



Trabajo Fin de Grado

Valor de Riesgo:

Cálculo y validación mediante modelos ARMA-GARCH

Autor

D. Daniel Elipe Bermejo

Directores

Dr. D. Jesús Ángel Miguel Álvarez

Dr. D. Manuel Salvador Figueras

Facultad de Economía y Empresa de la Universidad de Zaragoza

Junio

2015

VALOR DE RIESGO: CÁLCULO Y VALIDACIÓN MEDIANTE MODELOS ARMA-GARCH

Autor: D. Daniel Elipe Bermejo. Universidad de Zaragoza

Directores: Dr. D. Jesús Ángel Miguel Álvarez. Universidad de Zaragoza

Dr. D. Manuel Salvador Figueras. Universidad de Zaragoza

GRADO EN FINANZAS Y CONTABILIDAD

RESUMEN El objetivo del trabajo es estimar diferentes modelos econométricos para calcular el Valor de Riesgo (VaR de Value at Risk en inglés) y el Déficit Esperado (ES de *Expected Shortfall* en inglés) y evaluar su rendimiento a la hora de medir el riesgo asociado a la evolución diaria de 6 índices bursátiles. Para ello se han utilizado modelos de la familia ARMA-GARCH con errores no necesariamente normales, que tienen en cuenta la heterocedasticidad presente en este tipo de series financieras, así como la posible existencia del llamado “efecto asimétrico” (*leverage effect* en inglés) en la estimación de su volatilidad. Se realiza, además, análisis estadístico de los resultados obtenidos evaluando la importancia de cada uno de los aspectos anteriores en el comportamiento predictivo del modelo.

Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que, aunque los modelos que mejor se ajustan a los datos tienden a ser modelos heterocedásticos con efecto asimétrico y errores no normales, en lo que hace referencia a la evaluación de riesgo mediante el VaR y el ES tan sólo la incorporación de la hipótesis de heterocedasticidad muestra efectos claramente significativos, siendo la importancia de las otras dos hipótesis (efecto asimétrico y no normalidad de la distribución condicional del error) muy marginal. Ello puede ser debido a que los índices bursátiles son medias ponderadas de activos de alto volumen de contratación, sus oscilaciones están más controladas que las de los precios de activos individuales.

Palabras clave: VaR, ES, ARMA, GARCH, Evaluación Predictiva, Predicción, Series Temporales

ABSTRACT The key objectives of this paper are to estimate different econometric models in order to calculate the Value at Risk and the Expected Shortfall, and to evaluate their performance when measuring the risk associated to the daily evolution of 6 stock indexes. For this purposes it has been used models from the ARMA-GARCH family with errors not necessarily normal, that take into consideration the heterocedasticity embedded in this sort of financial series, in addition to the possible existence of the so called leverage effect in the volatility estimations. Moreover, it has been performed a statistical analysis of the results evaluating the importance of each previous aspect in the predictive behavior of the model.

The results obtained say, though the best fit models tend to be the heterocedastic ones with leverage effect and no normal innovations, in relation with risk evaluation through

the VaR and ES, only the addition of the heterocedasticity hypothesis shows significant effects, being the importance of the other two hypothesis (leverage effect and no normality in the error distribution) marginal. It may be due to the fact that stock indexes are weighted averages of assets with high volume of negotiation, having their oscillations more controlled than those of the individual assets.

Keywords: VaR, ES, ARMA, GARCH, Backtesting, Forecast, Time Series

ÍNDICE

1. PLANTEAMIENTO Y MOTIVACIÓN.....	6
2. ¿QUÉ ES EL VaR?.....	8
2.1. Los comienzos del <i>Value at Risk</i>	8
2.2. Significado y elementos del VaR.....	10
2.3. Importancia y utilidad.....	12
2.4. Limitaciones del VaR.....	13
3. MÉTODOS DE CÁLCULO DEL VaR Y EL ES.....	15
3.1. Método histórico.....	16
3.2. Método varianza-covarianza.....	17
3.3. Métodos econométricos.....	20
3.3.1. Proceso estocástico estacionario.....	20
3.3.2. Estacionariedad.....	21
3.3.3. Modelos ARIMA.....	22
3.3.4. Modelos GARCH.....	22
3.3.5. Modelos APARCH.....	24
3.3.6. Distribuciones de los residuos.....	25
4. DATOS UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS EMPÍRICO.....	27
5. IDENTIFICACIÓN Y ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS.....	29
6. OBTENCIÓN DE VALORES DE RIESGO Y ES.....	34
7. EVALUACIÓN PREDICTIVA.....	37
8. CONCLUSIONES.....	43
BIBLIOGRAFÍA CITADA.....	46
PÁGINAS WEB CONSULTADAS.....	48
LIBRERÍAS DE R UTILIZADAS.....	48
ANEXOS.....	49
Anexo I: Estudio de la dependencia en media.....	49

Anexo II: Estudio de la heterocedasticidad.....	53
Anexo III: Estudio del efecto asimétrico.....	57
Anexo IV: Estudio del ajuste de la distribución del error.....	59
Anexo V: Representación gráfica de los VaR y ES obtenidos.....	63
Anexo VI: Evaluación predictiva de cada índice.....	68

1. PLANTEAMIENTO Y MOTIVACIÓN

La época actual se encuentra marcada por la incertidumbre en casi todos los aspectos de la vida, y en los últimos años, el sector financiero ha sufrido gran parte de esa incertidumbre de una forma mucho más agresiva. Esta situación en los mercados financieros obliga a recurrir al estudio en profundidad de series financieras mediante técnicas estadísticas que permitan evaluar esa incertidumbre que en finanzas se suele denominar, riesgo.

Sin embargo, para llevar a cabo este análisis, se deben conocer en detalle las características de la evolución de dichas series, buscando modelizar y predecir sus movimientos futuros. Esto es lo que la regulación actual sobre riesgos financieros trata de imponer a las entidades financieras, con el fin de evitar los problemas asociados a la aparición de pérdidas inesperadas de elevada cuantía que afectan a este sector. Estos organismos reguladores, encabezados por la SEC (Securities and Exchange Commission) estadounidense en un primer momento, y por los Acuerdos de Basilea después, han visto incrementado su poder regulatorio después de numerosas crisis a finales del siglo XX, aumentando el nivel de exigencia acerca del cálculo de las pérdidas máximas que pueden darse en las entidades financieras.

Vista la creciente necesidad de controlar el nivel de incertidumbre de los activos financieros, así como la incapacidad de anteriores medidas de riesgo como, por ejemplo, la varianza o la desviación típica de la serie, a la hora identificar el riesgo de mercado inherente en ellas, en la actualidad es el Valor de Riesgo (o VaR según sus siglas en inglés) la medida de riesgo requerida a toda organización financiera para medir el nivel de aprovisionamiento necesario para hacer frente a dichas pérdidas, y no incurrir en bancarrota en el caso de una caída del precio de los activos, como sucedió en el preámbulo de la crisis financiera global de 2007 en Estados Unidos. Sin embargo, la necesidad de aprovisionar parte de la liquidez de las empresas hace que esto suponga un coste de oportunidad para las mismas, especialmente en el caso de entidades financieras.

Motivados por la reducción de ese coste de oportunidad, tanto las empresas del sector como los centros de investigación económico-financiera, han desarrollado métodos cada vez más exhaustivos en la medición de estos riesgos de mercado.

Fiel reflejo de este hecho es la extensa literatura existente acerca de los métodos para calcular esta medida de riesgo que van desde los más simples, como el método histórico y varianza-covarianza, hasta mucho más complejos como, por ejemplo, los métodos centrados en el uso de modelos basados en la modelización de la volatilidad (GARCH, volatilidad estocástica) así como en el uso de técnicas de simulación tanto para estimar dichos modelos como para predecir la evolución futura de la serie o de su volatilidad.

En este trabajo se realiza un análisis del cálculo del Valor de Riesgo mediante modelos de la familia ARMA-GARCH, que son los más utilizados en la literatura (Bollerslev y otros, 1992; Bera y Higgins, 1993), aplicándolo a la medición de riesgos de 6 de los índices bursátiles más conocidos a nivel mundial. Se realiza, además, una validación predictiva de dichos modelos buscando evaluar la influencia ejercida por diversas características de los mismos (heterocedasticidad, efecto asimétrico, no normalidad del término de error) en el rendimiento estadístico-financiero de las predicciones efectuadas por los modelos comparados.

El trabajo está estructurado de la siguiente manera; el primer apartado describe cómo surgió la necesidad de medir los riesgos de mercado de una forma diferente a la que se venía haciendo, además de explicar de qué elementos está formada esta medida y cuáles son sus posibles debilidades, además de introducir el Déficit Esperado o "*Expected Shortfall*" (ES) como medida alternativa de riesgo que, aunque más difícil en su cálculo, es más coherente que el VaR a la hora de evaluar riesgos. El segundo apartado muestra, mediante un ejemplo ilustrativo, como calcular el VaR de acuerdo a los dos métodos más simples propuestos en la literatura para, posteriormente, describir métodos más avanzados utilizando los modelos ARMA-GARCH. El tercer apartado introduce mediante un análisis descriptivo básico los índices objeto de estudio. El cuarto apartado explica el proceso de modelización llevado a cabo, indicando la estimación de los parámetros de todos ellos. El quinto explica el método seguido para el cálculo de los valores de riesgo predichos. El sexto apartado analiza el rendimiento de los VaR y ES calculados por el modelo mediante una evaluación predictiva con las últimas 400 observaciones, para finalizar con el séptimo apartado donde se recogen las conclusiones obtenidas.

2.¿QUÉ ES EL VaR?

2.1. LOS COMIENZOS DEL VaR

El concepto de Valor de Riesgo (VaR) es bastante reciente, ya que comenzó a utilizarse a mediados de los años 90. Sin embargo, se puede decir que los fundamentos para su cálculo fueron desarrollados por Harry Markowitz en la teoría de selección de carteras a mediados del siglo XX, aunque con una finalidad muy distinta a la herramienta de gestión de riesgos que ocupa el tema central de este trabajo. En concreto, fueron las partes centradas en los riesgos de mercado y los efectos de los movimientos en los mismos las que ayudaron a la estimación de esta medida de riesgo tan utilizada en la actualidad.

El desarrollo del VaR fue consecuencia de una imposición por parte del gobierno norteamericano, más concretamente por la SEC (Securities and Exchange Commission), por la que obligaba a los bancos estadounidenses en el segundo tercio del siglo XX a mantener su deuda por debajo del 2000% de su capitalización como una medida para evitar que volviese a suceder otra Gran Depresión en el futuro. Sin embargo, con el desarrollo de productos financieros más complejos como los derivados, o unos tipos de cambio con una variación mucho mayor a la que se daba en el pasado, cuando el patrón oro era utilizado por la mayoría de países desarrollados, el SEC decidió, en 1980, que las garantías exigidas a los bancos comenzaban a ser insuficientes, y aumentó esos requerimientos a las pérdidas potenciales que incurrirían esas empresas con un 95% de confianza en un intervalo mensual.

Aunque estos requerimientos fueron concebidos como recortes que las empresas debían hacer, lo que la SEC estaba pidiendo era la estimación de un VaR mensual de las posibles pérdidas con una confianza del 95%. Con estas nuevas necesidades de información tan concretas, las firmas financieras más importantes comenzaron el desarrollo de técnicas específicas para el cálculo de estas reservas. JP Morgan fue la primera compañía en desarrollarlas introduciendo el método "RiskMetrics" para "describir la medida del riesgo que surge de los datos financieros".

Los requerimientos estipulados por la SEC en materia de garantías a las entidades bancarias no fueron las únicas medidas que se tomaron para la gestión de riesgos en dichas firmas financieras a nivel mundial. En 1974 se creó el "Comité de Basilea"

compuesto por los representantes de los bancos centrales de los diez países más industrializados del mundo, aunque en la actualidad están representados 13 países, incluida España con pleno derecho desde 2001. El objetivo de la creación de este comité fue, y sigue siendo, "el fortalecimiento de la regulación, la supervisión y las prácticas de los bancos de todo el mundo con el propósito de mejorarla estabilidad financiera. Para ello, proporciona un foro para el intercambio de información en materia de supervisión y mediante la formulación de normas y directrices de supervisión para promover la estabilidad financiera mundial", según lo recogido en la página WEB oficial de dicha organización.

La creación del Comité de Basilea supuso el compromiso internacional por una regulación más exhaustiva de las actividades llevadas a cabo en las instituciones financieras, en particular sobre los riesgos que éstas estaban dispuestas a soportar. En 1988 se publicó el acuerdo *Basilea I*, donde se recogían recomendaciones a las entidades financieras sobre el cálculo de un capital mínimo en balance, que se debiera mantener en balance, que cubriera los riesgos de mercado, de crédito y de tipo de cambio que estas empresas pudieran soportar en un futuro. Posteriormente, en 2004 se publicó la segunda parte de dicho acuerdo, llamado *Basilea II*, donde se incorporaron algunos términos como, por ejemplo, el cálculo de la pérdida mediante cuantiles, en sus recomendaciones para el cálculo de la reserva que cubra esos riesgos descritos en el primer acuerdo, que recuerdan a las garantías exigidas por la SEC en Estados Unidos en los años 80.

Como ya se ha podido observar, la necesidad de control de las entidades financieras ha llevado al desarrollo de medidas, entre otras el Valor de Riesgo, para poder medir con mayor o menor precisión, en función del grado de complejidad que se asuma en las estimaciones, el riesgo al menos de mercado de las diferentes posiciones financieras que se encuentran en un mercado financiero global como es el actual. Tras comprobar que el VaR no tenía como única utilidad el cálculo de las previsiones que requería la SEC y los acuerdos conseguidos por el Comité de Basilea, sino que podía ser una eficaz herramienta en la estimación del riesgo de cualquier activo financiero, las empresas financieras comenzaron a utilizarlo como medida de gestión del riesgo para todas sus actividades. Incluso hoy en día se ha instaurado en organizaciones para medir el riesgo de mercado, no sólo de carteras de inversión, sino de otros aspectos de la actividad empresarial. Antes de analizar la utilidad que se da hoy en día al VaR, y la importancia

que tiene en la actividad empresarial, en el próximo apartado se detallan tanto su significado como los elementos que lo componen, para, más adelante, ir analizando en profundidad su estructura en cada uno de los métodos que existen para calcularlo.

2.2. SIGNIFICADO Y ELEMENTOS DEL VaR

Incluso desde la época en la que Markowitz desarrollaba su teoría de selección de carteras, la técnica más utilizada para medir el riesgo de mercado en activos financieros ha sido la desviación típica, ya que representa la dispersión de las observaciones con respecto a su valor medio; en otras palabras, el riesgo de volatilidad de un activo financiero. Sin embargo, en la información que ofrece la desviación típica están incluidas tanto las pérdidas como las ganancias, por lo que no siempre se verá como una medida del riesgo, ya que trata las dos colas de la distribución por igual. De esta forma surgió el VaR, para dar una respuesta más centrada en el riesgo de las pérdidas potenciales, centrándose en los valores negativos de la rentabilidad o pérdidas en lugar de en los valores positivos o ganancias.

Para hacerse una idea de qué es el VaR y su utilidad, es interesante formularse la siguiente pregunta, ¿cuánto se puede perder, como máximo, al invertir en un activo financiero, o una cartera formada por varios activos, dados un horizonte temporal y una probabilidad de ocurrencia? La respuesta a esa pregunta es lo que se conoce como Valor de Riesgo, y es una medida estadística del riesgo de mercado, ya sea de una inversión particular o una cartera de inversión formada por varios activos financieros, que denota la posible pérdida máxima derivada de esas inversiones en términos absolutos o porcentuales con una probabilidad de ocurrencia y un horizonte temporal establecidos.

Una definición más formal es la que proporcionan Zalbidegoitia y Abasolo (2011), "*una medida que representa un dato de pérdidas potenciales en circunstancias normales. Es el límite de pérdidas potenciales de un periodo temporal determinado (por ejemplo en un día) que está incluido en un porcentaje determinado de las ocasiones (habitualmente el 95%). Este porcentaje se corresponde estadísticamente con el intervalo de confianza*". Es muy importante el concepto de "*en circunstancias normales*", ya que como se irá viendo en sucesivos apartados, en la mayoría de los casos, el VaR está calculado suponiendo normalidad en la distribución de las rentabilidades de los activos financieros, cuando la realidad es muy diferente. Matemáticamente el Valor de Riesgo

de un activo financiero para un nivel de confianza $1-\alpha$ ($0<\alpha<1$) viene dado por el valor $\text{VaR}_{t,\alpha}$ tal que

$$P(r_t \leq -\text{VaR}_{t,\alpha} | I_{t-1}) = \alpha$$

donde r_t es la rentabilidad del activo financiero y I_t denota la información disponible hasta el periodo t , es decir, $-\text{VaR}_{t,\alpha}$ es el cuantil α de la distribución condicional $r_t | I_{t-1}$.

De la misma definición se pueden obtener los elementos fundamentales que componen el VaR: el primero de ellos es la inversión, o inversiones para las que se desea calcular el riesgo de mercado. El segundo elemento es el periodo de tiempo, el VaR puede calcularse en torno a cualquier intervalo de tiempo, aunque, según el profesor Mascareñas (2008), *"la idoneidad del mismo dependerá de la actividad de la cartera de inversión, siendo preferible un VaR mensual para aquellas con un nivel más bajo de actividad, y un VaR diario para carteras mucho más activas en los mercados financieros"*. El tercer elemento es el nivel de confianza, en términos más concretos, se trata de la probabilidad de incurrir en unas pérdidas tan grandes como las que señala el VaR, los dos más utilizados son el 95% y el 99% aunque no significa que siempre se tenga que recurrir a ambos porcentajes, siendo también bastante interesante el 99.9%. Finalmente, el último elemento que forma la estimación del VaR es la pérdida máxima. Esta pérdida se puede expresar en términos porcentuales o monetarios, y representa el resultado final de la estimación del riesgo. Es interesante observar como la interpretación de los resultados obtenidos puede ser de dos tipos, ya sea observando la cantidad o porcentaje estimado de pérdida con un nivel de confianza determinado, o bien el número de días, semanas, meses... que se incurrirá unas pérdidas al menos tan grandes como el valor estimado por el VaR, lo que le proporciona un aspecto bastante visual a la hora de interpretación de resultados.

Una de las hipótesis más comunes para su estimación es la distribución normal para explicar las rentabilidades de un activo financiero. La figura 2.1 lo representa gráficamente donde se puede observar la función de densidad de esta distribución donde se representan las frecuencias de las rentabilidades de un activo financiero. La parte sombreada de la distribución representa el nivel de confianza utilizado para su cálculo, y la diferencia entre la esperanza de esas rentabilidades y el valor en ese nivel de ocurrencia es propiamente dicho el valor del VaR. Es habitual atribuir un valor de cero a

la media de rentabilidades cuando los datos son diarios y, en este caso, el VaR es la diferencia entre cero y el valor que resulte de aplicar ese nivel de confianza.

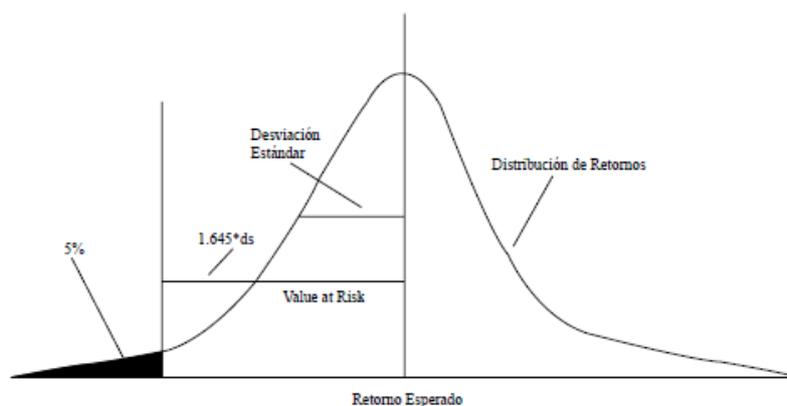


Figura 2.1: Representación gráfica del VaR

Fuente: "*Value at Risk: Teoría y Aplicaciones*" Christian A. Johnson (2001)

Como un avance sobre la estimación de este Valor de Riesgo, se puede decir que la mayor complejidad en sus cálculos, no es su obtención una vez delimitada su distribución de frecuencias, ya que en función del grado de confianza requerido el procedimiento es buscar un cuantil determinado, sino delimitar esa distribución, y es este uno de los aspectos en los que el presente trabajo va a profundizar.

2.3. IMPORTANCIA Y UTILIDAD

El uso y la necesidad del VaR como medida de riesgo para las entidades financieras es un hecho tras las medidas impuestas por la SEC en primera instancia, y por la implantación internacional de los acuerdos de Basilea en regulación bancaria que vino a continuación. Sin embargo, las utilidades que actualmente se le atribuyen a esta estimación del riesgo de mercado son cada vez mayores. De hecho, Luque (2006) advierte que se ha llegado a crear una categoría de fondos de inversión llamados "de gestión por VaR", en los que no importa el tipo de activo en los que se invierte sino que la pérdida máxima no supere un valor determinado estipulado en el folleto del fondo de inversión, y el estilo de gestión de los mismos no es otro que el de basar las decisiones de abrir o cerrar posiciones en función de las estimaciones del VaR de los activos analizados.

Este cambio en la utilización de esta herramienta de gestión de riesgos como medida obligatoria por las entidades financieras más grandes, al uso general que actualmente tiene en el mundo financiero, se debe en parte a las ventajas que aporta su uso cotidiano en una gestión del riesgo a un nivel diferente al que imponía la SEC o Basilea. Según Jara y Melgar (2007), las utilidades o ventajas de esta herramienta de medición de riesgos son dos; en primer lugar, la obtención de información, ya que se trata de un indicador fácil de interpretar por su expresión en términos monetarios o porcentuales, además de tener la ventaja de poderse utilizar en la medición del riesgo de cualquier activo financiero; y en segundo lugar, la gestión de riesgos, ya que puede utilizarse para fijar límites en el riesgo que un inversor está dispuesto a soportar.

Teniendo en cuenta las ventajas que aporta el VaR en términos de gestión del riesgo, han sido muchas las investigaciones que se han llevado a cabo para hacer evolucionar esta herramienta, existiendo numerosos métodos para su estimación y cálculo, de los cuales se hablará en profundidad más adelante.

2.4. LIMITACIONES DEL VAR

Después de conocer las ventajas y el por qué es tan popular en la gestión de riesgos, es conveniente hacer un análisis cualitativo de qué posibles limitaciones se presentan tanto en su obtención como en la interpretación de los resultados.

Damodaran (2005) describe tres tipos de limitaciones; en primer lugar habla de la posibilidad de que la estimación no sea la correcta debido a algunos de los siguientes factores:

- La hipótesis en la distribución de rentabilidades no es la adecuada; si esto sucede la estimación del riesgo resultante del VaR será incorrecta. Como se verá en el siguiente apartado existen diferentes formas de estimar el VaR, y cada una de ellas asume una distribución distinta.
- La historia de la serie de rentabilidades de un activo puede no ser útil a la hora de predecir: todos los modelos de estimación del VaR utilizan datos históricos en mayor o menor medida, y dependiendo del horizonte temporal muestral y las características del mismo se pueden subestimar determinados aspectos como la volatilidad que puede hacer fallar la predicción.

En segundo lugar, el VaR se centra en la medición únicamente en el riesgo de mercado, entendiendo como tal la probabilidad de incurrir en pérdidas como consecuencia de las variaciones de los precios de los activos en cartera, dejando sin tratar otros tipos de riesgos como son los riesgos políticos, de liquidez y legales por citar algunos. En definitiva, en el caso de gestionar el riesgo de una cartera de inversión, es aconsejable no utilizar en exclusiva el VaR para ello, sino tratar de analizar el riesgo de manera conjunta con otras técnicas, quizás, más cualitativas.

Además, aunque la estimación del riesgo obtenida sea la correcta, esto no significa que los encargados de tomar decisiones elijan aquellas que resulten óptimas para la empresa, o para el cliente al que gestionan su patrimonio. A esta afirmación llegaron Basak y Shapiro(2001) tras realizar un estudio sobre los efectos que tenía el uso de técnicas estadísticas en medición de riesgos, como el VaR, en la actitud de los gestores en los mercados financieros. Concluyendo que aquellos gestores que miden su grado de aversión al riesgo exclusivamente con el VaR, a menudo invierten en activos más arriesgados que aquellos que no lo usan, tal vez por la simplicidad y la facilidad de interpretación del mismo a la hora de tomar decisiones, lo que hace que esas decisiones se conviertan en sistemáticas y que no se tengan en cuenta otras medidas de riesgos, como se ha dicho anteriormente, mas cualitativas.

Finalmente, el VaR no verifica la propiedad de sub-aditividad por la que si (X, Y) son los rendimientos de dos activos financieros y ρ es una medida de riesgo entonces $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ lo cual implica que cuanto mayor diversificadas estén las carteras de inversión, menor será el riesgo de mercado de las mismas (Artnez et al., 1997). Por esta razón, en la literatura se han propuesto diversas alternativas para remediar este hecho que contradice a la teoría financiera. Una de ellas es la que se conoce con el nombre de Déficit Esperado o ES por sus siglas en inglés (Expected Shortfall), que se define como la esperanza matemática de la pérdida en la que incurre un activo financiero cuando toma valores menos o iguales que el valor de riesgo, es decir, en términos matemáticos:

$$ES_{t,\alpha} = -E[r_t | I_{t-1}, r_t \leq -VaR_{t,\alpha}]$$

Esta medida de riesgo se desarrolló además para tratar otro de los problemas que acompaña al VaR, el comportamiento de las colas de la distribución una vez superado el nivel que éste devuelve. La figura 2.2 identifica este problema a la perfección, en ella se

pueden observar las funciones de densidad de dos variables aleatorias de pérdidas que se comportan de igual forma hasta el cuantil del VaR, pero a partir de ese punto la que es representada por la línea de puntos se observa mucho más arriesgada en términos de unas posibles pérdidas más grandes.

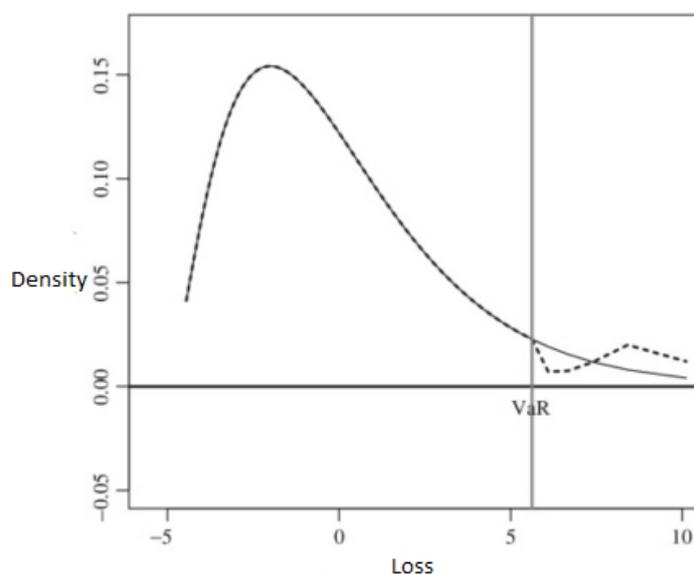


Figura 2.2: Funciones de densidad de dos variables aleatorias de pérdidas que tienen el mismo VaR pero distintas implicaciones de las pérdidas.

Fuente: "An Introduction to Analysis of Financial Data with R" (Ruey S. Tsay) 2013

3. MÉTODOS DE CÁLCULO DEL VaR Y EL ES

Aunque en la literatura relacionada con el Valor de Riesgo existen varios métodos para calcularlo, los dos que se pueden considerar más básicos son los denominados "Método histórico" y "Método varianza-covarianza", siendo el método más utilizado en la literatura el llamado "Método econométrico" que se basa en la utilización explícita de un modelo que describa la evolución de la serie financiera a lo largo del tiempo.

Los dos primeros métodos presentan determinadas características que hacen que las estimaciones obtenidas del VaR no sean, quizás, demasiado realistas, por lo que serán analizados a continuación de forma más simple indicando los posibles fallos que pudieran tener, añadiendo un ejemplo del cálculo del riesgo de mercado en ambos para la serie de rentabilidades diarias del índice IBEX35, con observaciones disponibles desde enero de 2007.

3.1 MÉTODO HISTÓRICO

La base que hay detrás de este primer método es la creencia de que el futuro de la serie financiera se va a comportar como ya lo ha hecho en el pasado, lo que como bien se ha observado en numerosas ocasiones no es del todo cierto, haciendo de éste su principal defecto a la hora de la predicción de riesgos en activos financieros.

Este método utiliza los datos históricos disponibles para anticipar los factores de riesgo en vez de suponer una distribución en concreto, primero reorganiza los rendimientos históricos previos al periodo actual, ordenándolos de menor a mayor, para a continuación construir la función de distribución de frecuencias de la serie y calcular el VaR como el cuantil correspondiente a dichos datos en función del nivel de confianza requerido.

La ventaja fundamental de este método radica en que no realiza ninguna hipótesis acerca de la distribución que siguen las series financieras, por lo que todo el peso de las predicciones recae en la información disponible hasta la fecha. Sin embargo, puede resultar complicado elegir la ventana temporal adecuada en concepto de información histórica utilizada en la estimación de valores de riesgo, ya que si se utiliza demasiada información en la construcción de la distribución de frecuencias el resultado puede estar condicionado a sucesos pasados con mucha anterioridad pero si utiliza una ventana demasiado pequeña puede hacerse demasiado irregular e impreciso debido al escaso tamaño muestral seleccionado para su estimación.

Comenzando con el ejemplo del VaR diario al 95% y 99% de confianza del IBEX35, la figura 3.1 representa el histograma de las rentabilidades diarias de la serie, mientras que la figura 3.2 ordena esos mismos datos de menor a mayor y los distribuye en percentiles obteniendo así la función de distribución de frecuencias que se observa en el gráfico.

Como se puede observar en esta última figura, la línea verde denota el valor del VaR para una confianza del 95%, exactamente el percentil 95 devuelve aproximadamente un -2.695% de rentabilidad, o lo que es lo mismo, el IBEX35 sólo perderá más de un 2.695% el 5% de los días, o un día de cada mes. La línea roja hace lo mismo para un nivel de confianza del 99%, obteniendo un VaR aproximado en el percentil 99 de -4.717%, es obvio que conforme se aumente el nivel de confianza exigido el valor devuelto será también mayor.

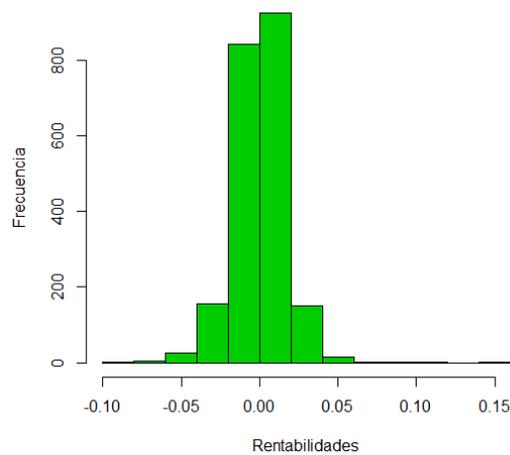


Figura 3.1: Histograma de frecuencias de rentabilidades de IBEX35

Fuente: Elaboración propia a partir de datos proporcionados por YahooFinance

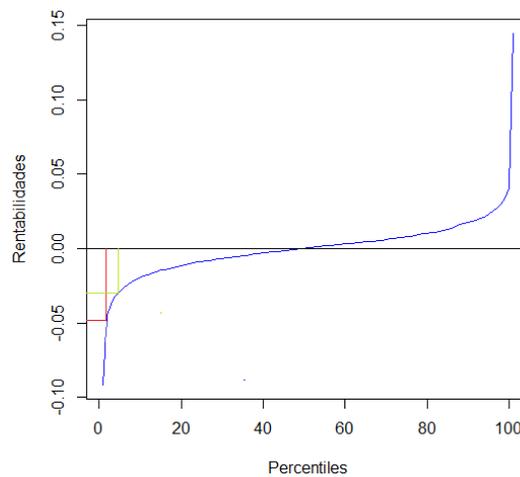


Figura 3.2: Percentiles de la distribución de frecuencias de IBEX35

Fuente: Elaboración propia a partir de datos proporcionados por YahooFinance

3.2. MÉTODO VARIANZA COVARIANZA

A diferencia del método anterior, por el que se asume que el futuro va a depender enteramente de los datos pasados de la muestra, y por tanto no se suponía ninguna distribución estocástica en la serie de rentabilidades del activo financiero, en el método varianza-covarianza, o también llamado delta-normal, se supone que los rendimientos del activo se distribuyen de acuerdo a la distribución normal. Esta afirmación resulta muy útil en tanto que simplemente es necesario conocer el rendimiento esperado y la desviación típica de la serie para representar su distribución de frecuencias y, por tanto, obtener el valor del VaR requerido.

Sin embargo, aunque esta afirmación aporta simplicidad al cálculo del VaR, la realidad es muy diferente a la que se asume en este método, ya que suele ocurrir que cuanto más alta es la frecuencia de observación de la serie, más leptocúrtica es, rechazándose la hipótesis de normalidad. No ocurre lo mismo si la frecuencia de observación es más baja (quincenal, mensual) debido a que las series de rentabilidades con frecuencias más bajas se obtienen como suma de series de rentabilidades con frecuencias más altas en la observación de los datos, por lo que aplicando el Teorema Central del Límite su distribución se aproximará a una distribución normal con independencia de la distribución de las variables.

Siguiendo con el ejemplo del método anterior donde se analiza el riesgo diario del IBEX35, la forma de obtener el VaR mediante el método varianza-covarianza es prácticamente la misma, e incluso más simple en los cálculos ya que se asume la normal como la distribución donde obtener los percentiles 95 y 99. La tabla 3.1 representa los valores del VaR para una distribución $N(\mu, \sigma)$ para unos niveles de confianza del 95 y 99 por ciento.

Tabla 3.1: Distribución normal para niveles de 95 y 99 %

Nivel de confianza	-VaR
95% (alto)	$\mu - 1,65 \times \sigma$
99% (muy alto)	$\mu - 2,33 \times \sigma$

Fuente: "Introducción al VaR" Juan Mascareñas

De esta forma la obtención del VaR es automática si se conocen la media y desviación típica de la muestra de datos histórica, que en el caso del IBEX35 diario desde 2007 son 0,003217% y 1,657274% respectivamente, por lo que aplicando un sencillo cálculo en la tabla 3.2 se obtienen los VaR para el IBEX35 de 2,7313% y 3,8582% dependiendo de los niveles de confianza de 95% y 99% respectivamente:

Tabla 3.2: Obtención del VaR sobre el IBEX35 con 95% y 99% de confianza:

Nivel de confianza	-VaR
95% (alto)	$0,003217\% - 1,65 \times 1,657274\% = -2,7313\%$
99% (muy alto)	$0,003217\% - 2,33 \times 1,657274\% = -3,8582\%$

Fuente: Elaboración propia

Para la representación gráfica de ambos valores, la figura 3.3 dibuja el histograma de la serie diaria del IBEX35 desde 2007 superpuesta la línea que representa una distribución normal con la media y la desviación típica de la serie representada. En dicha figura la línea verde representa el valor del VaR para un nivel de confianza del 95% mientras que la línea roja lo hace para el 99%. Como se puede observar la distribución de las rentabilidades diarias es más leptocúrtica que la normal (el test de Jarque-Bera rechaza la hipótesis de normalidad debido a que el coeficiente de curtosis es igual a 5,4845) y de ahí la falta de validez de este método para frecuencias altas.

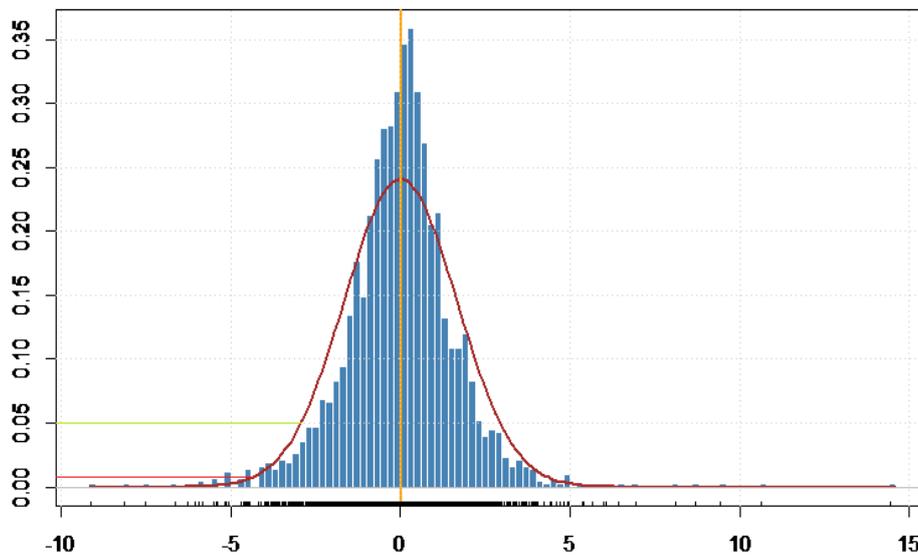


Figura 3.3: Histograma del IBEX35 diario y función de densidad de la normal con la misma media y desviación típica que los datos

Fuente: Elaboración propia. Datos: YahooFinance

Sin embargo si disminuimos la frecuencia de observación aumenta el grado de normalidad de la serie. Así, la figura 3.4 representa el histograma de frecuencias de la rentabilidad mensual del IBEX35, incorporando además la función de distribución de una normal con la media y desviación típica de la serie. Como se puede observar, las diferencias han disminuido (el coeficiente de asimetría de Fisher vale -0,3174, el de curtosis 0,6647 y el test de Jarque Bera no rechaza la hipótesis nula de normalidad). Ello es debido a que cuando disminuye la frecuencia de observación, la rentabilidad se calcula como suma de rentabilidades diarias y, aplicando el TCL, tiende a la normalidad.

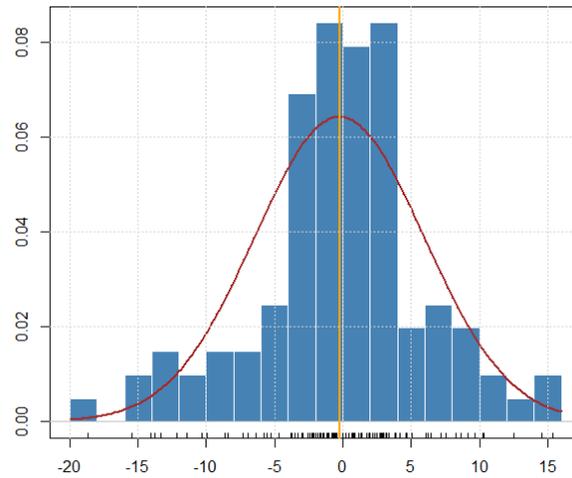


Figura 3.4: Histograma del IBEX35 mensual y función de densidad de la normal con la misma media y desviación típica que los datos

Fuente: Elaboración propia. Datos: YahooFinance

3.3. MÉTODOS ECONÓMICOS

El último de los métodos analizados en este trabajo para el cálculo de valores de riesgo y ES es el llamado método econométrico, por el que los valores observados de las series temporales son considerados como resultado de un proceso estocástico, y se basan en la utilización de un modelo econométrico para describir dicho proceso. En la literatura existen diferentes modelos con este fin, aunque en este apartado se va a hacer especial mención a los modelos ARMA-GARCH, debido a que son los más utilizados en modelización de series financieras.

Como avance del caso de estudio a realizar en posteriores apartados, se va a analizar además la metodología existente en la literatura para modelar diferentes series de rentabilidades, como son los procesos ARIMA, GARCH y APARCH. Además de comprobar la influencia que tiene en la estimación de valores de riesgo la distribución de las innovaciones en los modelos generados, como pueden ser la normal, la normal asimétrica, la t de Student, la t de Student asimétrica, la exponencial generalizada (GED) y la exponencial generalizada asimétrica (SGED).

3.3.1 Proceso estocástico estacionario

Antes de tratar de modelar series temporales, es imprescindible saber lo que se conoce como proceso estocástico. Según González (2009), un proceso estocástico se puede

definir como *"una familia de variables aleatorias que, en general, están relacionadas entre sí y siguen una ley de distribución conjunta"*, además *"en el marco estadístico de los procesos estocásticos, una serie temporal se puede interpretar como una realización muestral de un proceso estocástico que se observa únicamente para un número finito de periodos"*. Esa es precisamente la diferencia entre un proceso estocástico y una serie temporal como pueden ser los precios de un determinado índice, mientras que el primero se trata de la ley de distribución de una determinada variable aleatoria, la serie temporal es la apertura de una ventana en el tiempo de todo ese proceso estocástico subyacente.

En el análisis de series temporales, el objetivo es utilizar la teoría sobre procesos estocásticos para caracterizar el comportamiento de la serie y predecir el futuro de la misma, aplicado a la gestión de riesgos nuestro objetivo sería obtener unas estimaciones lo más consistentes posibles acerca del comportamiento de la función de distribución de frecuencias para predecir valores de riesgos futuros. Para poder conseguirlo es necesario que la estructura de probabilidad del proceso estocástico sea estable en el tiempo, y aquí aparece lo que se denomina proceso estocástico estacionario.

3.3.2 Estacionariedad

El concepto de estacionariedad tiene dos alcances, en sentido estricto y en sentido débil, el primero de ellos tiene que ver con la invariabilidad del proceso estocástico a lo largo de todo el eje temporal, mientras que el segundo trata de la invariabilidad de algunos de los momentos del proceso, atendiendo particularmente a la estacionariedad de 2º orden que suponen que los momentos de orden 1 (media) y orden 2 (varianzas y covarianzas) dependen del número de periodos de tiempo que separan dos observaciones del proceso. Además, es conocido que si un proceso es estacionario de 2º orden y gaussiano (es decir, todas sus distribuciones marginales son normales) se puede afirmar que también lo será en sentido estricto.

Ventaja de los procesos estacionarios: permiten agregar información proporcionada por diversos periodos para estimar las características del proceso que son invariantes a lo largo del tiempo.

3.3.3 Modelos ARIMA

Sea $\{Y_t; t=1, \dots, T\}$ una serie financiera. Se dice que Y_t viene descrita por proceso ARIMA (p,d,q) si su evolución a lo largo del tiempo es descrita por la expresión:

$$\Delta^d Y_t = \mu + u_t$$

$$u_t = \phi_1 u_{t-1} + \dots + \phi_p u_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad ; \quad \varepsilon_t | I_{t-1} \sim RB(0, \sigma^2)$$

donde Δ es el operador diferencia definido por $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ y $\Delta^d Y_t = \Delta(\Delta^{d-1} Y_t)$ para $d \geq 2$ y $RB(0, \sigma^2)$ denota ruido blanco débil homocedástico con media 0 y varianza σ^2 . Por tanto, si la serie es diferenciada d veces el proceso resultante es un proceso estacionario ARMA (p,q) para lo cual hay que exigir, adicionalmente, que las raíces del polinomio característico de la parte autorregresiva del modelo, $1 - \phi_1 x - \dots - \phi_p x^p$, tengan un módulo mayor que 1, y que, además, sea invertible, para lo que será necesario que las raíces del polinomio de la parte media móvil, $1 + \theta_1 x + \dots + \theta_q x^q$ tengan también un módulo mayor que 1.

3.3.4 Modelos GARCH

Los modelos GARCH representan el desarrollo de los modelos ARIMA vistos anteriormente para tratar de modelizar una varianza que se suponía constante en el tiempo pero que no lo es en muchas series financieras.

Engle (1982) fue el primero que propuso modelizar la varianza a través de un proceso autorregresivo de orden m de los cuadrados de la serie (de ahí el nombre de ARCH). Sin embargo se vieron algunas debilidades de estos modelos, como apunta Arce (1998) uno de los inconvenientes que tiene este tipo de modelización es la posibilidad de que sea necesario un número muy elevado de parámetros para una correcta especificación, llevando a un engorroso número de iteraciones para alcanzar una solución, e incluso siendo a veces imposible obtenerla.

Para solucionar este problema Bollerslev (1986) propuso la generalización de los modelos de Engle mediante la inclusión de valores pasados de la varianza en la ecuación de explicación de la misma. A estos modelos los llamó GARCH (*Generalized AutoRegressive Conditional Heterocedasticity* por sus siglas en inglés), y la siguiente ecuación representa este modelo para unos órdenes m y s cualquiera:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim D(0, \sigma_t^2) ; \sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m \varepsilon_{t-m}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_s \sigma_{t-s}^2$$

con $\omega > 0$, $\alpha_i \geq 0$; $i=1, \dots, m$; $\beta_j \geq 0$; $j=1, \dots, s$ y donde $D(0, \sigma_t^2)$ denota una distribución de media 0 y varianza σ_t^2 . Diremos que Y_t sigue un proceso GARCH(m,s) y, si $s=0$ tendremos un proceso ARCH(m). Observar que $E[Y_t | I_{t-1}] = \mu$ y $V[Y_t | I_{t-1}] = \sigma_t^2$ por lo que la serie Y_t será condicionalmente heterocedástica. La serie tendrá, además, varianza incondicional finita si $\alpha_1 + \dots + \alpha_m + \beta_1 + \dots + \beta_s < 1$ y, en este caso, $V[Y_t] =$

$$\frac{\omega}{1 - \sum_{i=1}^m \alpha_i - \sum_{j=1}^s \beta_j}$$

. Es interesante mencionar que cuanto más se aproxime a la unidad la

suma de todos los α y β , el efecto heterocedástico será más persistente, de forma que el impacto de un shock ε_t sobre la volatilidad σ_t^2 tenderá a persistir a lo largo del tiempo; además si los parámetros β son elevados indicarán también persistencia de los valores más antiguos de la varianza en su estimación actual, mientras los parámetros α representan el efecto que tiene valores más cercanos al valor de la volatilidad en σ_t^2 .

La introducción de estos modelos heterocedásticos desencadenó la propuesta de muchas ampliaciones de los mismos, e incluso se disparó su uso en todo el mundo. Bollerslev et al. (1992) y Bera y Higgins (1993) llevaron a cabo estudios acerca del alcance que estos nuevos modelos podían tener, concluyendo que habían eclipsado completamente a los modelos ARIMA homocedásticos.

Uno de los méritos de estos autores fue el capturar la volatilidad con las mismas herramientas utilizadas en la modelización de la media de series temporales, los modelos ARIMA. De hecho, la ecuación (4) demuestra que tras un modelo GARCH se esconde un proceso ARMA, representándolo para la serie cuadrática de los residuos de la serie en media:

$$\varepsilon_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \beta_i) \varepsilon_{t-i}^2 - \sum_{i=1}^q \beta_i v_{t-i} + v_t \quad (4)$$

donde $v_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$ y $m = \max(p,q)$. Por lo que un modelo GARCH puede verse como una aplicación de la idea ARMA para la serie cuadrática ε_t^2 .

Además, las aplicaciones de estos modelos son completamente compatibles con la modelización en media de los ARIMA, debido a que ambas partes son asintóticamente independientes. Esto hace que los dos modelos se puedan combinar y crear los llamados ARMA-GARCH, donde la identificación de los modelos para las ecuaciones de la media y de la varianza se realizan de forma independiente.

Las restricciones impuestas sobre los coeficientes de ambas ecuaciones no cambian en absoluto en la especificación de este modelo con respecto a los anteriores, por lo que conserva todas las características propias de los modelos ARIMA en media y de los modelos GARCH en varianza.

3.3.5 Modelos APARCH

En los modelos GARCH se trataba de modelizar la varianza de la serie temporal, lo que a la hora de evaluar el riesgo de mercado puede no ser la mejor medida de riesgo debido a que en la varianza se encuentran tanto shocks negativos como positivos, mientras que el riesgo de mercado no tiene ninguna connotación positiva. Otra de las debilidades de los modelos heterocedásticos de Bollerslev es que no recogen el llamado "*leverage effect*" o efecto asimétrico en el sentido de que el impacto de los shocks ε_t negativos sobre la volatilidad σ_t^2 tienden a ser mayores que los de shocks ε_t positivos.

Como solución a ambos problemas surgieron diversos modelos en la literatura de los cuales los modelos APARCH ("*Asymmetric Power ARCH Models*" por sus siglas en inglés) introducidos por Ding et al. (1993) son unos de los más utilizados. Estos modelos tratan de modelizar la potencia δ de la desviación típica, además de incluir un parámetro γ que determina el signo y la cuantía del efecto asimétrico anterior, que en el caso de ser positivo indicaría que el modelo recoge la existencia del efecto asimétrico de la serie, ya que como se puede observar en la siguiente ecuación, si el error es negativo el resultado final de la δ potencia de la desviación típica será mayor, incrementando el nivel de riesgo.

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t | I_{t-1} \sim D(0, \sigma_t^2) \quad ; \quad \sigma_t^\delta = \omega + \sum \alpha_i (|\varepsilon_{t-1}| - \gamma_i \varepsilon_{t-1})^\delta + \sum \beta_j \sigma_{t-j}^\delta$$

Sin embargo, como ya se ha comentado, la familia de modelos asimétricos no acaba con los APARCH, ya que se han desarrollado muchos otros para solucionar el problema de la asimetría en las series temporales, entre ellos se pueden encontrar los modelos

EGARCH de Nelson (1991), los GJR de Glosten et al. (1993) y Zakoian (1994), los NGARCH de Engle y Ng. (1993) entre muchos otros.

3.3.6 Distribución del término de error

Finalmente, en la modelización de series temporales financieras es muy importante conocer la distribución del error de los modelos, también llamadas innovaciones, con el fin de recoger de una forma veraz las propiedades de dichas series, y por supuesto, realizar mejores predicciones. Así, Wong et al. (2012) advierten que "*generalmente hablando, el ajuste de los modelos de riesgo mejora conforme las propiedades de las rentabilidades de acciones, ya sean la asimetría o las colas pesadas de las innovaciones entre otros, se tienen en cuenta en la modelización*". Por su parte, Chen et al. (2012) realizan un estudio sobre el ajuste de diferentes tipos de modelos con distintas distribuciones de las innovaciones y sus efectos en las predicciones que se hacían del VaR en dos periodos distintos, pre y post la crisis financiera mundial de 2008-09, concluyendo que ninguno de los modelos con los que se realizaron las estimaciones actuó consistentemente bien, indicando que dependiendo del periodo analizado era más importante saber qué distribución del error utilizar, ya que ahí radica una mejor actuación del modelo.

Ya que se ha demostrado que la elección de la distribución del error es una parte fundamental en la modelización de series financieras, en especial en aquellos modelos destinados al cálculo o estimación de valores de riesgo, en este trabajo se van a proponer seis distintas distribuciones además de los modelos comentados anteriormente.

En primer lugar, y a modo de distribución de referencia, se ha escogido la distribución normal ya que son muchas las afirmaciones que se realizan de que las series financieras se distribuyen de acuerdo a esa distribución. En segundo lugar, la t de Student aporta alguna característica que suele ser frecuente en series financieras con frecuencia de observación alta, esta característica es una leptocurtosis elevada cuanto menor sea el número de grados de libertad usado en su formación, es decir, un mayor peso de las colas de la distribución, es importante resaltar que si el número de grados de libertad tiende a infinito la distribución t de Student tendrá la forma de una normal. Finalmente, es interesante estudiar el efecto que puede tener una distribución exponencial generalizada (GED) en los modelos que se van a obtener, tiene como principal

característica la leptocurtosis si la potencia elegida es menor que 2, mientras que es platicúrtica si es mayor, siendo la distribución normal un caso concreto de GED si la potencia es igual a 2.

Y para finalizar, y dado que en muchas series financieras se aprecia la existencia de asimetría negativa, es interesante comprobar cómo influye la asimetría en las series financieras, por lo que se utilizarán las versiones asimétricas de las distribuciones comentadas anteriormente para analizar este efecto en las estimaciones del VaR, lo que reflejará la dependencia en las rentabilidades cuando se obtienen ganancias o pérdidas no esperadas.

Para mostrar las características de cada una de ellas de manera gráfica, la figura 3.5 representa algunas de dichas distribuciones. La línea azul define la distribución normal estándar de media cero y desviación típica 1, mientras que la verde hace lo propio para la t de Student de media cero, desviación típica 1 y 5 grados de libertad, mucho más apuntada y con unas colas más pesadas, y finalmente la línea roja describe el comportamiento de una GED, también leptocúrtica con potencia 1. Además, aparecen representadas sus formas asimétricas del mismo color con parámetro de asimetría de 1.5 en todas ellas.

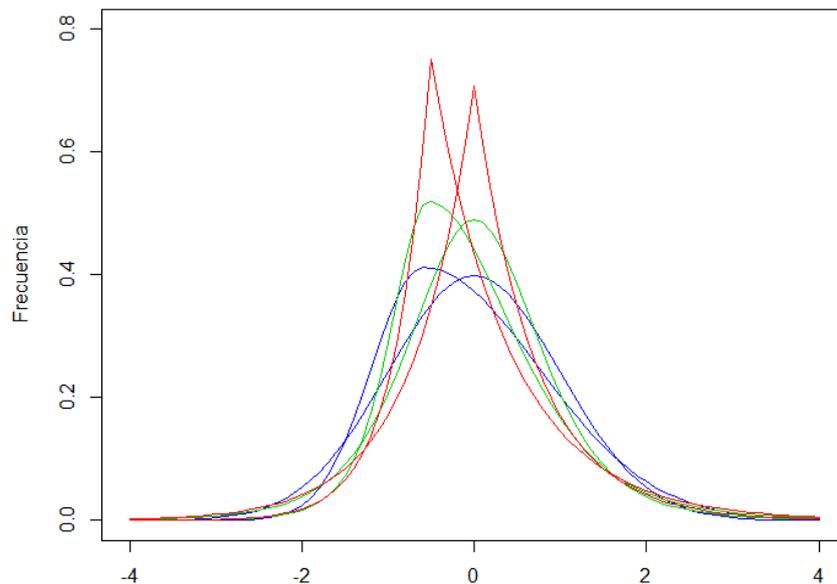


Figura 3.5: Distribuciones normal, t de Student, GED y asimétricas:

Fuente: Elaboración propia

4. DATOS UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS EMPÍRICO

Los datos utilizados para este trabajo son las rentabilidades diarias de seis de los índices de renta variable más conocidos a nivel internacional. Se han elegido de forma que simulen una cartera de inversión diversificada, con el objetivo de comprobar los efectos de las estimaciones de valores de riesgo en función de los mercados financieros elegidos. Los índices elegidos han sido, IBEX35, DAX30, EUROSTOXX50, NIKKEI225, STI (Índice de referencia en Singapur) y S&P500, siendo el rango de observación el mismo en cada uno de los seis, partiendo del comienzo de 2007 (2 de enero) hasta el 15 de mayo de 2015.

Se ha optado por analizar las series de rentabilidades y no la de precios ya que las primeras son estacionarias, lo que facilita la estimación de modelos y el desarrollo de toda la práctica de series temporales. Las rentabilidades utilizadas en las estimaciones han sido las rentabilidades continuas y no las simples, ya que proporcionan algunas ventajas muy útiles a la hora de tratar los datos muestrales. La siguiente ecuación muestra cómo se han calculado dichas rentabilidades continuas, siendo P_t el precio de cierre diario de los diferentes índices:

$$r_t = 100 * \ln(P_t / P_{t-1})$$

Una de las ventajas de utilizar las rentabilidades continuas frente a las simples es la amortiguación del efecto de la volatilidad implícita en la serie, consiguiendo cambiar la escala en la que trabajar, con lo que se podría disminuir el efecto que tienen los atípicos en las estimaciones de los modelos en el caso de que los hubiera. La segunda ventaja trata de la manejabilidad de los datos a la hora de hacer estimaciones. Esto es debido a que en el caso de las rentabilidades simples multiperiodo, donde se trata de obtener una rentabilidad entre espacios de tiempo superiores a 1, el resultado es una progresión geométrica de rentabilidades intermedias. Mientras que en el caso de las continuas, por las propiedades de los logaritmos, el resultado es una progresión aritmética, lo que proporciona una mayor facilidad en el trabajo de los datos. La tabla 4.1 muestra los resultados obtenidos al realizar un estudio estadístico-descriptivo de cada una de las series analizadas, indicando con asterisco las medias, asimetrías y curtosis significativas, mientras que la figura 4.1 las representa gráficamente.

Tabla 4.1: Características estadístico-descriptivas de las series analizadas

	IBEX35	DAX30	EUROSTOXX50	NIKKEI225	S&P500	STI
Observaciones	2134	2135	2128	2064	2107	2128
Media	-0,0112*	0,0252*	-0,0066	0,0062	0,0192*	-0,0060
Desviación Típica	1,6514	1,4803	1,5489	1,6510	1,3837	1,2249
Asimetría	0,1461*	0,0526	0,0420	-0,5596*	-0,3192*	-0,1820*
Curtosis	5,4845*	6,1371*	5,4050*	7,9825*	9,5555*	6,2696*
Mínimo	-9,5859	-7,4335	-8,2079	-12,1110	-9,4695	-8,6960
Máximo	13,4836	10,7974	10,4376	13,2346	10,9572	7,5305
Estadístico Jarque-Bera	2690,02	3360,82	2598,51	5602,55	8071,86	3506,72
P valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Fuente: Elaboración propia

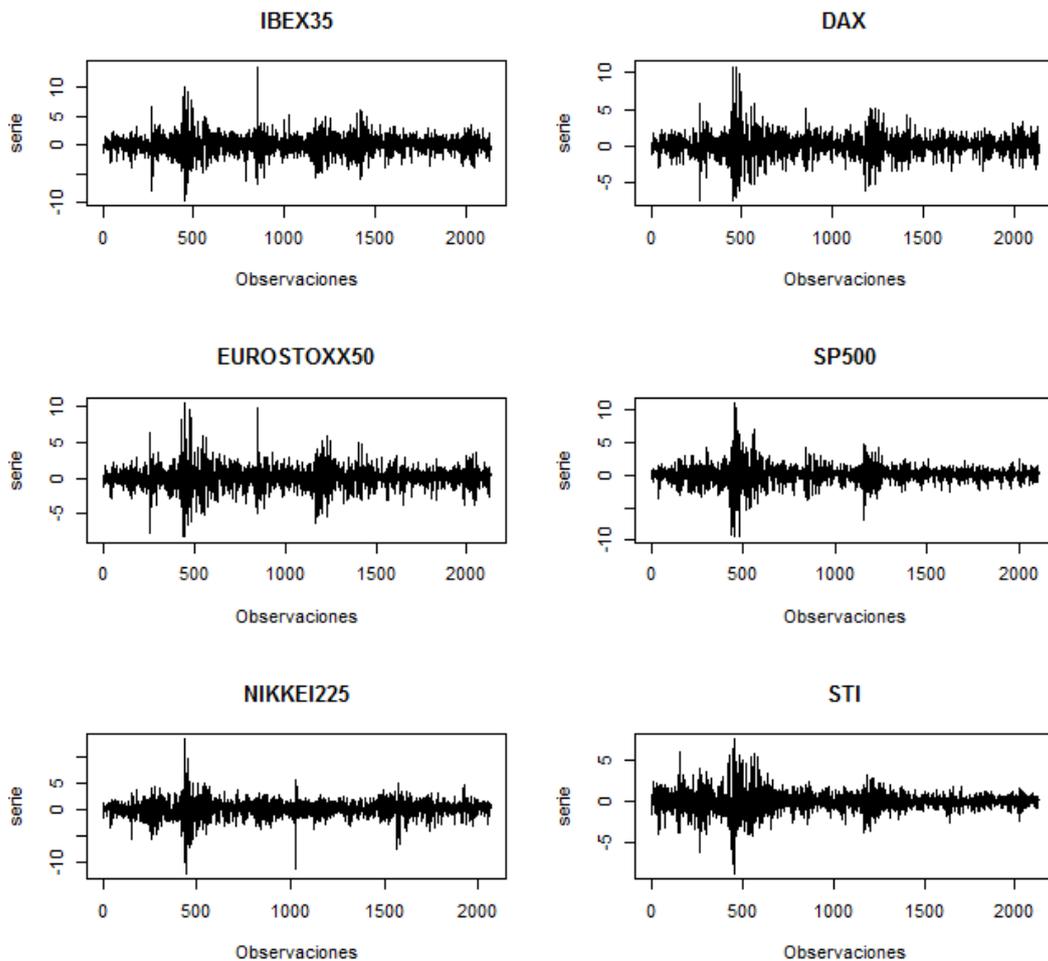


Figura 4.1: Representación gráfica de las series analizadas

Fuente: Elaboración propia

El número de observaciones se encuentra en torno a 2100 en cada índice, esta diferencia entre las series es debida a que los días festivos en los que los mercados financieros no cotizan son diferentes en cada país, dando lugar a muestras de distinto tamaño. La media de las rentabilidades de las series giran sobre el 0%, lo que concuerda con la teoría del mercado eficiente. Sin embargo, algunas de ellas como el DAX alemán o el S&P500 estadounidense destacan con una media significativamente positiva, siendo el IBEX35 español el caso opuesto con una media negativa algo significativa. Además, el coeficiente de asimetría de Fisher desvela problemas de asimetría en particular en el mercado japonés, y con menor fuerza en el S&P500 y el STI, siendo las tres series asimétricas a izquierdas. Sin embargo, es la leptocurtosis el problema generalizado en todas las series temporales, con todos los coeficientes de curtosis de Fisher superiores a 3. Este problema es debido, como ya se ha comentado con anterioridad, a la alta frecuencia en la observación de los datos. Finalmente, aparecen los estadísticos del test de normalidad de Jarque-Bera junto a sus p valores. Ya que éstos se forman al juntar los coeficientes de asimetría y curtosis de Fisher, era de esperar que se rechazara la hipótesis nula de normalidad en todos ellos taxativamente, siendo todas las series leptocúrticas y algunas de ellas asimétricas.

5. IDENTIFICACIÓN Y ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS

En el proceso de obtención de valores de riesgo por el método econométrico la correcta identificación y estimación de los modelos representa una parte fundamental del mismo, ya que un modelo infra o sobre parametrizado repercutirá negativamente en las estimaciones del VaR en forma de predicciones que no se ajustan a la serie modelizada.

En la literatura existen varios criterios de selección de modelos, los dos más utilizados y conocidos son los llamados AIC (Akaike Information Criterion) de Akaike (1973) y BIC (Bayesian Information Criterion) de Schwarz (1978). En la selección de los modelos de riesgo para los índices expuestos en el apartado anterior se ha utilizado el criterio Bayesiano, ya que en su estimación penaliza por sobreparametrización eligiendo modelos más simples. Además, Caballero (2011) advierte que el AIC no es asintóticamente consistente, ya que elige el mismo número de parámetros para muestras pequeñas que para muestras grandes.

Tabla 5.1: Estimación de los modelos para cada serie

	IBEX35	DAX	EUROSTOXX50	SP500	NIKKEI225	STI
Panel A: Modelos ARMA normales homocedásticos						
μ	-0,0112	0,0252	-0,0006	0,0192	0,0062	0,006
ϕ_1			-0,7867**	-0,1225**		
ϕ_2				-0,0697*		
θ_1			0,7504**			
θ_2			-0,0834			
θ_3			-0,0995*			
Panel B: Modelos ARMA Student asimétricos homocedásticos						
μ	-0,0164	0,0200	-0,0157	0,0278	0,0147	0,0017
ϕ_1			-0,7261**	-0,0808**		
ϕ_2				-0,0027		
θ_1			0,6964**			
θ_2			-0,0578			
θ_3			-0,0353			
ν	4,1234**	3,1424**	2,5307**	2,9900**	2,5770**	2,5116**
ξ	0,9443**	0,9333**	0,9448**	0,9064**	0,9522**	0,9524**
Panel C: Modelos ARMA-GARCH con errores normales						
μ	0,0419	0,0802**	0,0517*	0,0723**	0,0513	0,0280
ϕ_1				-0,0791**		
ω	0,1394**	0,0373**	0,0504**	0,0417**	0,0634**	0,0058**
α_1	0,0377	0,0990**	0,1077**	0,0000	0,1225**	0,0910**
α_2	0,0366			0,1564**		
α_3	0,0443					
α_4	0,0696*					
β_1	0,7604**	0,8838**	0,8713**	0,8147**	0,8534**	0,9064**
Panel D: Modelos ARMA-GARCH con errores no normales						
	STD	SGED	GED	SGED	GED	SGED
μ	0,0411	0,0641**	0,0441	0,0656**	0,0622**	0,0217
ϕ_1				-0,0957**		
ω	0,0785**	0,0284**	0,0428**	0,0362**	0,0558**	0,0048*
α_1	0,0410	0,0949**	0,1001**	0,0000	0,1117**	0,0843**
α_2	0,0291			0,1660**		
α_3	0,0284					
α_4	0,0295					
β_1	0,8441**	0,8931**	0,8824**	0,8105**	0,8669**	0,9133**
ν	7,8810**	1,3245**	1,3701**	1,3016**	1,4822**	1,5483**
ξ		0,9277**		0,8721**		0,9143**
Panel E: Modelos APARCH con errores normales						
μ	-0,0281	0,0176	-0,0245	0,0253	0,0096	0,0069
ϕ_1				-0,0716**		
ω	0,0380**	0,0384**	0,0429**	0,0317**	0,0594**	0,0064**
α_1	0,0723**	0,0720**	0,0902**	0,0919**	0,1122**	0,0695**
γ	1,0000**	1,0000**	1,0000**	1,0000**	0,4090**	0,3788**
β_1	0,9190**	0,9104**	0,9019**	0,9036**	0,8706**	0,9216**
δ	1,0185**	1,1488**	0,9720**	0,9606**	1,2828**	1,8379**

Panel F: Modelos APARCH con errores no normales						
	SGED	SGED	SGED	SGED	SSTD	SGED
μ	-0,0266	0,0188	-0,0272	0,0238	0,0123	0,0062
ϕ_1				-0,0838**		
ω	0,0347**	0,0366**	0,0406**	0,0315**	0,0510**	0,0054**
α_1	0,0711**	0,0774**	0,0932**	0,1004**	0,0972**	0,0642**
γ	1,0000**	1,0000**	1,0000**	1,0000**	0,6307**	0,3888**
β_1	0,9218**	0,9091**	0,9041**	0,9013**	0,8897**	0,9287**
δ	1,0308**	1,1182**	0,9131**	0,8999**	1,0543**	1,8015**
ν	1,5395**	1,4185**	1,5277**	1,3690**	10,0000**	1,5968**
ξ	0,8957**	0,9011**	0,9122**	0,8232**	0,8853**	0,9080**

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 5.1 se pueden observar cada uno de los modelos identificados para los seis índices objeto de estudio, además de incluir los parámetros estimados mediante el método de la máxima verosimilitud indicando con un asterisco coeficientes significativos al 95% y con dos al 99% según el test t de significación. Esta estimación trata de conseguir los valores de los parámetros que hagan máxima la probabilidad de obtener la muestra observada.

A efectos comparativos, se ha optado por estimar tres tipos de modelos diferentes: uno homocedástico (ARMA), uno heterocedástico (GARCH) y finalmente otro heterocedástico que trate de capturar el posible efecto asimétrico de las series identificado en el análisis descriptivo de las mismas en el apartado anterior (APARCH). Además, en cada uno de ellos se ha propuesto que en primer lugar la distribución del error sea normal, y en segundo lugar que sea diferente, pudiendo ser cualquiera de las analizadas en el apartado 3.3.6, es decir, normal asimétrica (SNORM), t de Student (STD), t de Student asimétrica (SSTD), exponencial generalizada (GED) o exponencial generalizada asimétrica (SGED). Los parámetros de asimetría y curtosis de cada modelo están representados en la tabla 5.1 por " ξ " y " ν " respectivamente, siendo un modelo más asimétrico cuanto más diferente de 1 sea ξ , y más parecido a la curtosis de la normal cuanto mayor sean los grados de libertad ν en las distribuciones Student y si ν es igual a 2 en las GED.

De esta forma pretendemos analizar los efectos ejercidos por incorporar las hipótesis de heterocedasticidad, efecto asimétrico y no normalidad de la distribución del error al modelo econométrico utilizado para calcular el VaR y el ES.

El proceso seguido para la identificación de cada uno de los modelos se ha basado, en primer lugar obtener un modelo homocedástico que capture adecuadamente las dependencias en media de las series mediante el análisis de correlogramas y el contraste de Box-Ljung (ver Anexo I). En los correlogramas se estiman las dependencias de la serie en t con sus k retardos, introduciendo dos bandas, superior e inferior, de significación, a partir de las cuales se considera que la dependencia en ese retardo es individualmente significativa y debe tratarse introduciendo estructura determinista en la ecuación del modelo. El contraste de Box-Ljung trata de comprobar si esas dependencias individuales son conjuntamente significativas, estableciendo la hipótesis nula en que la serie no es dependiente de sus retardos.

En segundo lugar se ha estudiado la invariabilidad de la varianza con el tiempo mediante los correlogramas de los residuos al cuadrado de los modelos estimados, suponiendo que estos errores cuadráticos son un buen estimador de la varianza de la serie, con el fin de encontrar dependencias que tratar mediante los modelos heterocedásticos GARCH (ver Anexo II). Además también se han llevado a cabo el contraste de Box-Ljung y el test ARCH para estos errores cuadráticos, siendo la finalidad de este último identificar parámetros autorregresivos significativos que expliquen la serie de esos residuos al cuadrado, establecida la hipótesis nula de ambos en homocedasticidad en la serie. Al observar los correlogramas de los modelos GARCH estimados no aparece prácticamente ninguna dependencia en varianza, por lo que la heterocedasticidad está controlada en todos ellos.

En tercer lugar se ha comprobado como los modelos GARCH no recogen el efecto asimétrico de las series, algo que sí hacen los APARCH, mediante la función de covarianzas cruzadas entre los residuos y los residuos cuadráticos de estos modelos, (ver Anexo III). Si los valores que devuelve esta función sobrepasan las bandas de significatividad, excepto en el retardo 0, indicará que existe un efecto asimétrico en el modelo que no está capturado, por lo que sería necesario estimar modelos APARCH para ajustarse mejor a la serie. Como se puede observar, al estimar estos modelos asimétricos se eliminan prácticamente todos los valores significativos de estas funciones, lo que indica que el efecto asimétrico se puede controlar con estos modelos.

Finalmente, se ha puesto a prueba el ajuste de las distribuciones del error, para ello se han dibujado todos los gráficos QQ y se ha llevado a cabo el contraste de Kolmogorov-

Smirnov en todos los modelos. El gráfico QQ trata de comparar los cuantiles de la serie analizada con los que tendría la distribución que se supone en cada caso representada por una línea recta roja, incorporando además unas bandas de confianza para ver cuánto se alejan los cuantiles de la serie. El test de Kolmogorov-Smirnov funciona de forma similar, pero de manera más cuantitativa, la hipótesis nula del contraste se establece como que la distribución de la serie es la misma que la que se supone en la serie. Al comparar tanto el gráfico QQ como el contraste en todos los modelos (ver Anexo IV), se puede afirmar, como ya se adelantaba en apartados anteriores, que la normal resulta fallar como distribución en todos y cada uno de los modelos estimados, siendo distribuciones leptocúrticas y asimétricas a izquierdas las que predominan en las estimaciones.

Tabla 5.2: Valores de los criterios BIC para cada modelo estimado

(en negrita señalados los mejores modelos para cada serie)

Serie	ARMA normal	ARMA no normal	GARCH normal	GARCH no normal	APARCH normal	APARCH no normal
IBEX35	3,884067	3,680664	3,607296	3,585610	3,558852	3,542312
DAX	3,621944	3,410210	3,313287	3,273016	3,270770	3,240869
EUROSTOXX50	3,714375	3,537355	3,425770	3,392666	3,364289	3,347114
SP500	3,476122	3,117198	2,921978	2,863135	2,888786	2,830101
NIKKEI225	3,840212	3,630097	3,515190	3,498459	3,506091	3,487222
STI	3,243122	2,963854	2,699069	2,683608	2,687591	2,676345

Fuente: Elaboración propia

Una vez analizados todos los gráficos y contrastes de los modelos mencionados anteriormente, el criterio para seleccionar modelos que aparentemente se ajustan de igual forma a su serie ha sido seleccionar aquellos que presenten los menores valores del BIC, ya que esto indica que el modelo estimado incorpora un mejor equilibrio entre el ajuste a la serie y el número de parámetros necesario para ello. La tabla 5.2 devuelve los valores del criterio BIC para cada uno de los modelos estimados, como se puede observar, bajo este criterio el modelo que mejor se ajusta a sus respectivas series es siempre un APARCH con errores no normales, debiendo incorporar la exponencial generalizada asimétrica en todos los índices excepto en el japonés, donde es la Student asimétrica la que mejor se ajusta a la serie. Estos resultados concuerdan con el análisis estadístico-descriptivo realizado en apartados anteriores, poniendo de manifiesto la

importancia intramuestral tanto de la hipótesis de heterocedasticidad como del efecto asimétrico y de la falta de normalidad en las distribuciones del error en cada modelo.

6. OBTENCIÓN DE VALORES DE RIESGO Y ES

Con los modelos ya estimados, el proceso de obtención de valores de riesgo y ES es recurrente. Con el fin de poder evaluar las estimaciones obtenidas y al igual que en el trabajo de Chen et al. (2012), se ha optado por calcularlos dentro de la muestra, es decir, utilizar las últimas 400 observaciones para validar extramuestralmente el modelo y el resto para estimarlo.

El horizonte de predicción establecido ha sido de un día, ya que de esta forma se puede utilizar la distribución del error de cada modelo calculado sin necesidad de simular valores para calcular el VaR, quedando la expresión matemática para su cálculo según la ecuación:

$$\text{VaR}_{t+1,\alpha} = - \left(\hat{Y}_{t+1} + \text{qdist}_{t,\alpha} \hat{\sigma}_{t+1} \right)$$

donde $\hat{Y}_{t+1} = E[Y_{t+1} | I_t]$ es la predicción con horizonte 1 día de la rentabilidad de la serie, $\hat{\sigma}_{t+1} = D(Y_{t+1}|I_t)$ es la desviación típica de la distribución predictiva de la serie y

$\text{qdist}_{t,\alpha}$ es el cuantil α de la distribución tipificada del error $\frac{\varepsilon_{t+1}}{\hat{\sigma}_{t+1}} \sim D(0,1,v_t, \xi_t)$.

El cálculo del ES no es, general, trivial y en nuestro caso hemos optado por utilizar el método de Monte Carlo simulando $\{Y_{t+1}^{(s)}; s=1, \dots, 10000\}$ valores de Y_{t+1} a partir de la

distribución $Y_{t+1}|I_t$ y calculando $\text{ES}_{t,\alpha} = \frac{\sum_{s=1}^{10000} Y_{t+1}^{(s)} I(Y_{t+1}^{(s)} \leq -\text{VaR}_{t+1,\alpha})}{\sum_{s=1}^{10000} I(Y_{t+1}^{(s)} \leq -\text{VaR}_{t+1,\alpha})}$ donde $I(A)$ denota la

función indicador que vale 1 si se verifica A y 0 en caso contrario.

Además, y siguiendo a Chen y otros (2011), para las estimaciones de ambas medidas de riesgo se ha optado por utilizar un proceso "rolling", que consiste en que cada nueva estimación de Y_t y σ_t , y por tanto del VaR y ES, se realiza teniendo en cuenta una ventana dinámica de información de los últimos 2000 datos, que va eliminando la

información más antigua conforme las estimaciones se encuentran más alejadas del origen para añadir los valores estimados más recientes.

Siguiendo con la dinámica de los primeros apartados donde se ejemplificaba la obtención de valores de riesgo mediante los métodos más simples, la tabla 6.1 devuelve los VaRs y ES estimados a través de las técnicas descritas anteriormente para el IBEX35 a 15 de Mayo de 2015, es decir, el último día de la muestra, y para cada modelo estimado. Además, los 400 últimos valores de ambas medidas están representados en las figuras 6.2 y 6.3, donde la línea roja representa el 95% de confianza y la verde el 99%. Los gráficos de los VaR y ES de los demás índices se pueden consultar en el Anexo (ver Anexo V).

Tabla 6.1: Valores de riesgo y ES calculados para los distintos modelos identificados del IBEX35 y el día 15 de Mayo de 2015, en tanto por cien

	ARMA normal	ARMA no normal	GARCH normal	GARCH no normal	APARCH normal	APARCH no normal
VaR ₉₅	2,79176	2,607155	2,120740	2,015088	1,922487	1,996884
VaR ₉₉	3,94279	4,691470	3,016302	3,143247	2,706307	3,017186
ES ₉₅	3,54747	4,022324	2,678492	2,717097	2,384641	2,666023
ES ₉₉	4,55166	6,658094	3,435042	3,886605	3,057576	3,556526

Fuente: Elaboración propia

Se observa en las representaciones gráficas que, en general, los VaR y ES calculados utilizando los modelos heterocedásticos muestran un comportamiento más adaptativo a las oscilaciones inferiores de de la serie merced a la dependencia temporal de la volatilidad de los errores pasados de predicción de la serie. En la sección 7 analizamos con más detalle este fenómeno.

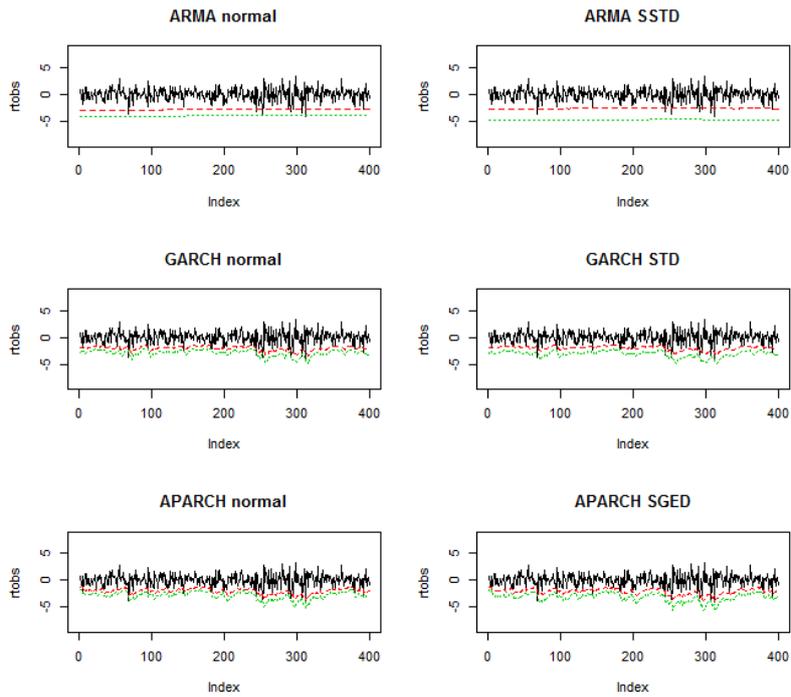


Figura 6.2: Representación de los VaR al 95 (línea roja) y 99% (línea verde) predichos para las últimas 400 observaciones de la serie del IBEX35

Fuente: Elaboración propia.

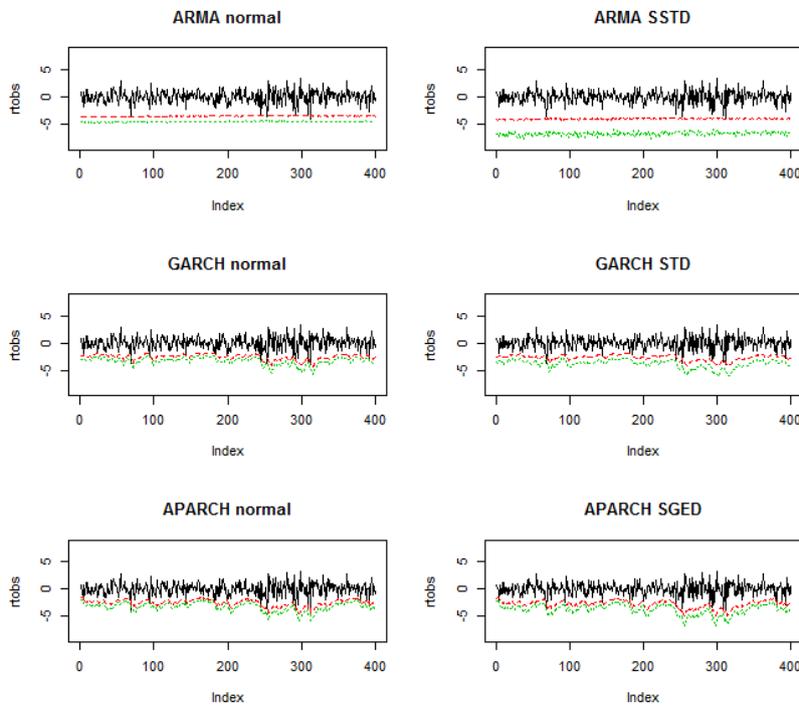


Figura 6.3: Representación de los ES al 95 (línea roja) y 99% (línea verde) predichos para las últimas 400 observaciones de la serie del IBEX35

Fuente: Elaboración propia

7. EVALUACIÓN PREDICTIVA

En esta sección se realiza una validación predictiva extramuestral de los VaR y ES calculados en la sección anterior. En la literatura existen numerosos contrastes útiles a la hora de evaluar la calidad de la predicción de valores de riesgo y ES, en este caso se van a utilizar el porcentaje de cubrimiento, los contrastes de Christoffersen, de Engle y Manganelli, el ratio de violaciones, el coste estimado de oportunidad, la pérdida absoluta, la función cuantil, el valor de penalización y las zonas de penalización del Acuerdo de Basilea, que son algunos de los procedimientos de “*Backtesting*” utilizados en la literatura(ver Chen et al., 2012 y Tsay, 2013 para más detalles).

En primer lugar, el porcentaje de cubrimiento no es otro que la relación que existe entre el número de veces que la predicción del VaR o ES ha acertado y el total de las observaciones, entendiendo como acierto que la rentabilidad de un activo financiero no sea inferior al valor que devuelve una u otra medida. Se considerará que un modelo predice el riesgo de forma correcta, si su ratio de cubrimiento es igual o similar al nivel de confianza establecido.

Los contrastes de Christoffersen tratan de analizar mediante el test de razón de verosimilitudes(LR) si la esperanza matemática de los fallos predictivos es igual a α , tanto incondicional como condicionalmente. Además incluyen otro test LR para comprobar si los fallos son independientes entre sí o están correlacionados, teniendo entonces que capturar esa dependencia. Al contraste de cubrimiento incondicional se le denota como UC, al de independencia IND, y al de cubrimiento condicional CC. En los contrastes de cubrimiento la hipótesis nula se establece como que los fallos son igual a α , y en el de independencia que los fallos están incorrelados.

El test de Engle y Manganelli (2004) intenta comprobar mediante una regresión de la función de fallos del VaR o ES sobre sus valores retardados y otras covariables relevantes, si los coeficientes β que explican dicha función son estadísticamente significativos utilizando un test de la razón de verosimilitud. En nuestro caso utilizamos el procedimiento descrito en Chen et al. (2011) quienes plantean la regresión:

$$I_t = \alpha + \sum_{k=1}^n \beta_{1k} I_{t-k} + \sum_{k=1}^n \beta_{2k} g(I_{t-k}, I_{t-k-1}, \dots, R_{t-k}, R_{t-k-1}, \dots) + u_t$$

donde se establece que $g(I_{t-k}, I_{t-k-1}, \dots, R_{t-k}, R_{t-k-1}, \dots) = \text{VaR}_{t-k-1}$ y $n=1$.

La hipótesis nula en este caso es que dichos coeficientes son igual a cero, y por tanto el cubrimiento es el esperado, no existiendo, además, dependencia entre los fallos de predicción del modelo. A este test de Engle y Manganelli se le denota como DQ.

El siguiente aspecto estudiado es el ratio de violaciones de cada modelo, el cual se define como el cociente entre los porcentajes de fallos observados y esperados del modelo, siendo el modelo perfecto aquel que tenga un ratio de violaciones igual a 1. Si el ratio es superior (inferior) a 1 el modelo tiende a fallar en exceso (defecto) con respecto al porcentaje de fallos esperado.

Según los principios de Basilea es sumamente importante que las entidades financieras doten un fondo de reserva para prevenir posibles pérdidas, sin embargo, también puede ocurrir que las pérdidas sean superiores a las esperadas, y que un modelo espere siempre pérdidas menores de las que realmente ocurren, lo que no puede calificarse como buen modelo. De esta forma se ha calculado la pérdida absoluta media de todas aquellas ocasiones en que la pérdida observada ha sido peor que la indicada por el VaR o ES la cual viene dada en el caso del VaR por la expresión

$$\frac{\sum_{t=T-400}^{T-1} (Y_{t+1} + \text{VaR}_{t+1,\alpha}) \mathbb{I}(Y_{t+1} \geq -\text{VaR}_{t+1,\alpha})}{\sum_{t=T-400}^{T-1} \mathbb{I}(Y_{t+1} \geq -\text{VaR}_{t+1,\alpha})}$$

y por

$$\frac{\sum_{t=T-400}^{T-1} (Y_{t+1} + \text{ES}_{t+1,\alpha}) \mathbb{I}(Y_{t+1} \geq -\text{ES}_{t+1,\alpha})}{\sum_{t=T-400}^{T-1} \mathbb{I}(Y_{t+1} \geq -\text{ES}_{t+1,\alpha})}$$

en el caso del ES, siendo un mejor modelo aquel que obtenga un menor valor en este criterio.

Dado que no sólo es importante estimar bien las pérdidas máximas que pueden ocurrir, sino que el provisionar demasiado puede suponer un coste de oportunidad a las entidades financieras, se ha estimado dicho coste como el valor medio de las diferencias en valor absoluto entre la rentabilidad observada en la serie y los valores de riesgo estimados, siempre que esas estimaciones sean menores que los valores observados de

la serie, es decir, que los modelos hayan acertado. Para ello se han utilizado las expresiones:

$$\frac{\sum_{t=T-400}^{T-1} (-\text{VaR}_{t+1,\alpha} - Y_{t+1}) \mathbb{I}(Y_{t+1} < -\text{VaR}_{t+1,\alpha})}{\sum_{t=T-400}^{T-1} \mathbb{I}(Y_{t+1} < -\text{VaR}_{t+1,\alpha})}$$

en el caso del VaR y por:

$$\frac{\sum_{t=T-400}^{T-1} (-\text{ES}_{t+1,\alpha} - Y_{t+1}) \mathbb{I}(Y_{t+1} < -\text{ES}_{t+1,\alpha})}{\sum_{t=T-400}^{T-1} \mathbb{I}(Y_{t+1} < -\text{ES}_{t+1,\alpha})}$$

en el caso del ES, de forma que un modelo se considerará mejor que otro cuando su coste de oportunidad sea menor.

Otro de los criterios para decidir hasta que punto un modelo predice de forma correcta es el cálculo de la función cuantil de cada modelo, obtenida de acuerdo a la ecuación

$$\text{FC} = \sum_{t=T-400}^{T-1} (Y_{t+1} + \text{VaR}_{t+1,\alpha} -) (1 - \alpha - \mathbb{I}(Y_{t+1} < -\text{VaR}_{t+1,\alpha}))$$

en el caso del VaR y por

$$\text{FC} = \sum_{t=T-400}^{T-1} (Y_{t+1} + \text{ES}_{t+1,\alpha} -) (1 - \alpha - \mathbb{I}(Y_{t+1} < -\text{ES}_{t+1,\alpha}))$$

en el caso del ES. Se considerará que un modelo predice mejor valores de riesgo y ES cuando el valor de esta función sea menor, ya que se puede comprobar que el valor mínimo de esta función se alcanza en el cuantil α de Y_{t+1} .

Uno de los criterios que Basilea recomienda a la hora de evaluar modelos de estimación de VaR y ES al 99% es lo que se denomina valor de penalización MRC ("*Market Risk Charge*" por sus siglas en inglés). Esta medida se establece como el valor máximo entre el VaR o ES del día anterior, y la media de los VaR o ES de los últimos 60 días multiplicado por un factor de penalización (3+k). Siendo un mejor modelo aquel que devuelva un menor MRC.

Finalmente, el segundo acuerdo de Basilea ofrece una guía básica para ayudar a las entidades financieras a evaluar cómo de importantes son las violaciones de los modelos VaR, definiendo violaciones como el hecho de que se produzca una rentabilidad del índice inferior al valor devuelto por el VaR. Esta ayuda se basa en la delimitación de tres zonas, verde, amarilla y roja, por las que eliminar posibles modelos de estimación del VaR y ES al 99%, indicando la verde un buen modelo, la amarilla un modelo peor pero todavía aceptable, y la roja un modelo inaceptable.

Tabla 7.1: Zonas de penalización del acuerdo de Basilea, basadas en 588 observaciones con un nivel de confianza del 99%

Zona	Nº de violaciones	Probabilidad Acumulada	Mas factor k
Verde	0	0,0180	0,0000
	1	0,0905	0,0000
	2	0,2366	0,0000
	3	0,4325	0,0000
	4	0,6288	0,0000
	5	0,7859	0,0000
	6	0,8904	0,0000
Amarillo	7	0,9498	0,0000
	8	0,9792	0,3982
	9	0,9922	0,4814
	10	0,9973	0,5608
	11	0,9992	0,6371
Rojo	12	0,9998	0,7107
	13 o más	1,0000	1,0000

Fuente: "*Forecasting VaR using non linear regression quantiles and the intra-day range*". Chen et al. (2012)

El criterio para incluir un modelo en una u otra zona se basa en el número de violaciones, el nivel de confianza exigido y el tamaño muestral. Un ejemplo de cómo se establecen los límites a la hora de clasificar un modelo en una u otra zona es el que proporcionan Chen et al. (2012) en la tabla 7.1, en este caso se establece el 99% como nivel de confianza y 588 las observaciones de la serie, como se puede observar, hasta las 9 violaciones el modelo se consideraría adecuado, siendo a partir de las 10 violaciones cuando la calificación pasa a ser mejorable, y es a partir de 17 violaciones cuando el modelo no debería ser utilizado en la medición de riesgos. La segunda columna indica la probabilidad de incurrir en un número determinado de violaciones o menos, y el factor k es la penalización para el MRC basada en estas zonas.

Todos estos contrastes han sido realizados para cada uno de los modelos de cada índice a estudio, la tabla 7.2 devuelve los resultados de los mismos para la serie del IBEX35, encontrándose los resultados de las demás series en el Anexo (ver Anexo VI). En esta tabla se pueden ver en negrita aquellos contrastes que rechazan su hipótesis nula al 99%, además de subrayados una vez aquellos modelos que mejor se ajustan a la predicción de acuerdo a los diferentes criterios al 95% y dos veces al 99%, incluyendo también el rechazo o no por parte de Basilea de los modelos.

Como se puede observar, en la serie del IBEX35 la mayoría de los modelos simples ARMA son rechazados por los contrastes de cubrimiento y de Engle y Manganelli, tanto para medidas de VaR como de ES, sin embargo Basilea los considera aptos por el bajo nivel de violaciones. Esta característica no es propia únicamente del índice español, sino que se transmite por todas las series estudiadas, rechazando casi todos los modelos homocedásticos para la predicción de valores de riesgo, incluso aquellos que incorporan innovaciones distintas a la normal. Esto es debido a la poca adaptabilidad de las previsiones a la volatilidad de la serie, siendo sus costes de oportunidad los más altos de todos los modelos y sus ratios de violaciones los más distintos de la unidad.

Es importante mencionar que en los Acuerdos de Basilea se establece el 99% de confianza como el nivel de significación establecido a las entidades financieras para realizar cualquier medición de riesgos. Por esta razón en la literatura sólo aparecen calculados los factores k de penalización a este nivel, por lo que en los contrastes llevados a cabo de cada uno de los índices únicamente se han podido obtener los valores de MRC y las zonas de Basilea al 99%.

Si se rechazan los modelos en los que el p valor de los contrastes de Christoffersen, y Engle y Manganelli es inferior al 1%, además de los que Basilea sitúa en zona roja, los modelos seleccionados que mejor predicen valores de riesgo pueden encontrarse en la tabla 7.3. Para elegir entre varios que cumplan los requisitos mencionados se ha optado por seleccionar aquel que tenga más valores mínimos de los demás contrastes, y si aun así no se puede elegir uno en concreto se ha evaluado la relación entre todas las magnitudes para escoger el mejor modelo.

Tabla 7.2: Evaluación predictiva de los modelos del IBEX35

	Cubrimiento	Pvalor UC	Pvalor IND	Pvalor CC	DQ	Ratio Violaciones	Pérdida absoluta	Coste de oportunidad	Función Cuantil	MRC	Zona
VaR ₉₅ ARMA NORMAL	98,25	0,0006	0,6171	0,0026	0,0016	0,3509	<u>0,6479</u>	2,9070	61,4303		
VaR ₉₉ ARMA NORMAL	99,75	0,0721	0,9435	0,1979	0,2850	0,2506	<u>0,0585</u>	4,0128	16,0692	11,8191	Verde
VaR ₉₅ ARMA SSTD	97,99	0,0019	0,5672	0,0068	0,0108	0,4010	0,7755	2,6958	58,7310		
VaR ₉₉ ARMA SSTD	100,00	0,0046	1,0000	0,0181	0,0456	0,0000	0,0000	4,7407	18,9626	14,0390	Verde
VaR ₉₅ GARCH NORMAL	95,74	0,4874	0,2186	0,3686	0,3932	0,8521	0,7596	2,1742	53,9025		
VaR ₉₉ GARCH NORMAL	98,75	0,6249	0,7217	0,8328	0,7037	1,2531	0,6616	2,9466	14,9140	<u>7,9713</u>	Verde
VaR ₉₅ GARCH STD	95,49	0,6490	0,1921	0,3851	0,7804	0,9023	0,7643	<u>2,1225</u>	<u>53,6085</u>		
VaR ₉₉ GARCH STD	98,75	0,6249	0,7217	0,8328	0,8396	1,2531	0,4041	3,1430	14,4149	8,4715	Verde
VaR ₉₅ APARCH NORMAL	94,99	0,9908	0,1462	0,3479	0,7335	<u>1,0025</u>	0,6535	2,1734	53,7108		
VaR ₉₉ APARCH NORMAL	97,74	0,0304	0,5192	0,0780	0,1889	2,2556	0,3144	<u>2,9197</u>	14,2178	8,4706	Amarillo
VaR ₉₅ APARCH SGED	95,74	0,4874	0,2186	0,3686	0,4818	0,8521	0,6984	2,2310	54,0037		
VaR ₉₉ APARCH SGED	99,25	0,6024	0,8312	0,8535	0,3444	0,7519	0,4319	3,1951	<u>13,9673</u>	8,1087	Verde
ES ₉₅ ARMA NORMAL	99,00	0,0000	0,7759	0,0001	0,0001	0,2005	<u>0,2297</u>	3,5932	72,0190		
ES ₉₉ ARMA NORMAL	100,00	0,0046	1,0000	0,0181	0,0456	0,0000	0,0000	4,5790	18,3161	13,5411	Verde
ES ₉₅ ARMA SSTD	100,00	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	4,0430	80,8608		
ES ₉₉ ARMA SSTD	100,00	0,0046	1,0000	0,0181	0,0456	0,0000	0,0000	6,7693	27,0773	19,8930	Verde
ES ₉₅ GARCH NORMAL	97,49	0,0118	0,4733	0,0324	0,0959	0,5013	0,5841	2,6531	57,2841		
ES ₉₉ GARCH NORMAL	99,00	0,9960	0,7759	0,9603	0,9692	<u>1,0025</u>	<u>0,3752</u>	3,3635	14,8054	9,1558	Verde
ES ₉₅ GARCH STD	97,99	0,0019	0,5672	0,0068	0,0211	0,4010	0,6075	2,7568	58,6507		
ES ₉₉ GARCH STD	99,75	0,0721	0,9435	0,1979	0,1748	0,2506	0,6125	3,8520	15,9759	10,4847	Verde
ES ₉₅ APARCH NORMAL	96,99	0,0493	0,3883	0,0998	0,2618	0,6015	0,5082	<u>2,6283</u>	<u>56,7819</u>		
ES ₉₉ APARCH NORMAL	99,50	0,2679	0,8871	0,5359	0,6637	0,5013	0,5253	<u>3,2712</u>	<u>14,0597</u>	<u>8,3490</u>	Verde
ES ₉₅ APARCH SGED	97,49	0,0118	0,4733	0,0324	0,0957	0,5013	0,3737	2,8403	58,9368		
ES ₉₉ APARCH SGED	99,75	0,0721	0,9435	0,1979	0,2715	0,2506	0,6522	3,7531	15,6206	9,5513	Verde

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 7.3: Modelos que mejor predicen Valores de Riesgo para cada índice y nivel de confianza

	IBEX35	DAX	EUROSTOXX50	SP500	NIKKEI225	STI
95%	GARCH STD	GARCH normal	APARCH normal	APARCH normal	GARCH SGED	GARCH normal
99%	APARCH normal	GARCH normal	APARCH normal	GARCH normal	APARCH SSTD	APARCH SGED

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar, hay bastante disparidad entre los modelos aceptados por el VaR, tanto del modelo elegido como la distribución del error escogida, teniendo la única característica en común la necesidad de controlar el efecto producido por la heterocedasticidad.

Tabla 7.4: Modelos que mejor predicen ES para cada índice y nivel de confianza

	IBEX35	DAX	EUROSTOXX50	SP500	NIKKEI225	STI
95%	APARCH normal	GARCH normal	APARCH normal	GARCH normal	APARCH SSTD	GARCH normal
99%	APARCH normal	APARCH normal	APARCH normal	GARCH normal	APARCH normal	GARCH normal

Fuente: Elaboración propia.

Siguiendo los mismos criterios de selección, la tabla 7.4 muestra los mejores modelos para cada índice en términos de predicción del ES. En este caso ningún modelo ARMA ha vuelto a ser seleccionado, además, una coincidencia en todos los modelos excepto en uno, es la elección de distribuciones normales para sus innovaciones, lo que contrasta con el criterio de selección de modelos BIC, ya que éste apostaba en todos los casos por modelos con errores no normales para un mejor ajuste a la serie.

8. CONCLUSIONES

El objetivo central del trabajo ha sido analizar el riesgo de incurrir en pérdidas elevadas en series financieras utilizando modelos econométricos de la familia ARMA-GARCH. Para ello se han calculado el Valor de Riesgo (VaR) y el Déficit Esperado (ES) diario de 6 índices bursátiles (IBEX35, SP500, NIKKEI225, STI, DAX y EUROSTOXX500) analizando el impacto ejercido por la incorporación de las hipótesis de heterocedasticidad (modelos GARCH), efecto asimétrico (modelos APARCH) y no

normalidad de la distribución del error de predicción presentes en muchas análisis financieras, y se ha realizado una validación predictiva extramuestral tipo Rolling similar a la llevada a cabo en Chen et al. (2012).

Todas las series analizadas presentaban una clara heterocedasticidad y leptocurtosis, y algunas (IBEX35, SP500, NIKKEI225 y STI) una asimetría negativa significativa, rechazándose la hipótesis de normalidad para todas ellas tanto a nivel condicional como incondicional. Consecuente con estos hechos, la incorporación de errores no normales al modelo incrementó la bondad de ajuste a los datos observados, estando en la mayor parte de los casos distribuidos según una exponencial generalizada GED (DAX, EUROSTOXX50, SP500 Y STI) o una t de Student STD (IBEX35 Y NIKKEI225) asimétricas con un número bajo de grados de libertad (entre 1,30-1,59 para las GED y entre 2,53-10 para las STD), y parámetros de asimetría ligeramente menores que 1 (entre 0,82-0,95), indicando la presencia de una leve asimetría a izquierdas en todas las series.

En términos generales los modelos APARCH con errores no normales son los que han mostrado una mayor bondad de ajuste a los datos, medida en términos del criterio BIC, observándose la presencia de un efecto asimétrico consistente con la teoría financiera.

Si analizamos el comportamiento de los VaR calculados por los modelos, observamos en primer lugar, que los modelos heterocedásticos son los que muestran un comportamiento más adecuado (al 95% y al 99%) tanto en términos de predicción por intervalos como de costes de oportunidad, pérdida absoluta, función cuantil y MRC por su mayor poder de adaptación a las oscilaciones de las series proporcionado por la dependencia temporal de la volatilidad. No se aprecia una pauta clara respecto a la influencia del efecto asimétrico o de la utilización de errores no normales en los resultados obtenidos: en las series IBEX35 (95%) o DAX tienden a mostrar un mejor comportamiento los modelos GARCH; en las series IBEX35 (99%), EUROSTOXX y NIKKEI son los modelos APARCH y no se aprecia una pauta clara ni en SP500 ni en STI. Tampoco se aprecia la existencia de diferencias claras entre los modelos con errores normales o no normales en ninguna de las series analizadas.

Si analizamos el comportamiento de los ES los resultados son similares si bien con mayores niveles de cubrimiento, costes de oportunidad, pérdida absoluta y MRC debido a que sus valores son más elevados que los de los VaR por su mayor sensibilidad a la

forma de la cola izquierda de las distribuciones condicionales del error. En la mayor parte de las series el comportamiento de los modelos APARCH tiende a ser mejor que el de los modelos GARCH sin que se aprecie una mejora significativa de los modelos con errores no normales.

Por todo ello podemos concluir que aunque los modelos APARCH con errores no normales, distribuciones leptocúrticas y ligeramente asimétricas a izquierdas tienden a mostrar una mejor bondad de ajuste a los datos observados, su influencia en el comportamiento de los VaR y ES calculados a partir de ellas no es, en general, muy significativa. Tan solo la incorporación de la hipótesis de heterocedasticidad al modelo es relevante. La presencia del efecto asimétrico tiende a mejorar el comportamiento de los ES sin que se aprecien pautas claras de dicho efecto en el comportamiento del VaR ni tampoco de la falta de normalidad de la distribución condicional del error. Todo esto puede ser debido al ser los índices bursátiles medias ponderadas de la evolución de activos bursátiles con altos volúmenes de negociación, por lo que sus oscilaciones tienden a estar más controladas que las de activos individuales concretos y de ahí el buen comportamiento de los modelos GARCH con errores normales en las series analizadas.

BIBLIOGRAFÍA

- Akaike, H. 1973. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. Csaki F. editores. *Segundo simposio internacional en teoría de la información. Budapest.* 267-281
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., & Heath, D. (1997). Thinking Coherently, *Risk*, vol. 10 (11). 33-49.
- Basak, S. y Shapiro, A. 2001. Value-at-Risk Based Management: Optimal Policies and Asset Prices, *Review of Financial Studies*, vol. 14, 371-405.
- Bera, A.K. y Higgins, M.L. 1993. ARCH Models: Properties, Estimation and Testing. *Journal of Economic Surveys*, 7, 305-366.
- Bollerslev, T., R.Y. Chou y K.F. Kroner (1992). ARCH Modeling in Finance: A Selective Review of the Theory and Empirical Evidence, *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.
- Bollerslev, T. 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, vol. 31, 307-327.
- Caballero, F. 2011. Selección de modelos mediante criterios de información en el análisis factorial. Aspectos técnicos y computacionales. *Tesis doctoral*.
- Chen, C.W.S., Gerlach, R., Lin, E. y Lee, W.C.W. 2012. Forecasting Value-at-Risk using nonlinear regression quantiles and the intra-day range. *International Journal of Forecasting*, vol. 28, 557-574.
- Ding, Z., Granger, CWJ. y Engle, RF. 1993. A long memory property of stock returns and a new model. *J Empir Finance*, vol 1, 83-106.
- Damodaran, A. 2005. Value at Risk (VaR): A big picture perspective. New York University. *Working paper*.
- Engle, R. 1982. Autorregresive Conditional Heterocedasticity with Estimates o the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, vol. 50, 4, 987-1007.

- Engle, R. y Manganelli, S. 2004. CAViar: conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 22, 367-381.
- Engle, R y Ng, V. 1993. Measuring and testing the impact of news on volatility. *J Finance*, vol. 48, 1749-1778.
- Glosten, LR., Jagannathan, R., Runkle, DE. 1993. On the relation between the expected value and the volatility of nominal excess return on stocks. *J Finance*, vol. 48, 1749-1801.
- González, P. 2009. Análisis de Series Temporales: Modelos ARIMA. *SARRIKO-ON* [En línea]. <http://www.sarriko-online.com/cas/fichas/2009/ficha0409.htm>
- Jara, R. y Melgar, J. 2007. VaR vs CVaR. ¿Qué estimador se ajusta mejor al riesgo de mercado de renta variable en el Perú?. *Working paper*.
- Johnson, C. 2001. Value at Risk: teoría y aplicaciones. *Estudios de Economía*, 28, vol. 2, 217-247.
- Luque, F. 2006. Fondos de Gestión por VaR. *morningstar* [En línea]. 20 de febrero de 2006. [fecha de consulta: 18 Mayo 2015]. Disponible en: <http://www.morningstar.es/es/news/26384/fondos-de-gesti%C3%B3n-por-var.aspx>
- Mascareñas, J. 2008. Introducción al VaR. Universidad Complutense de Madrid. *Working Paper*.
- Nelson, DB. 1991. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica*, vol. 59, 347-370.
- Schwartz, G. 1978. Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics*, vol. 6, 461-464
- Tsay, R. 2013. *An Introduction to Analysis of Financial Data with R*. Nueva Jersey: Wiley.
- Wong, W.K., Fan, G. y Zeng, Y. 2012. Capturing Tail Risks Beyond VaR. *World Scientific Publishing*, vol. 15, 3.

- Zakoian, JM. 1994. Threshold heterocedastic models. *J Econ Dyn Control*, vol. 18, 931-955.

- Zalbidegoitia, A. y Abasolo, A. 2011. Simulación estocástica en la determinación del valor en riesgo de los activos financieros. *Análisis Financiero*, 117, 50-57.

PÁGINAS WEB CONSULTADAS

- www.bis.org/bcbs/

- www.es.finance.yahoo.com/

LIBRERÍAS DE R UTILIZADAS

"**BSDA**" , Arnholt, A. 2012, *Basic Statistics and Data Analysis*, versión 1.01.

"**car**" , Fox, J. y Weisberg, S. 2015, *An R Companion to Applied Regression*, versión 2.0-25.

"**fBasics**" , Wuertz, D. 2014, *Rmetrics - Markets and Basic Statistics*, versión 3011.87.

"**fGarch**" , Wuertz, D. 2008, *Autorregresive Conditional Heterocedastic modelling*, versión 270.73.

"**fUnitsRoots**" , Wuertz, D. 2013, *Trends and Unit Roots*, versión 3010.78

"**quantmod**" , Ryan, J. 2015, *Quantitative Financial Modelling and Trading Framework for R*, versión 0.4-4.

"**rugarch**" , Ghalanos, A. 2014, *Univariate GARCH models*, versión 1.3-4.