

# TRABAJO FIN DE GRADO

ELEMENTOS MICRO-ÓPTICOS DE BAJO COSTE

Septiembre 2015



**Universidad Zaragoza**

AUTOR: Julio Angulo Corredor

DIRECTOR: Francisco Javier Salgado Remacha

## Índice

<b>1. Introducción.</b>	<b>1</b>
<b>2. Objetivos.</b>	<b>2</b>
<b>3. Desarrollo del trabajo.</b>	<b>3</b>
3.1. Estudio teórico de la difracción: Aproximación de Fresnel. . . . .	3
3.2. Difracción por objetos de transmitancia en amplitud binaria. . . . .	4
3.2.1. Redes de difracción. . . . .	4
3.2.2. Lentes zonales de Fresnel. . . . .	7
3.3. Montaje experimental. . . . .	8
3.3.1. Calibración de la cámara del microscopio. . . . .	10
3.3.2. Fabricación de las redes y calibración de la impresora. . . . .	10
3.3.3. Calibración de la cámara CCD del banco óptico. . . . .	14
<b>4. Resultados.</b>	<b>15</b>
4.1. Difracción en campo cercano: Efecto Talbot. . . . .	15
4.2. Simulación de un codificador óptico de la posición. . . . .	20
4.3. Lentes zonales de Fresnel. . . . .	22
<b>5. Conclusiones.</b>	<b>24</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>25</b>

## 1. Introducción.

Un elemento microóptico, como su propio nombre indica, es todo dispositivo óptico cuyo tamaño es del orden de las micras y hasta cientos de micras [1]. El desarrollo de dichos elementos tiene su origen en la tendencia a miniaturizar los elementos empleados desde hace tiempo (como lentes, espejos o prismas) para poder integrarlos en dispositivos más compactos y de menor tamaño. La aplicación de técnicas litográficas procedentes de la microelectrónica ha permitido la fabricación de elementos ópticos especiales para implementar las tareas de la óptica clásica pero con dimensiones más pequeñas y diseño más flexible. En la década de los 90 se vivió un gran crecimiento del número de tecnologías y materiales empleados, con el objetivo de implementar tareas cada vez más complejas y con un menor coste.

Los citados elementos microópticos trabajarán con ondas electromagnéticas en el rango del visible. Sabemos desde hace muchos años que las ondas electromagnéticas que componen la radiación electromagnética pueden ser representadas como campos eléctricos y magnéticos en forma de onda transversal. A continuación se muestra en la figura 1 una onda plana que se propaga de izquierda a derecha. El campo eléctrico (azul) está sobre el plano vertical y el campo magnético (rojo) sobre el plano horizontal.



Figura 1: Propagación de una onda electromagnética.

Uno de los fenómenos físicos asociados a las ondas en general y a las ondas electromagnéticas en particular es la difracción, que se convierte para nosotros en el tema central del trabajo y que se basa en la desviación de la radiación al encontrar un obstáculo o al atravesar una rendija [2]. La difracción y la interferencia pueden interpretarse como fenómenos relacionados. De hecho, la difracción puede explicarse mediante el principio de Huygens combinado con interferencias. Los efectos de la difracción se hacen más notorios a medida que el tamaño del obstáculo disminuye comparado con la longitud de onda de la radiación electromagnética. A la hora de estudiar la

difracción existen 2 aproximaciones: Fraunhofer y Fresnel. Se ha demostrado que la aproximación de Fraunhofer se puede estudiar empleando impresoras convencionales [3, 4]. Sin embargo aquí nos centraremos en la aproximación de Fresnel.

## 2. Objetivos.

Las técnicas actuales de impresión digital permiten generar elementos difractivos para el visible a muy bajo coste, por ello, con este trabajo, queremos comprobar si, con una impresora convencional, se pueden fabricar elementos difractivos que respondan con un buen comportamiento y cuyo coste sea mínimo. El objetivo fundamental de este trabajo es el estudio de técnicas difractivas en aproximación de Fresnel o campo cercano. Precisamente, en este trabajo se aprenderá a caracterizar estos elementos micro-ópticos, tanto redes de difracción como lentes zonales para su uso en aproximación de Fresnel. De esta manera damos un valor añadido al trabajo, puesto que existe poca literatura sobre la fabricación de elementos difractivos con una impresora para su uso en aproximación de campo cercano (Fresnel) en comparación a la de campo lejano. Se determinarán, además, las limitaciones en cuanto a la resolución de la impresora empleada para la caracterización de los elementos difractivos. Para ello se utilizarán elementos comunes en laboratorios de micro-óptica (lentes, polarizadores, fuentes láser, cámaras digitales). El objetivo resultante de todo ello es la adquisición de destreza experimental en el campo de óptica difractiva y la familiarización con el formalismo de Fresnel.

Además, éste es un trabajo experimental y, como tal, persigue un objetivo fundamental que es el de mostrar fenómenos físicos que se dan en la naturaleza como consecuencia de las propiedades de la luz corroborando así la coincidencia entre las predicciones teóricas con los resultados vistos en el laboratorio.

### 3. Desarrollo del trabajo.

#### 3.1. Estudio teórico de la difracción: Aproximación de Fresnel.

El estudio de la difracción en aproximación de Fresnel o también difracción en campo cercano nos da el patrón de difracción producido por un objeto cuando la distancia entre el plano de observación y dicho objeto es relativamente pequeña o, al menos comparable a las dimensiones del objeto; en la figura 2,  $z$  es la distancia entre el plano de difracción y el de observación mientras que  $(x,y)$  son las coordenadas en el plano de observación.

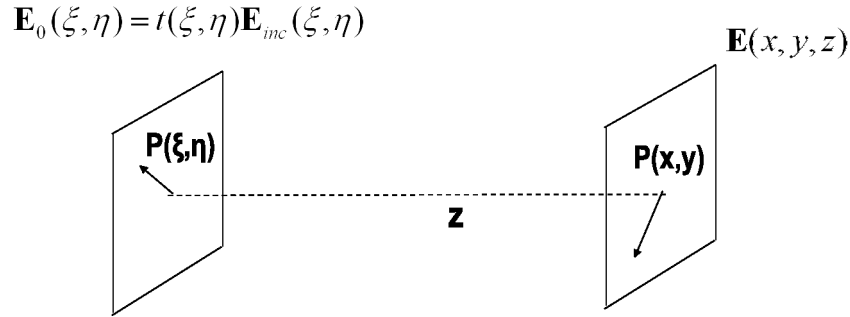


Figura 2: Coordenadas  $(\xi, \eta)$  en el plano de difracción y coordenadas  $(x, y, z)$  en el plano de observación.

Conocido el campo incidente  $\mathbf{E}_{inc}(\xi, \eta)$  y una máscara  $t(\xi, \eta)$  el objetivo es determinar el campo  $\mathbf{E}(x, y, z)$  en un plano de observación situado a una distancia  $z$ . En nuestro caso, imponemos que la máscara es bidimensional (plana).

Siendo  $\mathbf{E}(z = 0, t = 0) = \mathbf{E}_0(\xi, \eta)$ , obtenemos

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda z} e^{ikz} \iint \mathbf{E}_0(\xi, \eta) e^{i\frac{k}{2z}[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]} d\xi d\eta \quad (1)$$

Que es la **Aproximación de Fresnel** con  $\mathbf{E}_0(\xi, \eta) = t(\xi, \eta) \mathbf{E}_{inc}(\xi, \eta)$  donde  $t(\xi, \eta)$  es la función de transmitancia del elemento difractor y  $\mathbf{E}_{inc}(\xi, \eta)$  es el campo incidente.

### 3.2. Difracción por objetos de transmitancia en amplitud binaria.

Los objetos de transmitancia en amplitud binaria se caracterizan por que su función de transmitancia sólo tiene 2 valores: o dejan pasar la luz o no la dejan pasar. En este trabajo nos ceñimos a 2 de estos objetos: las redes de difracción y las lentes zonales de Fresnel. Las razones principales por las que nos detenemos en estos 2 objetos es porque son fáciles de describir, también son fáciles de fabricar y porque tienen muchas aplicaciones.

#### 3.2.1. Redes de difracción.

Una red de difracción es un elemento óptico que modula de forma periódica alguna propiedad de la luz como la amplitud, la fase u otras como la polarización. En aproximación de Fraunhofer o campo lejano, una red de difracción divide un haz en varios y da lugar a lo que se llama órdenes de difracción.

Sin embargo en el caso unidimensional en campo cercano, sabemos por la aproximación de Fresnel vista en la ecuación (1)

$$\mathbf{E}(x, z) = K \int t(\xi) \mathbf{E}_{inc}(\xi) e^{i \frac{k}{2z}(x-\xi)^2} d\xi \quad (2)$$

donde

$$K = \frac{(1+i)}{\sqrt{2\lambda z}} e^{ikz} \quad (3)$$

La función de transmitancia para una red de difracción genérica unidimensional puede describirse, por ser periódica, como un desarrollo de Fourier de la forma

$$t(\xi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp\left(\frac{2\pi i n \xi}{p}\right) \quad \mathbf{E}_{inc}(\xi) = \mathbf{E}_0$$

$$\mathbf{E}(x, z) = K \mathbf{E}_0 \int \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{\frac{2\pi i n \xi}{p}} e^{i \frac{k}{2z}(x-\xi)^2} d\xi \quad (4)$$

En la ecuación (4)  $a_n$  son los coeficientes de Fourier y dan cuenta de la

forma que tiene la función periódica que representa. Al resolver la integral que aparece en la ecuación obtenemos

$$\mathbf{E}(x, z) = K\mathbf{E}_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp\left(2\pi i n \frac{x}{p}\right) \exp\left(\pi i n^2 \frac{\lambda}{p^2} z\right) \quad (5)$$

Sin embargo, nos interesa trabajar con intensidad de onda y no con campos eléctricos; de hecho, las cámaras que hemos estado empleando en el desarrollo del trabajo, no detectan campos eléctricos sino intensidades. Por ello, necesitamos el módulo al cuadrado del campo eléctrico de la expresión anterior y, por lo tanto, debemos multiplicar dicha expresión por su complejo conjugado para obtener valores de intensidades. De esta forma, se concluye

$$I(x, z) = K^2 |\mathbf{E}_0|^2 \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n a_{n'}^* \exp\left[2\pi i (n - n') \frac{x}{p}\right] \exp\left[\pi i (n^2 - n'^2) \frac{\lambda}{p^2} z\right] \quad (6)$$

**Periodo de las franjas**
**modulación de la intensidad**

Si representamos gráficamente la ecuación (6) obtenemos la figura 3 que muestra lo que conocemos como efecto Talbot [5, 6], utilizando los coeficientes de Fourier de una red periódica binaria de amplitud; periódica puesto que se repite en el espacio y binaria porque en toda la red sólo hay 2 estados de intensidad (luz/oscuridad, 0/1).

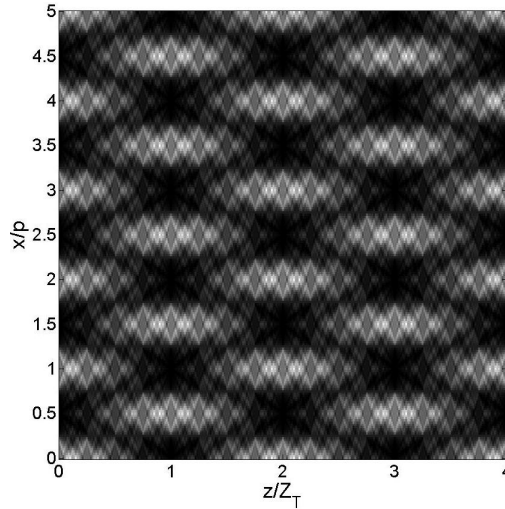


Figura 3: Difracción en aproximación de Fresnel por una red periódica binaria de amplitud, según la ecuación (6). Los sumatorios en esta ecuación se han desarrollado desde  $n=-10$  hasta  $n=10$ .

Como podemos ver en la ecuación (6) y en la figura 3,  $I(x, z)$  tiene una doble periodicidad:

- Es periódica en la coordenada  $x$  con un período  $p$ , idéntico al de la red.
- Es periódica en la coordenada  $z$  con un período  $p' = 2p^2/\lambda$ .

Al período,  $p'$  de la coordenada  $z$  de la expresión de la intensidad se le conoce como distancia de Talbot y así es como se define en algunos textos; otros textos (y también nosotros lo hacemos así) definen la distancia de Talbot como la mitad de la anterior, es decir

$$Z_T = p^2/\lambda. \quad (7)$$

Como puede verse en la figura 3, la distancia de Talbot es función del período de la red de difracción y de la longitud de onda de la luz difractada. Además, podemos apreciar que a distancia  $z_T$  ya tenemos una autoimagen de la red, aunque con el contraste cambiado.

Vemos un ejemplo de red periódica binaria de amplitud en la figura 4.



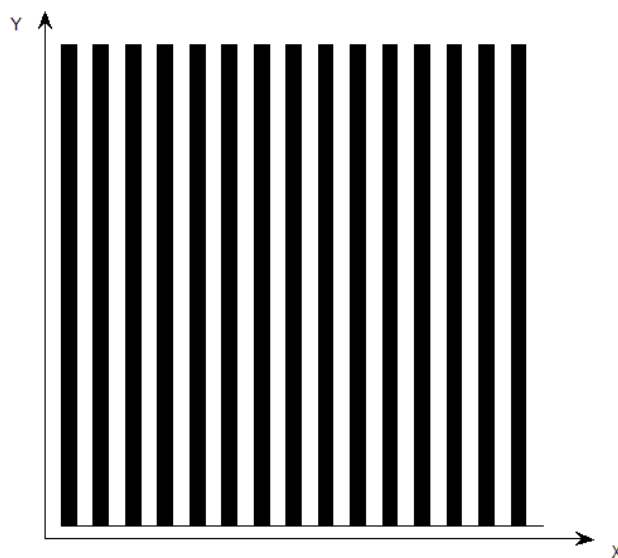


Figura 4: Red periódica binaria de amplitud.

Las razones principales por las que trabajamos con redes binarias es porque son fáciles de fabricar y se usan en muchas aplicaciones. Por ejemplo, en medida de posición mediante codificadores ópticos de la posición, que son dispositivos muy importantes en entornos industriales.

### 3.2.2. Lentes zonales de Fresnel.

Una lente zonal de Fresnel es un elemento óptico que concentra la luz incidente en una determinada región (de ahí su nombre de lente) pero usando la difracción en vez de la refracción [7]. Estas lentes consisten en una serie de zonas concéntricas y su aspecto se ilustra en la figura 5.

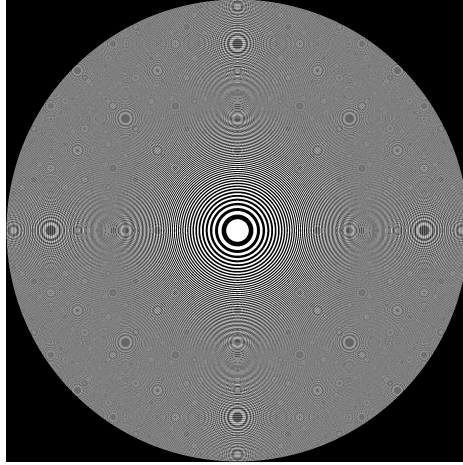


Figura 5: Lente zonal de Fresnel.

Además, estas lentes se diseñan utilizando las ecuaciones (8) y (9) que se muestran a continuación

$$r_n = \sqrt{nr_0\lambda + n^2\lambda^2/4} \quad (8)$$

que con una buena aproximación puede expresarse como

$$r_n = \sqrt{nr_0\lambda} \quad (9)$$

donde  $r_n$  es el radio de cada una de las zonas. Por su parte,  $n$  es el ordinal del anillo de la lente cuyo radio es  $r_n$ .

Las razones principales por las que trabajamos con lentes zonales es porque son fáciles de fabricar; además, se usan mucho porque son planas, pesan poco y se pueden usar en zonas del espectro en las que no hay lentes refractivas.

### 3.3. Montaje experimental.

Para llevar a cabo los propósitos experimentales planteados emplearemos un banco óptico de 2 metros de longitud sobre el que iremos adaptando los distintos elementos que nos permitirán realizar las medidas necesarias para la consecución de los objetivos mencionados anteriormente.

De esta forma, uno de los elementos del montaje experimental es un diodo láser con emisión en el espectro visible, concretamente en el verde a una

longitud de onda de  $\lambda = 532 \text{ nm}$ .

Además utilizaremos una lente de focal=100 mm para colimar la emisión láser.

Otro de los elementos básicos del montaje será una cámara CCD sobre la que incidirá el haz láser, ya colimado, y que nos permitirá registrar las imágenes resultantes cuando hagamos pasar dicha luz láser a través de diversos elementos difractivos. Estos elementos difractivos irán colocados entre la lente colimadora y la cámara CCD.

Por último, entre el emisor láser y la lente colimadora será necesaria, en algunas ocasiones, la colocación de distintos elementos que controlen la intensidad de la luz que pasa hacia la cámara CCD para evitar así la saturación de la misma. Estos elementos serán filtros neutros en unos casos y polarizadores cruzados en otros casos.

A continuación, en la figura 6 se muestra un esquema del montaje empleado.

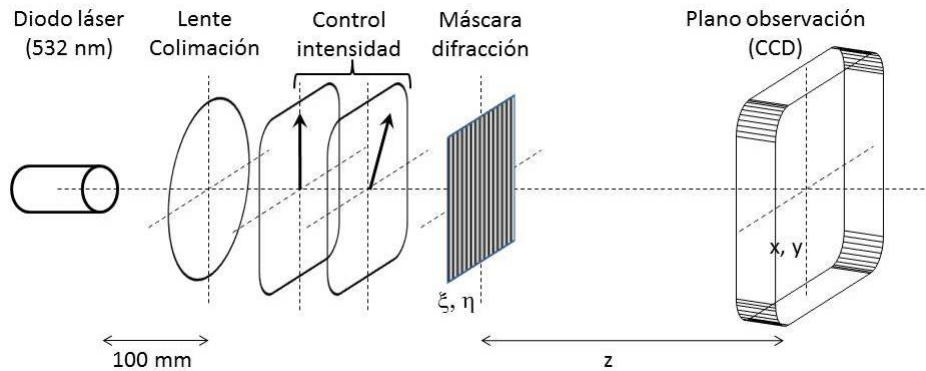


Figura 6: Montaje experimental: Diodo láser, Lente de colimación, Controles de intensidad, Máscara de difracción, Cámara CCD.

El control de la cámara así como el procesamiento de las imágenes obtenidas por la misma se llevará a cabo mediante la conocida herramienta informática Matlab.

Para la impresión tanto de las redes de difracción como de las lentes zonales de Fresnel, se ha empleado una impresora HP LaserJet 4250 con una

resolución de 300 puntos por pulgada. Para dicha impresión se han empleado como sustrato hojas de acetato transparentes, como las usadas para hacer transparencias. Previamente a la impresión, hemos tenido que diseñar tanto las redes de difracción como las lentes zonales de Fresnel con un programa informático de dibujo vectorial. Se ha elegido a conciencia una resolución baja de 300 ppp puesto que uno de los objetivos del trabajo es trabajar con elementos de coste mínimo y, por lo tanto, lo más convencionales posible.

### 3.3.1. Calibración de la cámara del microscopio.

El microscopio empleado tiene un objetivo de 5 aumentos y con dicho objetivo se obtendrán imágenes de una regla bien calibrada. Después procederemos a obtener imágenes de redes de difracción impresas con la citada impresora casera y de distintos parámetros de red lógicamente con el mismo objetivo de 5 aumentos. En la figura 7 observamos la imagen capturada de la regla.

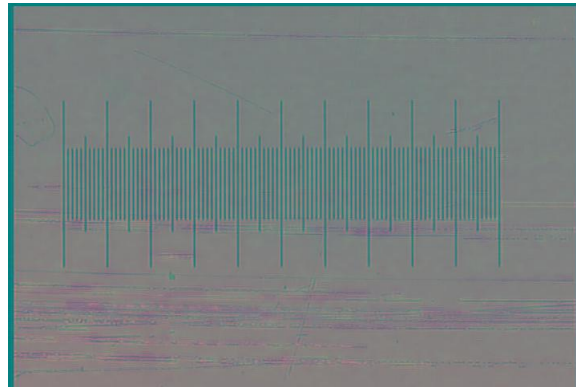


Figura 7: Regla de 5 mm/división.

La regla tiene una longitud total de 1 mm.

Además, como la regla comienza en el píxel 70 y acaba en el píxel 613 resulta que en la longitud de 1 milímetro que ocupa la regla nos caben  $613-70=543$  píxeles o, lo que es lo mismo, la resolución es de 543 píxeles/mm así que cada píxel ocupa  $1/543=0.0018$  mm/píxel.

### 3.3.2. Fabricación de las redes y calibración de la impresora.

Nuestro objetivo es ahora a averiguar cuál es el límite de resolución de impresión de la impresora que hemos utilizado para la fabricación de las

redes. Para ello representaremos las redes de difracción en las figuras 9 y 10.

Algunas veces estamos hablando de los períodos de las redes de difracción en pulgadas y otras veces lo estamos haciendo en milímetros; esto es debido a que nos dimos cuenta que al trabajar con periodicidades cercanas a la resolución mínima de la impresora, al usar milímetros aparecían efectos de aliasing (superposición de frecuencias espaciales). La razón es que el software interno de la impresora trabaja en pulgadas y de ahí la decisión de trabajar en pulgadas y evitar, así, la aparición de efectos no deseados.

Para obtener dichas imágenes se ha procedido de manera idéntica en cada una de las cuatro redes de difracción puesto que lo único que las diferencia es el período de las mismas:

- Obtenemos una imagen de la red de difracción a través de la cámara del microscopio. Mostramos a continuación, a modo de ejemplo en la figura 8 la imagen de la red de período,  $p=0.005$  pulgadas (0.127 mm).

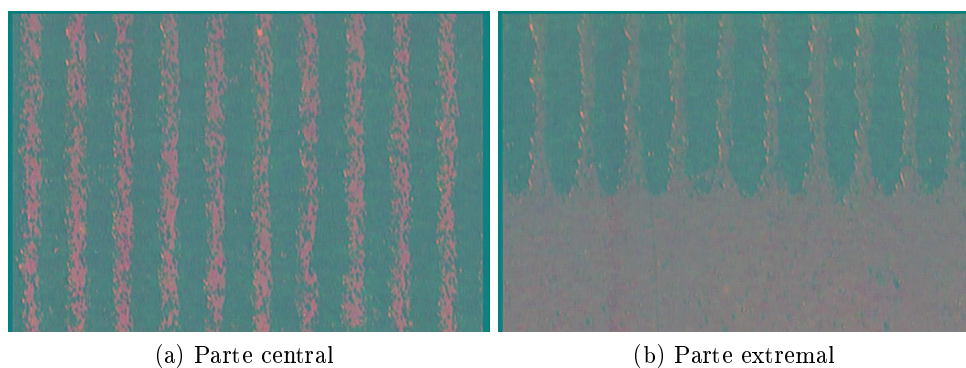


Figura 8: Partes central y extremal de la red de difracción de período,  $p=0.005$  pulgadas (0.127 mm) según imagen tomada con el microscopio.

- Puesto que los laterales de cada una de las líneas de la red de difracción se presentan muy rugosos, hacemos una integración en vertical para cada columna de píxeles. Esto es similar a calcular un promedio.
- Las imágenes del microscopio están en coordenadas de color RGB. Nos quedamos sólo con el canal rojo de la imagen puesto que es en el que más contraste tenemos.

Los resultados obtenidos se muestran a continuación en las figuras 9 y 10.

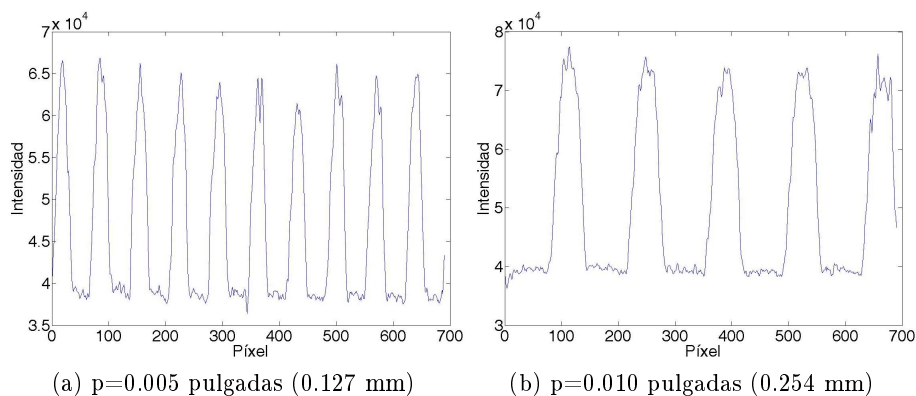


Figura 9: Redes de difracción período,  $p=0.005$  pulgadas (0.127 mm) y  $p=0.010$  pulgadas (0.254 mm).

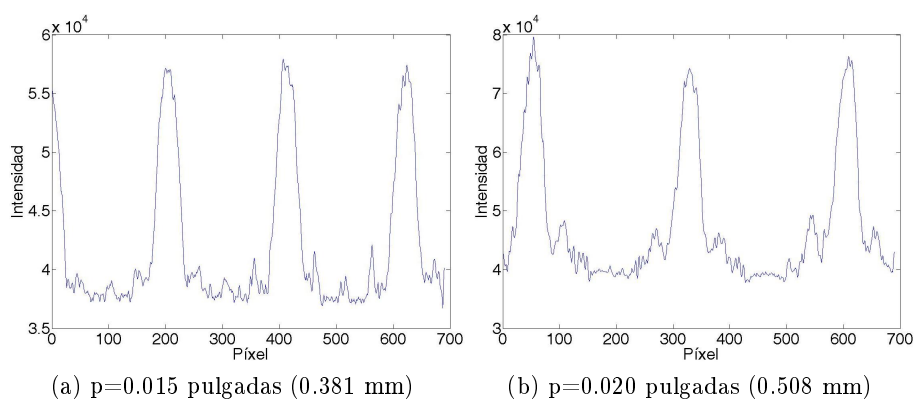


Figura 10: Redes de difracción período,  $p=0.015$  pulgadas (0.381 mm) y  $p=0.020$  pulgadas (0.508 mm).

A continuación realizamos las siguientes operaciones con cada uno de los perfiles:

- Cálculo del número de píxeles por período.
- Cálculo de la longitud del período.

Los resultados obtenidos como resultado de las calibraciones anteriores se reflejan a continuación en la tabla 1.

Período de la red teórico (pulg.)	Período de la red teórico (mm)	Píxel de primer máximo	Píxel de último máximo	Nº de períodos	píxeles / período	Período de la red real (mm)
0.001	0.0254	37	660	9	69.2	0.127
0.002	0.0508	10	686	5	135.2	0.249
0.003	0.0762	13	642	3	209.7	0.386
0.004	0.1016	72	627	2	277.5	0.511
0.005	0.1270	19	643	9	69.3	0.128
0.010	0.2540	113	668	4	138.8	0.256
0.015	0.3810	203	624	2	210.5	0.388
0.020	0.5080	54	609	2	277.5	0.511

Tabla 1: Cálculo del período de las redes de difracción.

En los cuatro primeros casos nos damos cuenta de que el período obtenido en mm es 5 veces el período correcto. Esto podemos verlo en la figura 11 que, mediante un ajuste lineal, muestra una pendiente de 5.07 como consecuencia de la limitación resolutive de la impresora empleada.

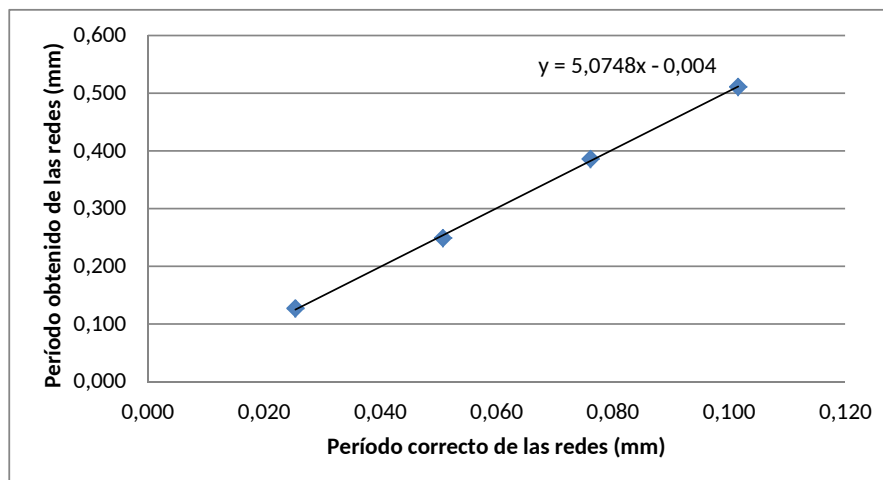


Figura 11: Valores del período obtenido frente a valores del período correcto para 4 redes de difracción de distintos períodos.

Para los 4 períodos siguientes los resultados son los apropiados. Esto nos lleva concluir que el problema está en el límite de resolución de la impresora y que la red de difracción de mínimo período que podemos imprimir es la de período,  $p=0.005$  pulgadas (0.127 mm). Este resultado concuerda con lo esperado a la vista de los valores mostrados en la tabla 1 dado que la

resolución de la impresora empleada (300 ppp) implica que el período más pequeño que es posible imprimir con ella es de tamaño  $\frac{1}{300} \cdot 2 = 0,0067$  pulgadas. Hemos sido capaces, sin embargo de imprimir una red de período 0.005 pulgadas y funciona correctamente.

### 3.3.3. Calibración de la cámara CCD del banco óptico.

Para proceder a la calibración de la cámara CCD que tenemos en el banco óptico partimos de la primera imagen (corresponde a  $z=0$ ) de una de las redes de difracción fabricadas, concretamente la de período,  $p=0.005$  pulgadas (0.127 mm).

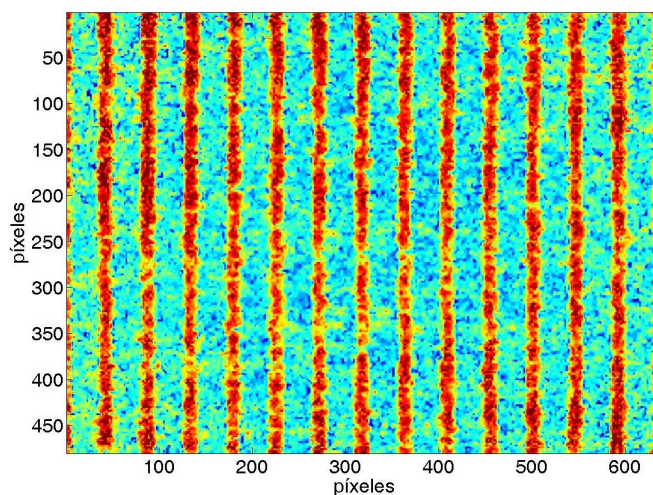


Figura 12: Imagen de la red de difracción de período,  $p=0.005$  pulgadas (0.127 mm) en  $z=0$ .

En la figura 12 podemos apreciar cómo uno de los períodos centrales comienza en el píxel 318 y acaba en el píxel 365 y, puesto que un período de la red tiene una longitud de  $p=0.005$  pulgadas (0.127 mm), resulta que en la longitud de 0.127 milímetros que ocupa un período de la red nos caben  $365-318=47$  píxeles o, lo que es lo mismo, la resolución es de  $47/0.127=370$  píxeles/mm así que cada píxel ocupa  $1/370=0.0027$  mm.



## 4. Resultados.

Una vez que se han calibrado todos los dispositivos empleados, pasamos a mostrar los resultados obtenidos.

### 4.1. Difracción en campo cercano: Efecto Talbot.

En este apartado del trabajo mostraremos experimentalmente el efecto Talbot explicado anteriormente.

Hemos visto en el apartado 3.3.2 la limitación que tenemos como consecuencia de la resolución de la impresora y, por ello, emplearemos a partir de ahora redes de difracción de períodos 0.005 pulgadas (0.127 mm), 0.010 pulgadas (0.254 mm), 0.015 pulgadas (0.381 mm) y 0.020 pulgadas (0.508 mm). Las distancias de Talbot para estas redes, usando  $\lambda = 0,532 \mu\text{m}$ , se recogen en la tabla 2.

p	0.005 pulgadas (0.127 mm)	0.010 pulgadas (0.254 mm)	0.015 pulgadas (0.381 mm)	0.020 pulgadas (0.508 mm)
$Z_T$	30.32 mm	121.27 mm	272.86 mm	485.08 mm

Tabla 2: Períodos y distancias de Talbot para las redes estudiadas.

A continuación colocamos las redes en el montaje de la figura 6 y, para cada una de ellas, obtenemos 200 imágenes con espaciado entre ellas (entre planos de observación) de 2 mm. Los perfiles resultantes se obtienen representando secuencialmente las 200 imágenes a lo largo del eje Z. No obstante, hemos considerado interesante mostrar para una de las redes de difracción (la de período  $p=0.015$  pulgadas, 0.381 mm) 3 imágenes particulares (pueden verse en las figuras 13, 14 y 15): En  $z = 0$ ,  $z = Z_T/2$  y, por último en  $z = Z_T$ , teniendo en cuenta que para esta red  $Z_T = 272,86 \text{ mm}$ ; además hay que destacar que  $z=0$  no coincide con la posición de la red en nuestro caso, como consecuencia de las limitaciones del montaje derivadas de la anchura de los carriles empleados para la colocación de los elementos ópticos. De ahí que, para nosotros,  $z=0$  es la posición más cercana entre la cámara y la red.

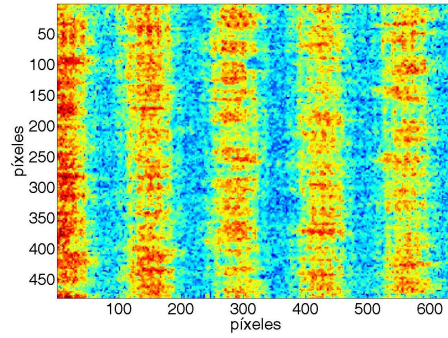


Figura 13: Red de difracción período  $p=0.015$  pulgadas (0.381 mm) en  $z = 0$ .

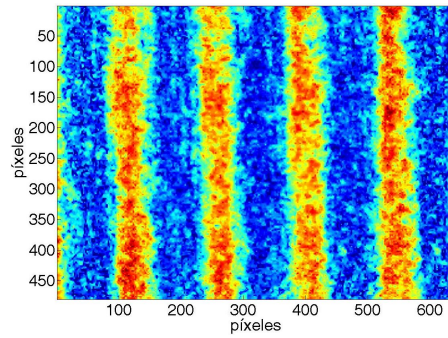


Figura 14: Red de difracción período  $p=0.015$  pulgadas (0.381 mm) en  $z = Z_T/2$ .

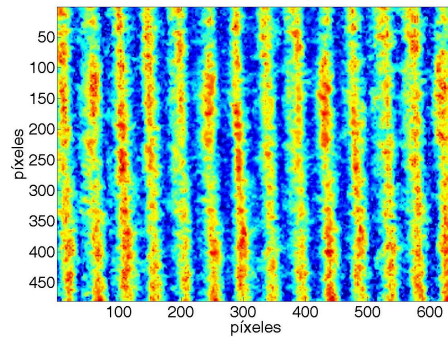


Figura 15: Red de difracción período  $p=0.015$  pulgadas (0.381 mm) en  $z = Z_T$ .

Como puede apreciarse en las figuras 13, 14 y 15 anteriores se ve que aparecen réplicas de la red a diferentes distancias. Se observa también que el contraste de las franjas varía con la posición de observación y que aparecen imágenes de la red con diferente periodicidad a diferentes distancias.

A continuación, con las imágenes anteriores, se hace una integración vertical con cada una de ellas para conseguir un perfil de intensidad en cada plano de propagación. De esta forma se representan los 200 perfiles obtenidos en las figuras 16, 17, 18 y 19.

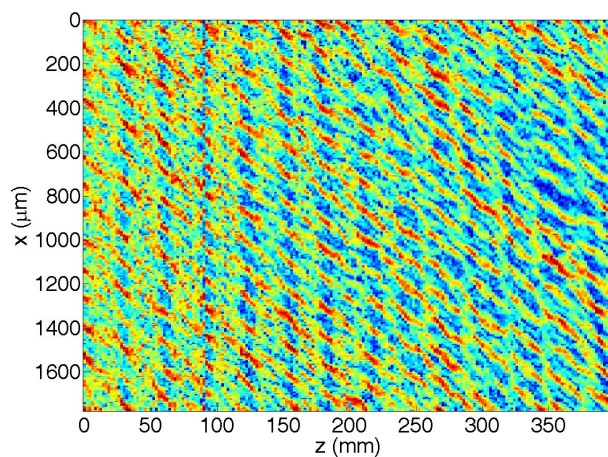


Figura 16: Red de difracción  $Z_T = 30,32 \text{ mm}$ , período  $p=0.005$  pulgadas (0.381 mm) desde  $z=0$  hasta  $z=400$  mm.

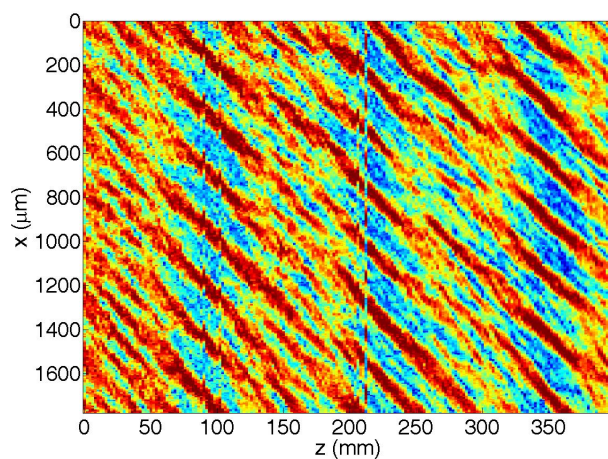


Figura 17: Red de difracción  $Z_T = 121,27 \text{ mm}$ , período  $p=0.010$  pulgadas (0.254 mm) desde  $z=0$  hasta  $z=400$  mm.

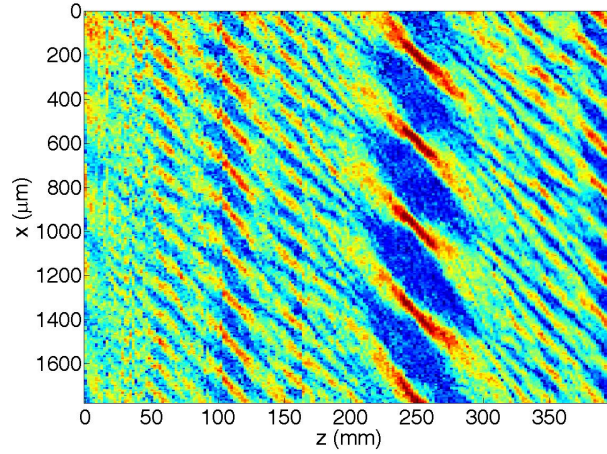


Figura 18: Red de difracción  $Z_T = 272,86 \text{ mm}$ , período  $p=0.015$  pulgadas (0.381 mm) desde  $z=0$  hasta  $z=400$  mm.

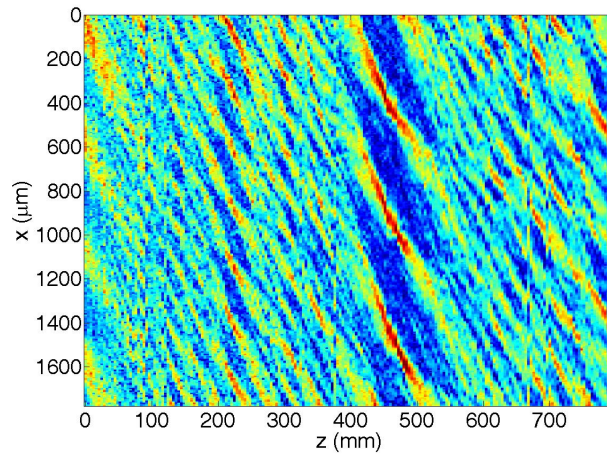


Figura 19: Red de difracción  $Z_T = 485,08 \text{ mm}$ , período  $p=0.020$  pulgadas (0.508 mm) desde  $z=0$  hasta  $z=800$  mm.

Para poder observar al menos una autoimagen de Talbot, las imágenes correspondientes a la red de difracción de 0.020 pulgadas (0.508 mm) se han obtenido con un espaciado de 4 mm.

En las figuras 16, 17, 18 y 19 anteriores puede apreciarse la aparición de autoimágenes de la red a distancias periódicas así como el cambio de contraste entre autoimágenes sucesivas. También pueden verse las imágenes con diferentes periodicidades entre autoimágenes sucesivas. Además hay que

destacar que aunque las imágenes se ven muy torcidas, en realidad no lo están tanto, porque el eje vertical está en micras y el horizontal en mm.

En estas figuras puede apreciarse la coincidencia de la distancia de Talbot obtenida experimentalmente con la teórica que se calcula mediante la ecuación (7).

En la tabla 3 que se presenta a continuación podemos ver tanto los valores teóricos como los valores experimentales de la distancia de Talbot en mm para cada una de las 4 redes de difracción empleadas.

$p$ (pulgadas)	$p$ (mm)	$p^2$ (mm <sup>2</sup> )	$Z_T$ teor(mm)	$Z_T$ exp(mm)
0,005	0,127	0,016	30,32	30
0,010	0,254	0,065	121,27	122
0,015	0,381	0,145	272,86	276
0,020	0,508	0,258	485,08	460

Tabla 3: Valores teóricos y experimentales de la distancia de Talbot.

Sabemos que la distancia de Talbot teórica viene dada por la ecuación (7) y por lo tanto, si representamos  $p^2$  frente a  $Z_T$  (distancia de Talbot obtenida con el período teórico de diseño en mm) obtendremos una recta cuya pendiente es exactamente la longitud de onda de la luz empleada,  $\lambda = 0,532 \mu m$ . En el caso experimental, tal y como podemos ver en la figura 20, la pendiente de la recta corresponde a una  $\lambda = 0,561 \mu m$ , valor considerado aceptable puesto que se desvía un 5 % del valor real.

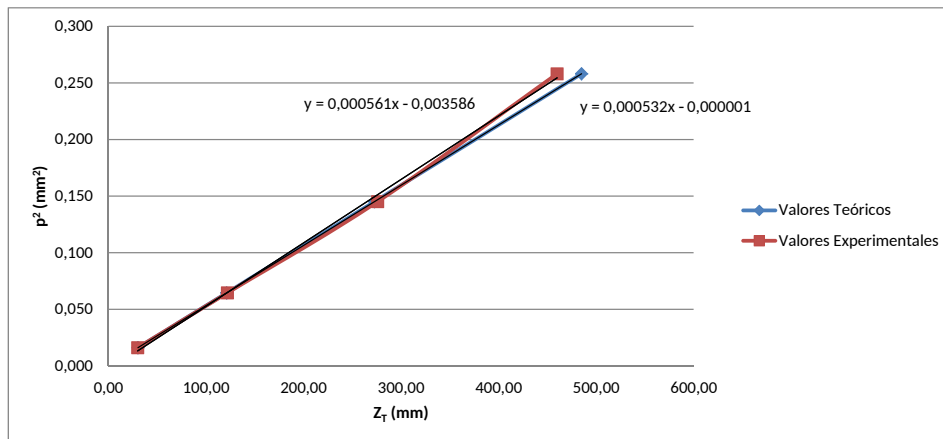


Figura 20: Valores teóricos y experimentales de la distancia de Talbot.

## 4.2. Simulación de un codificador óptico de la posición.

Como aplicación de los efectos que produce la difracción de la luz, vamos a simular el funcionamiento de un codificador óptico de la posición que es un dispositivo opto-electrónico que consiste en una red de difracción fija (también llamada escala) iluminada en transmisión y una segunda red móvil que se desplaza en paralelo a la primera red [8]. Como consecuencia de la aparición del efecto Talbot, es muy importante que la segunda red esté bien colocada a una distancia múltiplo de  $z_T$  de la red fija. El montaje que necesitamos para ello es el banco óptico habitual de 2 metros de longitud y sobre él colocaremos:

- Diodo láser con emisión en el espectro visible, concretamente en el verde a una longitud de onda de  $\lambda = 532 \text{ nm}$ .
- Lente colimadora de focal  $f = 100 \text{ mm}$ .
- Red de difracción fija de período,  $p=0.015$  pulgadas (0.381 mm).
- Red de difracción móvil tanto en x como en z y de período,  $p=0.015$  pulgadas (0.381 mm).
- Micrómetro para desplazar la red móvil en el eje X.
- Cámara CCD.

Para simular el comportamiento del codificador desplazaremos la red móvil a lo largo de 10 posiciones en el eje Z y para cada una de estas posiciones obtendremos 20 imágenes (1 para cada una de las posiciones en el eje X) completando 2 vueltas de micrómetro, en total  $1.000 \mu\text{m}$  o, lo que es lo mismo, 1 mm.

Para cada una de las imágenes obtenidas (en el sistema RGB) seleccionamos (por ser el de mejor contraste) el canal verde y sumamos las intensidades de todos los píxeles de la imagen dando como resultado una matriz de intensidades de dimensiones  $20 \times 10$ . De esta forma la cámara CCD actúa como fotodetector.

A continuación, para cada una de las 10 posiciones en Z, normalizamos las intensidades dividiendo por el número de píxeles, es decir,  $640 \times 480$  y a continuación calculamos el contraste mediante la ecuación

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (10)$$

dando como resultado el mostrado en la tabla 4.

Posición z (mm)	I <sub>max</sub>	I <sub>min</sub>	Contraste
55,0	49	37	0,140
60,0	50	37	0,149
65,0	48	39	0,103
70,0	49	41	0,089
75,0	61	26	0,402
80,0	55	28	0,325
85,0	44	31	0,173
90,0	54	37	0,187
95,0	47	36	0,133
100,0	50	33	0,205

Tabla 4: Tabla de contrastes del codificador óptico de la posición.

La razón de emplear el contraste es por que es un parámetro muy usado en codificación y nos da idea de lo bueno que es el sistema.

Los datos de la tabla 4 se ilustran en la figura 21.

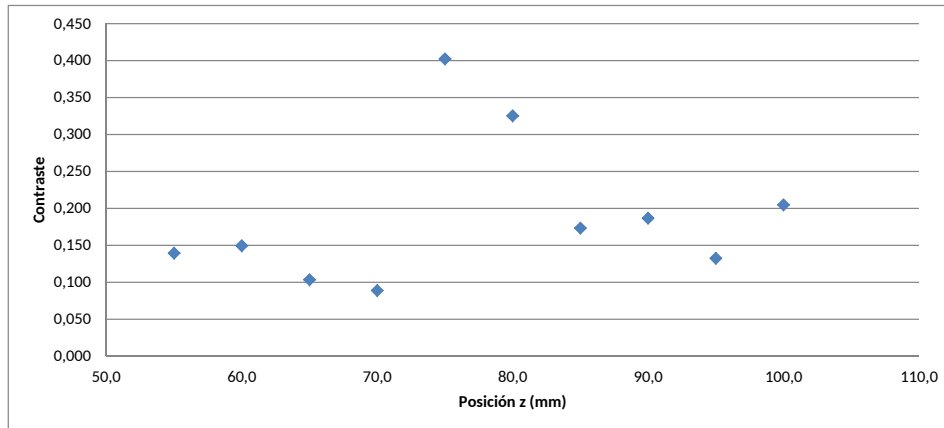


Figura 21: Contraste de imagen frente a la posición de relativa de la red móvil respecto de la fija para el codificador óptico de la posición.

En la figura 21 podemos ver que el codificador óptico de la posición habrá que colocarlo en la posición adecuada para que mida bien: funcionará correctamente en la zona central donde el contraste tiene valores más altos

pero no funcionará correctamente fuera de estas posiciones donde el contraste tiene valores más bajos.

También en la tabla 4 podemos apreciar como el contraste más alto que hemos conseguido está a distancia  $z = 75 \text{ mm}$  y cuyo valor es de 0,402; es un valor bajo para el contraste y podemos achacarlo a la rugosidad superficial del papel empleado y a que la tinta de la impresora no es del todo opaca.

### 4.3. Lentes zonales de Fresnel.

Otra de las aplicaciones de los efectos que produce la difracción de la luz, son las lentes zonales de Fresnel que focalizan en un punto la luz incidente, de ahí su nombre de lentes.

Las ventajas que ofrecen estas lentes son:

- Son fáciles de fabricar.
- Son planas y ligeras.
- Pueden sustituir a las lentes refractivas en el rango del espectro electromagnético en donde no hay materiales para estos fines (rayos X, por ejemplo).

El montaje que necesitamos para hacer funcionar las lentes zonales es el banco óptico habitual de 2 metros de longitud y sobre él colocamos:

- Diodo láser con emisión en el espectro visible, concretamente en el verde a una longitud de onda de  $\lambda = 532 \text{ nm}$ .
- Lente colimadora de focal  $f = 100 \text{ mm}$ .
- Lentes zonales de Fresnel de focal  $f = 500 \text{ mm}$  y  $f = 1250 \text{ mm}$ .
- Cámara CCD.
- 2 polarizadores cruzados para disminuir la intensidad de la luz y así evitar la saturación de la cámara.

Para estudiar el comportamiento de las lentes zonales de Fresnel repetiremos el siguiente proceso con cada una de las 2 lentes: Colocaremos la lente zonal y desplazaremos la cámara CCD a lo largo de 1500 mm desde la posición 1730 mm hasta la posición 230 mm capturando una imagen cada 5 mm para un total de 300 imágenes.



Mediante un programa informático seleccionamos una a una las 300 imágenes seleccionando con el ratón la zona central y quedándonos con una ventana del tamaño especificado desechando, por tanto, el resto de la imagen. Esto se realiza para evitar el ruido resultante de la imagen capturada por la cámara.

A continuación sumamos las intensidades de todos y cada uno de los píxeles que componen la ventana recortada obteniendo un perfil para cada una de las 2 lentes zonales. Dichos perfiles se muestran en la figura 22 a continuación.

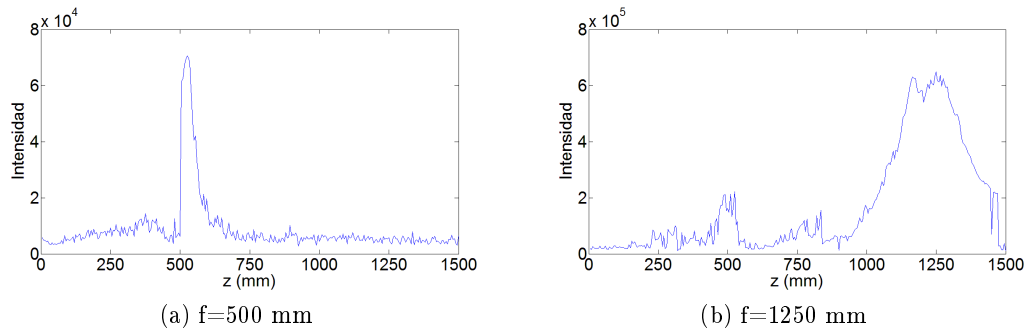


Figura 22: Perfiles lentes zonales de Fresnel,  $f=500$  mm y  $f=1250$  mm.

En la figura 22a podemos apreciar como el foco está muy cerca del que corresponde teóricamente, es decir, en los 500 mm. Esto mismo ocurre en la figura 22b en la que el foco está, según lo esperado, muy cerca de los 1250 mm y además se aprecian otros 2 focos secundarios en el entorno de los 500 mm y los 750 mm.

## 5. Conclusiones.

En esta parte del documento vamos a comentar las conclusiones que hemos extraído de todo el proceso de elaboración del trabajo, proceso que se ha basado principalmente en la toma de medidas realizadas en los distintos montajes diseñados en el laboratorio y, posteriormente, en un análisis de los resultados obtenidos, haciendo especial hincapié en el grado de coincidencia entre los principios teóricos utilizados y los resultados experimentales conseguidos.

La conclusión principal del trabajo es que, tal y como nos habíamos marcado inicialmente como objetivo, hemos conseguido ilustrar el fenómeno de la difracción empleando elementos de bajo coste, concretamente papel de transparencia y una impresora convencional. Como consecuencia de ello, la red de difracción de mínimo período que hemos logrado fabricar y que responde con un funcionamiento óptimo es la de período  $p=0.005$  pulgadas (0.127 mm).

Además hemos logrado comprobar el efecto Talbot típico de la difracción en campo cercano observando cómo aparecen réplicas de la red a diferentes distancias así como la variación del contraste con la posición de observación y que aparecen imágenes de la red con diferente periodicidad a diferentes distancias.

Hemos explicado experimentalmente el funcionamiento de un codificador óptico de la posición concluyendo que deberemos colocar la red móvil en la posición adecuada, donde el contraste tiene valores más altos para que las medidas sean las correctas.

Por último, hemos visto cómo una lente zonal de Fresnel focaliza la luz incidente en un punto a distancias coincidentes con la focal con la que fue fabricada.

## Bibliografía

- [1] C. KRESS, B. y MEYRUEIS, P. *Applied Digital Optics: From micro-optics to nanophotonics*, Wiley, Francia, 2009.
- [2] CASAS, J., *Óptica*, Zaragoza, España, 1994.
- [3] JOHNSON, N.E. *X-Ray diffraction simulation using laser pointers and printers*, Journal of Geoscience Education, vol. 49, n<sup>o</sup>4, Septiembre 2001.
- [4] GUARNIERI, V. y FRANCI, F. *Computer-generated holograms (CGH) realization: the integration of dedicated software tool with digital slides printer*, Proc.SPIE 3190, Fifth International Topical Meeting on Education and Training in Optics 393, 1997.
- [5] TALBOT, H.F. *Facts relating to optical science*, Philosophical Magazine Series 3, vol. 9, n<sup>o</sup> 56, 401–407, Diciembre 1836.
- [6] WEN, J., ZHANG, Y. y XIAO, M. *The Talbot effect: recent advances in classical optics, nonlinear optics, and quantum optics*, Advances in Optics and Photonics 5, 83-130, Marzo 2013.
- [7] WOOD, R.W., *Phase-Reversal Zone Plates and Diffraction-Telescopes*, Philosophical Magazine Series 5, vol. 45, n<sup>o</sup> 277, Junio 1898.
- [8] KEREN, E. y KAFRI, O. *Diffraction effects in moiré deflectometry*, J. Opt. Soc. Am. A, vol. 2, n<sup>o</sup> 2, Febrero 1985.