3	A	1	1				
4	A	1		1			
5	A	0			1		Suma numeradores y denominadores
6	O	1		1			
7	A	1	1				Dibujo correcto, pero escribe “8 pizzas”.
8	A	1			1		
9	A	0				1	Escribe "5 pizzas"
10	A	0				1	Dibuja 8 pizzas divididas en dos mitades
11	O	1	1				
12	O	0			1		No sabe expresar "pizza y media" en forma de fracción
13	A	1		1			
14	O	0				1	Dibuja tres pizzas divididas en mitades o cuartos
15	O	0				1	Escribe "se come 5 pizzas"
16	A	1		1			
17	O	0				1	En blanco
18	A	0				1	Escribe "dos pizzas"
19	O	0				1	Dibuja una pizza dividida en una mitad y dos cuartos
20	O	0				1	Escribe 3 pizzas"
21	O	0				1	Dibuja 3 pizzas partidas por la mitad
22	A	1	1				
		11	5	5	3	9	

NIÑA/O	A/O	E-F	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	OBSERVACIONES
1	A	0					1		
2	A	1	1						
3	A	1	1						
4	A	1	1						
5	A	0				1			
6	O	1	1						
7	A	1	1						
8	A	0				1			
9	A	0			1				
10	A	0					1		
11	O	0				1			
12	O	0		1					
13	A	0				1			
14	O	0			1				
15	O	0				1			
16	A	1	1						
17	O	0				1			
18	A	1	1						
19	O	0						1	
20	O	0		1					
21	O	0						1	
22	A	1	1						
		8	8	2	2	6	2	2	

NIÑA/O	A/O	E-F	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6	OBSERVACIONES
1	A	1	1						
2	A	0						1	Dibuja dos pizzas, una dividida en tercios y otra en cuartos
3	A	1		1					
4	A	0					1		
5	A	0					1		
6	O	1		1					
7	A	1		1					
8	A	1	1						
9	A	1	1						
10	A	0						1	Dibuja una pizza y le quita un tercio que dibuja aparte
11	O	0						1	Dibujo ininteligible
12	O	0					1		
13	A	0				1			Las partes no son iguales
14	O	1		1					
15	O	1	1						
16	A	1	1						
17	O	1	1						
18	A	1	1						
19	O	0			1				EL trozo de pizza tiene un tamaño muy distinto al del tercio de pizza
20	O	1		1					
21	O	0						1	Dibuja 4 pizzas divididas en una mitad y dos cuartos
22	A	1	1						
		13	8	5	1	1	3	4	

NIÑA/O	A/O	E-F	7.1	7.2	7.3	7.4	OBSERVACIONES
1	A	1	1				
2	A	1	1				
3	A	0		1			Argumenta que si se multiplica 2/3 por 2 sale 4/6
4	A	1		1			
5	A	0				1	No representa bien las fracciones
6	O	1		1			Argumenta que si se multiplica 2/3 por 2 sale 4/6
7	A	1		1			
8	A	1	1				
9	A	0				1	Dibujo en blanco. Argumento de multiplicación en cruz
10	A	1		1			
11	O	0				1	Dibujo ininteligible. Argumento de multiplicación en cruz
12	O	1		1			Argumenta que si se multiplica 2/3 por 2 sale 4/6
13	A	0				1	No representa bien las fracciones. Argumenta que si se multiplica 2/3 por 2 sale 4/6
14	O	1	1				
15	O	0			1		
16	A	1	1				
17	O	1		1			
18	A	0			1		
19	O	0				1	No representa bien las fracciones
20	O	1	1				
21	O	0				1	No representa bien las fracciones. Argumenta que si se multiplica 2/3 por 2 sale 4/6
22	A	0			1		
		12	6	7	3	6	

NIÑA/O	A/O	E-F	8.1	8.2	8.3	8.4	8.5	8.6	8.7
1	A	0	1						
2	A	0						1	
3	A	1	1						1
4	A	0						1	
5	A	0						1	
6	O	0			1				1
7	A	0						1	1
8	A	0				1			
9	A	0					1		
10	A	0					1		
11	O	0						1	
12	O	0						1	1
13	A	0						1	
14	O	0		1					
15	O	0						1	
16	A	0		1					
17	O	0						1	
18	A	0	1						
19	O	0						1	
20	O							1	
21	O	0						1	
22	A	0			1				
		1	3	2	2	1	2	12	4

NIÑA/O	A/O	E-F	9.1	9.2	9.3	9.4	9.5	OBSERVACIONES
1	A	0			1			Divide en seis partes una de las
2	A	0			1			Las partes no son iguales
3	A	0	1					
4	A	0	1					
5	A	0					1	
6	O	0				1		
7	A	0					1	
8	A	1			1			
9	A	0				1		Reparte las cuatro tartas entre cuatro personas
10	A	0	1					
11	O	0		1				
12	O	0				1		
13	A	0				1		No completa el dibujo
14	O	0			1			
15	O	0					1	
16	A	0	1					
17	O	0		1				
18	A	0			1			No completa el dibujo
19	O	0		1				
20	O	0		1				
21	O	0					1	
22	A	0			1			
		1	4	4	6	4	4	

NIÑA/O	A/O	E-F	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	OBSERVACIONES
1	A	0				1		
2	A	0	1					
3	A	0	1					
4	A	0			1			
5	A	0			1			
6	O	0			1			
7	A	0				1		
8	A	0			1			
9	A	1			1			
10	A	0		1				
11	O	0		1				
12	O	0				1		
13	A	0			1			
14	O	0					1	Dibujo sin sentido
15	O	0		1				
16	A	0	1					
17	O	0			1			
18	A	0	1					
19	O	0					1	Dibujo sin sentido
20	O	0					1	Responde: 4/2, 4/3 y 4/4
21	O	0					1	Responde: 2/4, 2/8 y 2/2
22	A	0		1				
Total		1	4	4	7	3	4	

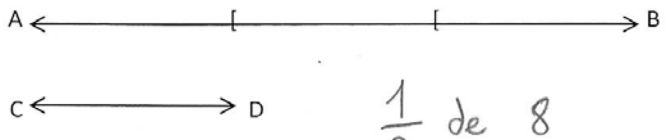
7.2.1. Alumno 1

1

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE:

1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

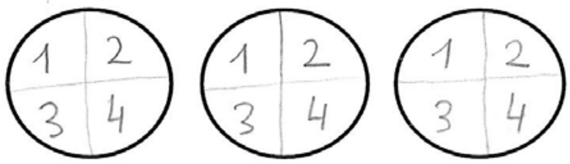


$\frac{1}{3}$ de 8

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

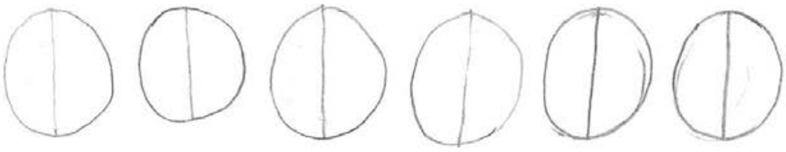
3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.



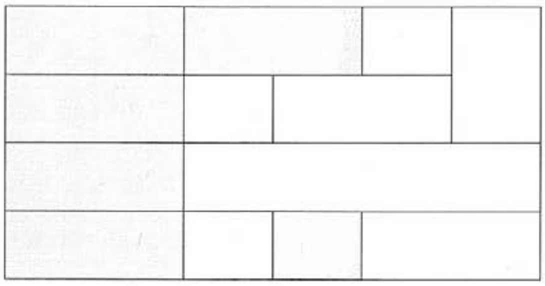
- Persona : 1
- Persona : 2
- Persona : 3
- Persona 4

4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

-Se reparten 6 pizzas

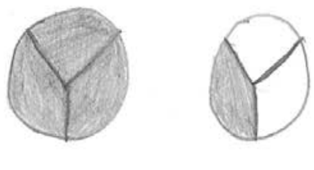


5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



-6 partes del total

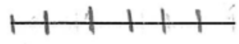
6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.



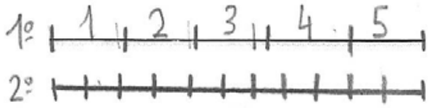
7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.

-Porque al final coges la misma cantidad

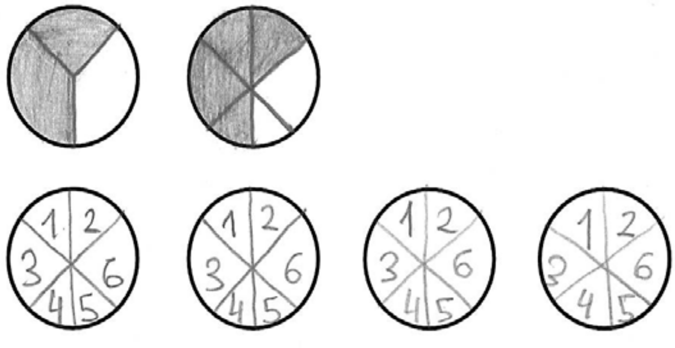
8- El siguiente segmento es la unidad de medida:



Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.



9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



-Persona : 1
-Persona : 2
-Persona : 3
-Persona : 4
-Persona : 5
-Persona : 6

10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

-Solo se pueden sacar 2 : 3/5 y 6/5

7.2.2 Alumna 2

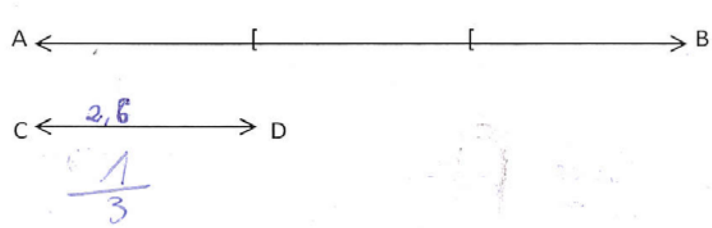
10-4-2015

2

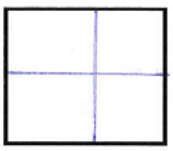
EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE:

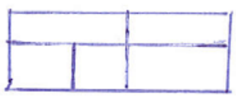
1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?



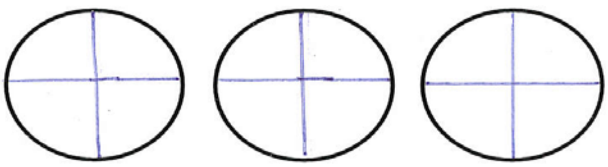
2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:



Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).



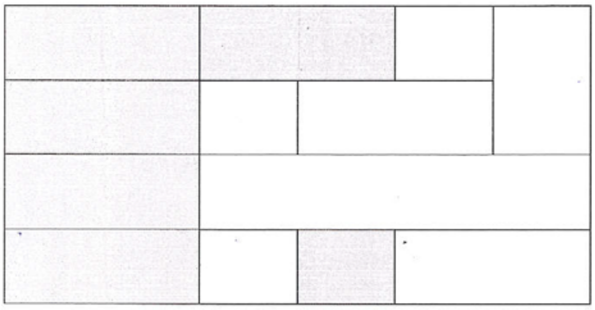
3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.



4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

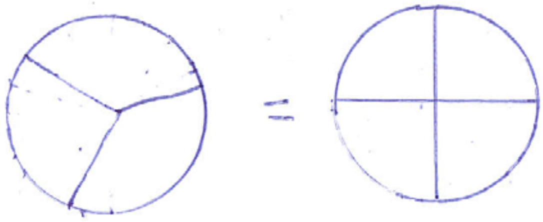
6 pizzas se han repartido.

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?

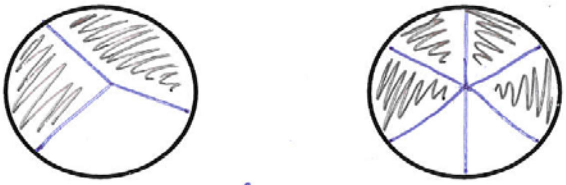


$\frac{11}{24}$ es la parte coloreada.

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.



7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.



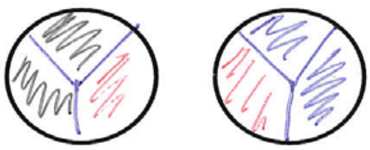
En la primera hay tres y en la segunda seis. En la primera si cortases por la mitad los dos trozos coloreados, daría cuatro y en la segunda ya hay cuatro.

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

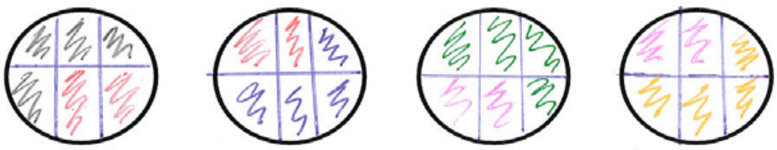
Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

Porque es la misma cantidad

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



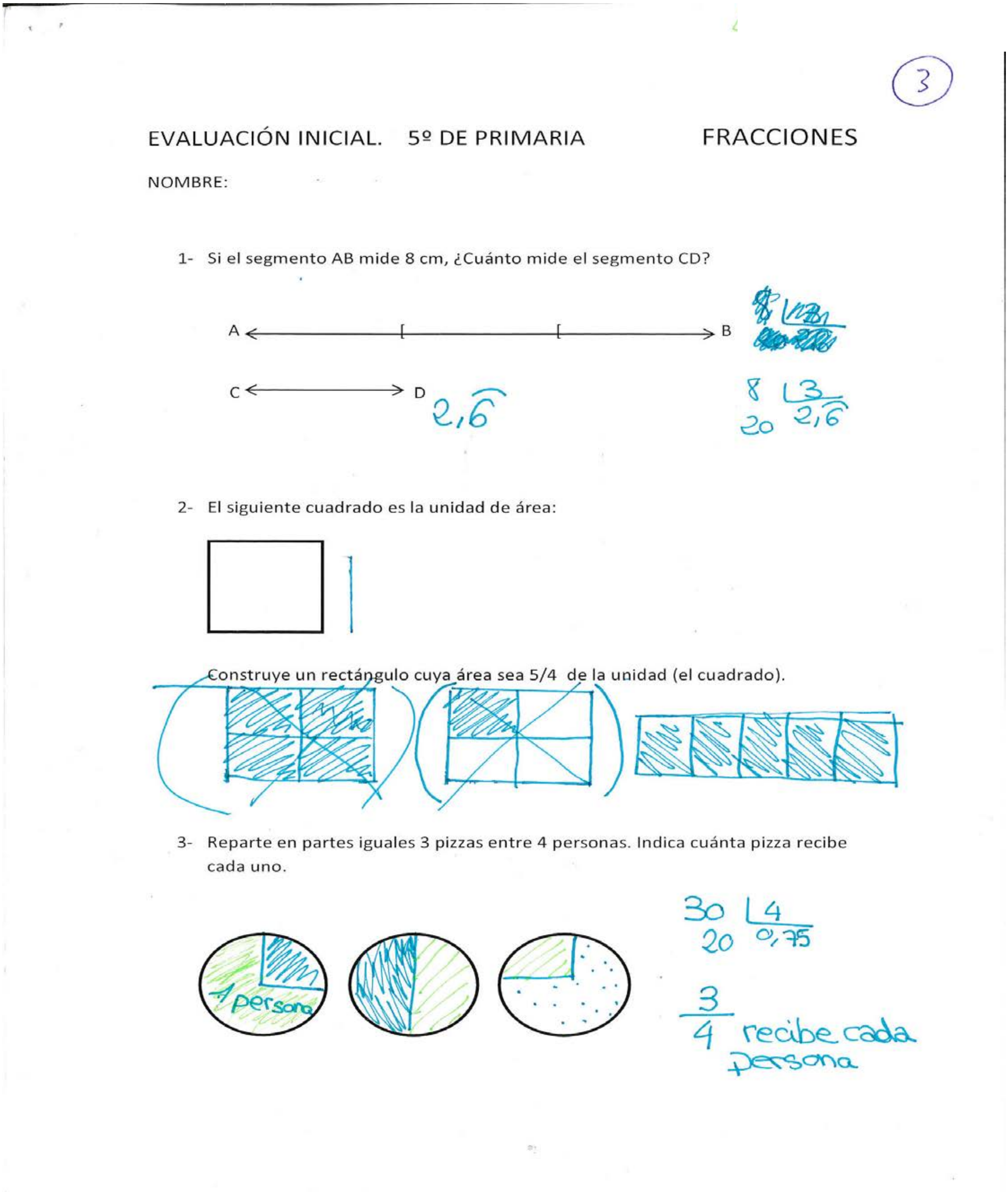
Porque lo que sobra es la misma cantidad



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{10}{10}$

7.2.3 Alumno 3



3

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE:

1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

A B

C D $2,\overline{6}$

$8 \,|\, 3$ — 20 — $2,\overline{6}$

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

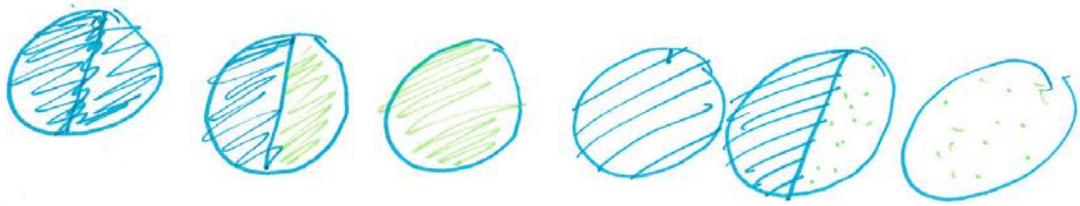
3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.

1 persona

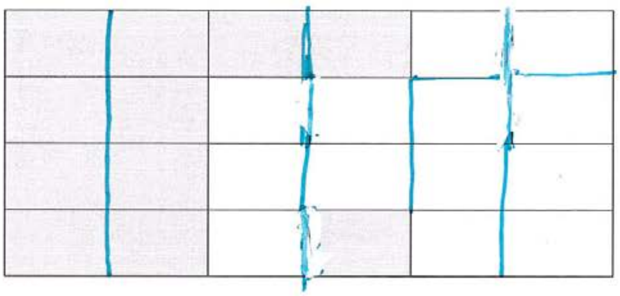
$30 \,|\, 4$ — 20 — 0,75

$\frac{3}{4}$ recibe cada persona

4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido? 6 pizzas

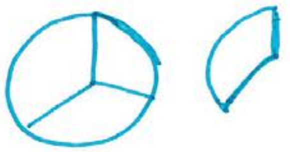


5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



$\frac{11}{24}$

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.



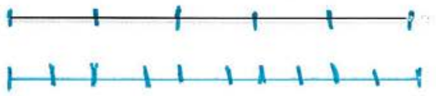
$\frac{4}{3}$

7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.

Porque si multiplicas $\frac{2}{3} \times 2$ te sale $\frac{4}{6}$ al igual que si divides $\frac{4}{6} : 2$ y te dará $\frac{2}{3}$

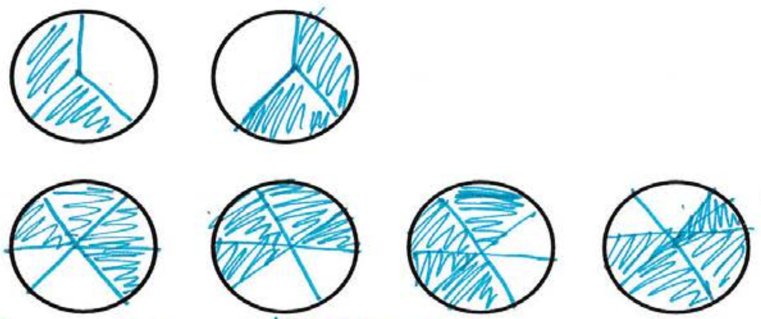
8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.



Porque $\frac{5}{3}$ lo multiplipas $\times 2$ y sale $\frac{10}{6}$ y también si divides $\frac{10}{6}$ entre 2 te sale $\frac{5}{3}$.

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



Porque si multiplicas $\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{6}$ y si divido $\frac{4}{6} : 2 = \frac{2}{3}$

10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{8}{10}$

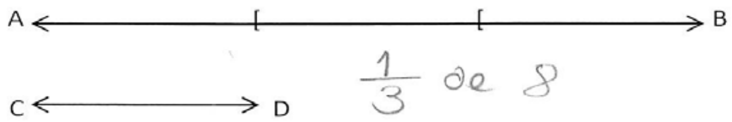
7.2.4 Alumna 4

4

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

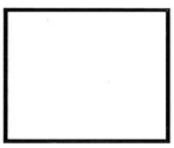
NOMBRE:

1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?



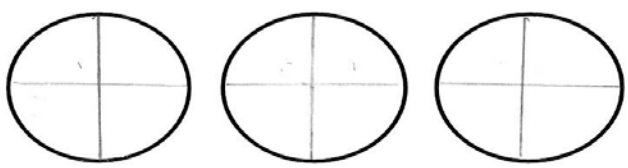
$\frac{1}{3}$ de 8

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:



Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.

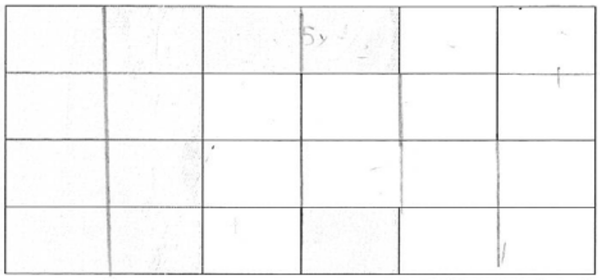


$\frac{3}{4}$ de pizza para cada uno

4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

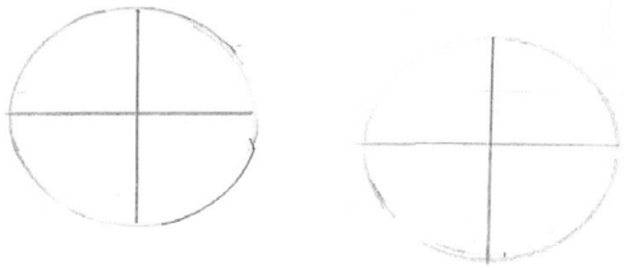
6 pizzas

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?

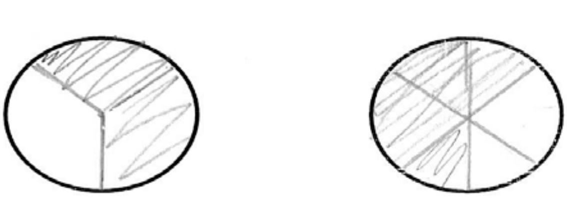


$\frac{11}{24}$

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.



7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.



$$\frac{2 \xrightarrow{\times 2} 4}{3 \xrightarrow{\times 2} 6}$$

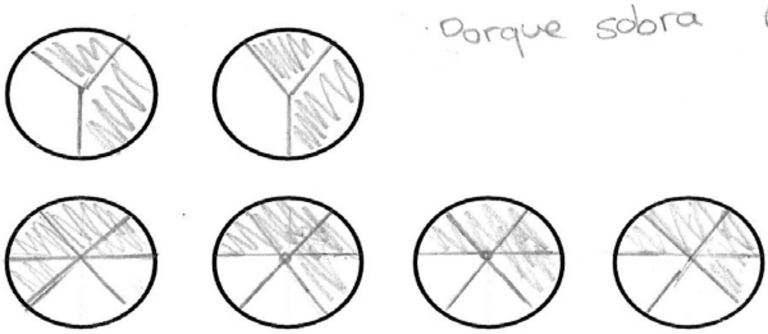
Representa la misma parte

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.

Porque sobra la misma pizza



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{3}{5}$. $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{5}$

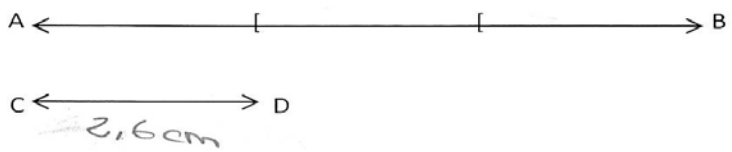
7.2.5 Alumno 5

5

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE:

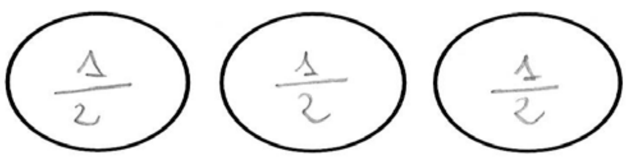
1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?



2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.



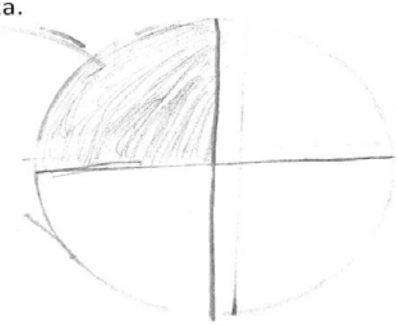
4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

$$\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=\frac{12}{8}$$

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?

$\frac{6}{13}$ es el total de la parte coloreada

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.

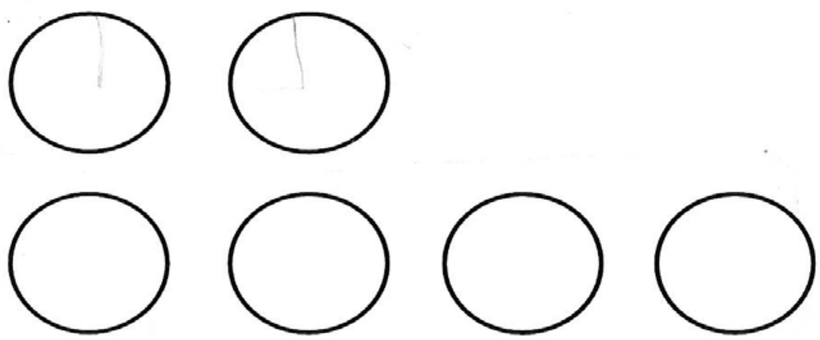


7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{6}{4}$

7.2.6 Alumno 6

6

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE:

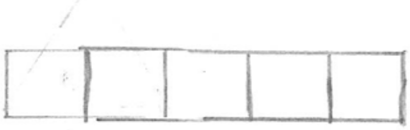
1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

2,666cm

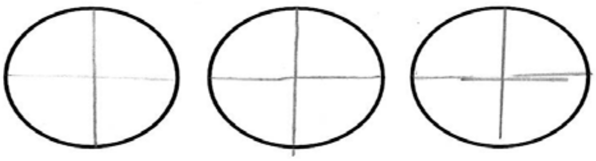
8 | 3
20 2,666
20
20

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).



3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.

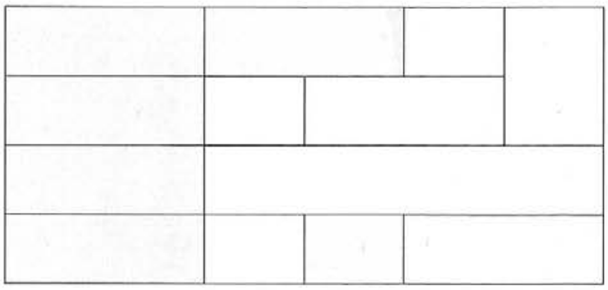


Cada uno recibe 3 trozos

4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

6 pizzas han repartido

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



$\frac{11}{24}$

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.

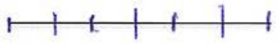
7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.

porque si $\frac{2}{3}$ lo multiplicas por 2 es 4

cualquiera (cualquier fracción multiplicado por el número

son fracciones equivalentes)

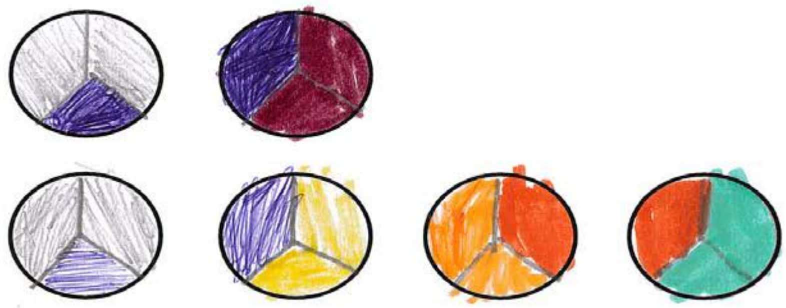
8- El siguiente segmento es la unidad de medida:



Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

Porque si $\frac{5}{3}$ lo multiplicas por 2 ~~es la~~ da $\frac{10}{6}$ ...
lo que está en el ej 7 en ( )

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{6}{4}$

7.2.7 Alumno 7

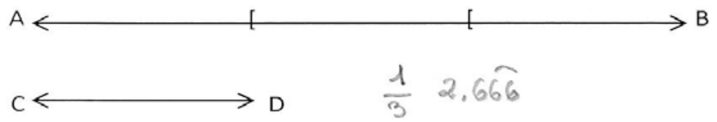
10-4-15

7

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

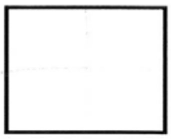
NOMBRE

1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

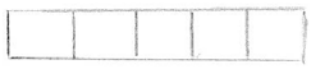


$\frac{1}{3}$ 2,666

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

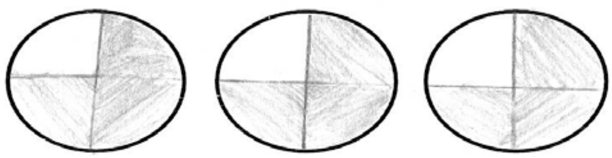


Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

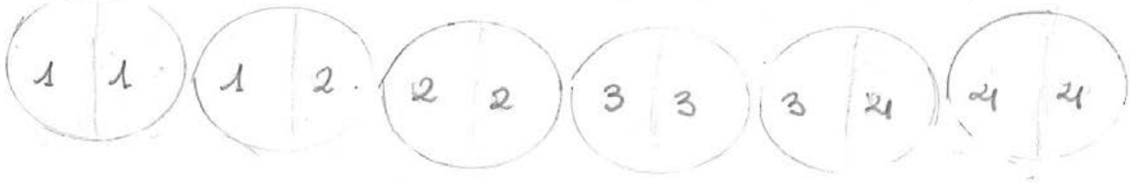


3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.

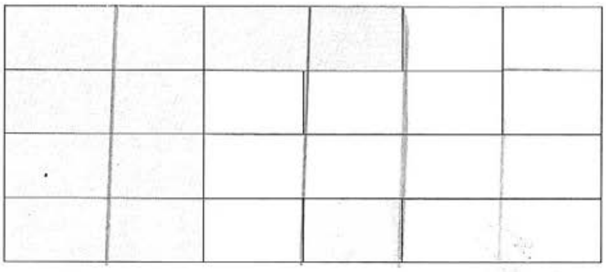
Cada uno recibe $\frac{3}{4}$ / 3 trozos



4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido? 8 pizzas se han repartido



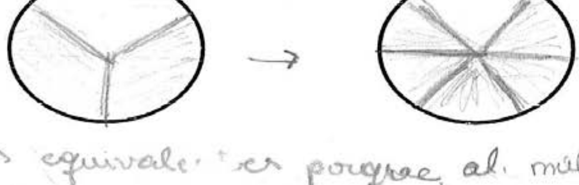
5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



$\frac{11}{24}$

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.

7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.



son fracciones equivalentes porque al multiplicarlo en "cruz" "X" da el mismo nº: (12)

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

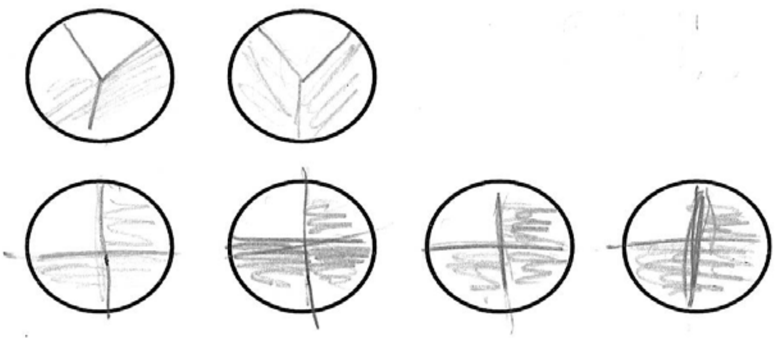
$10 \times 3 = 30$

$3 \times 6 = 30$

$\frac{5}{3} \times \frac{10}{6} \rightarrow \frac{30}{30}$

porque si muetipeicamos 5×6 y 3×10 me da el mismo Nº (30)

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{5}$

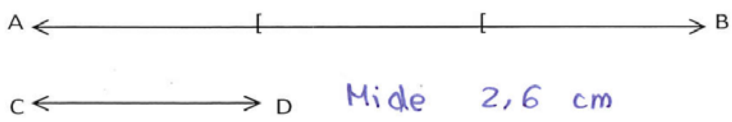
7.2.8 Alumno 8

8

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE:

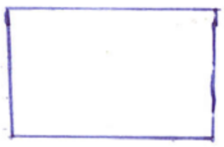
1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?



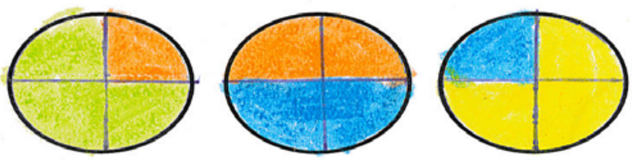
Mide 2,6 cm

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).



3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.



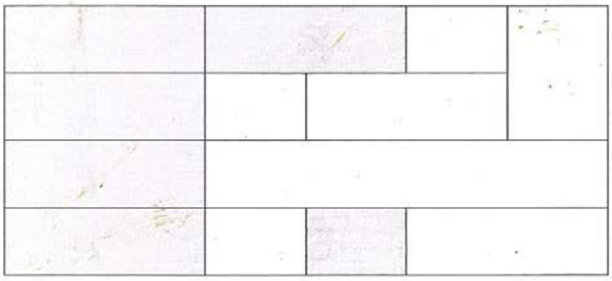
4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

3/2 = 1 pizza y media

$$\begin{array}{r} 1,5 \\ \times\ 4 \\ \hline 6,0 \end{array}$$

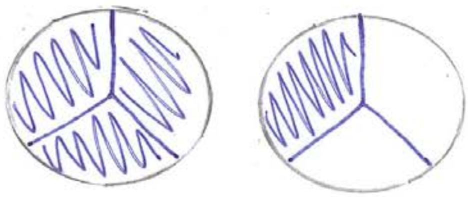
6,0 pizzas se han repartido.

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?

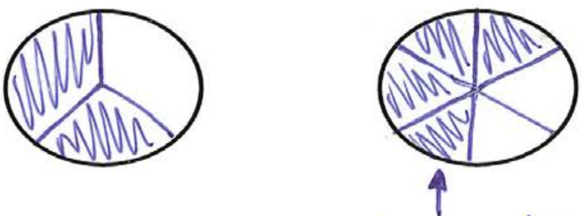


$\frac{6}{13}$ están coloreadas

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.



7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.



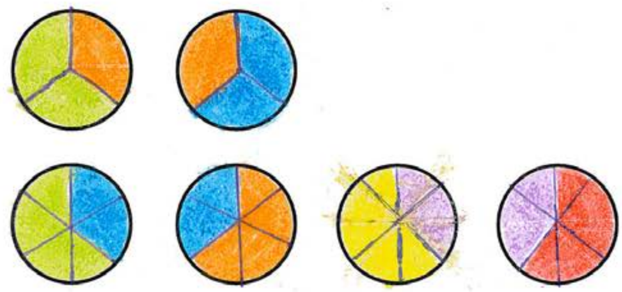
Las partes coloreadas ocupan, y representan el mismo espacio que las otras, por lo cual, son equivalentes.

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

Las pequeñas partes de los segmentos son iguales

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{6}{5}$

Nº 12

9

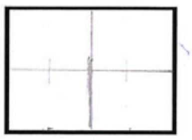
EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE: 10-4-15

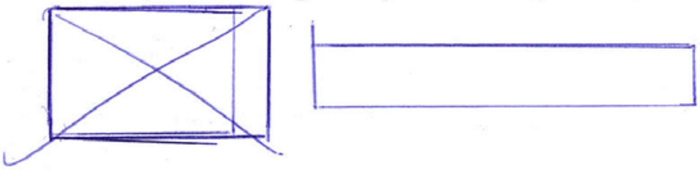
1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

3,2

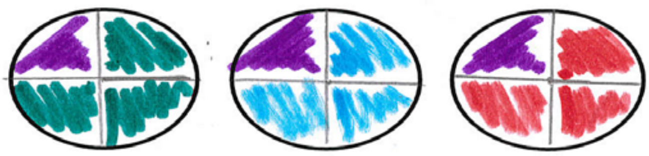
2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:



Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).



3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.

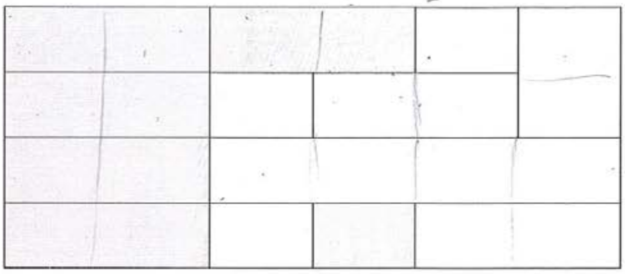


$\frac{3}{12}$

4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

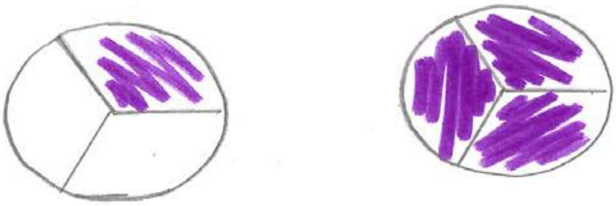
5 pizzas se han

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



$\frac{5,5}{6,5}$ $\frac{11}{13}$

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.



7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.

Porque multiplicando en X es decir, 2×6 y 3×4 da $\frac{12}{12}$

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

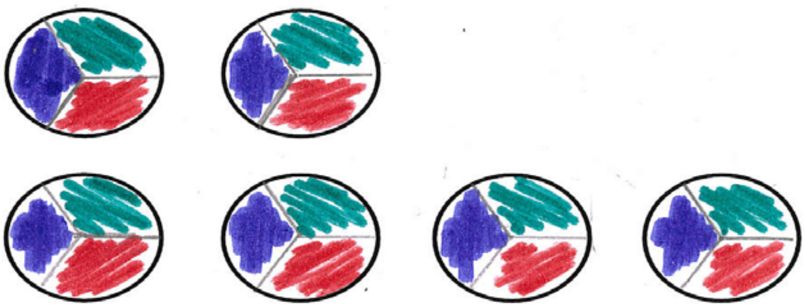
9cm

— Tercera parte
— 6ª parte

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

Porque multiplicando en X sale $\frac{36}{30}$

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{4,5}{5}$

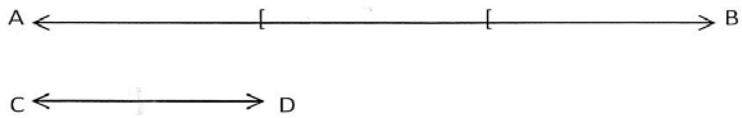
7.2.10 Alumno 10

10

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

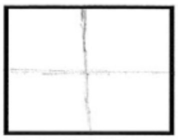
NOMBRE: 10 /4 /2015

1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

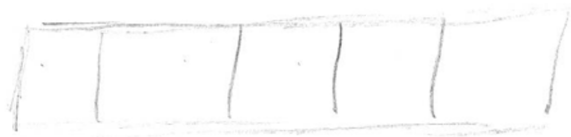


Mide 3cm

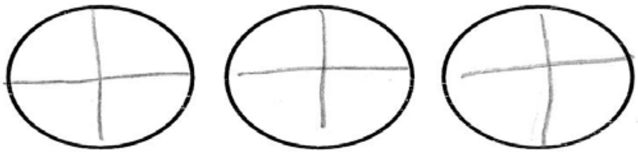
2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:



Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

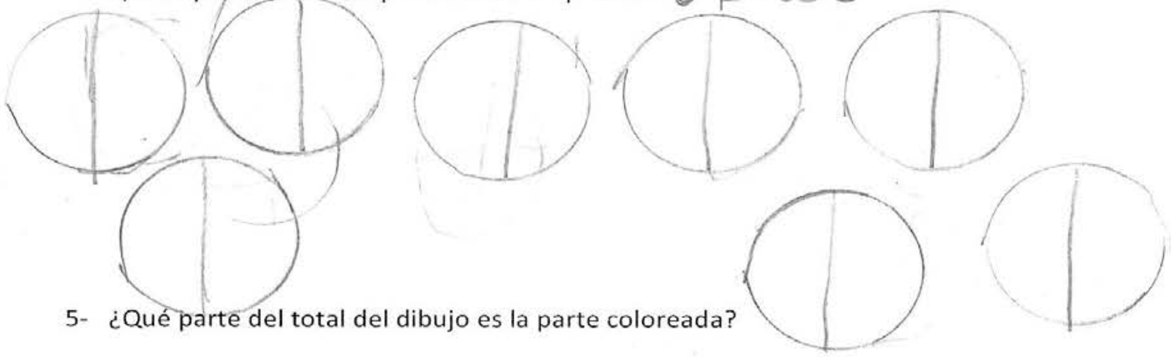


3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.

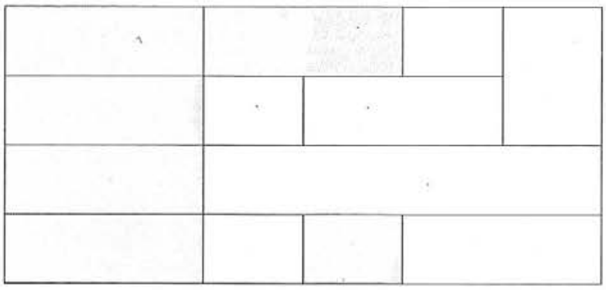


3 trozos para una persona

4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido? 8 piezas



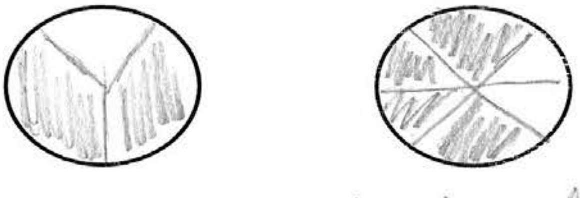
5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



6 trozos

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.

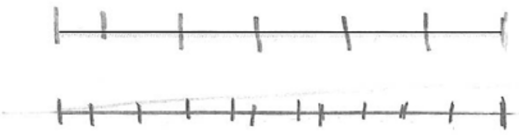
7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.



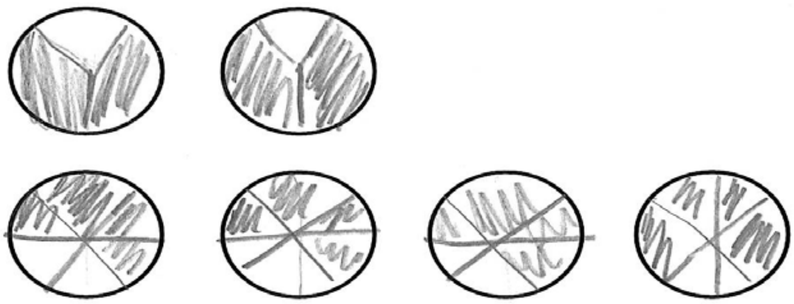
Porque al multiplicarlas en cruz teda lo misno.

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.



9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{5}$

7.2.11 Alumno 11

~~Jorge~~

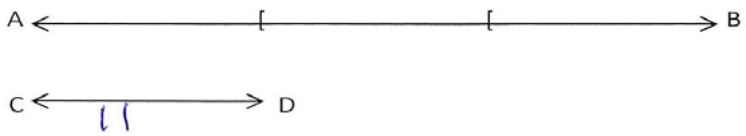
11

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE:

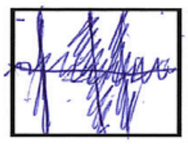
1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

8 | 3
20 2,666
20
20

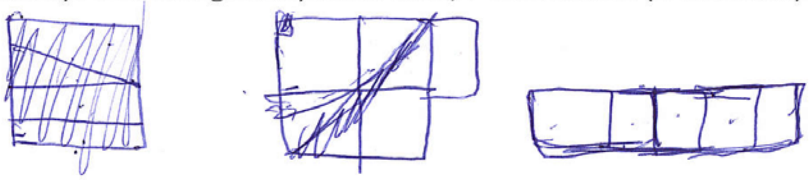


2/666cm

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

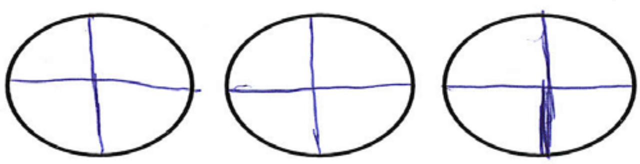


Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).



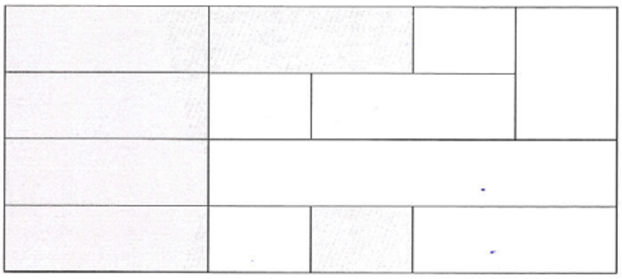
3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.

3 trozos



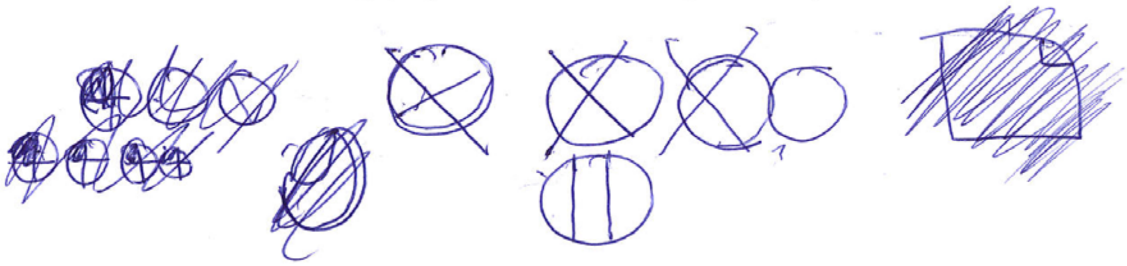
4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



$\frac{6}{13}$

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.

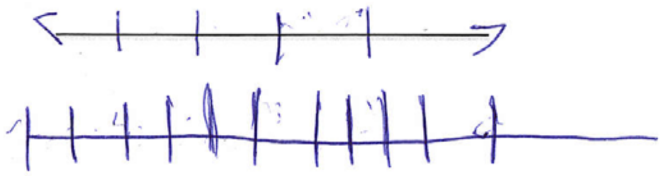


7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.

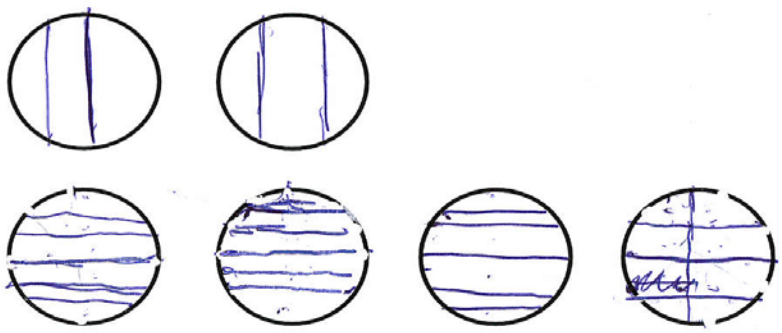
porque al multiplicar: $\frac{4 \times 2}{6 \times 3}$ = 12

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.



9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

9/5 5/5

7.2.12 Alumno 12

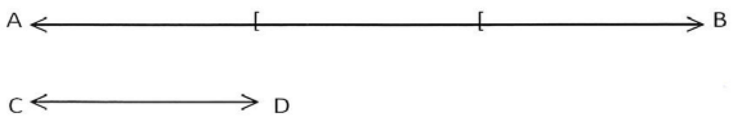
12

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE:

1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

8 |3
20 2,6
2

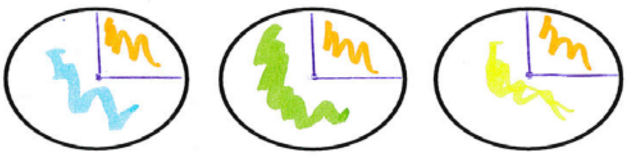


2,6 cm

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.

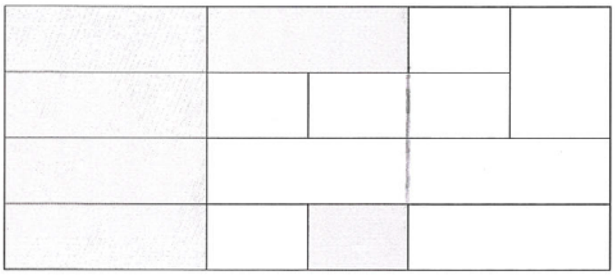


4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

cada uno 

$\times 3 = 4$ pizzas y media

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



$\frac{5}{12}$

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.

$\frac{4}{3}$

7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.

porque $\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{6}$

y se cogo la mismo fraccion de pizza

$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{6}$

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

$\frac{5}{3}$

porque si divides la unidad en tres segmentos y le añades dos segmentos del tamaño de el tercio es el segmento

$\frac{10}{6}$

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.

$\frac{2}{3}$

$\frac{4}{6}$

10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{3}{5} - \frac{4}{5} - \frac{8}{10} - \frac{6}{5}$

7.2.13 Alumno 13

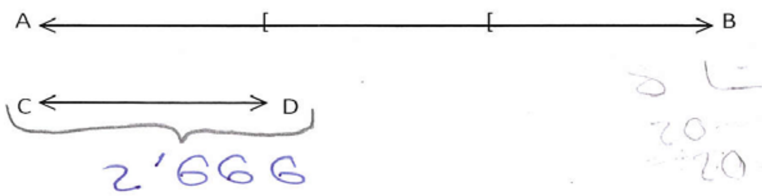
5º B 10-4-2015.

13

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE:

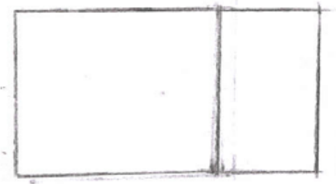
1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?



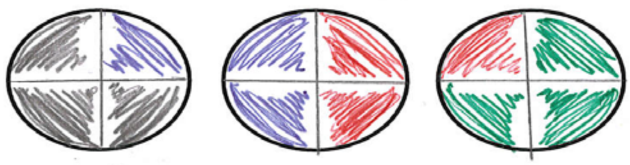
8 | 3
20 2'666
20
20
2

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).



3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.

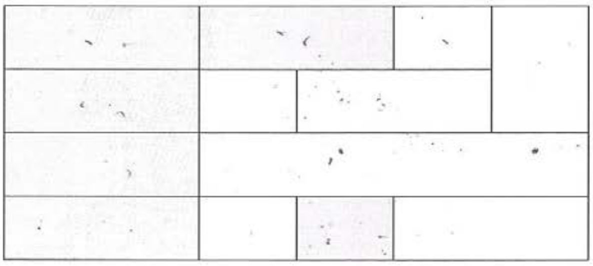


1 persona
1 persona
1 persona
1 persona

4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

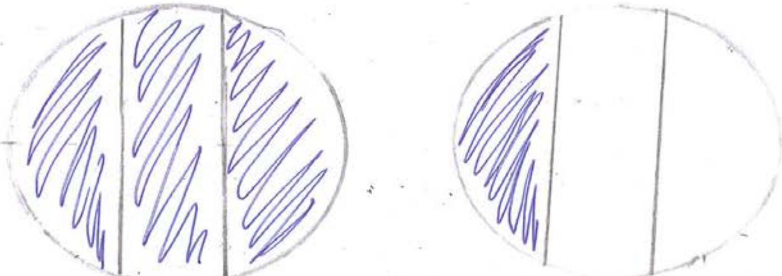
12 medias de pizza.

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?

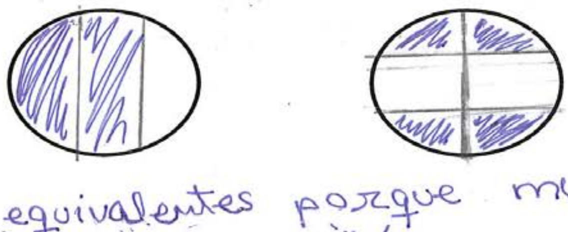


$\frac{6}{13}$

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.



7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.

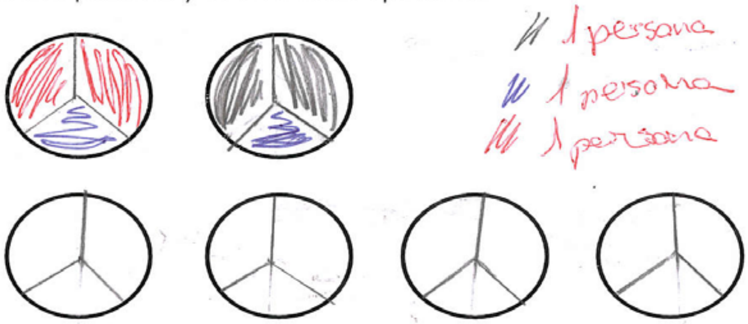


• Son equivalentes porque multiplicas los nº de $\frac{2}{3} \times 2$ es = a $\frac{4}{6}$.

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



// 1 persona
// 1 persona
// 1 persona

10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{5}{4}$

7.2.14 Alumno 14

14

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

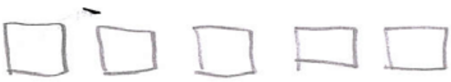
NOMBRE:

1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

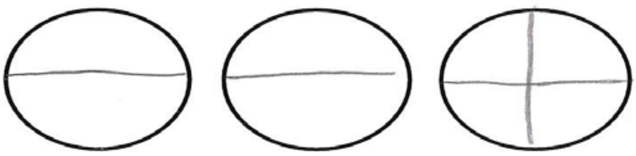
2,66cm

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).



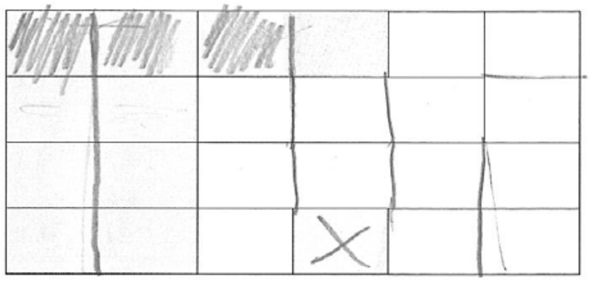
3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.



media + 1 cuarto

4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



$\frac{3}{24}$

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.

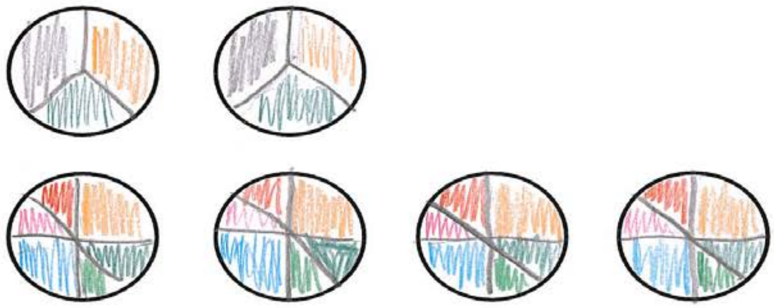
7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.

Que ocupa lo mismo.

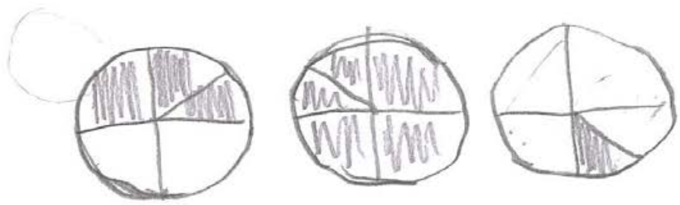
8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.



7.2.15 Alumno 15

15

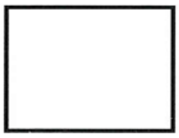
EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE: 10/4/15 7850B

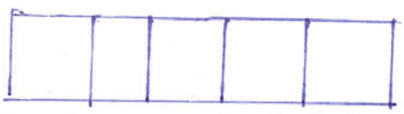
1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

2 cm

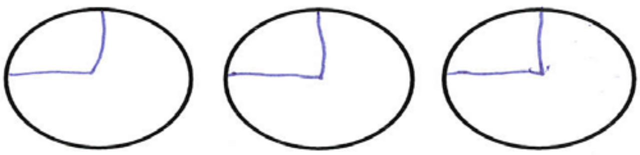
2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:



Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).



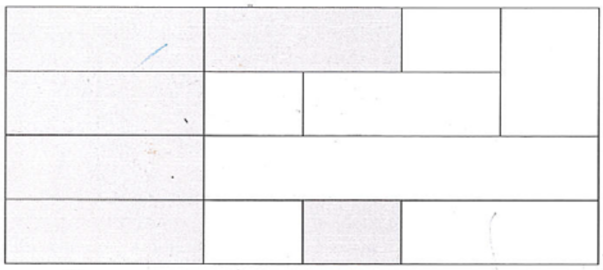
3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.



4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

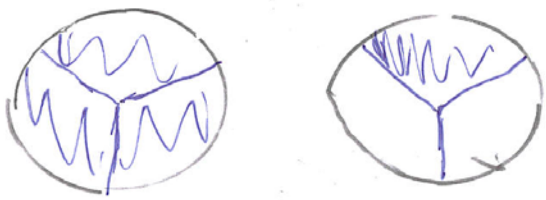
Se comen 5 pizzas.

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



$\frac{6}{13}$ partes del dibujo estan coloreadas.

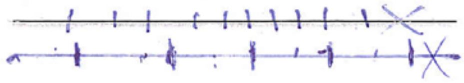
6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.



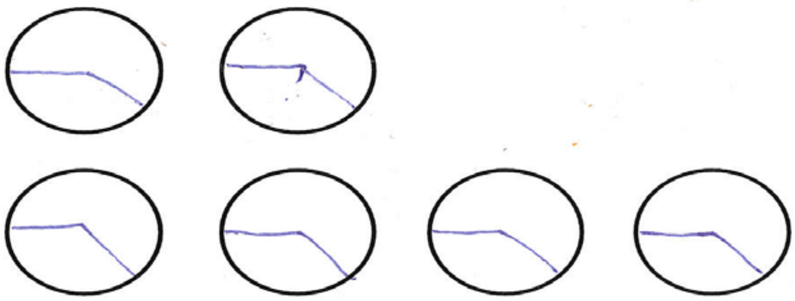
7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.



9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

4/5 5/5

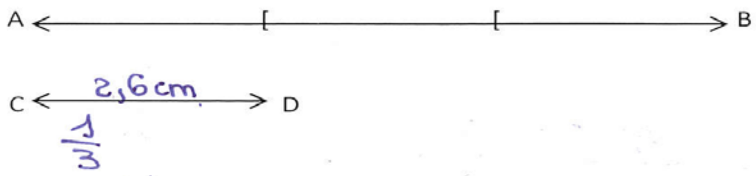
7.2.16 Alumno 16

16

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE:

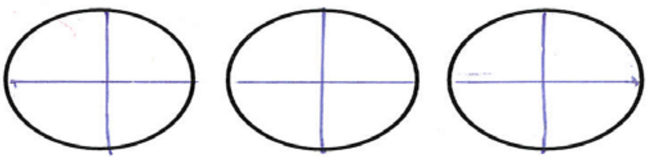
1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?



2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.

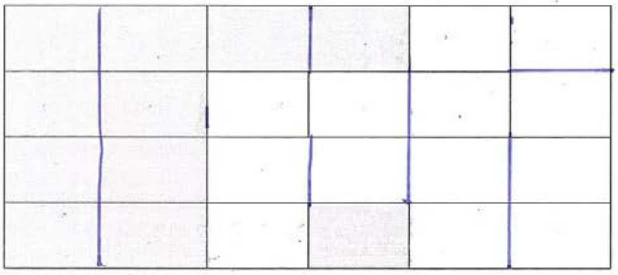


$\frac{3}{4}$ de pizza

4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

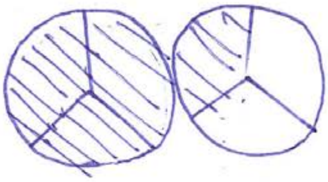
6 pizzas se han repartido

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



$\frac{11}{24}$

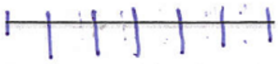
6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.



7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.

porque 2/3 y 4/6 representan la misma proporción de pizza

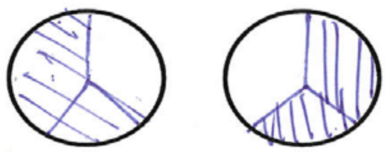
8- El siguiente segmento es la unidad de medida:



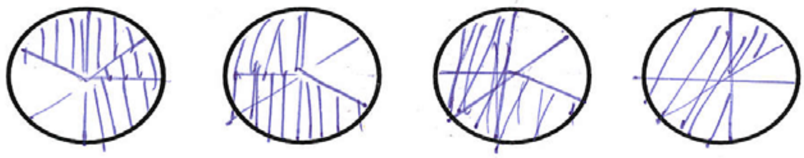
Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

porque $\frac{5}{3}$ y $\frac{10}{6}$ es la misma cantidad

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



porque sobra la misma proporción de pizza



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{5}$

$\frac{8}{10}$

7.2.17 Alumno 17

10-4-2015

17

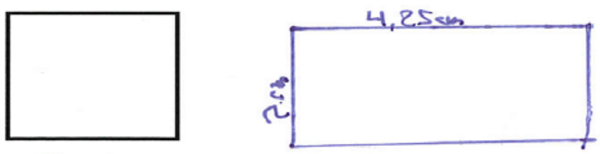
EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE:

1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

Mide un tercio de 8cm

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

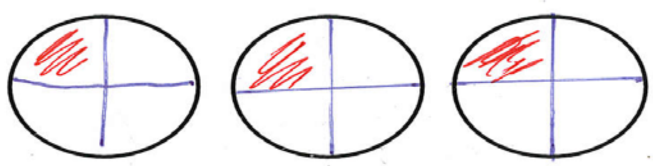


Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

2,00 2,50 6,25 2,50 3,75

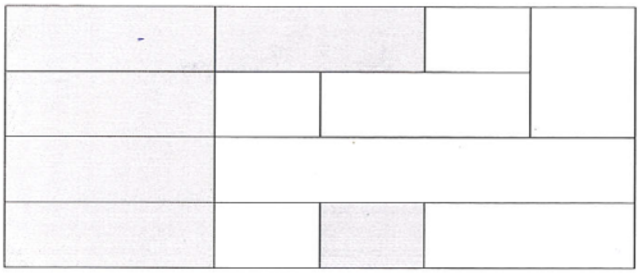
6,25 × 2,00 4,25

3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.



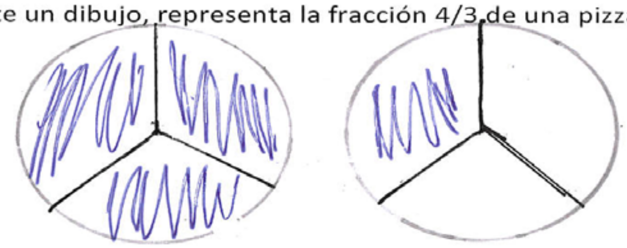
4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?

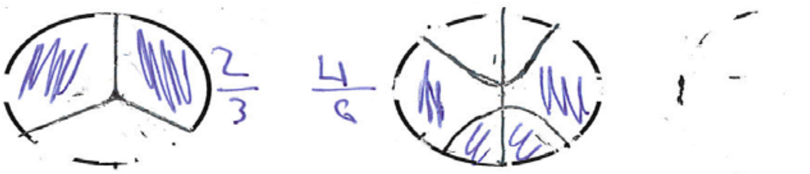


$\frac{6}{13}$

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.



7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.



$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{6}$

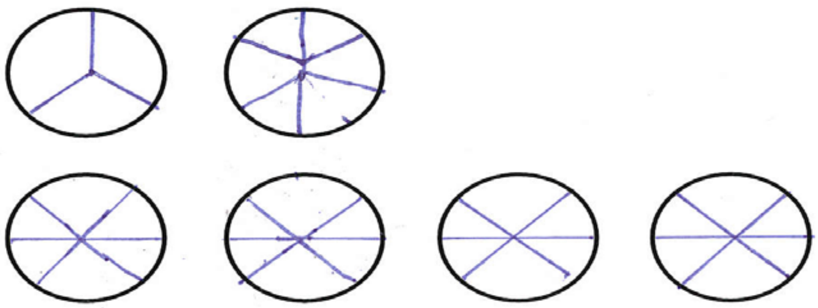
Porque si multiplicas en cruz dan el mismo resultado

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

Porque son equivalentes

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{6}{5}$

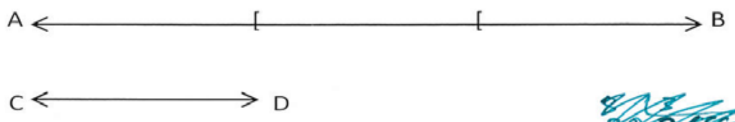
7.2.18 Alumno 18

18

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

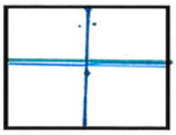
NOMBRE:

1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?



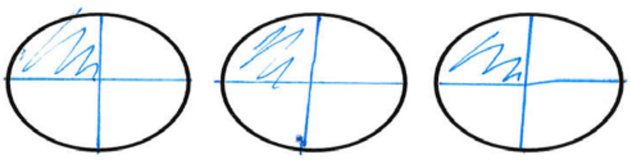
2,666

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:



Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

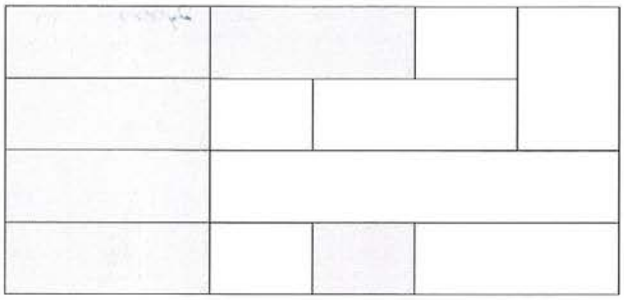
3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.



4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

Dos pizzas.

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



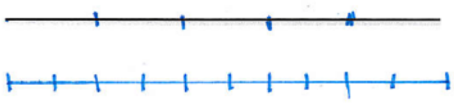
$\frac{11}{24}$

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.

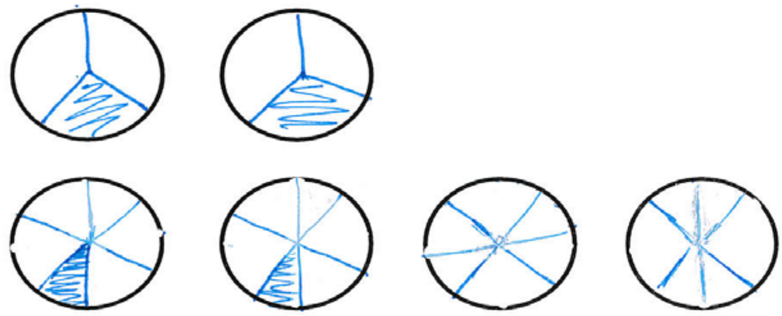
7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.



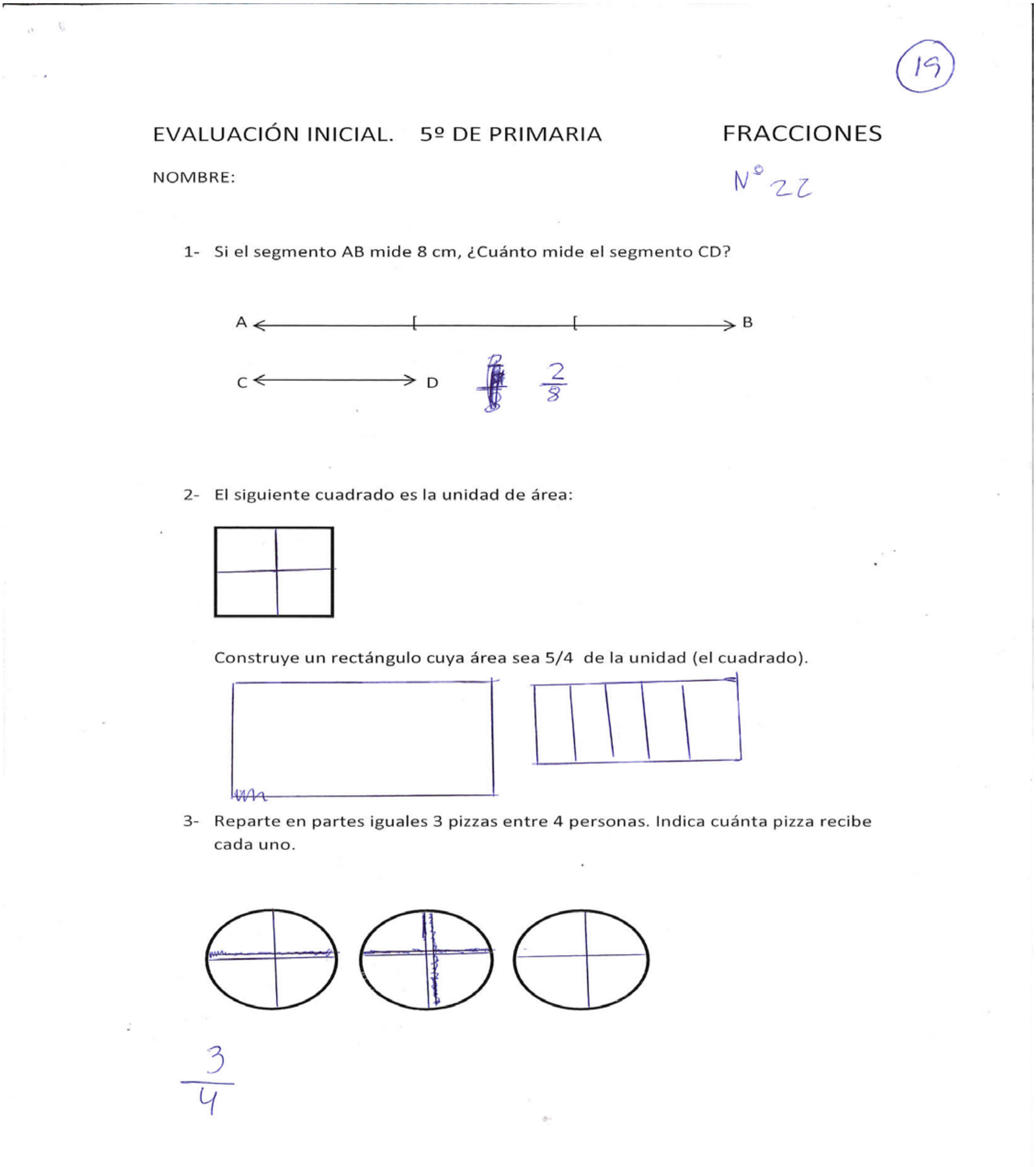
9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{5}$, $\frac{5}{5}$ y $\frac{8}{10}$

7.2.19 Alumno 19



19

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE: Nº 22

1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

A B

C D $\frac{2}{8}$

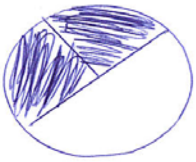
2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

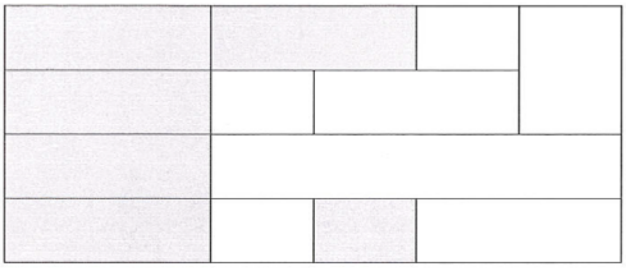
3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.

$\frac{3}{4}$

4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

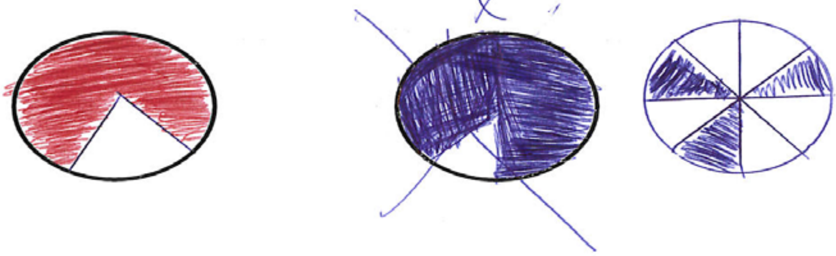


5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?

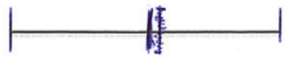


6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.

7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes. mal



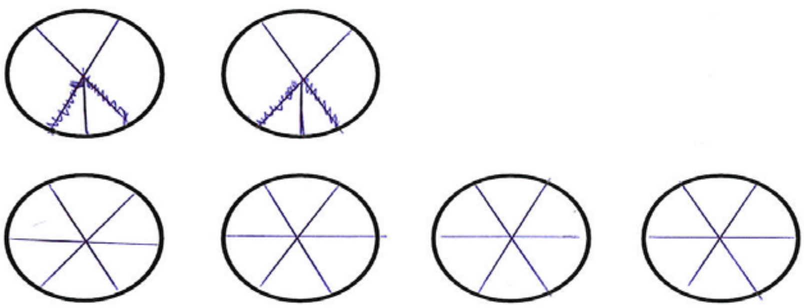
8- El siguiente segmento es la unidad de medida:



Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

Si son equivalentes

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

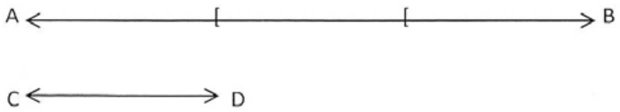
7.2.20 Alumno 20

20

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

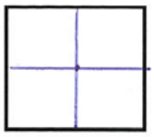
NOMBRE:

1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?



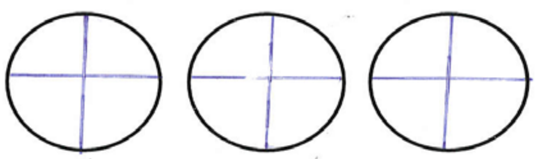
R. 2,666. (1 tercia)

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:



Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.

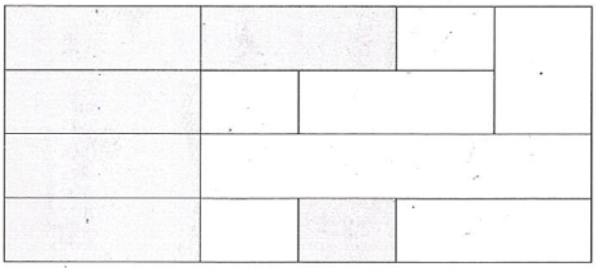


R. $\frac{3}{12}$ se come cada uno.

4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

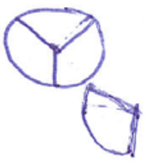
R.3 pizzas.

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?

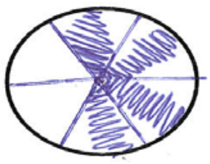


R. $\frac{5,50}{12}$

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.



7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.



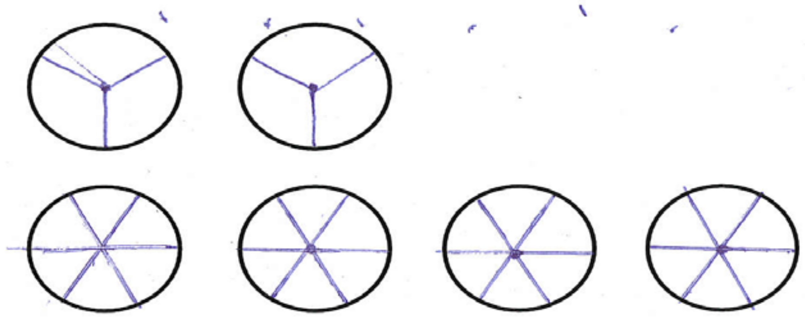
R. Porque es la misma contidad

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

R. porque son la misma cantidad.

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{4}{4}$

7.2.21 Alumno 21

21

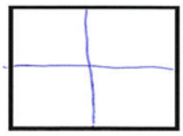
EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

NOMBRE:

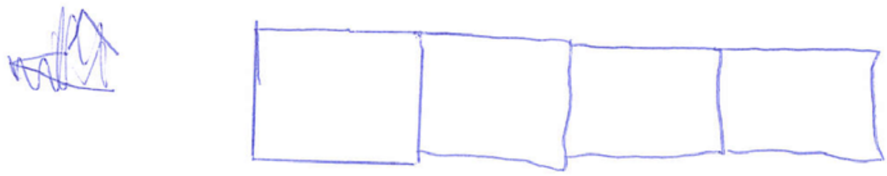
1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

Mide 6 cm

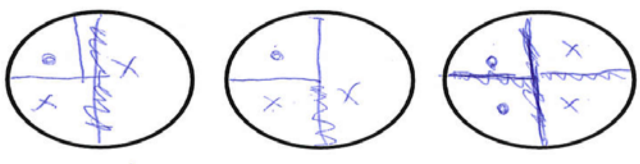
2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:



Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).



3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.

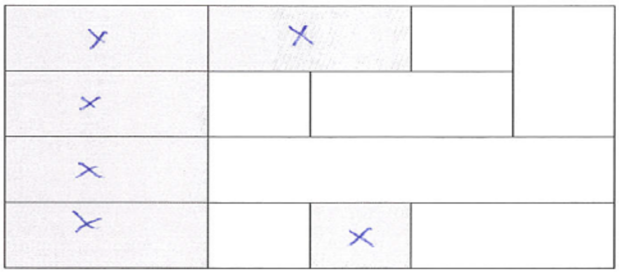


media pizza y una entera cada uno

4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?

tres pizzas

5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?



6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.

7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.

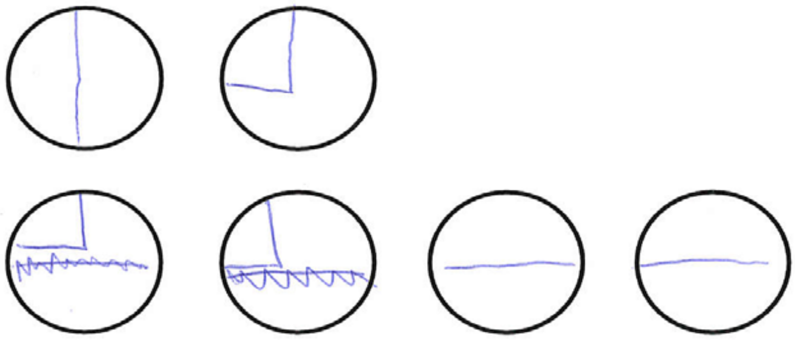
porque si multiplicas
2/3 x 2 = 4/6

8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.

$5/3 \times 2 = 10/6$

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

2/4, 2/8, 2/2

7.2.22 Alumno 22

10-4-15

22

EVALUACIÓN INICIAL. 5º DE PRIMARIA FRACCIONES

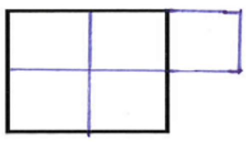
NOMBRE:

1- Si el segmento AB mide 8 cm, ¿Cuánto mide el segmento CD?

2,066 cm

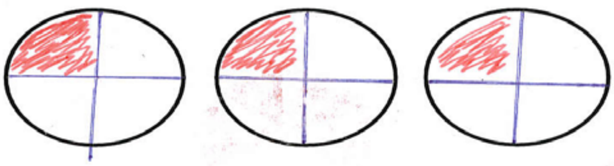
8 | 3
20 2,066
20
2

2- El siguiente cuadrado es la unidad de área:

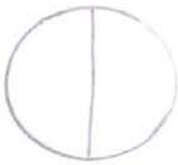


Construye un rectángulo cuya área sea 5/4 de la unidad (el cuadrado).

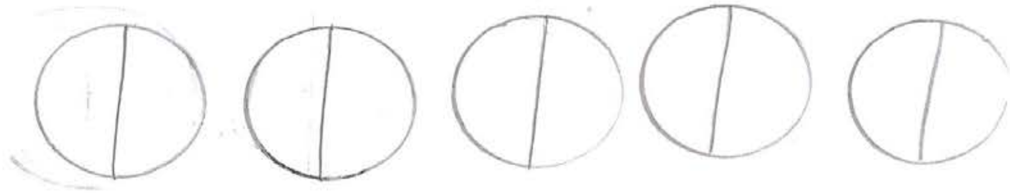
3- Reparte en partes iguales 3 pizzas entre 4 personas. Indica cuánta pizza recibe cada uno.



$\frac{3}{12}$ de pizza

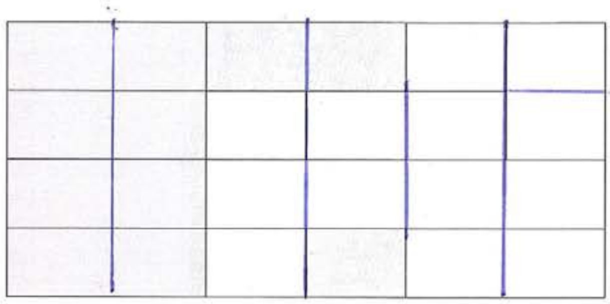


4- A cada una de las cuatro personas que participan en un reparto les han tocado 3/2 de pizza. ¿Cuántas pizzas se han repartido?



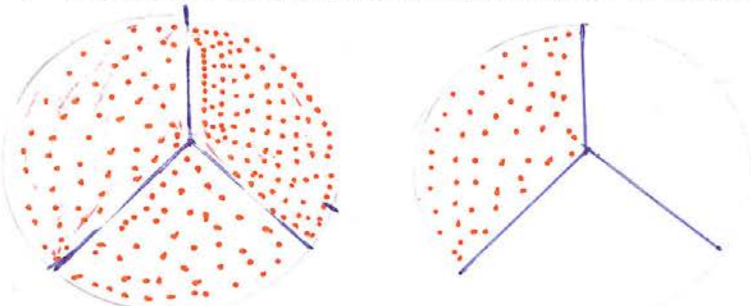
5- ¿Qué parte del total del dibujo es la parte coloreada?

11/24



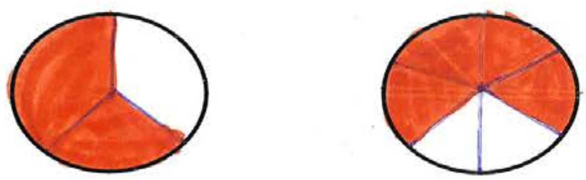
360'13
06 130
00

6- Mediante un dibujo, representa la fracción 4/3 de una pizza.



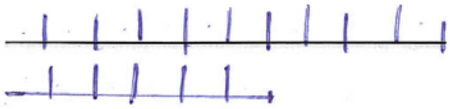
: parte comida.

7- A partir de las dos pizzas de debajo, dibuja y explica por qué las fracciones 2/3 y 4/6 de una pizza son fracciones equivalentes.



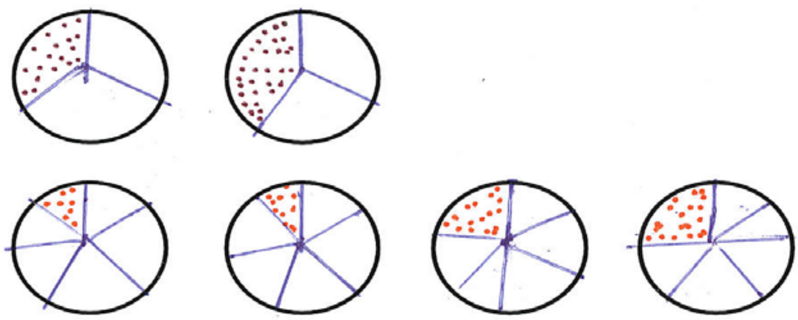
8- El siguiente segmento es la unidad de medida:

Explica por qué las fracciones 5/3 y 10/6 son fracciones equivalentes midiendo el segmento siguiente con la tercera y la sexta parte de la unidad.



Son iguales porque se ve.

9- Explica por qué 2/3 y 4/6 son fracciones equivalentes, repartiendo 2 tartas entre 3 personas y 4 tartas entre 6 personas.



10- Encuentra 3 fracciones intermedias entre 3/5 y 6/5.

$\frac{4}{5}$ | $\frac{5}{5}$