
Medida óptica de pulsos generados mediante encadenado de modos.

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN FÍSICA

Curso 2014-2015



Departamento de Física Aplicada

Universidad de Zaragoza

Alumno:

José Enrique Rodríguez Martín

Directores:

*Sebastián Jarabo Lallana
Francisco Javier Salgado Remacha*

A mi familia y a Lidia.

Quisiera agradecer a Sebastián Jarabo Lallana y Francisco Javier Salgado Remacha, directores de este trabajo, la oportunidad de poder aprender de ellos a través de la realización del presente trabajo.

También quisiera dar las gracias a José Eduardo Saldaña Díaz por la inestimable ayuda prestada en las sesiones de laboratorio.

Índice

1. Introducción	1
1.1. Mode-Locking	1
1.2. Mode-Locking pasivo basado en NPR en cavidad de anillo de fibra óptica	4
2. Objetivos y método de medida	4
2.1. Técnica de autocorrelación y correlación de primer orden	4
2.2. Correlación de segundo orden y cristal BBO	7
3. Montaje experimental y resultados	9
3.1. Fuente	9
3.2. Interferómetro tipo Michelson	11
3.3. Cristal BBO	17
3.4. Medida de pulsos	17
4. Conclusiones	20
5. Bibliografía	22
· Anexo	
A. Pulso ideal y pulso con dispersión	i
B. Interferograma a la salida de un interferómetro tipo Michelson	iii
C. Interferograma a la salida de un sistema formado por un interferómetro tipo Michelson y un doblador de frecuencia (BBO)	v

1 Introducción.

En la actualidad el uso de los dispositivos láser está ampliamente extendido, representando una pieza fundamental tanto en la industria como en la investigación [1][2][3]. Su versatilidad ha permitido el desarrollo de infinidad de aplicaciones en diferentes campos, por ejemplo, en procesos industriales (ablación láser, marcado, identificación...), sistemas de medida (metrología, espectroscopía, LIDAR, etc.), telecomunicaciones y por supuesto en medicina. Debido a las muchas características que definen las propiedades de un dispositivo láser, existen diversas formas de clasificarlos, usualmente según el parámetro o parámetros característicos de la aplicación para la cual se diseñan. Una de las clasificaciones más generalistas es la distinción entre láseres de emisión continua (CW) y láseres de emisión pulsada. En nuestro caso vamos a trabajar con un emisor pulsado, por lo que profundizaremos un poco más en la descripción de este grupo.

Las dos técnicas más habituales utilizadas para generar pulsos de luz láser son el Q-switching y el Mode-Locking. El Q-switching permite obtener pulsos en torno al nanosegundo, mientras que con el método Mode-Locking (también conocido como encadenado de modos o bloqueo de fase) se pueden alcanzar duraciones del orden del picosegundo o, incluso, de algunos femtosegundos. Las propiedades más relevantes de los pulsos generados son: la energía emitida por pulso, su duración, su forma y la cadencia de los mismos (frecuencia de repetición de los pulsos). Además, conocidas la duración y energía del pulso, podemos determinar su potencia y, con determinadas técnicas, ajustarla para una finalidad concreta.

Puesto que la fuente de pulsos utilizada en este trabajo se fundamenta en la técnica Mode-Locking para la generación de pulsos, vamos a explicar cómo funciona.

1.1 Mode-Locking.

Supongamos una cavidad resonante con un medio amplificador en su interior, en la cual se produce la oscilación de varios modos. Éstos están determinados por las características de la cavidad y por la anchura espectral del perfil de ganancia del medio amplificador. Por un lado, tenemos la anchura espectral del perfil de ganancia del medio amplificador (figura 1 (a)). Por otra parte, la longitud de la cavidad impone las posibles longitudes de onda que pueden oscilar, lo que se expresa con la ecuación (1.1) para longitudes de onda, y con (1.2) para frecuencias.

$$m \left(\frac{\lambda_m}{2} \right) = L \quad (1.1)$$

$$\nu_m = m \frac{c}{2L} \quad (1.2)$$

donde L es el camino óptico de la cavidad lineal y $m \in \mathbb{N}$ es el modo correspondiente (figura 1 (b)). Al tener en cuenta estos dos factores limitantes, obtenemos la anchura del perfil de oscilación, donde el número de modos resonantes se ve limitado a aquellos modos que coinciden con el espectro de amplificación (figura 1 (c)).

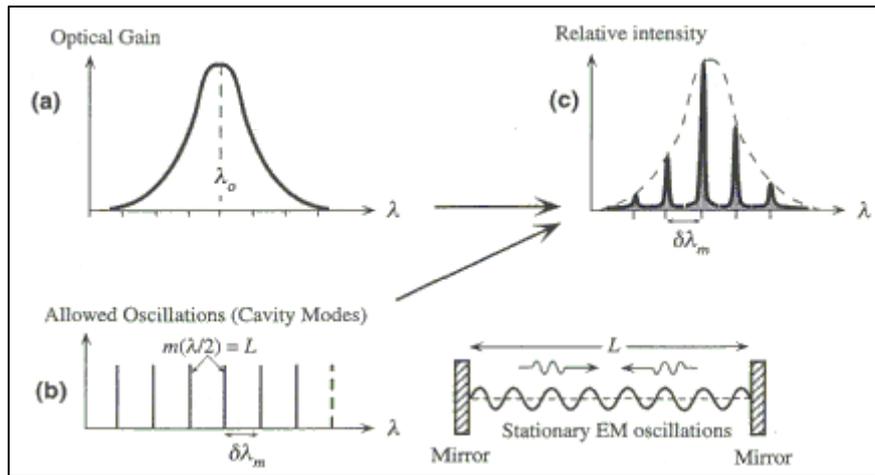


Figura 1. Modos longitudinales.

Si los modos del sistema se propagan de forma independiente, la superposición de todos ellos da como resultado una emisión prácticamente continua. Si, por el contrario, se bloquean sus fases (o se encadenan los modos) haciendo que la diferencia de fase entre modos consecutivos sea:

$$\phi_n - \phi_{n+1} = \phi = cte \quad (1.3)$$

para que evolucionen de modo sincronizado, se puede conseguir que todos ellos coincidan en fase en algún punto de la cavidad, superponiéndose constructivamente y produciendo un pulso de intensidad elevada (figura 2 a)). A su vez, el encadenado es un evento que se propaga espacialmente, de modo que se crea un pulso “viajero” en la cavidad resonante. Así, cada vez que el pulso alcanza el espejo de salida, el sistema emite un pulso de luz al exterior.

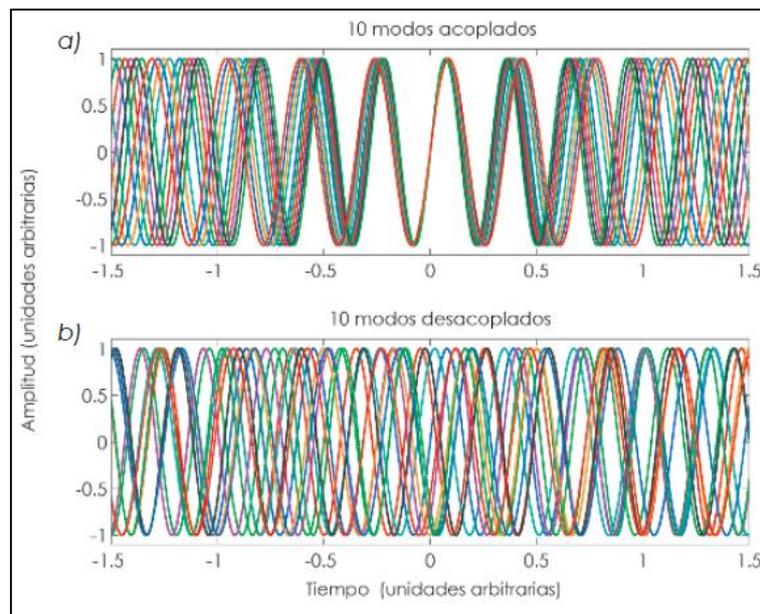


Figura 2. Encadenado de modos.

Aunque puede haber varios pulsos (armónicos del Mode-Locking) viajando simultáneamente en la cavidad, lo habitual es que tan sólo haya uno. Por tanto, la cadencia del sistema τ_p está determinada por el tiempo que tarda la luz en recorrer dos veces la longitud de la cavidad, lo que se expresa mediante la ecuación (1.4)

$$\tau_p = \frac{2L}{c} \quad (1.4)$$

O de forma equivalente, en función de la distancia intermodal $\Delta\nu$ dada en frecuencia:

$$\tau_p = \frac{1}{\Delta\nu} \quad (1.5)$$

donde:

$$\Delta\nu = \nu_{m+1} - \nu_m = \frac{c}{2L} \quad (1.6)$$

Por otro lado, la anchura temporal de los pulsos $\Delta\tau_p$, está determinada por la anchura espectral del sistema de oscilación $\Delta\nu_L$ a $1/e$ del máximo. Esta anchura viene dada de forma aproximada por la ecuación (1.7):

$$\Delta\tau_p \cong \frac{\delta}{\Delta\nu_L} \quad (1.7)$$

siendo $\delta \in (0, 1]$ una constante que depende del perfil espectral y $\Delta\nu_L = N\Delta\nu$ con N el número de modos resonantes.

Así, de la ecuación (1.7) se deduce que cuanto más ancho sea el espectro del sistema de oscilación (más modos resonantes), más estrechos serán los pulsos obtenidos.

En las figuras 3.a), 3.b) y 3.c) se muestra la emisión de pulsos de un sistema Mode-Locking para 5, 10 y 100 modos encadenados. En ellas se ve que cuanto mayor es el número de modos (espectro más ancho), más estrechos e intensos son los pulsos. En la figura 3.d) hay 10 modos sin acoplar y aunque se observa un patrón de repetición, la emisión es aproximadamente continua.

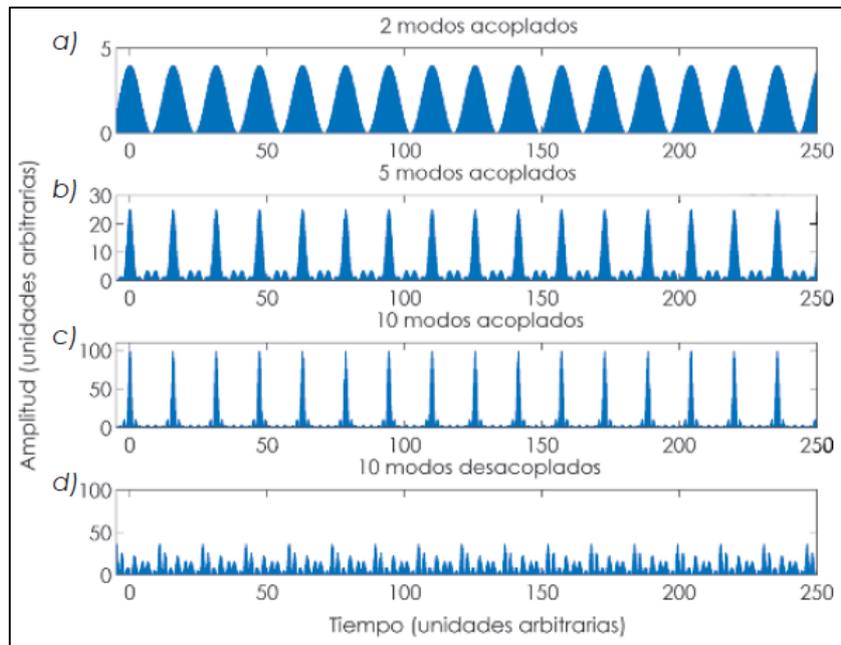


Figura 3. Pulsos Mode-Locking.

Como dato histórico, cabría destacar que la técnica Mode-Locking fue aplicada por primera vez, en 1964, por los científicos Hargrove, Fork y Pollack, a un láser de $He - Ne$.

1.2 Mode-Locking pasivo basado en NPR en cavidad de anillo de fibra óptica.

Una vez descrito el método de obtención de pulsos, vamos a realizar una descripción detallada de la técnica utilizada en nuestro montaje experimental y que recibe el nombre de “*Mode-Locking pasivo basado en NPR (Nonlinear Polarization Rotation)*”. El término pasivo indica que el sistema se autogobierna y carece de un agente externo que controle el proceso de pulsado. Por otro lado, NPR es un fenómeno no lineal que produce la rotación del estado de polarización, siendo la magnitud de esta rotación proporcional a la intensidad de la luz.

Supongamos un montaje como el de la figura 4 en el cual tenemos como medio activo un amplificador de fibra dopada con erbio (EDFA), dos controladores de polarización (PC), un polarizador lineal (PL) y un acoplador (C) que permite la realimentación de luz en el sistema al mismo tiempo que la emisión de luz al exterior (equivalente al espejo de salida de una cavidad lineal). Todos estos elementos se unen a través de fibra óptica, de modo que forman un anillo que se comporta como cavidad resonante.

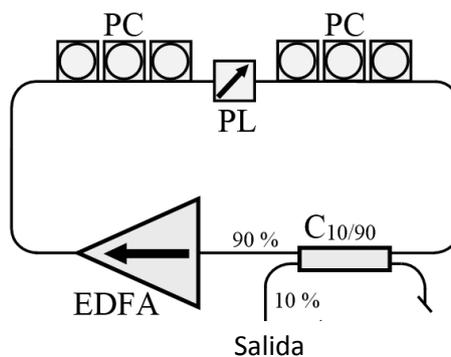


Figura 4. Láser de anillo Mode-Locking.

Para lograr la emisión de pulsos es necesario ajustar los controladores de polarización de manera que el conjunto formado por PC – PL – PC se comporte como un interruptor síncrono, permitiendo únicamente el paso del pulso. Esto se logra gracias al efecto NPR que sufre la luz al viajar por la fibra, junto con el cambio inducido en la polarización mediante los PC. Así, el ajuste de los controladores de polarización se realiza de modo que la polarización del pulso al pasar por el polarizador lineal sea paralela a su eje de polarización, permitiendo así su paso, mientras que la polarización de la luz de menor intensidad llega perpendicular a dicho eje y por tanto no atraviesa el polarizador.

2 Objetivos y método de medida.

La necesidad de medir la duración real de estos pulsos supone todo un reto ya que, en la actualidad, los dispositivos electrónicos solo permiten medir eventos de duraciones por encima de los 50 ps, resultando, en todo caso, complicado y costoso llegar a estos valores [3][4]. Por ello, es necesaria una alternativa. Ésta, se presenta como un procedimiento de carácter esencialmente óptico en el cual se realiza la comparación del pulso que queremos caracterizar con un patrón de la misma magnitud. Así pues, la finalidad de este trabajo es el estudio y caracterización de una técnica de medida de pulsos muy cortos.

2.1 Técnica de autocorrelación y correlación de primer orden.

El fundamento es simple, consiste en comparar el pulso generado por la fuente consigo mismo, lo que se puede denominar como técnica de autocorrelación [5][6]. Existen diversas

formas de abordar dicho procedimiento, por lo que nos vamos a centrar en una cuyo proceso se describe en las siguientes líneas.

En primer lugar, mediante un interferómetro tipo Michelson, dividimos la emisión de luz pulsada objeto de estudio en dos haces, haciendo que cada uno recorra un camino óptico distinto, siendo la diferencia de caminos variable. Después, se les hace regresar por el mismo trayecto (mediante una reflexión en un espejo) para hacer que coincidan produciéndose la superposición. Finalmente, el haz resultado de la superposición de los dos haces se propaga en dirección al detector donde se manifestará el fenómeno interferencial. En la figura 5 se muestra un esquema de un interferómetro tipo Michelson.

Si desplazamos el espejo móvil a velocidad constante, detectaremos una serie de máximos y mínimos de intensidad como función de la posición del espejo, o lo que es lo mismo, en función del desfase entre los haces. Esto corresponde al interferograma del haz.

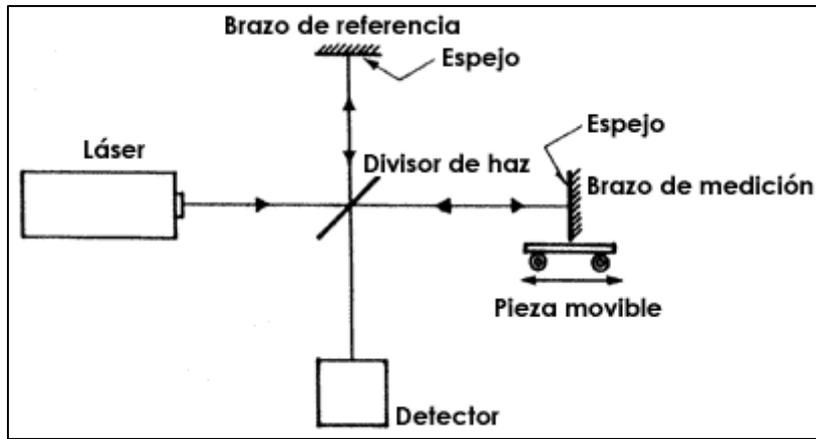


Figura 5. Interferómetro Michelson.

En nuestro caso, en lugar de un haz continuo tenemos un tren de pulsos. Así, considerando que la luz sufre dispersión al propagarse por los distintos elementos ópticos del montaje y que el coeficiente de transmisión t_{tr} es aproximadamente el mismo para los dos brazos del interferómetro, podemos expresar la contribución de cada rama del interferómetro al campo eléctrico como (para más detalles ver anexo, apartado A):

$$E_1(\omega_0, t) = t_{tr} f(t) e^{-i\left(2q\left(\frac{t}{\Delta\tau_p}\right)^2 - \omega_0 t\right)} \quad (2.1)$$

$$E_2(\omega_0, t) = t_{tr} f(t - \tau) e^{-i\left(2q\left(\frac{t-\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2 - \omega_0(t-\tau)\right)} \quad (2.2)$$

A continuación describimos los diversos parámetros que aparecen en estas ecuaciones. $\Delta\tau_p$ es la duración del pulso dispersado. q es un parámetro relacionado con la dispersión y con la anchura espectral, que se puede definir a través de la ecuación $\Delta\tau_p/\Delta\tau_{p_0} = \sqrt{1 + q^2}$ donde $\Delta\tau_{p_0}$ es la duración que tendría el pulso sin dispersión. $\tau = 2\Delta x/c = 2vt/c$ es el retraso de un pulso de una rama respecto al pulso equivalente de la otra rama, siendo v la velocidad constante a la que se desplaza el espejo móvil y t el tiempo que ha durado ese desplazamiento. Y, finalmente, f es la función que caracteriza la dependencia temporal del pulso, supuesto que éste tenga forma gaussiana:

$$f(t) \propto e^{-2\left(\frac{t}{\Delta\tau_p}\right)^2} \quad (2.3)$$

La intensidad resultante de la interferencia de las contribuciones de E_1 y de E_2 , corresponde a una autocorrelación de primer orden y se expresa como:

$$I(\tau) = |E_1 + E_2|^2 \propto \left(1 + e^{-\frac{\tau^2}{\Delta\tau_{p_0}^2}} \cdot \cos(\omega_0\tau) \right) \quad (2.4)$$

Con $\Delta\tau_{p_0}$ dado por la ecuación (2.5) para un espectro de ganancia gaussiano (suponemos espectro de ganancia gaussiano por ser el más habitual, aunque podría ser de cualquier otro tipo):

$$\Delta\tau_{p_0} = \frac{4}{\Delta\omega_L} = \frac{2}{\pi\Delta\nu_L} \cong \frac{0,6366}{\Delta\nu_L} \quad (2.5)$$

Para la obtención de la figura interferencial (o interferograma) dada por la ecuación (2.4), utilizamos un detector que transforma la intensidad óptica en voltaje, dando una relación lineal entre ambos $V \propto I$. La respuesta del detector será igual a la ecuación (2.4) multiplicada por una constante. El interferograma obtenido será similar al mostrado en la figura 6.

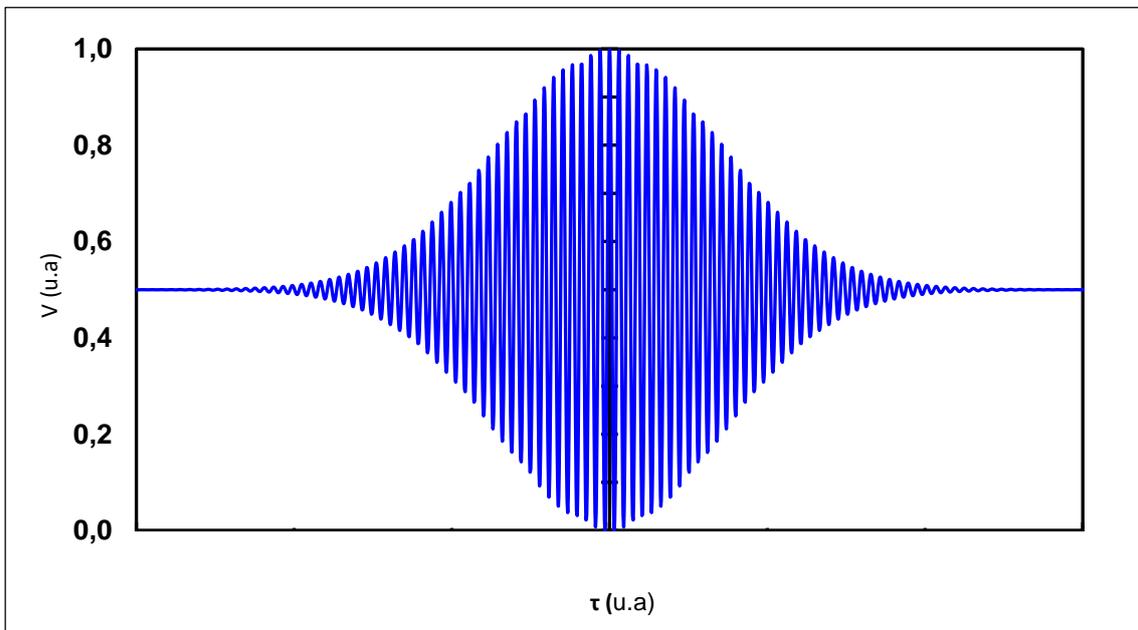


Figura 6. Correlación de primer orden (Michelson).

De la ecuación (2.4) cabe destacar varias cuestiones. La primera es que tenemos una función cosenoidal que oscila con un retraso entre pulsos τ en torno a una componente de continua, al mismo tiempo que una envolvente exponencial hace decaer la señal hasta un valor constante. Este valor se puede determinar haciendo $\tau \rightarrow \infty$ lo que es equivalente a que los pulsos no se solapen.

Si consideramos la respuesta normalizada del fotodiodo, obtenemos $V_{CC} = \frac{1}{2}$ como resultado para la componente de continua. Por otro lado, la envolvente exponencial que afecta tanto a la oscilación por encima de la componente de continua como por debajo, está caracterizada por la ecuación (2.6):

$$V_{env.}(\tau) = \frac{1}{2} \left(1 \pm e^{-\frac{\tau^2}{\Delta\tau_{p_0}^2}} \right) \quad (2.6)$$

Los valores máximo y mínimo de la señal se obtienen haciendo que el retraso entre pulsos sea nulo $\tau = 0$: $V_{máx.} = 1$ y $V_{mín.} = 0$.

Considerando estos valores y el de la componente de continua, concluimos que el interferograma será simétrico respecto a la componente de continua, tal y como se observa en la figura 1.

En segundo lugar, para una anchura espectral muy estrecha (pulsos temporalmente anchos) tenemos que $\Delta\tau_{p_0}$ es muy grande, lo que implica que la modulación del término exponencial es despreciable y en consecuencia el interferograma corresponde a una función coseno que se extiende de forma prácticamente indefinida. Por el contrario, si la anchura espectral es muy ancha (pulsos casi instantáneos) la envolvente exponencial tenderá a cero de forma abrupta.

Finalmente, si medimos el interferograma $V(\tau)$, la ecuación (2.4) nos permite inferir cual sería la anchura del pulso sin dispersar, como la anchura del interferograma a $1/e$ del máximo de intensidad.

En las secciones A y B del anexo se muestran en detalle los cálculos realizados para la obtención de las ecuaciones anteriores.

2.2 Correlación de segundo orden y cristal BBO.

En el apartado anterior hemos determinado cómo obtener la anchura que tendría el pulso sin dispersar, en éste, vamos a proceder a determinar la anchura del pulso dispersado. Para ello, recurrimos a la correlación de segundo orden, que induciremos entre los haces interferentes. Esto se puede conseguir mediante el uso de un cristal BBO en el cual se produce un comportamiento no lineal dependiente del cuadrado de la intensidad. Podemos ver el BBO como un sistema que convierte una señal incidente de frecuencia óptica f_i en otra señal de frecuencia óptica $f_o = 2f_i$ mediante un proceso de generación del segundo armónico en el cristal. Además, la intensidad incidente I_i y la intensidad de salida I_o están relacionadas del siguiente modo (para valores de I_i suficientemente bajos):

$$I_o \cong kI_i^2 \quad (2.7)$$

Siendo $k \ll 1$ un parámetro característico del cristal utilizado.

Para que se produzca el doblado de frecuencia en un cristal BBO es necesario tener en consideración diversos parámetros como por ejemplo la intensidad incidente y la orientación del cristal. Estos detalles los trataremos más adelante en la sección dedicada al montaje experimental.

La respuesta en intensidad para la correlación de segundo orden es proporcional al cuadrado de la intensidad del haz y viene dada por la ecuación (2.8). Para su determinación (apartado C del anexo), se han manteniendo las condiciones del apartado 2.1.

$$I(\tau) \propto |E_1 + E_2|^4 \propto$$

$$\propto \Delta\tau_p t_{tr}^4 \left[1 + 2e^{-2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} + e^{-2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cos(2\omega_0\tau) + 4e^{-\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cos(\omega_0\tau) \cos\left(\frac{q\tau^2}{\Delta\tau_p^2}\right) \right] \quad (2.8)$$

Si representamos la ecuación (2.8) normalizada, obtenemos la figura 7 para un pulso sin dispersar y la figura 8 para un pulso con dispersión.

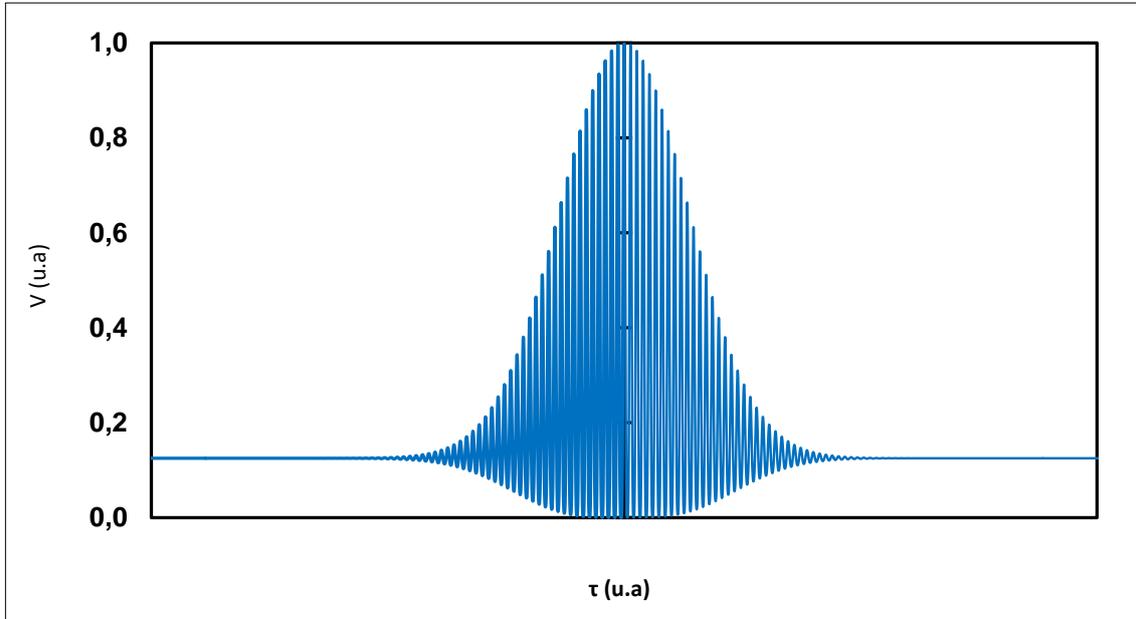


Figura 7. Correlación de segundo orden (Michelson+BBO). Sin dispersión

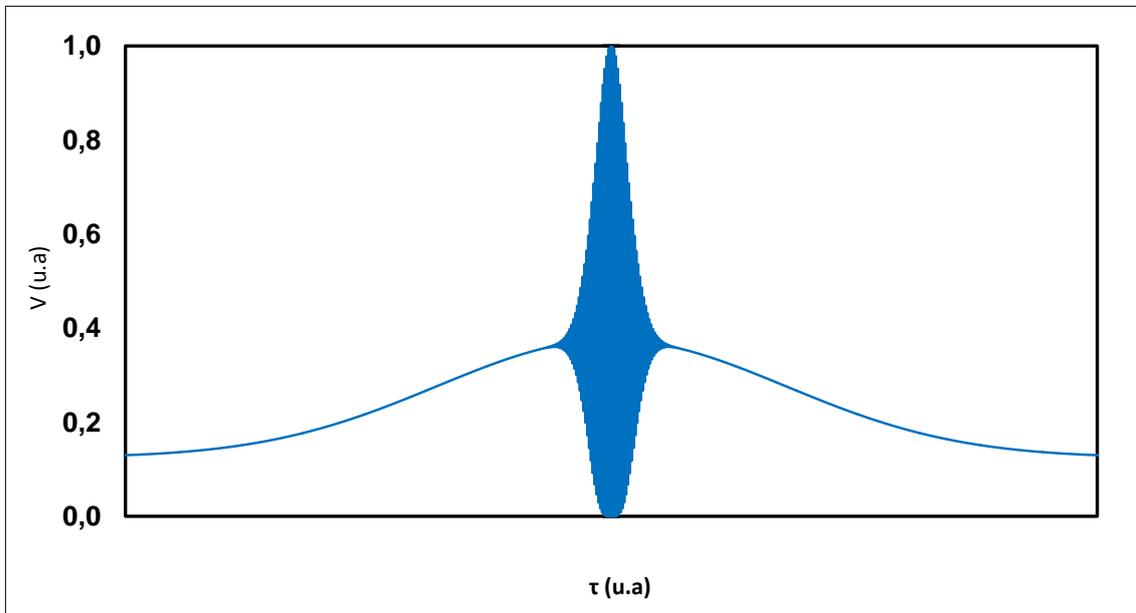


Figura 8. Correlación de segundo orden (Michelson+BBO). Con dispersión

En este caso también tenemos una oscilación limitada por una envoltura (debida a los dos últimos términos de la ecuación (2.8)) en torno a una componente de continua con forma gaussiana (dos primeros términos de la ecuación (2.8)). Esta componente de continua con forma gaussiana se puede ver en la figura 8. Para determinar el valor de la componente de

continua, el máximo y el mínimo de la respuesta normalizada del fotodiodo, procedemos de forma similar a como lo hicimos con el Michelson y obtenemos que $V_{CC} = V(\tau \rightarrow \infty) = \frac{1}{8}$, $V_{m\acute{a}x.} = 1$ y $V_{m\acute{i}n.} = 0$. Vemos por tanto que, a diferencia del interferograma correspondiente a la correlación de primer orden, el interferograma de correlación de segundo orden no es simétrico respecto de la componente de continua, existiendo una relación de 1/8, lo que se puede apreciar en la figura 7.

Así, la anchura del interferograma obtenido de forma experimental, nos permite determinar la anchura del pulso dispersado a partir de la ecuación (2.8), de modo similar a como hicimos en el apartado 2.1.

3 Montaje experimental y resultados.

En este apartado vamos a explicar en detalle el proceso de montaje de todo el sistema, el ajuste, el alineamiento y la calibración de los dispositivos, así como los problemas surgidos y las medidas llevadas a cabo para solucionarlos. El montaje lo realizamos por etapas, lo que nos permite familiarizarnos con los diferentes dispositivos, además de tener un mayor control de los grados de libertad del sistema. Estas etapas se pueden englobar en: caracterización de la fuente y obtención de pulsos de luz, puesta a punto del interferómetro Michelson y ajuste del sistema BBO. En la figura 9 se muestra el esquema del montaje final con el cual se han realizado las medidas de pulsos. La notación utilizada es la siguiente: *EDFA C* amplificador en banda *C* (1525 – 1565 nm) de fibra dopada con erbio, *EDFA L* amplificador en banda *L* (1565 – 1610 nm) de fibra dopada con erbio, *PC* controlador de polarización, *PL* polarizador lineal, *C_{-/-}* acoplador, *GL* lente GRIN, *M* espejo móvil, *L* lente convergente, *At.* atenuador y *BBO* cristal BBO. La mayoría de los dispositivos están montados sobre bases ajustables que nos van a permitir un correcto alineamiento para la optimización del sistema. Además, la unión entre los distintos elementos se realiza mediante latiguillos cuyos conectores tienen el extremo pulido en ángulo para minimizar las reflexiones. Por otro lado, se han enmarcado los tres grandes elementos del montaje: láser de anillo (línea continua), interferómetro Michelson (línea discontinua) y sistema BBO (línea de puntos).

3.1 Fuente.

Comenzamos con la fuente de emisión de pulsos. Esta fuente ya se encuentra instalada en el laboratorio con un acoplador $C_{90/10}$ que reintroduce el 90% de la intensidad en la cavidad (lo que favorece que haya una intensidad elevada en el interior de la cavidad y por tanto, el efecto NPR), mientras que permite la salida del 10% restante. Conectamos la salida al analizador de espectros (OSA) configurado con una resolución de 1 nm y observamos cómo el espectro corresponde a un emisor en banda C. A continuación ajustamos los *PC* para conseguir que el anillo pase de emisión continua a pulsada, lo que corresponde a un ensanchamiento del espectro. En la figura 10 se muestra el espectro en emisión continua junto con el espectro en emisión pulsada.

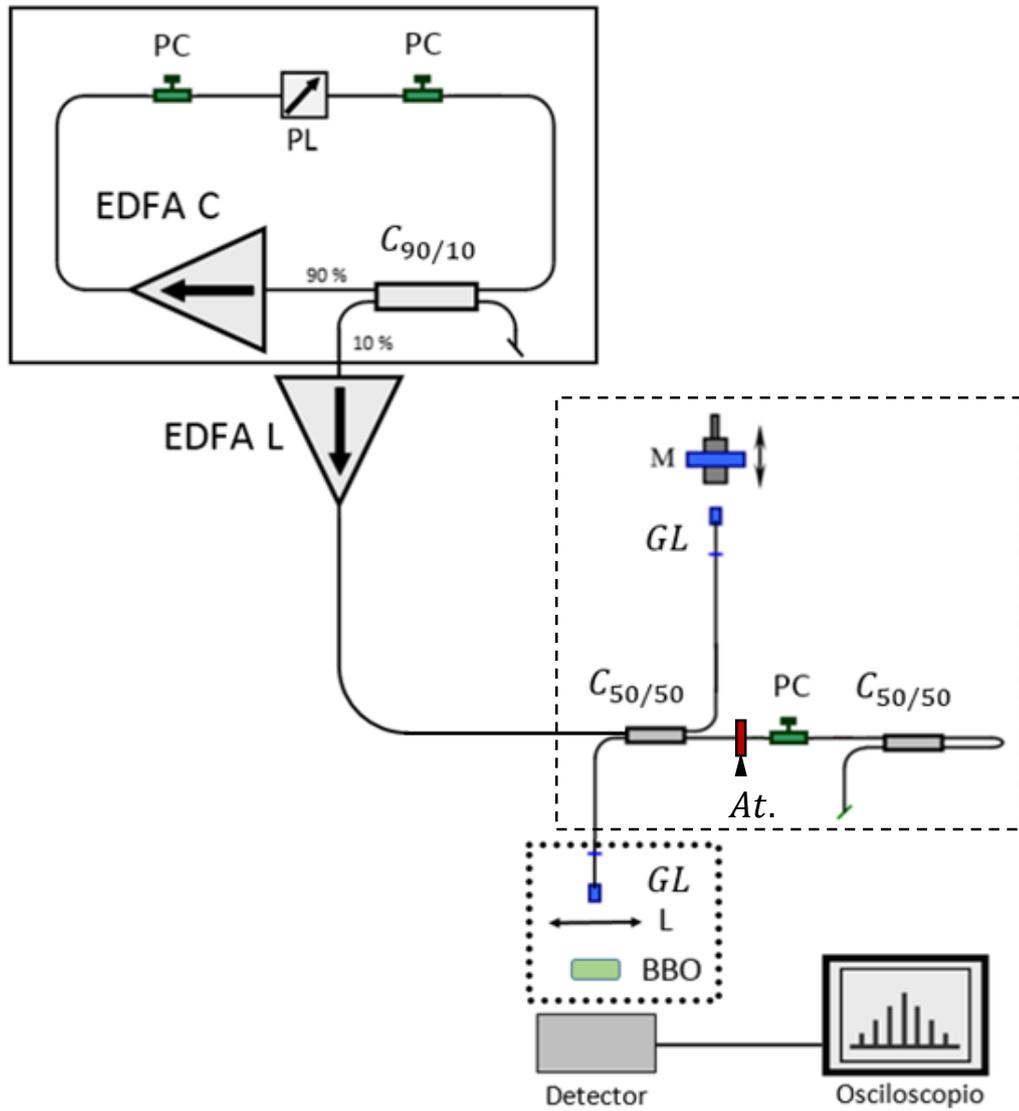


Figura 9. Montaje para medida de pulsos.

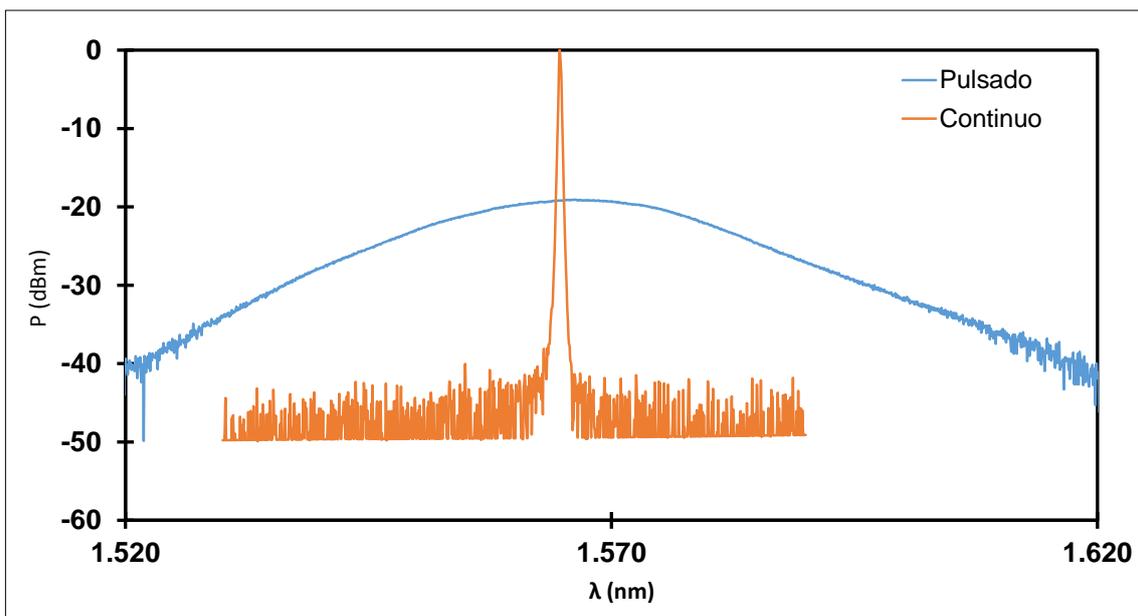


Figura 10. Espectros de emisión continua y pulsada.

Para asegurarnos de que efectivamente tenemos emisión pulsada, también utilizamos un detector rápido con el cual vemos el tren de pulsos y comprobamos que la cadencia de los mismos coincide con la correspondiente a la cavidad.

Una vez conseguido el pulsado, ajustamos con cuidado los controladores de polarización para optimizar la anchura y la potencia del espectro. Si observamos con detenimiento la gráfica que muestra la figura 10, vemos que para emisión pulsada, el espectro está desplazado a longitudes de onda superiores, más cercanas a banda L que a banda C. A pesar de que el amplificador que hay en el interior del anillo es de banda C, el conjunto de elementos que conforman el láser de anillo acaba dando como resultado esta emisión ligeramente desplazada.

Para conseguir pulsos de mayor energía, colocamos un amplificador *EDFA L* a la salida del anillo. En la figura 11 se muestran el espectro del anillo sin amplificar y amplificado. Al compararlos, vemos que se ha producido un desplazamiento en el máximo de emisión desde los $\sim 1570 \text{ nm}$ a los $\sim 1610 \text{ nm}$, además de un notable incremento en la potencia que pasa de aproximadamente -15 dBm a unos -2 dBm tras incorporar el *EDFA L*. Si comparamos las anchuras a media altura, también se observa un incremento, pasando de $\Delta\lambda \cong 29 \text{ nm}$ a $\Delta\lambda \cong 39 \text{ nm}$. El OSA tiene una longitud de onda límite superior de 1700 nm , por ello no se muestran valores de potencia para longitudes de onda más elevadas.

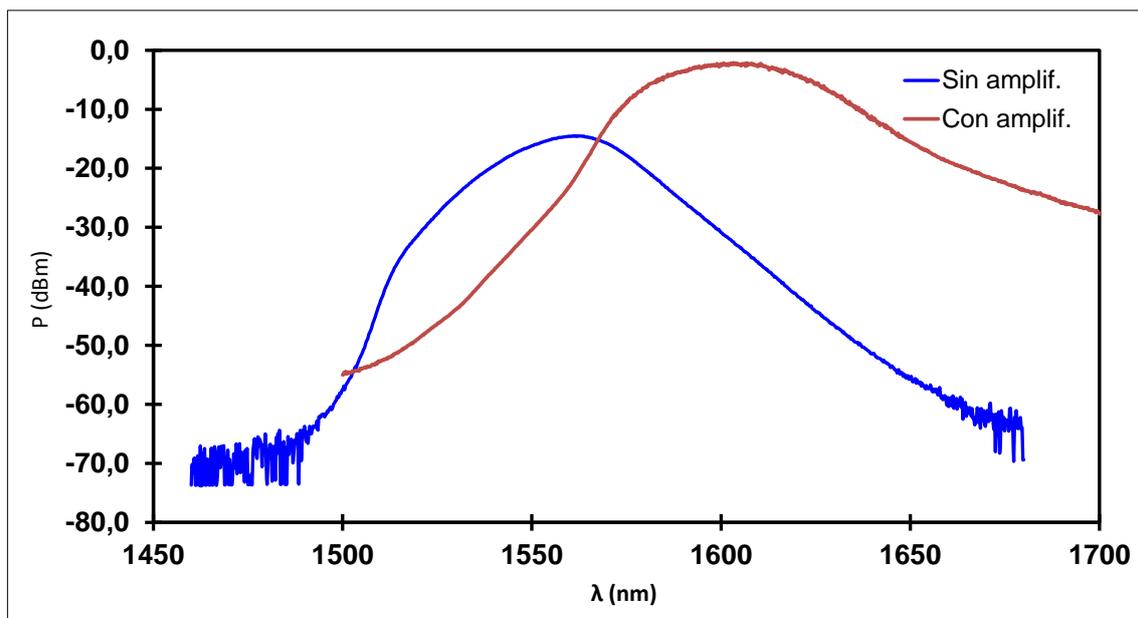


Figura 11. Espectros de anillo pulsado y de anillo pulsado y postamplificado.

3.2 Interferómetro tipo Michelson.

Para la puesta a punto del interferómetro Michelson, utilizamos inicialmente el *EDFA L* como fuente. Puesto que los amplificadores *EDFA* incorporan un aislador óptico para evitar retornos de luz indeseados, no es necesario colocar uno a la entrada del interferómetro. A continuación tenemos un acoplador $C_{50/50}$ que separa la luz en dos haces que recorrerán un brazo cada uno, para después superponerse de nuevo en el mismo acoplador y dividirse de nuevo en dos haces (figura 6, cuadro de línea discontinua). Uno regresa en dirección a la fuente y es cancelado por el aislador del *EDFA L*, mientras que el otro viaja por la fibra de salida. Este desdoblamiento final, provoca que la potencia de salida sea, en el mejor de los casos, la mitad de la potencia de entrada. Por otro lado tenemos los brazos del interferómetro. El brazo de referencia incluye un *PC* para ajustar la polarización y hacerla coincidir con la del otro brazo,

además de un espejo de fibra óptica realizado con un acoplador 50/50. El brazo de medida consta de un tramo de fibra al final del cual tenemos una lente GRIN (como elemento de tránsito “fibra-aire/aire fibra”) y de un espejo dispuesto sobre un motor paso a paso (controlado por software), todo ello dispuesto a su vez sobre una estructura de metal que aporta robustez al sistema.

A diferencia del brazo de referencia, el brazo de medida requiere de un correcto alineamiento. La estructura de metal dispone de una pieza con un orificio de pequeño diámetro, en el lado opuesto a la lente GRIN, de modo que la lente y el orificio están a la misma altura. Desmontamos el espejo, conectamos el latiguillo de la lente GRIN a un láser que emite luz visible y la orientamos para conseguir que el haz atraviese el orificio. Colocamos de nuevo el espejo, lo desplazamos hasta el extremo más lejano a la lente para maximizar la posible desviación del haz y ajustamos tanto el espejo como la lente para que el haz incida de nuevo sobre la lente. Desconectamos el láser de luz visible, conectamos el brazo de medida al resto del interferómetro, el *EDFA L* a la entrada del Michelson, la salida al OSA y atenúamos el brazo de referencia hasta que la potencia reflejada por él sea despreciable. Observamos la potencia devuelta por el brazo de medida y realizamos un último ajuste tanto en el espejo como en la lente para maximizar la señal. Desplazamos el espejo hasta la posición más cercana a la lente GRIN y medimos de nuevo la potencia, siendo de 1 *dB* la diferencia de potencia entre ambas posiciones. Por tanto, si tenemos en cuenta las pérdidas por la divergencia del haz, podemos considerar que el sistema está correctamente alineado.

Ahora bien, para optimizar el contraste, nos interesa que la potencia transmitida por los dos caminos sea aproximadamente igual. En ese caso, si anulamos una de las ramas, la caída de potencia será de 3 *dB* (lo que equivale a un 50% menos de potencia). La forma más sencilla de realizar esto, es interceptar el haz en el brazo de medida mediante un objeto opaco. Tras realizar la comprobación, nos percatamos de que debemos introducir pérdidas en el brazo de referencia y para ello, utilizamos un atenuador por curvado de fibra montado sobre un micrómetro, que permite introducir pequeñas atenuaciones de forma precisa.

Realizamos las primeras pruebas utilizando el anillo láser en emisión continua como fuente, ya que su espectro es más estrecho que el del *EDFA L*. También conectamos la salida del interferómetro a un fotodiodo (de *InGaAs*) sensible a longitudes de onda en el intervalo 1300 – 1700 *nm*.

La obtención del interferograma resulta complicada por diversos motivos. El más importante es el equilibrio entre las longitudes de los brazos. Éste, es un parámetro crítico que en las primeras pruebas parece estar lejos de su valor óptimo, ya que no conseguimos localizar las interferencias. Esto se debe en parte a que el recorrido del espejo móvil es de tan sólo 25 *cm* y no permite compensar los posibles desajustes. Tras repasar los caminos ópticos de cada brazo nos percatamos de que el brazo de referencia es mucho más largo que el brazo de medida, por lo que decidimos reducir la longitud del primero, cortando tramos de fibra, hasta conseguir que ambos caminos tenga una longitud aproximadamente igual. Para ser lo más precisos posible en el cálculo de las longitudes de las ramas, consideramos la propagación por fibra y aire. Una vez han sido realizadas estas modificaciones en el laboratorio, repetimos el proceso de reajuste mencionado con anterioridad. Después realizamos un barrido de prueba con el espejo móvil, obteniendo el fenómeno interferencial buscado (figuras 12 y 13).

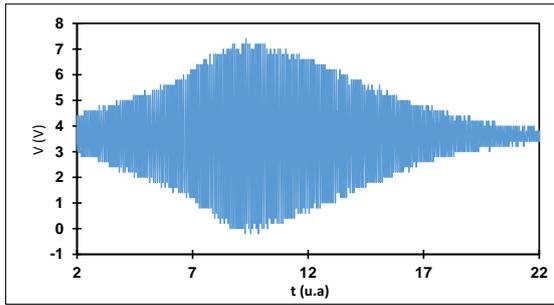


Figura 12. Interferograma.

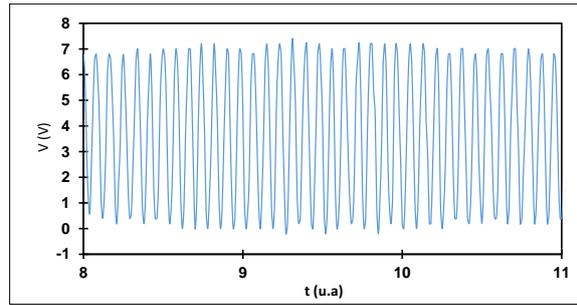


Figura 13. Detalle del interferograma.

Una vez localizada la zona en torno a la cual se encuentra el orden cero de interferencias, calibramos el interferómetro. Para ello, conectamos la salida del interferómetro al OSA y utilizamos el *EDFA L* como fuente. Para determinar las pérdidas tomamos como referencia la fuente conectada directamente al OSA. Comenzamos con en el brazo de medida, atenuando todo lo posible el brazo de referencia y desplazando el espejo a la posición de orden cero. Después, hacemos lo propio con el brazo de referencia tras anular el brazo de medida. Finalmente, medimos las pérdidas introducidas por el interferómetro completo. En la figura 14 se muestran las pérdidas correspondientes a cada caso en función de la longitud de onda desde 1500 nm hasta 1700 nm , siendo la zona de mayor interés para nosotros el intervalo correspondiente a la zona de mayor potencia del espectro de los pulsos $1590 - 1610\text{ nm}$. Se puede ver que las pérdidas en los brazos son aproximadamente las mismas ($\pm 0,5\text{ dB}$), esto es un buen resultado ya que indica que la potencia es similar en cada rama. Comprobamos también que la relación de pérdidas entre las dos ramas no se modifica de forma significativa al variar la posición del espejo desde el punto más cercano a la lente GRIN, hasta el más lejano, a unos 25 cm de distancia (figura 15).

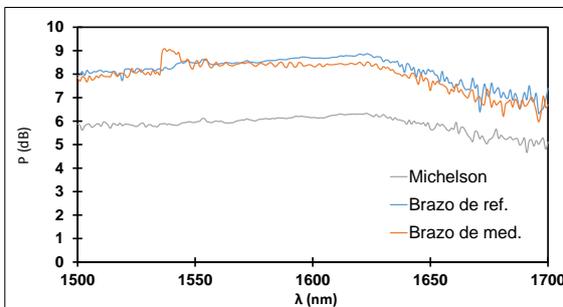


Figura 14. Pérdidas en cada brazo y en total.

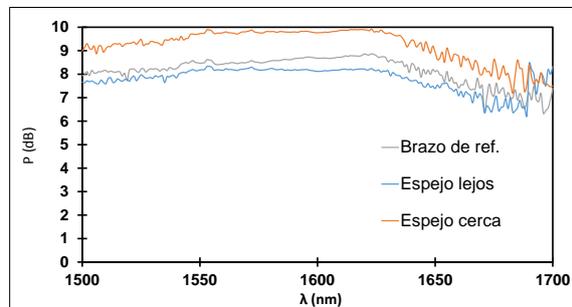


Figura 15. Pérdidas por desplazamiento del espejo móvil.

Otras pérdidas a tener en cuenta son las introducidas por los conectores, que serán de unos $0,3\text{ dB}$ por cada uno de ellos.

Ahora situamos el espejo en una zona cercana al orden cero, donde se aprecien las interferencias, y optimizamos el contraste entre máximos y mínimos ajustando la atenuación y el *PC* de la rama de referencia. Los mínimos deberían descender a valores de potencia despreciables (-80 dBm), pero debido a que tenemos resolución finita (máxima resolución: $0,06\text{ nm}$) esto no es posible. Sin embargo, si le pedimos al OSA que nos muestre el espectro en escala lineal, podemos realizar el ajuste haciendo que los mínimos descenden hasta valores muy próximos a cero. Después, tomamos medidas del espectro para distintas posiciones del espejo, lo que nos permite ver la evolución del espectro al acercamos y alejamos del orden cero. Comenzamos situando el espejo en la posición de $17,5\text{ cm}$ (los valores de las posiciones vienen

dados por el software que controla el motor, no representan la distancia entre la lente y el espejo) y vamos progresando a pasos de $0,5\text{ cm}$ hasta alcanzar la posición de 22 cm (Figura 16). Se puede ver que conforme nos acercamos a la posición de $19,5\text{ cm}$ los valles se distancian más entre sí y que sucede lo contrario cuando nos alejamos de los 20 cm , por lo que parece que la posición de orden cero se encuentra en este intervalo. En este caso el valor de la resolución del OSA se ha ajustado al mínimo ($0,06\text{ nm}$) para un mayor contraste.

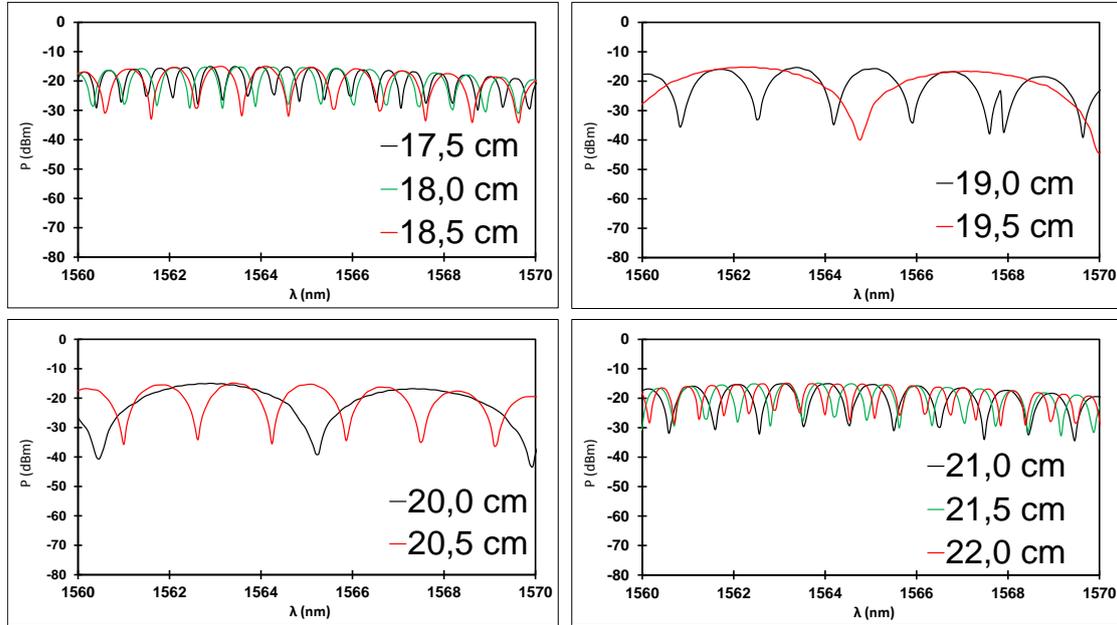


Figura 16. Variación del espectro con la posición del espejo móvil. Resolución: $0,06\text{ nm}$.

Para comprobar que el interferómetro Michelson funciona correctamente, aprovechamos la relación lineal que debe existir entre la diferencia de caminos ópticos de las dos ramas Δs y la posición del espejo d , lo que se puede expresar como:

$$\Delta s \propto d \tag{3.1}$$

Calculamos el valor de Δs para diez posiciones distintas, cada $0,5\text{ cm}$, utilizando la ecuación (3.2), en la que hemos supuesto que el índice del medio no depende de la longitud de onda.

$$\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \Delta m \cong \Delta s \tag{3.2}$$

λ_1 y λ_2 son los valores de dos máximos cualesquiera en el espectro de potencia obtenido con el OSA para una posición determinada, mientras que Δm es el número de órdenes entre esas dos longitudes de onda. Para un mejor resultado, procuramos tomar λ_1 y λ_2 lo más separados posible. En la figura 17 se representa la diferencia de caminos entre las dos ramas frente a la posición del espejo. También realizamos el ajuste a una recta, lo que nos permite ver que ambas magnitudes son proporcionales y por tanto, confirmar que el interferómetro funciona correctamente.

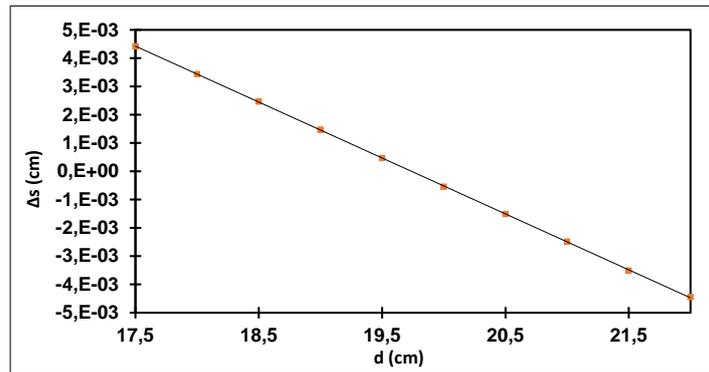


Figura 17. Evolución lineal entre Δs y d .

El ajuste a una recta de la gráfica anterior, también permite obtener la posición exacta del orden cero a partir de la ecuación de la recta, aunque para el cometido de este trabajo es suficiente conocer su posición de forma aproximada.

Una vez conocida la posición del orden cero, procedemos a obtener los interferogramas de varias fuentes, por lo que conectamos una vez más la salida del Michelson al fotodiodo de *InGaAs*. Para poder determinar con precisión los instantes de inicio y finalización del barrido, hemos instalado una sonda en el motor que, conectándola al osciloscopio, nos da el voltaje de alimentación. Esto nos va a indicar si está o no en funcionamiento y durante cuánto tiempo. Para obtener un buen interferograma, es necesario elegir los parámetros adecuados para el barrido y el muestreo, que ha de ser superior a la frecuencia de oscilación de la señal (el osciloscopio toma 2500 muestras por pantalla). En las figuras 17 a 25 se muestran los espectros de las fuentes junto con los interferogramas correspondientes, en los que τ es el retardo temporal entre pulsos. En los interferogramas se ha normalizado la señal y se ha eliminado la componente de continua.

A- Fuente: EDFA L.

El espectro corresponde a la emisión ASE del amplificador *EDFA L*. Esta fuente nos permite observar el comportamiento que tiene el interferómetro Michelson para una fuente de ancho espectro.

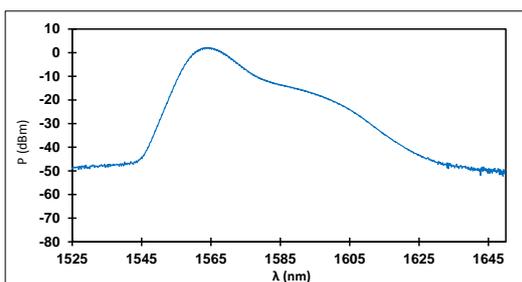


Figura 17. Espectro EDFA L.

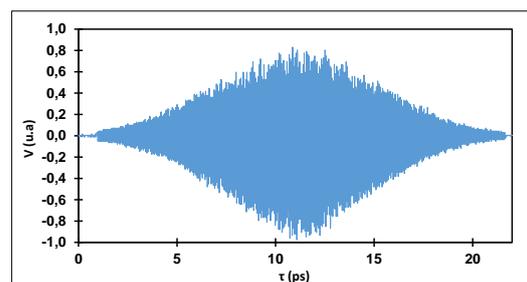


Figura 18. Interferograma EDFA L.

B- Fuente: EDFA L + filtro λ .

En este caso hemos añadido un filtro sintonizable que tan solo permite el paso de luz en el entorno de la longitud de onda seleccionada. Ajustamos el filtro para que coincida aproximadamente con la longitud de onda correspondiente a la máxima potencia de la emisión ASE. Esto nos permite hacernos una idea de cómo es el interferograma obtenido con el Michelson para una fuente estrecha.

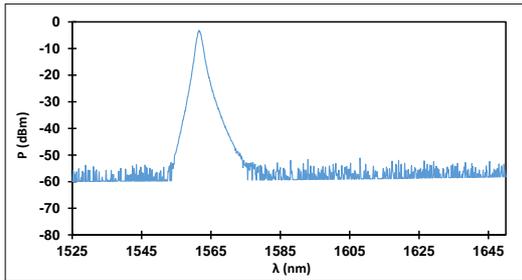


Figura 19. Espectro EDFA L+filtro λ .

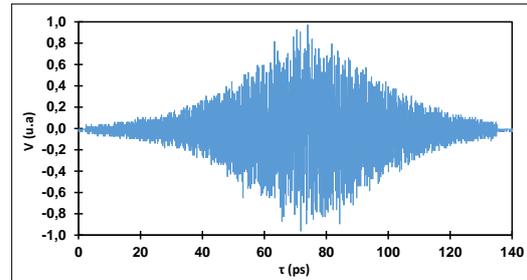


Figura 20. Interferograma EDFA L+filtro λ .

Como era de esperar, puesto que el espectro es más estrecho ($\Delta\lambda \cong 1,5 \text{ nm}$) que con la fuente del apartado A, tenemos que el interferograma es más extenso.

C- Fuente: EDFA L + Red de Bragg.

Manteniendo la emisión ASE del amplificador, añadimos una red de Bragg con cuatro longitudes de onda características.

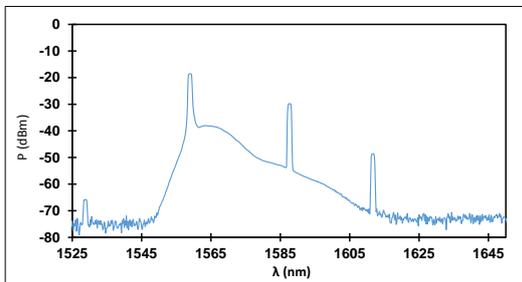


Figura 21. Espectro EDFA L+Red de Bragg

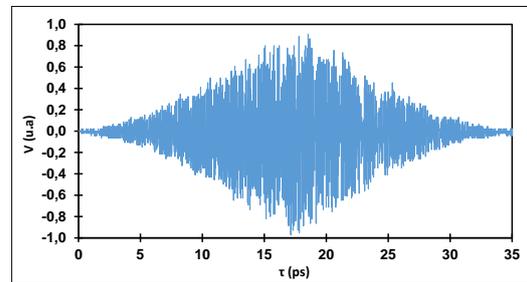


Figura 22. Interferograma EDFA L+Red de Bragg

Cabría esperar que en el interferograma aparecieran batidos como resultado de la superposición de las longitudes de onda presentes en el espectro, sin embargo como el pico de emisión que se encuentra en torno a 1560 nm es mucho más potente que el resto (el segundo pico más potente está 10 dB por debajo), esta configuración es equivalente a tener una fuente que emite con mucha potencia en 1560 nm junto a un espectro ancho de mucha menor potencia. Así, el interferograma es ligeramente más largo que el del apartado A.

D- Fuente: EDFA L + Red de Bragg*.

Manteniendo el montaje anterior atenúamos la reflexión de la red de Bragg de $\lambda \cong 1560 \text{ nm}$ hasta que su potencia sea del mismo orden que la del segundo pico más potente. Con esto conseguimos que en el interferograma aparezcan batidos como resultado de la interferencia de dos frecuencias. Esto se puede apreciar en la figura 25.

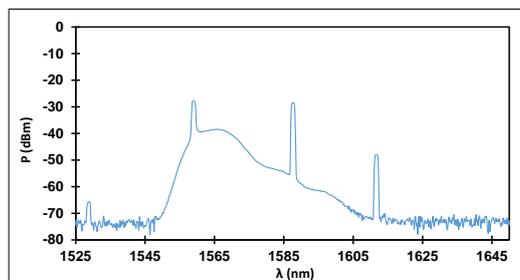


Figura 23. Espectro EDFA L+Red de Bragg*.

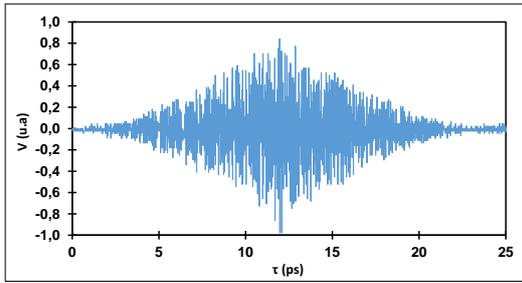


Figura 24. Interferograma EDFA L+Red de Bragg*.

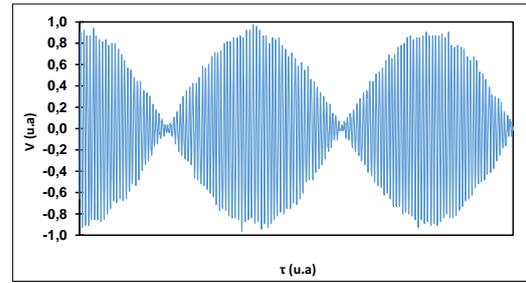


Figura 25. Detalle del interferograma.

3.3 Cristal BBO.

El siguiente paso consiste en añadir al montaje el sistema BBO que, como ya mencionamos en la sección 2, nos va a permitir obtener la longitud del pulso tras ser dispersado al atravesar el montaje experimental completo. Como se indica en la figura 9 (cuadro de puntos), situamos el sistema inmediatamente después del Michelson realizando la conexión entre ambos mediante un latiguillo de fibra óptica. A la salida del sistema colocamos un fotodiodo de *Si* que nos permite detectar luz en el rango $250 - 1150 \text{ nm}$. De este modo, si se produce doblado de frecuencia en el cristal BBO, detectaremos un incremento de señal en el osciloscopio.

Ahora vamos con el ajuste de los elementos que componen este sistema. En primer lugar tenemos una lente GRIN que ajustamos grosso modo para que la luz que sale de ella incida en el cristal BBO. A continuación, desplazamos la lente convergente para focalizar el haz sobre el cristal, aumentando así la intensidad de luz incidente y por tanto el efecto no lineal. El soporte de la lente también permite realizar desplazamientos transversales, por lo que utilizamos estos grados de libertad para conseguir que la luz impacte en el centro del BBO. Tras éste, se coloca el fotodiodo de forma que el spot de luz caiga sobre el elemento semiconductor. Debido a las propiedades del cristal, la eficiencia del doblado de frecuencia depende de su orientación respecto al haz incidente, por lo que se monta sobre un soporte que permite girarlo alrededor de la dirección de propagación del haz mediante un goniómetro, así como posicionarlo de forma oblicua con unos tornillos de ajuste. Según la bibliografía, una vez encontrada la posición oblicua en la cual se puede producir el doblado de frecuencia, hay dos orientaciones del goniómetro para las cuales el efecto no lineal se da de forma significativa. Tras encontrar estas posiciones, fijamos el goniómetro en la que más respuesta muestre y realizamos un ajuste fino de todos los grados de libertad del sistema hasta alcanzar la máxima señal. Finalmente, añadimos un filtro de 1600 nm que impide el paso de luz con longitudes de onda próximas a ese valor. Aunque el fotodiodo utilizado no está diseñado para detectar en 1600 nm , colocando el filtro nos aseguramos de que toda la señal detectada es resultado del doblado de frecuencia.

Una vez realizado, caracterizado y optimizado el montaje experimental completo, ya se puede utilizar como herramienta para la obtención de resultados experimentales, que nos permitan a su vez inferir la duración temporal de pulsos de luz.

3.4 Medida de pulsos.

Vamos a realizar la medida de pulsos para varias configuraciones distintas introduciendo tramos de fibra de dispersión positiva y de dispersión negativa en diferentes etapas del montaje [4]. Esencialmente, se puede introducir fibra en tres etapas del montaje de medida:

- Etapa 1: en el interior de la cavidad de anillo.
- Etapa 2: entre el láser de anillo y el EDFA L.
- Etapa 3: entre el interferómetro Michelson y el sistema BBO.

Esto se realiza con la intención de compensar parcial o totalmente la dispersión producida en cada una de ellas, incluida la cavidad de anillo cuya dispersión es no nula.

A continuación se muestra una tabla que recoge todas las configuraciones para las cuales se han realizado medidas. En las etapas en las cuales no se ha introducido fibra se muestra un guion, mientras que en las etapas en las que sí se ha colocado fibra, se indica el número de metros y el tipo de dispersión (positiva + o negativa -).

Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3
-	-	1,5m+
-	-	19m+
-	-	40m+
-	-	15m-
19m+	-	-
19m+	-	40m+
19m+	-	15m-
20m+	-	-
40m+	-	-
40m+	-	19m+
40m+	-	15m-
59m+	-	-
59m+	-	15m-
60m+	-	-
100m+	-	-
120m+	-	-
140m+	-	-
160m+	-	-
7000m+	-	-
7000m+	-	15m-
-	100m+	-

Tabla 1. Configuraciones.

En las siguientes líneas se muestran los interferogramas del montaje experimental sin el sistema BBO (figura 26) y con el sistema BBO pero sin fibras extra (figura 27).

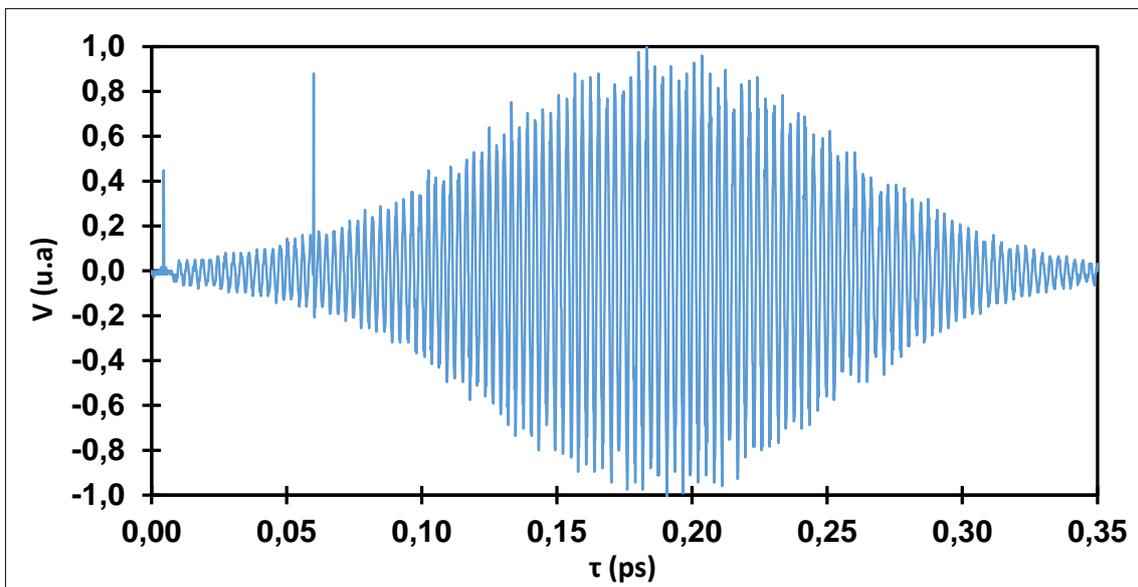


Figura 26. Interferograma Michelson.

Según la ecuación (2.4), podemos obtener la anchura que tendría el pulso sin dispersión a partir de la anchura a $1/e$ del máximo de la envolvente del interferograma de la figura 26. El resultado que obtenemos es un pulso con una duración aproximada de $\Delta\tau_{p_0} \cong 164 \text{ fs}$. En la figura 27, se observa la asimetría entre las envolventes superior e inferior característica de la correlación de segundo orden. En principio, si no hubiera dispersión, la relación entre ambas envolventes sería $1/8 = 0,125$ (anexo, apartado C), sin embargo esta relación es de 0,04. Además, no se observa el decaimiento con forma de gaussiana de la componente de continua que parece constante aunque en realidad decae muy lentamente. Todo ello, nos indica que el pulso está muy dispersado. Por otra parte, como la zona de oscilaciones del interferograma tiene información sobre el pulso sin dispersión, aplicamos el criterio de anchura a $1/e$ para determinar dicho valor, tal y como hicimos con la gráfica de la figura 26. El resultado que obtenemos es un pulso de $\Delta\tau_{p_0} \cong 165 \text{ fs}$. Vemos por tanto que el valor es prácticamente idéntico en ambos casos, lo que era de esperar ya que la anchura del pulso sin dispersar depende únicamente de la anchura espectral de oscilación, y este no se ve modificado por el sistema BBO.

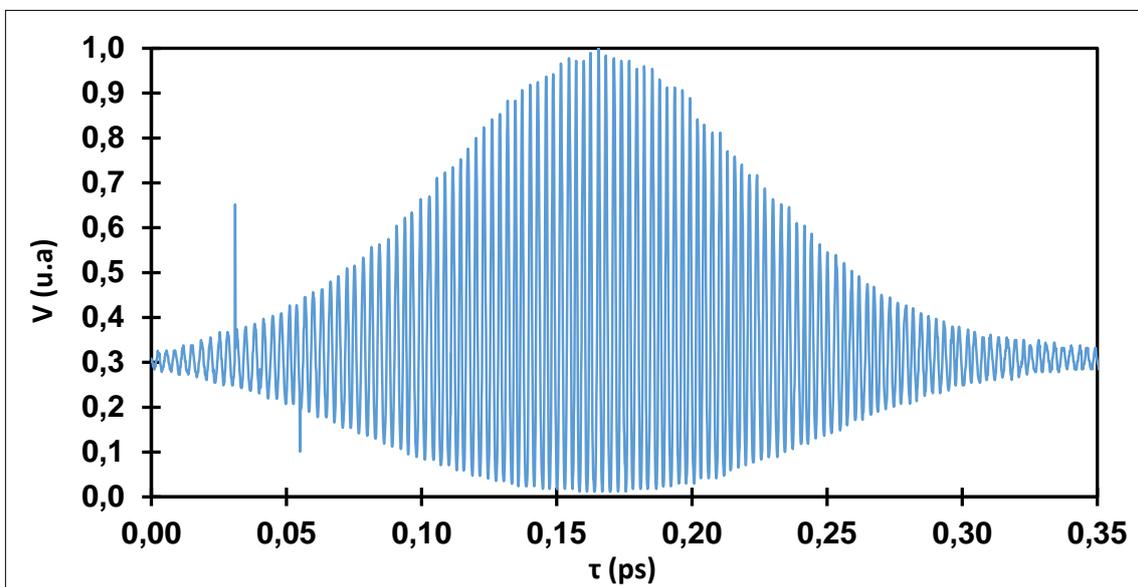


Figura 27. Interferograma con sistema BBO.

A modo de ejemplo, también mostramos las representaciones gráficas (figuras 28 y 29) de los interferogramas correspondientes a alguna de las configuraciones de la tabla 1.

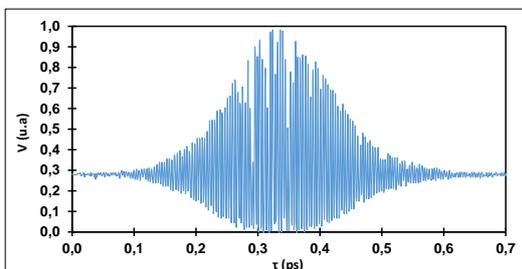


Figura 28. Etapa 3: 40 m+

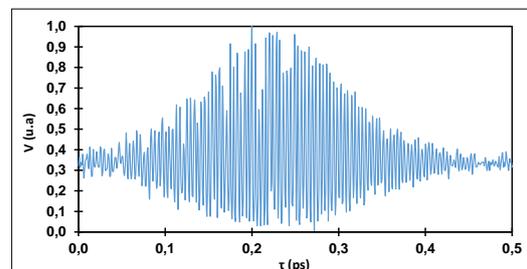


Figura 29. Etapa 3: 15 m-

En todas las configuraciones de la tabla 1, la duración que tendría el pulso si no estuviera dispersado, es aproximadamente la misma que para las figuras 26 y 27. Además, todas ellas presentan pulsos de elevada dispersión, por lo que no se alcanza la relación $1/8$ ni se observa el decaimiento gaussiano de la componente de continua. Por el contrario, se puede apreciar que los mínimos de interferencia alcanzan el cero, lo que indica que la potencia entre las ramas del interferómetro está equilibrada.

Aunque los resultados obtenidos son similares para todas las configuraciones, insertar la fibra en una etapa o en otra tiene implicaciones que hay que considerar. Así, si colocamos la fibra en la primera etapa, parte de las pérdidas introducidas quedarán compensadas por el amplificador *EDFA C* que hay en el interior del anillo y por el *EDFA L* que hay después. Además, nos interesa compensar la dispersión en la cavidad porque si el pulso sale muy dispersado de ésta, será muy difícil modificar su duración en las siguientes etapas. Por otra parte, al modificar la cavidad es necesario reajustar los controladores de polarización para obtener el estado pulsado. Si por el contrario intercalamos la fibra en la tercera etapa, no se compensan las pérdidas introducidas, pero no es necesario ningún reajuste en la cavidad. Finalmente, podemos introducir la fibra en la segunda etapa. Esta configuración es un punto intermedio entre las dos anteriores ya que permite la inserción de la fibra sin afectar al láser de anillo y al mismo tiempo que se compensa parte de las pérdidas gracias al *EDFA L*.

Otra observación realizada durante los experimentos, es que el uso de fibra de dispersión negativa introduce muchas pérdidas, complicando la realización de las medidas al no llegar suficiente luz al cristal BBO. Este problema se debe a la transición entre la fibra de dispersión negativa y la fibra estándar.

A lo largo de todo el proceso de obtención de datos hemos tenido que sustituir en reiteradas ocasiones latiguillos y conectores que dejaban de transmitir luz de forma eficiente, como consecuencia de la aparición de defectos por la elevada intensidad óptica. Esto producía una disminución considerable de la potencia de incidencia sobre el cristal BBO y, en consecuencia, una merma en el efecto no lineal de doblado de frecuencia. De hecho, en la mayoría de las ocasiones, la reducción de la potencia incidente sobre el cristal se reducía lo suficiente como para que el doblado fuera indetectable.

4 Conclusiones.

Aunque inicialmente parecía que el montaje para la medida de pulsos generados mediante Mode-Locking no presentaría mayores complicaciones, hemos visto que requiere de mucha práctica y que es necesario un conocimiento sólido de los distintos dispositivos, así como de los principios físicos en los que se basa. A pesar de ello, se ha conseguido finalizar el sistema medidor de pulsos y realizar numerosas pruebas que confirman su correcto funcionamiento para la obtención de los interferogramas que nos permiten inferir la duración de los pulsos. De hecho, hemos conseguido determinar la duración que tendrían los pulsos, generados por Mode-Locking, si no tuvieran dispersión. Este dato es importante, ya que nos da una idea de cuál es la duración mínima que pueden tener los pulsos generados con esta técnica.

Una cuestión que queda pendiente es la confirmación experimental del decaimiento gaussiano de la componente de continua para la autocorrelación de segundo orden (figura 8). En esta línea se estuvo trabajando en las últimas sesiones, en las que se probó a insertar fibras de dispersión positiva y negativa de distintas longitudes en diferentes etapas del montaje.

A pesar de que se han realizado las horas correspondientes al número de créditos que tiene asignada esta asignatura, esto sólo supone el principio de una infinidad de experimentos y configuraciones posibles. El siguiente paso, sería conseguir reducir la dispersión de los pulsos que llegan al sistema BBO, para así poder ver si nuestro montaje arroja los resultados que se indican en la bibliografía (decaimiento gaussiano de la componente de continua y relación 1/8 entre las envolventes superior e inferior). Para el proceso de puesta a punto realizado en este trabajo era conveniente tener conectados todos los elementos a través de latiguillos y conectores. Sin embargo, una vez superada esta etapa, sería conveniente realizar la interconexión entre todos los elementos mediante soldaduras de fibra óptica, con lo que optimizaríamos la señal y reduciríamos el tiempo perdido en el reemplazo de conectores y latiguillos. Otra forma de optimizar el tiempo en el laboratorio, sería instalar un acoplador de modo que podamos medir con el OSA y el fotodiodo al mismo tiempo. Más adelante, una vez haya sido completamente caracterizado el sistema, se le haya dotado de gran robustez y se haya conseguido ajustar la dispersión de los pulsos para que sean lo más cortos posible, se podría comprobar el efecto que tienen diferentes tipos de fibras y elementos ópticos sobre los pulsos, insertándolos en diferentes etapas del montaje.

En definitiva, si bien no se han logrado todos los objetivos previstos inicialmente, sí que hemos llevado a cabo el montaje, ajuste y caracterización de un sistema de medida óptica de pulsos. Además, y puede que esto sea lo más importante, hemos adquirido experiencia en el trabajo de laboratorio, hemos aplicado conocimientos adquiridos en diferentes asignaturas a lo largo del Grado de Física, especialmente en temas relacionados con la interferometría, con el interferómetro tipo Michelson y con la Transformada de Fourier, y hemos ampliado nuestros conocimientos, tanto en cuestiones físicas, como técnicas y tecnológicas.

5 Bibliografía.

- [1] Svelto, Orazio. *Principles of Lasers*. 5 Ed. Springer, 2010. ISBN: 978-1-4419-1301-2
- [2] Silfvast, William T. *Laser Fundamentals*. 2 Ed. Cambridge, 2004. ISBN: 0-521-83345-0
- [3] Alonso Fernández, Benjamín; Borrego Varillas, Rocío; Hernández García, Carlos; Pérez Hernández, José Antonio; Romero Vázquez, Carolina. *Laser, la luz de nuestro tiempo*. Isabel Arias Tobalina, 2010. ISBN: 978-84-92997-10-7
- [4] C. Rulliere (editor); *Femtosecond Laser Pulses: Principles and Experiments*. L. Sarger, J. Oberlé; Chap.7 "How to Measure the Characteristics of Laser Pulses". Springer, 2005. ISBN: 0-387-01769-0
- [5] Casas Peláez, Justiniano. *Óptica*. 6 Ed. Justiniano Casas Peláez, 1985. ISBN: 300-2448-4
- [6] Hecht, Eugene; A. R., Ganesan. *Optics*. 4 Ed. Pearson, 2008. ISBN: 978-81-317-1807-0

Imágenes:

- Figura 1: <http://www.ni.com/white-paper/14878/en/>
- Figura 2: http://optica.usal.es/gioe/images/El_laser.pdf Página 70, figura 5.6.
- Figura 3: http://optica.usal.es/gioe/images/El_laser.pdf Página 70, figura 5.5.
- Figura 5:
<http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/105/imgs/las053.gif>

· Anexo.

A. Pulso ideal y pulso con dispersión.

Vamos a obtener la ecuación del pulso sin dispersión. Suponemos que los modos longitudinales permitidos en la cavidad son:

$$\omega_m = \omega_0 + m\Delta\omega \quad (A.1)$$

Siendo $\Delta\omega$ la distancia intermodal. Además, las fases de estos modos cumplen la siguiente relación:

$$\phi_n - \phi_{n+1} = \phi = cte \quad (A.2)$$

Por otra parte, aproximamos el perfil de ganancia de la fuente a una gaussiana cuya anchura a $1/e$ del máximo es igual a la anchura espectral $\Delta\omega_L$. Expresando el campo eléctrico como un término real por otro imaginario tenemos:

$$E(\omega_0, t) = E(t)e^{i\omega_0 t} \quad (A.3)$$

Vamos a calcular la dependencia temporal del campo $E(t)$ como suma de la amplitud de todos los modos de la cavidad:

$$E(t) \cong C \int_{-\infty}^{+\infty} dm e^{-2\left(\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_L}\right)^2 m^2} e^{i\Delta\omega t m} = C e^{-\left(\frac{\Delta\omega_L^2}{8}\right)t^2} = C e^{-2\left(\frac{t}{\Delta\tau_{p_0}}\right)^2} \quad (A.4)$$

Donde C es una constante y se ha introducido la anchura del pulso para espectro gaussiano:

$$\Delta\tau_{p_0} = \frac{4}{\Delta\omega_L} = \frac{2}{\pi\Delta\nu_L} \cong \frac{0,6366}{\Delta\nu_L} \quad (A.5)$$

Por lo que la intensidad del pulso es:

$$I(t) = |E(t)|^2 = \left| C e^{-2\left(\frac{t}{\Delta\tau_{p_0}}\right)^2} \right|^2 = C^2 e^{-4\left(\frac{t}{\Delta\tau_{p_0}}\right)^2} = C^2 e^{-\left(\frac{2t}{\Delta\tau_{p_0}}\right)^2} \quad (A.6)$$

Si ahora contemplamos la posibilidad de que el pulso se disperse en la propagación, debemos introducir un término extra en la ecuación (A.4) que contemple dicho fenómeno producido a lo largo de una distancia L_0 :

$$E(t) \cong C \int_{-\infty}^{+\infty} dm e^{-2\left(\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_L}\right)^2 m^2} e^{i\Delta\omega t m} e^{-ik_m L_0} \quad (A.7)$$

Siendo k_m el número de ondas asociado al modo m , que determinamos a continuación. Si expresamos k_m como un desarrollo en serie de Taylor:

$$\begin{aligned} k_m = k(\omega_m) &= k(\omega_0) + \frac{\partial k(\omega_0)}{\partial \omega} (\omega_m - \omega_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k(\omega_0)}{\partial \omega^2} (\omega_m - \omega_0)^2 + \dots \\ &\cong k_0 + k'_0 m \Delta\omega + \frac{1}{2} k''_0 m^2 \Delta\omega^2 \end{aligned} \quad (A.8)$$

Los dos primeros términos de (A. 8) los podemos obviar puesto que no afectan al cálculo de la intensidad que realizamos más adelante. Por otro lado, definiendo la dispersión D como:

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} k'' = \frac{\omega^2}{2\pi c} k'' \quad (A. 9)$$

$$[D] = \frac{ps}{nm \cdot km}$$

Resulta que:

$$k_m \cong -\frac{\pi c}{\omega_0^2} D_0 m^2 \Delta\omega^2 \quad (A. 10)$$

Introduciendo (A. 10) en (A. 7) y resolviendo la integral se llega a la ecuación (A. 11):

$$E(t) \cong C \int_{-\infty}^{+\infty} dm e^{-2\left(\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_L}\right)^2 m^2} \cdot e^{i\Delta\omega t m} \cdot e^{i\frac{\pi c}{\omega_0^2} D_0 m^2 \Delta\omega^2 L_0} = C e^{-\frac{\Delta\omega_L^2 t^2}{8} \frac{1+iq}{1+q^2}} \quad (A. 11)$$

Donde, por simplicidad, hemos hecho el cambio:

$$q = \frac{\pi c}{2} D_0 L_0 \left(\frac{\Delta\omega_L}{\omega_0}\right)^2 \quad (A. 12)$$

Si calculamos la intensidad correspondiente:

$$I(t) = C^2 e^{-\frac{\Delta\omega_L^2 t^2}{4(1+q^2)}} = C^2 e^{-\left(\frac{2t}{\Delta\tau_p}\right)^2} \quad (A. 13)$$

Donde la anchura del pulso dispersado $\Delta\tau_p$ viene dada por:

$$\Delta\tau_p = \frac{4}{\Delta\omega_L} \sqrt{1+q^2} = \Delta\tau_{p_0} \sqrt{1+q^2} \quad (A. 14)$$

Vemos pues, que existe relación entre el pulso dispersado y el pulso sin dispersar, cumpliéndose que $\Delta\tau_p = \Delta\tau_{p_0}$ cuando $D \propto q \rightarrow 0$.

Podemos aprovechar la expresión (A. 14) para simplificar la ecuación dada para la dependencia temporal del campo eléctrico (A. 11):

$$E(t) = C e^{-2\left(\frac{t}{\Delta\tau_p}\right)^2 (1+iq)} \quad (A. 15)$$

Así, la ecuación del campo eléctrico dada por (A. 3) queda:

$$\begin{aligned} E(\omega_0, t) &= C e^{-2\left(\frac{t}{\Delta\tau_p}\right)^2 (1+iq)} e^{i\omega_0 t} = C e^{-2\left(\frac{t}{\Delta\tau_p}\right)^2} e^{-i\left(2q\left(\frac{t}{\Delta\tau_p}\right)^2 - \omega_0 t\right)} = \\ &= f(t) e^{-i\left(2q\left(\frac{t}{\Delta\tau_p}\right)^2 - \omega_0 t\right)} \end{aligned} \quad (A. 16)$$

Con:

$$f(t) = C e^{-2\left(\frac{t}{\Delta\tau_p}\right)^2} \quad (A. 17)$$

B. Interferograma a la salida de un interferómetro tipo Michelson.

En este apartado vamos a obtener la expresión para la intensidad en función del desfase, como resultado de las interferencias producidas por la autocorrelación de un pulso a la salida de un interferómetro Michelson. Esto corresponde a una correlación de primer orden.

Denotamos por t_1 y t_2 a las transmisiones del brazo fijo y del brazo móvil y por τ al desfase temporal entre pulsos siendo:

$$\tau = \frac{2\Delta x}{c} \quad (B.1)$$

Por otra parte, consideramos que la dispersión sufrida por los pulsos en cada rama es aproximadamente igual y viene dada por la ecuación (A.14). Así pues, podemos expresar la contribución al campo eléctrico de los dos brazos como:

$$E_1(\omega_0, t) = t_1 f(t) e^{-i\left(2q\left(\frac{t}{\Delta\tau_p}\right)^2 - \omega_0 t\right)} \quad (B.2)$$

$$E_2(\omega_0, t) = t_2 f(t - \tau) e^{-i\left(2q\left(\frac{t-\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2 - \omega_0(t-\tau)\right)} \quad (B.3)$$

Donde t_1 y t_2 son los coeficientes de transmisión de cada rama y hemos usado la expresión de $f(t)$ correspondiente a (A.17) por simplicidad.

A continuación calculamos la intensidad:

$$\begin{aligned} I(\tau) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt |E_1(\omega_0, t) + E_2(\omega_0, t)|^2 = \\ &= t_1^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt f^2(t) + t_2^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt f^2(t - \tau) + 2t_1 t_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt f(t) f(t - \tau) \cos(\beta(t)) \end{aligned} \quad (B.4)$$

Siendo:

$$\beta(t) = \omega_0 \tau + \frac{2q\tau^2}{\Delta\tau_p^2} - \frac{4q\tau}{\Delta\tau_p^2} t \quad (B.5)$$

Resolvemos cada una de las integrales por separado:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt f^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt f^2(t - \tau) = \sqrt{\pi} \frac{\Delta\tau_p}{2} \quad (B.6)$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} dt f(t) f(t - \tau) \cos(\beta(t)) &= \sqrt{\pi} \frac{\Delta\tau_p}{2} \cdot e^{-\frac{\tau^2}{\Delta\tau_p^2}(1+q^2)} \cdot \cos(\omega_0 \tau) = \\ &= \sqrt{\pi} \frac{\Delta\tau_p}{2} \cdot e^{-\frac{\tau^2}{\Delta\tau_p^2}} \cdot \cos(\omega_0 \tau) \end{aligned} \quad (B.7)$$

Y sustituyendo en (B.4):

$$I(\tau) = t_1^2 \sqrt{\pi} \frac{\Delta\tau_p}{2} + t_2^2 \sqrt{\pi} \frac{\Delta\tau_p}{2} + 2t_1 t_2 \sqrt{\pi} \frac{\Delta\tau_p}{2} \cdot e^{-\frac{\tau^2}{\Delta\tau_p^2}} \cdot \cos(\omega_0 \tau) =$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\pi} \frac{\Delta\tau_p}{2} \left(t_1^2 + t_2^2 + 2t_1 t_2 \cdot e^{-\frac{\tau^2}{\Delta\tau_{p0}^2}} \cdot \cos(\omega_0\tau) \right) = \\
&= \sqrt{\pi} \frac{\Delta\tau_p}{2} t_1^2 \left(1 + \frac{t_2^2}{t_1^2} + 2 \frac{t_2}{t_1} \cdot e^{-\frac{\tau^2}{\Delta\tau_{p0}^2}} \cdot \cos(\omega_0\tau) \right) \quad (B. 8)
\end{aligned}$$

En este resultado podemos observar una respuesta cosenoidal a la variación del desfase temporal τ entre pulsos, con período $T = 2\pi/\omega_0 = \lambda_0/c$ y que oscilará en torno a una intensidad constante dada por los dos primeros términos. Así, si referimos este resultado a la medición mediante un detector de intensidad, obtenemos un voltaje oscilante modulado por un decaimiento exponencial, sobre una componente de continua. Así, normalizando el término entre corchetes, llegamos a:

$$V(\tau) = V_0 \frac{1}{\left(1 + \frac{t_2}{t_1}\right)^2} \left[1 + \frac{t_1^2}{t_2^2} + 2 \frac{t_2}{t_1} \cdot e^{-\frac{\tau^2}{\Delta\tau_{p0}^2}} \cdot \cos(\omega_0\tau) \right] \quad (B. 9)$$

El valor de la componente de continua lo podemos obtener haciendo $\tau \rightarrow \infty$:

$$V_{CC} = V(\tau \rightarrow \infty) = V_0 \frac{\left(1 + \frac{t_2^2}{t_1^2}\right)}{\left(1 + \frac{t_2}{t_1}\right)^2} \quad (B. 10)$$

La envolvente afecta tanto a la oscilación por encima de la componente de continua como por debajo y está caracterizada por:

$$V_{env.}(\tau) = V_0 \frac{1}{\left(1 + \frac{t_2}{t_1}\right)^2} \left[\left(1 + \frac{t_1^2}{t_2^2}\right) \pm \left(2 \frac{t_2}{t_1} \cdot e^{-\frac{\tau^2}{\Delta\tau_{p0}^2}}\right) \right] \quad (B. 11)$$

Si suponemos que los coeficientes de transmisión son aproximadamente iguales en los dos brazos del interferómetro $t_1 = t_2 = t$, las ecuaciones (B. 10) y (B. 11) se transforman en las ecuaciones (B. 12) y (B. 13) respectivamente.

$$V_{CC} = \frac{1}{2} V_0 \quad (B. 12)$$

$$V_{env.}(\tau) = V_0 \frac{1}{2} \left(1 \pm e^{-\frac{\tau^2}{\Delta\tau_{p0}^2}} \right) \quad (B. 13)$$

Y haciendo que el desfase entre pulsos sea nulo $\tau = 0$, obtenemos el máximo y el mínimo de la señal:

$$V_{m\acute{a}x.} = V_0 \quad (B. 14)$$

$$V_{min.} = 0 \quad (B. 15)$$

En la siguiente imagen se muestra una representación gráfica de la ecuación (B. 9):

C. Interferograma a la salida de un sistema formado por un interferómetro tipo Michelson con un doblador de frecuencia (BBO).

En este apartado vamos a obtener la expresión para la intensidad en función del desfase, como resultado de las interferencias producidas por la autocorrelación de un pulso a la salida de un interferómetro Michelson y tras pasar por un sistema doblador de frecuencia (BBO). Esto corresponde a una correlación de segundo orden.

La notación utilizada es la misma que en el apartado B, así como los campos correspondientes a cada rama del interferómetro.

Procedemos al cálculo de la intensidad de forma análoga a como se hace en el apartado anterior. Sin embargo, al tratarse de una correlación de segundo orden, el módulo del campo es elevado a la cuarta potencia:

$$\begin{aligned}
 I(\tau) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt |E_1(\omega_0, t) + E_2(\omega_0, t)|^4 = \\
 &= t_1^4 \int_{-\infty}^{+\infty} dt f^4(t) + t_2^4 \int_{-\infty}^{+\infty} dt f^4(t - \tau) + 2t_1^2 t_2^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt f^2(t) f^2(t - \tau) + \\
 &\quad + 4t_1^2 t_2^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt f^2(t) f^2(t - \tau) \cos^2(\beta(t)) + \\
 &\quad + 4t_1^3 t_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt f^3(t) f(t - \tau) \cos(\beta(t)) + \\
 &\quad + 4t_1 t_2^3 \int_{-\infty}^{+\infty} dt f(t) f^3(t - \tau) \cos(\beta(t)) \quad (C.1)
 \end{aligned}$$

Resolvemos cada una de las integrales:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt f^4(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt f^4(t - \tau) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\Delta\tau_p}{2} \quad (C.3)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt f^2(t) f^2(t - \tau) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\Delta\tau_p}{2} \cdot e^{-2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} \quad (C.4)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt f^2(t) f^2(t - \tau) \cos^2(\beta(t)) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\Delta\tau_p}{4} \cdot \left[e^{-2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} + e^{-2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cdot \cos(2\omega_0\tau) \right] \quad (C.5)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt f^3(t) f(t - \tau) \cos(\beta(t)) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\Delta\tau_p}{2} \cdot e^{-\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cdot \cos\left(\omega_0\tau + \frac{q\tau^2}{\Delta\tau_p^2}\right) \quad (C.6)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt f(t) f^3(t - \tau) \cos(\beta(t)) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\Delta\tau_p}{2} \cdot e^{-\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cdot \cos\left(\omega_0\tau - \frac{q\tau^2}{\Delta\tau_p^2}\right) \quad (C.7)$$

Sustituimos en (C.1) y simplificamos:

$$\begin{aligned}
I(\tau) &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\Delta\tau_p}{2} \left[t_1^4 + t_2^4 + 4t_1^2 t_2^2 e^{-2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} + 2t_1^2 t_2^2 e^{-2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cos(2\omega_0\tau) \right. \\
&\quad + 4t_1^3 t_2 e^{-\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cos\left(\omega_0\tau + \frac{q\tau^2}{\Delta\tau_p^2}\right) \\
&\quad \left. + 4t_1 t_2^3 e^{-\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cos\left(\omega_0\tau - \frac{q\tau^2}{\Delta\tau_p^2}\right) \right] = \\
&= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\Delta\tau_p}{2} \left[t_1^4 + t_2^4 + 4t_1^2 t_2^2 e^{-2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} + 2t_1^2 t_2^2 e^{-2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cos(2\omega_0\tau) \right. \\
&\quad + 4t_1 t_2 (t_1^2 + t_2^2) e^{-\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cos(\omega_0\tau) \cos\left(\frac{q\tau^2}{\Delta\tau_p^2}\right) \\
&\quad \left. + 4t_1 t_2 (t_2^2 - t_1^2) e^{-\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \text{sen}(\omega_0\tau) \text{sen}\left(\frac{q\tau^2}{\Delta\tau_p^2}\right) \right] \quad (C.8)
\end{aligned}$$

Considerando que la respuesta en voltios de un detector es proporcional a la intensidad, podemos expresar la respuesta del detector (normalizada) en función del desfase temporal entre pulsos como:

$$\begin{aligned}
V(\tau) &= V_0 \frac{1}{\left(1 + \frac{t_2}{t_1}\right)^4} \left[1 + \frac{t_2^4}{t_1^4} + 4 \frac{t_2^2}{t_1^2} e^{-2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} + 2 \frac{t_2^2}{t_1^2} e^{-2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cos(2\omega_0\tau) \right. \\
&\quad + 4 \frac{t_2}{t_1} \left(1 + \frac{t_2^2}{t_1^2}\right) e^{-\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cos(\omega_0\tau) \cos\left(\frac{q\tau^2}{\Delta\tau_p^2}\right) \\
&\quad \left. + 4 \frac{t_2}{t_1} \left(\frac{t_2^2}{t_1^2} - 1\right) e^{-\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \text{sen}(\omega_0\tau) \text{sen}\left(\frac{q\tau^2}{\Delta\tau_p^2}\right) \right] \quad (C.9)
\end{aligned}$$

Ciñéndonos al caso para el cual $t_1 = t_2$, vemos que el último término se cancela y la ecuación queda simplificada:

$$\begin{aligned}
V(\tau) &= V_0 \frac{1}{8} \left[1 + 2e^{-2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} + e^{-2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cos(2\omega_0\tau) \right. \\
&\quad \left. + 4e^{-\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_p}\right)^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{\Delta\tau_{p0}}\right)^2} \cos(\omega_0\tau) \cos\left(\frac{q\tau^2}{\Delta\tau_p^2}\right) \right] \quad (C.10)
\end{aligned}$$

En este caso también tenemos una oscilación de período $T = 2\pi/\omega_0 = \lambda_0/c$ en torno a una componente de continua que determinamos de igual modo que con el Michelson:

$$V_{CC} = V(\tau \rightarrow \infty) = V_0 \frac{1}{8} \quad (C.11)$$

Obtenemos el máximo valor de señal para $\tau = 0$:

$$V_{\text{máx.}} = V_0 \quad (C.12)$$

Y el mínimo cuando $\omega_0\tau = \pi$:

$$V_{\text{mín.}} = 0 \quad (\text{C. 13})$$

Por otra parte, se observa que el valor de V_0 aumenta cuando se estrecha el pulso.