



**Universidad**  
Zaragoza

# Proyecto Fin de Carrera

## ESTUDIO DE MÉTODOS DE DIMENSIONADO Y DISEÑO DE INSTALACIONES DE TRANSPORTE NEUMÁTICO DE SÓLIDOS EN FASE DISPERSA

Autor

Ana Naval Martín

Director

Francisco Alcrudo Sánchez

Ingeniería Industrial

Especialidad Energía y Tecnología de Calor y Fluidos

Escuela de Ingeniería y Arquitectura

Área de Mecánica de Fluidos

FEBRERO 2015

# **ESTUDIO DE MÉTODOS DE DIMENSIONADO Y DISEÑO DE INSTALACIONES DE TRANSPORTE NEUMÁTICO DE SÓLIDOS EN FASE DISPERSA**

## **RESUMEN**

El propósito de este Proyecto Fin de Carrera es el análisis de los métodos teóricos y empíricos de dimensionado de instalaciones de transporte neumático de sólidos en fase dispersa (también denominada fase diluida). Este tipo de transporte es una técnica ampliamente utilizada en la industria. Dada la gran cantidad de variables influyentes en el proceso, estas instalaciones se diseñan habitualmente en base a experiencias previas del diseñador o plantas industriales ya existentes con características similares. Además, en la literatura especializada aparecen numerosas expresiones de naturaleza empírica que permiten la obtención de algunos de los parámetros necesarios para el dimensionado.

Durante el desarrollo del proyecto se ha llevado a cabo una extensa revisión bibliográfica para determinar las expresiones y correlaciones que mejor reproducen los datos medidos en instalaciones industriales o plantas piloto. La información obtenida presenta una gran dispersión tanto en las expresiones de cálculo como de los datos y es, en algunos casos, inexacta. Esto puede ser debido al interés comercial en los procesos de transporte neumático que hace que la información de calidad sea confidencial, o bien que la publicada sea deliberadamente oscura. En cualquier caso, se ha intentado realizar una labor de síntesis apoyada, por una parte en la documentación accesible, y por otra en la teoría y el análisis matemático.

El contenido de este trabajo incluye una explicación de los aspectos básicos que son necesarios para comprender el funcionamiento de cualquier sistema de transporte neumático de material a granel, así como la descripción matemática en la que se basa el comportamiento de los flujos bifásicos gas-sólido. Todo ello permite conocer en detalle los fundamentos físicos de los fenómenos que se producen en este tipo de transporte.

El objeto de estudio, que es el flujo en fase diluida, se ha realizado distinguiendo entre el flujo desarrollado en tuberías verticales y horizontales. Este análisis independiente se debe a que la disposición de la conducción en la que se desee realizar el transporte influye de manera decisiva en las características que presentará la mezcla de gas y sólidos, y en el comportamiento general del sistema. Adicionalmente, se ha desarrollado el procedimiento de diseño a seguir para la realización de una línea de transporte neumático.

Debido a la necesidad de emplear correlaciones con carácter no lineal y empírico para poder ejecutar el dimensionado de estos sistemas, se ha confeccionado un programa mediante el software EES (Engineering Equation Solver). Se ha realizado una comparación de los resultados proporcionados por dicho programa con datos experimentales de instalaciones reales obtenidos de la literatura con el fin de verificar las expresiones y métodos estudiados.

# TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS .....	v
ÍNDICE DE TABLAS .....	vii
NOMENCLATURA .....	viii
1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. TRANSPORTE NEUMÁTICO DE SÓLIDOS .....	2
2.1. Clasificación de los sistemas de transporte neumático .....	2
2.1.1. Fase diluida y fase densa.....	2
2.1.2. Sistemas de presión positiva y negativa .....	4
2.2. Clasificación de materiales sólidos a granel.....	5
2.3. Sistemas de alimentación y descarga.....	6
3. FLUJOS GAS – SÓLIDO. DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA.....	8
3.1. Porosidad.....	8
3.2. Velocidades del gas y de las partículas .....	9
3.3. Velocidad terminal de una partícula .....	10
3.4. Valores típicos de una instalación en fase diluida .....	11
3.5. Expresión general de la pérdida de carga en una tubería.....	12
3.5.1. Estado estacionario.....	12
3.5.2. Zona de aceleración .....	14
4. TRANSPORTE VERTICAL EN FASE DILUIDA.....	16
4.1. Velocidad de bloqueo.....	16
4.2. Pérdida de carga.....	18
4.3. Resultados obtenidos.....	19
5. TRANSPORTE HORIZONTAL EN FASE DILUIDA .....	21
5.1. Velocidad de ruptura.....	21
5.2. Pérdida de carga.....	23
5.3. Resultados obtenidos.....	24
6. DISEÑO DE UNA INSTALACIÓN EN FASE DILUIDA.....	26
7. CONCLUSIONES.....	30
8. BIBLIOGRAFÍA.....	32

Anexo A. DOCUMENTACIÓN COMPLEMENTARIA .....	34
A.1. DEMOSTRACIONES.....	35
A.1.1. Velocidad terminal de una partícula esférica.....	35
A.1.2. Correlación Punwani et al. ....	36
A.1.3. Correlación Konno y Saito .....	36
A.1.4. Pérdida de carga en tubería horizontal.....	37
A.1.5. Correlación de Hinkle .....	40
A.2. INFORMACIÓN ADICIONAL .....	42
A.2.1. Definiciones.....	42
A.2.2. Análisis de la zona de aceleración.....	43
A.2.3. Velocidad de sedimentación de una nube de partículas .....	45
A.3. CASOS PRÁCTICOS.....	46
A.3.1. Styropor en tubería vertical .....	46
A.3.2. Perlas de vidrio .....	51
A.3.3. Polietileno en tubería vertical .....	55
A.3.4. Styropor en tubería horizontal.....	59
A.3.5. Polietileno en tubería horizontal.....	64
A.3.6. Malta .....	69
Anexo B. PROGRAMA EES.....	77

# ÍNDICE DE FIGURAS

## *Memoria*

<b>Figura 1.</b> Costes anuales transporte mecánico y neumático .....	1
<b>Figura 2.</b> Esquema de un sistema de transporte neumático .....	2
<b>Figura 3.</b> Patrones de flujo en una tubería horizontal .....	3
<b>Figura 4.</b> Sistema de presión positiva .....	4
<b>Figura 5.</b> Sistema de presión negativa .....	4
<b>Figura 6.</b> Válvula rotatoria .....	6
<b>Figura 7.</b> Blow tank.....	6
<b>Figura 8.</b> Dispositivos de separación gas-sólido.....	7
<b>Figura 9.</b> Tubería con un número de partículas sólidas .....	8
<b>Figura 10.</b> Efecto de la forma de la partícula en la velocidad terminal .....	11
<b>Figura 11.</b> Tramo de tubería inclinada .....	12
<b>Figura 12.</b> Región de aceleración de los sólidos .....	14
<b>Figura 13.</b> Diagrama de estado para transporte neumático vertical.....	16
<b>Figura 14.</b> Diagrama de estado para el Styropor en vertical .....	20
<b>Figura 15.</b> Diagrama de estado para transporte neumático horizontal .....	21
<b>Figura 16.</b> Diagrama de estado para Styropor en horizontal.....	25
<b>Figura 17.</b> Diagrama de flujo del proceso de dimensionado .....	29

## *Anexo A*

<b>Figura A1.</b> Fuerzas que actúan sobre una partícula.....	35
<b>Figura A2.</b> Rebotes en tubería horizontal .....	38
<b>Figura A3.</b> Clasificación de Geldart .....	42
<b>Figura A4.</b> Volumen de control de la zona de aceleración .....	43
<b>Figura A5.</b> Valores del exponente n.....	45
<b>Figura A6.</b> Diagrama de estado experimental para Styropor en vertical .....	46
<b>Figura A7.</b> Prueba 1 para Styropor en vertical.....	47
<b>Figura A8.</b> Prueba 2 para Styropor en vertical.....	48
<b>Figura A9.</b> Prueba 3 (a) para Styropor en vertical.....	49
<b>Figura A10.</b> Prueba 3 (b) para Styropor en vertical .....	49
<b>Figura A11.</b> Prueba 4 para Styropor en vertical.....	50
<b>Figura A12.</b> Diagrama de estado experimental para partículas de vidrio .....	51
<b>Figura A13.</b> Prueba 1 para el vidrio.....	52
<b>Figura A14.</b> Prueba 2 (a) para vidrio .....	53
<b>Figura A15.</b> Prueba 2 (b) para vidrio .....	53
<b>Figura A16.</b> Prueba 3 para vidrio .....	54
<b>Figura A17.</b> Diagrama de estado experimental para polietileno en vertical .....	55
<b>Figura A18.</b> Prueba 1 (a) para PE en vertical.....	56
<b>Figura A19.</b> Prueba 1 (b) para PE en vertical .....	56
<b>Figura A20.</b> Prueba 2 (a) para PE en vertical.....	57

<b>Figura A21.</b> Prueba 2 (b) para PE en vertical .....	57
<b>Figura A22.</b> Prueba 3 (a) para PE en vertical.....	58
<b>Figura A23.</b> Prueba 3 (b) para PE en vertical .....	58
<b>Figura A24.</b> Diagrama de estado experimental para Styropor en horizontal.....	59
<b>Figura A25.</b> Prueba 1 (a) para Styropor en horizontal .....	60
<b>Figura A26.</b> Prueba 1 (b) para Styropor en horizontal.....	60
<b>Figura A27.</b> Prueba 2 para Styropor en horizontal .....	61
<b>Figura A28.</b> Prueba 3 (a) para Styropor en horizontal .....	62
<b>Figura A29.</b> Prueba 3 (b) para Styropor en horizontal.....	62
<b>Figura A30.</b> Prueba 4 (a) para Styropor en horizontal .....	63
<b>Figura A31.</b> Prueba 4 (b) para Styropor en horizontal.....	63
<b>Figura A32.</b> Diagrama de estado experimental para polietileno en horizontal.....	64
<b>Figura A33.</b> Prueba 1 (a) para PE en horizontal .....	65
<b>Figura A34.</b> Prueba 1 (b) para PE en horizontal.....	65
<b>Figura A35.</b> Prueba 2 para PE en horizontal .....	66
<b>Figura A36.</b> Prueba 3 (a) para PE en horizontal .....	67
<b>Figura A37.</b> Prueba 3 (b) para PE en horizontal.....	67
<b>Figura A38.</b> Prueba 4 (a) para PE en horizontal .....	68
<b>Figura A39.</b> Prueba 4 (b) para PE en horizontal.....	68
<b>Figura A40.</b> Diagrama de estado experimental para malta .....	69
<b>Figura A41.</b> Prueba 1 (a) para malta .....	70
<b>Figura A42.</b> Prueba 1 (b) para malta .....	70
<b>Figura A43.</b> Prueba 1 (c) para malta .....	71
<b>Figura A44.</b> Prueba 2 para malta .....	72
<b>Figura A45.</b> Prueba 3 (a) para malta .....	73
<b>Figura A46.</b> Prueba 3 (b) para malta .....	73
<b>Figura A47.</b> Prueba 3 (c) para malta .....	74
<b>Figura A48.</b> Prueba 4 (a) para malta .....	75
<b>Figura A49.</b> Prueba 4 (b) para malta .....	75
<b>Figura A50.</b> Prueba 4 (c) para malta .....	76
<b>Figura A51.</b> Prueba 4 (d) para malta .....	76

### *Anexo B*

<b>Figura B1.</b> Lookup 1.....	77
<b>Figura B2.</b> Lookup 2.....	77
<b>Figura B3.</b> Lookup 3.....	77
<b>Figura B4.</b> Lookup 4.....	77

## ÍNDICE DE TABLAS

### *Memoria*

<b>Tabla 1.</b> Comparativa de fase diluida y fase densa .....	3
<b>Tabla 2.</b> Clasificación de materiales según Geldart .....	5
<b>Tabla 3.</b> Resultados de propiedades .....	11
<b>Tabla 4.</b> Resultados dinámicos.....	11
<b>Tabla 5.</b> Correlaciones para el cálculo de la velocidad de bloqueo .....	17
<b>Tabla 6.</b> Correlaciones para el cálculo de $f_s$ en transporte vertical .....	18
<b>Tabla 7.</b> Cuadro resumen de los casos prácticos en tubería vertical.....	19
<b>Tabla 8.</b> Correlaciones para el cálculo de la velocidad de ruptura .....	22
<b>Tabla 9.</b> Correlaciones para $f_s$ en transporte horizontal.....	24
<b>Tabla 10.</b> Cuadro resumen de los casos prácticos en tubería horizontal .....	24
<b>Tabla 11.</b> Selección de la carga de sólidos aproximada.....	26
<b>Tabla 12.</b> Condiciones de flujo en el segmento 1. ....	27
<b>Tabla 13.</b> Comparación de gas movers .....	28

### *Anexo A*

<b>Tabla A1.</b> Datos experimentales para Styropor en vertical .....	46
<b>Tabla A2.</b> Ejemplo de resultados para Styropor en vertical .....	47
<b>Tabla A3.</b> Datos experimentales para vidrio.....	51
<b>Tabla A4.</b> Ejemplo de resultados para vidrio .....	52
<b>Tabla A5.</b> Datos experimentales para polietileno en vertical.....	55
<b>Tabla A6.</b> Datos experimentales para Styropor en horizontal.....	59
<b>Tabla A7.</b> Ejemplo de resultados para Styropor en horizontal.....	60
<b>Tabla A8.</b> Datos experimentales para polietileno en horizontal .....	64
<b>Tabla A9.</b> Ejemplo de resultados para PE en horizontal.....	65
<b>Tabla A10.</b> Datos experimentales para malta.....	69
<b>Tabla A11.</b> Ejemplo de resultados para malta .....	70

## NOMENCLATURA

$A$	Sección transversal de la tubería
$A_g$	Sección transversal de la tubería disponible para que circule el gas
$A_{Lat}$	Superficie lateral de una tubería
$A_p$	Área de una partícula
$A_s$	Sección transversal de la tubería disponible para que circulen los sólidos
$C_{D,0}$	Coefficiente de arrastre de una partícula
$C_D$	Coefficiente de arrastre de un sistema multi-partícula
$c_{f,g}$	Coefficiente de fricción del gas
$c_{f,s}$	Coefficiente de fricción de los sólidos
$D$	Diámetro de la tubería
$D_h$	Diámetro hidráulico
$d_p$	Diámetro de una partícula
$e$	Rugosidad de la tubería
$f_g$	Factor de fricción del gas
$f_s$	Factor de fricción de los sólidos
$g$	Aceleración de la gravedad
$L$	Longitud de tubería
$\dot{m}_g$	Flujo másico de gas
$m_p$	Masa de una partícula
$M_s$	Masa total de sólidos
$\dot{m}_s$	Flujo másico de sólidos
$N$	Número de partículas
$P$	Perímetro mojado
$p_{d,gas}$	Presión dinámica del gas
$q_g$	Caudal volumétrico del gas



$q_s$	Caudal volumétrico de sólidos
$Re_p$	Número de Reynolds de una partícula
$Re_{pf}$	Número de Reynolds de partícula basado en la velocidad terminal
$Re_g$	Número de Reynolds del gas
$v_b$	Velocidad de bloqueo
$V_g$	Volumen de gas
$V_p$	Volumen total de las partículas sólidas
$v_g$	Velocidad real del gas
$v_p$	Velocidad real de las partículas sólidas
$v_{res}$	Velocidad de resbamiento
$v_{sg}$	Velocidad superficial del gas
$v_{ss}$	Velocidad superficial de las partículas sólidas
$v_{t0}$	Velocidad terminal de una partícula esférica
$v_{t0 \psi}$	Velocidad terminal de una partícula no esférica
$v_t$	Velocidad de sedimentación de una nube de partículas
$V_{tot}$	Volumen total
$\dot{W}$	Potencia del soplante
$\psi$	Esfericidad de una partícula
$\Delta p$	Pérdida de carga en estado estacionario
$\Delta p_{ac-s}$	Pérdida de carga debido a la aceleración de los sólidos
$\Delta p_{ac-total}$	Pérdida de carga total en la zona de aceleración
$\Delta P_T$	Caída de presión global o presión de transporte
$\varepsilon$	Porosidad
$\varepsilon_b$	Porosidad en el bloqueo
$\eta$	Rendimiento del soplante
$\mu_g$	Viscosidad del gas
$\varphi$	Carga de sólidos

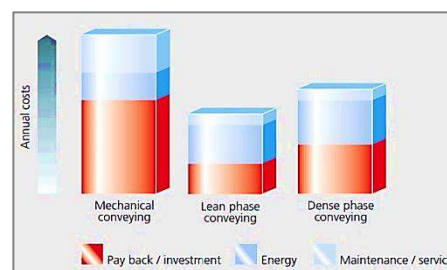
$\varphi_r$	Carga de sólidos en el punto de ruptura
$\rho_{ap} _{gas}$	Densidad aparente de gas
$\rho_{ap} _{sólido}$	Densidad aparente de sólidos
$\rho_g$	Densidad del gas
$\rho_p$	Densidad de una partícula sólida
$\sigma_{p,gas}$	Esfuerzo cortante en la pared debido al gas
$\sigma_{p,sólido}$	Esfuerzo cortante en la pared debido a los sólidos
$\theta$	Ángulo de inclinación de la tubería
$\vartheta_p$	Volumen de una partícula

## 1. INTRODUCCIÓN

El transporte neumático es una de las operaciones industriales más importantes para transportar material a granel mediante gas, generalmente aire, a través de una tubería. En aquellas ocasiones en que los materiales sean explosivos, se utiliza nitrógeno como gas de transporte. Es sorprendente la amplia variedad de productos que pueden desplazarse de este modo de un lugar a otro, por ejemplo azúcar, granos de café, pellets de polietileno, polvo de PVC, granos de cereal, carbón pulverizado, cenizas, biomasa, cemento, etc. De ahí que este tipo de transporte sea usado en multitud de industrias, entre ellas, el sector alimentario, agrícola, la industria química, la del petróleo y la de la energía eléctrica. Se clasifica en fase diluida y fase densa en función de la concentración de sólidos presente en la corriente de gas.

Las principales ventajas de los sistemas de transporte neumático respecto a los mecánicos como las bandas transportadoras son la inexistencia de emisiones de polvo a la atmósfera, la posibilidad de trasladar materiales peligrosos, la viabilidad de un transporte vertical del producto y la reducción de los costes de inversión, mantenimiento y mano de obra como se muestra en la **Figura 1**. Por otro lado, sus desventajas son el alto consumo de energía, el desgaste y abrasión de los materiales y equipos, y las distancias de transporte limitadas (1-2 km como máximo).

El consumo de energía en esta operación depende de la longitud de la instalación, su diseño y del gasto másico de sólidos a transportar.



**Figura 1.** Costes anuales transporte mecánico y neumático <sup>[1]</sup>

Algunas de las empresas destacadas del ámbito del transporte neumático de materiales a granel a nivel internacional son Gericke AG, Zeppelin Group, Dynamic Air Conveying Systems, Solids Solutions Group, AZO Group, Coperion K-Tron, Rajdeep Engineering Systems y AWE Group, entre otras.

Este proyecto, desarrollado en el Área de Mecánica de Fluidos de la Universidad de Zaragoza, tiene como principal objetivo el estudio de esta forma de transporte tan ampliamente utilizada en los procesos industriales y poco tratada a nivel académico. Para ello se exponen en primer lugar las nociones básicas, los patrones de flujo que se establecen en las conducciones y los componentes de cualquier sistema de transporte neumático. A continuación se realiza una descripción matemática de los flujos bifásicos gas-sólido. Posteriormente se alcanza el núcleo del proyecto, el flujo en fase diluida, que tiene unas características propias. Esta parte está constituida por una descripción del transporte vertical y horizontal tratados de forma independiente debido a las diferencias importantes que existen entre ellos. Finalmente se detalla el procedimiento específico para diseñar una instalación en fase diluida. Debe resaltarse que en el presente estudio se ha considerado el gas como un fluido incompresible ya que en la fase de diseño se suele dividir la tubería en tramos de longitud más pequeños en los que dicha hipótesis es aceptable. En este apartado ha sido necesario realizar un programa en EES para calcular algunos parámetros de la instalación. Esto es así porque las expresiones que relacionan parámetros de diseño con variables del flujo son de naturaleza empírica y presentan un fuerte carácter no lineal.

## 2. TRANSPORTE NEUMÁTICO DE SÓLIDOS

Un sistema de transporte neumático está constituido principalmente por cuatro partes o subsistemas. En la **Figura 2** se muestra un esquema general. En primer lugar, se encuentra el dispositivo encargado de proporcionar la energía necesaria al gas de transporte. En la mayoría de los casos se trata de un soplante o compresor, según sea el nivel de presión requerido. A continuación, se localiza la región de alimentación, mezcla y aceleración, en la que los sólidos se introducen en la corriente de gas. Una vez que los sólidos se han mezclado y han sido acelerados hasta un estado de flujo estable o estacionario con dicha corriente, comienza la línea de transporte propiamente dicha, formada por tramos de tubería rectos y codos para permitir cambios en la dirección del flujo. Finalmente, se ubica un dispositivo, como por ejemplo un ciclón o un filtro, que permite la separación de los sólidos transportados y el gas. Su elección depende esencialmente del tamaño de las partículas sólidas a separar.

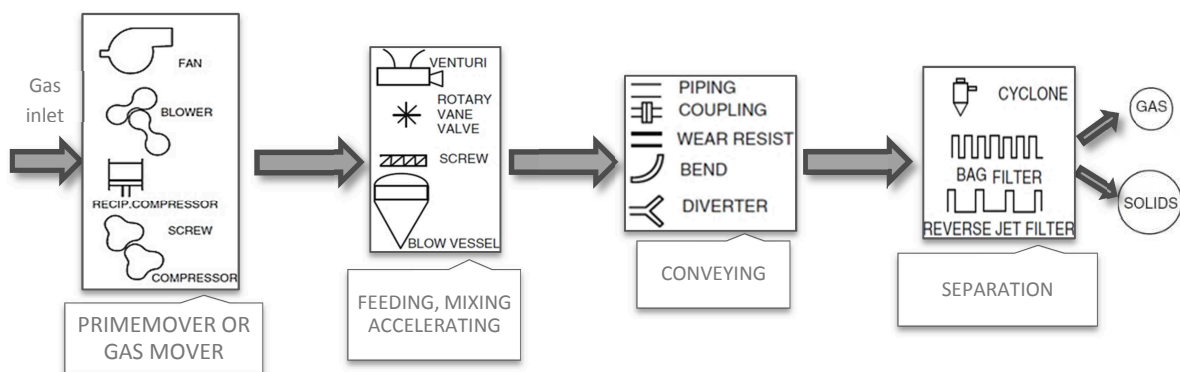


Figura 2. Esquema de un sistema de transporte neumático

### 2.1. Clasificación de los sistemas de transporte neumático

#### 2.1.1. Fase diluida y fase densa

En función del patrón de flujo (también denominado modo de transporte) que se establezca en la tubería de transporte neumático, se distingue entre fase diluida o dispersa y fase densa.

En los sistemas de transporte en *fase diluida*, la corriente de gas desplaza las partículas de material como si fueran elementos discretos aislados sobre los que actúan fuerzas de arrastre y suspensión (predominan las interacciones fluido-partícula). Por lo tanto, es necesario que el gas tenga una velocidad lo suficientemente alta para mantener las partículas sólidas suspendidas en la corriente gaseosa como los patrones de flujo 1 y 2 mostrados en la **Figura 3**. Este régimen de flujo se caracteriza por altas velocidades de gas, bajas concentraciones de sólidos y bajas pérdidas de carga por unidad de longitud de tubería.

El transporte neumático en fase diluida es el único sistema capaz de operar bajo presiones negativas. Sus principales ventajas son que transporta el material de forma continua, presenta una gran flexibilidad y es apto para la mayoría de los materiales sólidos particulados, excepto aquellos que son abrasivos ya que el desgaste producido puede llegar a ser bastante elevado.

Por el contrario, en el transporte en *fase densa*, las partículas no se encuentran completamente suspendidas en el gas y las interacciones partícula-partícula son mucho mayores. Este flujo

está caracterizado por bajas velocidades de gas, altas concentraciones de sólidos y grandes pérdidas de carga por unidad de longitud de tubería. Los patrones de flujo que pueden presentarse en este tipo de transporte son muy variados y cada uno tiene características particulares.

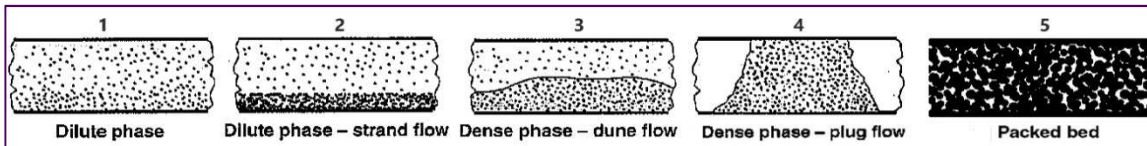


Figura 3. Patrones de flujo en una tubería horizontal

La mayoría de los sistemas comerciales de transporte neumático en fase densa operan de modo discontinuo. En algunos casos, una cierta parte de los sólidos se desplazan de forma dispersa en la parte superior de la sección transversal de la tubería junto con una capa de material concentrado que se mueve, en forma de dunas, a menor velocidad por la parte inferior de la sección como el patrón 3 mostrado en la Figura 3. El flujo en dunas presenta un comportamiento bastante impredecible e inestable ya que pueden producirse bloqueos u obstrucciones en la línea de transporte. En el supuesto de que los sólidos particulados posean una granulometría fina y baja permeabilidad, como por ejemplo el cemento, las cenizas o el carbón pulverizado, a este patrón se le denomina lecho móvil pulsante ya que las partículas se mueven en un estado fluidizado. En otras ocasiones, el material se transporta de manera intermitente en forma de tapones aislados, como el patrón 4, en los que la sección de la tubería se encuentra totalmente llena de sólidos y entre dichos tapones existen huecos de aire. En el patrón 5 los sólidos ocupan totalmente la tubería y se denomina lecho fijo o empaquetado. Esta situación marca el límite de transporte.

Hay que destacar que no todos los sólidos presentan todos los patrones mencionados anteriormente, por lo que algunos no podrán ser transportados en fase densa.

En la Tabla 1 se muestra una comparativa de las características de ambos tipos de transporte sin que las fronteras indicadas sean nítidas.

Característica	Fase diluida	Fase densa
Velocidad del gas (m/s)	Mayor de 15	Menor de 10
Concentración de sólidos (% en volumen)	Menor de 1	Mayor de 30
Pérdidas de carga por unidad de longitud (mbar/m)	Menor de 5	Mayor de 20
Presión de transporte (bar)	Menor de 2	Mayor de 2
Carga de sólidos (kg sólidos/s : kg aire/s)	Menos de 15:1	Más de 20:1
Velocidad de los sólidos (m/s)	Mayor de 10	Menor de 2

Tabla 1. Comparativa de fase diluida y fase densa

Como puede observarse, las principales ventajas del transporte en fase densa son las bajas velocidades de gas requeridas y las bajas velocidades de sólido que se obtienen. Un bajo caudal volumétrico de gas generalmente significa menor requerimiento de energía por kilogramo de material transportado, tuberías de menos diámetro y un trabajo de separación sólido-gas inferior. Además, las bajas velocidades de sólidos implican que los materiales abrasivos y frágiles pueden ser transportados en fase densa sin gran erosión de la tubería ni

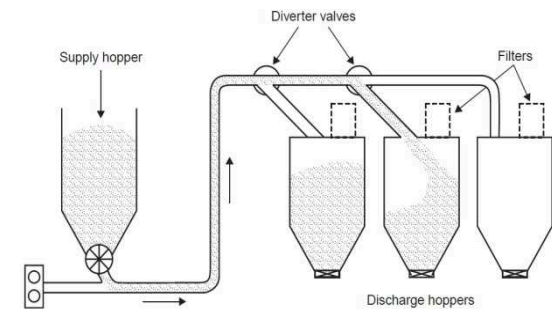
degradación del producto. Por el contrario, presentan mayores dificultades en su diseño ya que este tipo de instalaciones necesitan incorporar sistemas que permitan detectar y controlar la longitud de los tapones formados. Asimismo, sus componentes requieren mayor mantenimiento que los de fase diluida.

El punto de transición entre el transporte en fase diluida y fase densa no está claramente definido pero, de forma habitual, y como se verá en posteriores capítulos, se utiliza la velocidad de bloqueo,  $v_b$ , para caracterizar dicha transición en tuberías verticales y la velocidad de ruptura,  $v_r$ , en el caso de tuberías horizontales.

### 2.1.2. Sistemas de presión positiva y negativa

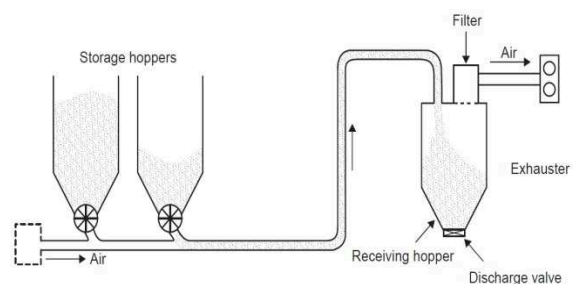
Según sea la naturaleza de la presión del sistema de transporte neumático, pueden aparecer las siguientes configuraciones: sistemas de presión positiva, negativa y combinados.

En los sistemas de *presión positiva* o impulsión, la presión absoluta del gas en el interior de la conducción es siempre mayor que la atmosférica. Para ello, como se ilustra en la **Figura 4**, el soplante se sitúa aguas arriba del punto de alimentación de los sólidos y el dispositivo encargado de separar el gas y los sólidos opera a una presión cercana a la atmosférica. Esta configuración es la más utilizada, sobre todo en aplicaciones con descarga múltiple, en las cuales el material es recogido de un punto y entregado a varios equipos en los que se almacenará.



**Figura 4.** Sistema de presión positiva [2]

En los sistemas de *presión negativa* o de vacío, la presión absoluta del gas en la línea de transporte es menor que la atmosférica. Para conseguirlo, el soplante está ubicado aguas abajo del colector de polvo y la presión en el punto de alimentación es cercana a la atmosférica, por lo que permiten una alimentación libre del producto. Se emplean, en general, en casos de múltiples puntos de alimentación y un único lugar de descarga. Un esquema se muestra en la **Figura 5**. Además, son apropiados para el transporte de materiales tóxicos y peligrosos puesto que esta disposición impide que se produzcan fugas de polvo. Su principal desventaja es que están restringidos a distancias de transporte cortas (150 m aproximadamente).



**Figura 5.** Sistema de presión negativa [2]

Los sistemas *combinados* de presión positiva y negativa aúnan las ventajas de las dos configuraciones anteriores, y son utilizados cuando existen varias fuentes de alimentación y varios destinos. Con este tipo de distribución, es posible ampliar las distancias conseguidas con los sistemas de vacío.

## 2.2. Clasificación de materiales sólidos a granel

Como ya se ha comentado anteriormente, la mayoría de los materiales pueden transportarse en fase diluida siempre que el flujo de gas necesario esté disponible y el diámetro de la tubería sea de 5 a 10 veces superior al tamaño máximo de partícula. Sin embargo, no todos los sólidos particulados son adecuados para el transporte en fase densa.

El patrón de flujo que se desarrolle en una tubería depende en gran medida de las características del material: tamaño y forma de partícula, distribución de tamaños, densidad de partícula, permeabilidad, capacidad de retención de aire, dureza y otros atributos de superficie (abrasivo, adhesivo, húmedo, cohesivo). También influye la fricción entre partículas y la fricción partícula-pared. Por todo ello, el conocimiento de las propiedades de los productos a granel es esencial para seleccionar el modo de transporte neumático más conveniente.

En la literatura existen numerosos enfoques para predecir el comportamiento esperado de un material particulado en un sistema de transporte neumático. Desafortunadamente, debido a la complejidad de las interacciones existentes en los flujos bifásicos gas-sólido, ninguno de ellos es definitivo pero proporcionan una cierta base para una primera evaluación.

Una de las clasificaciones más extendida es la de Geldart [3], en la que los materiales a granel se organizan, en función de su capacidad de fluidización y de retención de aire, en cuatro grandes grupos. Su distribución se muestra en la **Tabla 2** donde aparece una breve explicación de cada uno de ellos y algunos ejemplos típicos. En el **anexo A.2.1** se incluyen las definiciones de algunos conceptos mencionados en esta sección.

Tipo de material	Descripción	Ejemplos
A	Polvos de grano fino y/o baja densidad, baja permeabilidad, buena fluidización y alta retención de aire	Cemento, cal
B	Granos medianos de densidad media (1400 - 4000kg/m <sup>3</sup> ), buena fluidización y retención de aire baja	Arena, azúcar
C	Polvos finos, cohesivos, difíciles de fluidificar con mala retención de aire	Óxidos metálicos, leche en polvo
D	Granulometrías gruesas y/o alta densidad, alta permeabilidad, no fluidificables, sin capacidad de retención de aire	Pellets de polietileno, granos de café

**Tabla 2.** Clasificación de materiales según Geldart

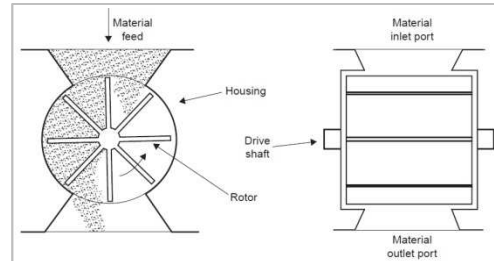
En términos de transporte neumático, según esta clasificación, los tipos A y D son aptos para el transporte en fase densa. Específicamente, los materiales pertenecientes al grupo A pueden transportarse en modo fluidizado o lecho móvil pulsante, y los del grupo D en modo discontinuo en taponés.

Por su parte, los productos a granel agrupados en los tipos B y C sólo son adecuados para el transporte en fase diluida. Sin embargo, algunos de estos sólidos pueden llegar a ser desplazados en fase densa mediante la aplicación de técnicas especiales, como por ejemplo inyección de aire o sistemas de bypass de aire, entre otras.

## 2.3. Sistemas de alimentación y descarga

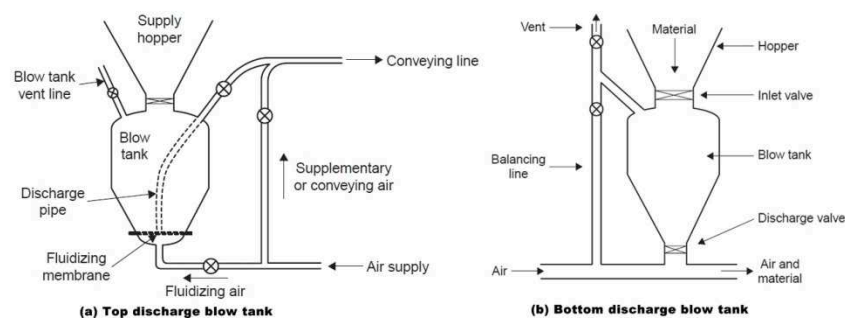
El *sistema de alimentación* es el dispositivo que se encuentra entre la línea de transporte y la tolva de alimentación de material que regula el caudal másico de sólidos a introducir en la línea. Los más utilizados en la industria del transporte neumático son las válvulas rotatorias (en inglés, rotary airlock) y los llamados blow tanks.

Una válvula rotatoria, como la de la **Figura 6**, consta de paletas soldadas a un eje donde el hueco entre las paletas llenas y vacías hace que dicho eje gire. Los lados de alta y baja presión están aislados por espacios herméticos entre las paletas y la carcasa. El caudal alimentado es directamente proporcional al volumen desplazado en el rotor y a su velocidad de rotación. Se emplean de forma habitual en el transporte en fase diluida para cortas distancias.



**Figura 6.** Válvula rotatoria [2]

Los blow tanks se usan, mayoritariamente, en aplicaciones de alta presión (>3bar). Estas presiones se requieren en el transporte en fase densa, y en el transporte en fase diluida en largas distancias. Los blow tanks no tienen partes móviles y, por lo tanto, el material sufre una menor degradación. Esto implica que son adecuados para los materiales abrasivos. Existen dos configuraciones típicas: descarga por arriba con una membrana de fluidización para facilitar el flujo de material, como el blow tank de la **Figura 7(a)**, y descarga por abajo sin membrana como el de la **Figura 7(b)**. La descarga por arriba es más deseable para polvos finos, mientras que la descarga por abajo, en la que el producto cae por gravedad a la tubería, se utiliza para materiales granulados. Generalmente, el aire suministrado al blow tank se divide en dos corrientes, de las cuales, una presuriza el equipo y permite la descarga del material a la línea de transporte, y la otra se inyecta directamente en la conducción. De esta forma, se controla el gasto másico de sólidos.



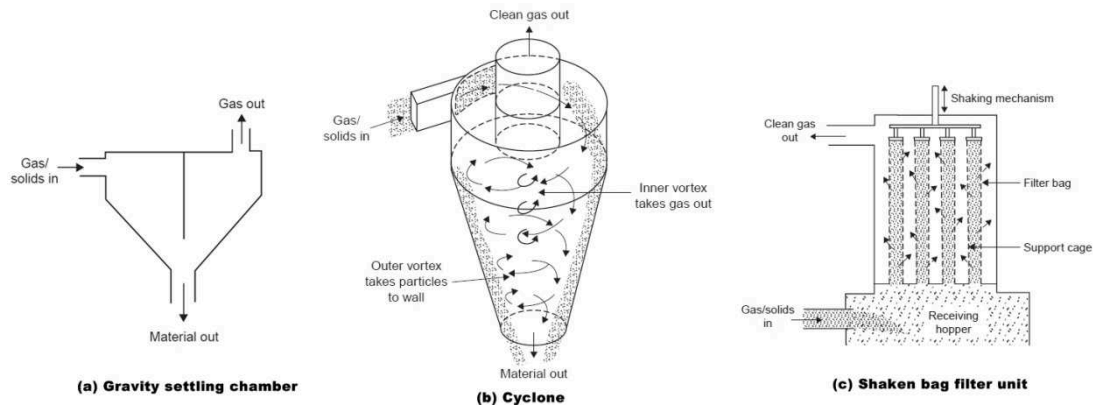
**Figura 7.** Blow tank [2]

Estos dispositivos trabajan de manera intermitente, ya que un ciclo de funcionamiento consiste en el llenado de los sólidos, presurización del recipiente y descarga. Por ello, el transporte con uno de estos equipos es una operación discontinua. Para conseguir una inyección de material de forma continua, es necesario colocar dos blow tanks en paralelo y así, mientras uno se llena, el otro descarga.

Además de estos equipos, existen otros alimentadores como los Venturi y los de tornillo.



El *sistema de descarga* está compuesto por el dispositivo que se encarga de separar el gas y los sólidos, y la tolva de descarga donde se almacena el material transportado. Los separadores más comunes son las cámaras de sedimentación por gravedad, los ciclones y los colectores de polvo (filtros de mangas). En la **Figura 8** se muestra un esquema típico de cada uno de ellos.



**Figura 8.** Dispositivos de separación gas-sólido [2]

Las cámaras de sedimentación por gravedad son los equipos más simples para separar los sólidos de una corriente gaseosa. En ellos, la velocidad de la mezcla gas-sólido disminuye debido a un cambio en la dirección del flujo de gas, y las partículas comienzan a caer por la acción de la gravedad. Son aptos para separar partículas grandes ( $>200\mu\text{m}$ ), e inadecuados para polvos finos y materiales peligrosos. Además, presentan unos bajos costes de mantenimiento y la caída de presión en ellos es pequeña.

Los ciclones utilizan la acción de la fuerza centrífuga generada por un torbellino para separar los sólidos de la corriente de gas. De esta forma, las partículas tienden a caer hacia el exterior y hacia abajo. Son apropiados para la separación de sólidos particulados de tamaño medio y grande, así como para la mayoría de los materiales no abrasivos y no quebradizos. Estos equipos se caracterizan por tener una baja pérdida de carga.

Los filtros de mangas están compuestos por un material poroso o fibroso que tiende a retener las partículas a medida que el gas portador atraviesa los huecos. Son convenientes para partículas de tamaño muy pequeño y en los casos en los que exista polvo en el material transportado. Asimismo, permiten el manejo de una gran variedad de sólidos, poseen una pérdida de presión alta y los costes de mantenimiento son elevados.

La selección del dispositivo de separación más adecuado depende principalmente del tamaño de partícula, y la elección de las dimensiones de dicho sistema del gasto másico de aire. Además, deben considerarse los siguientes aspectos:

- Eficiencia de separación deseada, definida en función de la cantidad de material retirado de la corriente de gas.
- Rango de caída de presión aceptable en el equipo.
- Presión y temperatura de operación.
- Requerimientos de contaminación y limpieza.
- Posibilidad de que se produzca una explosión de polvo.
- Compatibilidad con el material (corrosividad, abrasión, etc.).

### 3. FLUJOS GAS – SÓLIDO. DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA

#### 3.1. Porosidad

La porosidad,  $\varepsilon$ , es un parámetro fundamental en el estudio de un flujo de sólidos en una corriente gaseosa. Se define como la fracción volumétrica de gas (aire, en la mayoría de los casos) existente en la tubería. Por ejemplo, una suspensión con una porosidad de aproximadamente uno, será extremadamente diluida. Considerando un tubo de longitud  $L$  con un número de partículas  $N$ , tal como el mostrado en la **Figura 9**, y siendo  $V_{tot}$  el volumen total disponible y  $V_g$  el ocupado por el gas, la porosidad es,

$$\varepsilon = \frac{V_g}{V_{tot}} \quad (1)$$

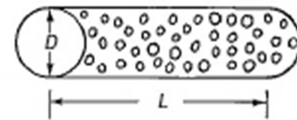
Además, si el volumen total ocupado por las partículas sólidas es  $V_p$ , es inmediato que,

$$V_{tot} = V_g + V_p \quad (2)$$

Teniendo en cuenta que la sección transversal es  $A$  y la disponible para el gas es  $A_g$ , la porosidad también puede definirse como la fracción de área transversal de la tubería por la que circula el flujo de gas. Expresado matemáticamente,

$$\varepsilon = \frac{V_g}{V_{tot}} = \frac{A_g \cdot L}{A \cdot L} = \frac{A_g}{A} \quad (3)$$

Por lo tanto, la fracción de área por la que circula el flujo de sólidos,  $A_s/A$ , es  $(1-\varepsilon)$ .



**Figura 9.** Tubería con un número de partículas sólidas

A continuación se van a buscar expresiones que relacionen la porosidad con la densidad de las partículas y con la densidad del gas.

La densidad aparente de sólidos,  $\rho_{ap}|_{sólido}$ , se define como la relación entre la masa total de sólidos,  $M_s$ , y el volumen total ocupado por éstos y el gas:

$$\rho_{ap}|_{sólido} = \frac{M_s}{V_{tot}} \quad (4)$$

Expresando la masa total de sólidos en función de la masa de una partícula,  $m_p$ ,

$$M_s = N \cdot m_p \quad (5)$$

Si  $\vartheta_p$  es el volumen de una partícula, la densidad de una partícula es por definición,

$$\rho_p = \frac{m_p}{\vartheta_p} \quad (6)$$

Así pues,

$$\rho_{ap}|_{sólido} = \frac{N \cdot m_p}{V_{tot}} = \frac{N \cdot \rho_p \cdot \vartheta_p}{V_{tot}} \quad (7)$$

Sabiendo que,  $V_p = N \cdot \vartheta_p$

La densidad aparente de sólidos puede expresarse como:

$$\rho_{ap}|_{sólido} = \frac{\rho_p \cdot V_p}{V_{tot}} = \frac{\rho_p \cdot (V_{tot} - V_g)}{V_{tot}} = \rho_p \left(1 - \frac{V_g}{V_{tot}}\right) \quad (8)$$

Considerando la definición de porosidad, ecuación (1),

$$\rho_{ap}|_{sólido} = \rho_p(1 - \varepsilon) \quad (9)$$

Finalmente, reordenando la ecuación (9),

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_{ap}|_{sólido}}{\rho_p} \quad (10)$$

De la misma manera, se establece que la relación existente entre la densidad aparente del gas,  $\rho_{ap}|_{gas}$ , y la densidad del gas,  $\rho_g$ , es:

$$\rho_{ap}|_{gas} = \rho_g \varepsilon \quad (11)$$

### 3.2. Velocidades del gas y de las partículas

El término *velocidad superficial* se utiliza de forma muy habitual en el ámbito del transporte neumático. La velocidad media superficial del gas,  $v_{sg}$ , es la velocidad promedio que tendría el gas sin tener en cuenta la presencia de partículas sólidas o medios porosos.

Por tanto, en una tubería por la que circula un caudal volumétrico de gas  $q_g$ , y un caudal volumétrico de sólidos  $q_s$ , las *velocidades superficiales* del gas y los sólidos se definen como:

$$v_{sg} = \frac{q_g}{A} \quad (12)$$

$$v_{ss} = \frac{q_s}{A} \quad (13)$$

Las velocidades medias reales del gas y las partículas sólidas son:

$$v_g = \frac{q_g}{A_g} = \frac{q_g}{\varepsilon A} = \frac{v_{sg}}{\varepsilon} \quad (14)$$

$$v_p = \frac{q_s}{A_s} = \frac{q_s}{(1 - \varepsilon)A} = \frac{v_{ss}}{(1 - \varepsilon)} \quad (15)$$

Teniendo en cuenta lo anterior, el flujo másico de sólidos puede expresarse de la siguiente forma:

$$\dot{m}_s = \rho_{ap}|_{sólido} \cdot v_p \cdot A = \rho_p \cdot (1 - \varepsilon) \cdot v_p \cdot A = \rho_p \cdot v_{ss} \cdot A \quad (16)$$

Del mismo modo, el flujo másico de gas:

$$\dot{m}_g = \rho_{ap}|_{gas} \cdot v_g \cdot A = \rho_g \cdot \varepsilon \cdot v_g \cdot A = \rho_g \cdot v_{sg} \cdot A \quad (17)$$

La carga de sólidos (en inglés, solids loading ratio) presente en la tubería y que caracteriza el transporte neumático, relaciona los dos caudales másicos según:

$$\varphi = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_g} = \frac{\dot{m}_s}{\rho_g \cdot v_{sg} \cdot A} = \frac{\rho_p \cdot (1 - \varepsilon) \cdot v_p}{\rho_g \cdot \varepsilon \cdot v_g} \quad (18)$$

La velocidad relativa entre las partículas y el gas se denomina velocidad de resbalamiento (en inglés, slip velocity) y se define como:

$$v_{res} = v_g - v_p \quad (19)$$

Esta diferencia de velocidad entre el fluido y los sólidos, se debe a las interacciones o choques entre partículas y las interacciones de las partículas con la pared.

### 3.3. Velocidad terminal de una partícula

La velocidad terminal de una partícula sólida en un fluido es la velocidad límite que alcanza dicha partícula cuando se libera en el seno del fluido en presencia de la gravedad. Realizando un balance de las fuerzas que actúan sobre una partícula sólida inmersa en una corriente de fluido (véase **anexo A.1.1**), se obtiene la expresión general que permite determinar la velocidad terminal de una partícula esférica de diámetro  $d_p$ :

$$v_{t0} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\rho_p - \rho_g}{\rho_g} g \frac{d_p}{C_{D,0}}} \quad (20)$$

Para calcular el coeficiente de arrastre o de resistencia de una partícula,  $C_{D,0}$ , es necesario establecer el tipo de flujo que se desarrolla en la tubería, debido a que este coeficiente depende del número de Reynolds. Una de las correlaciones que puede utilizarse para su cálculo es la correlación de Kaskas [4], ya que es válida para un amplio rango de Reynolds de partícula. Se presenta según la siguiente formulación:

$$C_{D,0} = \frac{24}{Re_p} + \frac{4}{\sqrt{Re_p}} + 0.4 \quad (21)$$

$$Re_p = \frac{\rho_g \cdot v_{res} \cdot d_p}{\mu_g} \quad (22)$$

En el caso de transporte vertical, en condiciones de flujo en fase diluida, se establece que la velocidad de resbalamiento es prácticamente igual a la velocidad terminal de una partícula. Por lo tanto, para este caso particular, las ecuaciones (20), (21) y (22) se deben resolver de forma iterativa para obtener una solución de  $v_{t0}$ ,  $C_{D,0}$  y  $Re_p$ . Para cualquier otro caso, en el que no puede imponerse la hipótesis anterior, la velocidad terminal de la partícula se obtiene a partir del número de Galileo definido según (23), en combinación con las expresiones (24) y (25). Estas fórmulas se han extraído de la referencia [5].

$$Ga = \frac{\rho_g (\rho_p - \rho_g) g d_p^3}{\mu_g^2} \quad (23)$$

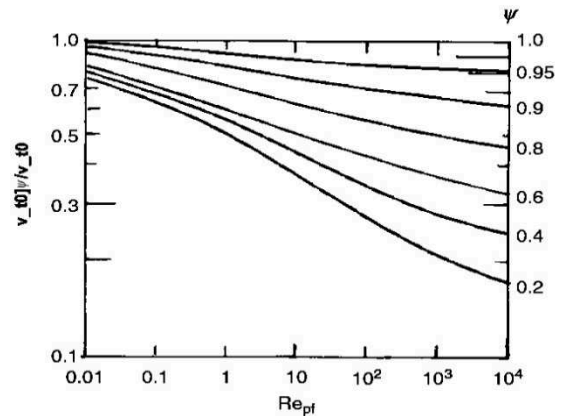
$$Ga = 18 Re_{pf} (1 + 0.15 Re_{pf}^{0.687}) + \frac{0.315 Re_{pf}^2}{1 + 4.25 \cdot 10^4 Re_{pf}^{-1.16}} \quad (24)$$

$$Re_{pf} = \frac{\rho_g \cdot v_{t0} \cdot d_p}{\mu_g} \quad (25)$$

Si se trata de partículas no esféricas, algo que ocurre en la realidad con bastante frecuencia, es necesario considerar el efecto de la forma y orientación con respecto a la dirección del movimiento de las partículas en el coeficiente de arrastre. El factor de forma utilizado habitualmente para cuantificar dicho efecto es la esfericidad,  $\psi$ . Este factor se define como la relación entre el área superficial de la esfera equivalente, es decir una esfera con el mismo volumen que la partícula, y el área superficial real de la partícula. Esta definición implica que las partículas esféricas tienen valor de  $\psi=1$ , mientras que las partículas no esféricas presentan un valor de  $\psi$  comprendido entre 0 y 1. Consecuentemente, la velocidad terminal de una partícula irregular,  $v_{t0}]_{\psi}$ , tiene un valor distinto al de una partícula esférica con el mismo volumen,  $v_{t0}$ .

El valor de  $v_{t0}]_{\psi}$  puede obtenerse a través de la gráfica mostrada en la **Figura 10**. Para ello es preciso conocer los valores de  $v_{t0}$ , esfericidad de la partícula y  $Re_{pf}$ . En general, la velocidad terminal de una partícula irregular es menor que  $v_{t0}$ .

Un método alternativo para corregir el efecto de la forma de una partícula no esférica es la utilización de ecuaciones empíricas disponibles en la literatura [6].



**Figura 10.** Efecto de la forma de la partícula en la velocidad terminal [5]

### 3.4. Valores típicos de una instalación en fase diluida

En este apartado se expone un ejemplo numérico para que el lector tenga una idea cuantitativa del orden de magnitud que presentan las variables anteriores en un caso real.

En primer lugar, se considera que el material a transportar es polietileno de baja densidad con una  $\rho_p$  de 923 kg/m<sup>3</sup> y un diámetro de partícula,  $d_p$ , de 1100  $\mu\text{m}$ . El gas de transporte es aire a una presión de 1 bar y 25°C, por lo tanto,  $\rho_g$  es 1.169 kg/m<sup>3</sup> y  $\mu_g$  es 1.845·10<sup>-5</sup> kg/(m·s). Además, la línea de transporte es una tubería vertical con un diámetro de 15 cm y una longitud de 50 m, y el gasto másico de sólidos que se desea desplazar en fase diluida es de 5 kg/s.

Hipótesis: Se selecciona una velocidad superficial del gas de 20 m/s y partículas esféricas.

Los resultados obtenidos se muestran en la **Tabla 3** y **Tabla 4**.

$\vartheta_p$ (mm <sup>3</sup> )	$m_p$ (mg)	$V_{tot}$ (m <sup>3</sup> )	$\varepsilon$	$\rho_{ap} _{sólido}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_{ap} _{gas}$ (kg/m <sup>3</sup> )	N/cm <sup>3</sup> (partículas/cm <sup>3</sup> )	$V_p$ (m <sup>3</sup> )	$V_g$ (m <sup>3</sup> )
0.697	0.643	0.884	0.98135	17.217	1.147	26.76	0.016	0.867

**Tabla 3.** Resultados de propiedades

$C_D$	$Re_p$	$v_{t0}$ (m/s)	$v_{sg}$ (m/s)	$v_g$ (m/s)	$v_{ss}$ (m/s)	$v_p$ (m/s)	$v_{res}$ (m/s)	$\dot{m}_g$ (kg/s)	$\varphi$
0.7284	275.07	3.947	20	20.38	0.307	16.434	3.947	0.413	12.102

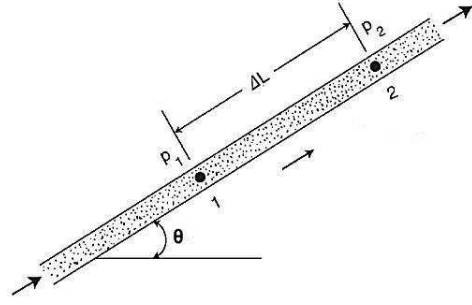
**Tabla 4.** Resultados dinámicos

### 3.5. Expresión general de la pérdida de carga en una tubería

#### 3.5.1. Estado estacionario

En primer lugar se va a plantear la ecuación de cantidad de movimiento para una tubería de transporte neumático cuando el flujo está completamente desarrollado o en estado estacionario, es decir, una vez que los sólidos y el gas ya han sido acelerados. Por tanto, no hay variación de los perfiles de velocidad a lo largo del eje del tubo.

Para ello se considera un tramo de tubería de sección transversal  $A$  y longitud  $\Delta L$ , inclinado respecto a la horizontal un ángulo  $\theta$ , y que transporta una suspensión de sólidos con una cierta porosidad (véase **Figura 11**). Además, la densidad del gas se supone constante.



**Figura 11.** Tramo de tubería inclinada [7]

Aplicando la ecuación de cantidad de movimiento en estas condiciones resulta:

$$0 = \int_{S_c} (\bar{\tau} \cdot \hat{n}) \hat{i} dS + \int_{V_c} (\rho_{ap}|_{gas} + \rho_{ap}|_{sólido}) \vec{g} \hat{i} dV \quad (26)$$

Donde,

$$\int_{S_c} (\bar{\tau} \cdot \hat{n}) \hat{i} dS = \int_{S_1+S_2} -p \hat{n} \hat{i} dS + \oint_{S_c} (\bar{\sigma} \cdot \hat{n}) \hat{i} dS \quad (27)$$

$$\int_{S_1+S_2} -p \hat{n} \hat{i} dS = (p_1 - p_2) A \quad (28)$$

$$\oint_{S_c} (\bar{\sigma} \cdot \hat{n}) \hat{i} dS = \oint_{S_1+S_2} (\bar{\sigma} \cdot \hat{n}) \hat{i} dS + \oint_{S_{lateral}} (\bar{\sigma} \cdot \hat{n}) \hat{i} dS = -\sigma_{P,gas} A_{Lat} - \sigma_{P,sólido} A_{Lat} \quad (29)$$

$$\int_{V_c} (\rho_{ap}|_{gas} + \rho_{ap}|_{sólido}) \vec{g} \hat{i} dV = -(\rho_{ap}|_{gas} + \rho_{ap}|_{sólido}) \cdot g \sin \theta \cdot \Delta L \cdot A \quad (30)$$

Agrupando términos y despejando el término de presión:

$$(p_1 - p_2) A = \sigma_{P,gas} \cdot A_{Lat} + \sigma_{P,sólido} \cdot A_{Lat} + (\rho_{ap}|_{gas} + \rho_{ap}|_{sólido}) \cdot g \sin \theta \cdot \Delta L \cdot A \quad (31)$$

Expresando la superficie lateral del tramo de tubería,  $A_{Lat}$ , en función del perímetro mojado  $P$ :

$$A_{Lat} = P \cdot \Delta L \quad (32)$$

Y reescribiendo la ecuación (31), es decir, dividiendo todos sus términos por  $A$  y  $\Delta L$  resulta:

$$\frac{(p_1 - p_2)}{\Delta L} = \frac{4\sigma_{P,gas}}{4A} + \frac{4\sigma_{P,sólido}}{4A} + \rho_g \varepsilon g \sin \theta + \rho_p (1 - \varepsilon) g \sin \theta \quad (33)$$

El esfuerzo cortante del gas sobre la pared,  $\sigma_{P,gas}$ , puede escribirse en función del factor de fricción del gas,  $f_g$ , de la siguiente manera:

$$4\sigma_{P,gas} = \frac{1}{2} \rho_{ap}|_{gas} \cdot v_g^2 \cdot f_g = \frac{1}{2} \rho_g \varepsilon \cdot v_g^2 \cdot f_g \quad (34)$$

Estableciendo para los sólidos una analogía con el gas, se obtiene:

$$4\sigma_{P,sólido} = \frac{1}{2}\rho_{ap}|_{sólido} \cdot v_p^2 \cdot f_s = \frac{1}{2}\rho_p(1 - \varepsilon) \cdot v_p^2 \cdot f_s \quad (35)$$

Además en una tubería de sección arbitraria, el diámetro hidráulico,  $D_h$ , se define como:

$$\frac{4A}{P} = D_h \quad (36)$$

Si la tubería es circular,  $D_h$  coincide con  $D$ .

Finalmente, combinando (34), (35) y (36) con (33), la ecuación para la caída de presión por unidad de longitud en estado estacionario es:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \frac{1}{2}\rho_g \varepsilon \cdot v_g^2 \cdot \frac{f_g}{D} + \frac{1}{2}\rho_p(1 - \varepsilon) \cdot v_p^2 \cdot \frac{f_s}{D} + \rho_g \varepsilon g \sin \theta + \rho_p(1 - \varepsilon)g \sin \theta \quad (37)$$

Como la expresión (37) indica, la caída de presión unitaria es debida a dos efectos. El primero, constituido por los dos primeros términos del lado derecho de la ecuación, representa la pérdida de carga por fricción del gas y de los sólidos con la pared de la tubería. El segundo, constituido por los dos últimos términos corresponde a la fuerza de presión necesaria para elevar las corrientes de gas y de sólidos.

En el caso de transporte en fase diluida, se considera que la fricción gas-pared es independiente de la presencia de sólidos. Por lo tanto, el factor de fricción del gas puede obtenerse a partir del diagrama de Moody o similares, del mismo modo que en el caso de flujos de una sola fase. Este factor de fricción del gas es función del  $Re_g$  y de la rugosidad relativa,  $e/D$ , del tubo por el que circula el fluido. Una de las expresiones que permite estimar  $f_g$  de forma explícita es la ecuación de Churchill [8]. Su formulación es:

$$f_g = 4c_{f,g} = 4 \cdot \left\{ 2 \left[ \left( \frac{8}{Re_g} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{1.5}} \right]^{\frac{1}{12}} \right\} \quad (38)$$

donde,

$$A = \left\{ 2.457 \ln \left[ \frac{1}{\left( \frac{7}{Re_g} \right)^{0.9} + 0.27 \frac{e}{D}} \right] \right\}^{16}; \quad B = \left( \frac{37.53}{Re_g} \right)^{16}; \quad Re_g = \frac{\rho_g \cdot v_{sg} \cdot D}{\mu_g}$$

La determinación del factor de fricción de los sólidos presenta mayores dificultades. Las correlaciones disponibles en la literatura para su cálculo están basadas en las propiedades del material a transportar y de parámetros del sistema. Desafortunadamente, ninguna de ellas es lo suficientemente exhaustiva, ya que no incluyen todos los factores que influyen en la fricción de los sólidos con la pared. Además algunas de estas expresiones experimentales, proporcionan mejores resultados en función de que se trate de tramos verticales u horizontales. Por ello, se recomiendan unas u otras según el tipo de transporte, tal y como se analizará posteriormente.

### 3.5.2. Zona de aceleración

Cuando los sólidos son introducidos en una corriente gaseosa, se produce una pérdida de carga debido a su aceleración hasta alcanzar la velocidad del estado estacionario, es decir, hasta alcanzar  $v_p$ .

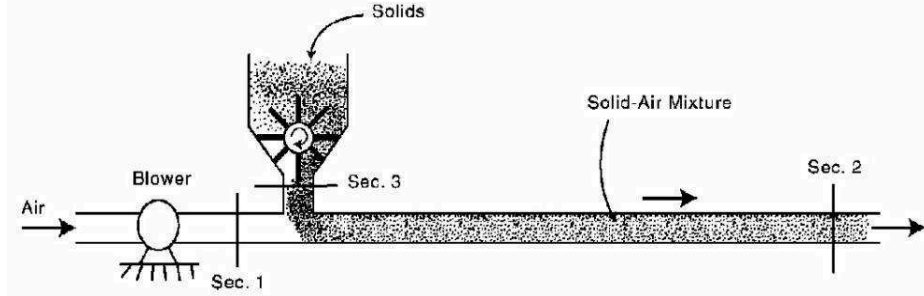


Figura 12. Región de aceleración de los sólidos [7]

Conviene recordar que el gas que entra en el sistema ha sido acelerado previamente por el soplante, adquiriendo de esta forma la presión dinámica dada por la siguiente expresión:

$$p_{d,gas} = \frac{1}{2} \rho_g \cdot v_g^2 \quad (39)$$

Como puede observarse en la **Figura 12**, la salida del soplante se corresponde con la sección 1, y allí la velocidad del aire deseada es  $v_g$  (que es igual a  $v_{sg}$ ) y una densidad  $\rho_g$ .

Se desprecia el hecho de que el gas se expanda entre las secciones 1 y 2, ya que los efectos del aumento de velocidad se compensan parcialmente con la disminución de la densidad.

Para calcular la pérdida de carga producida por la aceleración de los sólidos,  $\Delta p_{ac-s}$ , hay que considerar que en la sección 2 de la **Figura 12** se desea que las partículas hayan alcanzado una velocidad  $v_p$ . Además, como el flujo másico de sólidos es constante e inicialmente las partículas tienen una velocidad nula, realizando un balance de fuerzas se tiene:

$$dp \cdot A = \dot{m}_s \cdot dv \implies \Delta p_{ac-s} \cdot A = \dot{m}_s \cdot (v_p - 0) \quad (40)$$

Despejando,

$$\Delta p_{ac-s} = \frac{\dot{m}_s \cdot v_p}{A} \quad (41)$$

Así pues, añadiendo la presión dinámica del gas, la pérdida de carga total en la zona de aceleración,  $\Delta p_{ac-total}$ , se evalúa de la siguiente manera:

$$\Delta p_{ac-total} = p_{d,gas} + \Delta p_{ac-s} \quad (42)$$

$$\Delta p_{ac-total} = \rho_g \frac{v_{sg}^2}{2} + \frac{\dot{m}_s \cdot v_p}{A} = \rho_g \frac{v_{sg}^2}{2} \cdot \left( 1 + 2 \frac{\dot{m}_s \cdot v_p}{A \rho_g v_{sg}^2} \right) = \rho_g \frac{v_{sg}^2}{2} \cdot \left( 1 + 2 \frac{\dot{m}_s v_p}{\dot{m}_g v_{sg}} \right) \quad (43)$$

$$\Delta p_{ac-total} = \rho_g \frac{v_{sg}^2}{2} \cdot \left( 1 + 2\phi \frac{v_p}{v_{sg}} \right) \quad (44)$$

Lo fundamental de este análisis es que todos los valores de la ecuación (44) corresponden a los del estado estacionario.



Una forma alternativa de evaluar la pérdida de presión debida a la mezcla y aceleración de los sólidos con la corriente de gas consiste en plantear un análisis integral de masa y cantidad de movimiento. Dicho análisis se encuentra en el **anexo A.2.2**.

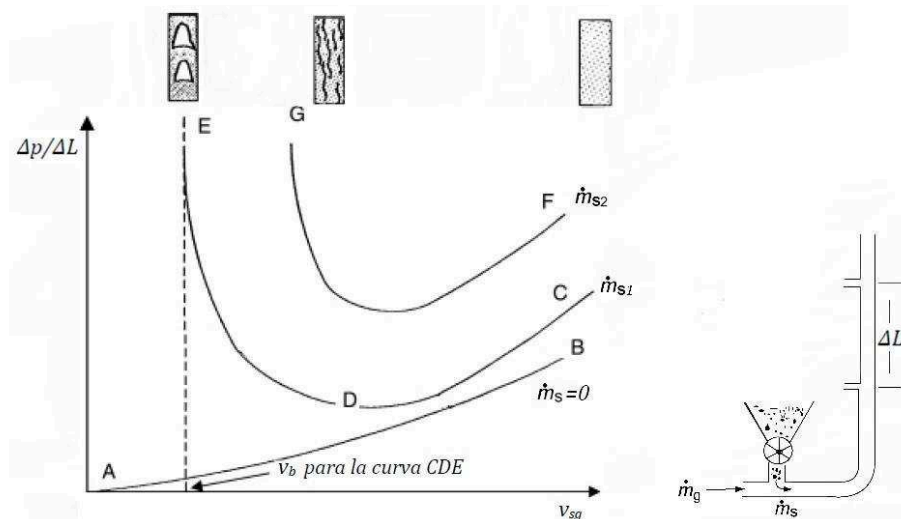
Hay que mencionar que en sistemas de transporte neumático relativamente cortos, la longitud de la región de aceleración de los sólidos puede ser comparable a la longitud del sistema. En estos casos debe determinarse esta distancia y comprobar que se dispone de la longitud suficiente para alcanzar la  $v_p$  deseada. Dhodapkar et al. [9] desarrollaron la siguiente expresión empírica para su cálculo:

$$\frac{L_{aceleración}}{D} = e^{3.32} \cdot \left(\frac{d_p}{D}\right)^{0.953} \cdot \varphi^{-0.0912} \cdot \left(\frac{\rho_g}{\rho_p}\right)^{-0.924} \quad (45)$$

## 4. TRANSPORTE VERTICAL EN FASE DILUIDA

### 4.1. Velocidad de bloqueo

En el ámbito del transporte neumático, la relación entre la pérdida de carga por unidad de longitud y la velocidad superficial del gas se muestran en gráficas conocidas como diagramas de estado o gráficos de Zenz. En ellas, aparecen dichas relaciones para diferentes flujos máxicos de sólidos y además, hay que destacar que cada sistema de transporte presenta un diagrama concreto. En la gráfica original de Zenz, la caída de presión se representaba frente a la velocidad superficial del gas en escalas log-log. Sin embargo, en la actualidad se representa con escalas lineales en ambos ejes. Para el caso de una tubería vertical, el diagrama de estado de cualquier sistema neumático muestra el comportamiento que aparece reflejado en la **Figura 13**.



**Figura 13.** Diagrama de estado para transporte neumático vertical <sup>[10]</sup>

La curva AB representa las pérdidas por fricción debido al gas cuando el flujo máxico de sólidos es nulo. Para un gasto máxico de sólidos  $\dot{m}_{s1}$ , la pérdida de carga se representa en la curva CDE. Y para un flujo mayor,  $\dot{m}_{s2}$ , ésta viene dada por la curva FG.

En transporte vertical con flujo completamente desarrollado, la pérdida de carga se descompone en dos partes: una debida a la pérdida por fricción en la pared y una componente gravitatoria que representa la altura estática necesaria para elevar la masa de sólidos.

En el punto C, la concentración volumétrica de sólidos es baja (menor al 1%), las partículas están uniformemente distribuidas, predomina la interacción fluido-pared (resistencia a fricción) y la velocidad del gas es alta. A medida que disminuye la velocidad superficial del gas, la concentración de sólidos en la tubería aumenta, por lo que la altura estática aumenta, y las pérdidas por fricción disminuyen. A lo largo de CD, la disminución de la pérdida por fricción es mayor que el aumento de la componente gravitatoria. Si la velocidad superficial del gas disminuye por debajo del punto D, el incremento de la altura estática pasa a ser más significativo que la disminución de la fricción, por lo que la pérdida de carga aumenta.

En la región DE, la disminución de la velocidad del gas causa un rápido incremento de la concentración de sólidos y se llega a un punto en el cual el gas no es capaz de mantener todo el sólido (punto E). Este fenómeno es conocido como bloqueo (en inglés, choking) y en este estado, las partículas ya no están dispersas de forma uniforme en la tubería. Se produce un colapso por la formación de un lecho fluidizado. Además, el bloqueo conlleva grandes fluctuaciones de presión.

La velocidad de bloqueo,  $v_b$ , es la velocidad superficial de gas más baja que puede usarse para transportar un material en fase diluida con un flujo másico determinado, sin que se produzca el fenómeno de bloqueo. Por ello, en transporte vertical, este valor de velocidad establece el límite de operación entre fase densa y fase diluida. Para actuaciones en fase diluida, se presentan valores de velocidad mayores a la correspondiente al bloqueo. Como puede observarse en la **Figura 13**, a medida que aumenta el gasto másico de sólidos, la velocidad de bloqueo es superior. Así pues, el bloqueo puede alcanzarse disminuyendo la velocidad del gas para un gasto másico de sólidos concreto o bien, aumentando el flujo másico de sólidos con una velocidad del gas constante.

Para predecir la velocidad de bloqueo y la porosidad existente en la tubería a dicha velocidad,  $\varepsilon_b$ , existen multitud de correlaciones disponibles en la bibliografía. Todas ellas han sido obtenidas empíricamente. Las que parecen más fiables en base a las referencias bibliográficas son las que se muestran en la **Tabla 5**.

Investigador	Velocidad de bloqueo, $v_b$	(unidades S.I.)
Punwani et al. [11]	$\rho_g^{0.77} = \frac{2250 \cdot D(\varepsilon_b^{-4.7} - 1)}{\left(\frac{v_b}{\varepsilon_b} - v_{t0}\right)^2}$	(46)
Yang [12]	$6.81 \cdot 10^5 \left(\frac{\rho_g}{\rho_p}\right)^{2.2} = \frac{2gD(\varepsilon_b^{-4.7} - 1)}{\left(\frac{v_b}{\varepsilon_b} - v_{t0}\right)^2}$	(47)

**Tabla 5.** Correlaciones para el cálculo de la velocidad de bloqueo

Nótese que en las expresiones anteriores,  $v_b/\varepsilon_b$  representa la velocidad real que tiene el gas en la situación de bloqueo. Además, todas las variables que aparecen en ellas, deben estar expresadas en unidades del sistema internacional (véase **anexo A.1.2**).

Debido a la presencia de dos incógnitas, se necesita una ecuación adicional para poder hallar una solución. Ésta puede obtenerse particularizando la ecuación (15) para la situación de bloqueo:

$$v_{ss}]_b = (1 - \varepsilon_b) \cdot v_P]_b \quad (48)$$

Teniendo en cuenta que en fase diluida para transporte vertical es posible establecer la siguiente igualdad:

$$v_{res} = v_{t0} \quad (49)$$

Entonces, la velocidad de las partículas en el bloque,  $v_p]_b$ , puede expresarse en función de la velocidad terminal o del gasto másico. Por tanto, de la ecuación (48):

$$v_{ss}]_b = (1 - \varepsilon_b) \cdot \left( \frac{v_b}{\varepsilon_b} - v_{t0} \right) \quad (50)$$

$$v_{ss}]_b = (1 - \varepsilon_b) \frac{\dot{m}_s}{\rho_p \cdot (1 - \varepsilon_b) \cdot A} \quad (51)$$

Igualando (50) y (51),

$$\frac{\dot{m}_s}{\rho_p \cdot A \cdot (1 - \varepsilon_b)} = \left( \frac{v_b}{\varepsilon_b} - v_{t0} \right) \quad (52)$$

La resolución simultánea de la ecuación (52) con la (46) o con la (47) permite encontrar  $v_b$  y  $\varepsilon_b$ . En principio, cabe esperar que la correlación de Yang sea más precisa que la de Punwani ya que considera la influencia de la densidad de las partículas en la estimación de  $v_b$ .

## 4.2. Pérdida de carga

A continuación, se muestra la caída de presión en estado estacionario, ecuación (37), para el caso particular de transporte neumático en una tubería vertical.

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \frac{1}{2} \rho_g \varepsilon \cdot v_g^2 \cdot \frac{f_g}{D} + \frac{1}{2} \rho_p (1 - \varepsilon) \cdot v_p^2 \cdot \frac{f_s}{D} + \rho_g \varepsilon g + \rho_p (1 - \varepsilon) g \quad (53)$$

En la literatura aparecen numerosas correlaciones para estimar el valor del factor de fricción de los sólidos en el caso de tuberías verticales. Las más recomendadas en las distintas fuentes bibliográficas consultadas son las que se indican en la **Tabla 6** (véase **anexo A.1.3**).

Investigador	Factor de fricción de los sólidos, $f_s$	(unidades S.I.)
Konno y Saito [13]	$f_s = 4c_{f,s} = 4 \cdot 0.0285 \frac{(gD)^{0.5}}{v_p}$	(54)
Yang, vertical [14]	$f_s = 4c_{f,s} = 4 \cdot 0.0032 \left( \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \left( \frac{(1 - \varepsilon)v_{t0}}{v_g - v_p} \right)^{-0.979}$	, $\frac{v_g}{v_{t0}} > 1.5$ (55)
	$f_s = 4c_{f,s} = 4 \cdot 0.010 \left( \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \left( \frac{(1 - \varepsilon)v_{t0}}{v_g - v_p} \right)^{-1.021}$	, $\frac{v_g}{v_{t0}} < 1.5$ (56)
Stegmaier [15]	$f_s = 2.1 \cdot \varphi^{-0.3} \cdot \left( \frac{v_{sg}^2}{gD} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{v_{t0}^2}{gd_p} \right)^{0.25} \cdot \left( \frac{D}{d_p} \right)^{0.1}$	(57)

**Tabla 6.** Correlaciones para el cálculo de  $f_s$  en transporte vertical

Como puede observarse, el factor de fricción de las partículas depende de  $v_p$  en todas las correlaciones propuestas. En consecuencia, para poder calcular la velocidad de las partículas basta con tener en cuenta la ecuación (49), válida para transporte vertical en fase diluida.

Por tanto,

$$v_p = v_g - v_{t0} \quad (58)$$

Sin embargo, si se utiliza la correlación de Yang para obtener  $f_s$ , es necesario aplicar su propia correlación para obtener  $v_p$ , dada en la referencia [16], y según la cual:

$$v_p = v_g - v_{t0} \left[ \left( 1 + f_s \frac{v_p^2}{2gD} \right) \varepsilon^{4.7} \right]^{1/2} \quad (59)$$

En este último supuesto hay que realizar una consideración adicional, ya que esta correlación no es explícita. Despejando la porosidad a partir de la ecuación (16) se tiene:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\dot{m}_s}{\rho_p \cdot v_p \cdot A} \quad (60)$$

Por consiguiente, para hallar una solución apropiada para  $f_s$ ,  $v_p$  y  $\varepsilon$ , es preciso resolver las ecuaciones (59) y (60) junto con la (55) o (56), mediante un proceso iterativo.

### 4.3. Resultados obtenidos

En este apartado se describe el proceso que se ha llevado a cabo con el fin de comprobar la validez de las expresiones y correlaciones mencionadas para transporte vertical contrastándolas con datos experimentales hallados en la literatura. En primer lugar se presentan en la **Tabla 7** las propiedades de los materiales empleados, diámetro de la tubería y las condiciones de operación del gas de transporte de los ensayos que se han analizado.

Material	Forma	$\rho_p$ (kg/m <sup>3</sup> )	$d_p$ (mm)	D (mm)	Gas de transporte
Styropor-3	Esférica	1050	2.385	52.6	Aire a 25°C y 0.85 bar
Perlas de vidrio	Esférica	2480	2.05	53.4	Aire a 25°C y 1.31 bar
Polietileno	No esférica	920	3.34	100	Aire a 25°C y 1.10 bar

**Tabla 7.** Cuadro resumen de los casos prácticos en tubería vertical

El diagrama de estado experimental correspondiente a cada uno de ellos se ha obtenido de las referencias bibliográficas [17], [18] y [19]. A partir de dicho diagrama se han extraído los datos para compararlos con los valores obtenidos a través del programa desarrollado en EES, en el que se han utilizado las correlaciones anteriormente expuestas.

Para obtener el diagrama se ha calculado la velocidad de bloqueo y mediante un coeficiente con valor mayor o igual que uno, se ha modificado la velocidad del gas y así, asegurar que el rango de velocidades del gas sea válido para el transporte en fase diluida.

Con el objetivo de verificar la validez de todas las correlaciones, se han realizado numerosas pruebas, las cuales se adjuntan y explican de forma detallada en los **anexos A.3.1, A.3.2 y A.3.3**. Las conclusiones que se han alcanzado son las siguientes:

- Los valores de la velocidad de bloqueo que se ajustan de forma más precisa a los experimentales se consiguen con la correlación de Yang. Esto era lo esperado ya que, como se ha comentado anteriormente, dicha expresión considera más factores influyentes en el comportamiento del sistema.
- La fórmula del factor de fricción de los sólidos que proporciona unos resultados más afines a los que presenta el flujo en la realidad es la de Yang. Debe comentarse que el uso de las dos correlaciones no aporta una gran mejoría en los valores obtenidos, por lo que

se considera que es suficiente el empleo de la ecuación (55), la cual es válida para la mayor parte del transporte en fase diluida.

- La correlación de Konno y Saito, en general, ofrece unos valores del factor de fricción de las partículas menores a las que existen en la práctica y con ello, las pérdidas de carga asociadas también son inferiores.
- La expresión de Stegmaier manifiesta un comportamiento confuso. Para el Styropor y los pellets de polietileno, los diagramas de estado obtenidos no siguen la tendencia de las curvas experimentales. Mientras que para las partículas de vidrio, el patrón de comportamiento sí que se ajusta, pero con unas caídas de presión superiores a las medidas en la práctica. Esto significa que la validez de la correlación depende mucho del material que se esté transportando.
- En todos los casos, se ha podido comprobar que conforme aumenta el gasto másico de sólidos, las correlaciones proporcionan peores resultados ya que se producen mayores errores de desviación entre los valores estimados y los empíricos.
- El efecto que produce la forma de la partícula en los parámetros de diseño es notable en las velocidades próximas al bloqueo, y es prácticamente despreciable para velocidades de gas muy superiores.

A modo de ejemplo se presenta en la **Figura 14** el diagrama de estado obtenido para el Styropor, con la utilización conjunta de las correlaciones de Yang, tanto para calcular la velocidad de bloqueo como para el factor de fricción y la velocidad de las partículas. En este caso los cálculos reproducen bastante fielmente los datos experimentales, lo que no siempre se consigue.

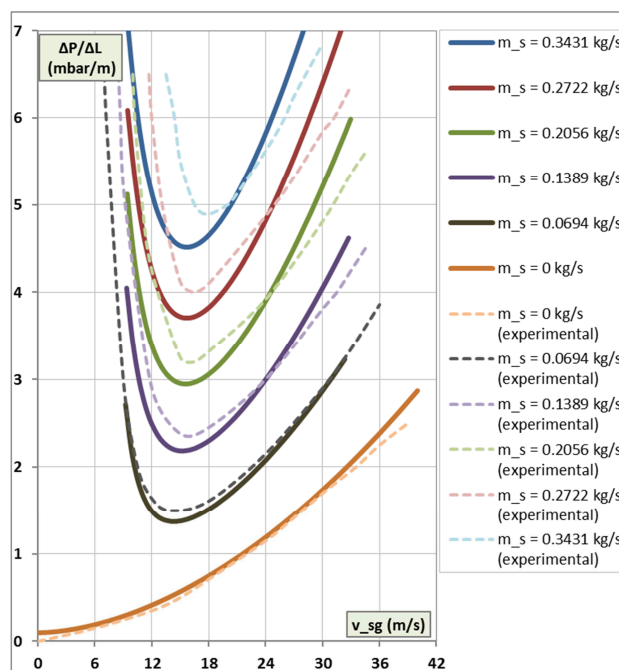


Figura 14. Diagrama de estado para el Styropor en vertical

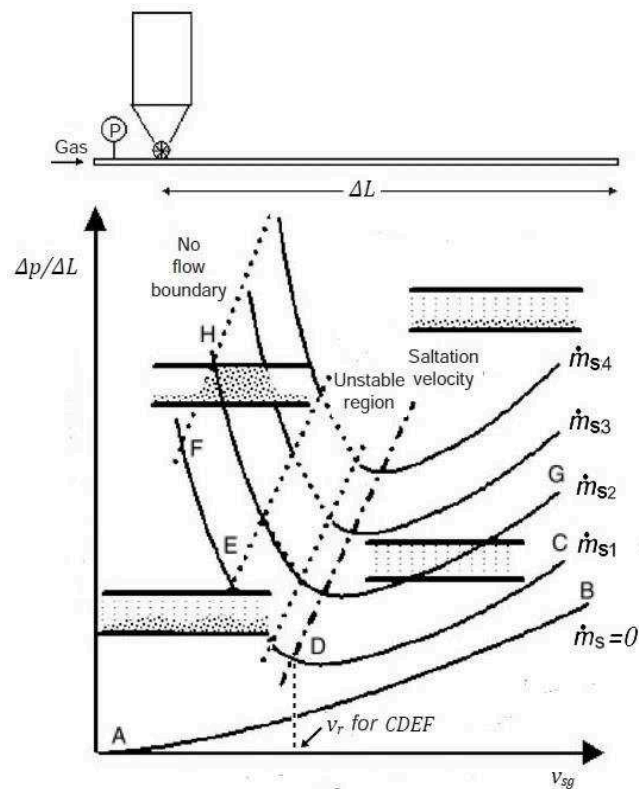
## 5. TRANSPORTE HORIZONTAL EN FASE DILUIDA

### 5.1. Velocidad de ruptura

El diagrama de estado correspondiente a un sistema que transporta sólidos en una tubería horizontal presenta el comportamiento mostrado en la **Figura 15**.

La curva AB representa las pérdidas por fricción cuando sólo circula gas por la tubería (el flujo másico de sólidos es nulo). Aquí, las pérdidas de carga son proporcionales al cuadrado de la velocidad del gas. Para un gasto másico de sólidos  $\dot{m}_{s1}$ , la pérdida de carga se representa en la curva CDEF. Para un flujo mayor,  $\dot{m}_{s2}$ , ésta viene dada por la curva GH.

El patrón de flujo en el tubo está gobernado por las condiciones de transporte en fase diluida si la velocidad del gas es suficientemente alta como ocurre en el punto C. En esta situación, todas las partículas sólidas se encuentran completamente suspendidas en la corriente de gas, ya que los sólidos no se adhieren a las paredes de la tubería debido a los pequeños remolinos que se forman en el gas circulante.



**Figura 15.** Diagrama de estado para transporte neumático horizontal [20]

Para un caudal másico de sólidos constante, por ejemplo  $\dot{m}_{s1}$ , a medida que la velocidad del gas disminuye, la fricción se reduce y la pérdida de carga también (en este caso, la caída de presión sólo depende de las pérdidas por fricción del gas y de los sólidos, tal y como se verá posteriormente). Además, las partículas se mueven más lentamente y la concentración de las mismas aumenta.

En el punto D, la velocidad del gas es insuficiente para mantener todos los sólidos en suspensión, y éstos comienzan a depositarse en la sección más baja o fondo de la tubería. De esta forma, el patrón de flujo en la línea de transporte cambia de un flujo completamente suspendido a un flujo estratificado. La velocidad superficial del gas en este punto se conoce como velocidad de ruptura (en inglés, saltation velocity),  $v_r$ . Como puede observarse en la **Figura 15**, la pérdida de carga en este estado corresponde al mínimo de la curva característica o está muy próximo a él. Un mayor descenso en la velocidad del gas provoca que la caída de presión aumente bruscamente, ya que la superficie disponible para la circulación del gas está restringida por la sedimentación de los sólidos que se produce de forma muy rápida.

El tramo DE es una región inestable que separa las zonas de fase diluida y fase densa. Se caracteriza por la formación de dunas o lingotes de sólidos que se desplazan de forma periódica en el fondo de la tubería (fase densa), mientras que otros viajan en fase diluida en la parte superior. Eventualmente, la tubería podría atascarse o ser bloqueada por sólidos. Esto último ocurriría si la presión requerida por el sistema de transporte fuese superior a la presión disponible del soplante o compresor.

Si se consideran valores todavía más bajos de velocidad del gas, tramo EF de la curva, se alcanza la región estable de fase densa, caracterizada por unas pérdidas de carga elevadas. Esta zona está delimitada por la región inestable y el límite de transporte neumático.

La **Figura 15** muestra claramente que en fase diluida, para un gasto másico de sólidos determinado, la pérdida de carga aumenta con la velocidad del gas. Por tanto conviene que el sistema trabaje a la menor velocidad posible, que está cerca de la velocidad de ruptura,  $v_r$ . Si la pérdida de carga en el sistema es reducida el gas no cambia apreciablemente de densidad y entonces el transporte se realiza a velocidad del gas aproximadamente constante, es decir, se ajusta a un punto determinado de la curva del flujo másico de sólidos que se esté transportando. En cambio, si la pérdida de carga global de la instalación es grande, la densidad del gas va disminuyendo conforme éste avanza por la conducción debido a la disminución de la presión. Entonces la velocidad del gas crece paulatinamente y el sistema recorre un tramo de la curva correspondiente.

Como se ha visto, la velocidad de ruptura establece el mínimo de velocidad de gas por debajo del cual no es posible el transporte de sólidos en fase diluida en una tubería horizontal. Al igual que ocurría con la velocidad de bloqueo en transporte vertical, no es posible predecir teóricamente las condiciones bajo las que se producirá el fenómeno de ruptura. A pesar de ello, existen numerosas correlaciones para su estimación. En la **Tabla 8** se recogen las más recurrentes en la literatura.

Investigador	Velocidad de ruptura, $v_r$	(unidades S.I.)
<b>Rizk [21]</b>	$\varphi_r = \frac{1}{10^\delta} \left( \frac{v_r}{\sqrt{gD}} \right)^\chi$ $\delta = 1440d_p + 1.96$ $\chi = 1100d_p + 2.5$	(61)
<b>Matsumoto et al. [22]</b>	$\varphi_r = 0.373 \left( \frac{\rho_p}{\rho_g} \right)^{1.06} \left( \frac{u_{t0}}{10\sqrt{gd_p}} \right)^{-3.7} \left( \frac{v_r}{10\sqrt{gD}} \right)^{3.61}, \quad d_p \geq d_p^*$	(62)
	$\varphi_r = 5.56 \cdot 10^3 \left( \frac{d_p}{D} \right)^{1.43} \cdot \left( \frac{v_r}{10\sqrt{gD}} \right)^4, \quad d_p < d_p^*$	(63)
	$\frac{d_p^*}{D} = 1.39 \cdot \left( \frac{\rho_p}{\rho_g} \right)^{-0.74}$	

**Tabla 8.** Correlaciones para el cálculo de la velocidad de ruptura



Para resolver las correlaciones anteriores, hay que tener en cuenta que la carga de sólidos en el punto de ruptura,  $\varphi_r$ , viene dada por:

$$\varphi_r = \frac{\dot{m}_s}{\rho_g v_r A} \quad (64)$$

Además, Matsumoto et al. definieron un diámetro de partícula crítico,  $d_p^*$ , que permite establecer un límite y de este modo, distinguir entre grandes partículas y polvos finos. En la referencia [20] se recomienda utilizar la correlación de Rizk para grandes partículas ( $d_p > 500 \mu\text{m}$ ) con una densidad relativa ( $\rho_p/\rho_{\text{agua}}$ ) menor que 3 y la correlación de Matsumoto para partículas finas ( $d_p < 500 \mu\text{m}$ ) y para grandes partículas con una densidad relativa mayor que 3.

## 5.2. Pérdida de carga

La caída de presión en estado estacionario, ecuación (37), para el caso particular de transporte neumático en una tubería horizontal, queda reducida a la siguiente expresión:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \frac{1}{2} \rho_g \varepsilon \cdot v_g^2 \cdot \frac{f_g}{D} + \frac{1}{2} \rho_p (1 - \varepsilon) \cdot v_p^2 \cdot \frac{f_s}{D} \quad (65)$$

Como puede observarse, la diferencia con el transporte vertical, es que en tramos horizontales el efecto de la gravedad en la pérdida de carga desaparece. Sin embargo, algunos autores, entre ellos Barth [23], han considerado un término adicional, que corresponde con la fuerza por unidad de volumen necesaria para mantener las partículas suspendidas en la corriente de gas. En el **anexo A.1.4** se presenta la deducción de este término aditivo.

Por tanto, la expresión asociada a la pérdida de carga en una línea de transporte horizontal es:

$$\frac{\Delta p}{\Delta L} = \frac{1}{2} \rho_g \varepsilon \cdot v_g^2 \cdot \frac{f_g}{D} + \frac{1}{2} \rho_p (1 - \varepsilon) \cdot v_p^2 \cdot \frac{f_s}{D} + \rho_p (1 - \varepsilon) g \frac{v_t}{v_{sg}} \quad (66)$$

Para determinar la velocidad de sedimentación de la nube de partículas,  $v_t$ , presente en la ecuación (66) es necesario establecer la relación que existe entre ésta y la velocidad terminal de una partícula. Por ello, en sistemas de transporte neumático en fase diluida, según la referencia [24], el coeficiente de arrastre de un flujo multi-partícula,  $C_D$ , viene dado por:

$$\frac{C_D}{C_{D,0}} = \varepsilon^{-4.7} \quad (67)$$

A partir de esta expresión se determina que la velocidad terminal del conjunto de partículas presente en la tubería es:

$$\frac{v_t}{v_{t0}} = \sqrt{\frac{C_{D,0}}{C_D}} = \varepsilon^{4.7/2} = \varepsilon^{2.35} \quad (68)$$

En el **anexo A.2.3** se recoge un breve apunte acerca de la ecuación anteriormente obtenida.

Para estimar el factor de fricción de los sólidos en la **Tabla 9** se indican las correlaciones más discutidas en la literatura especializada. La fórmula de Hinkle admite una interpretación física que se ha desarrollado en el **anexo A.1.5**. Además, puede observarse que la última correlación también se utiliza en el caso de flujo vertical.

Investigador	Factor de fricción de los sólidos, $f_s$	(unidades S.I.)
Hinkle [25]	$f_s = \frac{3\rho_g C_D D (v_g - v_p)^2}{2d_p \rho_p v_p^2}$	(69)
Yang, horizontal [26]	$f_s = 4c_{f,s} = 4 \cdot 0.0293 \left( \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \left( \frac{(1 - \varepsilon)v_g}{(gD)^{0.5}} \right)^{-1.15}$	(70)
Stegmaier [15]	$f_s = 2.1 \cdot \varphi^{-0.3} \cdot \left( \frac{v_{sg}^2}{gD} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{v_{t0}^2}{gd_p} \right)^{0.25} \cdot \left( \frac{D}{d_p} \right)^{0.1}$	(71)

**Tabla 9.** Correlaciones para  $f_s$  en transporte horizontal

En transporte horizontal, al no conocer la relación entre la velocidad del gas y de los sólidos, es necesario el uso de ecuaciones empíricas para su cálculo. Una de ellas, es la correlación de Hinkle modificada por el IGT [27] (Institute of Gas Technology), que establece:

$$v_p = v_{sg} \left( 1 - 0.68 d_p^{0.92} D^{-0.54} \rho_p^{0.5} \rho_g^{-0.2} \right) \quad (72)$$

Otra correlación que puede utilizarse y que tiene en cuenta más factores que la anterior, como por ejemplo la porosidad existente en la mezcla bifásica, es la expresión (59) de Yang, ya comentada en el capítulo de transporte vertical.

### 5.3. Resultados obtenidos

En este apartado se describe el proceso de verificación de las expresiones y correlaciones válidas para transporte horizontal que se ha seguido. En primer lugar se presentan en la **Tabla 10** las propiedades de los materiales empleados, diámetro de la tubería y las condiciones de operación del gas de transporte de los ensayos estudiados.

Material	Forma	$\rho_p$ (kg/m <sup>3</sup> )	$d_p$ (mm)	D (mm)	Gas de transporte
Styropor-3	Esférica	1050	2.385	52.6	Aire a 25°C y 0.85 bar
Polietileno	Esférica	911	3.658	80	Aire a 25°C y 0.94 bar
Malta	No esférica	750	5	100	Aire a 25°C y 0.59 bar

**Tabla 10.** Cuadro resumen de los casos prácticos en tubería horizontal

El diagrama de estado experimental correspondiente a cada uno de ellos se ha obtenido de las referencias bibliográficas [17], [28] y [5]. Con esos diagramas, se han extraído los datos experimentales para compararlos con los valores hallados a través del programa desarrollado en EES, en el que se han utilizado las expresiones y fórmulas dadas en la literatura.

Conviene recordar que las correlaciones expuestas anteriormente sólo son válidas para transporte en fase diluida. Por lo tanto, aunque los diagramas de estado experimentales de los diversos casos analizados indiquen el comportamiento en fase densa y fase diluida, el rango de valores estudiado mediante simulación sólo corresponde a la fase diluida. Por ello, se ha calculado la velocidad de ruptura, y mediante la aplicación de un coeficiente de valor mayor o igual a la unidad, se ha obtenido la velocidad superficial del gas. De este modo se garantiza la permanencia en el rango de fase diluida.

Con el propósito de cotejar la validez de todas las correlaciones, se han realizado numerosas pruebas, las cuales se adjuntan en los anexos A.3.4, A.3.5 y A.3.6. Tras su análisis, se han alcanzado las siguientes conclusiones:

- La expresión de Rizk para grandes partículas con una densidad relativa menor a 3 proporciona mejores resultados para el cálculo de la velocidad de ruptura que la de Matsumoto. Lamentablemente, no se han encontrado datos experimentales de partículas con un diámetro inferior para corroborar la validez de la expresión de Matsumoto en dichos casos.
- Los valores de velocidad de las partículas obtenidos con la correlación de Yang son más bajos que los dados por la de Hinkle IGT para velocidades del gas próximas a la ruptura. Para velocidades de gas muy elevadas, ambas fórmulas ofrecen unas soluciones prácticamente idénticas.
- La consideración del término adicional de la caída de presión asociado a los rebotes de las partículas, afecta principalmente a los resultados obtenidos en las proximidades a la ruptura. En general, se consiguen unas caídas de presión más cercanas a la realidad valorando dicho efecto.
- En la mayoría de los casos analizados, la fórmula del factor de fricción de los sólidos que facilita unos valores más afines a los que muestra el flujo en la realidad es la de Hinkle.

La **Figura 16** presenta el diagrama de estado obtenido para el Styropor con la utilización conjunta de la correlación de Rizk para el cálculo de la velocidad de ruptura, la de Hinkle para el factor de fricción de los sólidos y la de Hinkle modificada por el IGT para la velocidad de las partículas. En esta situación los resultados alcanzados reproducen bastante fielmente los datos experimentales, algo que no siempre se consigue.

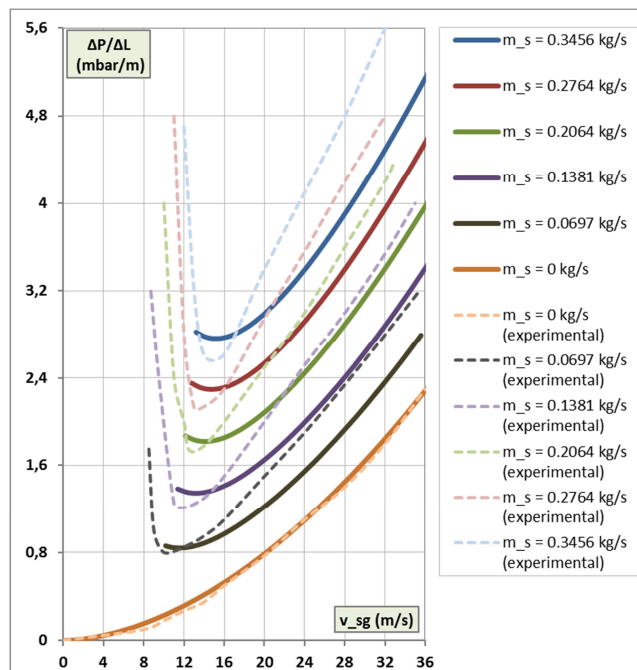


Figura 16. Diagrama de estado para Styropor en horizontal

## 6. DISEÑO DE UNA INSTALACIÓN EN FASE DILUIDA

Esta sección pretende describir las etapas que constituyen el procedimiento de diseño y dimensionado de cualquier instalación de transporte neumático en fase diluida.

- **Paso 1:** Caracterización del material que se desea transportar.
- **Paso 2:** Establecimiento de los requerimientos del sistema de transporte, incluyendo la logística y los criterios de actuación bajo las distintas condiciones de operación.

En primer lugar, debe fijarse el gasto másico de sólidos que se desea transportar. Es preciso indicar el valor mínimo, medio y máximo.

A continuación debe seleccionarse la configuración del sistema neumático que va a instalarse, es decir, de presión positiva o negativa.

Posteriormente, se realiza una distribución de la línea de transporte, por lo que es necesario dibujar una vista isométrica de la misma. Al trazarla, se recomienda reducir el número de codos cuanto sea posible y evitar ponerlos próximos entre sí. Para conseguirlo, se aconseja dejar al menos una distancia de  $20D$ , lo que reducirá las posibilidades de un bloqueo y permitirá la re-aceleración de los sólidos. Además, se debe incluir una longitud de  $30D$ , o la calculada con alguna de las expresiones dadas en la literatura como la ecuación (45), después del punto de alimentación de los sólidos para lograr su aceleración en la corriente de gas.

Otra consideración adicional implica que sólo se empleen tuberías rectas, horizontales y verticales, evitando el uso de líneas inclinadas ya que podría producirse una recirculación de los sólidos, lo cual ocasionaría unas pérdidas más altas que en vertical y un mayor desgaste de la conducción y degradación del material.

- **Paso 3:** Cálculo del caudal másico de gas.

Para llevar a cabo esta valoración, es imprescindible establecer la carga de sólidos,  $\varphi$ , con que se quiere dotar al sistema. Esto se logra mediante pruebas en plantas piloto, instalaciones similares ya existentes o con directrices generales como la que se indica en la **Tabla 11**.

Longitud total del sistema (m)	Material con $d_p > 0.5$ mm	Material con $d_p < 0.5$ mm
0-150	5	6
150-300	4	4
300-460	2.5	3

**Tabla 11.** Selección de la carga de sólidos aproximada <sup>[20]</sup>

Una vez seleccionada la carga de sólidos en función de la longitud total del sistema y del tamaño de partícula, el gasto másico de gas se obtiene con la ecuación (18).

- **Paso 4:** Estimación del diámetro de la tubería,  $D$ .

Para realizar este cálculo es necesario obtener la velocidad mínima de transporte, la cual se produce en la entrada, y con ello impedir la formación de atascos en la tubería. Como se desea garantizar flujo en fase diluida, este valor es ligeramente superior a la velocidad de ruptura en el caso de líneas horizontales y a la velocidad de bloqueo en verticales. En el supuesto de que la instalación esté compuesta por tramos verticales y horizontales, se debe calcular la velocidad de ruptura, ya que para un diámetro y un gasto de sólidos dado, la velocidad de

ruptura es siempre menor que la de bloqueo. De esta forma, impidiendo la ruptura se evita el bloqueo.

Asumiendo un valor de presión en el punto de alimentación ( $P_{pickup}$ ) se evalúa la velocidad mínima, y con ella, el diámetro se obtiene a partir de la ecuación (17).

▪ **Paso 5:** Cálculo de la caída de presión total en la instalación.

Para tener en cuenta los cambios que se producen en la velocidad del gas y en su densidad desde el punto de alimentación hasta el destino, se recomienda que la línea de transporte sea dividida en segmentos más pequeños, de unos 5 m cada uno, ya que el uso de valores medios daría una estimación errónea de la caída de presión. Debe advertirse que los efectos de temperatura en la compresibilidad del gas también son importantes. Si existen gradientes térmicos a lo largo de la instalación, habrá que realizar las correcciones oportunas. Sin embargo, el transporte en fase diluida puede asumirse isoterma en la mayoría de los casos.

Para calcular la caída de presión de cada uno de los segmentos anteriores, se empezará por el punto en el que la densidad del gas es conocida por encontrarse a presión atmosférica y se calculará la presión de salida y la densidad del gas correspondiente a esa pequeña sección. Entonces, dichos valores se utilizarán como condiciones de entrada para el siguiente tramo de tubería, y se repetirá este procedimiento hasta alcanzar el final de la línea. Para sistemas de vacío habrá que empezar por el punto de alimentación y terminar en la entrada del soplante. Para sistemas de presión positiva, se comienza por el final de la línea y se va hacia atrás hasta el punto de alimentación. A continuación se describe matemáticamente el proceso para sistemas de presión positiva.

Etapa 5.1. Obtención del caudal volumétrico de gas en condiciones estándar:

$$Q_0 = v_r A \frac{P_{pickup}}{P_{atm}}$$

Etapa 5.2. Establecimiento de las condiciones de flujo en el primer segmento según se indica en la Tabla 12.

<b>Presión</b>	$P_1 = P_{atm} + \Delta p_{dispositivo\ separador}$	
<b>Caudal volumétrico de gas</b>	$Q_{g,1} = Q_0 \frac{P_{atm}}{P_1}$	
<b>Velocidad superficial del gas</b>	Ecuación (12)	
<b>Densidad del gas</b>	$\rho_{g,1} = \rho_{g,atmosférica} \cdot \frac{P_1}{P_{atm}}$	
<b>Caída de presión</b>	Segmento perteneciente a tramo de tubería vertical	$\Delta p = \left[ \frac{\Delta p}{\Delta L} \right]_{Ecuación\ (53)} \cdot \Delta L$
	Segmento perteneciente a tramo de tubería horizontal	$\Delta p = \left[ \frac{\Delta p}{\Delta L} \right]_{Ecuación\ (66)} \cdot \Delta L$
	Segmento correspondiente a un codo	Considerar una longitud equivalente de 7.5 m de tubería vertical

Tabla 12. Condiciones de flujo en el segmento 1.

Etapa 5.3. Establecimiento de las condiciones de flujo para el segmento i. Nótese que i varía desde 2 hasta n, siendo n el último segmento correspondiente a la sección de alimentación.

$$P_i = P_{i-1} + \Delta p_{i-1}$$

$Q_{gi}$ ,  $v_{sg,i}$  y  $\rho_{gi}$  se evalúan de forma idéntica al primer segmento, cambiando en las expresiones adecuadas  $P_1$  por  $P_i$ .

Para calcular la caída de presión en cada uno de los segmentos será preciso realizar las mismas consideraciones que las mostradas en la tabla anterior.

*Etapa 5.4.* Obtención de la presión a la entrada del último segmento.

$$P_{pickup} = (P_n + \Delta p_n) + \Delta p_{ac-total} \quad (73)$$

Se recuerda que  $\Delta p_{ac-total}$  se obtiene a partir de la ecuación (44).

*Etapa 5.5.* Comparación de la  $P_{pickup}$  obtenida en (73) con la supuesta en el paso 4. Es necesario repetir el procedimiento hasta alcanzar una convergencia en ambos resultados.

Finalmente, hay que tener en cuenta la pérdida de presión asociada a todos los elementos auxiliares como válvulas, silenciadores y filtros ubicados aguas abajo del soplante que podrían estar presentes en la instalación. Así, la presión de transporte es:

$$\Delta P_T = (P_{pickup} - P_{atm}) + \Delta p_{auxiliar} \quad (74)$$

▪ **Paso 6:** Verificación del diámetro de la tubería.

La estimación de la presión de transporte debe compararse con los límites típicos de los dispositivos impulsores. Si la caída de presión es mayor que la esperada, hay que seleccionar un diámetro superior. En ese caso, se tienen que rehacer los cálculos hasta conseguir unos valores adecuados.

Si la velocidad superficial del gas está calculada de forma que hacia el final de la línea es demasiado alta, debido a la reducción de la densidad del gas conforme la longitud aumenta, podría producirse un desgaste excesivo de la instalación y una alta degradación del material transportado. Para evitar esta situación, existen dos técnicas altamente efectivas. Una es el denominado *line stepping*, que consiste en aumentar el diámetro de la tubería en determinados puntos, y así se reduce localmente la velocidad del gas. En dichos puntos, es preciso asegurar que la velocidad es mayor que la mínima necesaria para el transporte en fase diluida. Otra opción es la extracción de gas en posiciones concretas de la línea.

▪ **Paso 7:** Selección del soplante adecuado.

A partir de la caída de presión total en el sistema ( $\Delta P_T$ ), siendo  $Q_0$  el caudal volumétrico de gas a la entrada del soplante y  $\eta$  el rendimiento del mismo, la potencia de dicho soplante viene dada por:

$$\dot{W} = \frac{\Delta P_T \cdot Q_0}{\eta} \quad (75)$$

De manera general, el tipo de impulsor más conveniente para la instalación se elige según se indica en la **Tabla 13**.

Gas mover	Fan	Soplante tipo Roots de desplazamiento positivo	Compresor
<b>Presión de transporte</b>	Menor de 0.3 bar	0.3 - 1 bar	Mayor de 1 bar

**Tabla 13.** Comparación de gas movers

- **Paso 8:** Selección del dispositivo de alimentación de sólidos y de un separador gas/sólidos acorde con la aplicación.

La **Figura 17** muestra el diagrama de flujo del procedimiento de dimensionado.

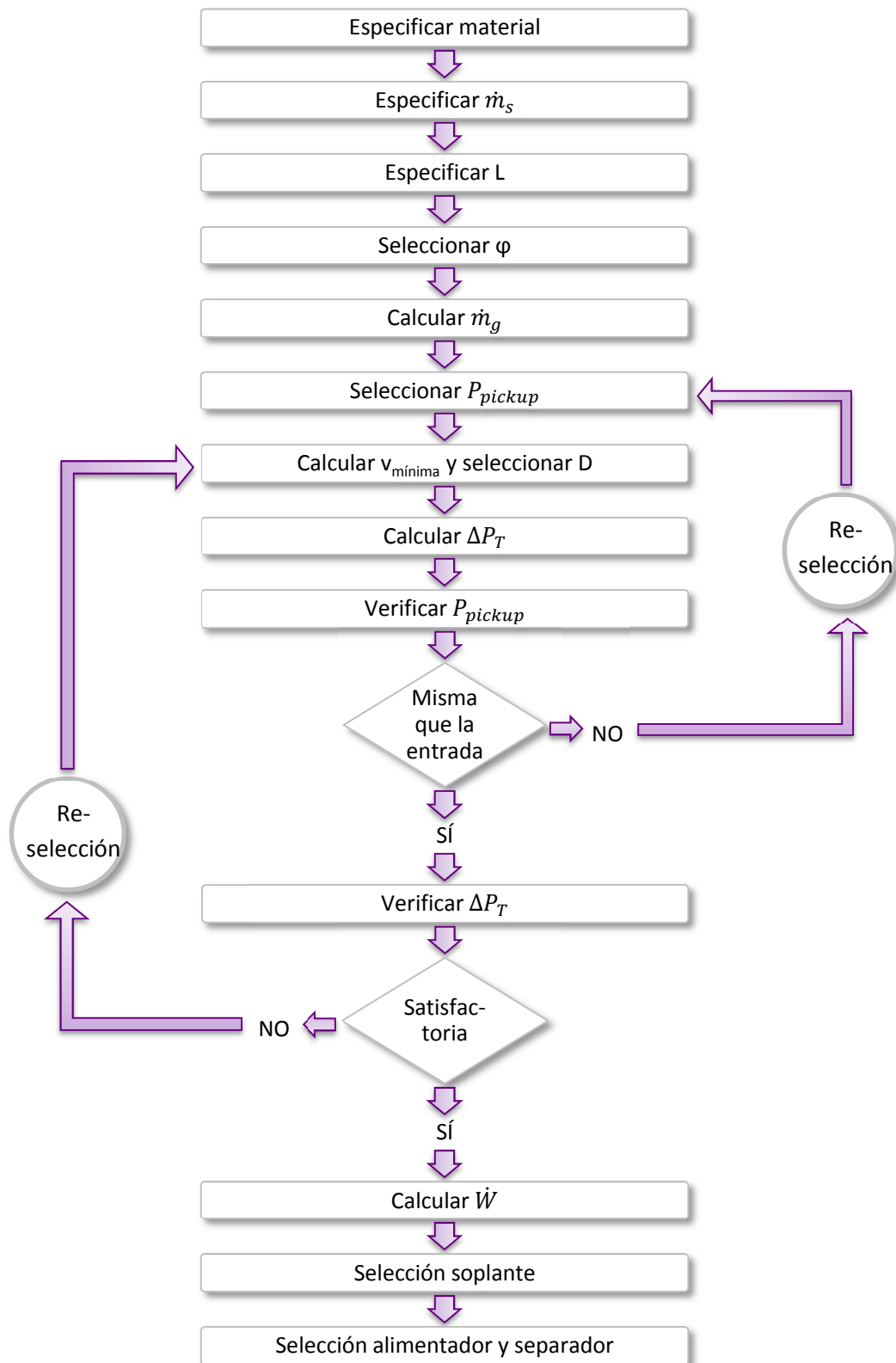


Figura 17. Diagrama de flujo del proceso de dimensionado

## 7. CONCLUSIONES

Los factores que influyen en el transporte neumático de material a granel son las características del gas de transporte (que a su vez dependen de la presión y temperatura de operación), las propiedades del material a transportar, y la geometría de la línea (longitud, diámetro y número de codos), su material constructivo y rugosidad. Como se ha visto en anteriores capítulos, el transporte neumático de sólidos en fase diluida presenta una base teórica y matemática que permite realizar una primera estimación de la caída de presión global en el sistema. Sin embargo existen variables, como el factor de fricción de los sólidos, que únicamente pueden ser determinadas de forma experimental para condiciones particulares. Este hecho, junto con la multitud de variables que intervienen en el proceso, impide que los cálculos arrojen resultados precisos y que la operación de una línea pueda ser predicha con certeza.

Las principales conclusiones de este proyecto son las siguientes:

- El diseño y dimensionado de este tipo de instalaciones está sujeto a la experiencia previa del diseñador y a la información disponible de plantas similares ya existentes.
- Las correlaciones válidas para transporte horizontal proporcionan resultados considerablemente más inciertos que las de transporte vertical.
- La naturaleza empírica de la mayoría de las correlaciones existentes en la literatura para la obtención de parámetros críticos en el dimensionado de instalaciones neumáticas, conlleva una fuerte dependencia del material y de las características propias del sistema en cuestión.
- Precisar los coeficientes de las correlaciones es complejo. Es prácticamente imposible conseguir un ajuste no ya universal, sino para un rango amplio de variables, ya que se producen errores tanto por exceso como por defecto al cambiar las condiciones del sistema. Entendemos que las expresiones publicadas han sido verificadas para una instalación particular con pequeñas variaciones en los parámetros.
- Es muy probable que las empresas presentes en este sector dispongan de fórmulas y procedimientos más precisos para realizar el diseño de las instalaciones. Sin embargo, esta información no parece ser de fácil acceso.
- Un sistema de transporte neumático diseñado para un material en concreto, puede ser totalmente inadecuado para otro.
- La bibliografía especializada recomienda aplicar un margen de seguridad de un 50% en el cálculo de variables como la velocidad operativa del gas. A tenor de los resultados obtenidos durante la realización de este trabajo, se corrobora efectivamente dicha cifra, y en algunos casos concretos resulta insuficiente.



Finalmente, es necesario precisar que una cierta cantidad de las referencias consultadas parece contener erratas o errores importantes. Esto aconseja realizar una verificación cruzada de las formulaciones proporcionadas por algunas fuentes. En este trabajo se ha intentado depurar dichos errores, y las expresiones contenidas en esta memoria parecen ser las más coherentes con los datos experimentales en los casos en que se ha detectado ambigüedad.

### *Líneas futuras*

El trabajo desarrollado en este proyecto tiene como continuación natural las siguientes líneas:

- Completar el estudio de los métodos y sistemas de alimentación y descarga.
- Montaje e instrumentación de una instalación de ensayo de transporte neumático en fase diluida a escala de laboratorio en la que poder verificar o ajustar las correlaciones utilizadas en esta memoria.
- Realizar un estudio análogo correspondiente al transporte neumático en fase densa.

## 8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] **Gericke Powder Processing Equipment & Systems.** Pneumatic Conveying Systems [on line]. [http://www.gericke.net/fileadmin/user\\_upload/PDFs/Prospekte/Englisch/Pneumatic\\_Conveying\\_Systems\\_622.pdf](http://www.gericke.net/fileadmin/user_upload/PDFs/Prospekte/Englisch/Pneumatic_Conveying_Systems_622.pdf) [Consulta: 31/Enero/2015]
- [2] **MILLS, David.** *Pneumatic Conveying Design Guide*. Second Edition. Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004.
- [3] **GELDART, D.** *Types of gas fluidization*. Powder Technology 7, 285-292 (1973).
- [4] **KASKAS, A.** Diplomarbeit, TU Berlin (1964).
- [5] **KLINZING, G.E.; RIZK, F.; MARCUS, R. & LEUNG, L.S.** *Pneumatic Conveying of Solids - A theoretical and practical approach*. Third Edition. Springer, 2010.
- [6] **PERRY, Robert H. & GREEN, Don W.** *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. Seventh Edition. McGraw-Hill, 1999.
- [7] **LIU, Henry.** *Pipeline Engineering*. CRC Press LLC, 2003.
- [8] **CHURCHILL, S. W.** Chemical Engineer, 91-92 (1977).
- [9] **DHODAPKAR, S.V.; ZALTASH, A.; MYLER, C.A. & KLINZING, G.E.** *Fluidization and fluid particle systems-fund and applications*. AIChE Sym. Ser. 85(270), 1-10 (1989).
- [10] **Facultad de Ingeniería – Buenos Aires (Argentina).** Transporte neumático [en línea]. [http://www.ing.unlp.edu.ar/dquimica/paginas/catedras/iofq809/apuntes/Transporte\\_Neumatico.pdf](http://www.ing.unlp.edu.ar/dquimica/paginas/catedras/iofq809/apuntes/Transporte_Neumatico.pdf) [Consulta: 20/Septiembre/2014]
- [11] **PUNWANI, D. V.; MODI, M. V. & TARMAN, P. B.** *Proc. Int. Powder and Bulk Solids Handling and Processing Conference*, Powder Advisory Centre, Chicago (1976).
- [12] **YANG, W. C.** *Criteria for Choking in Vertical Pneumatic Conveying Lines*. Elsevier, Powder Technology 35(2), 143-150 (1983).
- [13] **KONNO, H. & SAITO, S.** Journal of Chemical Engineering of Japan 31, 211-217 (1967).
- [14] **YANG, W. C.** *Proc. Int. Powder and Bulk Solids Handling and Processing Conference*, Powder Advisory Centre, Chicago (1977).
- [15] **STEGMAIER, W.** *Zur Berechnung der horizontalen pneumatischen Förderung feinkörniger Stoffe*. Fördern und Heben 28(5/6), 363-366 (1978).
- [16] **YANG, W. C.** AIChE 30, 1025-1027 (1984).
- [17] **CHEREMISINOFF, Nicholas P. [ed.].** *Encyclopedia of Fluids Mechanics - Volume 4 Solids and Gas-Solids Flows*. Houston: Gulf Publishing Company, 1986.

- [18] **NARIMATSU, C.P. & FERREIRA, M.C.** *Vertical Pneumatic Conveying in Dilute and Dense-Phase Flows: Experimental study of the influence of particle density and diameter on fluid dynamic behavior*. Sao Paulo, Brazilian Journal of Chemical Engineering 18(3), 221-232 (2001).
- [19] **JOTAKI, Tomosada; TOMITA, Yuji; FUJIMOTO, Keio & IWASAKI, Masaharu.** *Pressure Drop in an Equilibrium Region of Vertical Pneumatic Transport of Granular Solids*. The Japan Society of Mechanical Engineers 21(151), 128-133 (1978).
- [20] **CROWE, Clayton T.** *Multiphase Flow Handbook*. Taylor & Francis Group, LLC, 2006.
- [21] **RIZK, F.** *Proceedings of Pneumotransport 3*, paper D4. BHRA Fluid Engineering, Cranfield, England (1973).
- [22] **MATSUMOTO, S.; KIKUTA, M. & MAEDA, S.** *Journal of Chemical Engineering of Japan* 10(2), 273 (1977).
- [23] **BARTH, W.** *Strömungsvorgänge beim Transport von Festteilchen und Flüssigkeitsteilchen in Gasen*. Chemie Ingenieur Technik 30(3), 171-180 (1958).
- [24] **SHAMLOU, P.A.** *Handling of Bulk Solids - Theory and Practice*. Butterworths, 1990.
- [25] **HINKLE, Barton L.** *Acceleration of particles and pressure drops encountered in horizontal pneumatic conveying*. Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta (1953).
- [26] **YANG, W. C.** *AIChE* 20, 605-607 (1974).
- [27] Institute of Gas Technology, Dept. of Energy, Contract FE 2286-32 (1978).
- [28] **OTTERMANN, H. H.** *Pressure drop across a pneumatic conveying feeding tee*. M.Sc. Dissertation. Faculty of Engineering. University of Pretoria, Pretoria (1992).

Otras referencias bibliográficas consultadas:

- [29] **WILMS, Harald & DHODAPKAR, Shrikant.** *Pneumatic Conveying: Optimal System Design, Operation and Control*. Chemical Engineering (2014).
- [30] **Solids solutions group.** *Sistemas de transporte neumático [en línea]*. [http://www.solids.es/fileadmin/content/pdf/Fachartikel\\_\\_Fallstudien/Articulo\\_Sistemas\\_de\\_transporte\\_neumatico.pdf](http://www.solids.es/fileadmin/content/pdf/Fachartikel__Fallstudien/Articulo_Sistemas_de_transporte_neumatico.pdf) [Consulta: 15/Octubre/2014]

## Anexo A. DOCUMENTACIÓN COMPLEMENTARIA

A.1. DEMOSTRACIONES.....	35
A.1.1. Velocidad terminal de una partícula esférica.....	35
A.1.2. Correlación Punwani et al. ....	36
A.1.3. Correlación Konno y Saito .....	36
A.1.4. Pérdida de carga en tubería horizontal.....	37
A.1.5. Correlación de Hinkle .....	40
A.2. INFORMACIÓN ADICIONAL .....	42
A.2.1. Definiciones.....	42
A.2.2. Análisis de la zona de aceleración.....	43
A.2.3. Velocidad de sedimentación de una nube de partículas .....	45
A.3. CASOS PRÁCTICOS.....	46
A.3.1. Styropor en tubería vertical .....	46
A.3.2. Perlas de vidrio.....	51
A.3.3. Polietileno en tubería vertical .....	55
A.3.4. Styropor en tubería horizontal.....	59
A.3.5. Polietileno en tubería horizontal.....	64
A.3.6. Malta .....	69

## A.1. DEMOSTRACIONES

### A.1.1. Velocidad terminal de una partícula esférica

La Figura A1 muestra las fuerzas actuantes sobre una partícula sólida de masa  $m_p$ , inmersa en un fluido. Como consecuencia del movimiento de dicha partícula en el fluido, según la Segunda Ley de Newton, aparece una fuerza resultante  $F_R$ , definida como:

$$F_R = m_p \cdot \frac{du}{dt} \quad (\text{A.1})$$

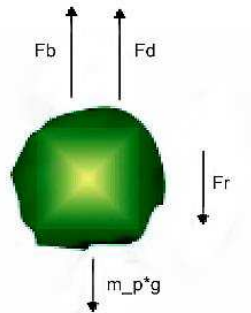


Figura A1. Fuerzas que actúan sobre una partícula

Realizando un balance de fuerzas en la partícula se tiene que,

$$F_R = m_p \cdot g - F_B - F_D \quad (\text{A.2})$$

donde,

- $F_B$  la fuerza de flotación (en inglés, bouyancy force):

$$F_B \equiv \text{Empuje} = \rho_g \cdot \vartheta_p \cdot g = \rho_g \cdot \frac{m_p}{\rho_p} g = \frac{\rho_g}{\rho_p} m_p \cdot g \quad (\text{A.3})$$

- $F_D$  la fuerza de arrastre (en inglés, drag force):

$$F_D = \frac{1}{2} \rho_g \cdot u^2 C_{D,0} A_P \quad (\text{A.4})$$

Nótese que  $u$  es la velocidad relativa entre la partícula y el fluido, y  $A_p$  es el área superficial de la partícula.

Sustituyendo (A.1), (A.3) y (A.4) en la ecuación (A.2),

$$m_p \cdot \frac{du}{dt} = m_p \cdot g - \frac{\rho_g}{\rho_p} m_p \cdot g - \frac{1}{2} \rho_g \cdot u^2 C_{D,0} A_P \quad (\text{A.5})$$

Simplificando,

$$\frac{du}{dt} = g - \frac{\rho_g}{\rho_p} g - \frac{1}{2} \rho_g \cdot u^2 C_{D,0} \cdot \frac{A_P}{m_p} \quad (\text{A.6})$$

Además, para una partícula esférica de diámetro  $d_p$ ,

$$\frac{A_P}{m_p} = \frac{\frac{\pi d_p^2}{4}}{\rho_p \cdot \vartheta_p} = \frac{\frac{\pi d_p^2}{4}}{\rho_p \cdot \frac{4}{3} \pi \frac{d_p^3}{8}} = \frac{2}{\frac{4}{3} \rho_p \cdot d_p} \quad (\text{A.7})$$

Y debido a que la velocidad terminal de una partícula se alcanza cuando la aceleración es nula,

$$\frac{du}{dt} = 0 \quad (\text{A.8})$$

La expresión (A.6) queda de la siguiente manera:

$$0 = \frac{\rho_P - \rho_g}{\rho_P} g - \frac{1}{2} \rho_g \cdot u^2 C_{D,0} \cdot \frac{2}{\frac{4}{3} \rho_P \cdot d_P} \quad (\text{A.9})$$

Finalmente, despejando, se obtiene la expresión de la velocidad terminal de una partícula esférica:

$$v_{t0} = \sqrt{\frac{4 \rho_P - \rho_g}{3} \frac{d_P}{\rho_g} g \frac{1}{C_{D,0}}} \quad (\text{A.10})$$

### A.1.2. Correlación Punwani et al.

Según la literatura, la correlación de Punwani et al. [11] tiene la siguiente forma:

$$\frac{2gD(\varepsilon_b^{-4.7} - 1)}{\left(\frac{v_b}{\varepsilon_b} - v_{t0}\right)^2} = 0.074\rho_g^{0.77} \quad (\text{A.11})$$

donde  $v_b$  es la velocidad de bloqueo,  $\varepsilon_b$  la porosidad existente en la tubería a la velocidad de bloqueo y  $\rho_g$  la densidad del gas expresada en  $lb/ft^3$ .

Para poder utilizar la expresión (A.11) con  $\rho_g$  en unidades del Sistema Internacional, es necesario realizar la correspondiente conversión de unidades, teniendo en cuenta que 1lb son 0.454kg y 1ft son 0.3045m. Por tanto,

$$0.074\rho_g^{0.77} = 0.034^{0.77} \cdot \rho_g^{0.77} = \left(\frac{0.454}{0.3045^3}\right)^{0.77} \cdot \frac{2gD(\varepsilon_b^{-4.7} - 1)}{\left(\frac{v_b}{\varepsilon_b} - v_{t0}\right)^2} \quad (\text{A.12})$$

Despejando:

$$\rho_g^{0.77} = \frac{2250 \cdot D(\varepsilon_b^{-4.7} - 1)}{\left(\frac{v_b}{\varepsilon_b} - v_{t0}\right)^2} \quad (\text{A.13})$$

### A.1.3. Correlación Konno y Saito

En la bibliografía consultada, se ha encontrado la correlación de Konno y Saito expresada según dos formatos diferentes:

$$c_{f,s} = 0.0285 \frac{(gD)^{0.5}}{v_p} \quad (\text{A.14})$$

$$F_{ws} = 0.057 \frac{\dot{m}_s}{A} \sqrt{\frac{g}{D}} \quad (\text{A.15})$$

La ecuación (A.14) se ha extraído de la referencia [17] y la (A.15) de la referencia [10].

$F_{ws}$  es la fuerza de fricción sólido-pared por unidad de volumen y  $c_{f,s}$  el coeficiente de fricción de los sólidos.

Nótese que,

$$f_s = 4c_{f,s} \quad (\text{A.16})$$

Según la nomenclatura utilizada en este proyecto,

$$F_{ws} = \frac{1}{2} \rho_p (1 - \varepsilon) \cdot v_p^2 \cdot \frac{f_s}{D} \quad (\text{A.17})$$

A continuación se va a comprobar que las expresiones (A.14) y (A.15) son equivalentes. En primer lugar, despejando  $f_s$  de la ecuación (A.17) se tiene,

$$f_s = \frac{2DF_{ws}}{\rho_p (1 - \varepsilon) \cdot v_p^2} \quad (\text{A.18})$$

Igualando (A.16) y (A.18) se obtiene,

$$4c_{f,s} = \frac{2DF_{ws}}{\rho_p (1 - \varepsilon) \cdot v_p^2} \implies c_{f,s} = \frac{DF_{ws}}{2 \cdot \rho_p (1 - \varepsilon) \cdot v_p^2} \quad (\text{A.19})$$

Sustituyendo la ecuación (A.15) en (A.19),

$$c_{f,s} = \frac{D \cdot 0.057 \frac{\dot{m}_s}{A} \sqrt{\frac{g}{D}}}{2 \cdot \rho_p (1 - \varepsilon) \cdot v_p^2} = 0.0285 \frac{D \cdot \rho_{ap}|_{\text{sólido}} \cdot v_p \sqrt{\frac{g}{D}}}{\rho_p (1 - \varepsilon) \cdot v_p^2} = 0.0285 \frac{D \cdot \rho_p (1 - \varepsilon) \sqrt{\frac{g}{D}}}{\rho_p (1 - \varepsilon) \cdot v_p} \quad (\text{A.20})$$

Simplificando,

$$c_{f,s} = 0.0285 \frac{\sqrt{gD}}{v_p}$$

Como puede observarse, la expresión anterior coincide con (A.14). Por tanto, queda demostrada la equivalencia de ambas expresiones.

#### A.1.4. Pérdida de carga en tubería horizontal

La potencia adicional necesaria para mantener las partículas sólidas en suspensión en una corriente gaseosa de forma continua a lo largo de una tubería horizontal, puede expresarse en función de la energía que dichas partículas perderán en los *choques o rebotes* con la pared, la cual es proporcional al cuadrado de la velocidad de sedimentación de la nube de partículas,  $v_t$ . La **Figura A2** ilustra este fenómeno.

$$\dot{W}_{\text{adicional}} = \Delta P \cdot Q_g = \frac{1}{2} v_t^2 \cdot \dot{m}_s \cdot \frac{\Delta L}{\Delta l} = \frac{1}{2} v_t^2 \cdot \rho_{ap}|_{\text{sólido}} \cdot v_p \cdot A \cdot \frac{\Delta L}{\Delta l} \quad (\text{A.21})$$

$\Delta L/\Delta l$  representa el número de veces que será necesario suministrar energía para elevar dichas partículas en un tramo de tubería  $\Delta L$ , es decir, el número de rebotes en la parte inferior.

Despejando la pérdida de carga por unidad de longitud asociada a estos choques de la ecuación (A.21):

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{1}{2} v_t^2 \cdot \rho_{ap}|_{\text{sólido}} \cdot v_p \cdot \frac{A}{\Delta l \cdot Q_g} = \frac{1}{2} v_t^2 \cdot \rho_p \cdot (1 - \varepsilon) \cdot v_p \cdot \frac{A}{\Delta l \cdot A \cdot v_{sg}} \quad (\text{A.22})$$

Además,

$$\Delta l = \frac{2D}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \text{con} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_t}{v_p}$$

Por lo tanto,

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{1}{2} v_t^2 \cdot \rho_p \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \frac{v_p}{\frac{2D}{v_t} \cdot v_{sg} \cdot v_p} \implies \frac{\Delta P}{\Delta L} = \frac{1}{2} v_t^2 \cdot \rho_p \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \frac{v_t}{2D \cdot v_{sg}} \quad (\text{A.23})$$

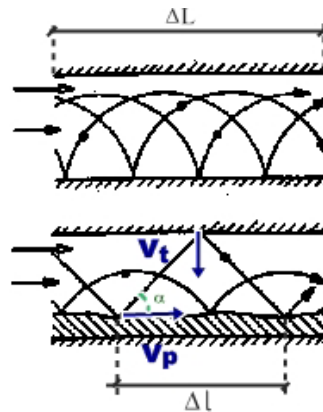


Figura A2. Rebotes en tubería horizontal

Es posible identificar una similitud entre estos rebotes y lo ocurrido en un tiro parabólico, el cual, se recuerda que viene dado por las siguientes expresiones:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_y = v_t \sin \alpha - gt \\ y = v_t \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} gt^2 \end{array} \right\} \text{ consiguiendo } y_{\text{máx}} = D \text{ para } v_y = 0$$

Considerando un ángulo  $\alpha=45^\circ$ , puede establecerse que:

$$y_{\text{máx}} = D = \frac{v_t^2 \cdot (\sin \alpha)^2}{2g} \implies \frac{1}{2} v_t^2 = \frac{gD}{(\sin 45^\circ)^2} = 2gD \quad (\text{A.24})$$

Insertando (A.24) en (A.23), se obtiene la pérdida de carga unitaria:

$$\frac{\Delta P}{\Delta L} = 2gD \cdot \rho_p \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \frac{v_t}{2D \cdot v_{sg}} = \rho_p \cdot (1 - \varepsilon) \cdot g \frac{v_t}{v_{sg}} \quad (\text{A.25})$$

Conviene mencionar que en algunas de las fuentes bibliográficas consultadas, como en la referencia [5], la pérdida de carga asociada a los sólidos se expresa en función de la velocidad superficial del gas, según el siguiente formato:

$$\left. \frac{\Delta P}{\Delta L} \right|_{\text{sólidos}} = \varphi \cdot f'_s \cdot \frac{\rho_g}{2} v_{sg}^2 \frac{1}{D} = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_g} f'_s \cdot \frac{\rho_g}{2} v_{sg}^2 \frac{1}{D} \quad (\text{A.26})$$

Donde,

$$f'_s = f_s \frac{v_p}{v_{sg}} + \frac{2\beta}{\frac{v_p}{v_{sg}} Fr^2}$$

$$\beta = \frac{v_t}{v_{sg}} \quad (\text{tubería horizontal})$$



$$Fr = \frac{v_{sg}}{\sqrt{gD}} \text{ (número de Froude)}$$

A continuación se va a comprobar que esta expresión es equivalente a la parte asociada a los sólidos de la ecuación (66) proporcionada en la memoria de este documento, la cual es:

$$\left. \frac{\Delta P}{\Delta L} \right|_{\text{sólidos}} = \frac{1}{2} \rho_p (1 - \varepsilon) \cdot v_p^2 \cdot \frac{f_s}{D} + \rho_p (1 - \varepsilon) g \frac{v_t}{v_{sg}} \quad (\text{A.27})$$

Es decir, se va a demostrar que las expresiones (A.26) y (A.27) son equivalentes. Para ello, se realiza el proceso en dos partes y se considera:

$$f'_s = f'_{s1} + f'_{s2} = f_s \frac{v_p}{v_{sg}} + \frac{2\beta}{\frac{v_p}{v_{sg}} Fr^2} \quad (\text{A.28})$$

Parte 1.- Demostración

$$\frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_g} f'_{s1} \cdot \frac{\rho_g}{2} v_{sg}^2 \frac{1}{D} = \frac{1}{2} \rho_p (1 - \varepsilon) \cdot v_p^2 \cdot \frac{f_s}{D}$$

Simplificando y utilizando la definición de gasto másico de sólidos,

$$\frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_g} f'_{s1} \cdot \rho_g \cdot v_{sg}^2 = f_s \frac{\dot{m}_s}{A} v_p \implies f'_{s1} = f_s \frac{v_p}{A} \cdot \frac{\dot{m}_g}{\rho_g \cdot v_{sg}^2}$$

$$f'_{s1} = f_s \frac{v_p}{A} \cdot \frac{\rho_g v_{sg} A}{\rho_g \cdot v_{sg}^2} = f_s \frac{v_p}{v_{sg}} \quad (\text{A.29})$$

Parte 2.- Demostración

$$\frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_g} f'_{s2} \cdot \frac{\rho_g}{2} v_{sg}^2 \frac{1}{D} = \rho_p (1 - \varepsilon) g \frac{v_t}{v_{sg}}$$

Aplicando las definiciones de gastos másicos, tanto del gas como de los sólidos,

$$\frac{\rho_p (1 - \varepsilon) v_p A}{\rho_g v_{sg} A} f'_{s2} \cdot \frac{\rho_g}{2} v_{sg}^2 \frac{1}{D} = \rho_p (1 - \varepsilon) g \frac{v_t}{v_{sg}}$$

Simplificando y despejando,

$$f'_{s2} = \frac{2D}{v_p v_{sg}} g \frac{v_t}{v_{sg}} = \frac{2\beta}{\frac{v_p v_{sg}}{gD}} = \frac{2\beta}{\frac{v_p}{v_{sg}} Fr^2} \quad (\text{A.30})$$

Puede observarse que si se realiza la suma de (A.29) y (A.30) se obtiene (A.28). Por consiguiente, queda demostrada la equivalencia de expresar la pérdida de carga asociada a los sólidos en función de la velocidad superficial del gas o según la velocidad de las partículas. Nótese que en el supuesto que  $\beta$  sea igual a 1, caso correspondiente a transporte vertical, dicha equivalencia sigue siendo válida.

### A.1.5. Correlación de Hinkle

En la bibliografía consultada, la correlación de Hinkle se ha encontrado formulada según dos formatos diferentes:

$$f_s = \frac{3\rho_g C_{D,0} D (v_g - v_p)^2}{2d_p \rho_p v_p^2} \quad (\text{A.31})$$

$$F_{ws} = \frac{3\rho_g C_{D,0} (1 - \varepsilon) (v_g - v_p)^2}{4d_p} \quad (\text{A.32})$$

La ecuación (A.31) se ha extraído de la referencia [25] y la (A.32) de la referencia [10].

Para comprobar que ambas expresiones, (A.31) y (A.32) son equivalentes, se va a seguir un procedimiento similar al realizado en el anexo A.1.3.

Sustituyendo (A.32) en (A.18),

$$f_s = \frac{2D \frac{3\rho_g C_{D,0} (1 - \varepsilon) (v_g - v_p)^2}{4d_p}}{\rho_p (1 - \varepsilon) \cdot v_p^2} \quad (\text{A.33})$$

Simplificando,

$$f_s = \frac{3\rho_g}{2\rho_p} D C_{D,0} \frac{(v_g - v_p)^2}{d_p \cdot v_p^2}$$

Puede observarse que la expresión anterior coincide con la (A.31). Por consiguiente, queda demostrada la equivalencia de las dos formulaciones encontradas en la literatura.

A continuación se desarrolla la interpretación física de la correlación de Hinkle. Para ello se realiza un balance de fuerzas para flujo completamente desarrollado: La pérdida de presión acusada por el flujo en un tramo L en el que se encuentran N partículas debe ser equivalente a la fuerza de fricción entre el flujo y las partículas. A su vez, la pérdida de presión del flujo la expresamos como una presión dinámica multiplicada por el factor de fricción,  $f_s$ .

$$N \cdot F_{part} = \frac{\Delta p_{fricción\ part-pared}}{L} \cdot L \cdot A \quad (\text{A.34})$$

Donde,

$$F_{part} = F_D = \frac{1}{2} \rho_g (v_g - v_p)^2 C_{D,0} \cdot \pi \frac{d_p^2}{4}$$

$$N = \frac{\rho_{ap}|_{sólido} \cdot V_{tot}}{\rho_p \vartheta_p} = \frac{\rho_{ap}|_{sólido} \cdot L \cdot A}{\rho_p \cdot \left(\frac{4}{3} \pi \frac{d_p^3}{8}\right)}$$

$$\frac{\Delta p_{fricción\ part-pared}}{L} = \frac{1}{2} \rho_{ap}|_{sólido} \cdot v_p^2 \cdot \frac{f_s}{D}$$

Por tanto,

$$\frac{\rho_{ap}|_{sólido} \cdot L \cdot A}{\rho_p \cdot \left(\frac{4}{3}\pi \frac{d_p^3}{8}\right)} \cdot \frac{1}{2} \rho_g (v_g - v_p)^2 C_{D,0} \cdot \pi \frac{d_p^2}{4} = \frac{1}{2} \rho_{ap}|_{sólido} \cdot v_p^2 \cdot \frac{f_s}{D} \cdot L \cdot A \quad (\text{A.35})$$

Simplificando y despejando  $f_s$ ,

$$f_s = \frac{3\rho_g D \cdot C_{D,0} (v_g - v_p)^2}{2d_p \rho_p \cdot v_p^2}$$

La expresión obtenida anteriormente es la correlación dada por Hinkle para obtener el factor de fricción de las partículas sólidas con la pared.

## A.2. INFORMACIÓN ADICIONAL

### A.2.1. Definiciones

- **Permeabilidad:** Medida de la facilidad con la que el aire pasará a través de un lecho de material sólido particulado cuando se le aplica una diferencia de presión. Una buena permeabilidad implica una baja resistencia al flujo de aire a través de los pasajes intersticiales. Generalmente, los materiales con una distribución de tamaños muy amplia presentan una permeabilidad muy baja.
- **Retención de aire:** Propiedad que determina la capacidad de un material a granel de mantener el aire en los espacios intersticiales entre las partículas durante un período de tiempo. Los materiales que presentan una alta retención de aire, cuando son introducidos en un recipiente se comportan casi como un líquido.
- **Fluidización:** Operación en la que, en un lecho de partículas sólidas, se hace pasar una corriente de fluido (líquido o gas) hasta lograr que dichas partículas queden suspendidas. Por tanto, a través de la fluidización, las partículas sólidas se comportan como si fueran un fluido.
- **Dureza:** Resistencia del material ante una presión o fuerza aplicada.
- **Clasificación de Geldart:** Su representación gráfica viene dada por la diferencia de densidades entre las partículas y el medio fluidizante en el eje Y (en el caso de que el medio sea aire, se simplifica y basta con referir la densidad de la partícula), y el tamaño de partícula medio en el eje X. En la **Figura A3** se muestra dicha representación.

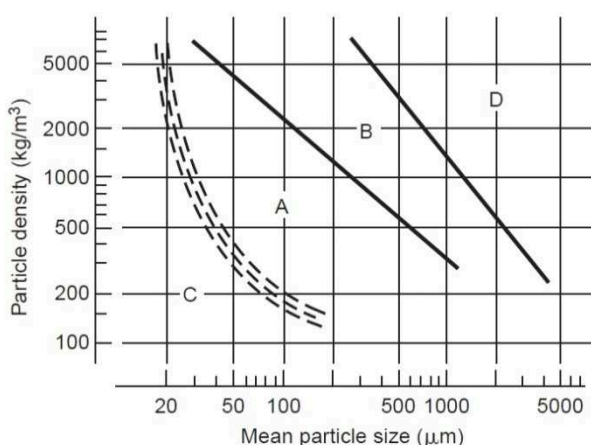


Figura A3. Clasificación de Geldart [2]

## A.2.2. Análisis de la zona de aceleración

En primer lugar, se va a realizar el cálculo de la densidad de la mezcla de gas y sólidos  $\rho_m$ .

Si se desea expresar dicha densidad en función de la porosidad:

$$\rho_m = \frac{m_{total}}{V_{tot}} = \frac{M_s + m_{gas}}{V_{tot}} = \rho_{ap}|_{sólido} + \rho_{ap}|_{gas} \quad (\text{A.36})$$

Por tanto,

$$\rho_m = \rho_p(1 - \varepsilon) + \rho_g \varepsilon \quad (\text{A.37})$$

Por otro lado, también es posible expresarla en función de la carga de sólidos:

$$\rho_m = \frac{m_{total}}{V_{tot}} = \frac{m_{gas} + M_s}{V_g + V_p} = \frac{m_{gas} + M_s}{\frac{m_{gas}}{\rho_g} + N \cdot \frac{m_p}{\rho_p}} = \frac{m_{gas} + M_s}{\frac{m_{gas}}{\rho_g} + \frac{M_s}{\rho_p}} \quad (\text{A.38})$$

Lo que es equivalente a:

$$\rho_m = \frac{\dot{m}_g + \dot{m}_s}{\frac{\dot{m}_g}{\rho_g} + \frac{\dot{m}_s}{\rho_p}} \quad (\text{A.39})$$

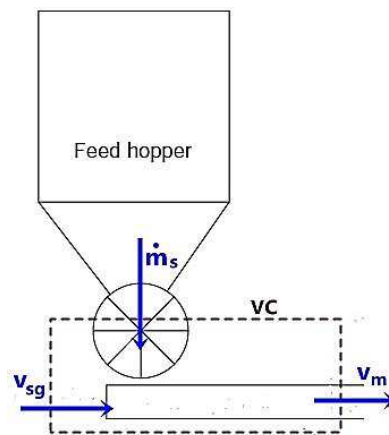
Operando:

$$\left( \frac{\dot{m}_g \cdot \rho_p + \dot{m}_s \cdot \rho_g}{\rho_g \cdot \rho_p} \right) \rho_m = \dot{m}_g + \dot{m}_s \implies \rho_m = \frac{(\dot{m}_g + \dot{m}_s) \cdot \rho_g \cdot \rho_p}{\dot{m}_g \cdot \rho_p + \dot{m}_s \cdot \rho_g} \quad (\text{A.40})$$

Dividiendo por  $\dot{m}_g$ :

$$\rho_m = \left( 1 + \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_g} \right) \frac{\rho_g \cdot \rho_p}{\rho_p + \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_g} \cdot \rho_g} = (1 + \varphi) \frac{\rho_g \cdot \rho_p}{\rho_p + \varphi \rho_g} \quad (\text{A.41})$$

A continuación se va a plantear un análisis integral considerando la región de aceleración de los sólidos como un volumen de control como el mostrado en la **Figura A4**.



**Figura A4.** Volumen de control de la zona de aceleración

Ecuación de continuidad:

$$\dot{m}_s + \rho_g v_{sg} A = \rho_m v_m A \quad (\text{A.42})$$

Despejando la velocidad de la mezcla:

$$v_m = \frac{\dot{m}_s + \rho_g v_{sg} A}{\rho_m A} = \frac{\dot{m}_s + \dot{m}_g}{\rho_m A} \quad (\text{A.43})$$

Insertando (A.41) en (A.43) se obtiene:

$$v_m = \frac{\dot{m}_s + \dot{m}_g}{A} \cdot \frac{\rho_p + \varphi \rho_g}{(1 + \varphi) \cdot \rho_g \cdot \rho_p} \quad (\text{A.44})$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_c} \rho \vec{v} \hat{i} dV + \int_{S_c} \rho \vec{v} \hat{i} \vec{v} \hat{n} dS = \int_{S_c} (\vec{\tau} \cdot \hat{n}) \hat{i} dS + \int_{V_c} \rho \vec{g} \hat{i} dV \quad (\text{A.45})$$

Donde,

$$\frac{d}{dt} \int_{V_c} \rho \vec{v} \hat{i} dV = 0 \quad (\text{Estacionario})$$

$$\int_{S_c} \rho \vec{v} \hat{i} \vec{v} \hat{n} dS = \int_{S_1+S_2} \rho \vec{v} \hat{i} \vec{v} \hat{n} dS = -\rho_g v_g^2 A + \rho_m v_m^2 A$$

$$\int_{S_c} (\vec{\tau} \cdot \hat{n}) \hat{i} dS = \int_{S_1+S_2} -p \hat{n} \hat{i} dS + \oint_{S_c} (\vec{\sigma} \cdot \hat{n}) \hat{i} dS$$

$$\int_{S_1+S_2} -p \hat{n} \hat{i} dS = (p_1 - p_2) A$$

$$\oint_{S_c} (\vec{\sigma} \cdot \hat{n}) \hat{i} dS = \oint_{S_1+S_2} (\vec{\sigma} \cdot \hat{n}) \hat{i} dS + \oint_{S_{lateral}} (\vec{\sigma} \cdot \hat{n}) \hat{i} dS = -\sigma_P A_{Lat}$$

$$\int_{V_c} \rho \vec{g} \hat{i} dV = 0 \quad (\text{Tubería horizontal})$$

Agrupando términos:

$$-\rho_g v_{sg}^2 A + \rho_m v_m^2 A = (p_1 - p_2) A - \sigma_P P \cdot L_{aceleracion} \quad (\text{A.46})$$

Despejando el término de presión y dividiendo por A:

$$(p_1 - p_2) = \rho_m v_m^2 - \rho_g v_{sg}^2 + \frac{4\sigma_P}{4A} L_{aceleración} \quad (\text{A.47})$$

Despreciando el término asociado a la fricción que se producirá en la longitud de aceleración, y combinando las expresiones (A.41) y (A.44) con (A.47), la caída de presión en esta región es la siguiente:

$$\Delta p_{ac-s} = \left[ (1 + \varphi) \frac{\rho_g \cdot \rho_p}{\rho_p + \varphi \rho_g} \right] \left( \frac{\dot{m}_s + \dot{m}_g}{A} \cdot \frac{\rho_p + \varphi \rho_g}{(1 + \varphi) \cdot \rho_g \cdot \rho_p} \right)^2 - \rho_g v_{sg}^2 \quad (\text{A.48})$$

Simplificando y operando:

$$\Delta p_{ac-s} = \frac{(\dot{m}_s + \dot{m}_g)^2}{A^2} \cdot \frac{\rho_p + \varphi \rho_g}{(1 + \varphi) \cdot \rho_g \cdot \rho_p} - \rho_g v_{sg}^2 = \frac{(\varphi + 1)^2 \cdot \dot{m}_g^2 \cdot (\rho_p + \varphi \rho_g)}{(1 + \varphi) \cdot \rho_g \cdot \rho_p \cdot A^2} - \rho_g v_{sg}^2$$

$$\Delta p_{ac-s} = \frac{(1 + \varphi) \cdot \dot{m}_g^2 \cdot (\rho_p + \varphi \rho_g) - \dot{m}_g^2 \cdot \rho_p}{\rho_g \cdot \rho_p \cdot A^2}$$

$$\Delta p_{ac-s} = \frac{\varphi \cdot \dot{m}_g^2 \cdot (\rho_p + \rho_g + \varphi \rho_g)}{\rho_g \cdot \rho_p \cdot A^2} = \frac{\varphi \cdot (\rho_p + \rho_g + \varphi \rho_g)}{\rho_g \cdot \rho_p} (\rho_g v_{sg})^2$$

Finalmente se obtiene:

$$\Delta p_{ac-s} = \frac{\varphi \cdot \rho_g v_{sg}^2 (\rho_p + \rho_g + \varphi \rho_g)}{\rho_p} = \varphi \cdot \rho_g v_{sg}^2 \left( 1 + \frac{\rho_g}{\rho_p} + \varphi \frac{\rho_g}{\rho_p} \right) \quad (\text{A.49})$$

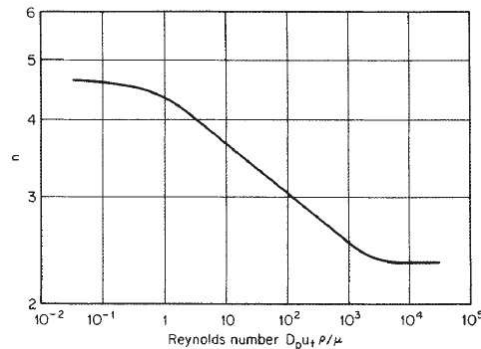
### A.2.3. Velocidad de sedimentación de una nube de partículas

En la referencia bibliográfica [6], la velocidad de sedimentación de un sistema multi-partícula viene dada por la siguiente expresión:

$$\frac{v_t}{v_{t0}} = (1 - c)^n \quad (\text{A.50})$$

Donde, n es un exponente que depende del número de Reynolds  $Re_{pf}$  como se indica en la **Figura A5**, y c es la concentración de sólidos en volumen. Por lo tanto, la ecuación (A.50) es equivalente a:

$$\frac{v_t}{v_{t0}} = \varepsilon^n \quad (\text{A.51})$$



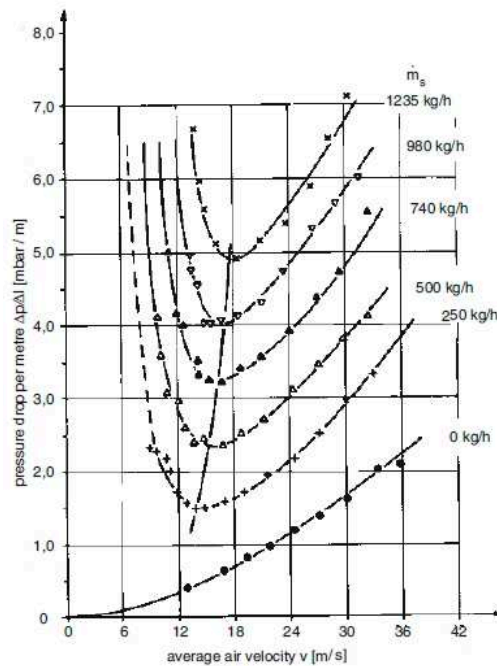
**Figura A5.** Valores del exponente n

Teniendo en cuenta que en sistemas de transporte neumático en fase diluida, los  $Re_{pf}$  son del orden de 1000 o más, se comprueba que el valor del exponente n de 2.35 obtenido en la memoria de este proyecto es válido.

## A.3. CASOS PRÁCTICOS

### A.3.1. Styropor en tubería vertical

La Figura A6 muestra los datos experimentales correspondientes al diagrama de estado de una instalación que transporta Styropor-3 (un poliestireno patentado por la empresa química BASF) con una densidad,  $\rho_p$ , de  $1050 \text{ kg/m}^3$  y una diámetro de partícula,  $d_p$ , de  $2.385 \text{ mm}$ . La línea de transporte es una tubería vertical con un diámetro,  $D$ , de  $52.6 \text{ mm}$  y el gas de transporte es aire a  $25^\circ\text{C}$  y  $0.85 \text{ bar}$ . Además, debe mencionarse que estas partículas tienen forma esférica.



$\dot{m}_s$ (kg/h)	$\dot{m}_s$ (kg/s)
250	0.0694
500	0.1389
740	0.2056
980	0.2722
1235	0.3431

Figura A6. Diagrama de estado experimental para Styropor en vertical [17]

En la Tabla A1 se han extraído los valores de dicha figura.

$\dot{m}_s = 0 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.0694 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.1389 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.2056 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.2722 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.3431 \text{ kg/s}$	
$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)
0	0	7	6.5	8.5	6.5	10	6.5	11.7	6.5	13.5	6.5
6	0.15	7.2	6	8.7	6	10.2	6	12	6	14.4	6
12	0.35	9	3	9.2	5	11	5	13.1	5	15	5.5
15	0.5	10.5	2	12	2.9	12	4.25	15	4.12	16.5	5
18	0.71	12	1.64	15	2.38	15	3.25	16.5	4	17.8	4.89
24	1.15	14	1.5	18	2.45	16.5	3.2	18	4.1	20	5
27	1.42	18	1.61	24	3	18	3.32	24	4.87	21	5.13
30	1.7	24	2.15	30	3.81	24	3.92	27	5.32	24	5.62
33.5	2	30	2.9	31.5	4	30	4.81	30	5.84	26	6
36	2.25	33	3.35	33	4.25	33	5.36	31.2	6	27	6.25
39	2.5	36	3.86	34.5	4.5	34.5	5.6	33	6.37	30	6.85

Tabla A1. Datos experimentales para Styropor en vertical



▪ Prueba A.3.1.1

Expresiones utilizadas:

- Punwani para el cálculo de la velocidad de bloqueo, ecuación (46).
- Konno y Saito para obtener  $f_s$ , ecuación (54).
- $v_{res} = v_{t0}$

En la **Figura A7** aparece el diagrama de estado que se ha obtenido para los distintos gastos másicos de sólidos.

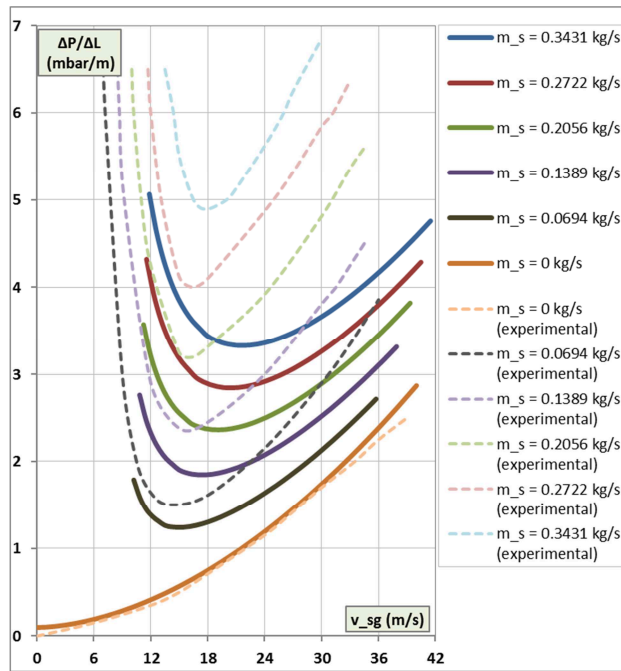


Figura A7. Prueba 1 para Styropor en vertical

Analizando los valores alcanzados, puede comprobarse que existen diferencias significativas entre los resultados basados en estas correlaciones y los resultados experimentales. Además, a medida que aumenta la carga de sólidos, los errores son mayores.

Para conocer el orden de magnitud de algunas de las variables de diseño, se muestran los valores obtenidos en la situación de bloqueo en la **Tabla A2**.

$\dot{m}_s \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)$	$\varphi$	$v_b \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$f_s$	$v_p \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$v_{t0} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$Re_p$	$\varepsilon$
0.0694	3.149	10.21	0.03149	2.601	7.732	993	0.9883
0.1389	5.944	10.83	0.02482	3.299			0.9815
0.2056	8.477	11.24	0.02167	3.78			0.9762
0.2722	10.9	11.56	0.01964	4.17			0.9714
0.3431	13.41	11.85	0.0181	4.524			0.9668

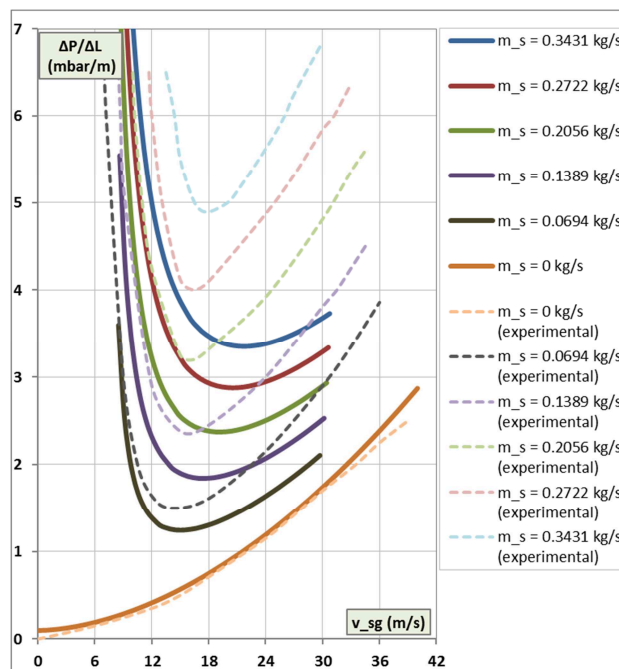
Tabla A2. Ejemplo de resultados para Styropor en vertical

▪ Prueba A.3.1.2

En esta simulación se pretende comparar las velocidades de bloqueo obtenidas con las correlaciones de Punwani y de Yang. Por ello, las expresiones utilizadas en este caso son las siguientes:

- Yang para el cálculo de la velocidad de bloqueo, ecuación (47).
- Konno y Saito para obtener  $f_s$ , ecuación (54).
- $v_{res} = v_{t0}$

La **Figura A8** muestra el diagrama de estado correspondiente.



**Figura A8.** Prueba 2 para Styropor en vertical

Como puede apreciarse, comparando la figura anterior con la **Figura A7**, la correlación de Yang para establecer el momento en el que se producirá el bloqueo se ajusta más que la de Punwani a los datos experimentales. A pesar de ello, para los gastos máxicos de sólidos más altos (0.2722 y 0.3431 kg/s), la situación de bloqueo se produce a una velocidad mayor que la predicha por la fórmula de Yang. Esto significa que si se decidiera tomar como velocidad del gas en el punto de alimentación la calculada por Yang para transportar en fase diluida, en la realidad el sistema se encontraría en un estado de lecho fluidizado. Por ello, es preciso tomar un margen de seguridad y así, asegurar que en la práctica se esté trabajando en fase diluida.

▪ Prueba A.3.1.3

Expresiones utilizadas:

- Yang para el cálculo de la velocidad de bloqueo, ecuación (47).
- Yang en vertical para obtener  $f_s$ , ecuaciones (55) y (56).
- Yang para calcular  $v_p$ , ecuación (59).

La **Figura A9** ofrece los resultados obtenidos en el caso de emplear las dos correlaciones de Yang para evaluar el factor de fricción de los sólidos. En el supuesto de que únicamente se aplique la ecuación (55), que es válida para la mayor parte del flujo en fase diluida, se obtiene el diagrama presentado en la **Figura A10**.

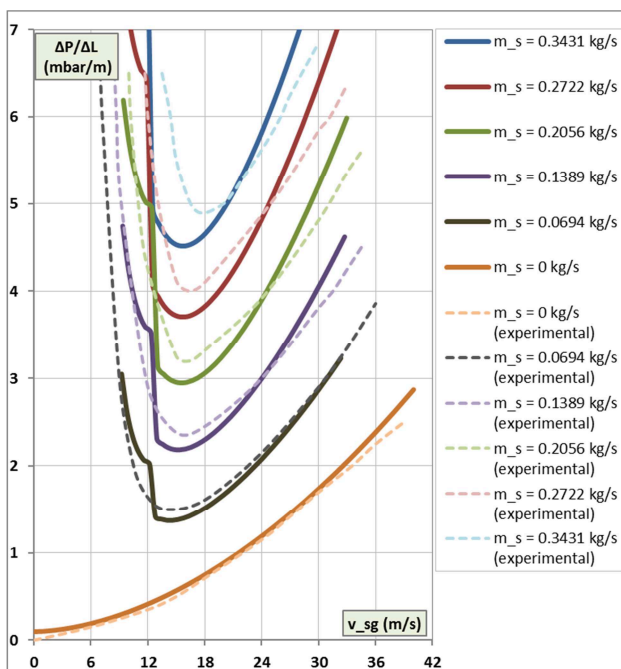


Figura A9. Prueba 3 (a) para Styropor en vertical

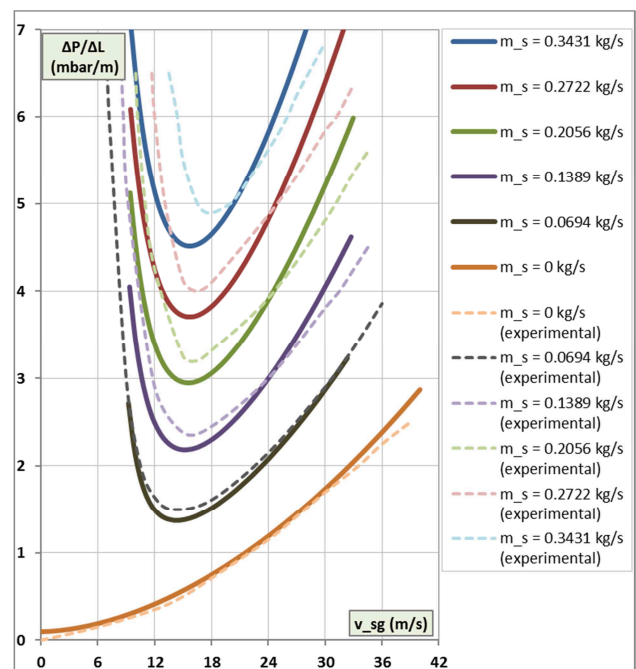


Figura A10. Prueba 3 (b) para Styropor en vertical

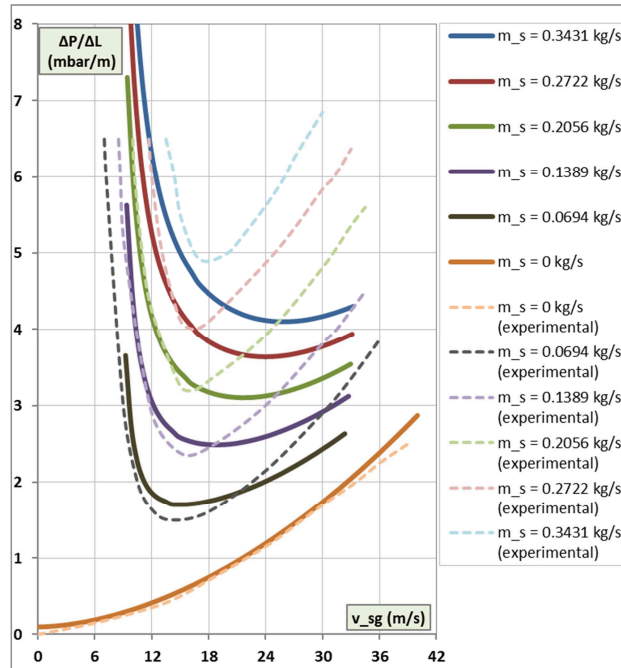
Como puede observarse, la utilización de estas correlaciones proporciona unos resultados bastante aceptables. La aplicación de las dos correlaciones de Yang para la obtención del factor de fricción de las partículas,  $f_s$ , en función de la relación entre la velocidad del gas y la velocidad terminal de las mismas, permite corregir y ajustar los valores de caída de presión más próximos a la situación de bloqueo. Sin embargo, esta corrección no mejora los valores de forma excesiva, por lo tanto el empleo de la ecuación (55) se considera apropiado y suficiente. Como es lógico, conforme aumenta la carga de sólidos, mayores desviaciones se producen entre las soluciones numéricas y los datos experimentales.

▪ Prueba A.3.1.4

Expresiones utilizadas:

- Yang para el cálculo de la velocidad de bloqueo, ecuación (47).
- Stegmaier para obtener  $f_s$ , ecuación (57).
- $v_{res} = v_{t0}$

En la **Figura A11** se presenta el diagrama de estado correspondiente.



**Figura A11.** Prueba 4 para Styropor en vertical

Estos resultados manifiestan que la correlación de Stegmaier proporciona unos buenos resultados para las velocidades de gas más bajas, las más próximas al bloqueo, y conforme los valores de velocidad son mayores al correspondiente al mínimo de presión, las caídas de presión que dicha expresión predice están muy por debajo de los datos experimentales.

### A.3.2. Perlas de vidrio

En la Figura A12 se facilitan los datos experimentales correspondientes al diagrama de estado de una instalación compuesta por una tubería vertical de diámetro,  $D$ , de 53.4mm, que transporta partículas de vidrio con una densidad,  $\rho_p$ , de  $2480 \text{ kg/m}^3$  y un diámetro de partícula,  $d_p$ , de 2.05 mm. Dichas partículas tienen forma esférica y el gas de transporte de la línea es aire a  $25^\circ\text{C}$  y 1.31 bar.

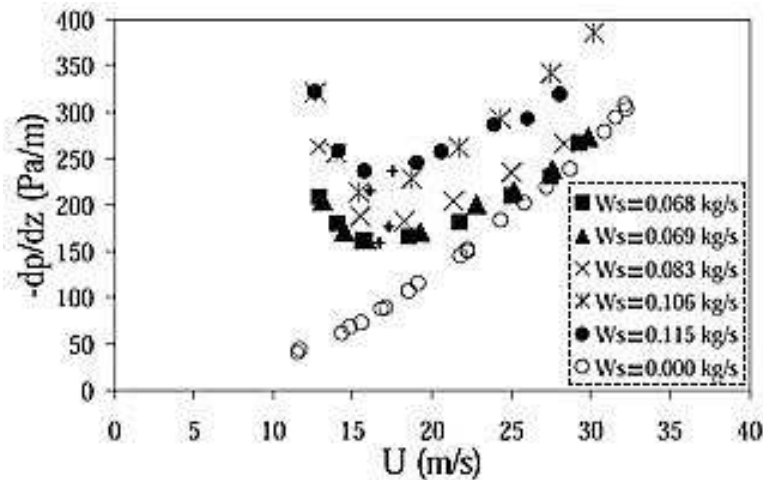


Figura A12. Diagrama de estado experimental para partículas de vidrio [18]

Los valores de la figura anterior se han extraído en la Tabla A3. Algunas series de datos son muy próximas a otras, por ello se ha decidido seleccionar sólo tres gastos másicos de sólidos. Dichos gastos son los siguientes: 0.068, 0.083 y 0.115 kg/s.

Nótese que 1 mbar son 100 Pa.

$\dot{m}_s = 0 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.068 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.083 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.115 \text{ kg/s}$	
$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)
11	0.46	12.5	2.1	12.5	2.65	12.5	3.25
15	0.7	14	1.75	15	1.85	14.3	2.55
20	1.2	15.5	1.55	18.5	1.8	15.5	2.4
25	1.75	19	1.6	21	1.95	19	2.49
30	2.5	22	1.76	25	2.38	20.5	2.57
33	3.05	25	2.08	28	2.7	24	2.84
-	-	27.5	2.36	-	-	26	3.02
-	-	30	2.72	-	-	27.5	3.2

Tabla A3. Datos experimentales para vidrio

▪ Prueba A.3.2.1

Expresiones utilizadas:

- Punwani para el cálculo de la velocidad de bloqueo, ecuación (46).
- Konno y Saito para obtener  $f_s$ , ecuación (54).
- $v_{res} = v_{t0}$

La **Figura A13** proporciona el diagrama de estado que se ha obtenido para los distintos gastos másicos de sólidos.

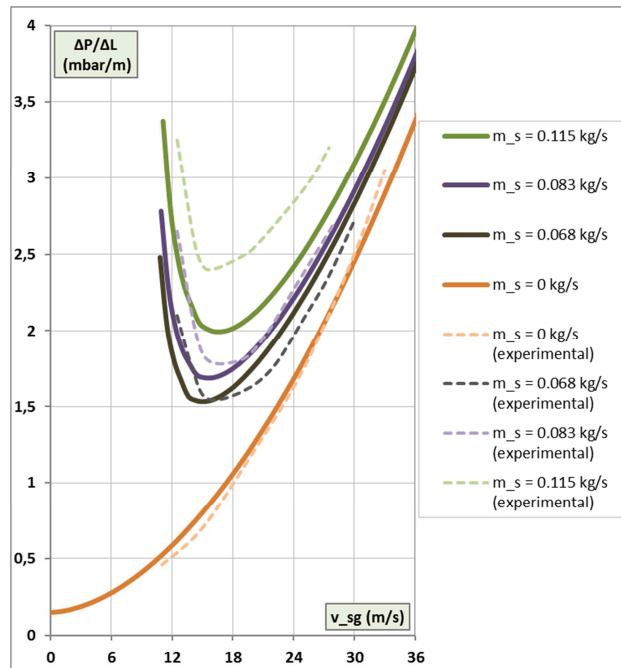


Figura A13. Prueba 1 para el vidrio

Puede apreciarse que los resultados muestran unas diferencias importantes con respecto a los datos experimentales, sobre todo en el caso de 0.115 kg/s.

Para conocer el orden de magnitud de algunas de las variables de diseño se muestran los valores obtenidos en la situación de bloqueo en la **Tabla A4**.

$\dot{m}_s \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)$	$\varphi$	$v_b \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$f_s$	$v_p \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$v_{t0} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$Re_p$	$\varepsilon$
0.068	1.835	10.81	0.04799	1.719	9.166	1559	0.9929
0.083	2.218	10.92	0.04487	1.839			0.9919
0.115	3.02	11.11	0.04019	2.053			0.9899

Tabla A4. Ejemplo de resultados para vidrio

▪ Prueba A.3.2.2

Expresiones utilizadas:

- Yang para el cálculo de la velocidad de bloqueo, ecuación (47).
- Yang en vertical para obtener  $f_s$ , ecuaciones (55) y (56).
- Yang para calcular  $v_p$ , ecuación (59).

La **Figura A14** ofrece los resultados obtenidos en el caso de emplear las dos correlaciones de Yang para evaluar el factor de fricción de los sólidos. En el supuesto de que únicamente se aplique la ecuación (55), que es válida para la mayor parte del flujo en fase diluida, se obtiene el diagrama presentado en la **Figura A15**.

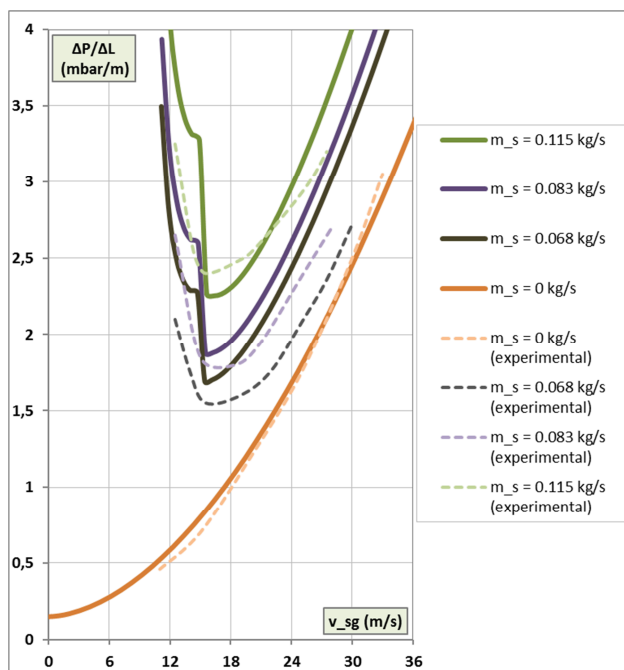


Figura A14. Prueba 2 (a) para vidrio

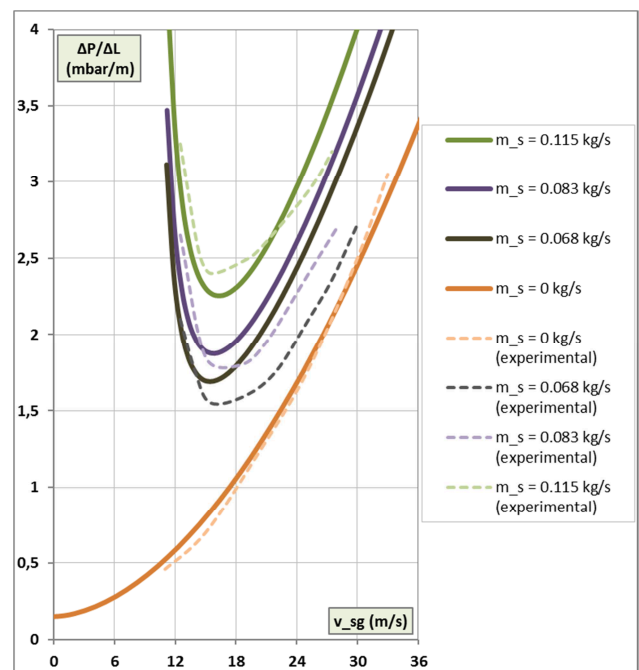


Figura A15. Prueba 2 (b) para vidrio

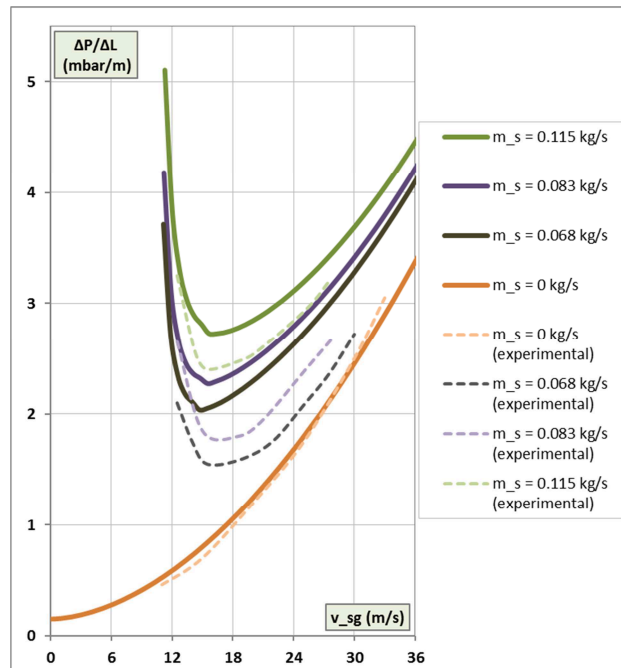
Para este material en concreto, puede apreciarse que la utilización de las dos correlaciones de Yang para obtener el factor de fricción de los sólidos empeora los resultados. En este caso, es más recomendable aplicar sólo la fórmula (55). Es bastante notable que para velocidades de gas superiores a 20 m/s aproximadamente, las caídas de presión son más altas que las producidas en la realidad. En la **Figura A15** se observa que el momento en el que se produce el bloqueo de la tubería se ajusta muy bien a los datos experimentales.

▪ Prueba A.3.2.3

Expresiones utilizadas:

- Yang para el cálculo de la velocidad de bloqueo, ecuación (47).
- Stegmaier para obtener  $f_s$ , ecuación (57).
- $v_{res} = v_{t0}$

En la **Figura A16** se indica el diagrama de estado correspondiente.



**Figura A16.** Prueba 3 para vidrio

Se observa que las caídas de presión obtenidas tienen unos valores más altos que los reales. Esto significa que, para este caso en particular, la fórmula de Stegmaier predice una fricción de los sólidos mayor a la que ocurre en la práctica. Debe mencionarse que se ajusta bastante mejor que para el Styropor.



### A.3.3. Polietileno en tubería vertical

La Figura A17 muestra los puntos experimentales correspondientes al diagrama de estado de una instalación que transporta pellets de polietileno (PE) con una  $\rho_p$  de  $920 \text{ kg/m}^3$  y un  $d_p$  de  $3.34 \text{ mm}$ , en una tubería vertical con diámetro,  $D=100 \text{ mm}$ , y con aire a  $25^\circ\text{C}$  y  $1.1 \text{ bar}$  como gas de transporte.

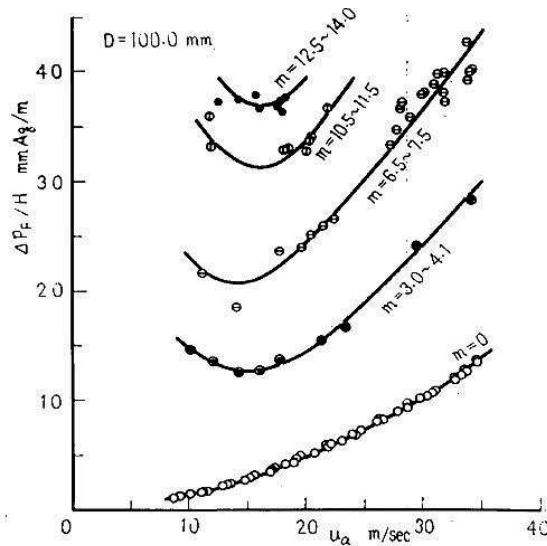


Figura A17. Diagrama de estado experimental para polietileno en vertical [19]

Los valores de dicha figura se han extraído en la Tabla A5. Además, debe notarse que en la figura anterior,  $m$  es el ratio de sólidos-aire (carga de sólidos,  $\varphi$ ). Para conocer el  $\dot{m}_s$  con el que se corresponden cada una de las curvas, el cual es constante, se ha tomado el valor mínimo de velocidad del gas de los ensayos debido a que la presión en el punto de alimentación es conocida, y, por consiguiente, se ha utilizado el valor máximo de  $m$  dado.

$\varphi$	$v_{sg} \text{ (m/s)}$	$\dot{m}_g \text{ (kg/s)}$	$\dot{m}_s \text{ (kg/s)}$
4.1	10	0.1009	0.4138
7.5	10.5	0.1060	0.7948
11.5	11	0.111	1.2767

A partir de ahí, se ha obtenido el gasto másico de gas oportuno y así, se ha hallado  $\dot{m}_s$ . Debido a los pocos datos experimentales existentes para la mayor carga de sólidos que aparece en la figura (de 12.5 a 14), se ha decidido no considerarla. Nótese que  $1 \text{ mbar}$  son  $10 \text{ mm c.a.}$

$\dot{m}_s = 0 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.4138 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.7948 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 1.2767 \text{ kg/s}$	
$v_{sg} \text{ (m/s)}$	$\frac{\Delta p}{\Delta L} \text{ (mbar/m)}$	$v_{sg} \text{ (m/s)}$	$\frac{\Delta p}{\Delta L} \text{ (mbar/m)}$	$v_{sg} \text{ (m/s)}$	$\frac{\Delta p}{\Delta L} \text{ (mbar/m)}$	$v_{sg} \text{ (m/s)}$	$\frac{\Delta p}{\Delta L} \text{ (mbar/m)}$
10	0.2	10	1.49	10.5	2.17	11	3.5
15	0.33	14	1.32	14	2.07	15	3.12
20	0.54	17.5	1.35	17.5	2.25	15.5	3.1
25	0.75	21	1.51	20	2.45	18.1	3.2
30	1.04	30	2.4	25	3	20.5	3.53
35	1.4	34.7	2.85	30	3.6	22.5	3.77
-	-	-	-	34.7	4.25	-	-

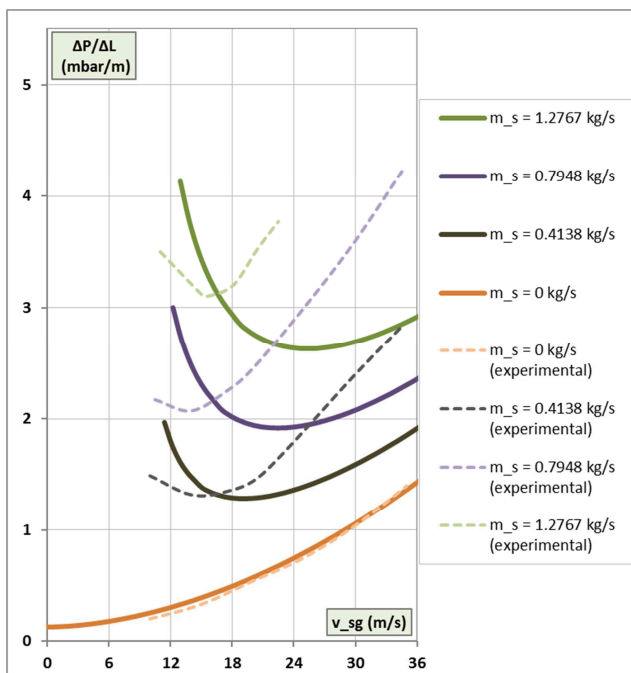
Tabla A5. Datos experimentales para polietileno en vertical

▪ Prueba A.3.3.1

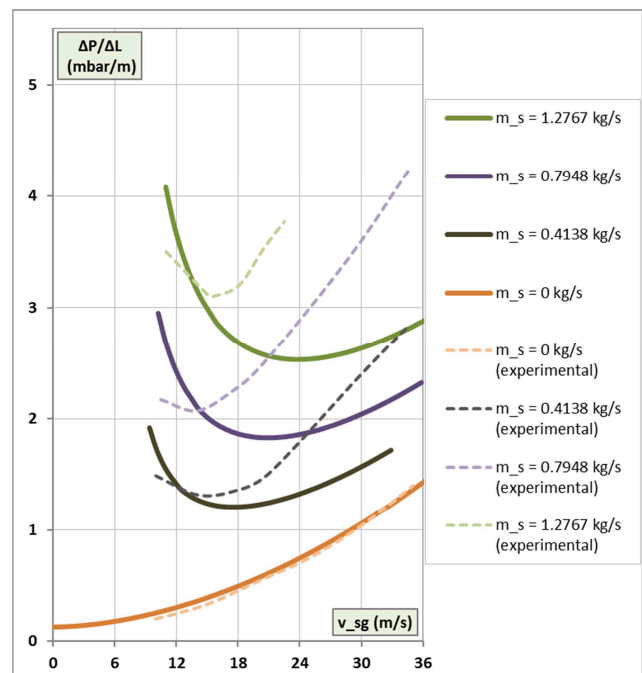
Expresiones utilizadas:

- Punwani para el cálculo de la velocidad de bloqueo, ecuación (46).
- Konno y Saito para obtener  $f_s$ , ecuación (54).
- $v_{res} = v_{t0}$

En la **Figura A18** aparece el diagrama de estado que se ha conseguido para los distintos gastos máscicos de sólidos en el caso de considerar partículas esféricas con una velocidad terminal de 7.85 m/s, y en la **Figura A19** el correspondiente si las partículas no son esféricas y tienen una velocidad terminal de 5.8 m/s.



**Figura A18.** Prueba 1 (a) para PE en vertical



**Figura A19.** Prueba 1 (b) para PE en vertical

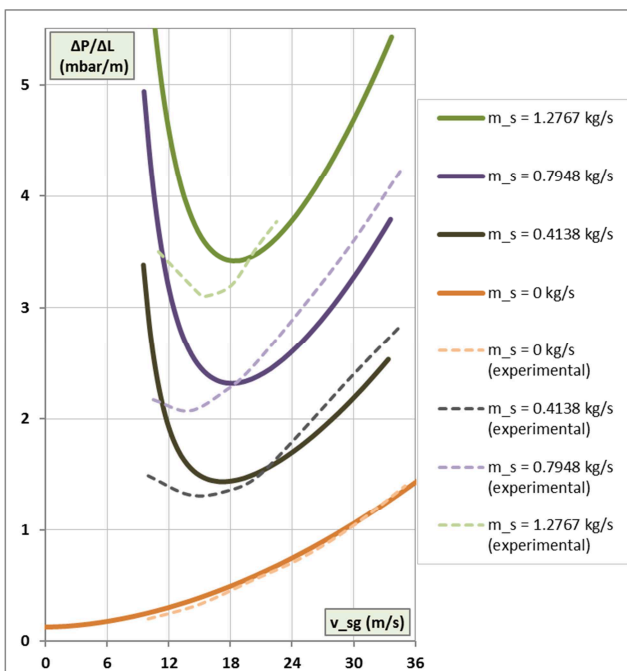
Como puede apreciarse, al considerar que los pellets de polietileno no son partículas esféricas, los valores de velocidad del gas para las proximidades de la situación de bloqueo son más similares a los ocurridos en la realidad y la única diferencia existente en ambas curvas, es que los valores de la prueba b están desplazados hacia la izquierda. Esto es debido a que si la velocidad terminal de la partícula disminuye, también lo hace la velocidad de bloqueo. Las caídas de presión no cambian, como era esperado, ya que la correlación de Konno y Saito no tiene en cuenta el efecto de la velocidad terminal. Una vez más, se comprueba que esta expresión no es lo suficientemente precisa.

▪ Prueba A.3.3.2

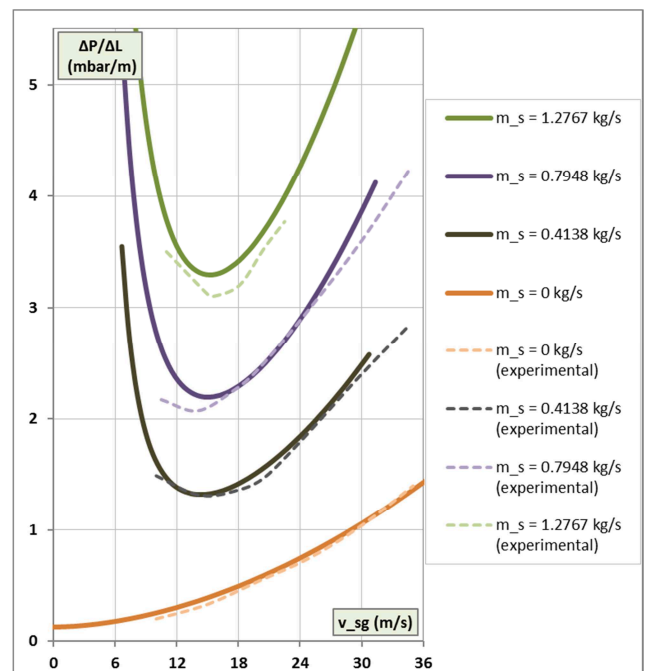
Expresiones utilizadas:

- Yang para el cálculo de la velocidad de bloqueo, ecuación (47).
- Yang en vertical para obtener  $f_s$ , sólo se ha empleado la ecuación (55).
- Yang para calcular  $v_p$ , ecuación (59).

En la **Figura A20** se presentan los resultados obtenidos en el caso de considerar partículas esféricas y la **Figura A21** muestra el diagrama de estado correspondiente para partículas no esféricas con velocidad terminal de 5.8 m/s.



**Figura A20.** Prueba 2 (a) para PE en vertical



**Figura A21.** Prueba 2 (b) para PE en vertical

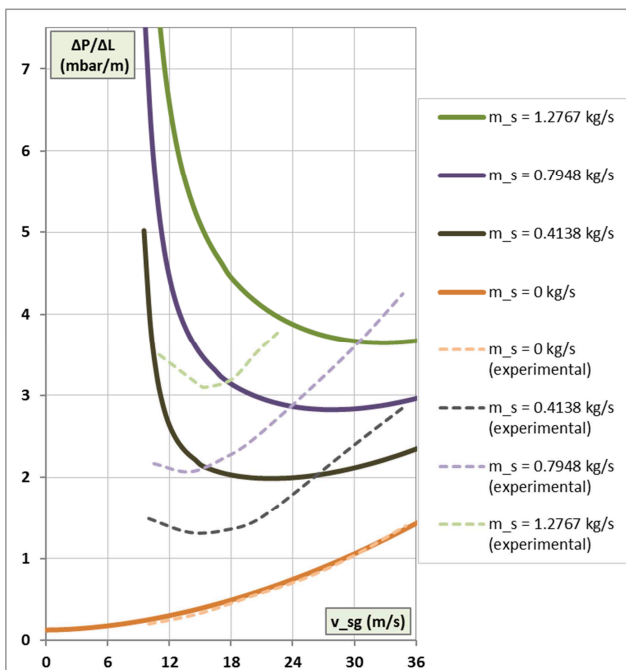
Considerando los pellets como partículas no esféricas, los resultados se ajustan bastante bien a la realidad. Teniendo en cuenta que los datos experimentales correspondientes a los valores de velocidad más bajos no son los valores de bloqueo debido a que las caídas de presión son demasiado pequeñas, se aprecia que la tendencia de las curvas es muy buena.

▪ Prueba A.3.3.3

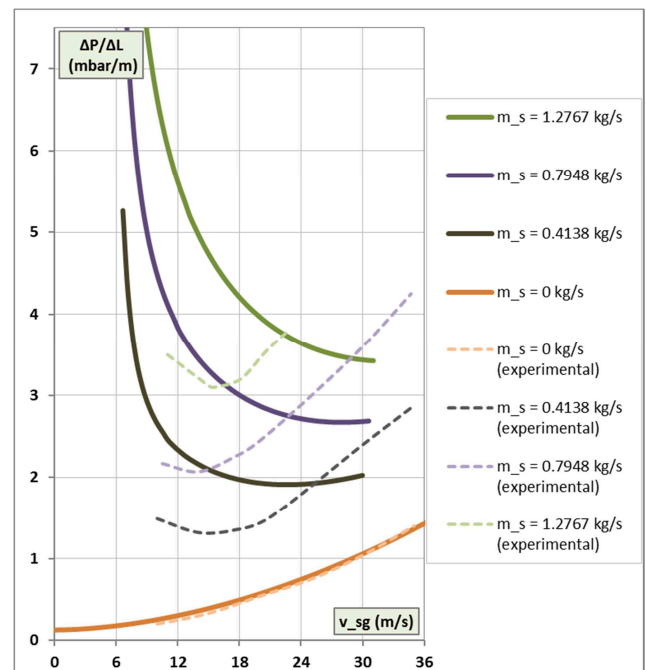
Expresiones utilizadas:

- Yang para el cálculo de la velocidad de bloqueo, ecuación (47).
- Stegmaier para obtener  $f_s$ , ecuación (57).
- $v_{res} = v_{t0}$

En la **Figura A22** se indica el diagrama de estado correspondiente al caso de partículas esféricas y en la **Figura A23** para partículas no esféricas con velocidad terminal de 5.8 m/s.



**Figura A22.** Prueba 3 (a) para PE en vertical



**Figura A23.** Prueba 3 (b) para PE en vertical

Como puede apreciarse, no se presentan grandes cambios entre una y otra figura, salvo que los valores de la prueba 3 (b) están desplazados hacia la izquierda, dado que la velocidad terminal de la partícula disminuye, y por tanto también la velocidad de bloqueo. Se observa que la tendencia de las curvas no se ajusta al comportamiento del sistema real, debido a que para las velocidades de gas más bajas, las caídas de presión son mayores que las de los datos experimentales, y para velocidades más altas sucede lo contrario.

### A.3.4. Styropor en tubería horizontal

La Figura A24 muestra los datos experimentales correspondientes al diagrama de estado de una instalación que transporta Styropor-3 con una densidad,  $\rho_p$ , de  $1050 \text{ kg/m}^3$  y un diámetro de partícula,  $d_p$ , de  $2.385 \text{ mm}$ . La instalación consta de una tubería horizontal con un diámetro,  $D$ , de  $52.6 \text{ mm}$ , y el gas de transporte es aire a  $25^\circ\text{C}$  y  $0.85 \text{ bar}$ .

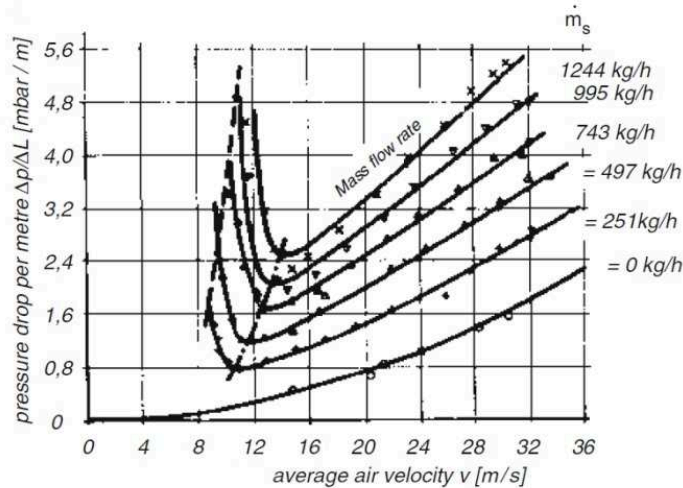


Figura A24. Diagrama de estado experimental para Styropor en horizontal <sup>[17]</sup>

$\dot{m}_s$ (kg/h)	$\dot{m}_s$ (kg/s)
251	0.0697
497	0.1381
743	0.2064
995	0.2764
1244	0.3456

Los valores de la figura anterior se han extraído en la Tabla A6.

$\dot{m}_s = 0 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.0697 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.1381 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.2064 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.2764 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.3456 \text{ kg/s}$	
$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)
0	0	8.5	1.75	8.7	3.2	10	4	11	4.8	12	4.7
8	0.1	9	1	9.5	2.4	11	2.4	12	2.8	13	3.2
10	0.18	10	0.8	11	1.25	12	2	13	2.13	14	2.61
12	0.27	12	0.85	12	1.21	12.5	1.74	14	2.14	16	2.62
14	0.35	14	0.95	14	1.3	14	1.78	16	2.3	19	3.2
16	0.5	16	1.1	16	1.5	16	2	20	2.95	20	3.4
20	0.77	20	1.5	20	2	20	2.5	24	3.56	24	4.1
24	1.1	24	1.9	24	2.52	24	3	28	4.2	28	4.8
28	1.4	28	2.34	28	3	28	3.6	32	4.8	30	5.2
32	1.8	32	2.8	32	3.54	32	4.2	-	-	32	5.6
36	2.3	35.4	3.2	35	4	33	4.4	-	-	-	-

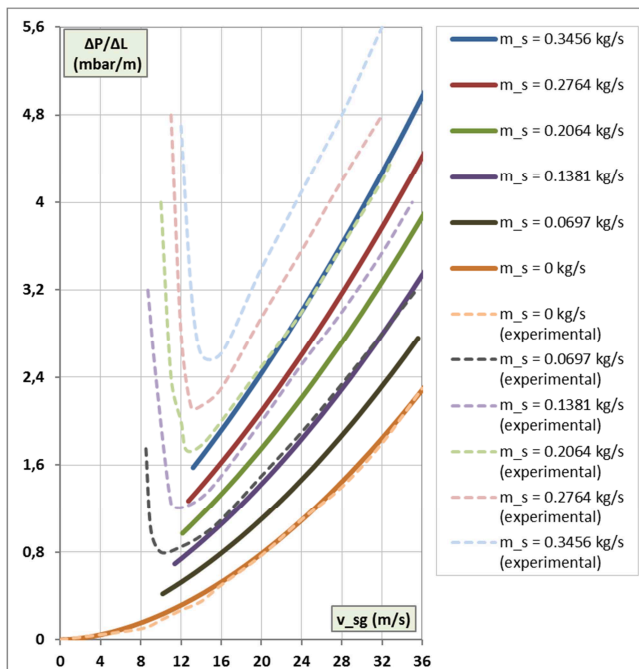
Tabla A6. Datos experimentales para Styropor en horizontal

▪ Prueba A.3.4.1

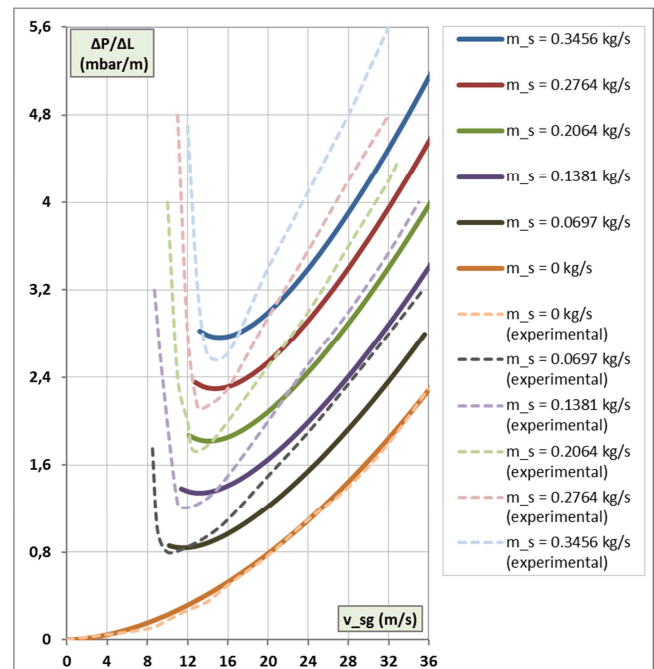
Expresiones utilizadas:

- Rizk para el cálculo de la velocidad de ruptura, ecuación (61).
- Correlación de Hinkle para obtener  $f_s$ , ecuación (69).
- Hinkle modificada IGT para calcular  $v_p$ , ecuación (72).

La **Figura A25** presenta las caídas de presión por unidad de longitud sin considerar el término adicional indicado por diversos investigadores para mantener las partículas suspendidas en la conducción (ecuación (65)), y la **Figura A26** los resultados alcanzados en el supuesto de valorarlo (ecuación(66)). Para conocer el orden de magnitud de algunas de las variables de diseño se muestran los valores obtenidos en la situación de ruptura en la **Tabla A7**.



**Figura A25.** Prueba 1 (a) para Styropor en horizontal



**Figura A26.** Prueba 1 (b) para Styropor en horizontal

Puede observarse que, gracias a la consideración de los rebotes de las partículas, se consigue elevar las caídas de presión y con ello, los resultados mejoran ligeramente. Para velocidades muy próximas a la de ruptura, este efecto es más notable, ya que en ese momento, el término de presión correspondiente a dicho efecto es bastante elevado respecto a los otros que conforman la pérdida de carga por unidad de longitud (fricción del gas y de las partículas). De todas formas, aunque las caídas de presión sean un poco menores que las producidas en la realidad, la tendencia del comportamiento del sistema está muy ajustada.

$\dot{m}_s \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)$	$\varphi$	$v_r \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$f_s$	$v_p \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$v_{t0} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$Re_{pf}$	$\varepsilon$
0.0697	3.177	10.17	0.01019	5.912	8.504	1092	0.9948
0.1381	5.629	11.37	0.01013	6.611			0.9908
0.2064	7.878	12.14	0.01016	7.059			0.9872
0.2764	10.06	12.73	0,01022	7.404			0.9836
0.3456	12.13	13.2	0,0103	7.679			0.9803

**Tabla A7.** Ejemplo de resultados para Styropor en horizontal

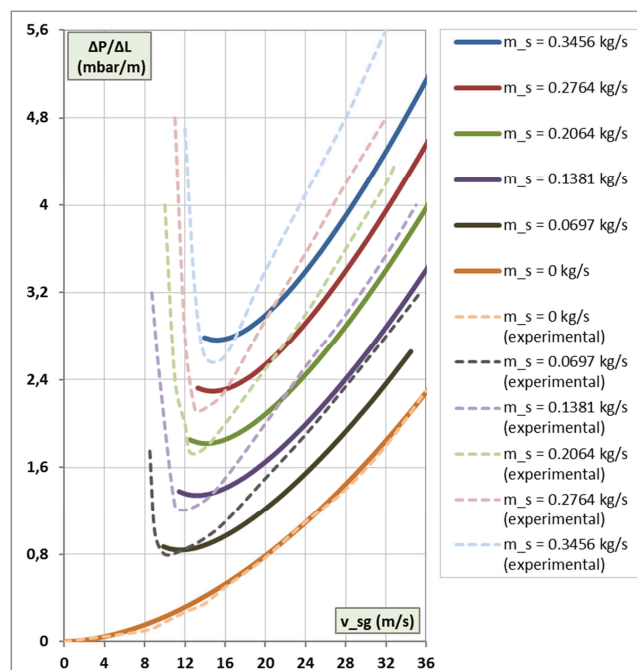
▪ Prueba A.3.4.2

En esta simulación se pretende comparar las velocidades de ruptura obtenidas con las correlaciones de Rizk y de Matsumoto. Por ello, las expresiones utilizadas en este caso son las siguientes:

- Matsumoto para el cálculo de la velocidad de ruptura, ecuación (62).
- Correlación de Hinkle para obtener  $f_{s_r}$ , ecuación (69).
- Hinkle modificada IGT para calcular  $v_p$ , ecuación (72).

Este ensayo se desarrolla directamente considerando las pérdidas de energía en los rebotes debido a que en la prueba 1 se han alcanzado soluciones más próximas a la realidad.

La **Figura A27** presenta los resultados obtenidos. Examinándola junto con la **Figura A26**, se comprueba que se logran valores prácticamente idénticos. Nótese que para este caso específico en el que el diámetro de partícula crítico (0,423mm) es menor que el diámetro de partícula, la correlación de Matsumoto a emplear es la ecuación (62). Por lo tanto puede concluirse que la expresión de Rizk resulta apropiada y, al ser más cómoda de manejar, sería la correlación recomendada para diámetros de partícula similares.



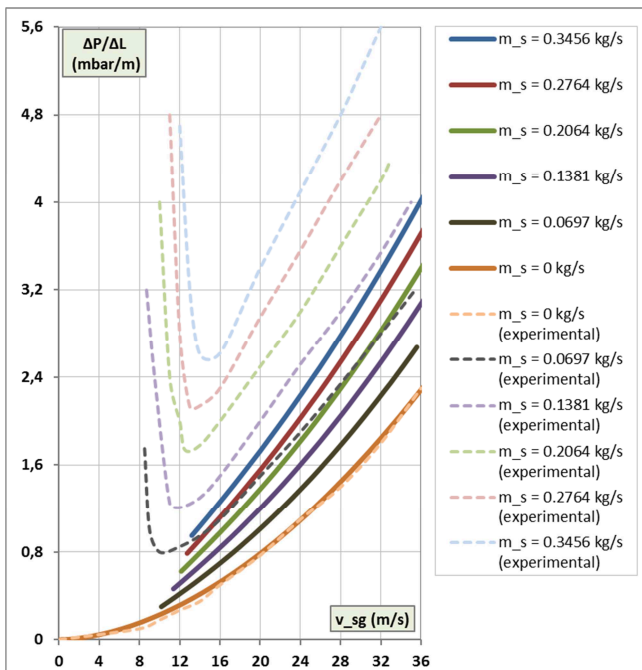
**Figura A27.** Prueba 2 para Styropor en horizontal

▪ Prueba A.3.4.3

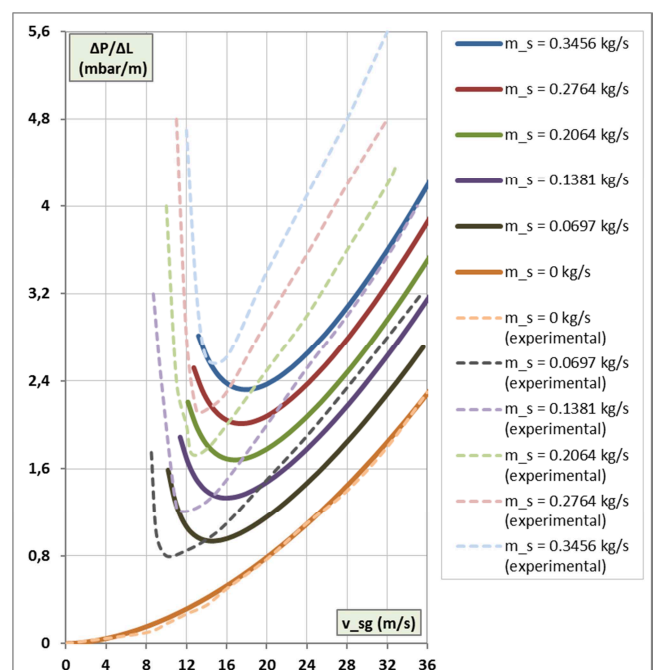
Expresiones utilizadas:

- Rizk para el cálculo de la velocidad de ruptura, ecuación (61).
- Correlación de Yang en horizontal para obtener  $f_s$ , ecuación (70).
- Yang para calcular  $v_p$ , ecuación (59).

La **Figura A28** presenta los resultados obtenidos en el caso de no valorar la pérdida de energía que las partículas experimentan en los rebotes, y la **Figura A29** los alcanzados en el supuesto de considerar dicho efecto.



**Figura A28.** Prueba 3 (a) para Styropor en horizontal



**Figura A29.** Prueba 3 (b) para Styropor en horizontal

La **Figura A28** muestra que las pérdidas de carga logradas son bastante inferiores a las que se producen en realidad. Esto se debe a que, para esta instalación en concreto, la fórmula de Yang para obtener el factor de fricción de las partículas ofrece unos valores de fricción muy por debajo de los que existen. Teniendo en cuenta el efecto de los rebotes, la situación mejora notablemente para las velocidades de gas más próximas a la ruptura. Para velocidades muy superiores, este efecto puede considerarse despreciable.



▪ Prueba A.3.4.4

Expresiones utilizadas:

- Rizk para el cálculo de la velocidad de ruptura, ecuación (61).
- Correlación de Stegmaier en horizontal para obtener  $f_s$ , ecuación (71).

En la **Figura A30** se presentan los resultados obtenidos en el caso de emplear la fórmula de Hinkle modificada por el IGT (ecuación (72)) para calcular la velocidad de las partículas. La **Figura A31** muestra las caídas de presión correspondientes en el supuesto de utilizar la fórmula de Yang (ecuación (59)). En ambas ocasiones se ha valorado el efecto producido por los rebotes de las partículas.

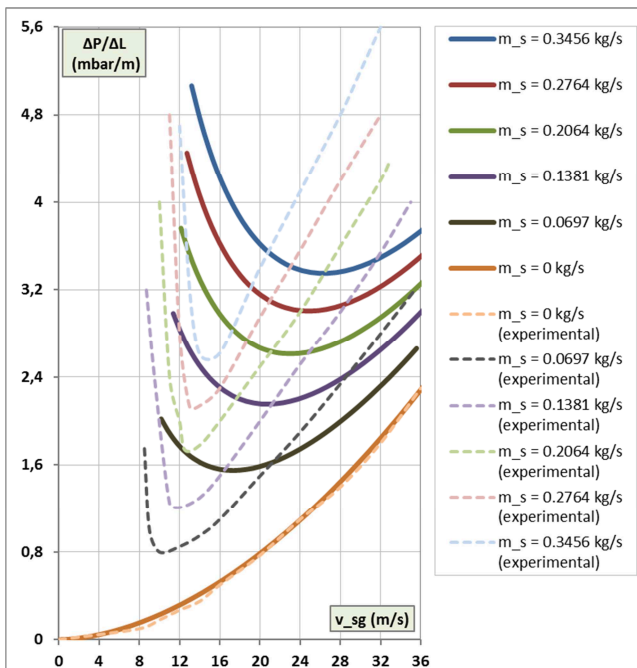


Figura A30. Prueba 4 (a) para Styropor en horizontal

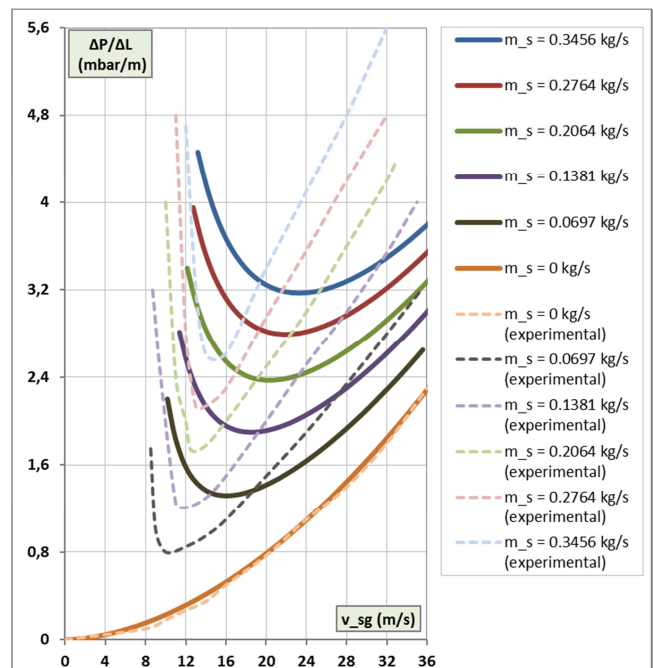


Figura A31. Prueba 4 (b) para Styropor en horizontal

Se observa que las caídas de presión que resultan al hallar la velocidad de las partículas con Hinkle IGT son mayores que las obtenidas al emplear la correlación de Yang, para las velocidades de gas más próximas a la ruptura. Esto es así porque las velocidades de partícula alcanzadas con Yang son mucho menores a las de Hinkle en esa región. Para velocidades muy superiores a la de ruptura, ambas gráficas muestran unas caídas de presión prácticamente idénticas.

Por otro lado, se aprecia que la tendencia de las curvas halladas con la correlación de Stegmaier se aleja del comportamiento real. Los coeficientes de dicha fórmula deberían ser más elevados, con el consiguiente aumento del factor de fricción y por tanto, de las caídas de presión unitarias.

### A.3.5. Polietileno en tubería horizontal

La Figura A32 muestra los datos experimentales correspondientes al diagrama de estado de una instalación que transporta pellets de polietileno (PE) con una densidad,  $\rho_p$ , de  $911 \text{ kg/m}^3$  y un diámetro de partícula,  $d_p$ , de  $3.658 \text{ mm}$ . La tubería es horizontal con un diámetro,  $D$ , de  $80 \text{ mm}$ , y con aire a  $25^\circ\text{C}$  y  $0.94 \text{ bar}$  como gas de transporte.

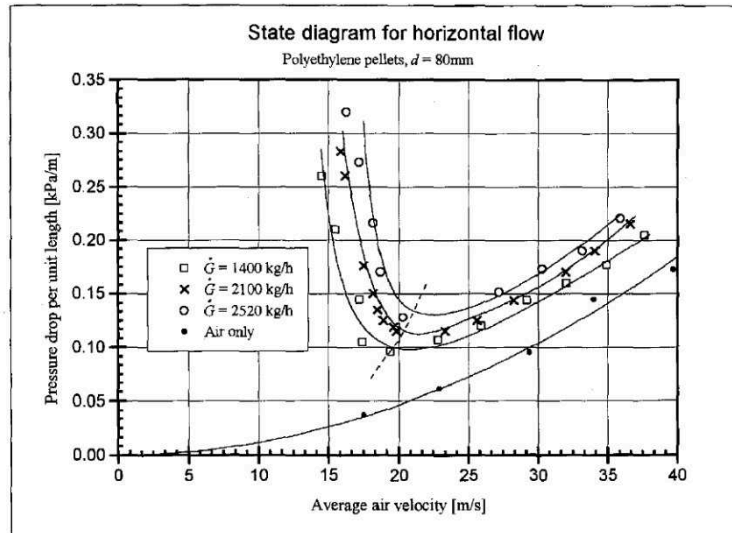


Figura A32. Diagrama de estado experimental para polietileno en horizontal [28]

$\dot{m}_s$ (kg/h)	$\dot{m}_s$ (kg/s)
1400	0.3889
2100	0.5833
2520	0.7

Los valores de dicha figura se han extraído en la Tabla A8. Nótese que  $1 \text{ kPa}$  son  $10 \text{ mbar}$ .

$\dot{m}_s = 0 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.3889 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.5833 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.7 \text{ kg/s}$	
$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)
0	0	14.17	2.583	15.83	2.89	17.48	3.17
9.17	0.0841	15	2.166	16.62	2.56	18.34	2.168
12.49	0.171	16.25	1.5	17.51	1.751	19.17	1.666
15	0.253	17.5	1.166	18.34	1.5	20	1.417
17.49	0.34	19.17	1	20	1.166	22.51	1.251
19.17	0.4219	21.66	1.01	20.83	1.095	27.51	1.5
20.83	0.513	25	1.086	23.34	1.166	30	1.666
22.91	0.61	30	1.413	28.34	1.431	33.34	2
25	0.75	31.66	1.54	31.7	1.72	35	2.166
29.17	1	35	1.756	34.17	1.917	36	2.249
35	1.417	38.15	2	36.66	2.166	-	-
40	1.834	-	-	-	-	-	-

Tabla A8. Datos experimentales para polietileno en horizontal

▪ Prueba A.3.5.1

Expresiones utilizadas:

- Rizk para el cálculo de la velocidad de ruptura, ecuación (61).
- Correlación de Hinkle para obtener  $f_s$ , ecuación (69).
- Hinkle modificada IGT para calcular  $v_p$ , ecuación (72).

Se han realizado los cálculos considerando que las partículas son esféricas. La **Figura A33** presenta los resultados obtenidos en el caso de no valorar la pérdida de energía que las partículas experimentan en los rebotes, y la **Figura A34** los alcanzados en el supuesto de considerar dicho efecto.

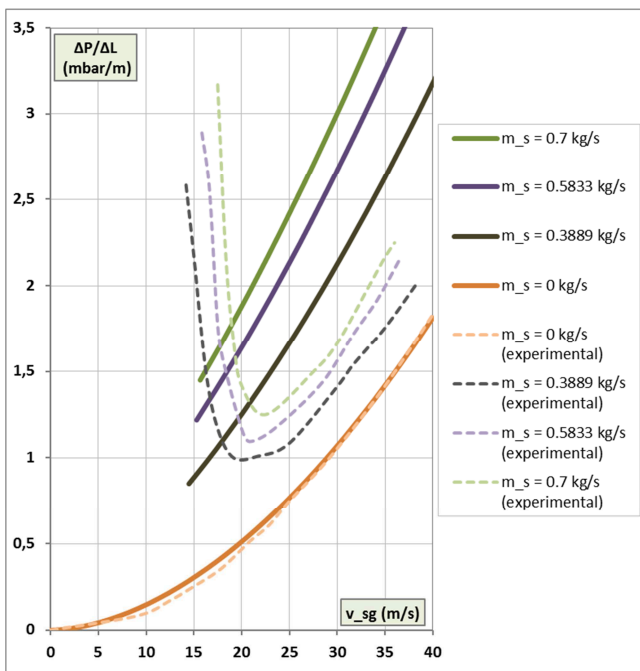


Figura A33. Prueba 1 (a) para PE en horizontal

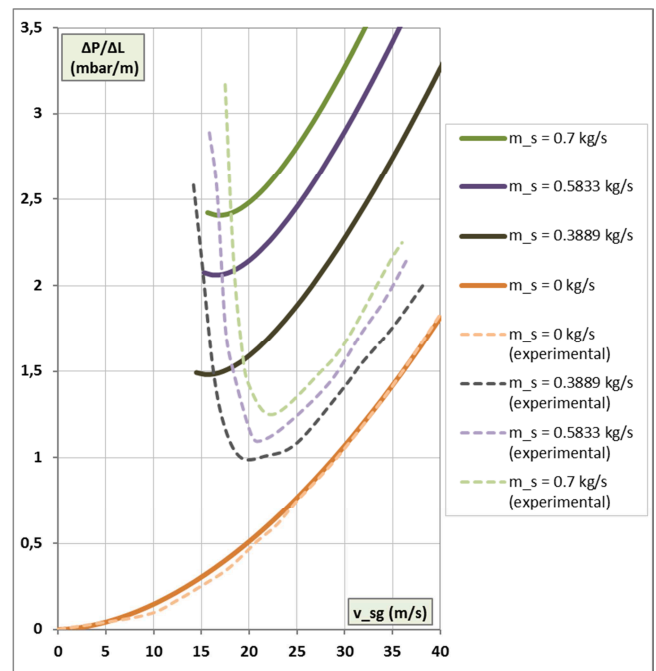


Figura A34. Prueba 1 (b) para PE en horizontal

Puede apreciarse que las pérdidas de carga están sobrevaloradas y además, las velocidades de ruptura son inferiores a las que muestran los datos experimentales. Esta última situación es desfavorable, ya que si se tomara como velocidad del sistema la velocidad de ruptura obtenida, en la realidad el transporte en fase diluida no podría llevarse a cabo.

A modo de ejemplo se muestran en la **Tabla A9** los valores de algunas de las variables de diseño obtenidos en la situación de ruptura.

$\dot{m}_s \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)$	$\varphi$	$v_r \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$f_s$	$v_p \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$v_{t0} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$	$Re_{pf}$	$\varepsilon$
0.3889	4.866	14.47	0.01464	7.939	9.973	2172	0.9893
0.5833	6.916	15.28	0.01481	8.379			0.9848
0.7	8.101	15.65	0.01493	8.585			0.9822

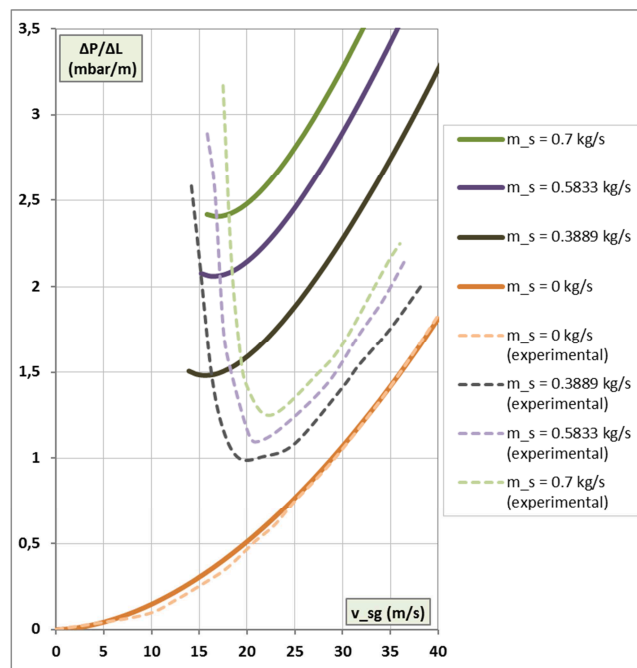
Tabla A9. Ejemplo de resultados para PE en horizontal

▪ Prueba A.3.5.2

En esta simulación se pretende comparar las velocidades de ruptura obtenidas con las correlaciones de Rizk y de Matsumoto. Por ello, las expresiones utilizadas en este caso son las siguientes:

- Matsumoto para el cálculo de la velocidad de ruptura, ecuación (62).
- Correlación de Hinkle para obtener  $f_s$ , ecuación (69).
- Hinkle modificada IGT para calcular  $v_p$ , ecuación (72).

Para desarrollar este ensayo se han considerado las pérdidas de energía en los rebotes. En la **Figura A35** se grafican los resultados alcanzados.



**Figura A35.** Prueba 2 para PE en horizontal

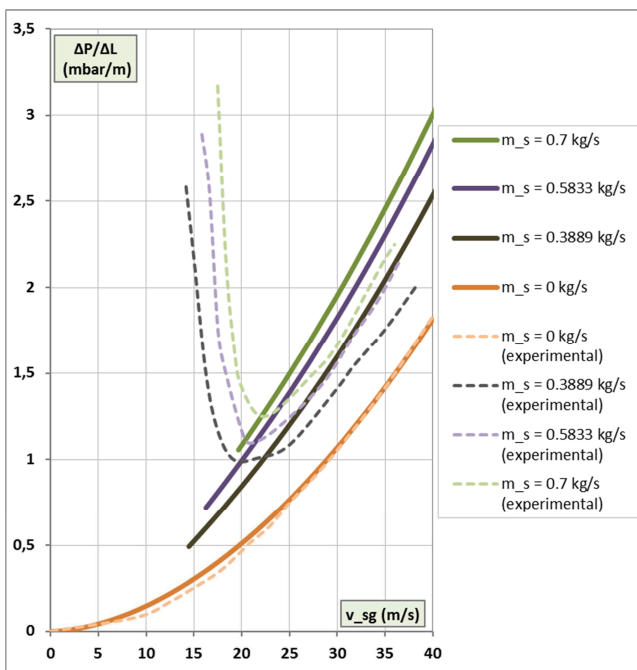
En este caso el diámetro de partícula crítica (0,7695mm) es menor que el diámetro de partícula, por lo tanto la correlación de Matsumoto a emplear es la ecuación (62). Examinando las velocidades de ruptura de la **Figura A35** y las de la **Figura A34**, se observa que las obtenidas con la fórmula de Matsumoto son más bajas que las halladas con la de Rizk. Esto indica que, en esta ocasión, la correlación que conlleva menores errores es la de Rizk. Sin embargo, hay que destacar que las discrepancias con las velocidades de ruptura experimentales son importantes para ambas correlaciones.

▪ Prueba A.3.5.3

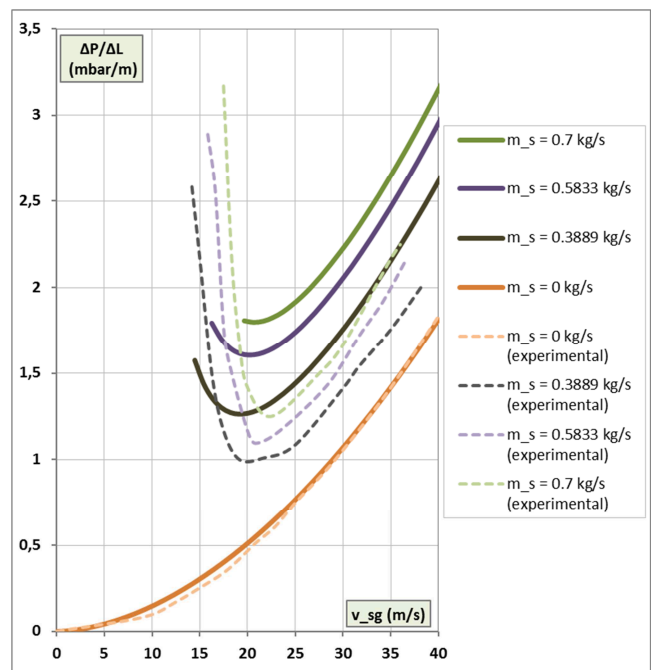
Expresiones utilizadas:

- Rizk para el cálculo de la velocidad de ruptura, ecuación (61).
- Correlación de Yang en horizontal para obtener  $f_s$ , ecuación (70).
- Yang para calcular  $v_p$ , ecuación (59).

La **Figura A36** presenta los resultados obtenidos en el caso de no valorar la pérdida de energía que las partículas experimentan en los rebotes, y la **Figura A37** los alcanzados en el supuesto de considerar dicho efecto.



**Figura A36.** Prueba 3 (a) para PE en horizontal



**Figura A37.** Prueba 3 (b) para PE en horizontal

Puede observarse que las pérdidas de carga para velocidades altas de gas sin considerar los rebotes se ajustan más los datos experimentales, sin embargo la tendencia de las curvas en el supuesto de considerarlos se adapta mejor a la realidad.

Nota: El programa no convergía a una solución adecuada de porosidad, factor de fricción y velocidad de los sólidos en la situación de ruptura para los gastos másicos de 0.5833 y 0.7 kg/s. Por ello, dichos valores se han eliminado.

▪ Prueba A.3.5.4

Expresiones utilizadas:

- Rizk para el cálculo de la velocidad de ruptura, ecuación (61).
- Correlación de Stegmaier en horizontal para obtener  $f_s$ , ecuación (71).

En la **Figura A38** se presentan los resultados obtenidos en el caso de emplear la fórmula de Hinkle modificada por el IGT (ecuación (72)) para calcular la velocidad de las partículas. La **Figura A39** muestra las caídas de presión correspondientes en el supuesto de utilizar la fórmula de Yang (ecuación (59)). En ambas ocasiones se ha valorado el efecto producido por los rebotes de las partículas.

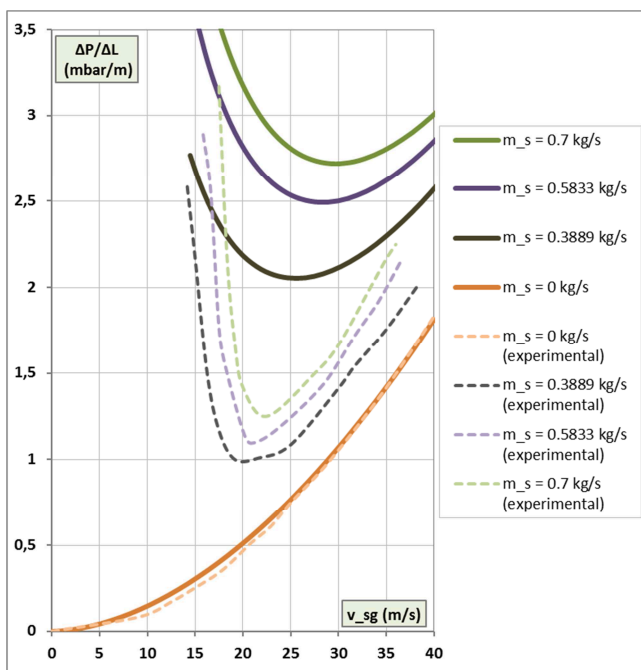


Figura A38. Prueba 4 (a) para PE en horizontal

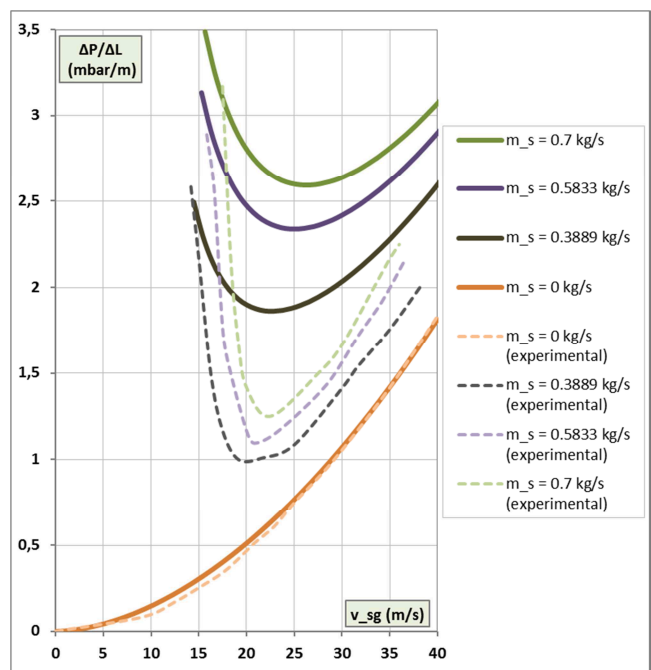


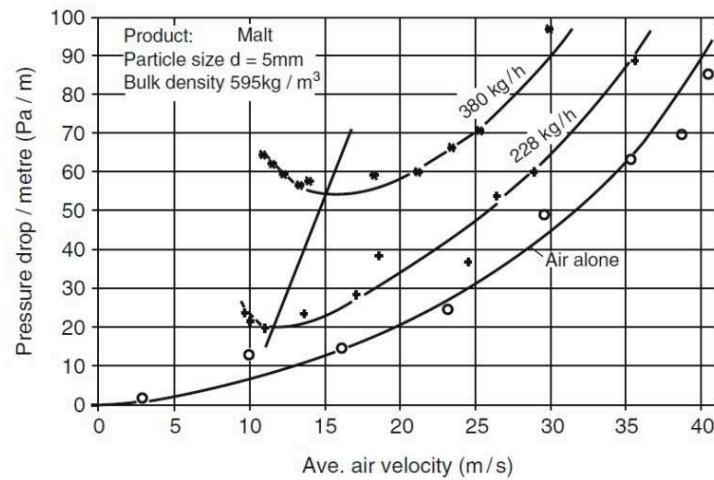
Figura A39. Prueba 4 (b) para PE en horizontal

Puede apreciarse que las pérdidas de carga están muy sobrevaloradas, lo que indica que el factor de fricción que tienen estas partículas en la realidad es menor al calculado mediante la correlación de Stegmaier.

Además, se observa que las velocidades de partícula halladas con la expresión de Yang son inferiores a las obtenidas con la de Hinkle IGT. Esto puede afirmarse por el hecho de que las caídas de presión por unidad de longitud son mayores en la prueba 4 (a).

### A.3.6. Malta

La **Figura A40** muestra los datos experimentales correspondientes al diagrama de estado de una instalación neumática que transporta malta, un producto obtenido de algunos cereales como la cebada tras germinar el grano, secarlo y hornearlo. Este material a granel tiene una densidad,  $\rho_p$ , de  $750 \text{ kg/m}^3$  y un diámetro de partícula,  $d_p$ , de  $5 \text{ mm}$ . La tubería es horizontal con un diámetro,  $D$ , de  $100 \text{ mm}$ , y el gas de transporte es aire a  $25^\circ\text{C}$  y  $0.59 \text{ bar}$ .



**Figura A40.** Diagrama de estado experimental para malta [5]

$\dot{m}_s$ (kg/h)	$\dot{m}_s$ (kg/s)
228	0.0633
380	0.1056

Los valores de la figura anterior se han extraído en la **Tabla A10**. Nótese que  $1 \text{ mbar}$  son  $100 \text{ Pa}$ .

$\dot{m}_s = 0 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.0633 \text{ kg/s}$		$\dot{m}_s = 0.1056 \text{ kg/s}$	
$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)	$v_{sg}$ (m/s)	$\frac{\Delta p}{\Delta L}$ (mbar/m)
0	0	9	0.27	11	0.65
2.5	0.01	10	0.235	12.5	0.6
7.5	0.05	11	0.203	14.4	0.555
10	0.075	12,5	0.2	15	0.55
12.8	0.11	15	0.225	17	0.555
16.5	0.17	20	0.335	20	0.59
20	0.23	22,5	0.4	22.5	0.65
22.5	0.29	26	0.5	25	0.718
25	0.36	30	0.64	27.5	0.81
28	0.44	31,5	0.7	30	0.9
30	0.5	35	0.875	31.5	0.95
35	0.7	36,5	0.95	-	-
40	0.92	-	-	-	-

**Tabla A10.** Datos experimentales para malta

▪ Prueba A.3.6.1

Expresiones utilizadas:

- Rizk para el cálculo de la velocidad de ruptura, ecuación (61).
- Correlación de Hinkle para obtener  $f_s$ , ecuación (69).
- Hinkle modificada IGT para calcular  $v_p$ , ecuación (72).

En primer lugar se ha considerado que las partículas son esféricas. La **Figura A41** presenta los resultados obtenidos en el caso de no valorar la pérdida de energía que las partículas experimentan en los rebotes, y la **Figura A42** los alcanzados en el supuesto de considerar dicho efecto.

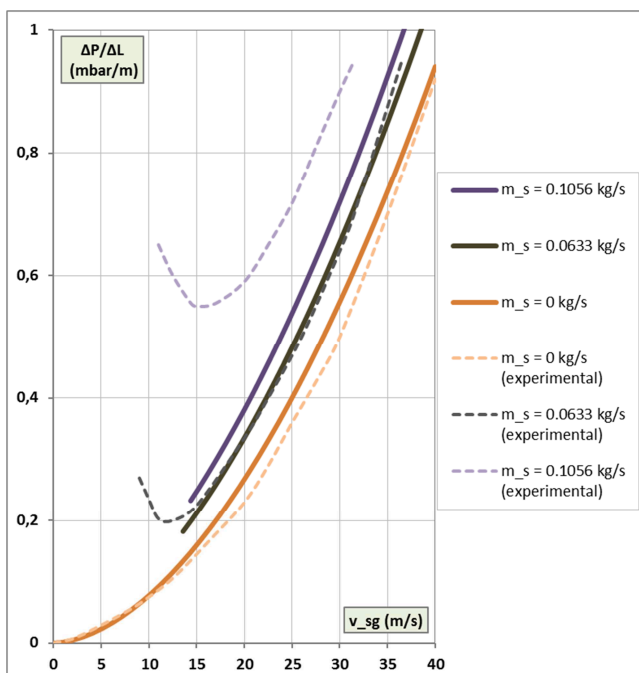


Figura A41. Prueba 1 (a) para malta

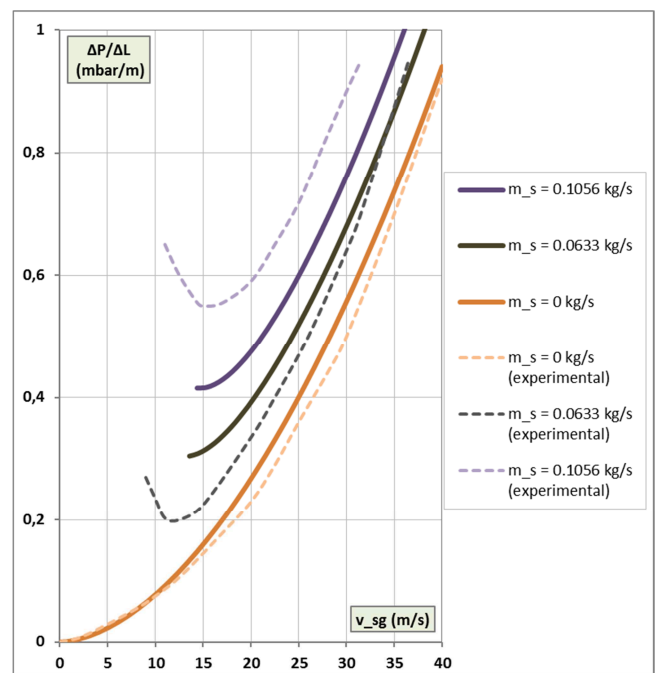


Figura A42. Prueba 1 (b) para malta

Para conocer el orden de magnitud de algunas de las variables de diseño se muestran los valores obtenidos en la situación de ruptura en la **Tabla A11**.

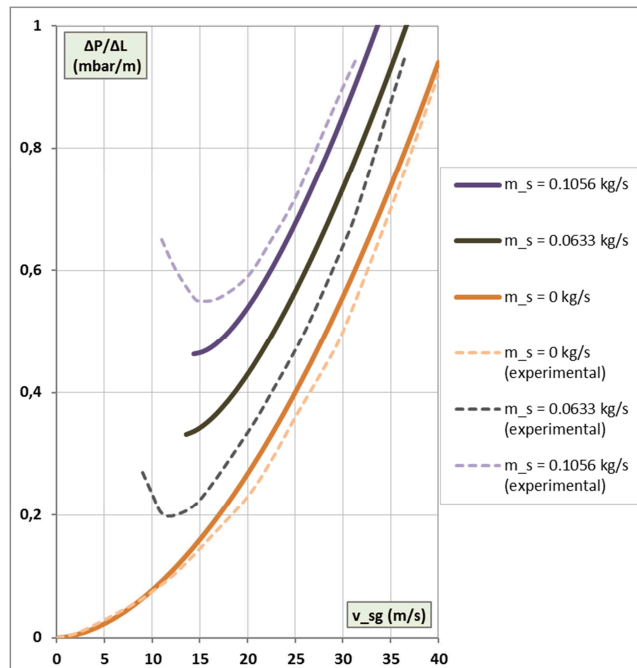
$\dot{m}_s \left( \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right)$	$\varphi$	$v_r \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$	$f_s$	$v_p \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$	$v_{t0} \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$	$Re_{pf}$	$\varepsilon$
0.0633	0.8613	13.57	0.01879	6.361	13.47	2517	0.9983
0.1056	1.357	14.37	0.01871	6.734			0.9973

Tabla A11. Ejemplo de resultados para malta

Al analizar las gráficas obtenidas, se observa que la curva de menor gasto másico de sólidos se ajusta fielmente a los datos experimentales en el caso de no considerar los rebotes de las partículas. Sin embargo, esto no es nada significativo ya que la carga de sólidos es muy baja y como es lógico, las caídas de presión son bastante similares a las producidas si sólo circula aire por la tubería. Puesto que el gasto másico de sólidos más alto se ajusta mejor en el caso en el que se tienen en cuenta los rebotes, se estima mejor opción ésta última.



Si los cálculos se realizan considerando las partículas como no esféricas con una velocidad terminal de 10.77 m/s y valorando la caída de presión producida por los rebotes de las partículas, resulta el diagrama de estado mostrando en la **Figura A43**.



**Figura A43.** Prueba 1 (c) para malta

Puede apreciarse que la tendencia de las curvas obtenidas se adapta bastante bien al comportamiento del sistema real.

▪ Prueba A.3.6.2

En esta simulación se pretende comparar las velocidades de ruptura obtenidas con las correlaciones de Rizk y de Matsumoto. Por ello, las expresiones utilizadas en este caso son las siguientes:

- Matsumoto para el cálculo de la velocidad de ruptura, ecuación (62).
- Correlación de Hinkle para obtener  $f_s$ , ecuación (69).
- Hinkle modificada IGT para calcular  $v_p$ , ecuación (72).

Este ensayo se desarrolla directamente considerando las pérdidas de energía en los rebotes debido a que en la prueba 1 se han obtenido soluciones más próximas a la realidad. Asimismo, se realiza la hipótesis de que las partículas son esféricas.

En este caso el diámetro de partícula crítica (0,7869 mm) es menor que el diámetro de partícula. Por ello, la correlación de Matsumoto a emplear es la ecuación (62).

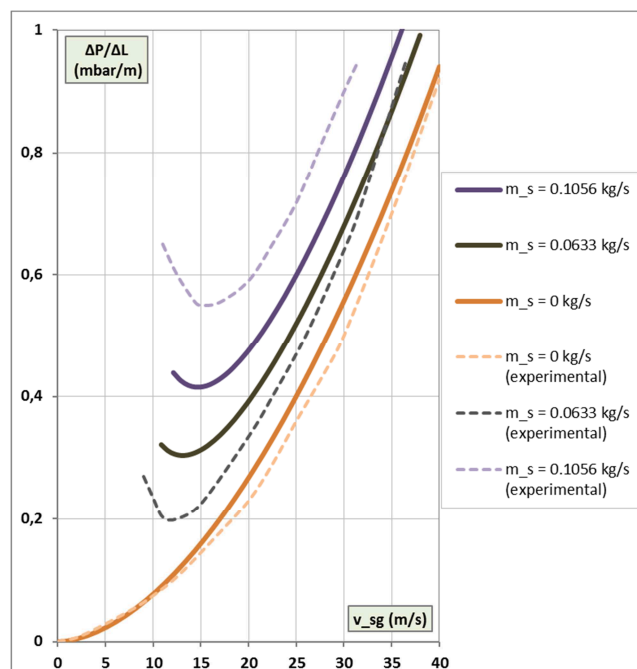


Figura A44. Prueba 2 para malta

Analizando las velocidades de ruptura de la **Figura A44** y las de la **Figura A42**, se observa que las obtenidas con la fórmula de Matsumoto son más bajas que las halladas con la de Rizk. Comparando dichas velocidades con las experimentales, se concluye que la correlación que conlleva menores errores es la de Rizk.

▪ Prueba A.3.6.3

Expresiones utilizadas:

- Rizk para el cálculo de la velocidad de ruptura, ecuación (61).
- Correlación de Yang en horizontal para obtener  $f_s$ , ecuación (70).
- Yang para calcular  $v_p$ , ecuación (59).

En primer lugar se examina la situación de partículas esféricas. La **Figura A45** presenta los resultados obtenidos en el caso de no valorar la pérdida de energía que las partículas experimentan en los rebotes, y la **Figura A46** los alcanzados en el supuesto de considerar dicho efecto.

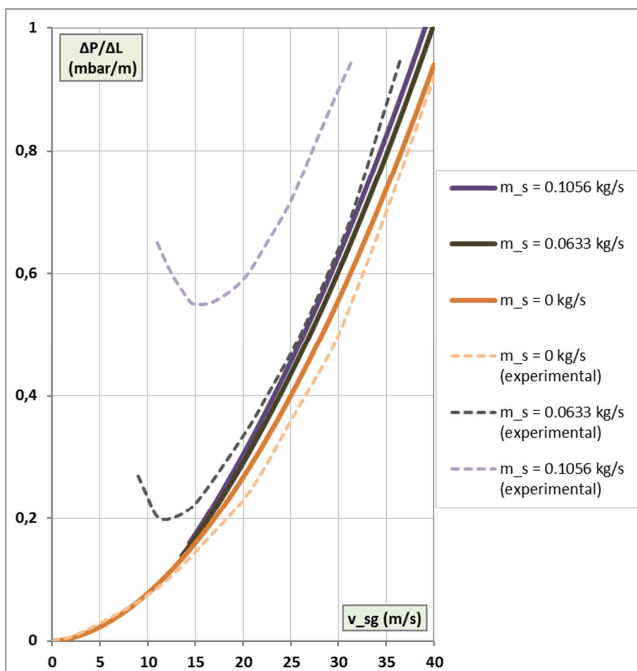


Figura A45. Prueba 3 (a) para malta

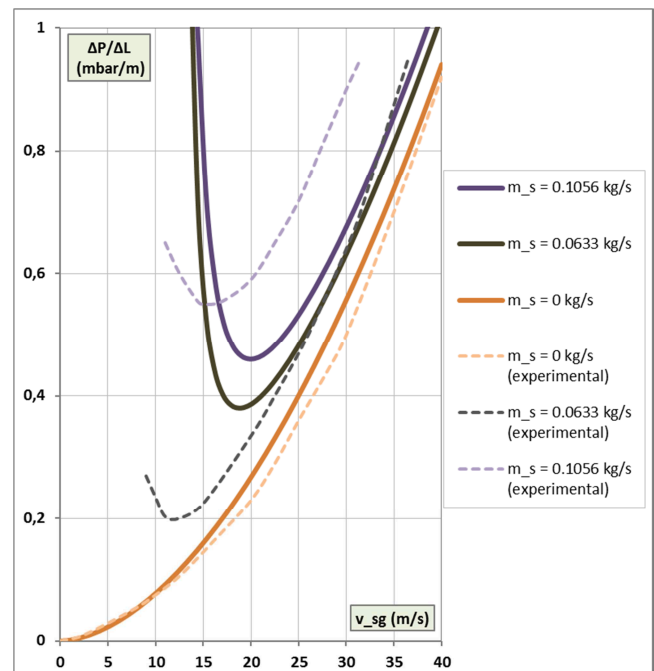
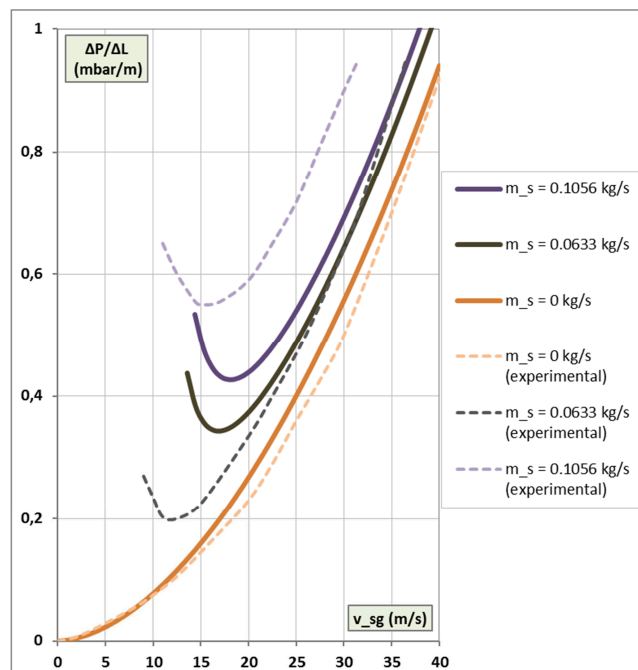


Figura A46. Prueba 3 (b) para malta

Por un lado se observa que las caídas de presión de la prueba (a) son demasiado bajas. La causa de esto es que la velocidad de las partículas y el factor de fricción de los sólidos son inferiores a los que se producen en la realidad.

Por otro lado, las excesivas caídas de presión de las velocidades de gas próximas a la ruptura en la prueba (b) se deben a que unas velocidades de partícula tan ínfimas provocan que la porosidad disminuya y con ello, el término de pérdida de carga asociado a los rebotes sea excesivamente alto. Para velocidades de gas muy elevadas, los resultados son prácticamente idénticos en (a) y en (b).

A continuación, se analiza el caso en el que las partículas no son esféricas y poseen una velocidad terminal de 10.77 m/s. La **Figura A47** muestra el diagrama de estado obtenido valorando el término de los rebotes.



**Figura A47.** Prueba 3 (c) para malta

Como puede apreciarse, las excesivas caídas de presión calculadas en (b) se han corregido, y han disminuido notablemente. Esto se ha producido por el aumento de la velocidad de las partículas para valores próximos a la ruptura.

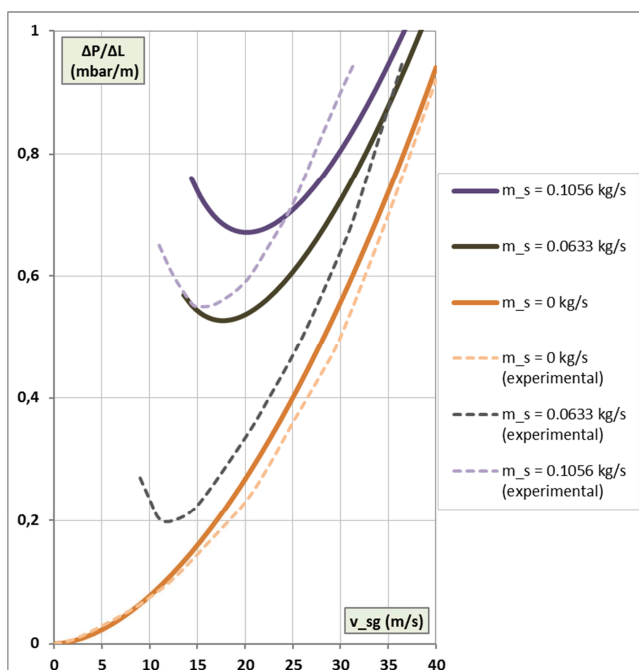
Para velocidades de gas elevadas, el efecto de la forma de la partícula es despreciable.

▪ Prueba A.3.6.4

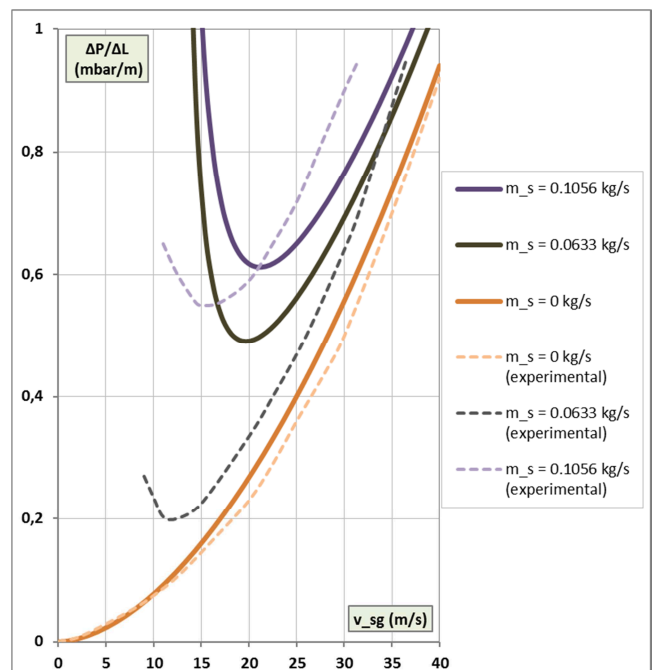
Expresiones utilizadas:

- Rizk para el cálculo de la velocidad de ruptura, ecuación (61).
- Correlación de Stegmaier en horizontal para obtener  $f_s$ , ecuación (71).

En las siguientes figuras se estudia el caso de partículas esféricas. La **Figura A48** presenta los resultados obtenidos si se utiliza la fórmula de Hinkle modificada por el IGT (ecuación (72)) para calcular la velocidad de las partículas. La **Figura A49** muestra las correspondientes caídas de presión en el supuesto de aplicar la fórmula de Yang (ecuación (59)). En ambas ocasiones se ha evaluado el efecto producido por los rebotes de las partículas.



**Figura A48.** Prueba 4 (a) para malta



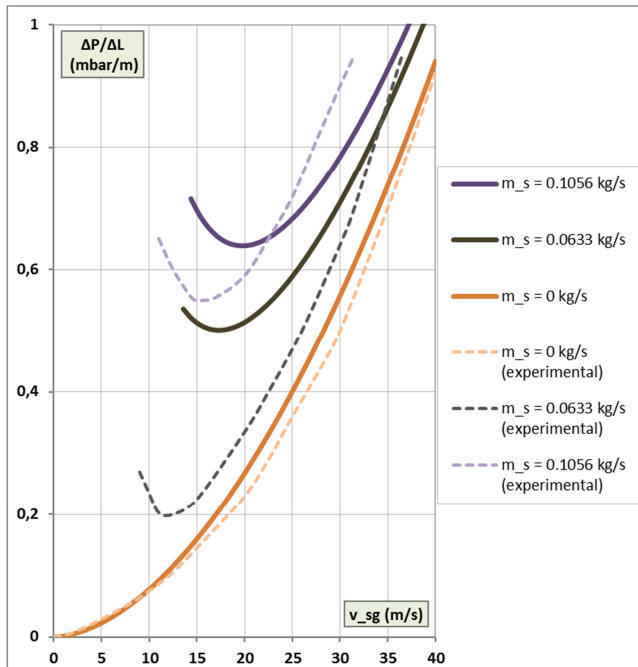
**Figura A49.** Prueba 4 (b) para malta

Como era de esperar, los resultados de (a) ajustan mejor que los de (b) para velocidades adyacentes a la de ruptura. La razón vuelve a ser la misma que en la prueba A.3.6.3, las velocidades de partícula tan bajas estimadas por la correlación de Yang, y el consecuente aumento de las pérdidas de carga asociadas a los rebotes.

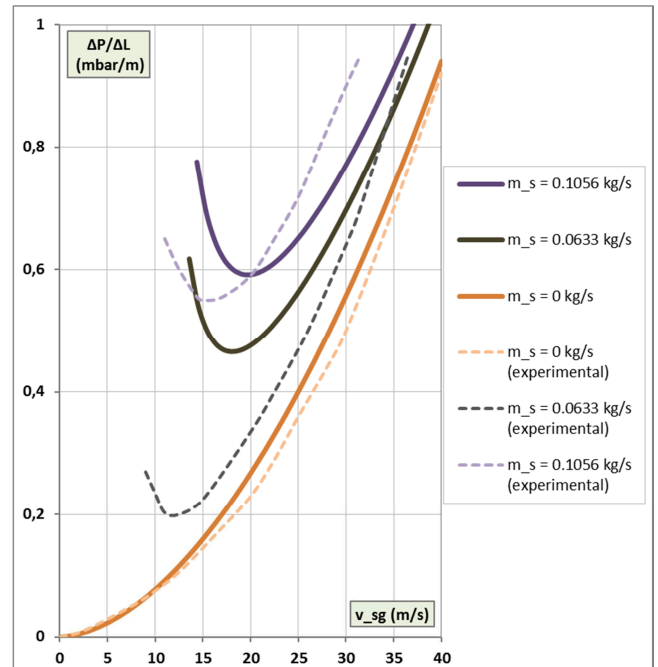
Para velocidades de gas muy elevadas, las caídas de presión son bastante similares.

Por otro lado, la fórmula de Stegmaier sobrevalora la fricción de los sólidos y por ello, las caídas de presión son superiores a las producidas en la realidad.

A continuación, se analiza el caso en el que las partículas no son esféricas y adquieren una velocidad terminal de 10.77 m/s. La **Figura A50** muestra el diagrama de estado obtenido con la correlación de Hinkle considerando el término de los rebotes. Asimismo la **Figura A51** presenta el correspondiente al utilizar la de Yang.



**Figura A50.** Prueba 4 (c) para malta



**Figura A51.** Prueba 4 (d) para malta

Comparando la **Figura A50** con la **Figura A48**, se aprecia que las caídas de presión obtenidas han disminuido ligeramente para velocidades próximas a la ruptura. Para velocidades de gas muy superiores, los resultados son prácticamente idénticos.

Analizando la **Figura A51** y la **Figura A49**, se observa que debido al aumento de la velocidad de las partículas estimada por la expresión de Yang en el caso de partículas no esféricas, las pérdidas asociadas a los rebotes disminuyen y con ello, las caídas de presión por unidad de longitud se reducen considerablemente para velocidades de gas adyacentes al momento de ruptura.

## Anexo B. PROGRAMA EES

A continuación se muestran las 'Lookup Table' que se han empleado para la introducción de los datos de partida de todos los casos analizados en el **anexo A.3**.

	1 P [bar]	2 d <sub>p</sub> [mm]	3 ρ <sub>p</sub> [kg/m <sup>3</sup> ]	4 D [m]
Row 1	0,85	2,385	1050	0,0526
Row 2	1,31	2,05	2480	0,0534
Row 3	1,1	3,34	920	0,1
Row 4	0,94	3,658	911	0,08
Row 5	0,59	5	750	0,1

Figura B1. Lookup 1

	1 m <sub>s</sub> Styropor horizontal [kg/s]	2 m <sub>s</sub> Styropor vertical [kg/s]
Row 1	0,0697	0,0694
Row 2	0,1381	0,1389
Row 3	0,2064	0,2056
Row 4	0,2764	0,2722
Row 5	0,3456	0,3431

Figura B2. Lookup 2

	1 m <sub>s</sub> Vidrio [kg/s]	2 m <sub>s</sub> PE vertical [kg/s]	3 m <sub>s</sub> PE horizontal [kg/s]
Row 1	0,068	0,4138	0,3889
Row 2	0,083	0,7948	0,5833
Row 3	0,115	1,277	0,7

Figura B3. Lookup 3

	1 m <sub>s</sub> Malta [kg/s]
Row 1	0,0633
Row 2	0,1056

Figura B4. Lookup 4

Debe notarse que la fila 1 de la *Lookup 1* se corresponde con el Styropor, la fila 2 con el vidrio, la 3 con el polietileno en vertical, la 4 con el polietileno en horizontal y la 5 con la malta.

En las siguientes páginas de este documento, se exponen los procedimientos y funciones que se han desarrollado para obtener los diagramas de estado correspondientes. Es necesario mencionar que para llevar a cabo dicha tarea, se ha empleado la herramienta 'Parametric Table' en la que se ha variado el valor de un coeficiente llamado CS en un rango determinado. En el supuesto de que sólo se desee obtener los parámetros de diseño para un valor específico de velocidad de gas, será necesario fijar ese dato de entrada en el programa principal.

```

FUNCTION area (D)
"Esta función calcula el área de una tubería"
  area=pi*D^2/4
END

```

```

FUNCTION porosidad (m_s;v_p;D;rho_p)
  A=area(D)
  porosidad=1-(m_s/(rho_p*v_p*A))
END

```

```

FUNCTION densidad_aparente (epsilon;rho_p)
"Esta función calcula la densidad aparente de los sólidos"
  densidad_aparente=rho_p*(1-epsilon)
END

```

```

FUNCTION velocidad_gas (epsilon;v_sg)
"Esta función calcula la velocidad real del gas"
  velocidad_gas=v_sg/epsilon
END

```

```

FUNCTION gasto_masico_gas (v_min;D)
$COMMON rho_g
  A=area(D)
  gasto_masico_gas=rho_g*v_min*A
END

```

```

FUNCTION carga_solidos (m_s;m_g)
"Esta función calcula el solids loading ratio"
  carga_solidos=m_s/m_g
END

```

```

FUNCTION friccion_gas (D;v_sg)
"Esta función calcula el factor de fricción del gas"
$COMMON rho_g;mu_g
  Re_g=rho_g*v_sg*D/mu_g           "Reynolds del gas"
  e=8*10^(-6)                     "rugosidad tubo"
  "Ecuación de Churchill"
  A=(2,457*ln(1/((7/Re_g)^0,9+(0,27*e/D))))^16   "Coeficiente A"
  B=(37,53/Re_g)^16                 "Coeficiente B"
  friccion_gas=8*((8/Re_g)^12+(1/(A+B)^1,5))^(1/12)
END

```

```

FUNCTION Konno_Saito (v_p;D)
"Esta función calcula el factor de fricción de los sólidos según la correlación de Konno y Saito"
$COMMON g
  Konno_Saito=4*0,0285*((g*D)^0,5)/v_p
END

```

```

FUNCTION Hinkle(v_p;C_d;D;d_p;rho_p;v_g)
"Esta función calcula el factor de fricción de los sólidos según la correlación de Hinkle"
$COMMON rho_g
  Hinkle=3*rho_g*C_d*D*(v_g-v_p)^2/(2*d_p*rho_p*v_p^2)
END

```



```

FUNCTION Stegmaier(phi;v_sg;D;d_p;v_t)
"Esta función calcula el factor de fricción de los sólidos según la correlación de Stegmaier"
$COMMON g
  Stegmaier=4*0,52*phi^(-0,3)*(v_sg^2/(g*D))^(-1)*(v_t^2/(g*d_p))^0,25*(d_p/D)^(-0,1)
END

```

```

FUNCTION Hinkle_modificada (v_sg;d_p;D;rho_p)
"Esta función calcula la velocidad de los sólidos según la correlación de Hinkle modificada"
$COMMON rho_g
  Hinkle_modificada=v_sg*(1-(0,68*d_p^0,92*D^(-0,54)*rho_p^0,5*rho_g^(-0,2)))
END

```

```

SUBPROGRAM punwani (v_t;D;m_s;rho_p:epsilon_b;v_sb)
"Este subprograma calcula la velocidad de bloqueo y la porosidad en el bloqueo según la correlación de Punwani"
$COMMON rho_g
  A=area(D)
  (2250*D*(epsilon_b^(-4,7)-1)/((v_sb/epsilon_b)-v_t)^2)=rho_g^0,77
  ((v_sb/epsilon_b)-v_t)=m_s/(rho_p*A*(1-epsilon_b))
END

```

```

SUBPROGRAM yang (v_t;D;m_s;rho_p:epsilon_b;v_sb)
"Este subprograma calcula la velocidad de bloqueo y la porosidad en el bloqueo según la correlación de Yang"
$COMMON rho_g;g
  A=area(D)
  (2*g*D*(epsilon_b^(-4,7)-1)/((v_sb/epsilon_b)-v_t)^2)=6,81*10^5*(rho_g/rho_p)^2,2
  ((v_sb/epsilon_b)-v_t)=m_s/(rho_p*A*(1-epsilon_b))
END

```

```

SUBPROGRAM rizk (D;m_s;d_p:v_r)
"Este subprograma calcula la velocidad de ruptura según la correlación de Rizk"
$COMMON rho_g;g
  A=area(D)
  delta=1440*d_p+1,96
  chi=1100*d_p+2,5
  m_s/(rho_g*v_r*A)=((v_r/(g*D)^0,5)^chi)/10^delta
END

```

```

SUBPROGRAM matsumoto (D;m_s;rho_p;d_p;v_t:v_r)
"Este subprograma calcula la velocidad de ruptura según la correlación de Matsumoto"
$COMMON rho_g;g
  A=area(D)
  "Utilizar una de las dos correlaciones siguientes según sea el valor del diámetro crítico,
d_pcrit"
  m_s/(rho_g*v_r*A)=0,373*(rho_p/rho_g)^1,06*(v_t/(10*(g*d_p)^0,5))^(-
3,7)*(v_r/(10*(g*D)^0,5))^3,61 "d_p>d_pcrit"
  "m_s/(rho_g*v_r*A)=5,56*10^3*(d_p/D)^1,43*(v_r/(10*(g*D)^0,5))^4" "d_p<d_pcrit"
END

```

```

SUBPROGRAM vterminal_galileo (rho_p;d_p:Ga;Re_pf;v_t)
"Este subprograma calcula el número de Galileo, el Re_pf y la velocidad terminal de la partícula"
$COMMON rho_g;mu_g;g
  Ga=rho_g*(rho_p-rho_g)*g*d_p^3/mu_g^2          "Numero de galileo"
  Ga=18*Re_pf*(1+0,15*Re_pf^0,687)+(0,315*Re_pf^2/(1+4,25*10^4*Re_pf^(-1,16))) "Re_pf"
  Re_pf=rho_g*v_t*d_p/mu_g                      "Velocidad terminal"
END

```

```

SUBPROGRAM sin_solidos_horizontal (v_sg;D:DELTA PL)
"Este subprograma calcula la pérdida de carga si la tubería es horizontal y sólo circula gas"
$COMMON rho_g
  epsilon=1
  v_g=velocidad_gas (epsilon;v_sg)
  f_g=friccion_gas(D;v_sg)
  DELTA PL=((0,5*rho_g*epsilon*v_g^2*f_g/D))/10^2 "Pérdida de carga unitaria en mbar/m"
END

```

```

SUBPROGRAM sin_solidos_vertical (v_sg;D:DELTA PL)
"Este subprograma calcula la pérdida de carga si la tubería es vertical y sólo circula gas"
$COMMON rho_g;g
  epsilon=1
  v_g=velocidad_gas (epsilon;v_sg)
  f_g=friccion_gas(D;v_sg)
  DELTA PL=((0,5*rho_g*epsilon*v_g^2*f_g/D)+(rho_g*epsilon*g))/10^2 "Pérdida de carga
unitaria en mbar/m"
END

```

```

SUBPROGRAM transporte_vertical
(CS;rho_p;d_p;D;m_s:v_sg;v_p;epsilon;phi;DELTA PL;f_s;f_g;Re_p;m_g;v_res;v_t1;v_t2;Re_pf;
Ga;C_d;DELTA PL_Fg;deltapL_fs;deltapL_eg;deltapL_es)
"Este subprograma calcula todos los parámetros necesarios para estimar la caída de presión
unitaria en una tubería vertical"
$COMMON g;rho_g;mu_g

```

```

  CALL vterminal_galileo (rho_p;d_p:Ga;Re_pf;v_t1)

```

```

  C_d=(24/Re_p)+(4/Re_p^0,5)+0,4          "Coeficiente de arrastre"
  v_t2=sqrt(4*(rho_p-rho_g)*g*d_p/(3*rho_g*C_d)) "Velocidad terminal de una partícula
esférica"

```

```

  Re_p=rho_g*v_res*d_p/mu_g              "Reynolds de una partícula"
  "v_res=v_t2"

```

```

  "Cálculo choking velocity"

```

```

  "Utilizar una de las siguientes opciones"

```

```

  CALL yang(v_t1;D;m_s;rho_p;epsilon_b;v_choking) "Opción 1: YANG"
  "CALL punwani(v_t2;D;m_s;rho_p;epsilon_b;v_choking)" "Opción 2: PUNWANI"

```

```

  v_min=v_choking
  v_sg=CS*v_choking          "Velocidad superficial del gas. El
coeficiente CS es el que se varía en la tabla paramétrica"
  v_res=v_g-v_p              "Velocidad de resbalamiento"

```

```

  v_g=velocidad_gas (epsilon;v_sg)          "Velocidad real del gas"
  epsilon=porosidad(m_s;v_p;D;rho_p)
  rho_ap=densidad_aparente(epsilon;rho_p)
  m_g=gasto_masico_gas(v_min;D)

```

$\phi = \text{carga\_solidos}(m\_s; m\_g)$

$f\_g = \text{friccion\_gas}(D; v\_sg)$

"Cálculo del factor de fricción de sólidos"

"Utilizar una de las siguientes opciones"

" $f\_s = \text{Konno\_Saito}(v\_p; D)$ "

"Opción 1: KONNO Y SAITO"

" $f\_s = \text{Stegmaier}(\phi; v\_sg; D; d\_p; v\_t1)$ "

"Opción 2: STEGMAIER"

"Opción 3: YANG VERTICAL"

"En esta opción es necesario emplear una de las correlaciones de  $f\_s$ , generalmente la correlación 1, y la correlación de  $v\_p$ "

$f\_s = 4 * 0,0032 * ((1 - \epsilon) / \epsilon)^3 * ((1 - \epsilon) * v\_t1 / ((v\_sg / \epsilon) - v\_p))^{(-0,979)}$

"Correlación 1"

" $f\_s = 4 * 0,01 * ((1 - \epsilon) / \epsilon)^3 * ((1 - \epsilon) * v\_t1 / ((v\_sg / \epsilon) - v\_p))^{(-1,021)}$ "

"Correlación 2"

$v\_p = (v\_sg / \epsilon) - (v\_t1 * ((1 + (f\_s * v\_p^2 / (2 * g * D)))) * (\epsilon^{4,7}))^{0,5}$  "Cuando se utilice esta expresión, es preciso comentar  $v\_res = v\_t2$ "

"Cálculo de la caída de presión por unidad de longitud en estado estacionario"

$\text{DELTA}pL\_Fg = 0,5 * \rho\_g * \epsilon * v\_g^2 * f\_g / D$   
del gas en Pa/m"

"Pérdida de carga debida a la fricción"

$\text{deltap}L\_fs = 0,5 * \rho\_p * (1 - \epsilon) * v\_p^2 * f\_s / D$   
de los sólidos en Pa/m"

"Pérdida de carga debida a la fricción"

$\text{deltap}L\_eg = \rho\_g * \epsilon * g$   
elevación del gas en Pa/m"

"Caída de presión debida a la"

$\text{deltap}L\_es = \rho\_p * (1 - \epsilon) * g$   
elevación de los sólidos en Pa/m"

"Caída de presión debida a la"

$\text{DELTA}PL = (\text{DELTA}pL\_Fg + \text{deltap}L\_fs + \text{deltap}L\_eg + \text{deltap}L\_es) / 10^2$  "Caída de presión global unitaria en mbar/m"

END

SUBPROGRAMA transporte\_horizantal

(CS;  $\rho\_p$ ;  $d\_p$ ;  $D$ ;  $m\_s$ ;  $v\_sg$ ;  $v\_p$ ;  $\epsilon$ ;  $\phi$ ;  $\text{DELTA}PL$ ;  $f\_s$ ;  $f\_g$ ;  $Re\_p$ ;  $m\_g$ ;  $v\_res$ ;  $v\_t1$ ;  $Re\_pf$ ;  $G_a$ ;  $C\_d$ ;  $\text{DELTA}PL\_Fg$ ;  $\text{deltap}L\_fs$ ;  $\text{deltap}L\_es$ )

"Este subprograma calcula todos los parámetros necesarios para estimar la caída de presión unitaria en una tubería horizontal"

\$COMMON g;  $\rho\_g$ ;  $\mu\_g$

CALL vterminal\_galileo ( $\rho\_p$ ;  $d\_p$ ;  $G_a$ ;  $Re\_pf$ ;  $v\_t1$ )

"Cálculo saltation velocity"

"Utilizar una de las siguientes opciones"

"CALL matsumoto ( $D$ ;  $m\_s$ ;  $\rho\_p$ ;  $d\_p$ ;  $v\_t1$ ;  $v\_saltation$ )"

"Opción 1: MATSUMOTO"

CALL rizk ( $D$ ;  $m\_s$ ;  $d\_p$ ;  $v\_saltation$ )

"Opción 2: RIZK"

$v\_min = v\_saltation$

$v\_sg = CS * v\_saltation$

"Velocidad superficial del gas. El"

coeficiente CS es el que se varía en la tabla paramétrica"

```

"Cálculo de la velocidad de las partículas"
"Utilizar una de las siguientes opciones"
v_p=Hinkle_modificada(v_sg;d_p;D;rho_p)           "Opción 1: Hinkle modificada IGT"
"v_p=(v_sg/epsilon)-(v_t1*((1+(f_s*v_p^2/(2*g*D)))*(epsilon^4,7))^0,5)"  "Opción 2: YANG"

epsilon=porosidad(m_s;v_p;D;rho_p)
v_g=velocidad_gas(epsilon;v_sg)                   "Velocidad real del gas"
rho_ap=densidad_aparente(epsilon;rho_p)
v_res=v_g-v_p                                     "Velocidad de resbalamiento"
Re_p=rho_g*v_res*d_p/mu_g                         "Reynolds de una partícula"
C_d=((24/Re_p)+(4/Re_p^0,5)+0,4)                  "Coeficiente de arrastre"

m_g=gasto_masico_gas(v_min;D)
phi=carga_solidos(m_s;m_g)

f_g=friccion_gas(D;v_sg)

"Cálculo del factor de fricción de sólidos"
"Seleccionar una de las siguientes opciones"

f_s=Hinkle(v_p;C_d;D;d_p;rho_p;v_g)              "Opción 1: HINKLE"

"f_s= 4*0,0293*((1-epsilon)/epsilon^3)*((1-epsilon)*(v_sg/epsilon)*v_t1/(((v_sg/epsilon)-
v_p)*(g*D)^0,5))^-1,15)"                          "Opción 2: YANG HORIZONTAL"

"f_s=Stegmaier(phi;v_sg;D;d_p;v_t1)"            "Opción 3: STEGMAIER"

"Cálculo de la caída de presión por unidad de longitud en estado estacionario"
DELTApl_Fg=0,5*rho_g*epsilon*v_g^2*f_g/D          "Pérdida de carga debida a la fricción
del gas en Pa/m"
deltapl_fs=0,5*rho_p*(1-epsilon)*v_p^2*f_s/D      "Pérdida de carga debida a la fricción
de los sólidos en Pa/m"

deltapl_es=rho_p*(1-epsilon)*g*v_t1*epsilon^(4,7/2)/v_sg  "Caída de presión debida a los
rebotes de las partículas en Pa/m"

DELTApl=(DELTApl_Fg+deltapl_fs+deltapl_es)/10^2    "Caída de presión unitaria global
en mbar/m"

END

```

```

"MAIN PROGRAM"

```

```

"Presión"
"Seleccionar una de las siguientes filas para la Lookup"
"FILE 1: STYROPOR"
"FILE 2: VIDRIO"
"FILE 3: PE VERTICAL"
"FILE 4: PE HORIZONTAL"
"FILE 5: MALTA"
P=Lookup('Lookup 1';1;1)

```

```

"Densidad del gas"
rho_g=Density(Air_ha;T=25;P=P)

```

```

"Viscosidad del gas"
mu_g=Viscosity(Air_ha;T=25;P=P)

```

"Gravedad"

$g=9,81$

"Diámetro de la partícula"

"Seleccionar una de las siguientes filas para la Lookup"

"FILA 1: STYROPOR"

"FILA 2: VIDRIO"

"FILA 3: PE VERTICAL"

"FILA 4: PE HORIZONTAL"

"FILA 5: MALTA"

$d_p = \text{Lookup}(\text{'Lookup 1';1;2}) * 10^{(-3)}$  "en metros"

"Densidad de las partículas"

"Seleccionar una de las siguientes filas para la Lookup"

"FILA 1: STYROPOR"

"FILA 2: VIDRIO"

"FILA 3: PE VERTICAL"

"FILA 4: PE HORIZONTAL"

"FILA 5: MALTA"

$\rho_p = \text{Lookup}(\text{'Lookup 1';1;3})$

"Diámetro del tubo"

"Densidad de las partículas"

"Seleccionar una de las siguientes filas para la Lookup"

"FILA 1: STYROPOR"

"FILA 2: VIDRIO"

"FILA 3: PE VERTICAL"

"FILA 4: PE HORIZONTAL"

"FILA 5: MALTA"

$D = \text{Lookup}(\text{'Lookup 1';1;4})$

"Gasto másico de sólidos"

"Deben seleccionarse las filas y columnas de las Lookuo 2, 3 y 4 correspondientes al caso que se desee analizar"

"Caso vertical"

$m_{sv} = \text{Lookup}(\text{'Lookup 2';1;2})$

"Caso horizontal"

$m_{sh} = \text{Lookup}(\text{'Lookup 2';1;1})$

"CS=1" "Debe fijarse un valor en el caso de que se desee obtener los parámetros para una velocidad de gas concreta"

$d_{pcrit}/D = 1,39 * (\rho_p / \rho_g)^{(-0,74)}$  "Diámetro crítico de partícula necesario para conocer que ecuación de Matsumoto debe seleccionarse"

CALL transporte\_vertical

(CS;rho\_p;d\_p;D;m\_sv:v\_sgV;v\_pV;epsilon\_v;phi\_v;DELTAPL\_v;f\_sv;f\_gv;Re\_pV;m\_gV;v\_resV;v\_t1V;v\_t2V;Re\_pfV;GaV;C\_dV;DELTAPL\_FgV;deltapL\_fsV;deltapL\_egV;deltapL\_esV)

CALL transporte\_horizontal

(CS;rho\_p;d\_p;D;m\_sh:v\_sgH;v\_pH;epsilon\_h;phi\_h;DELTAPL\_h;f\_sH;f\_gH;Re\_pH;m\_gH;v\_re sH;v\_t1H;Re\_pfH;GaH;C\_dH;DELTAPL\_FgH;deltapL\_fsH;deltapL\_esH)

"CALL sin\_solidos\_vertical (v\_sgV;D:DELTAPL\_v0)"

"CALL sin\_solidos\_horizontal (v\_sgH;D:DELTAPL\_h0)"