



Universidad
Zaragoza



Escuela de
Ingeniería y Arquitectura
Universidad Zaragoza

Estimación del efecto de las condiciones ambientales sobre la incertidumbre de medida de un Laser Tracker

Proyecto Fin de Carrera

Pablo Pérez Muñoz

Director: José Antonio Albajez

Febrero 2013



Departamento de
Ingeniería de Diseño y Fabricación
UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

Resumen

En este Proyecto Fin de Carrera se han estudiado los efectos que tienen las variaciones de las condiciones atmosféricas sobre el valor de las mediciones mediante Laser Tracker así como su contribución a la incertidumbre asociada a dicha medición según los pasos marcados por la G.U.M. (Guía para la expresión de la Incertidumbre de Medida).

En primer lugar se han realizado simulaciones con MATLAB para calcular el valor esperado de la contribución a la incertidumbre de medida debida a variaciones de las condiciones atmosféricas. En segundo lugar, y también con MATLAB, se ha simulado un modelo simplificado del error que provoca la información incompleta que recibe el Laser Tracker con respecto a las variaciones espaciales y temporales de las variables ambientales de control. Asimismo se han realizado ensayos experimentales para verificar la existencia de gradientes no despreciables, especialmente de la temperatura, en el área de medición, tanto si existe control de temperatura en dicho espacio como si no.

Por último y tras la fase experimental, se ha podido constatar como bajo determinadas circunstancias la expansión o contracción del área de medición puede tener una contribución significativa al error de medición. Así, la dilatación de las superficies de base, como por ejemplo el suelo, no afectan a mediciones rápidas, pero en el caso de mediciones prolongadas en el tiempo este efecto no debería ser despreciado, pudiendo ser corregido.

Índice

1. Introducción	1
1.1. Contexto y Motivación	1
1.2. Objetivos y Alcance	2
1.3. Estado del arte	3
1.3.1. Principio de funcionamiento del Láser Tracker	3
1.3.2. El índice de refracción del aire.....	5
1.4. Organización del Proyecto	6
2. Simulaciones con MATLAB	7
2.1. Estimación de errores.....	7
2.2. Cálculo de las incertidumbres.....	8
2.2.1. Incertidumbres que afectan a la medición.....	8
2.2.2. Incertidumbres causadas por las condiciones atmosféricas	10
2.2.3. Incertidumbres causadas por la Estación Meteorológica del Láser Tracker	14
2.3. Tablas de incertidumbres	19
2.4. Mejora de la incertidumbre.....	27
3. Ensayos	29
3.1. Configuración de los ensayos.....	29
4. Comprobaciones del Laser Tracker	33
4.1. Comprobación ante variaciones de temperatura	33
4.1.1. Configuración del ensayo	33
4.1.2. Objetivo del experimento.....	34
4.1.3. Resultados del experimento.....	34
4.1.4. Conclusiones del experimento.....	38
4.2. Comprobación ante variaciones de presión	38
4.2.1. Configuración del ensayo	38
4.2.2. Objetivo del experimento.....	39
4.2.3. Resultados del experimento.....	39
4.2.4. Conclusiones del experimento.....	41
5. Experimentos con el Laser Tracker	43
5.1. Experimento en el taller	43
5.1.1. Configuración del experimento	43
5.1.2. Objetivo del experimento.....	44
5.1.3. Resultados del experimento.....	45

5.1.4. Conclusiones del experimento.....	49
5.2. Experimento en el laboratorio.....	49
5.2.1. Configuración del experimento	49
5.2.2. Objetivo del experimento.....	50
5.2.3. Resultados del experimento.....	50
5.2.4. Conclusiones del experimento.....	55
5.3. Hipótesis sobre la fuente de error	56
5.3.1. Efecto del suelo en el experimento del taller	56
5.3.2. Efecto del suelo en el experimento del taller	57
5.3.3. Corrección del efecto de dilatación del suelo	58
5.3.3.1. Corrección del experimento en el laboratorio	58
5.3.3.2. Corrección del experimento en el taller	59
5.4. Experimento sobre mesa de granito.....	60
5.4.1. Configuración del experimento	60
5.4.2. Objetivo del experimento.....	60
5.4.3. Resultados del experimento.....	61
5.4.3.1. Error provocado por información incompleta de las condiciones meteorológicas	63
5.4.3.2. Error provocado por la dilatación de la mesa	64
5.4.4. Conclusiones del experimento.....	65
6. Conclusiones y trabajo futuro.....	67
6.1. Conclusiones	67
6.2. Trabajo futuro	68
Anexo A: Índice de refracción.....	71
A.1. Cálculo del índice de refracción	71
A.2. Sensibilidad de la ecuación simplificada de Edlén	73
Anexo B: Sensores.....	77
B.1. Sensores de Temperatura.....	77
B.2. Sensores de Temperatura, Presión y Humedad Relativa	87
Anexo C: Incertidumbres.....	93
C.1. Tipos de incertidumbres.....	94
C.2. Evaluación de las incertidumbres	94
C.2.1. Incertidumbres tipo A:	95
C.2.2. Incertidumbres tipo B	96
C.2.3. Incertidumbre típica combinada	97
C.2.4. Incertidumbre expandida.....	97
Anexo D: Especificaciones	99

Anexo E: Calentamiento del Laser Tracker	103
E.1. Calentamiento del Laser Tracker.....	103
E.2. Conclusión.....	106
Anexo F: Curvatura del rayo	107
F.1. Hipótesis	107
F.2. Desviación del rayo	108
F.3. Conclusiones	110
Planificación de tareas	111
Índice de figuras.....	113
Índice de Gráficas, Histogramas y Tablas.....	115
Bibliografía.....	119

Capítulo 1

Introducción:

1.1. Contexto y Motivación

El proyecto se ha llevado a cabo en la Escuela de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de Zaragoza, dentro del Departamento de Ingeniería de Diseño y Fabricación. Dicho departamento posee un Leica Laser Tracker LTD600 y ha adquirido recientemente otro Laser Tracker, un API LTS-3000.

Los Laser Tracker se han convertido en la columna vertebral de la medición de precisión en muchos campos industriales y científicos debido a su gran precisión, su amplio rango de medición, su alta frecuencia de muestreo y su capacidad de seguimiento automático del objetivo.

El objetivo de una medición es determinar el valor del mensurando, esto es, el valor de la magnitud particular bajo medición. En general, el resultado de una medición es sólo una aproximación y únicamente se halla completo cuando está acompañado de una declaración acerca de la incertidumbre de dicha estimación. La incertidumbre del resultado de una medición refleja la imposibilidad de conocer exactamente el valor del mensurando.

En la práctica existen numerosas fuentes posibles de incertidumbre en una medición [1], entre ellas:

- a) Definición incompleta del mensurando.
- b) Realización imperfecta de la definición del mensurando.
- c) Muestra no representativa del mensurando.

- d) Conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición o medición imperfecta de dichas condiciones.
- e) Lectura sesgada de instrumentos analógicos por parte del técnico.
- f) Resolución finita del instrumento de medida o umbral de discriminación.
- g) Valores inexactos de los patrones de medida o de los materiales de referencia.
- h) Valores inexactos de constantes y otros parámetros tomados de fuentes externas y utilizados en el algoritmo de tratamiento de datos.
- i) Aproximaciones e hipótesis establecidas en el método y en el procedimiento de medida.

El proyecto se va a centrar en la fuente de incertidumbre mencionada en el apartado d), que trata sobre el conocimiento incompleto de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición o medición imperfecta de dichas condiciones. La motivación de centrarse en dicha fuente de incertidumbre es que los Laser Trackers poseen una estación meteorológica, con la que miden la presión, temperatura y humedad relativa. Con esos datos calcula el índice de refracción del aire y lo asume homogéneo a lo largo de todo el espacio. Esta aproximación es bastante acertada en laboratorios de metrología cuyas condiciones ambientales están controladas, pero si no fuera así, el error podría ser importante.

1.2. Objetivos y Alcance

El principal objetivo del proyecto es evaluar cómo afectan las condiciones atmosféricas a la medición con Laser Tracker apoyándose en simulaciones con MATLAB y ensayos experimentales.

Se realizará un estudio de los modelos teóricos de estimación del índice de refracción. Con ayuda del programa MATLAB se estimarán las incertidumbres de medida asociadas a las variaciones de condiciones ambientales. Y finalmente se realizaran ensayos con un Laser Tracker bajo diferentes condiciones cuyos resultados serán corregidos de acuerdo al análisis teórico previo. Por otro lado, para el desarrollo de dichos ensayos será necesario seleccionar y poner a punto diferentes tipos de sensores.

1.3. Estado del arte

1.3.1. Principio de funcionamiento del Laser Tracker

Desde su introducción a finales de los 80, los Laser Trackers han sido ampliamente utilizados en diversas industrias donde la medición a gran escala es cada vez más demandada, como la aeroespacial, automoción, construcción naval, nuclear, manufacturación mecánica, etc.

El Laser Tracker es una máquina de medición por coordenadas que reporta coordenadas 3D en un sistema de coordenadas esférico como el mostrado en la Figura 1.1.

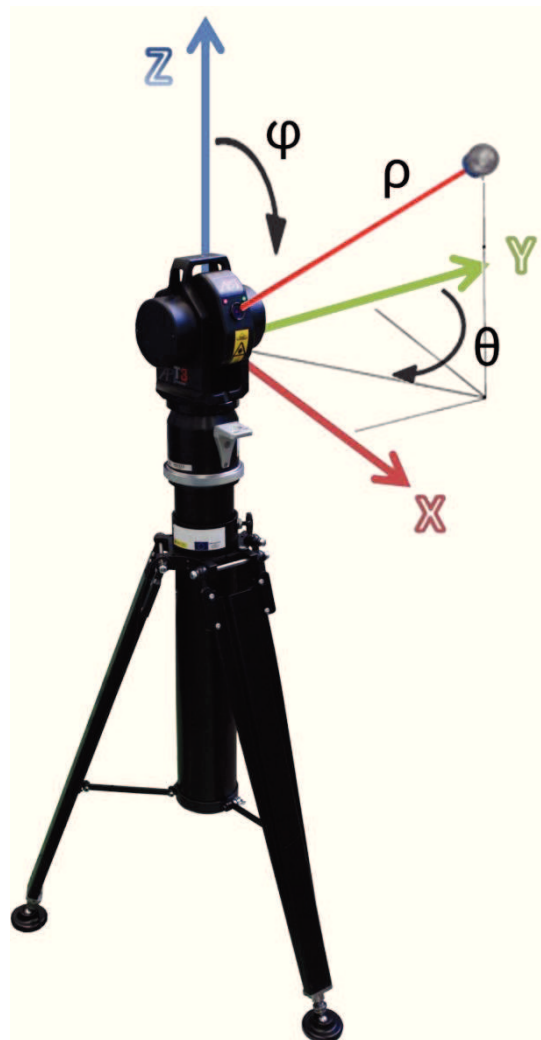


Figura 1.1: Laser Tracker y sistema de coordenadas esférica.

A continuación se va a describir el principio de funcionamiento de un sistema de Laser Tracker típico [2]. El sistema incluye un interferómetro, un espejo con mecanismo de seguimiento, un detector de posición, una unidad de control del motor, y un retroreflector (ver Figura 1.2).

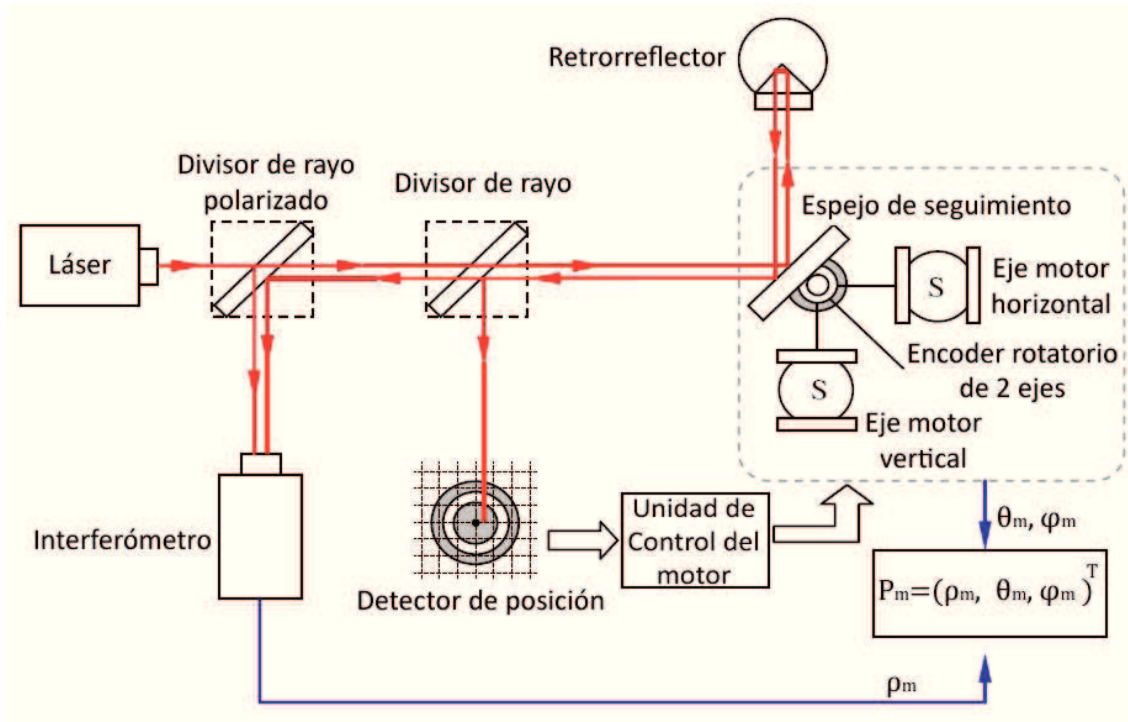


Figura 1.2: Principio de funcionamiento del láser tracker.

La fuente emite un rayo láser que es dividido en dos por el divisor de rayo polarizado. Una parte del rayo atraviesa el divisor de rayo y es dirigido al retroreflector mediante el espejo de seguimiento, la otra parte del rayo llega al interferómetro.

Una parte del rayo de retorno es dirigida por el divisor de rayo hacia un detector óptico de posición de 2 dimensiones que detecta el desplazamiento lateral del retroreflector. El error resultante es usado por la unidad de control del motor para reconducir el espejo de seguimiento para que el rayo de medición permanezca en el centro del retroreflector mientras éste se mueve por el espacio.

Dos encoders con alta resolución angular proporcionan los ángulos horizontal y vertical (θ, φ) de un sistema de coordenadas esféricas. El interferómetro proporciona la coordenada radial ρ del centro del reflector. Después de calibrar el objetivo en la posición inicial, las coordenadas esféricas, $P_m = (\rho_m, \theta_m, \varphi_m)^T$, del retroreflector pueden ser obtenidas en tiempo real de las lecturas del interferómetro y del encoder rotativo de 2 ejes.

1.3.2. El índice de refracción del aire

El índice de refracción, n , se define como el factor por el cual la longitud de onda y la velocidad de la luz en un medio se reducen con respecto a sus valores en el vacío.

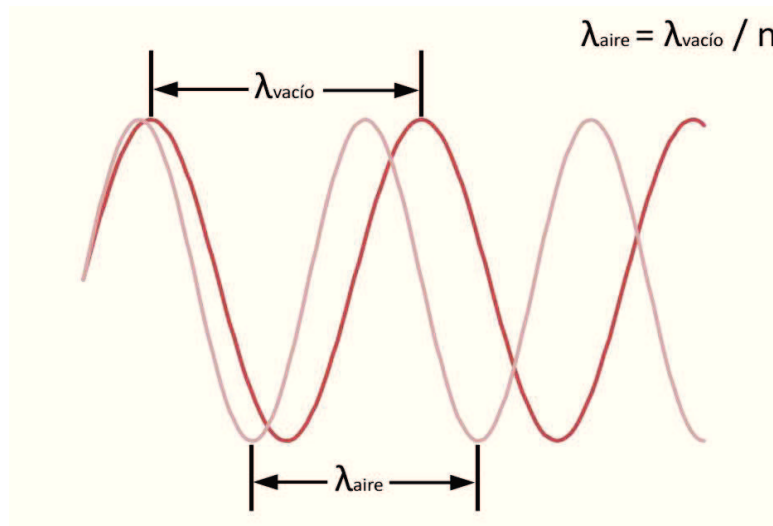


Figura 1.3: Comparación entre la longitud de onda en el vacío y en el aire.

La velocidad de la luz en un medio es $v = c / n$, donde c es la velocidad de la luz en el vacío. De igual manera, para un valor dado de longitud de onda en el vacío λ_0 , la longitud de onda en ese medio es $\lambda = \lambda_0 / n$. Por lo tanto, el índice de refracción influye directamente en la velocidad de propagación del rayo láser durante la medición.

B. Edlén (1966) [3] propuso una ecuación que calcula el índice de refracción del aire para una longitud de onda y unas condiciones atmosféricas dadas de temperatura, presión atmosférica, humedad relativa y concentración de CO_2 . La Ecuación de Edlén es la más usada para calcular el índice de refracción del aire en mediciones de precisión a temperaturas cercanas a los 20 °C.

La longitud de onda de la luz se toma como constante y de valor 630 nm, ya que esa es la longitud de onda del rayo láser que emite el Laser Tracker.

Los Laser Trackers disponen de una estación meteorológica que, con los datos de temperatura, presión atmosférica y humedad relativa, calcula el índice de refracción, despreciando la influencia que la concentración de CO_2 aporta al resultado. La concentración de CO_2 al aire libre oscila entre 360 ppm (partes por millón) en áreas de aire limpio y 700 ppm en ciudades. *J.H. Zimmerman (2001) [4]* estudió la contribución del CO_2 en el cálculo del índice de refracción del aire llegando a la conclusión de que variaciones de 150 ppm tenían un efecto en el índice de refracción, alrededor de $2 \cdot 10^{-8}$. A lo largo del proyecto dicha contribución será despreciada ya que es varios órdenes de magnitud inferior a la contribución de los demás parámetros.

En el Anexo A se trata con más detalle el cálculo del índice de refracción.

1.4. Organización del Proyecto

El proyecto está organizado de la siguiente manera. En el capítulo 2 se explica la importancia que tiene dar el valor de la incertidumbre en una medición y se muestran las fórmulas usadas para el cálculo del índice de refracción y del error que la variación de este provoca en función de la distancia. Además, en este capítulo se han realizado simulaciones con el software MATLAB para calcular por una parte las incertidumbres que generan las variaciones de temperatura, presión atmosférica y humedad relativa y por otra parte para calcular la incertidumbre intrínseca de la estación meteorológica del Laser Tracker. Finalmente, se plasmarán los resultados de las incertidumbres en las tablas usadas por la ISO/TS 14253-2 [5].

En el capítulo 3 se muestra cual es la configuración general de los ensayos realizados junto con el desarrollo de las fórmulas para el cálculo del error.

El capítulo 4 muestra los resultados y conclusiones dos experimentos que han servido para comprobar si el Laser Tracker realiza la corrección necesaria ante variaciones de temperatura y de presión atmosférica. Una vez comprobado esto, en el capítulo 5 se muestran los resultados de varios experimentos de medición de una distancia fija durante un tiempo prolongado. Además, en este capítulo se lanza una hipótesis que explica el error que no se ha logrado corregir. Esta hipótesis trata de demostrarse realizando un nuevo experimento pero esta vez anclando retroreflector y Laser Tracker a una mesa de granito del taller y monitorizando la temperatura de esta.

Finalmente en el capítulo 6 se comentan las conclusiones del proyecto y las líneas abiertas para el trabajo futuro.

En los Anexos se amplía información. En el Anexo A sobre el índice de refracción, además se realiza un estudio de sensibilidad de la ecuación de Edlén.

En el Anexo B se realiza una calibración de los sensores de temperatura usados durante el proyecto con el fin de referenciar los valores aportados a los de la estación meteorológica del Laser Tracker.

El Anexo C trata sobre los tipos de incertidumbres y su evaluación.

El Anexo D contiene las tablas de especificaciones del Laser Tracker.

Se ha realizado un estudio acerca del calentamiento interno del Laser Tracker. El Anexo E muestra los resultados de uno de los ensayos y las conclusiones sacadas de la consecución de varios experimentos similares.

Por último, el Anexo F contiene otra hipotética fuente de incertidumbre, la curvatura del rayo láser.

Capítulo 2

Simulaciones con MATLAB:

MATLAB es un software matemático con el que se pueden manipular matrices y representar datos y funciones. Mediante MATLAB se ha realizado una estimación de la incertidumbre asociada al valor del índice de refracción mediante el método de Montecarlo: se han generado 10.000 valores de cada una de las magnitudes que influyen en el índice de refracción, con el objetivo de calcular las incertidumbres típicas y combinadas que generan cada magnitud.

2.1. Estimación de errores:

Conociendo los valores de temperatura, presión atmosférica y humedad relativa, se puede calcular el índice de refracción mediante la siguiente ecuación:

$$n = 1 + \frac{7.86 \times 10^{-4} \cdot p}{273 + t} - 1,5 \cdot 10^{-11} \cdot h \cdot (t^2 + 160)$$

Donde, t es la temperatura en °C, p es la presión atmosférica en KPa y h es la humedad relativa en tanto por ciento.

Esta ecuación fue calculada por J. A. Stone y J. H. Zimmerman [4] a partir de los estudios realizados por B. Edlén [3]. En el Anexo A se ofrece más información acerca de dicha ecuación.

Para la estimación del error que cometería el Láser Tracker se calcula un factor de escala μ que compara el índice de refracción en cada punto del espacio, n_{real} , con el índice de refracción que el Laser Tracker está asumiendo como constante en todo el espacio, n_{LT} .

$$\mu = \frac{n_{real}}{n_{LT}} - 1$$

Con el factor de escala se puede calcular en un tramo de distancia real d^* la distancia que el Laser Tracker cree que ha recorrido, d :

$$d = (1 + \mu) \cdot d^*$$

De manera que el error es la distancia que el Laser Tracker cree que hay menos la distancia que realmente hay:

$$e = d - d^*$$

2.2. Cálculo de las incertidumbres:

2.2.1. Incertidumbres que afectan a la medición:

A la hora de expresar el resultado de una medición de una magnitud física, se debe dar alguna indicación cuantitativa de la calidad del resultado, de forma que quienes utilizan dicho resultado puedan evaluar su idoneidad. Sin dicha indicación, las mediciones no pueden compararse entre sí ni con otros valores de referencia dados en especificaciones o normas.

Además, en muchas aplicaciones industriales y comerciales, así como en las áreas de la salud y de la seguridad, a menudo es necesario proporcionar un intervalo en torno al resultado de la medición, en el que se espera encontrar la mayor parte de los valores de la distribución que pueden ser razonablemente atribuidos a la magnitud objeto de la medición. Por tanto, el método ideal para evaluar y expresar la incertidumbre de medida debería ser capaz de proporcionar fácilmente un intervalo, en particular, aquél con la probabilidad o el nivel de confianza que corresponda de manera realista con lo requerido.

Resulta conveniente expresar el resultado de una medición en la forma $Y = y \pm U$, lo que se interpreta como que la mejor estimación del valor atribuible al mensurando Y es y , y que puede esperarse que en intervalo que va de $y - U$ a $y + U$ esté comprendida una fracción importante de la distribución de valores que podrían ser razonablemente atribuidos a Y . Donde U es la incertidumbre expandida de una medición.

En el Anexo C se amplía información acerca de los tipos de incertidumbres y el método para calcularlas.

Para el cálculo de incertidumbres, habrá que tener en cuenta las propias del Laser Tracker y las causadas por efecto de las condiciones ambientales.

Para las incertidumbres propias del Laser Tracker, se toman los datos de precisión absoluta y de repetitividad de la tabla de especificaciones, realizada por API, que se encargó de calibrar el Laser Tracker. Estas tablas se pueden consultar en el Anexo D.

Por otra parte, para el cálculo de las incertidumbres causadas por las condiciones ambientales se va a suponer un rango de variación razonable a lo largo de la línea de medición de cada una de las magnitudes que afectan al índice de refracción, esta variación se va a suponer de $\pm 1^{\circ}\text{C}$, $\pm 0,4 \text{ KPa}$ y $\pm 5\% \text{HR}$. Mediante simulaciones con MATAB se calcula el rango de error que puede alcanzar el Laser Tracker por cada metro de distancia y, con ello, la incertidumbre de la medición.

Además, habrá que tener en cuenta que las precisiones del Laser Tracker son diferentes si el Laser Tracker trabaja en modo interferómetro o en modo ADM (Absolute Distance Meter).

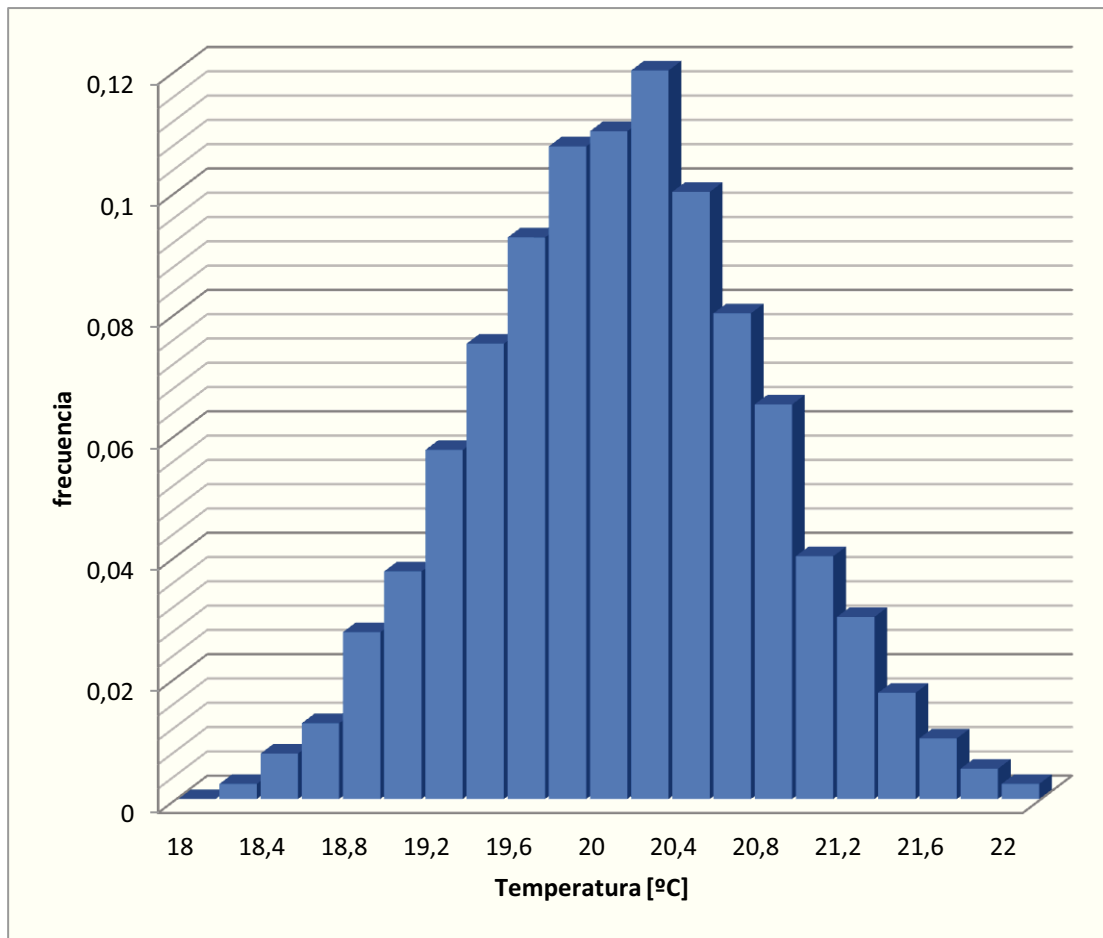
La diferencia entre el modo ADM y el modo interferómetro reside básicamente en la longitud de onda del láser, lo cual modifica sensiblemente la ecuación del índice de refracción. Cuando el Laser Tracker trabaja en modo interferómetro la longitud de onda es de 633 nm mientras que si trabaja en modo ADM la longitud de onda tiene una señal base de 780 nm con una modulación entre 700 y 900 MHz. A lo largo del proyecto, los experimentos se han realizado en modo interferómetro, por lo que la ecuación vista al principio de este capítulo es válida.

Además, en el modo ADM a diferencia del modo interferómetro, si el rayo láser se ve interrumpido, el Laser Tracker no pierde definitivamente el retrorreflector, sino que lo busca por los alrededores de donde perdió el rayo. Por su parte en el modo interferómetro si el rayo se pierde, es necesario llevar el retrorreflector al nido para volver a calibrarlo y reanudar la medición. Por el contrario, el modo ADM proporciona una menor precisión que el modo interferómetro.

2.2.2. Incertidumbres causadas por las condiciones atmosféricas:

Se genera el vector de 10.000 valores de temperaturas de distribución normal, con media en los 20°C y con un 95% de los valores entre $20 \pm 1^\circ\text{C}$, es decir, $2\sigma=1$.

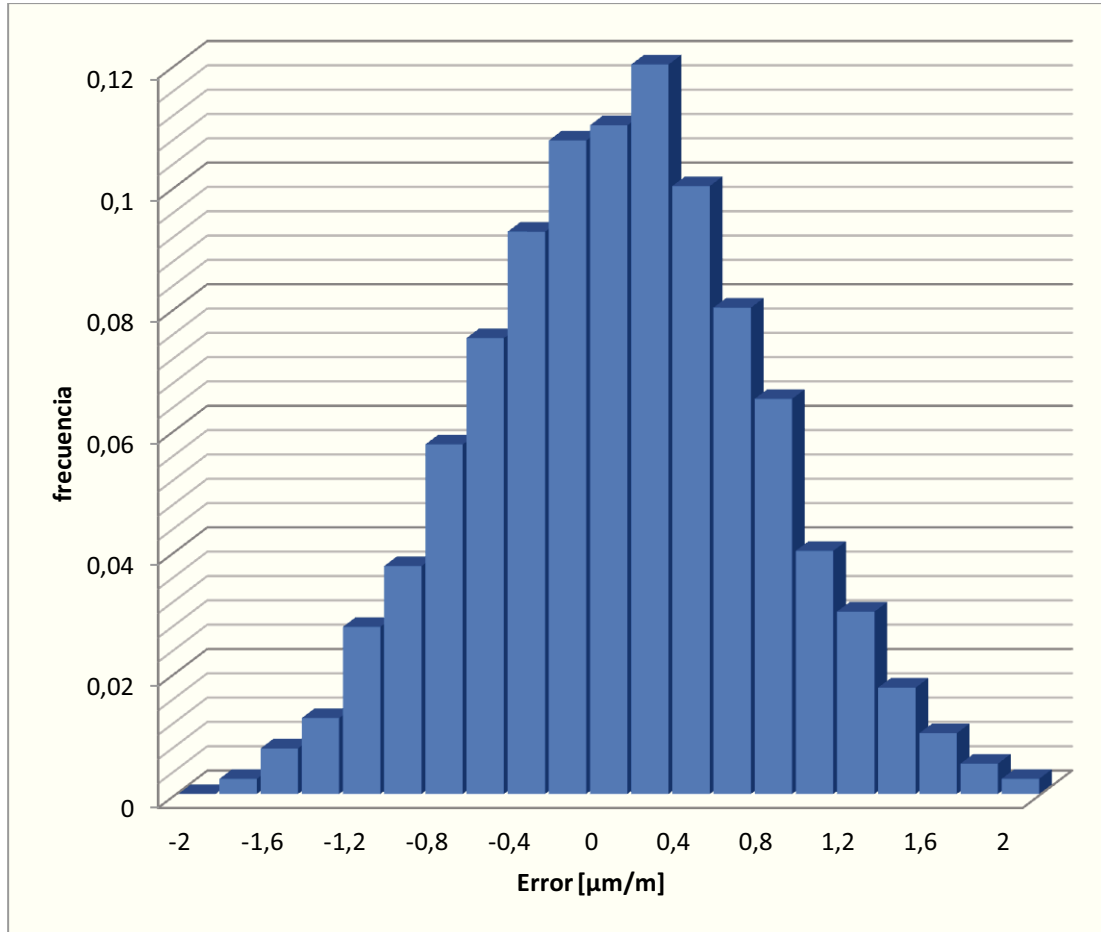
El vector resultante posee una distribución de valores como los representados en el Histograma 2.1:



Histograma 2.1: Frecuencia de aparición de los valores de temperatura en el vector generado.

Para ver la incertidumbre generada únicamente por la variación de la temperatura, es necesario que tanto presión como humedad relativa sean constantes. Para ello se les da el valor de las condiciones estándar del laboratorio (ver apartado A.2. del Anexo A) y se calcula el error usando las fórmulas vistas en el apartado 2.1. Estimación de errores, en este mismo capítulo.

Se observa que, para temperaturas de $20 \pm 1^\circ\text{C}$ con presión constante e igual a 99 KPa y humedad relativa constante e igual al 50%HR, se produce un error por metro con la siguiente distribución:



Histograma 2.2: Error por cada metro de distancia entre el Laser Tracker y el retroreflector que genera la variación de temperatura del Histograma 2.1.

El Histograma 2.2 muestra una distribución normal de media **0,0001 $\mu\text{m}/\text{m}$** y desviación típica **$2\sigma \approx 0,928 \mu\text{m}/\text{m}$** .

El procedimiento es el mismo para generar el vector de presiones, siendo esta vez una distribución normal de $99 \pm 0,4$ KPa. Para ver la incertidumbre generada por la variación de presión, es necesario que tanto temperatura como humedad relativa sean constantes.

Se ha realizado el cálculo, y para presiones de $99 \pm 0,4$ KPa, temperatura constante e igual a 20°C y humedad relativa constante e igual al 50%HR, se produce un error de distribución normal de media **-0,0007 $\mu\text{m}/\text{m}$** y desviación típica **$2\sigma \approx 1,063 \mu\text{m}/\text{m}$** .

Por último, para generar el vector de humedades relativas aplicaremos el mismo procedimiento que en los dos casos anteriores, siendo de nuevo una distribución normal, pero esta vez de valor 50 ± 5 %HR. En este caso, para ver la incertidumbre generada por la variación de humedad relativa, es necesario que tanto temperatura como presión sean constantes.

Para humedades relativas de 50 ± 5 %HR, temperatura constante e igual a 20°C y presión constante e igual al 99 KPa, se produce un error de distribución normal de media **0.00003 $\mu\text{m/m}$** y desviación típica **$2\sigma \approx 0,041 \mu\text{m/m}$** .

En resumen, variaciones de cada magnitud mientras las otras dos permanecen constantes muestran las desviaciones típicas de la Tabla 2.1:

magnitud	variación	2σ
Temperatura	$\pm 1^\circ\text{C}$	0,928 $\mu\text{m/m}$
Presión	$\pm 0,4$ KPa	1,063 $\mu\text{m/m}$
Humedad Relativa	$\pm 5\%$ HR	0,041 $\mu\text{m/m}$

Tabla 2.1: Desviaciones típicas debidas a variaciones de cada una de las magnitudes manteniendo fijas las otras dos.

Conocidos los valores de las desviaciones típicas de cada magnitud, se pueden calcular las incertidumbres debidas a las variaciones de cada magnitud y las incertidumbres típicas combinadas (ver Anexo C).

Las incertidumbres debidas a las variaciones de las condiciones ambientales a lo largo de la línea de medición se clasifican como incertidumbres de tipo B y sus distribuciones son Gaussianas, por lo que la incertidumbre se calcula como $u_{XX} = 0,5 \cdot 2\sigma$. Por lo tanto:

$$u_T = 0,5 \cdot 2\sigma = 0,5 \cdot 0,928 = 0,464 \mu\text{m/m}$$

$$u_P = 0,5 \cdot 2\sigma = 0,5 \cdot 1,063 = 0,532 \mu\text{m/m}$$

$$u_H = 0,5 \cdot 2\sigma = 0,5 \cdot 0,041 = 0,021 \mu\text{m/m}$$

Además de estas incertidumbres, se tendrán que tener en cuenta las incertidumbres combinadas, ya que existe una relación entre las tres magnitudes: el índice de refracción del aire.

La incertidumbre típica combinada u_C es la raíz cuadrada positiva de la varianza combinada u_C^2 , que viene dada por:

$$u_c^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i)$$

Entonces, teniendo en cuenta que,

$$f = n(t, p, h) = 1 + \frac{7.86 \cdot 10^{-4} \cdot p}{273 + t} - 1,5 \cdot 10^{-11} \cdot h \cdot (t^2 + 160)$$

Se pueden calcular las distintas incertidumbres combinadas:

$$u_{TP}^2 = \left[\frac{\partial n}{\partial t} \right]^2 u_T^2 + \left[\frac{\partial n}{\partial p} \right]^2 u_P^2$$

$$u_{TH}^2 = \left[\frac{\partial n}{\partial t} \right]^2 u_T^2 + \left[\frac{\partial n}{\partial h} \right]^2 u_H^2$$

$$u_{PH}^2 = \left[\frac{\partial n}{\partial p} \right]^2 u_P^2 + \left[\frac{\partial n}{\partial h} \right]^2 u_H^2$$

$$u_{TPH}^2 = \left[\frac{\partial n}{\partial t} \right]^2 u_T^2 + \left[\frac{\partial n}{\partial p} \right]^2 u_P^2 + \left[\frac{\partial n}{\partial h} \right]^2 u_H^2$$

Con ayuda de MATLAB se pueden resolver las derivadas parciales y calcular el valor de cada incertidumbre combinada, siendo los resultados los siguientes:

$$u_{TP} = 1,5389 \mu\text{m/m}$$

$$u_{TH} = 1,4724 \mu\text{m/m}$$

$$u_{PH} = 0,4475 \mu\text{m/m}$$

$$u_{TPH} = 1,5389 \mu\text{m/m}$$

2.2.3. Incertidumbres causadas por la Estación Meteorológica del Láser Tracker:

Además de por la falta de información completa, el Laser Tracker también tendrá cierta incertidumbre debida a que los datos que le proporcione su estación meteorológica no sean del todo precisos.



Figura 2.1: Estación Meteorológica del Laser Tracker.

La precisión de la AT Meteo Station (Figura 2.1) para las magnitudes que se estudian es la siguiente:

Temperatura: $\pm 0,3$ °C

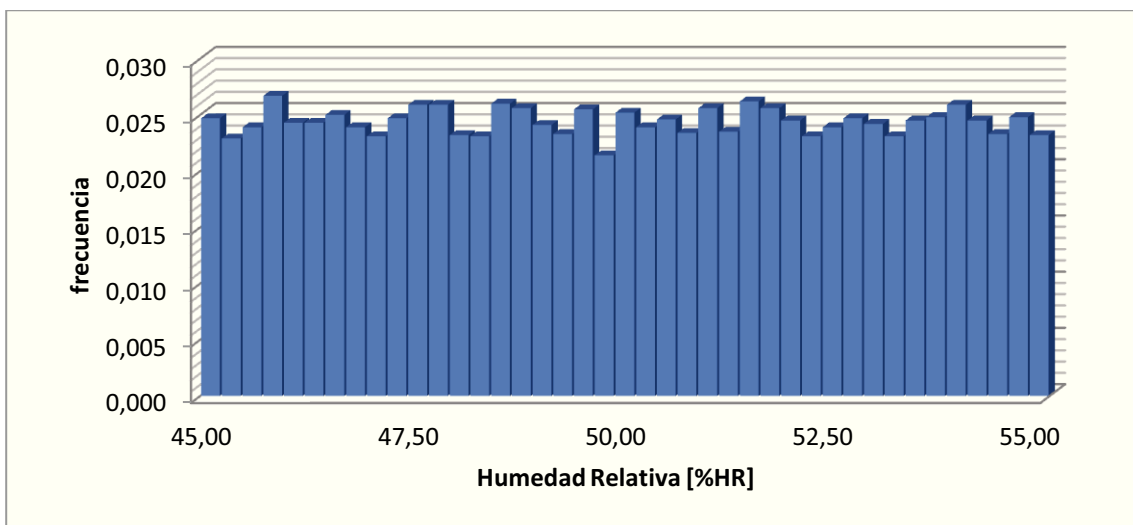
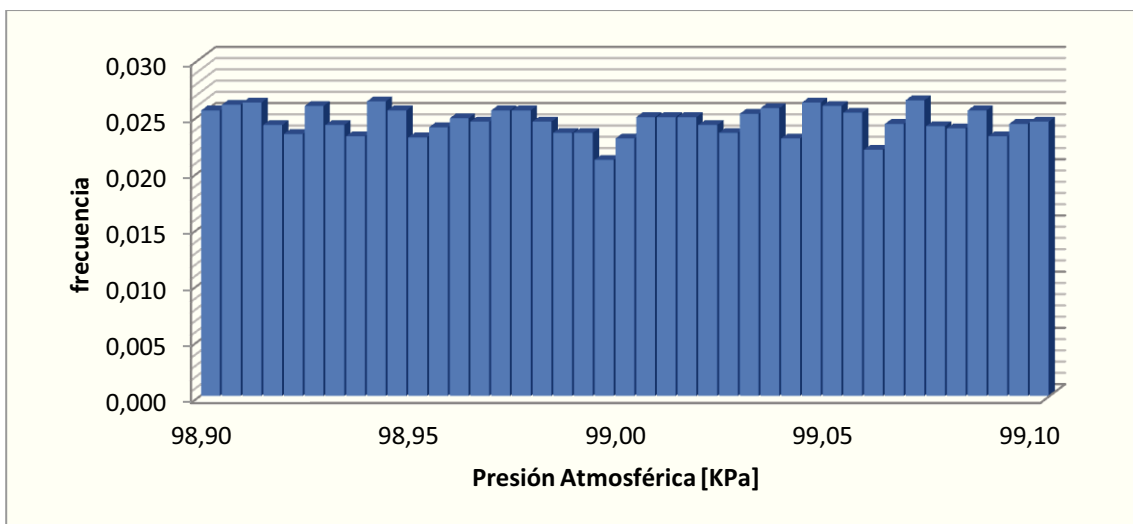
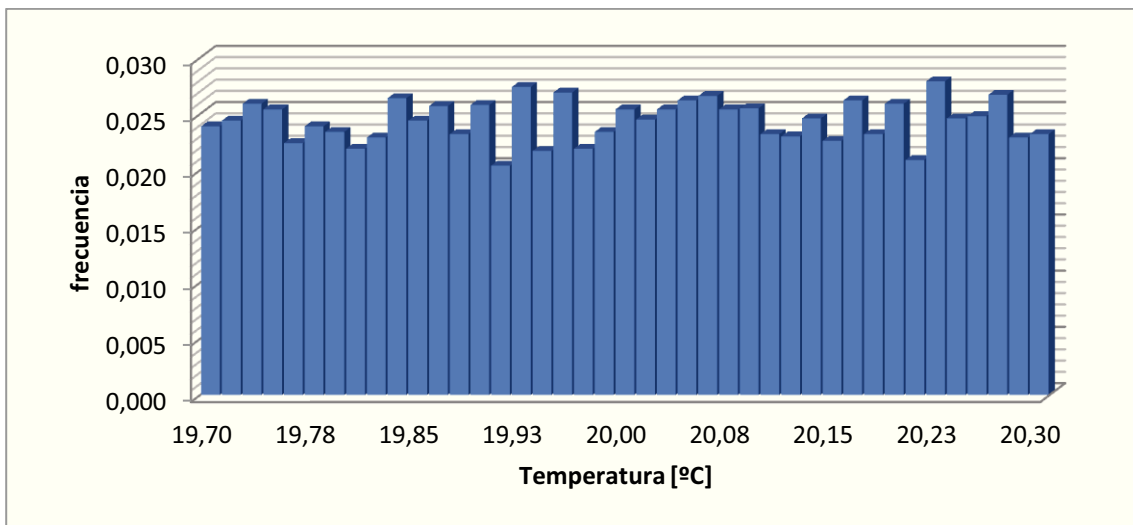
Presión: $\pm 0,1$ KPa

Humedad Relativa: ± 5 %HR

Para calcular el error que provocan esas imprecisiones propias de la estación meteorológica, se generan valores aleatorios dentro de dichos rangos, en torno a las condiciones estándar del laboratorio (20 °C, 99 KPa, 50%HR).

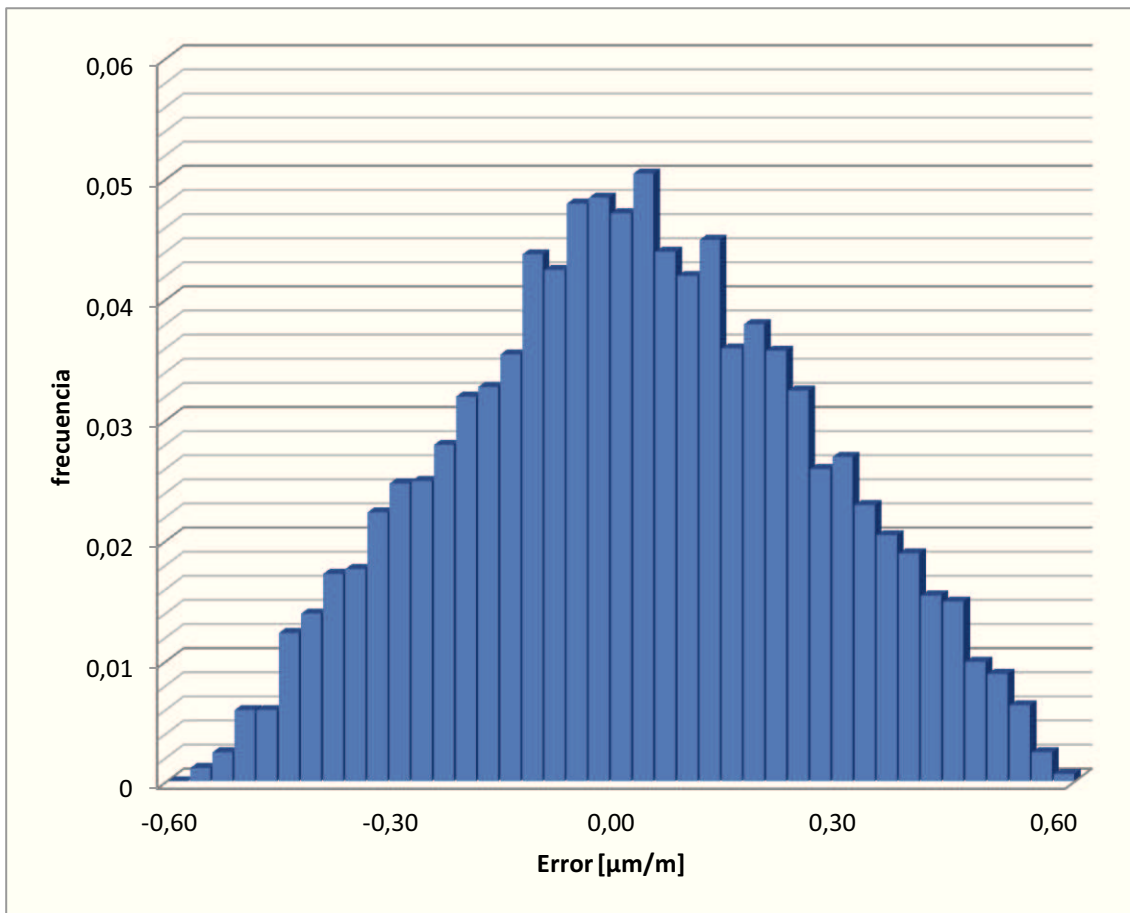
En el primer caso, se consideran equiprobables todos los valores del rango de precisión para cada magnitud (distribución rectangular). También se considerará un segundo caso en el que cada una de las propiedades siga una distribución normal donde los valores de imprecisión de la estación meteorológica se alcancen en 2σ , es decir, el 95% de los valores están dentro del rango.

1^{er} Caso, distribución rectangular:



Histogramas 2.3, 2.4 y 2.5: Distribuciones rectangulares de las tres magnitudes con la precisión de la estación meteorológica del Laser Tracker (frecuencia en tanto por uno).

En esas condiciones, el error en $\mu\text{m}/\text{m}$ o partes por millón (ppm) presenta una distribución triangular como la mostrada en el Histograma 2.6:



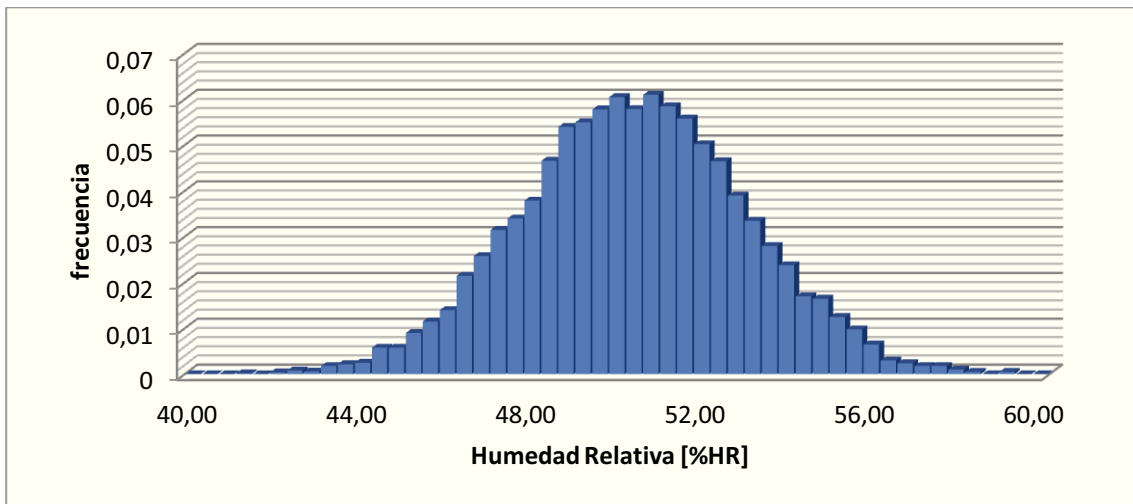
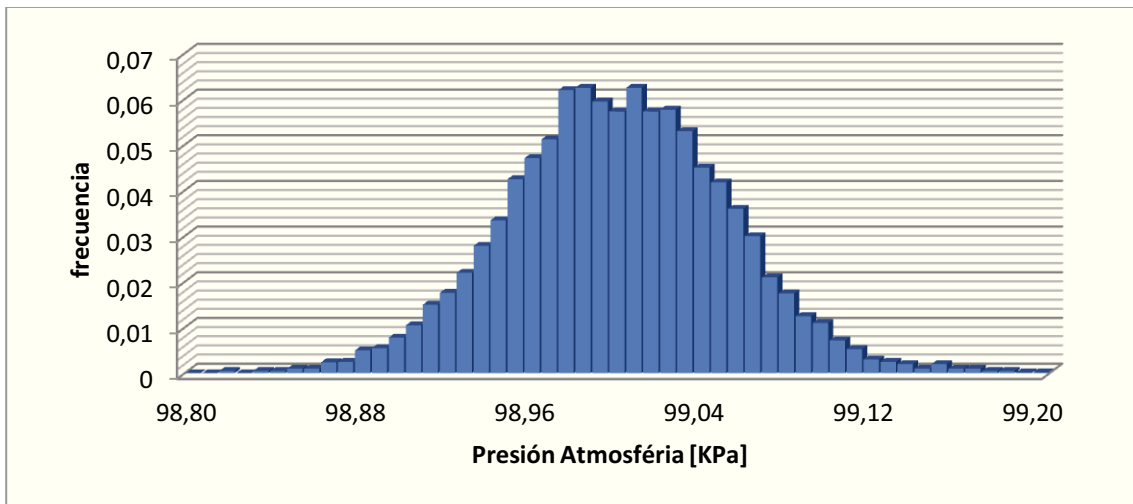
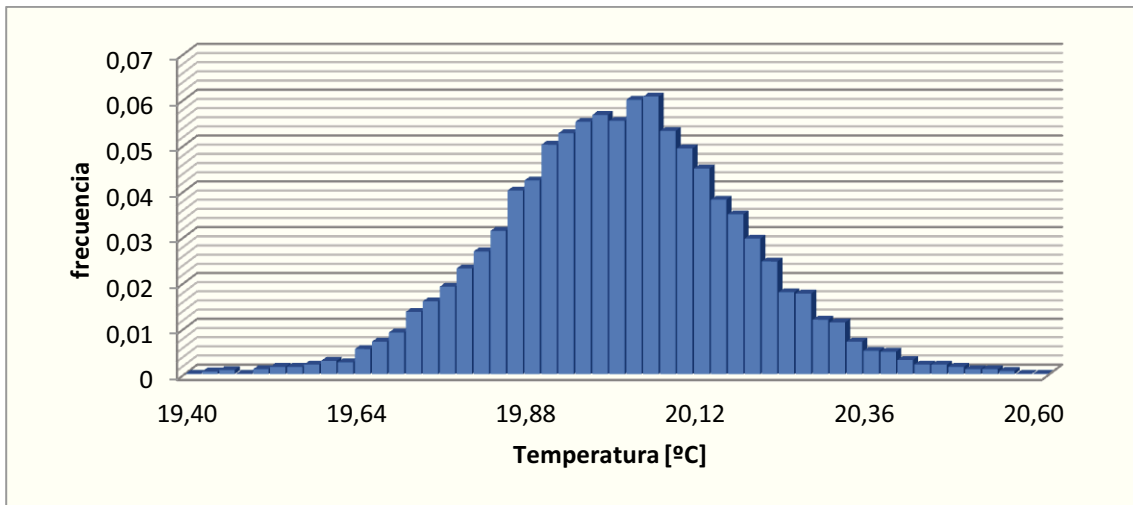
Histograma 2.6: Error por cada metro de distancia entre el Laser Tracker y el retroreflector que generan las imprecisiones de la estación meteorológica.

El error presenta una distribución triangular y se encuentra acotado dentro del rango de $\pm 0.57 \mu\text{m}/\text{m}$.

Por lo tanto, según el apartado 4.4.6 de la G.U.M. [1] la incertidumbre típica de la estación meteorológica es:

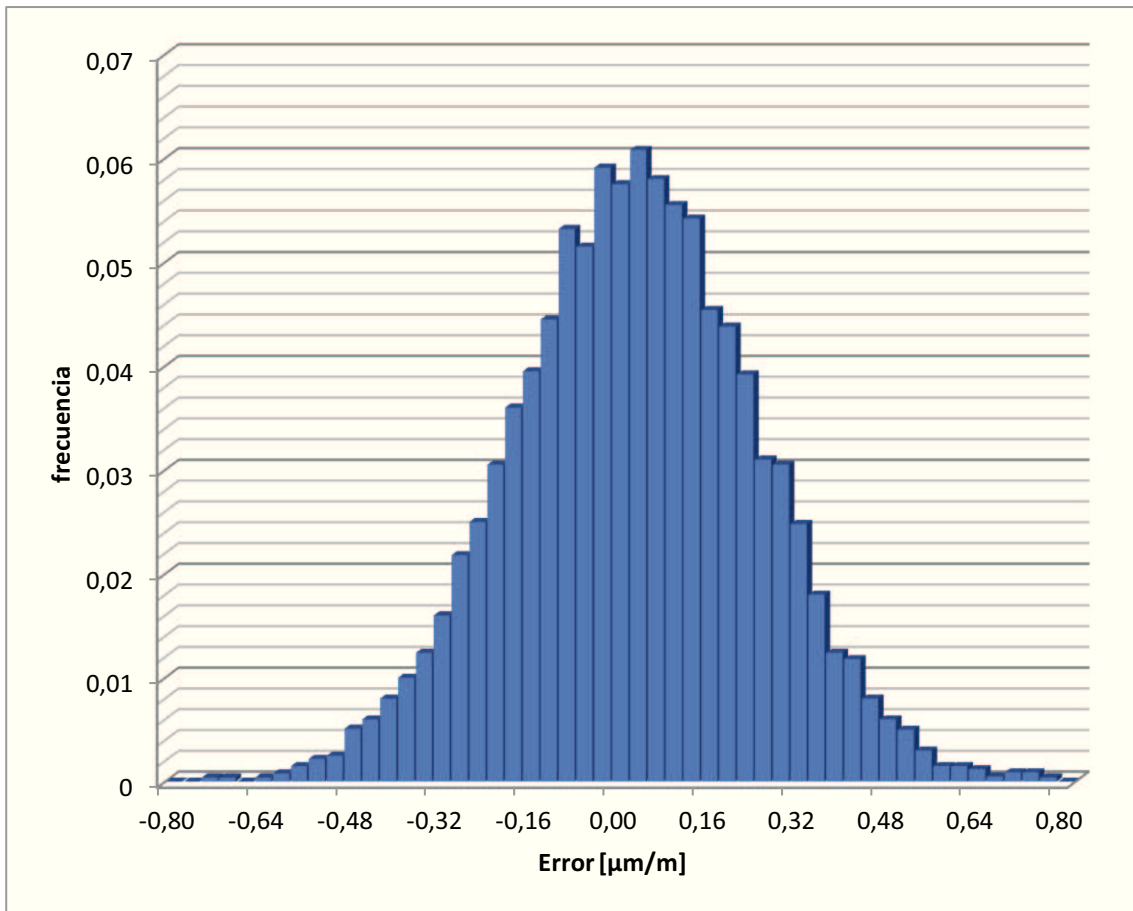
$$u_{EM} = \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{0.57}{\sqrt{6}} = 0,233 \mu\text{m}/\text{m}$$

2º Caso, distribución normal:



Histogramas 2.7, 2.8 y 2.9: Distribuciones normales de las tres magnitudes con la precisión de la estación meteorológica del Laser Tracker.

En este caso, el error en $\mu\text{m}/\text{m}$ o partes por millón (ppm) presenta una distribución normal como la mostrada en el Histograma 2.10:



Histograma 2.10: Error por cada metro de distancia entre el Laser Tracker y el retroreflector que generan las imprecisiones de la estación meteorológica.

El error presenta una distribución normal de media aproximadamente cero y $2\sigma \approx \pm 0.385$ $\mu\text{m}/\text{m}$.

Por lo tanto:

$$u_{EM} = 0.385 \mu\text{m}/\text{m}$$

Dado que este segundo caso presenta una incertidumbre mayor y por lo tanto más restrictiva, para los cálculos de las incertidumbres se tendrá en cuenta este valor $u_{EM} = 0.385 \mu\text{m}/\text{m}$.

2.3. Tablas de incertidumbres:

Las incertidumbres se plasman en una tabla según la ISO/TS 14253-2 [5], para el Laser Tracker en modo interferómetro la tabla es la siguiente:

Designación	Designación Alta res.	Nombre de la Incertidumbre	Comentarios	
u_{AA}		Precisión Absoluta	Todo el equipo fue calibrado usando instrumentos y normas que son trazables a NIST. La precisión en estático es ± 5 ppm (2σ) y en dinámico ± 10 ppm (2σ).	
u_{RR}	u_{RA}	Resolución	$u_{RA} = \frac{d}{2 \times \sqrt{3}} = \frac{1.26 \mu\text{m}}{2 \times \sqrt{3}} \approx 0.364 \mu\text{m}$	El mayor de los dos = u_{RR}
	u_{RE}	Repetibilidad	Se ha realizado un estudio de repetibilidad. La desviación estándar obtenida es $\pm 2,5$ ppm.	
u_{EM}		Estación Meteorológica	Incertidumbre propia de la estación meteorológica	
u_T		Diferencia de Temperatura	Incertidumbre generada por diferencias de temperatura de $\pm 1^\circ\text{C}$	
u_P		Diferencia de Presión	Incertidumbre generada por diferencias de presión de $\pm 0,4$ KPa	
u_H		Diferencia de Humedad Relativa	Incertidumbre generada por diferencias de Humedad Relativa del $\pm 5\%$	
u_{TP}		Temperatura y Presión	Incertidumbre combinada generada por diferencias de temperatura y presión	
u_{PH}		Presión y Humedad Relativa	Incertidumbre combinada generada por diferencias de presión y humedad relativa	
u_{TH}		Temperatura y Humedad Relativa	Incertidumbre combinada generada por diferencias temperatura y humedad relativa	
u_{PTH}		Presión, Temperatura y Humedad	Incertidumbre combinada generada por diferencias de presión, temperatura y humedad relativa	

Tabla 2.2: Tabla de incertidumbres para el modo interferómetro.

La tabla de incertidumbres según ISO/TS 14253-2 [5] para el Laser Tracker en modo ADM es la siguiente:

Designación	Designación Alta res.	Nombre de la Incertidumbre	Comentarios	
u_{AA}		Precisión Absoluta	Todo el equipo fue calibrado usando instrumentos y normas que son trazables a NIST. La precisión es $\pm 15 \mu\text{m}$ o $\pm 1,5 \text{ ppm}$, el que sea mayor.	
u_{RR}	u_{RA}	Resolución	$u_{RA} = \frac{d}{2 \times \sqrt{3}} = \frac{1.26 \mu\text{m}}{2 \times \sqrt{3}} \approx 0.364 \mu\text{m}$	El mayor de los dos = u_{RR}
	u_{RE}	Repetibilidad	Se ha realizado un estudio de repetibilidad. La desviación estándar obtenida es $\pm 15 \mu\text{m}$.	
u_{EM}		Estación Meteorológica	Incertidumbre propia de la estación meteorológica	
u_T		Diferencia de Temperatura	Incertidumbre generada por diferencias de temperatura de $\pm 1^\circ\text{C}$	
u_P		Diferencia de Presión	Incertidumbre generada por diferencias de presión de $\pm 0,4 \text{ KPa}$	
u_H		Diferencia de Humedad Relativa	Incertidumbre generada por diferencias de Humedad Relativa del $\pm 5\%$	
u_{TP}		Temperatura y Presión	Incertidumbre combinada generada por diferencias de temperatura y presión	
u_{PH}		Presión y Humedad Relativa	Incertidumbre combinada generada por diferencias de presión y humedad relativa	
u_{TH}		Temperatura y Humedad Relativa	Incertidumbre combinada generada por diferencias temperatura y humedad relativa	
u_{PTH}		Presión, Temperatura y Humedad	Incertidumbre combinada generada por diferencias de presión, temperatura y humedad relativa	

Tabla 2.3: Tabla de incertidumbres para el modo ADM.

La tabla de incertidumbres en modo interferómetro por cada metro de medición es la siguiente:

Nombre de la Componente	Tipo de Evaluación	Tipo de Distribución	Límite de variación a* [unidad]	Límite de variación a [μm/m]	Factor de distribución b	Incertidumbre u _{xx} [μm/m]
u _{AA} Precisión Absoluta	Cert.				0,5	2,500
u _{RR} Repetibilidad / Resolución	B	Gauss	2,5 ppm	2,5	0,5	1,250
u _{EM} Estación Meteorológica	B	Gauss	0,385 ppm	0,385	0,5	0,193
u _T Diferencia de Temperatura	B	Gauss	1 °C	0,928	0,5	0,464
u _P Diferencia de Presión	B	Gauss	0,4 KPa	1,063	0,5	0,532
u _H Diferencia de Humedad Relativa	B	Gauss	5%	0,041	0,5	0,021
u _{TP} Temperatura y Presión	Comb.					1,539
u _{PH} Presión y Humedad Relativa	Comb.					1,472
u _{TH} Temperatura y Humedad Relativa	Comb.					0,448
u _{PTH} Presión, Temperatura y Humedad	Comb.					1,539
Incertidumbre estándar combinada, u _c						3,931
Incertidumbre expandida (k=2), U						7,862

Tabla 2.4: Valores de la tabla de incertidumbres para el modo interferómetro.

Donde u_c se calcula como:

$$u_c = \sqrt{u_{AA}^2 + u_{RR}^2 + u_{EM}^2 + u_T^2 + u_P^2 + u_H^2 + u_{TP}^2 + u_{PH}^2 + u_{TH}^2 + u_{PTH}^2}$$

Y la incertidumbre expandida como:

$$U = k \cdot u_c = 2 \cdot u_c$$

La tabla de incertidumbres para el modo ADM es la siguiente:

Nombre de la Componente	Tipo de Evaluación	Tipo de Distribución	Límite de variación a* [unidad]	Límite de variación a [μm/m]	Factor de distribución b	Incertidumbre u_{xx} [μm/m]
u_{AA} Precisión Absoluta	Cert.				0,5	[*]
u_{RR} Repetibilidad / Resolución	Cert.		15 μm	15		15
u_{EM} Estación Meteorológica	B	Gauss	0,385 ppm	0,385	0,5	0,193
u_T Diferencia de Temperatura	B	Gauss	1 °C	0,928	0,5	0,464
u_P Diferencia de Presión	B	Gauss	0,4 KPa	1,063	0,5	0,532
u_H Diferencia de Humedad Relativa	B	Gauss	5%	0,041	0,5	0,021
u_{TP} Temperatura y Presión	Comb.					1,539
u_{PH} Presión y Humedad Relativa	Comb.					1,472
u_{TH} Temperatura y Humedad Relativa	Comb.					0,448
u_{PTH} Presión, Temperatura y Humedad Relativa	Comb.					1,539
Incertidumbre estándar combinada, u_c						[**]
Incertidumbre expandida (k=2), U						[***]

Tabla 2.5: Valores de la tabla de incertidumbres para el modo ADM.

[*] La precisión absoluta depende de la distancia.

[**] La incertidumbre estándar combinada, u_c , depende de todas las incertidumbres, por lo tanto al depender u_{AA} de la distancia, u_c también dependerá de la distancia.

[***] $U = k \cdot u_c$

Nota: Se va a suponer que las variaciones debidas a las condiciones ambientales para el modo ADM son similares a las del modo interferómetro. Esta suposición se va a hacer debido a que las variaciones que se están teniendo en consideración son pequeñas y a que para lograr

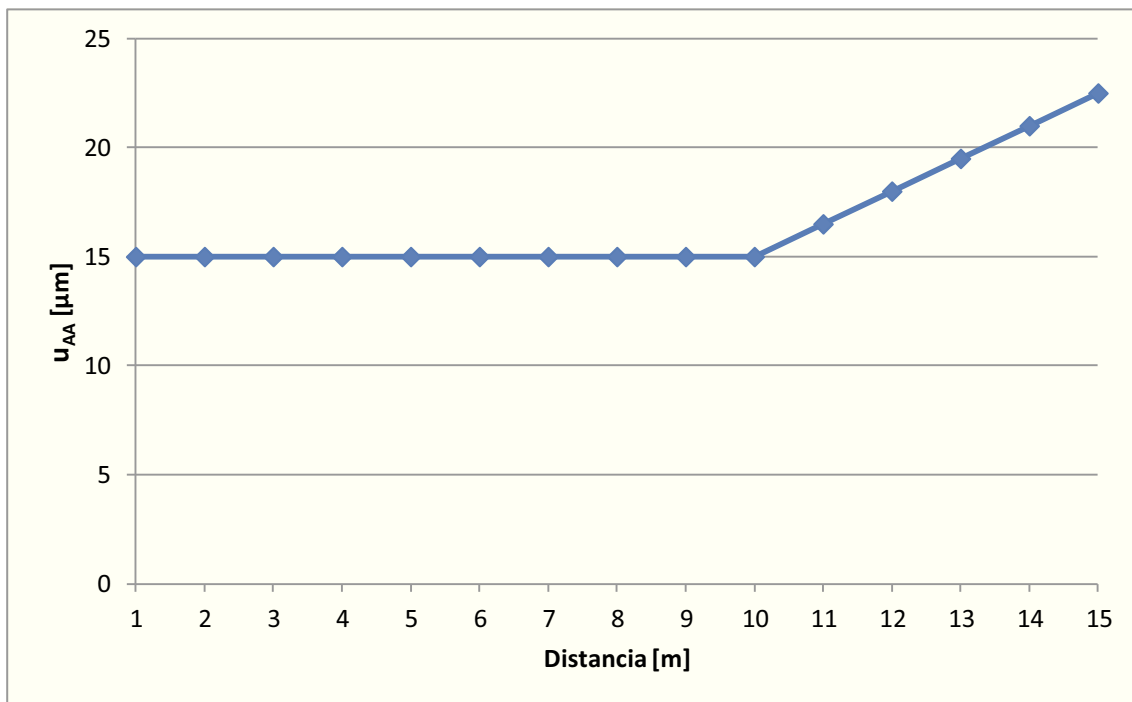
un cálculo preciso serían necesarios datos concretos de funcionamiento del modo ADM que no se especifican en el manual del Laser Tracker.

[*] Cálculo de u_{AA} para el modo ADM:

Las especificaciones del Laser Tracker (ver Anexo D) indican que la precisión absoluta del Laser Tracker es de $\pm 15 \mu\text{m}$ para $d \leq 10 \text{ m}$ y de 1,5 ppm para $d > 10 \text{ m}$, siendo d la distancia entre el Laser Tracker y el retroreflector.

$d \text{ [m]}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
$u_{AA} \text{ [}\mu\text{m]}$	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	22,5	30	37,5	45

Tabla 2.6: Valores de u_{AA} en función de la distancia para el modo ADM.



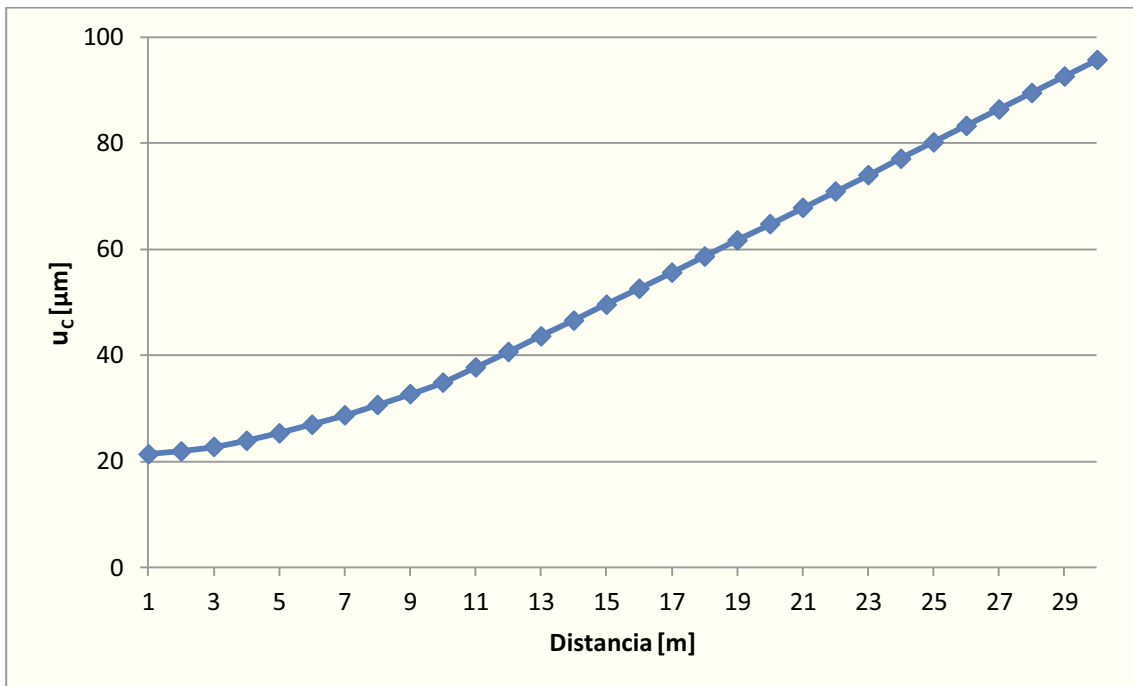
Gráfica 2.1: Valores de u_{AA} en función de la distancia para el modo ADM.

[**] Cálculo de u_c para el modo ADM:

d [m]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
u_c [μm]	21,4	21,9	22,8	23,9	25,3	27,0	28,7	30,7	32,7	34,9	49,6	64,8	80,2	95,7
u_c [ppm]	21,4	11,0	7,6	6,0	5,1	4,5	4,1	3,8	3,6	3,5	3,3	3,2	3,2	3,2

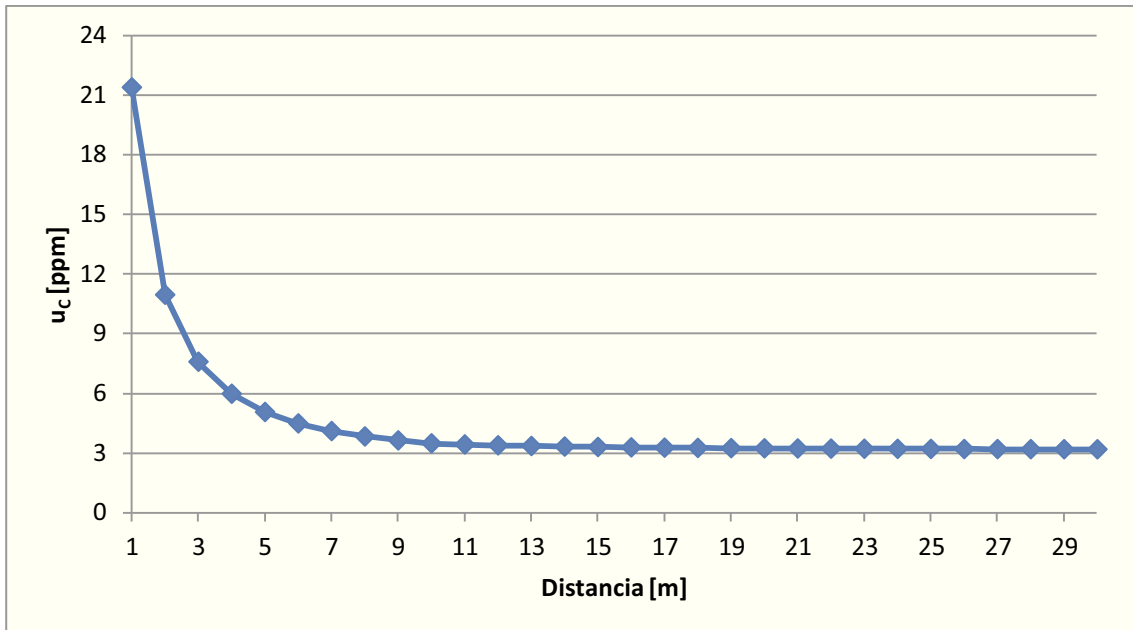
Tabla 2.7: Valores de u_c en función de la distancia para el modo ADM.

Se observa que la incertidumbre u_c aumenta con la distancia:



Gráfica 2.2: Valores de u_c en función de la distancia para el modo ADM.

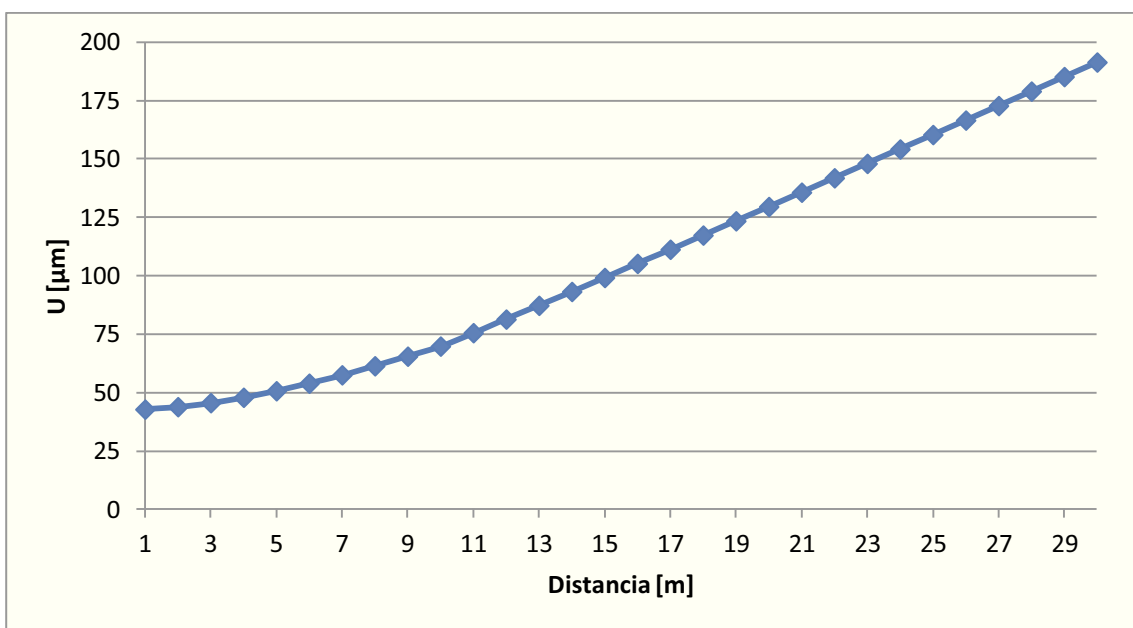
Sin embargo, aunque la incertidumbre medida en μm aumenta con la distancia, la incertidumbre medida en ppm disminuye:



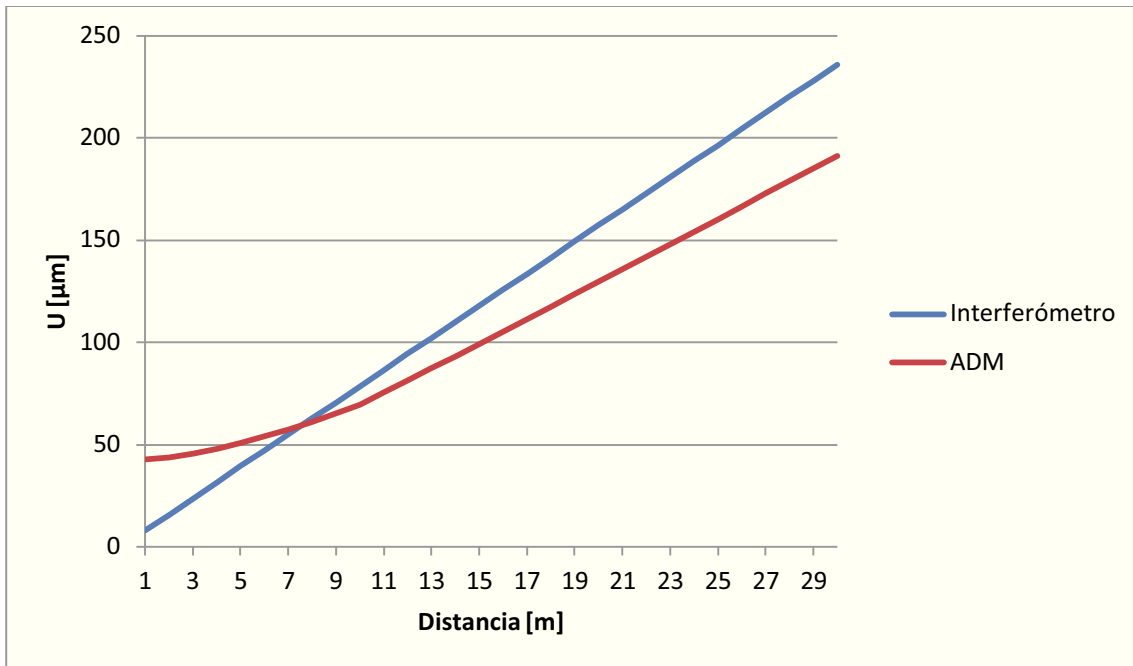
Gráfica 2.3: Valores de u_c en función de la distancia para el modo ADM.

[***] Cálculo de U para el modo ADM:

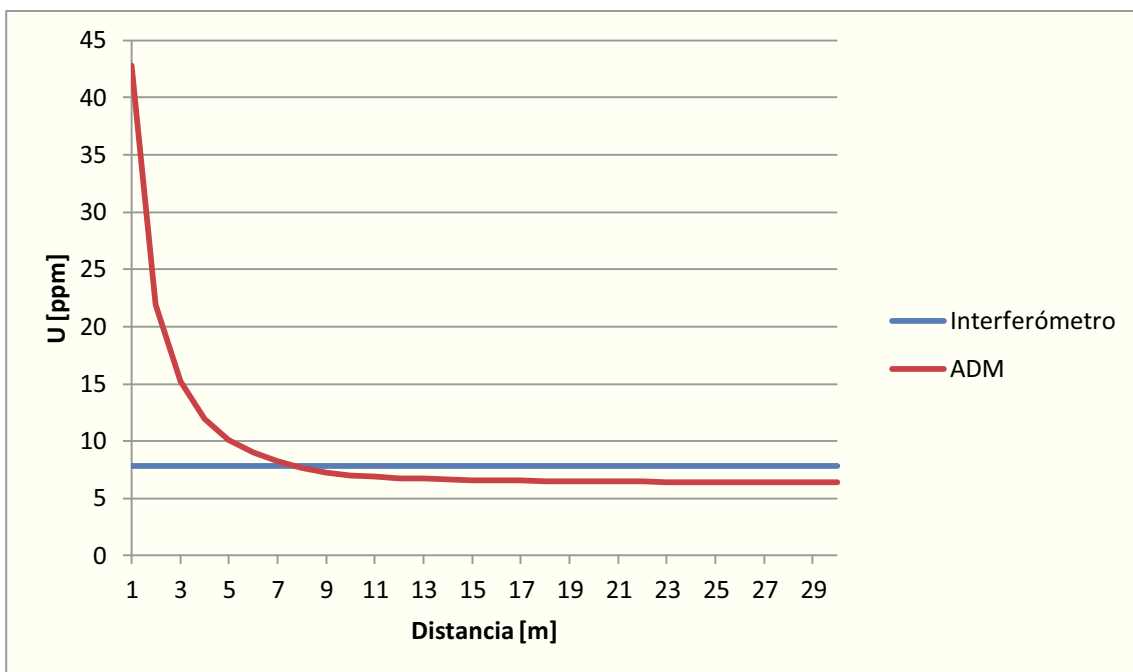
$$U = 2 \cdot u_c$$



Gráfica 2.4: Valores de U en función de la distancia para el modo ADM.



Gráfica 2.5: Comparativa de U en función de la distancia para el modo ADM e Interferómetro.



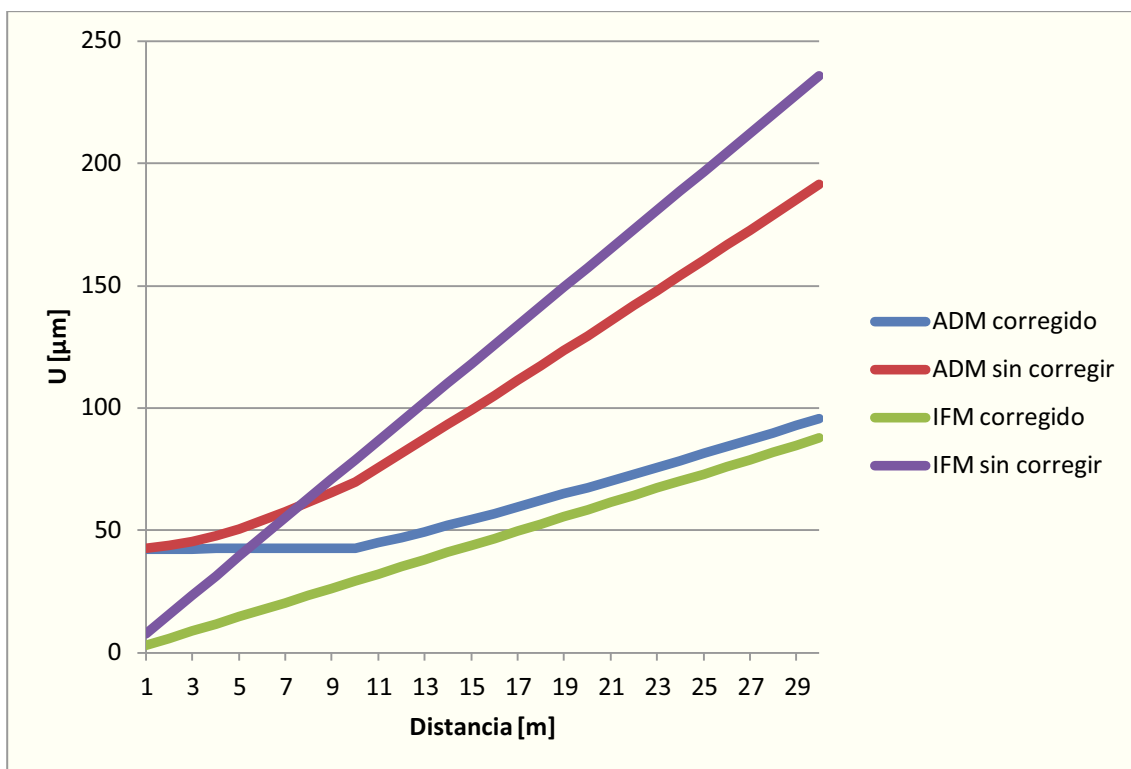
Gráfica 2.6: Comparativa de U en función de la distancia para el modo ADM e Interferómetro.

Las Gráficas 2.5 y 2.6 muestran que la incertidumbre expandida para distancias menores de 7,723 metros es menor en modo interferómetro y a partir de esa distancia es menor si el Laser Tracker trabaja en modo ADM.

2.4. Mejora de la incertidumbre:

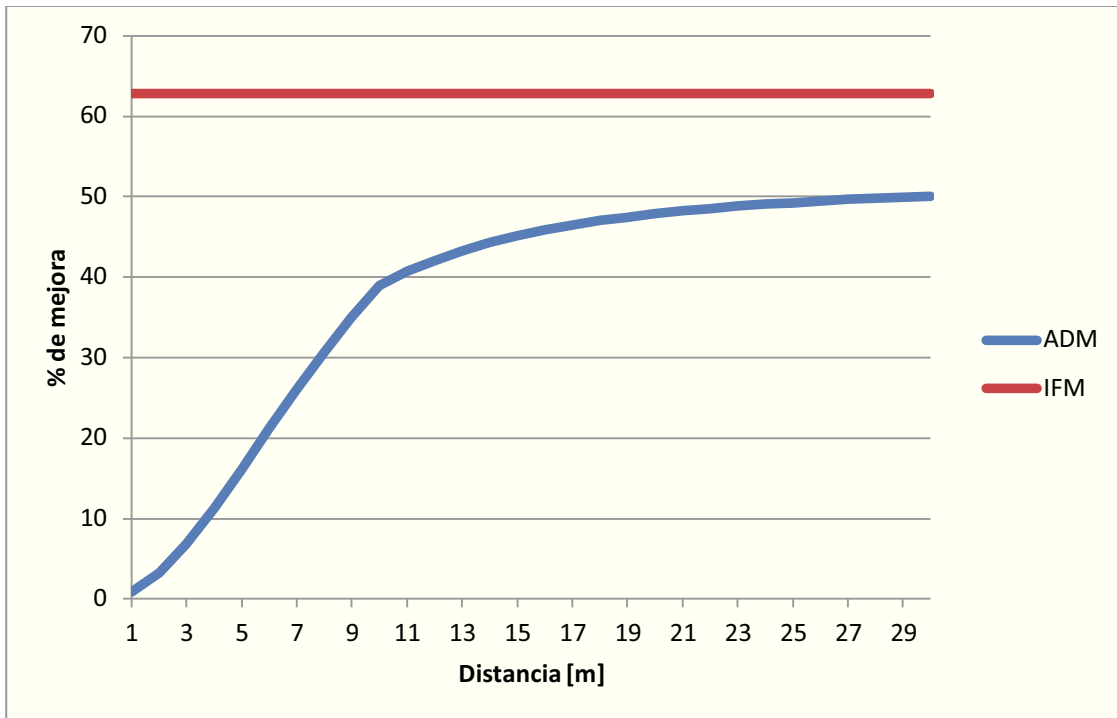
Las incertidumbres expandidas calculadas en el apartado 2.3. son las que se esperan encontrar, en función de la distancia, en una medición en la que no se conocen a la perfección las condiciones atmosféricas.

Si se lograsen conocer las condiciones atmosféricas y realizar la corrección en la medición, se reducirían notablemente las incertidumbres de medida. La Gráfica 2.7 muestra los valores tanto en ADM como en Interferómetro de las incertidumbres para los dos casos, corrigiendo las condiciones ambientales y sin corregirlas.



Gráfica 2.7: Incertidumbres expandidas tanto en ADM como en interferómetro en los casos de tener información completa del ambiente y sin información completa.

La siguiente gráfica muestra, en función de la distancia y del modelo con el que se trabaje, el porcentaje de mejora de la incertidumbre que se espera encontrar si el Laser Tracker recibe información completa de las condiciones ambientales.



Gráfica 2.8: Porcentaje de mejora de la incertidumbre si se le da información completa de las condiciones ambientales al Laser Tracker.

En modo interferómetro se consigue una mejora del 62,84% independientemente de la distancia que se esté midiendo. Mientras que, para el modo ADM se logra una mejora muy baja de la incertidumbre para mediciones de corta distancia, aumentando este porcentaje de mejora hasta alcanzar el 50% cuando la distancia entre Laser Tracker y retrorreflector es de 30 metros.

En la práctica, que el Laser Tracker disponga de información completa y perfecta de las condiciones ambientales es imposible, pero cuanto más completa sea la información que recibe, menor será la incertidumbre de medida esperada, por eso a lo largo del Proyecto se le dará información adicional a la que le da su estación meteorológica.

Capítulo 3

Ensayos:

3.1. Configuración de los ensayos:

El objetivo de los ensayos es medir una distancia fija con condiciones ambientales variables y, con los datos recogidos por los sensores, corregir el error en la medida de la distancia debido a la falta de información completa de las condiciones atmosféricas y de este modo reducir el valor de la incertidumbre de la medida.

Los ensayos se realizan en el departamento de fabricación. El Laser Tracker y el reflector se mantienen a una distancia fija. Se colocan sensores de temperatura, presión y humedad relativa en cuatro puntos, uno en el Laser Tracker, otro en el reflector y otros dos en puntos intermedios a lo largo del camino del láser, de manera que la geometría resultante sería similar a la que muestra la Figura 3.1.

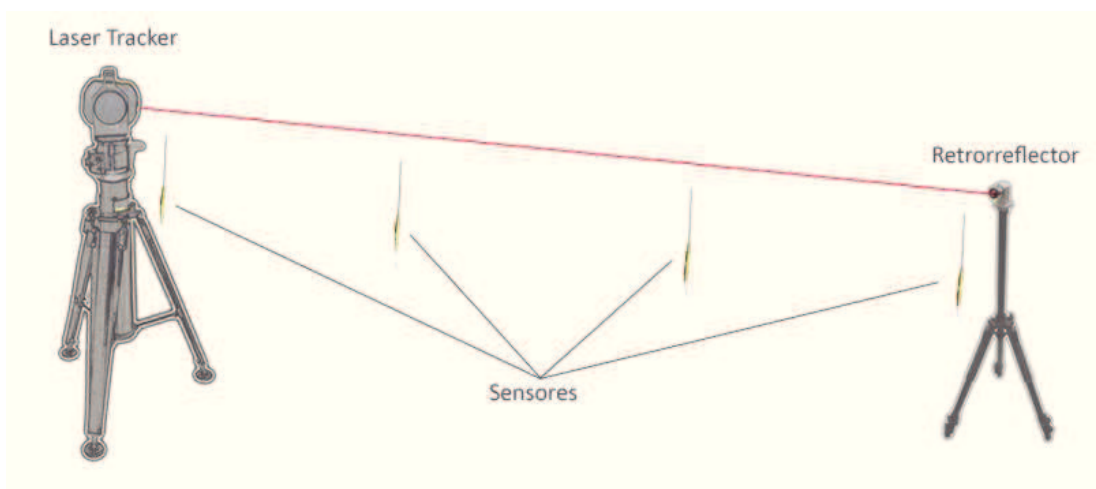


Figura 3.1: Disposición de los sensores en los experimentos.

Una vez colocados los sensores es necesario conocer a qué distancia del Laser Tracker se encuentran, para ello se utiliza el propio Laser Tracker tomando la coordenada ρ de un sistema de coordenadas esférica. Tras conocer la posición de cada sensor, se sitúa el retroreflector en un punto fijo, se pone en marcha el Laser Tracker y se toman los datos de distancias. Al mismo tiempo los sensores almacenan los datos de temperaturas, presiones y humedades relativas en los cuatro puntos.

Gracias a los sensores se tienen datos de temperatura, presión y humedad en cuatro puntos del recorrido del láser. Con esta información y la ecuación de Edlén, se puede conocer el valor de los índices de refracción en estos cuatro puntos y hacer una aproximación lineal para cada punto del espacio, como se muestra en la Figura 3.2:

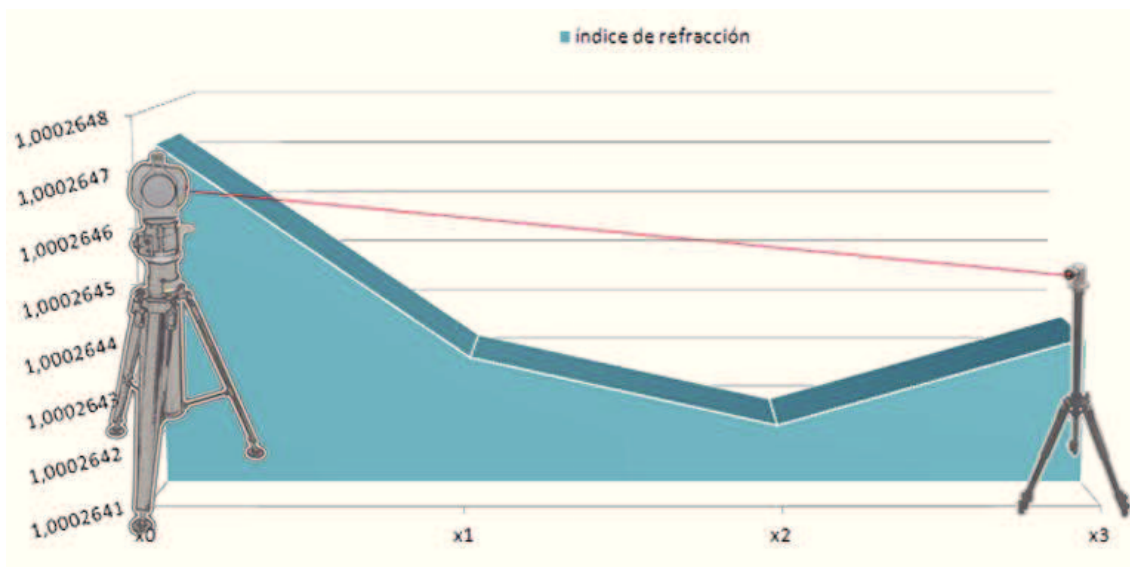


Figura 3.2: índices de refracción a lo largo del espacio.

De este modo se ha dividido el recorrido del láser en tres tramos cuyo índice de refracción puede ser calculado en cada tramo mediante la ecuaciones lineales del tipo: $n_i(x) = a_i x + b_i$, donde:

$i = 1, 2, 3...$ es el subíndice que indica el número del tramo (tramo 1, tramo 2, tramo 3,...)

a_i es la pendiente de la ecuación del tramo i y se calcula cómo:

$$a_i = \frac{n_{i-1} - n_i}{x_{i-1} - x_i}$$

b_i es el término independiente de la ecuación del tramo i y se calcula cómo:

$$b_i = n_{i-1} - \frac{n_{i-1} - n_i}{x_{i-1} - x_i} \cdot x_{i-1}$$

$$n_i(x) = a_i \cdot x + b_i \quad \forall x \in [x_{i-1}, x_i] \text{ Con } x \text{ en metros.}$$

Tras calcular los índices de refracción en los tres tramos que recorre el láser, se tendrá una aproximación de los índices de refracción que atraviesa el láser a lo largo del espacio en un instante determinado.

Para determinar la distancia d_i que debería medir el Laser Tracker en el tramo i cuya distancia de real es d^*_i se recurre a la fórmula:

$$d_i = (1 + \mu_i) \cdot d^*_i$$

Donde:

$$\mu_i = \frac{n_i(x)}{n_{LT}} - 1$$

$$d^*_i = x_i - x_{i-1}$$

Entonces:

$$d_i = \frac{n_i(x)}{n_{LT}} \cdot d^*_i$$

Para calcular en cada tramo la distancia que realmente recorre el láser, se integra:

$$d_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{n_i(x)}{n_{LT}} \cdot dx$$

$$d_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{n_i(x)}{n_{LT}} \cdot dx = \frac{1}{n_{LT}} \int_{x_{i-1}}^{x_i} n_i(x) \cdot dx = \frac{1}{n_{LT}} \int_{x_{i-1}}^{x_i} (a_i x + b_i) \cdot dx$$

Resolviendo la integral se obtiene:

$$d_i = \frac{1}{n_{LT}} \cdot \frac{1}{2 \cdot a_i} \cdot [(a_i \cdot x_i + b_i)^2 - (a_i \cdot x_{i-1} + b_i)^2]$$

Finalmente, el error se calcula como:

$$e_i = d_i - d^*_i = \frac{1}{n_{LT}} \cdot \frac{1}{2 \cdot a_i} \cdot [(a_i \cdot x_i + b_i)^2 - (a_i \cdot x_{i-1} + b_i)^2] - (x_i - x_{i-1})$$

Capítulo 4

Comprobaciones del Laser Tracker:

4.1. Comprobación ante variaciones de temperatura:

4.1.1. Configuración del ensayo:

Por una parte se colocan el Laser Tracker y el retrorreflector a una distancia fija. Se colocan sensores de temperatura, presión y humedad relativa a lo largo del recorrido del láser para conocer el valor de esas magnitudes durante el experimento. Por otra parte, a una distancia lo suficientemente alejada como para que no afecte al aire que hay entre el Laser Tracker y el retrorreflector, se coloca la estación meteorológica del Laser Tracker y una estufa que, en un momento determinado, se encenderá para calentar únicamente la estación meteorológica del Laser Tracker. De este modo, se engañará al Laser Tracker haciéndole creer que se ha calentado el aire de toda la habitación.



Figura 4.1: Configuración del ensayo.

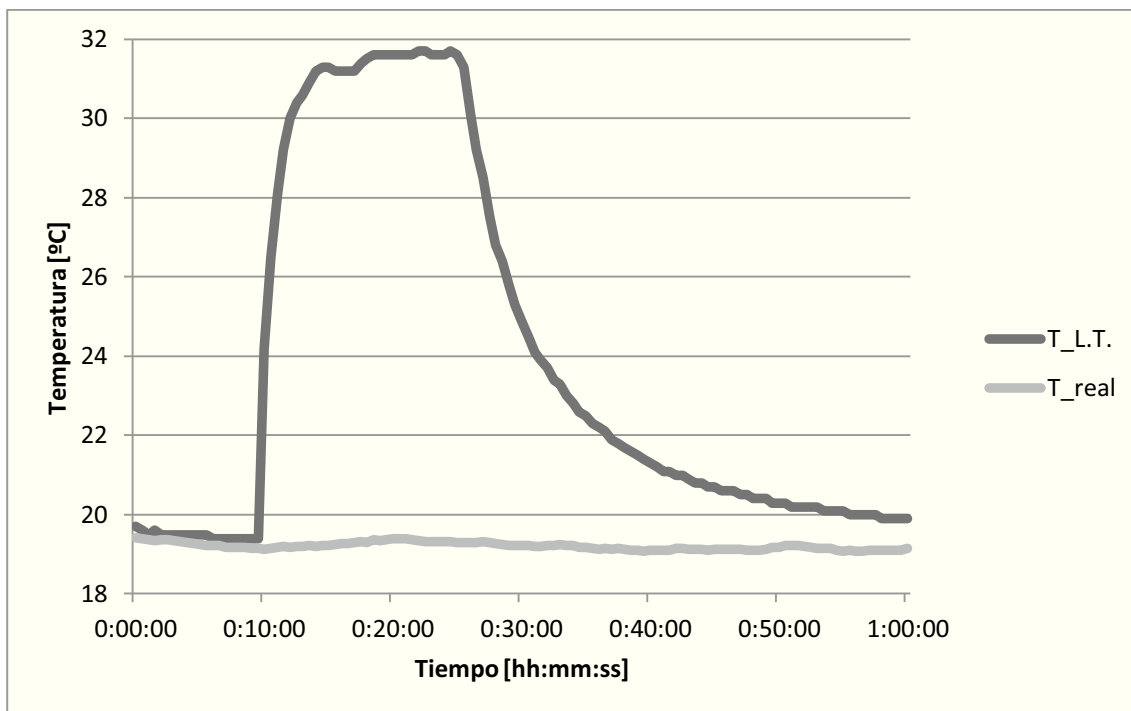
4.1.2. Objetivo del experimento:

El objetivo del experimento es comprobar la reacción del Laser Tracker ante un cambio de temperatura. Con esto se demostrará que el Laser Tracker realiza la corrección necesaria ante los cambios de temperatura.

4.1.3. Resultados del experimento:

El experimento se realiza a diferentes distancias. Los resultados que se van a mostrar son de un ensayo en el que la distancia entre Laser Tracker y retroreflector es de aproximadamente 5 metros.

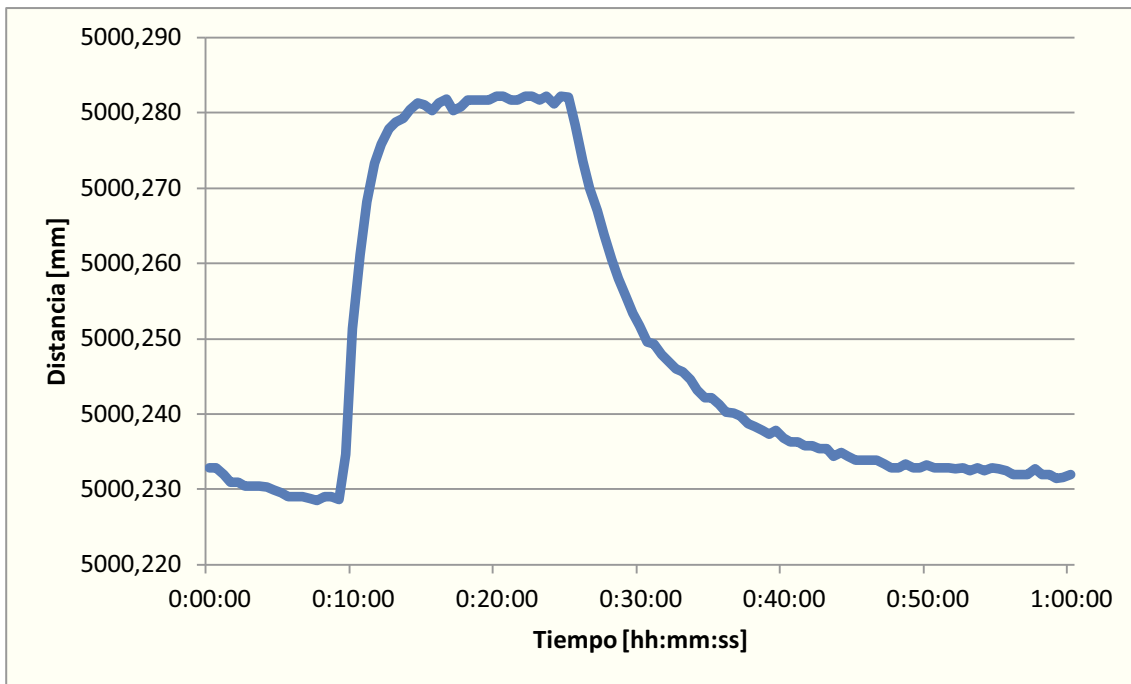
El ensayo dura una hora. Durante los primeros diez minutos, se toman datos con normalidad. Pasado ese tiempo, se enciende la fuente de calor que calienta la estación meteorológica del Laser Tracker haciéndole creer que las condiciones ambientales han cambiado. La Gráfica 4.1 muestra las temperaturas que la estación meteorológica detecta y transmite al Laser Tracker (Est. Met.) y las que realmente hay en el cabezal del Laser Tracker (L.T.):



Gráfica 4.1: Temperatura real del ensayo (T_{real}) frente a la que el LT cree que hay ($T_{L.T.}$).

Quince minutos después de encender la fuente de calor, se apaga para observar el proceso de enfriamiento de la estación meteorológica.

A lo largo de la hora de ensayo, el Laser Tracker recoge los datos de distancias que se muestran en la Gráfica 4.2:



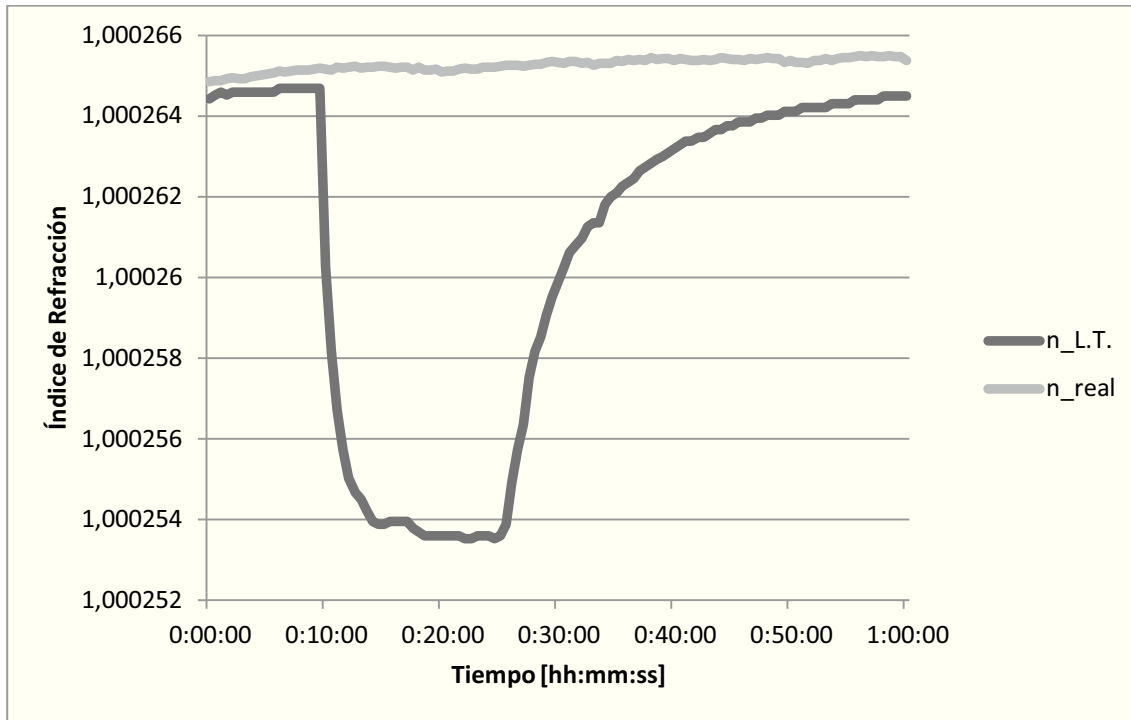
Gráfica 4.2: Distancia entre el Laser Tracker y el retroreflector según el Laser Tracker.

La variación de 50 μm en la medición que se observa se debe a la compensación que realiza el Laser Tracker al pensar que el ambiente se halla a casi 32°C.

Esto demuestra que el Laser Tracker realiza compensación ante variaciones de temperatura.

En el caso del ensayo, dicha variación va a ser tratada como error que se le ha inducido al Laser Tracker, ya que se le ha hecho creer que hay unas condiciones ambientales falsas. Por lo tanto, teniendo la información que el Laser Tracker cree que hay y la información real del ambiente, es posible calcular el error que comete el Laser Tracker y corregirlo.

Con los datos de las temperaturas, las presiones atmosféricas y las humedades relativas, se calculan los índices de refracción tanto del espacio que realmente recorre el láser como el que el Laser Tracker cree que hay en todo el espacio debido a los datos que le proporciona la estación meteorológica. La Gráfica 4.3 muestra la evolución a lo largo del tiempo de ambos índices de refracción.



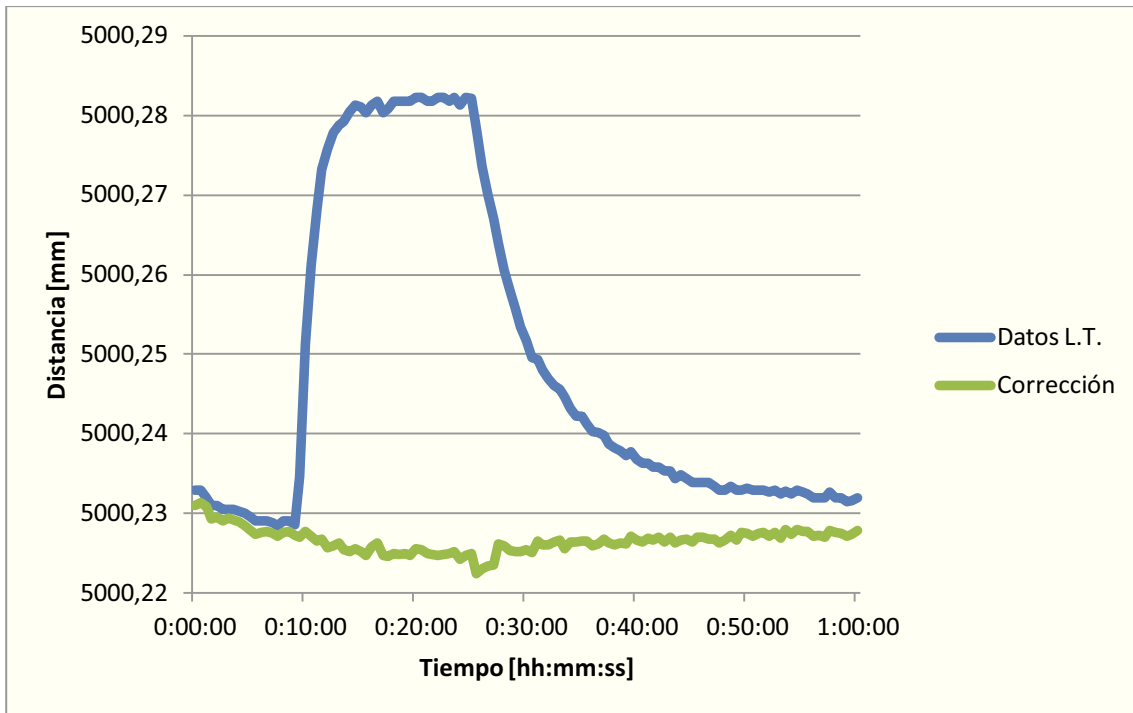
Gráfica 4.3: Índice de refracción real del ensayo (n_{real}) frente al que el Laser Tracker cree que hay ($n_{L.T.}$).

Y como ya se ha visto en el capítulo 3, Ensayos, el error se puede calcular con la siguiente fórmula:

$$e = d - d^* = \frac{n_{real}(x)}{n_{LT}} \cdot d^* - d^*$$

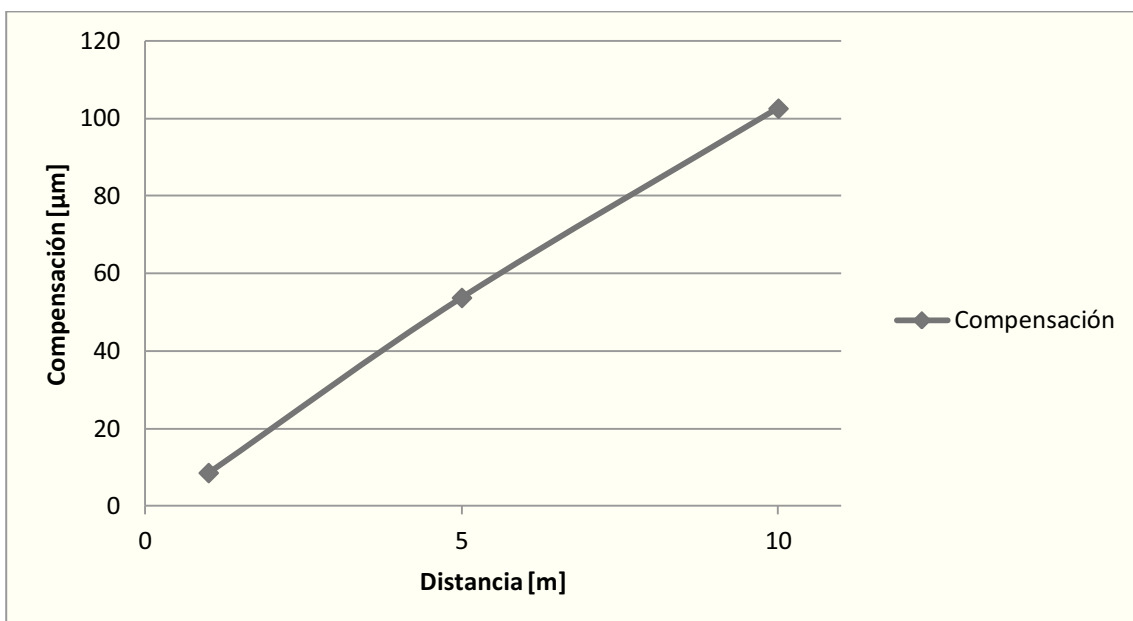
Donde d representa el valor de la distancia que el Laser Tracker cree que recorre en un tramo de distancia d^* . En este caso se ha tomado $d^* = 5$ metros. d^* no tiene que ser necesariamente el valor exacto de la medición ya que, lo que se trata de calcular es la variación provocada por las condiciones ambientales. $n_{real}(x)$ es el valor del índice de refracción en cada punto del espacio y n_{LT} el índice de refracción que el Laser Tracker cree que hay en todo el espacio.

Calculando el error en cada instante y restándoselo a los datos que proporciona el Laser Tracker, se puede corregir la medición como se muestra en la Gráfica 4.4:



Gráfica 4.4: Corrección del error inducido al Laser Tracker.

El experimento se ha realizado también para distancias entre Laser Tracker y retroreflector de 1 metro y 10 metros. Y, para aproximadamente la misma variación de temperatura, se midió el valor en micras de la compensación máxima realizada por el Laser Tracker. Los valores son los mostrados en la Gráfica 4.5:



Gráfica 4.5: Valores de la compensación para distintas distancias entre Laser Tracker y retroreflector.

Esto último demuestra que la compensación es lineal conforme a la distancia, por lo que el Laser Tracker asume el índice de refracción del ambiente homogéneo.

4.1.4. Conclusiones del experimento:

De este experimento se puede concluir que el Laser Tracker realiza una compensación correcta ante cambios de temperatura, pero también se comprueba que el Laser Tracker asume que el índice de refracción es homogéneo en todo el recorrido del láser, lo cual le lleva a cometer errores por información incompleta de las condiciones ambientales.

4.2. Comprobación ante variaciones de presión:

4.2.1. Configuración del ensayo:

Por una parte se colocan el Laser Tracker y el retroreflector a una distancia fija. Por otra parte, a una distancia lo suficientemente alejada como para que no afecte al aire que hay entre el Laser Tracker y el retroreflector, se coloca la estación meteorológica del Laser Tracker. En un momento determinado, se le aplica un chorro de aire comprimido para aumentar la lectura de presión atmosférica únicamente la estación meteorológica del Laser Tracker. De este modo, se engañará al Laser Tracker haciéndole creer que se ha aumentado la presión de toda la habitación.

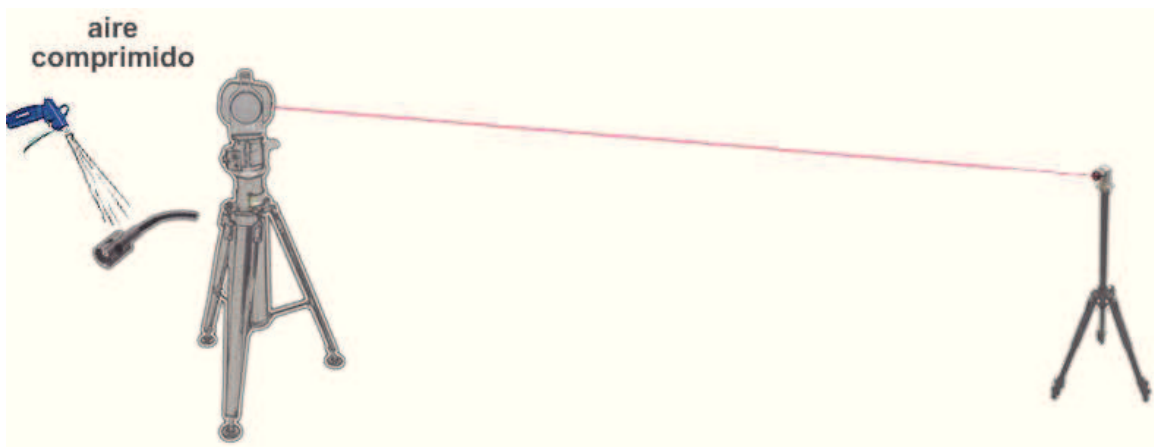


Figura 4.2: Configuración del ensayo.

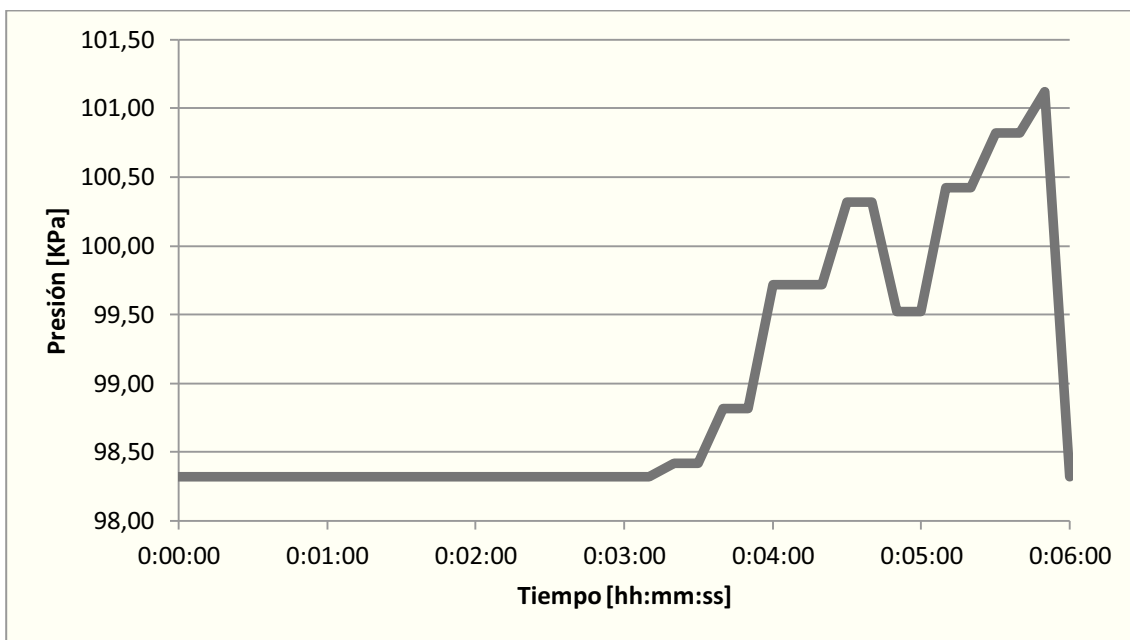
4.2.2. Objetivo del experimento:

El objetivo del experimento es comprobar la reacción del Laser Tracker ante un cambio de presión atmosférica. Con esto se demostrará que el Laser Tracker realiza la corrección necesaria ante los cambios de esta magnitud.

4.2.3. Resultados del experimento:

El ensayo es de corta duración ya que no es recomendable aplicar aire comprimido durante tiempo prolongado sobre la estación meteorológica.

Durante los primeros 3 minutos se tomaron datos con las condiciones ambientales del taller, pasado ese tiempo se aplica el aire comprimido sobre la estación meteorológica y se toman datos durante otros 3 minutos. Las presiones atmosféricas registradas por la estación meteorológica del Laser Tracker se muestran en la Gráfica 4.6.

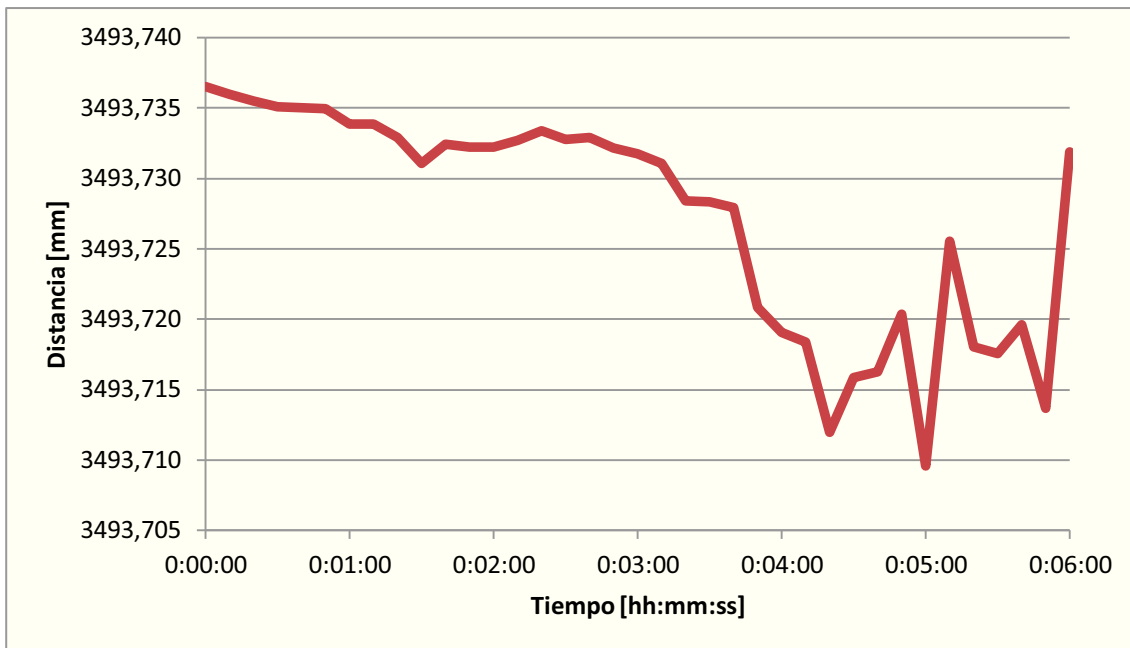


Gráfica 4.6: Presión atmosférica.

El último punto ha sido tomado retirando el aire comprimido para comprobar que la presión atmosférica real no ha variado en el ambiente.

Durante los 6 minutos de ensayo, las condiciones ambientales reales del taller fueron aproximadamente constantes. La temperatura fue 18,2°C y la presión atmosférica 98,32 KPa.

Sin embargo, el Laser Tracker al recibir los datos de presión vistos en la Gráfica 4.6 obtuvo los siguientes datos de medición:



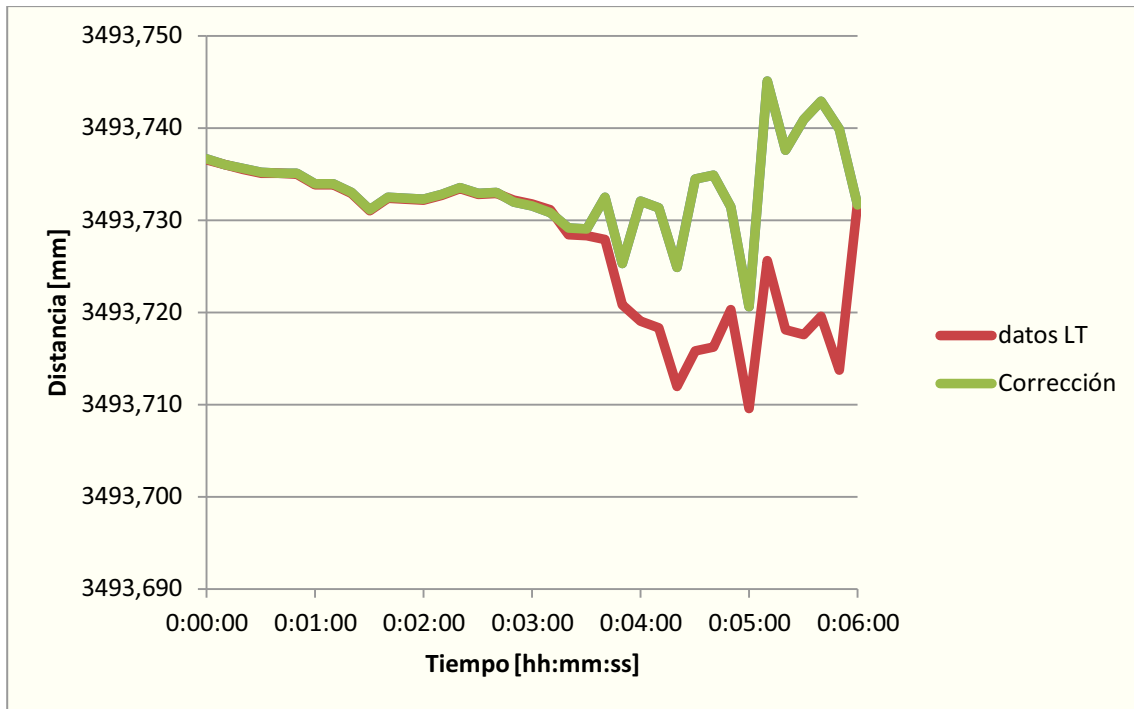
Gráfica 4.7: Distancia entre el Laser Tracker y el retroreflector según el Laser Tracker.

La variación en la medición que se observa en los últimos 3 minutos se debe a la compensación que realiza el Laser Tracker al pensar que la presión atmosférica ha aumentado en el taller.

Esto demuestra que el Laser Tracker realiza compensación ante variaciones de presión.

En el caso del ensayo, al igual que en el ensayo anterior (apartado 4.1.), la variación en la medición provocada por la variación de la presión va a ser tratada como error que se le ha inducido al Laser Tracker, ya que se le ha hecho creer que hay unas condiciones ambientales falsas. Por lo tanto, teniendo la información que el Laser Tracker cree que hay y la información real del ambiente, es posible calcular el error que comete el Laser Tracker y corregirlo.

El error se calcula de forma análoga al error calculado en el capítulo anterior, y al restárselo a los datos de distancia que el Laser Tracker ha obtenido, se obtiene la distancia corregida como se muestra en la Gráfica 4.8.



Gráfica 4.8: Corrección del error inducido al Laser Tracker.

4.2.4. Conclusiones del experimento:

De este experimento se puede concluir que el Laser Tracker realiza compensación ante cambios de presión atmosférica.

Capítulo 5

Experimentos con el Laser Tracker:

5.1. Experimento en el taller:

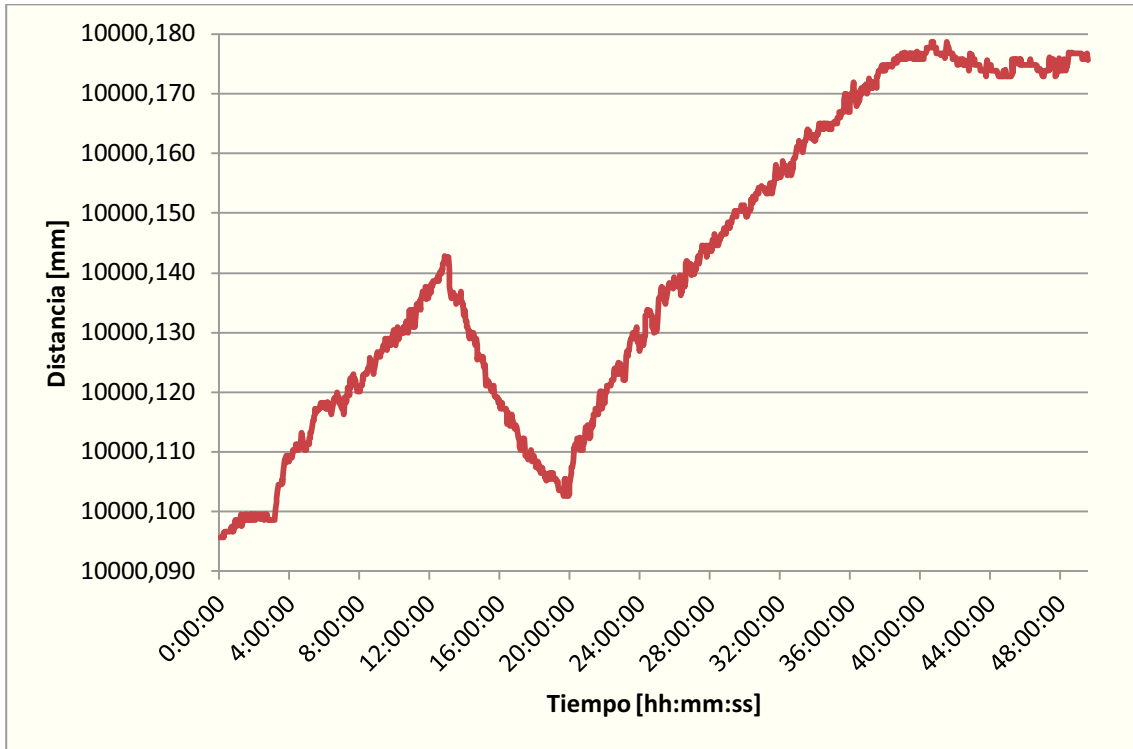
5.1.1. Configuración del experimento:

Se colocan el Laser Tracker y el retroreflector a una distancia fija de aproximadamente 10 metros. Además, se ha colocado un sensor de temperatura, presión y humedad en el Laser Tracker y otro en el reflector. Entre el Laser Tracker y el retroreflector se han colocado 7 sensores de temperatura para conocer esta magnitud en cada punto del espacio que recorre el láser.

Se ha situado el retroreflector en una zona cerca de la puerta metálica del taller, por lo que la temperatura en los últimos metros recorridos por el láser es propensa a disminuir debido al frío que se transfiere por convección del exterior. En un momento determinado del ensayo, se dieron las temperaturas que muestra la Figura 5.1:

5.1.3. Resultados del experimento:

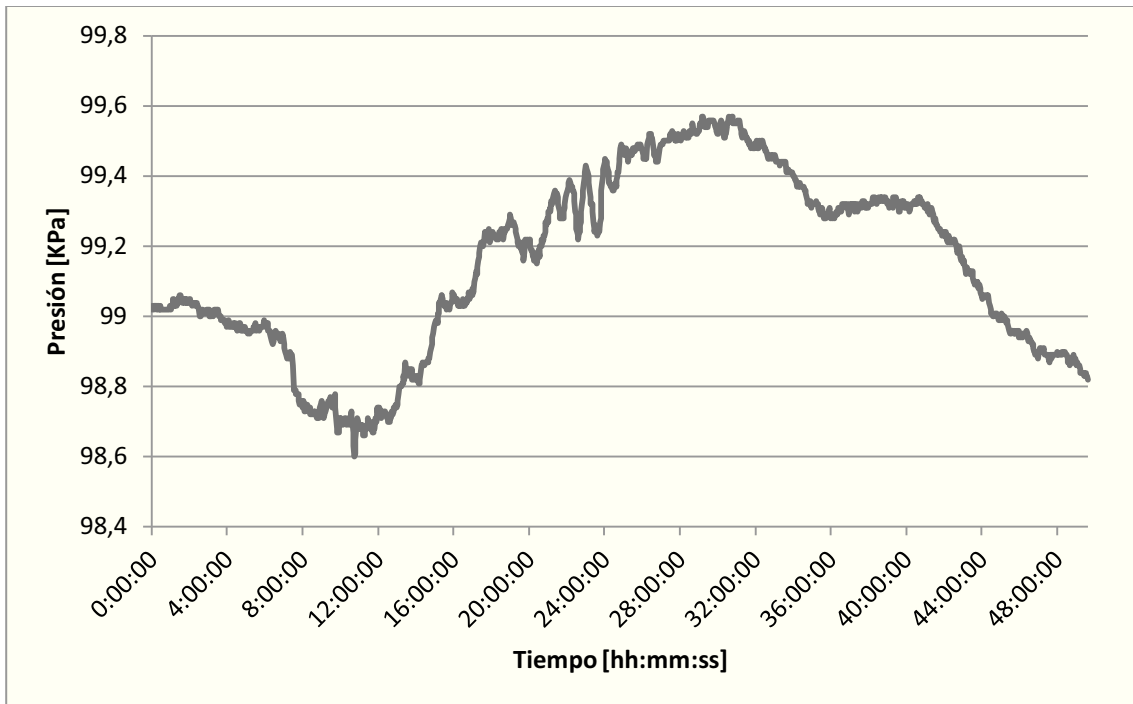
La Gráfica 5.1 muestra los datos registrados por el Laser Tracker durante las 49 horas y media que estuvo midiendo el Laser Tracker:



Gráfica 5.1: Datos registrados por el Laser Tracker.

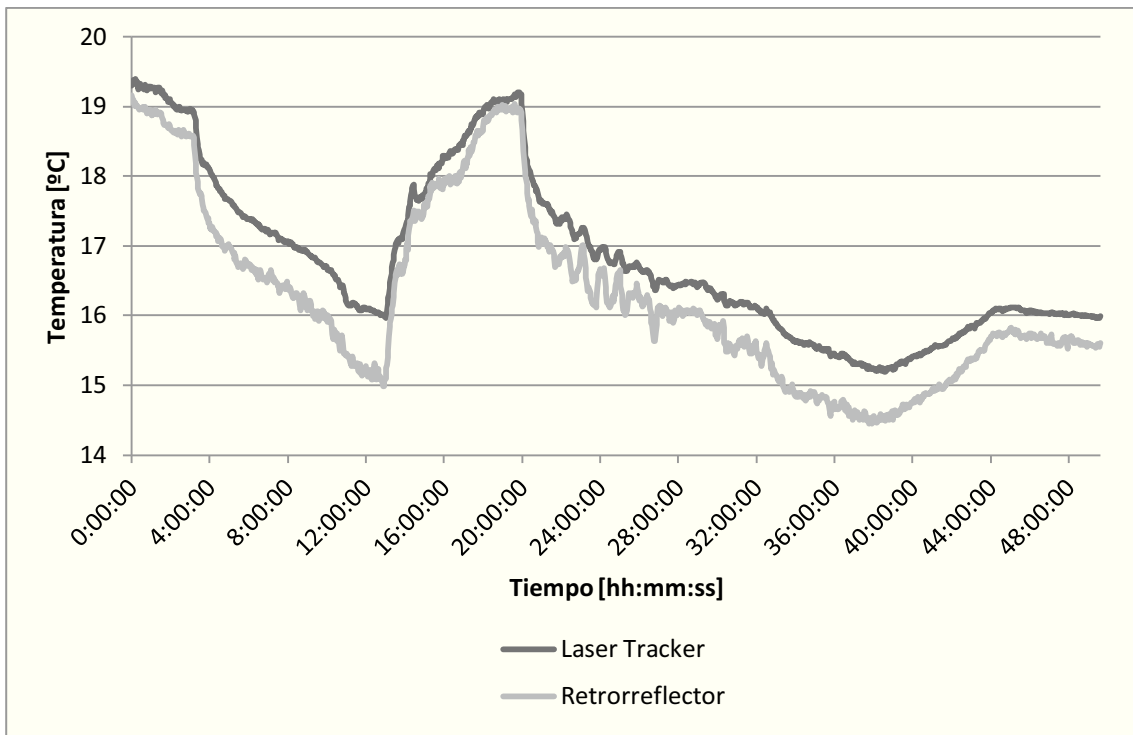
A lo largo del experimento se ha producido una variación de más de 83 μm .

La Gráfica 5.2 muestra los valores de presión atmosférica que se dieron a lo largo del experimento:



Gráfica 5.2: Presión atmosférica.

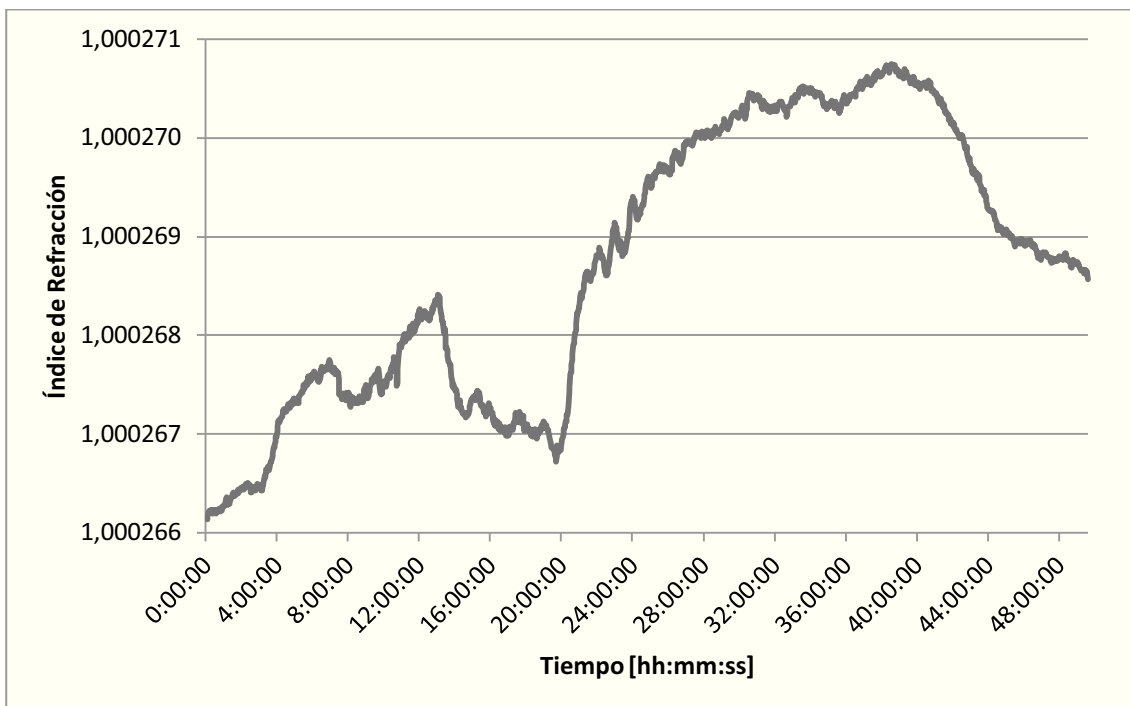
La Gráfica 5.3 muestra los valores de temperatura que se dieron a lo largo del experimento tanto en el Laser Tracker como en el retrorreflector:



Gráfica 5.3: Temperatura.

Se observa cómo en determinados momentos la diferencia de temperatura entre el Laser Tracker y el retroreflector alcanza los 1,2°C. También puede verse que existe una fuerte relación entre la temperatura y la medida. Cuando la temperatura baja, la medida sube y viceversa.

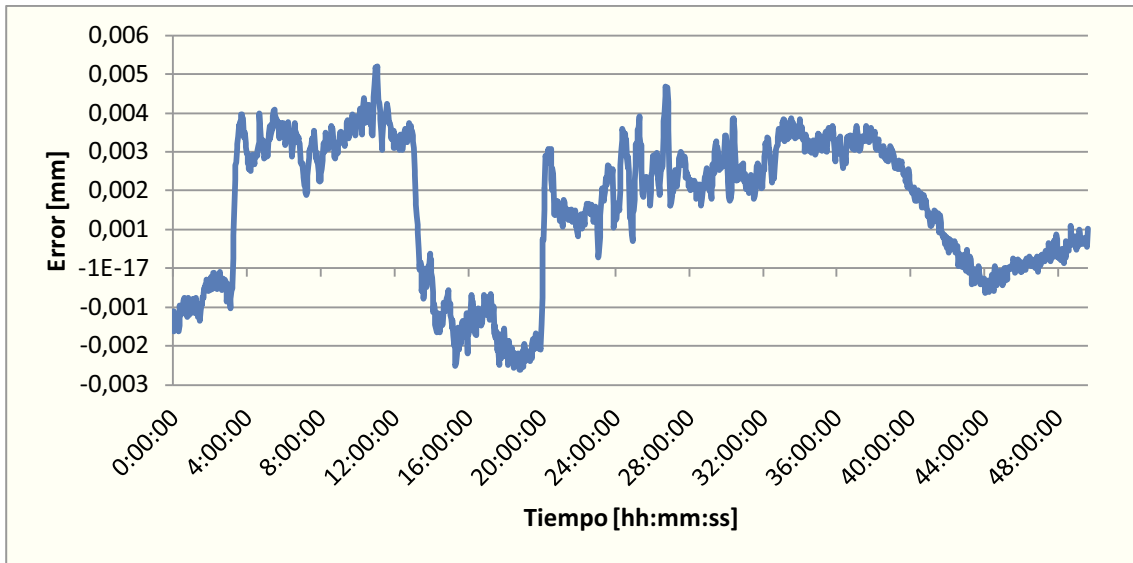
La Gráfica 5.4 muestra el índice de refracción en el Laser Tracker para cada instante de tiempo, calculado mediante la ecuación de Edlén a partir de los datos de presión y temperatura registrados por la estación meteorológica:



Gráfica 5.4: Índice de refracción en el Laser Tracker.

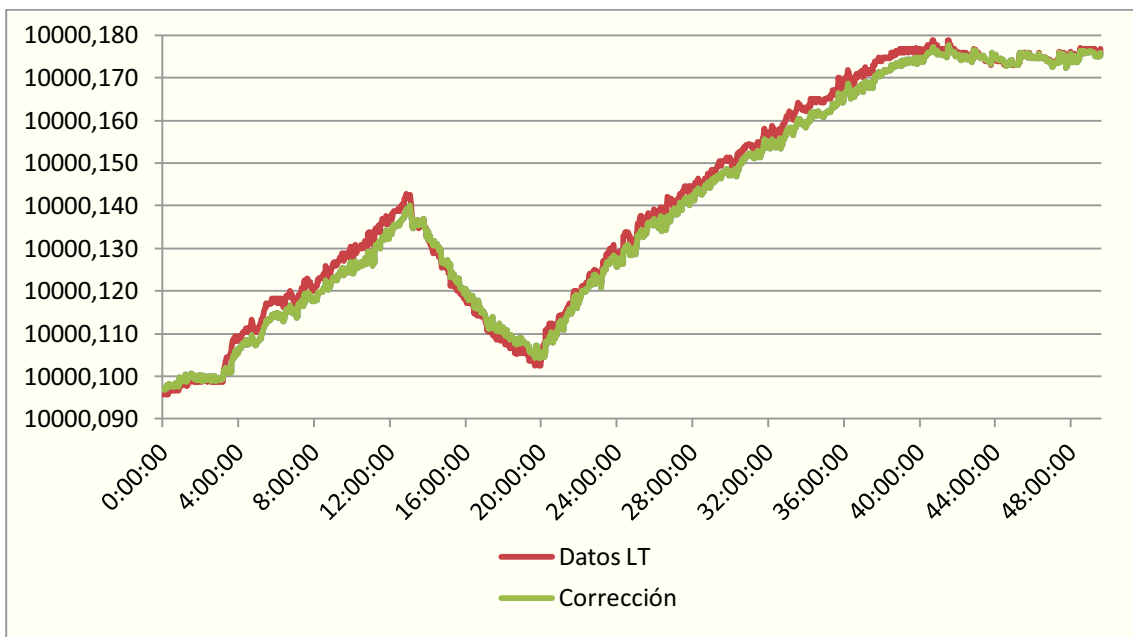
Con los valores del índice de refracción en cada punto del espacio para cada instante, se puede calcular el error que se produce debido a que el Laser Tracker no tiene información completa de las condiciones ambientales, sino que sólo tiene datos de lo que sucede en el punto donde se encuentra su estación meteorológica, y pese a que la presión es prácticamente constante en la habitación para un instante determinado, como se ha visto, la temperatura tiene gradientes de hasta 1,2°C.

Con las fórmulas vistas en el Capítulo 3, se puede calcular el error en cada instante, siendo éste el reflejado en la Gráfica 5.5:



Gráfica 5.5: Error debido a la información incompleta de las condiciones ambientales.

Restando el error a la medición realizada por el Laser Tracker se obtiene la siguiente corrección.



Gráfica 5.6: Datos de medida proporcionados por el Laser Tracker frente a su corrección.

El error debido a información incompleta de las condiciones ambientales tiene un pico máximo en 5,209 μm , sin embargo, se ha visto que la medida ha sufrido variaciones de hasta 83 μm . Esto es debido a que hay alguna otra fuente de error, que está relacionada igualmente con las condiciones ambientales, ya que se ha visto que la medida y la temperatura tienen una tendencia similar e inversa.

En los experimentos del capítulo 4 se ha comprobado que el Laser Tracker realiza la corrección de la medida ante variaciones de temperatura y también de presión atmosférica. Por lo que se descarta que la fuente de error sea por incapacidad del Laser Tracker de corregir la medida ante cambio ambientales.

5.1.4. Conclusiones del experimento:

En este experimento se ha visto que en una habitación cerrada se pueden producir importantes diferencias de temperaturas. En el caso del experimento, en 10 metros llegaron a verse gradientes de temperatura de hasta 1,2°C que generaron un error de 5,209 μm .

Sin embargo, aunque la corrección es para tener en consideración, queda una importante parte de la medición sin corregir. Esto deja abierta la duda de si existe otra fuente de error que haga que la distancia entre Laser Tracker y retrorreflector aumente. Para encontrar la respuesta a esta duda, se va a realizar un experimento en el laboratorio, que es una habitación con control de temperatura.

5.2. Experimento en el laboratorio:

5.2.1. Configuración del experimento:

El laboratorio es una habitación de tamaño reducido si se compara con el taller. Se aprovecha su largo, de 8 metros aproximadamente, para colocar el Laser Tracker y el retrorreflector a una distancia fija de aproximadamente 6 metros. Además, se colocan sensores de temperatura, presión y humedad. Uno de esos sensores se coloca en el Laser Tracker otro en el retrorreflector y el resto en el camino del rayo láser. Algunos de esos sensores están situados justo debajo de las bocas de refrigeración situadas en el techo, por donde entra el aire que refrigera la habitación cuando esta sobrepasa un umbral de temperatura.

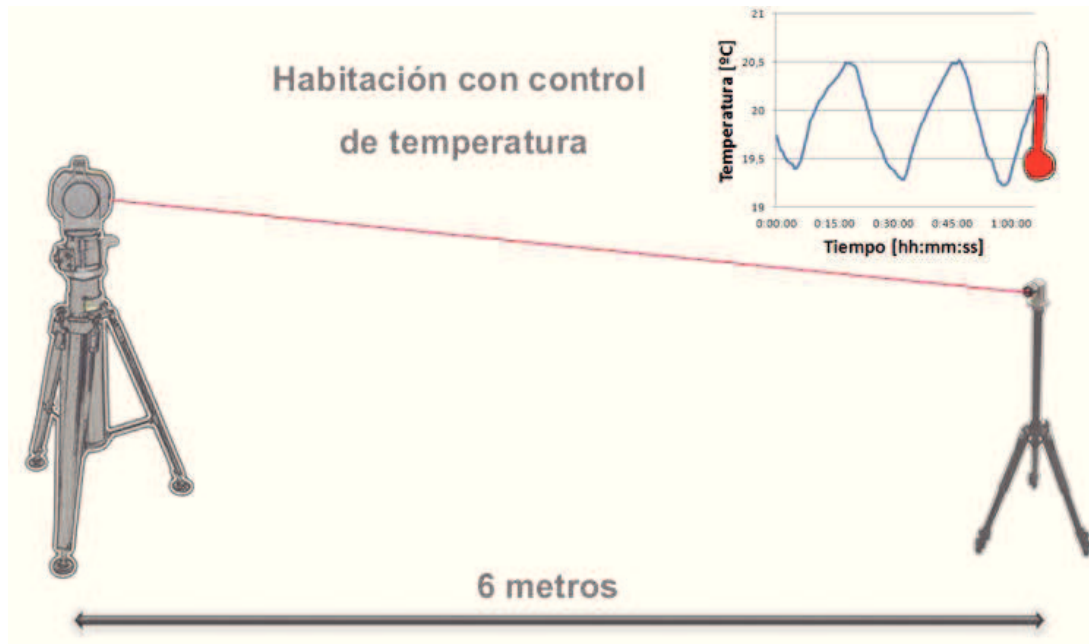


Figura 5.2: Configuración del experimento.

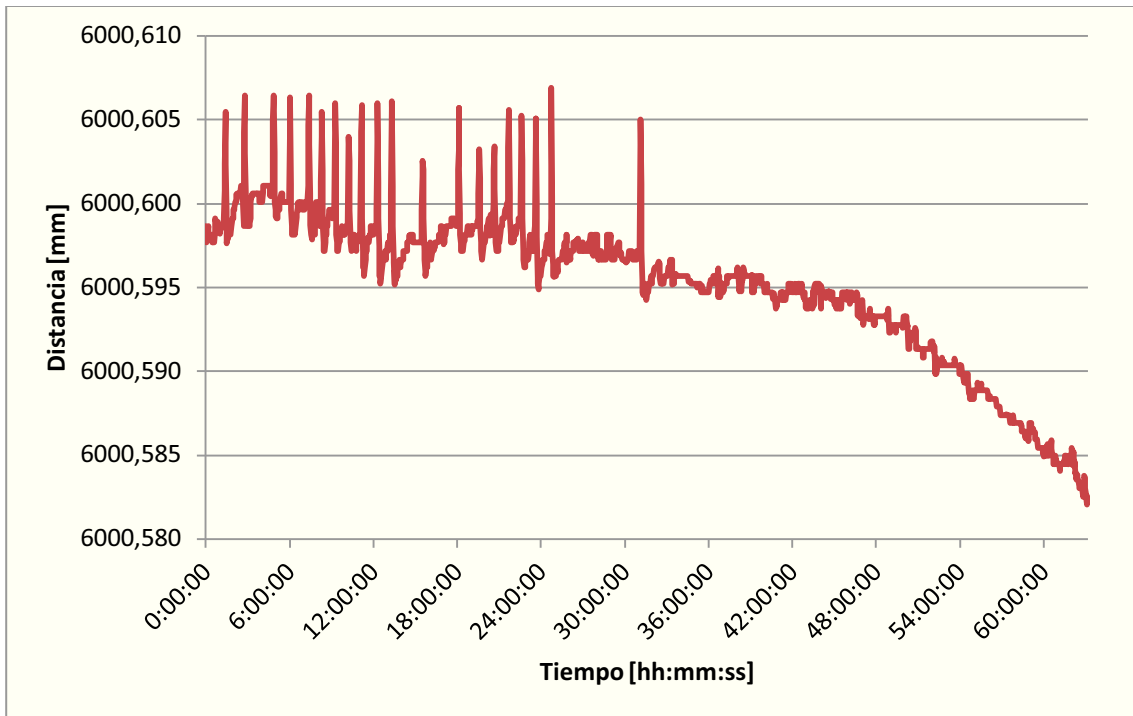
La Figura 5.2 muestra la configuración del experimento y un ciclo típico de la temperatura del laboratorio.

5.2.2. Objetivo del experimento:

El objetivo del experimento es determinar el error de medición del Laser Tracker en una habitación especializada para la metrología al poseer control de temperatura constante que mantiene la habitación a $20 \pm 1^\circ\text{C}$.

5.2.3. Resultados del experimento:

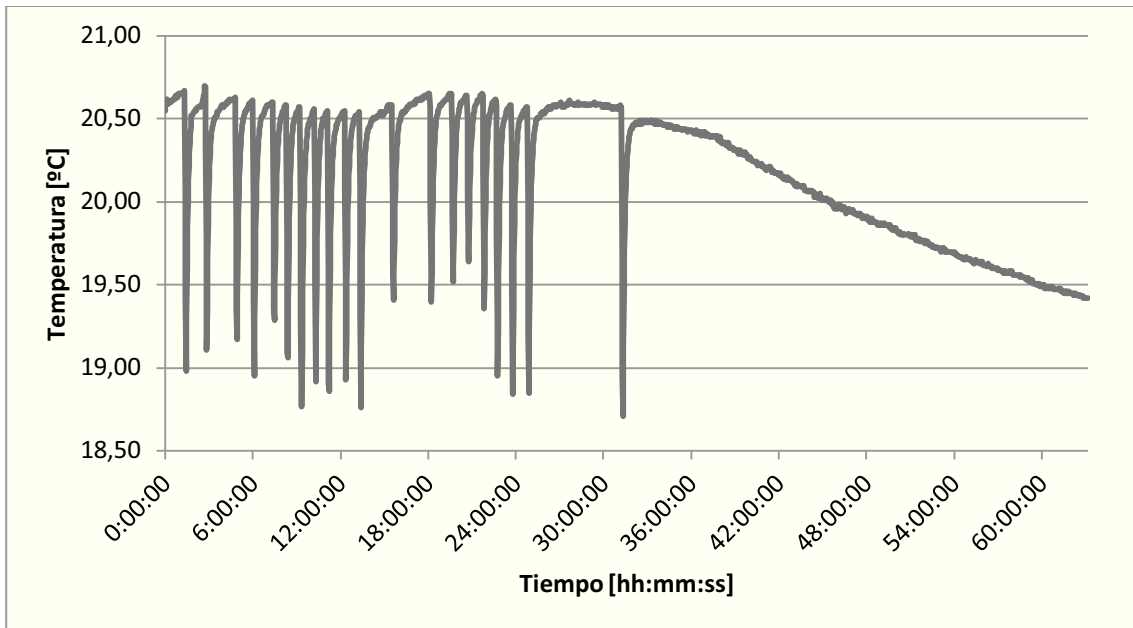
La Gráfica 5.7 muestra los datos registrados por el Laser Tracker durante el experimento:



Gráfica 5.7: Datos registrados por el Laser Tracker.

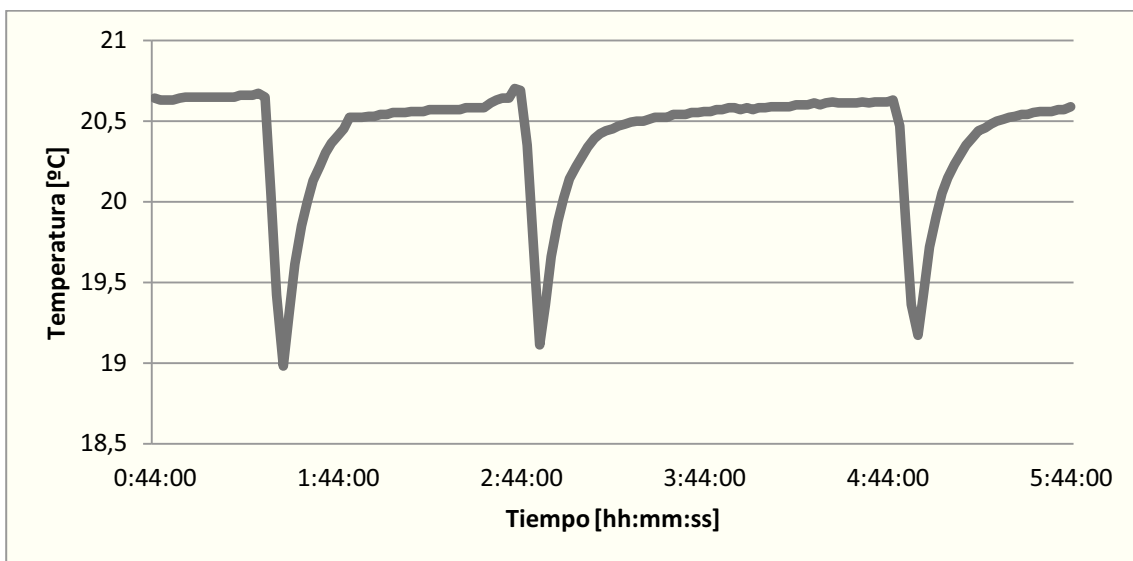
Los datos muestran una peculiaridad: existen veinte picos de unos 7 μm cada uno. Además, el último tramo del experimento deja de mostrar esos picos y se produce un descenso prácticamente constante de la medida hasta alcanzar una bajada de 16 μm respecto al valor inicial del experimento.

La explicación de los veinte picos puede deducirse de la Gráfica 5.8, que muestra las temperaturas que se dieron en la habitación durante el experimento. Cada vez que la temperatura de la habitación supera un umbral determinado de temperatura se enciende el sistema de refrigeración hasta que la habitación alcanza un valor determinado de temperatura, momento en que se apaga el sistema de refrigeración.



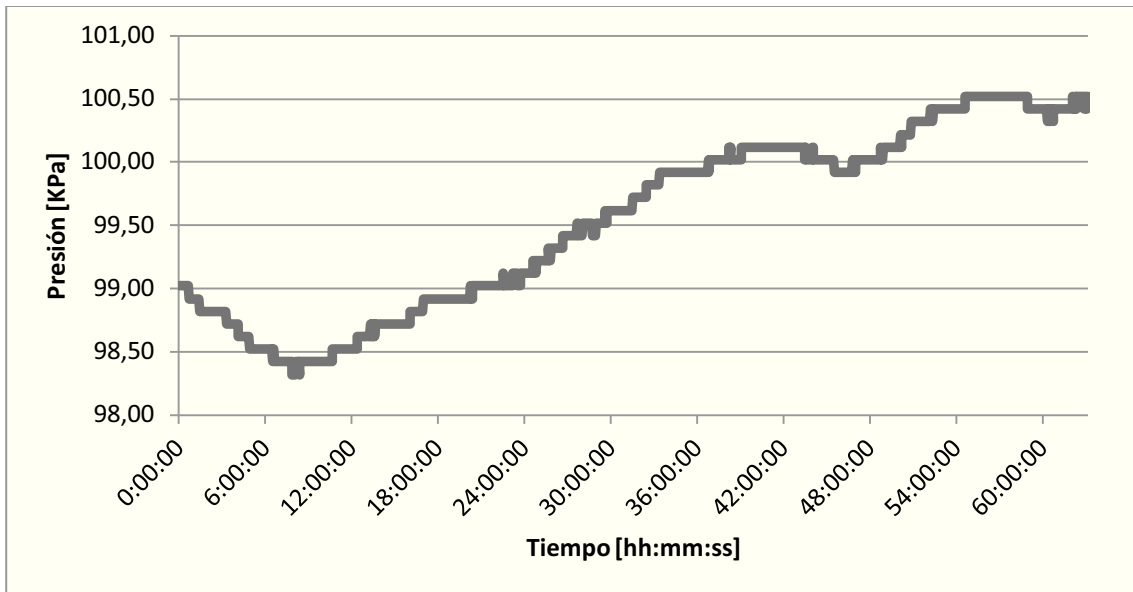
Gráfica 5.8: Temperatura de la habitación durante el experimento.

En la siguiente gráfica se muestra un detalle de los tres primeros picos del experimento:



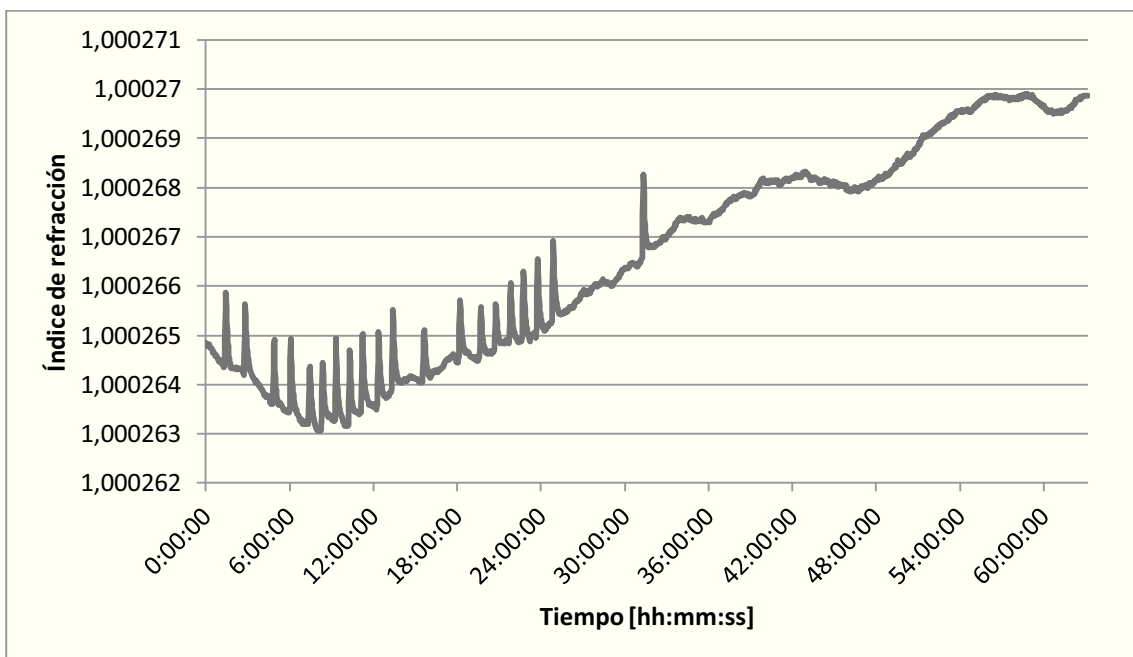
Gráfica 5.9: Detalle de los picos de temperatura

A pesar de existir un control de temperatura en el laboratorio, no es así en cuanto a la presión atmosférica, que evoluciona según se muestra en la Gráfica 5.10:



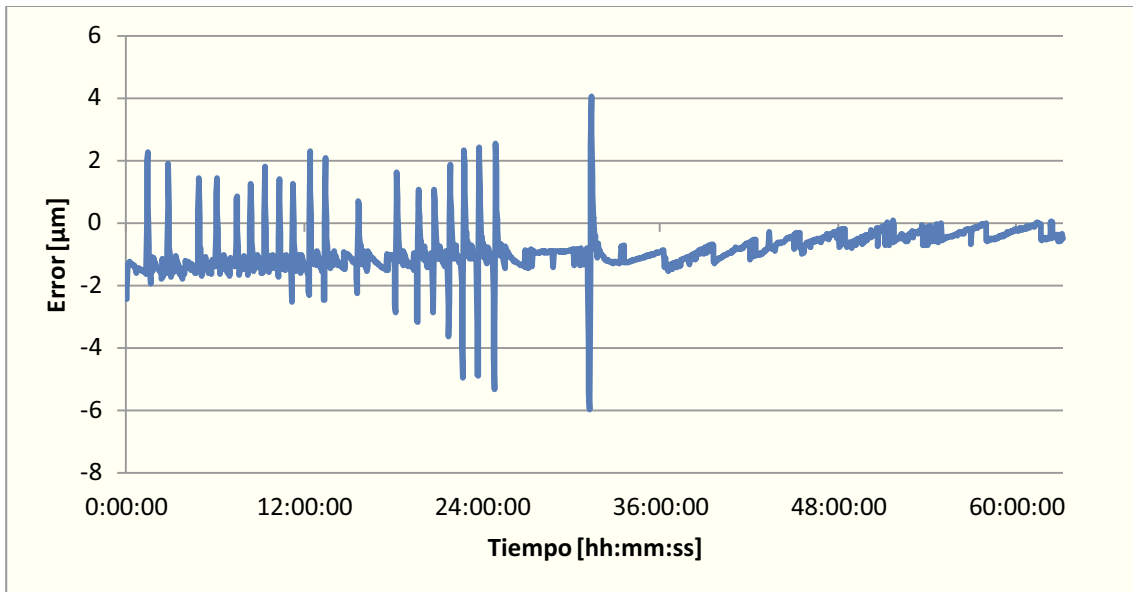
Gráfica 5.10: Presión atmosférica durante el experimento.

Con estos datos y la humedad relativa se calcula el índice de refracción:



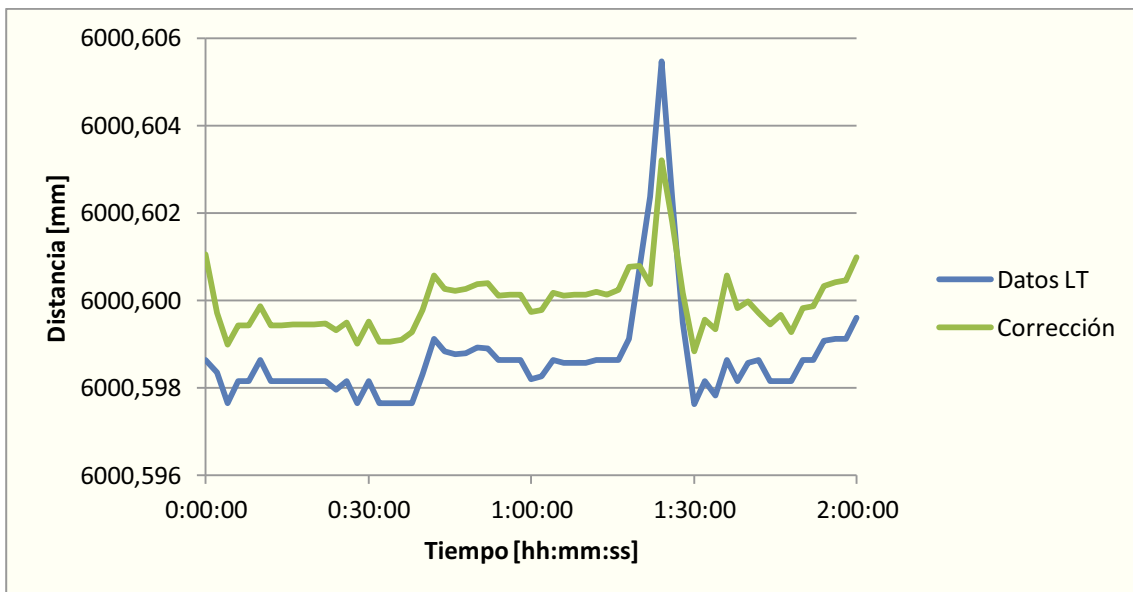
Gráfica 5.11: Índice de refracción en el Laser Tracker durante el experimento.

El error debido a la falta de información completa de las condiciones atmosféricas es el siguiente:



Gráfica 5.12: Error debido a la falta de información completa de las condiciones atmosféricas.

La siguiente gráfica muestra cómo queda la corrección del primer pico al restarle el error por la falta de información completa de las condiciones atmosféricas:

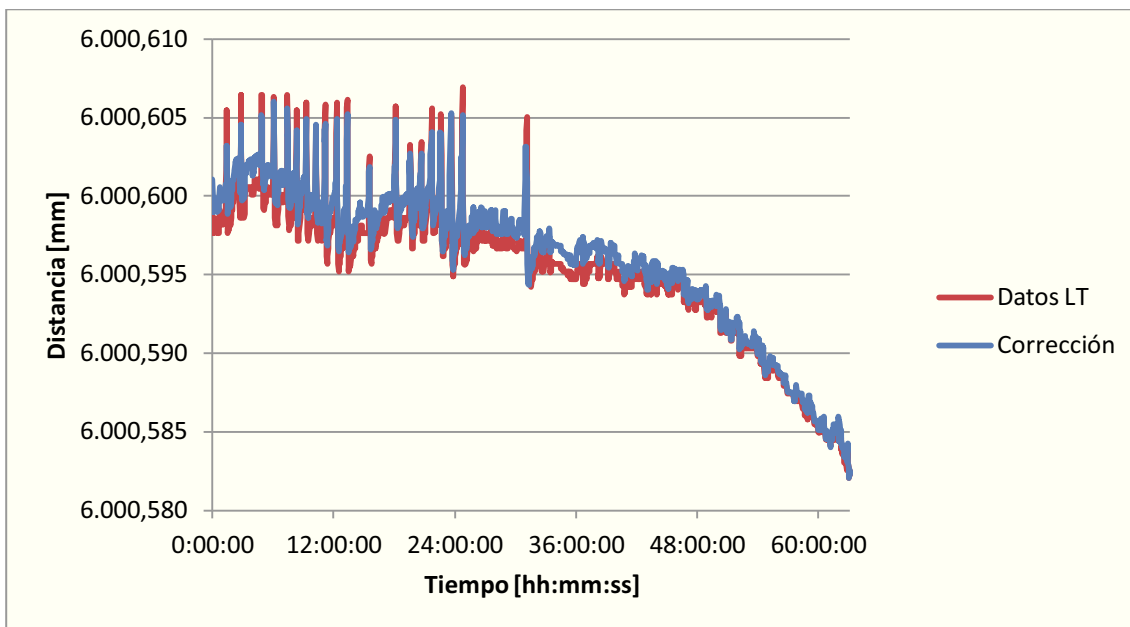


Gráfica 5.13: Corrección del primer pico.

Por una parte se ve que, al aplicar la corrección, la medida asciende en unos 2 µm. Esto se debe a que entre el Laser Tracker y el reflector hay una diferencia de temperatura de unos 0,25°C mantenida a lo largo del tiempo. Por otra parte, se aprecia una importante mejoría de la medida en el momento del pico. Durante la medición, estos picos son críticos, ya que son

provocados por un cambio brusco de la temperatura. También se debe tener en cuenta que la temperatura no varía de forma constante, sino que las zonas más cercanas a las salidas de aire se enfrían antes.

El Laser Tracker, al medir, obtuvo unos picos de 7,8 μm de amplitud. Tras la corrección estos picos tienen una amplitud de tan solo 4,3 μm , lo que supone una mejoría del **44,87%** en la incertidumbre de medida (en el apartado 2.4. se vio que la mejora de la incertidumbre si se tuviese información completa de las condiciones atmosféricas es del 62,84%). Sin embargo, en la Gráfica 5.14 puede comprobarse que aunque la corrección por información incompleta de las condiciones atmosféricas es capaz de mejorar los picos sensiblemente, hacia el final del experimento la medida desciende bruscamente, error que no puede ser mejorado mediante esta corrección.



Gráfica 5.14: Corrección del error debido a falta de información completa de las condiciones atmosféricas.

A la vista de los resultados, se produce una importante variación que no se soluciona con la corrección por falta de información completa de las condiciones ambientales. En el próximo apartado (5.3.) se propondrá una hipótesis que explique la fuente de error y por lo tanto se podría corregir este error en gran medida.

5.2.4. Conclusiones del experimento:

Este experimento ha servido para demostrar que incluso en una habitación con temperatura controlada, se producen errores importantes en la medición.

5.3. Hipótesis sobre la fuente de error:

En los experimentos de los apartados 5.1. y 5.2. se ha visto que las condiciones cambiantes del ambiente han generado un importante error en el valor de la medida. Una parte de ese error se ha conseguido corregir, sin embargo, lo ideal sería conseguir una medición más estable y corregir por completo los errores de la medición.

En este apartado se va a lanzar una hipótesis que se demostrará en el siguiente apartado con un nuevo experimento. La hipótesis es que la segunda fuente de error que provoca el ambiente es la provocada por efectos de dilatación o contracción del suelo.

Para reforzar esta hipótesis sobre los experimentos ya realizados se va a explicar cuál era la disposición del suelo, ya que el efecto no fue el mismo para los dos experimentos.

5.3.1. Efecto del suelo en el experimento del laboratorio:

En la medición realizada en el laboratorio (Gráfica 5.7) puede verse que a partir de la hora 36 de experimento se reduce la medida, se podría decir que el Laser Tracker y el retroreflector se están acercando. Viendo la temperatura de la habitación a lo largo del experimento (Gráfica 5.8), se observa que el Laser Tracker y el retroreflector se acercaron cuando la temperatura de la habitación descendió.

La Figura 5.3 muestra como al descender la temperatura se contrae el suelo provocando un acercamiento entre el Laser Tracker y el retroreflector:

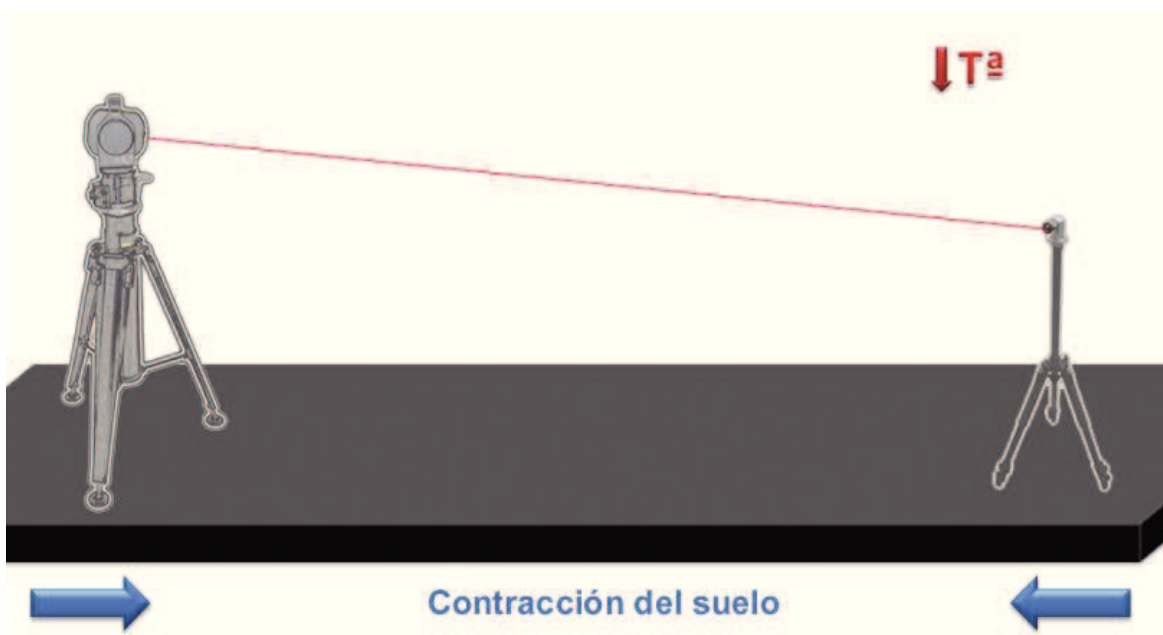


Figura 5.3: Efecto del descenso de temperatura sobre el suelo.

5.3.2. Efecto del suelo en el experimento del taller:

En el caso de la medición realizada en el taller (Gráfica 5.1), a diferencia del experimento en el laboratorio, la medida aumenta significativamente a partir de la hora 20 de experimento, lo que significaría que el Laser Tracker y el retroreflector se están alejando. La Gráfica 5.3 muestra cuales fueron las temperaturas durante el experimento. Este caso tiene la particularidad de que la medida aumenta, lo que hace pensar que el suelo se está dilatando, sin embargo, la medida aumenta en los momentos en que la temperatura desciende. Esto se explica observando la configuración del suelo del taller.

El suelo del taller está formado por placas de hormigón con varias juntas de dilatación y en el caso del experimento, el Laser Tracker y el retroreflector estaban situados en dos placas de hormigón distintas de modo que al bajar la temperatura, las dos placas se contrajeron, pero al hacerlo en direcciones opuestas el efecto sobre la distancia entre Laser Tracker y retroreflector es que se alejan, la Figura 5.4 muestra este efecto de alejamiento mediante la contracción de las dos placas:

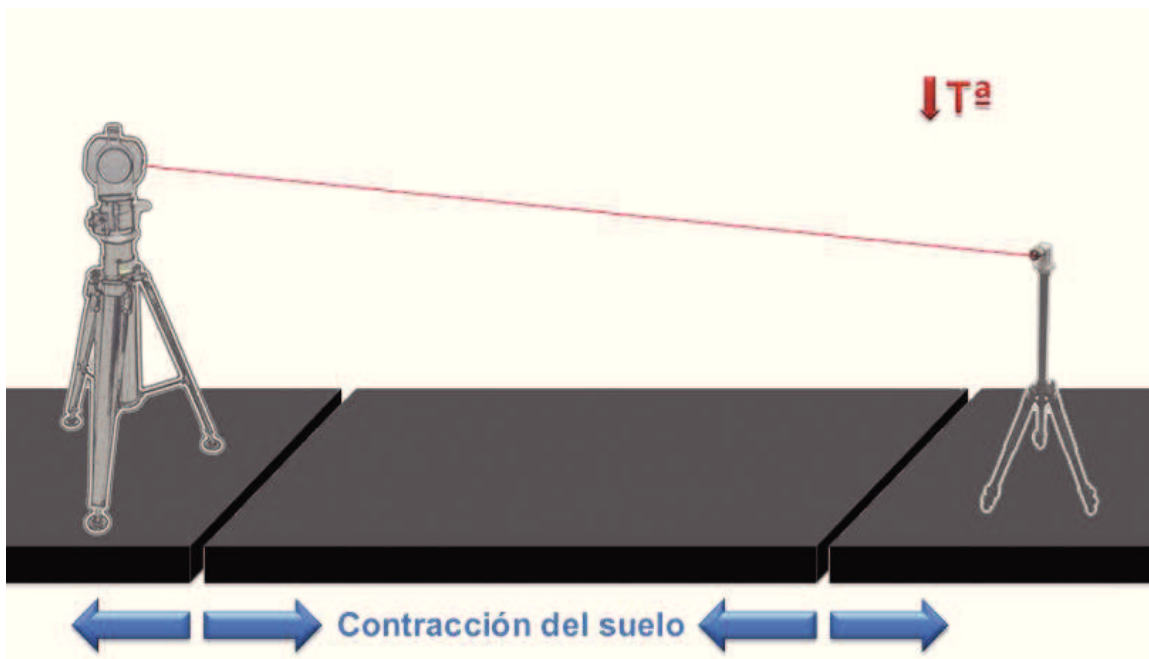


Figura 5.4: Efecto del descenso de temperatura sobre el suelo.

5.3.3. Corrección del efecto de dilatación del suelo:

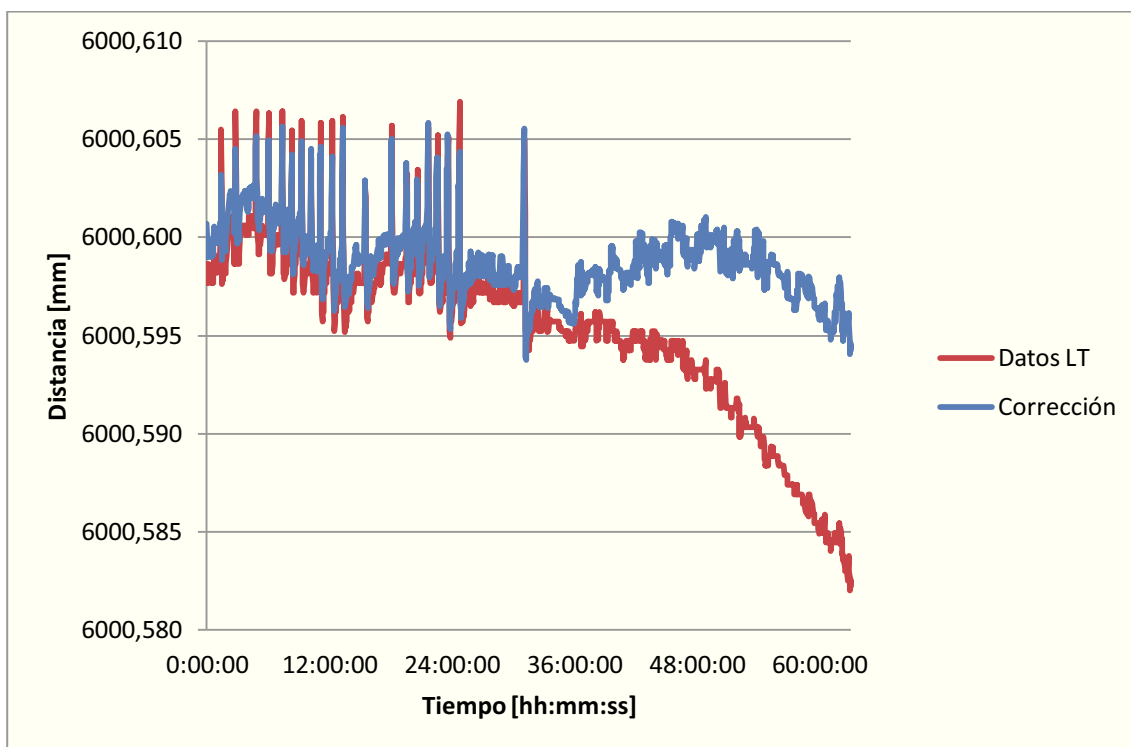
El suelo se dilata o contrae siguiendo la siguiente fórmula:

$$\Delta L = \alpha \cdot L \cdot \Delta T$$

El coeficiente de dilatación del hormigón es aproximadamente $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} [^{\circ}\text{C}^{-1}]$ [6].

5.3.3.1. Corrección del experimento en el laboratorio:

En el caso del experimento realizado en el laboratorio (apartado 5.2.) se ha producido una contracción del suelo, por lo que para corregir el error que se produce es debido a que L disminuye, hay que sumarle ΔL al valor de la medición proporcionada por el Laser Tracker (ver Gráfica 5.15).

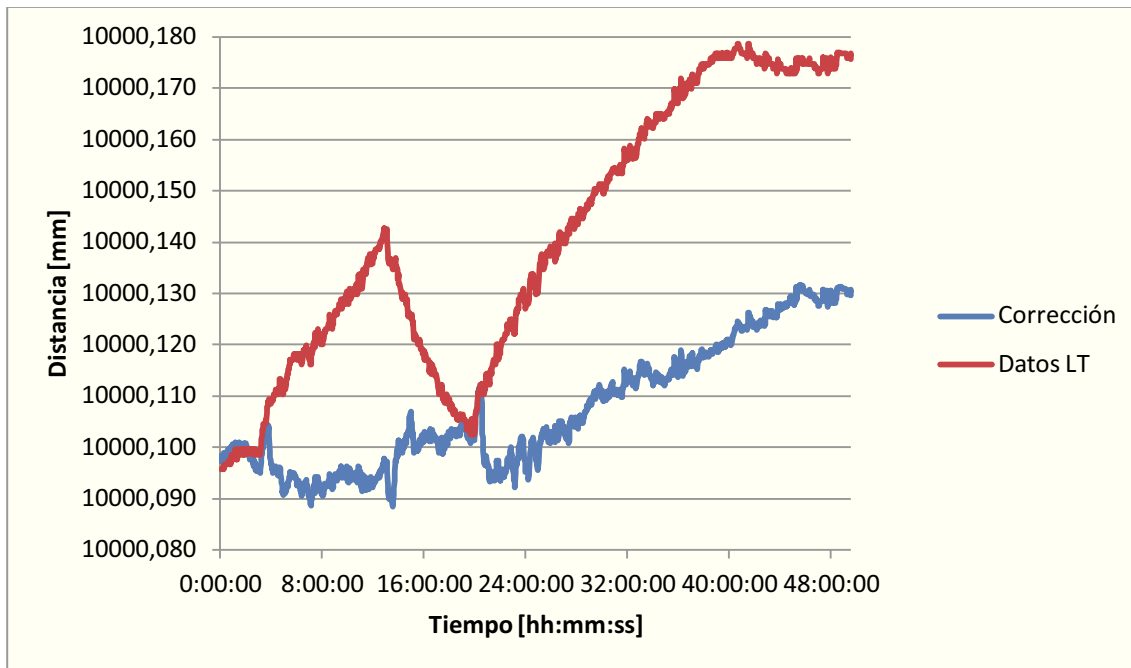


Gráfica 5.15: Corrección del efecto de dilatación.

La incertidumbre de medida en el último tramo se ha visto reducida de $-15 \mu\text{m}$ a $\pm 2,5 \mu\text{m}$.

5.3.3.2. Corrección del experimento en el taller:

En el experimento realizado en el taller (apartado 5.1.), a diferencia del experimento realizado en el laboratorio, el Laser Tracker y el retrorreflector se encuentran en dos placas del suelo diferentes, de modo que, al contraerse cada una de ellas se contraen en direcciones opuestas haciendo que se alejen. Así en este caso, para corregir el error hay que restarle ΔL al valor de la medición proporcionada por el Laser Tracker (ver Gráfica 5.16).



Gráfica 5.16: Corrección del efecto de dilatación.

En este caso la mejora consigue que en lugar de ver un distanciamiento de 83 μm , corrigiendo la contracción del suelo se logra que la medida solo aumente 30 μm (mejora del 63,85%).

Estas correcciones no son completas por desconocer el valor exacto del coeficiente de expansión del suelo.

5.4. Experimento sobre mesa de granito:

5.4.1. Configuración del experimento:

Mediante una brida se ha atornillado la cabeza del Laser Tracker a la mesa de granito del taller. En el otro extremo de la mesa se ha fijado una base donde más adelante se situará el retrorreflector como se muestra en la Figura 5.5:

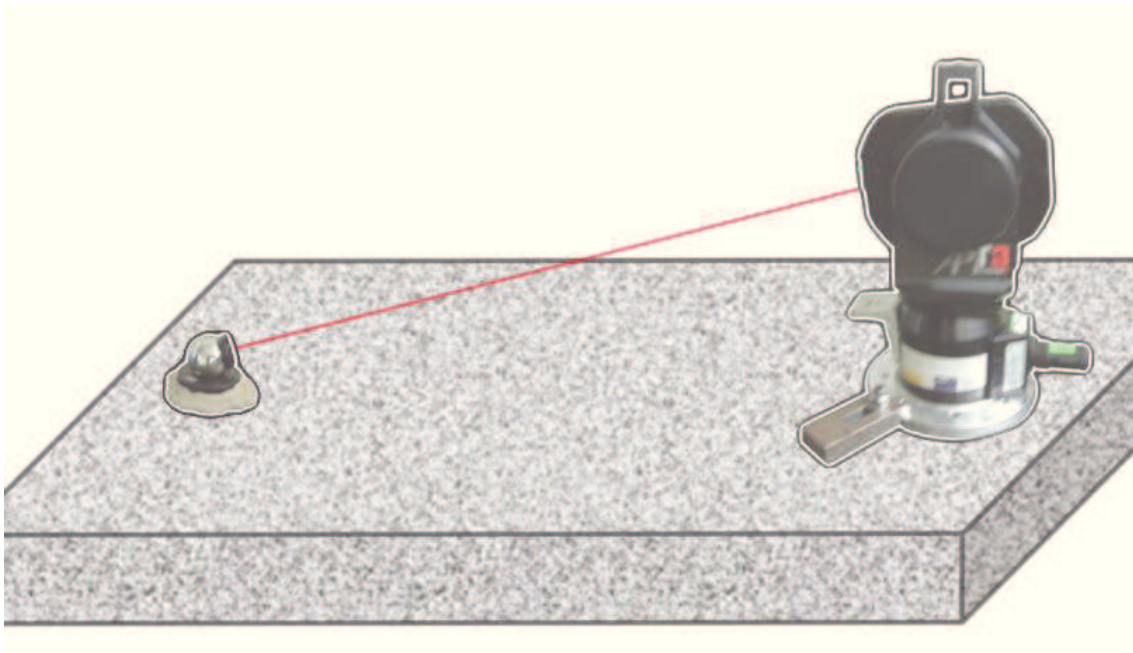


Figura 5.5: Configuración del ensayo.

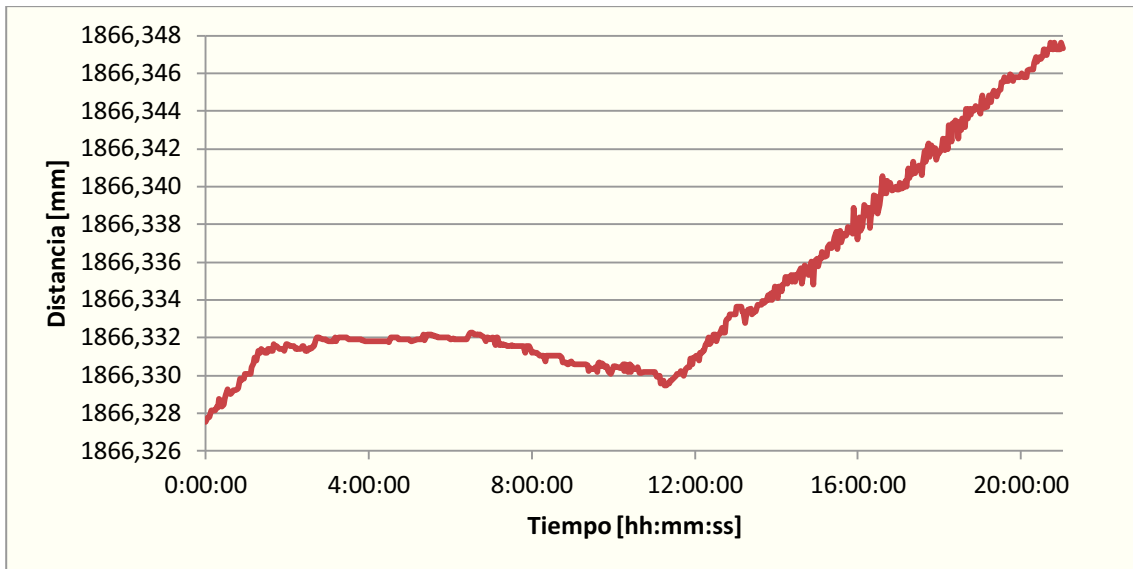
En el granito se han colocado dos sondas de material que monitorizan la temperatura del granito a lo largo de la duración del experimento. Además, se conecta la estación meteorológica del Laser Tracker y cuatro sensores de temperatura, presión y humedad para obtener la información necesaria para calcular el índice de refracción a lo largo del recorrido del láser.

5.4.2. Objetivo del experimento:

El objetivo del experimento es observar las variaciones de la medida y comprobar la posible influencia que tiene la dilatación del suelo, o en este caso la mesa.

5.4.3. Resultados del experimento:

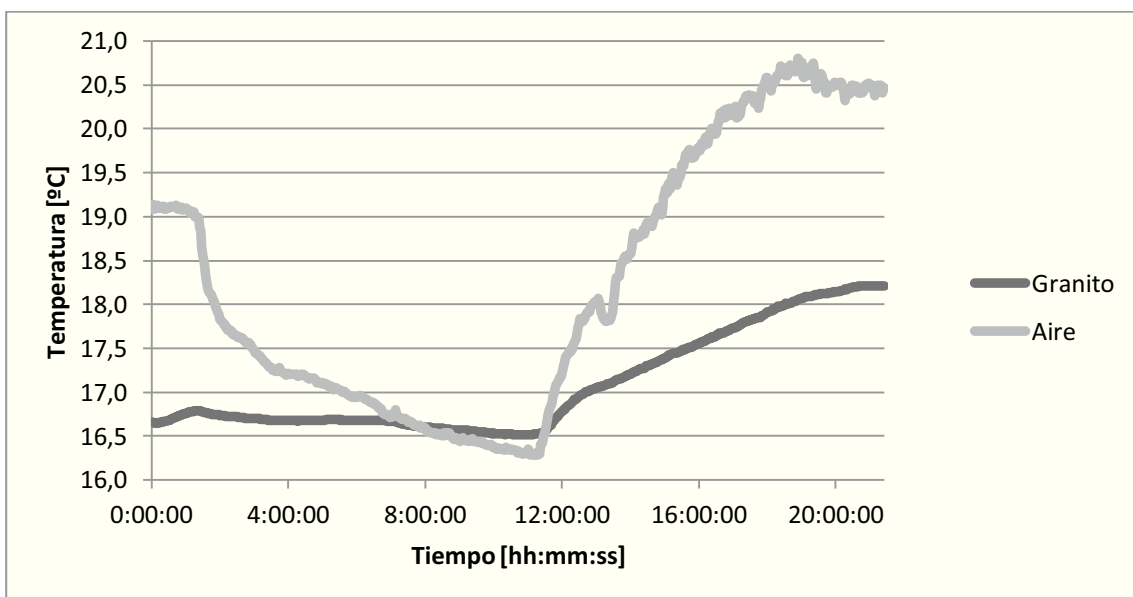
A lo largo del experimento el Laser Tracker registró los datos mostrados en la Gráfica 5.17:



Gráfica 5.17: Datos del Laser Tracker.

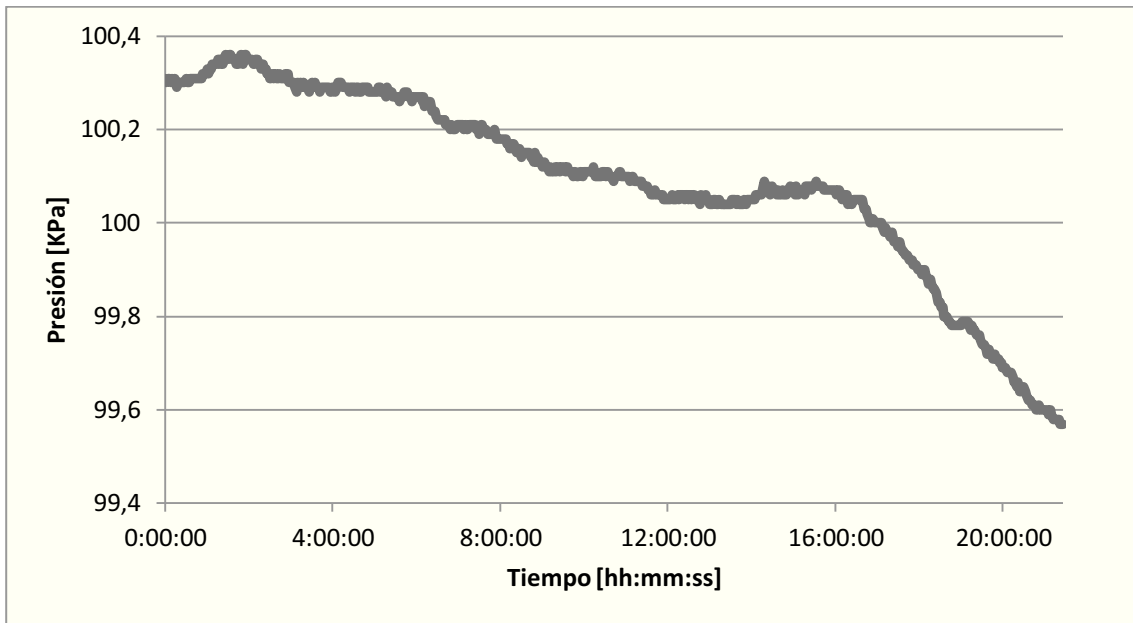
Durante el experimento la distancia ha sufrido variaciones de hasta 20,1 μm .

La Gráfica 5.18 muestra las temperaturas tanto del aire como de la mesa de granito:



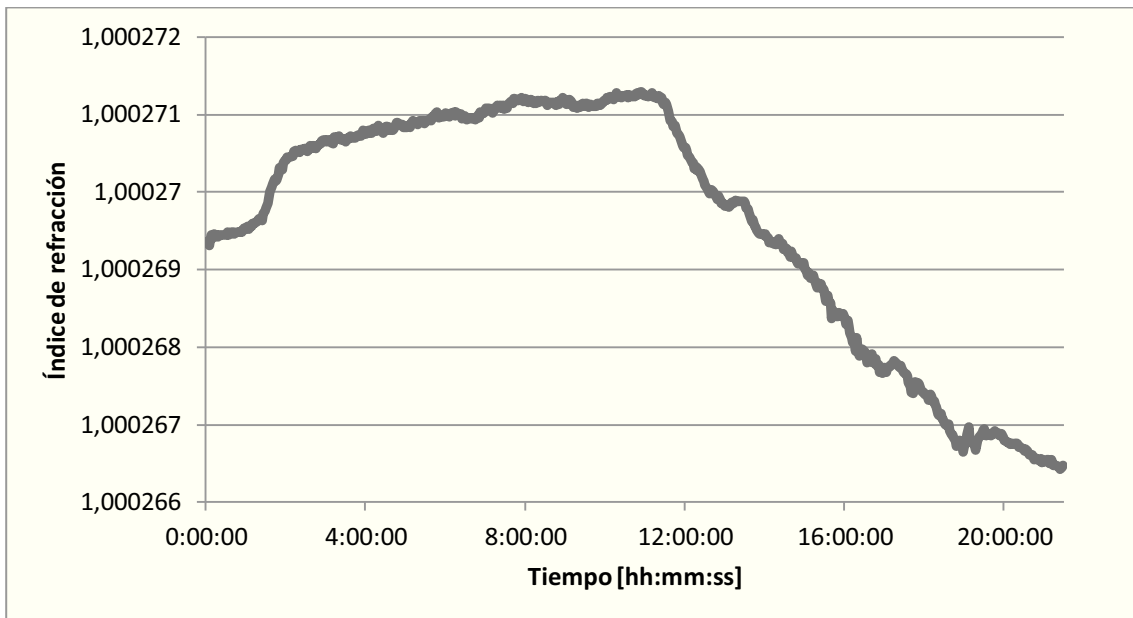
Gráfica 5.18: Temperaturas del experimento.

La presión atmosférica fue la siguiente:



Gráfica 5.19: Presiones atmosféricas del experimento.

De modo que el índice de refracción en el Laser Tracker es el siguiente:

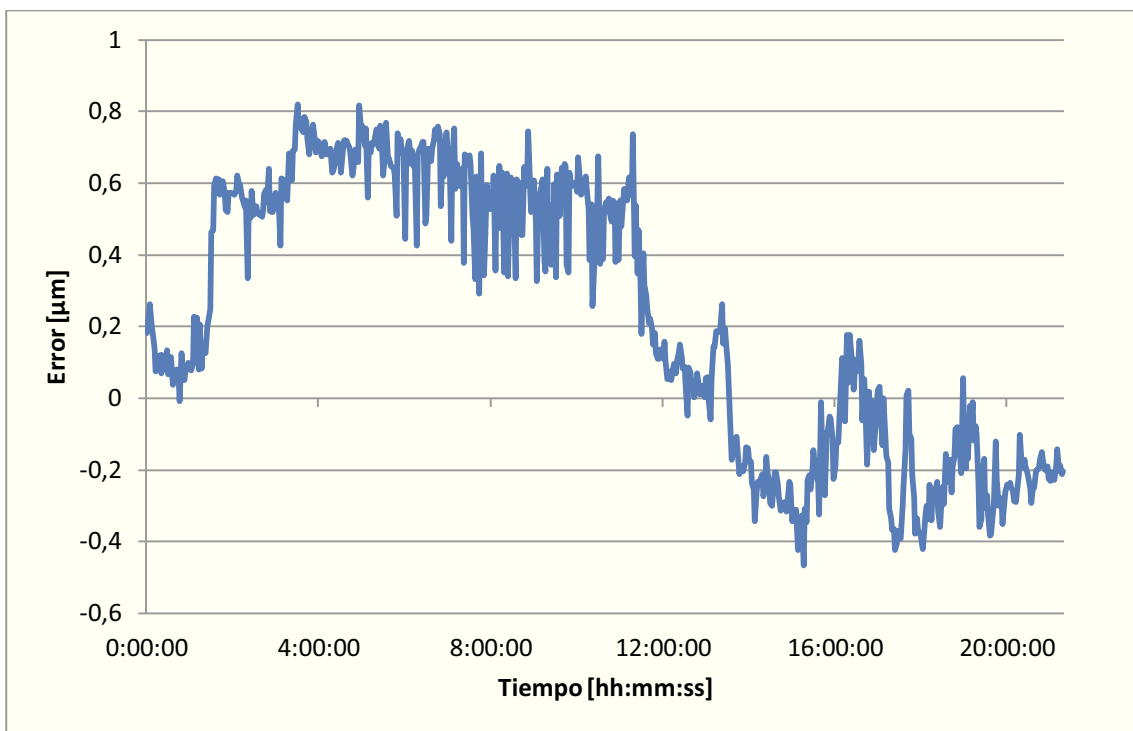


Gráfica 5.20: Índice de refracción del Laser Tracker durante el experimento.

Con todos estos datos, se van a calcular los errores generados por la información incompleta de las condiciones meteorológicas y el error provocado por efectos de dilatación o compresión de la mesa.

5.4.3.1. Error provocado por información incompleta de las condiciones meteorológicas:

El experimento se ha realizado en un espacio bastante reducido, el láser tan sólo recorre 1,8 metros de distancia. En ese espacio la máxima diferencia vista entre dos puntos ha sido de 0,6°C. Aplicando el mismo método que en los experimentos anteriores, el error es el que muestra la Gráfica 5.21:



Gráfica 5.21: Error debido a la información incompleta de las condiciones ambientales.

5.4.3.2. Error provocado por la dilatación de la mesa:

El granito es un material con un bajo coeficiente de dilatación, por esta razón diversas máquinas de medición por coordenadas utilizan este material para su base. Sin embargo, eso no significa que este material no se dilate o se contraiga debido a variaciones de temperatura.

La ecuación de dilatación térmica es la siguiente:

$$\Delta L = \alpha \cdot L \cdot \Delta T$$

Donde:

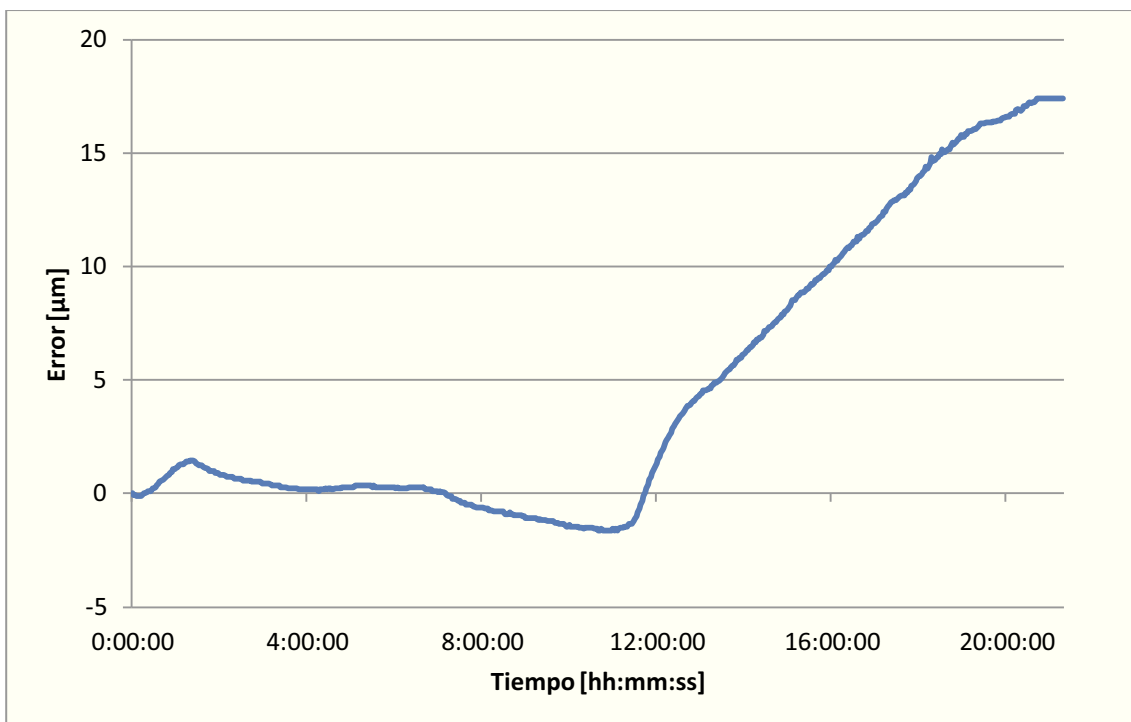
ΔL es la variación lineal del material que se dilata o comprime.

α es el coeficiente de dilatación, en el caso del granito es de $6 \cdot 10^{-6} [^{\circ}\text{C}^{-1}]$ [7].

L es la longitud inicial del material, que en este caso es la distancia entre Laser Tracker y retrorreflector.

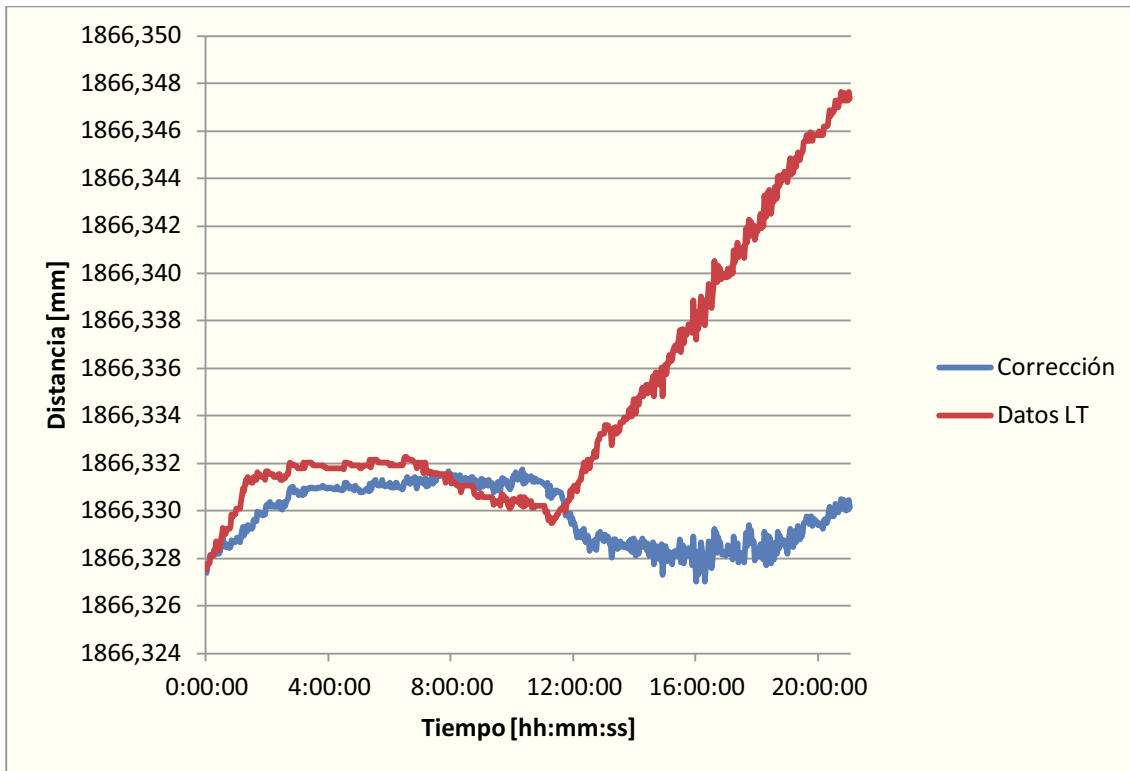
ΔT es el gradiente de temperatura del material, es este caso de la mesa de granito.

Con todos estos datos se puede calcular ΔL , que es la variación del tamaño de la mesa de granito:



Gráfica 5.22: Error debido a la dilatación de la mesa de granito.

Una vez calculadas las dos fuentes de error, a los datos proporcionados por el Laser Tracker se le restan el error por falta de información completa de las condiciones ambientales y se le suma ΔL , para corregir el efecto de la compresión de la mesa. La Gráfica 5.23 muestra los datos de la medida tras realizar estas correcciones:



Gráfica 5.23: Datos del Laser Tracker frente a su corrección.

La mejora del valor de la distancia es evidente, se ha pasado de una variación de +20,1 μm a acotar la medida en $\pm 2 \mu\text{m}$.

5.4.4. Conclusiones del experimento:

Este experimento demuestra que las variaciones de temperatura no solo influyen en el índice de refracción del aire y por lo tanto en la velocidad de propagación del rayo láser, sino que también afectan a la medición al dilatar o contraer el suelo.

El efecto de dilatar o contraer el suelo no se puede considerar como un error de medición, ya que si el Laser Tracker obtiene ese valor de medición es porque el reflector se ha alejado o acercado realmente, pero en mediciones prolongadas en el tiempo, debe tenerse en cuenta este efecto y corregirlo para que no distorsionen los valores reales que se buscan.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo futuro:

6.1. Conclusiones

En este proyecto se ha llevado a cabo un análisis del efecto que las variaciones de las condiciones ambientales tienen sobre la incertidumbre de medida mediante Laser Tracker. Esto se debe a que a lo largo del recorrido del láser, las condiciones no son homogéneas como el Laser Tracker cree.

Se ha explicado la importancia que tiene indicar la incertidumbre al expresar el valor de una medición. Se ha utilizado MATLAB para modelar las incertidumbres que se esperan encontrar en una medición con el Laser Tracker.

Una vez determinadas las incertidumbres que afectan a la medición, se han realizado experimentos tanto en el taller como en el laboratorio del departamento de fabricación para comprobar la magnitud de las incertidumbres.

Con los experimentos se ha demostrado por una parte que el Laser Tracker realiza una corrección correcta ante variaciones de temperatura y presión. Pero también se ha visto que esta corrección la realiza de forma lineal a lo largo del espacio, por lo que se deduce que el Laser Tracker asume que el ambiente es homogéneo, lo cual se ha visto que es falso. A lo largo de los experimentos se han situado sensores a lo largo del recorrido del láser y se ha comprobado que para un instante determinado, la temperatura varía considerablemente a lo largo del espacio. La configuración de la habitación contribuye a aumentar las diferencias de temperaturas, siendo cerca de puertas y ventanas los puntos más propensos a tener las

temperaturas más bajas y los lugares donde se espera encontrar temperaturas más elevadas son cerca de máquinas y en lugares de tránsito de personas.

Se ha desarrollado un modelo de corrección de la medición que utiliza sensores que proporcionan una información más completa de las condiciones ambientales a las que se ve sometido el rayo láser. Este modelo es útil para mediciones puntuales, sin embargo, para mediciones que se prolongan en el tiempo el modelo sigue sirviendo, pero se ve empañado por la aparición de una fuente de incertidumbre mucho mayor en magnitud. Esta fuente de incertidumbre es la que provoca el efecto de dilatación o contracción del suelo.

Para mediciones prolongadas, no es suficiente con colocar sensores a lo largo del espacio que recorre el láser, sino que conviene situar también una sonda de material en el suelo para medir la temperatura de este. Además, conviene conocer con la mayor precisión posible cual es el coeficiente de dilatación del suelo en el que se está realizando la medición. También es necesario conocer la configuración del suelo, sabiendo donde están las juntas de dilatación para saber hacia que dirección va a tender a contraerse o dilatarse el suelo. Con esos datos se puede realizar la corrección oportuna, logrando así reducir notablemente la incertidumbre de la medición.

También se han realizado experimentos en el laboratorio del departamento de fabricación, que se trata de una habitación con control de temperatura y pese a tener esta magnitud física controlada, se han encontrado diferencias de temperaturas a lo largo del recorrido del rayo, que provocan errores en la medición. Además, cuando la habitación alcanza un umbral de temperatura, se pone en marcha el sistema de refrigeración para mantener la habitación siempre a $20 \pm 1^\circ\text{C}$ y en ese proceso de enfriamiento, la medición sufre una importante incertidumbre que se puede reducir notablemente con una información más completa de las temperaturas de la habitación, esto lo provoca el hecho de que debajo de las salidas de aire la temperatura disminuye antes que en el resto del espacio.

6.2. Trabajo futuro

Las líneas de investigación futura podrían centrarse en realizar un sistema que permita la instalación de varios sensores de temperatura al software del Laser Tracker, de manera que uno se sitúe en el Laser Tracker y los otros se le indique al Laser Tracker donde están instalados antes de iniciar la medición. De este modo el Laser Tracker dispone de más información acerca de la temperatura en la habitación y mediante un programa de elementos finitos puede realizar una extrapolación de las temperaturas en el resto de la habitación.

Por otra parte, para las sesiones de medición que se prolongan en el tiempo, debería realizarse un protocolo de actuación. Éste debería comprender un estudio de la configuración del suelo determinando la posición de juntas de dilatación, el tamaño de las placas de hormigón, coeficiente de dilatación del suelo y a temperatura en cada instante de las zonas de interés del suelo. Para ello es necesario colocar sondas de temperatura en el suelo, tanto cerca del Laser Tracker como cerca de la zona a medir. Además, hay que ser muy cuidadoso, no conviene

situar el Laser Tracker cerca de fuentes de calor como podrían ser radiadores o la propia la fuente del láser, ya que la irradiación de calor provocaría dilataciones innecesarias en el suelo.

También convendría realizar un estudio sobre el rozamiento entre el suelo y el Laser Tracker para poder realizar un modelo lo más exacto posible que corrija el error debido a la contracción o dilatación del suelo.

Anexo A: Índice de refracción

A.1. Cálculo del índice de refracción

El índice de refracción es un parámetro que determina la reducción de la velocidad de la luz al propagarse por un medio homogéneo respecto a su velocidad en el vacío. La importancia de conocerlo con la mayor precisión posible reside en que, dependiendo del índice de refracción del aire, el rayo láser del Laser Tracker se propagará a mayor o menor velocidad, influyendo por lo tanto en el valor de la medida longitudinal, ρ .

El índice de refracción depende de la longitud de onda del láser, la presión atmosférica, la temperatura, la concentración de CO₂ y la humedad relativa.

La longitud de onda del láser helio-neón, usado en diversas aplicaciones de metrología, es de 633 nm. Esta es la única de las variables que se va a considerar constante. Los valores de presión atmosférica, temperatura y humedad relativa se obtendrán mediante sensores. La concentración de CO₂ no se tendrá en cuenta a lo largo del proyecto, ya que es la variable que menos afecta al índice de refracción [4] y además las estaciones meteorológicas de los Laser Tracker no poseen sensores que midan la concentración de CO₂ por lo que los propios Laser Tracker calculan el índice de refracción despreciando dicha variable.

En 1960 Svensson demostró la variabilidad del índice de refracción con la temperatura y Erickson demostró su variabilidad con la presión. Basado en el trabajo de estos y otros autores, en 1966 Edlén [3] publicó una ecuación empírica para calcular el índice de refracción del aire con correcciones para el vapor de agua basada en datos experimentales.

En 1988 Birch y Downs utilizando un refractómetro descubrieron un error en el término de vapor de agua de la ecuación de Edlén y realizaron una corrección en dicho término consiguiendo una mejor precisión del índice de refracción.

Más tarde, en 1994 Birch y Downs [8] corrigieron su ecuación acomodándola a unidades del Sistema Internacional y utilizando datos experimentales más precisos. La nueva ecuación sería la siguiente:

$$(n - 1)_{TP} = \frac{P \cdot (n - 1)_S}{96095.43} \cdot \frac{1 + 10^{-8} \cdot (0.601 - 0.00972 \cdot T) \cdot P}{1 + 0.0036610 \cdot T}$$

$$(n - 1)_S \cdot 10^8 = 8342.54 + \frac{2406147}{130 - \sigma^{-2}} + \frac{15998}{38.9 - \sigma^{-2}}$$

$$n_{TPf} = n_{TP} - f \cdot (3.7345 - 0.0401 \cdot \sigma^{-2}) \cdot 10^{-10}$$

Donde T es la temperatura en $^{\circ}\text{C}$, f es la presión de vapor de agua en Pa, σ es la longitud de onda en μm y P es la presión del aire en Pa. Además, $(n - 1)_s$ representa el índice de refracción del aire estándar, $(n - 1)_{TP}$ representa el índice de refracción tras aplicarle la corrección debida a la presión atmosférica y temperatura y n_{TPf} es el índice de refracción tras aplicarle la corrección para el vapor de agua. Se espera que la incertidumbre de esta fórmula sea de $\pm 1 \cdot 10^{-8}$ para el rango de longitud de onda entre 350 y 650 nm.

A lo largo de este proyecto se ha trabajado con una simplificación que es válida para el láser He-Ne cuya longitud de onda es aproximadamente 633 nm. La ecuación es:

$$n = 1 + \frac{7.86 \cdot 10^{-4} P}{(273 + T)} - 1.5 \cdot 10^{-11} \cdot HR \cdot (T^2 + 160)$$

Donde P es la presión de aire en KPa, T es la temperatura en $^{\circ}\text{C}$ y HR es la humedad relativa en porcentaje. Se estima que esta ecuación presenta una incertidumbre de $1,5 \cdot 10^{-7}$ para temperaturas entre 0°C y 35°C , presiones entre 50 KPa y 120 KPa, humedades relativas entre 0% y 100%, y concentraciones de CO_2 entre 300 ppm y 600 ppm. Bajo estas condiciones, la fórmula simplificada es comparable en precisión a la versión de Birch y Downs de la ecuación de Edlén.

La Tabla A.1 muestra una comparación entre el índice de refracción calculado con la ecuación de Edlén y con la ecuación simplificada usada en este proyecto, para diversas condiciones atmosféricas y para una longitud de onda de 633 nm:

Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	Humedad Relativa (%)	Presión (KPa)	Índice de Refracción (Edlén)	Índice de Refracción (Simplificada)	Diferencia ($\times 10^{-8}$)
20	0	101,325	1,000271799	1,000271813	1,40
20	0	60	1,000160920	1,000160955	3,50
20	0	120	1,000321918	1,000321911	-0,70
50	0	100	1,000243270	1,000243343	7,30
5	0	100	1,000282750	1,000282733	-1,70
-40	0	100	1,000337471	1,000337339	-13,20
50	100	120	1,000287864	1,000288022	15,80
40	75	120	1,000299406	1,000299361	-4,50
20	100	100	1,000267394	1,000267419	2,50

Tabla A.1: Valores del índice de refracción

Se observa que las mayores diferencias entre la ecuación de Edlén y la ecuación simplificada son para las condiciones más extremas, pero para condiciones estándar estas diferencias son de aproximadamente $\pm 2 \cdot 10^{-8}$.

A.2. Sensibilidad de la ecuación simplificada de Edlén

Con el estudio de sensibilidad de la ecuación simplificada de Edlén, se pretende determinar cuáles de los factores que afectan al índice de refracción lo hacen en mayor medida, para estudiarlos con mayor profundidad.

Se consideran condiciones estándar del laboratorio las siguientes condiciones ambientales:

Presión atmosférica: 99 KPa

Temperatura: 20°C

Humedad Relativa: 50%

Con el fin de determinar qué valores afectan más al índice de refracción en la ecuación simplificada, se realizan variaciones de una de las magnitudes manteniendo las otras 2 constantes y se observa en qué medida modifican el valor del índice de refracción:

Variaciones de 1 Kpa afectan al índice de refracción en $2,682 \cdot 10^{-6}$.

Variaciones de 1 °C afectan al índice de refracción en $9,431 \cdot 10^{-7}$.

Variaciones del 1% HR afectan al índice de refracción en $8,4 \cdot 10^{-9}$.

La Humedad Relativa es el factor que menos afecta al índice de refracción.

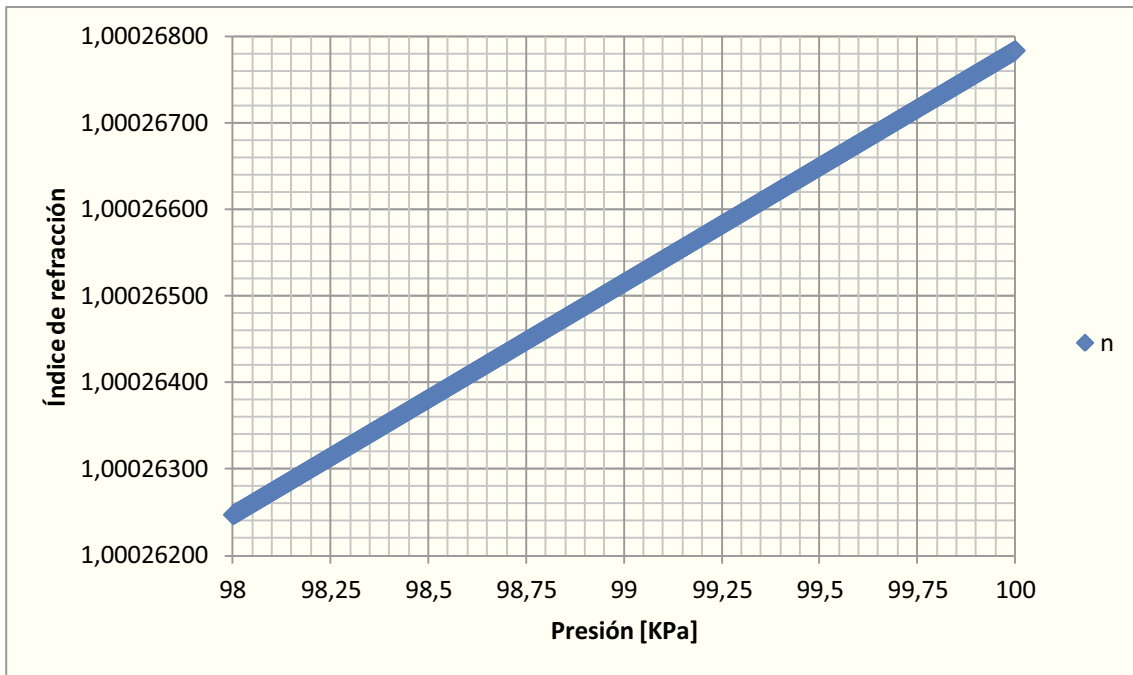
Temperatura y Presión afectan aproximadamente en el mismo orden de magnitud, aunque habrá que tener en cuenta cuál es el rango de variación que puede experimentar tanto presión como temperatura en el laboratorio.

La Tabla A.2 muestra de qué modo influye cada una de las magnitudes al índice de refracción:

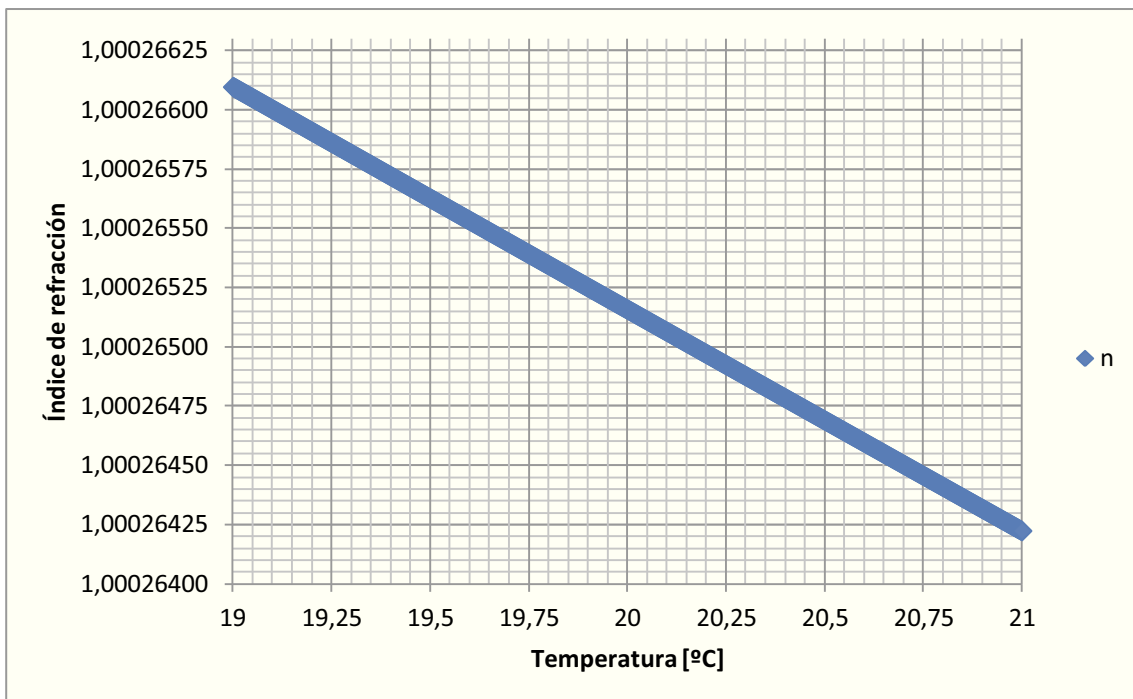
Tabla A.2			
Presión	↑	Índice de refracción	↑
Temperatura	↑	Índice de refracción	↓
Humedad relativa	↑	Índice de refracción	↓

Tabla A.2: Influencia de las magnitudes sobre el índice de refracción

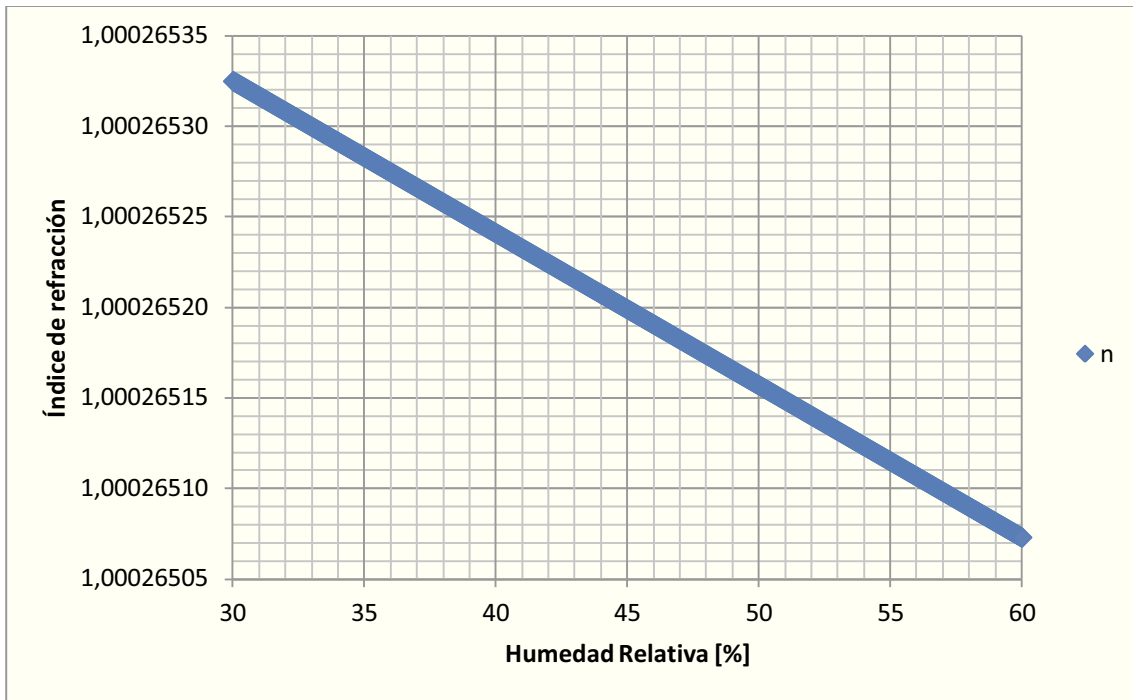
Mediante las siguientes gráficas, se observa cómo afecta cada propiedad al índice de refracción:



Gráfica A.1: Valores del índice de refracción con Temperatura y Humedad Relativa constante.

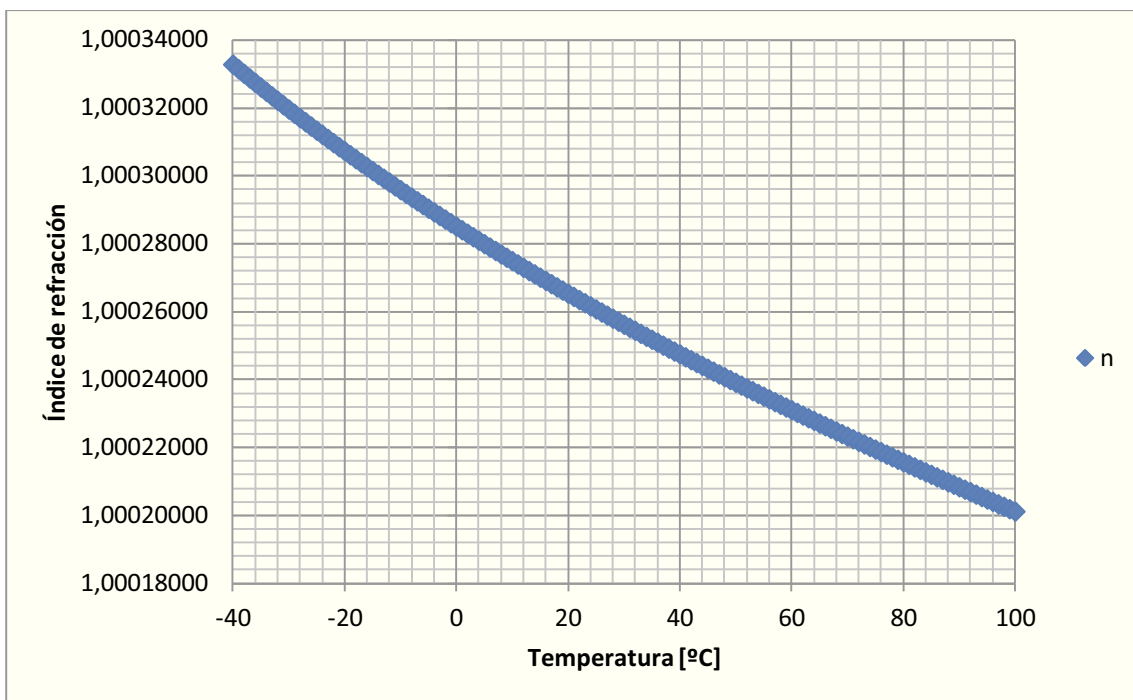


Gráfica A.2: Valores del índice de refracción con Presión y Humedad Relativa constante.



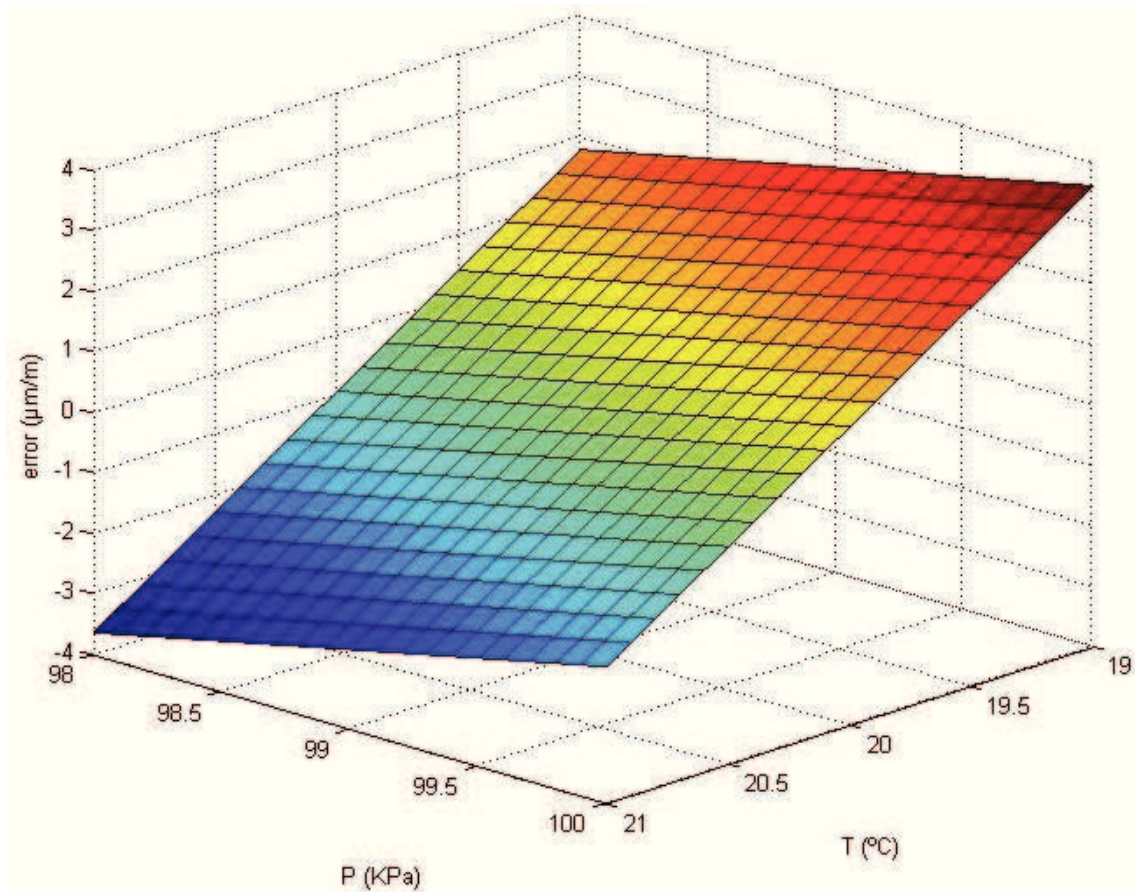
Gráfica A.3: Valores del índice de refracción con Temperatura y Presión constante.

A simple vista, parece que las tres magnitudes afectan de forma lineal. Sin embargo, la temperatura tiene un término que afecta de forma cuadrática, y aunque en torno a los 20 °C parece que afecte de forma lineal, cuanto mayor es el rango mejor se observa que no es así:



Gráfica A.4: Valores del índice de refracción con Presión y Humedad Relativa constante.

La Gráfica A.5 muestra el error esperado que se produzca en $\mu\text{m}/\text{m}$ en función de la distancia en metros a la que se halle el reflector y de las variaciones de presión y temperatura, tomando como referencia las condiciones de 20°C de temperatura, 99 KPa de presión atmosférica y 50% de humedad relativa:



Gráfica A.5: error estimado que se produzca por la variación de las condiciones ambientales.

Anexo B: Sensores

B.1. Sensores de Temperatura

Los sensores de temperatura son dispositivos capaces de medir la temperatura. Básicamente existen cuatro tipos de sensores de temperatura: Los termopares, Los RTD (Resistance Temperature Detector), Los termistores NTC y los termistores PTC.

Un termistor es un sensor resistivo de temperatura. Su función se basa en la variación de la resistividad que presenta un semiconductor con la temperatura.

Hay dos tipos de termistores:

- NTC (Negative Temperature Coefficient)
- PTC (Positive Temperature Coefficient)

Son elementos PTC los que la resistencia aumenta cuando aumenta la temperatura, y los NTC los que la resistencia disminuye cuando aumenta la temperatura.

Su funcionamiento se basa en la variación de la resistencia de un semiconductor con la temperatura, debido a la variación de la concentración de portadores. Para los NTC, al aumentar la temperatura, aumentará también la concentración de portadores, por lo que la resistencia será menor, de ahí que el coeficiente sea negativo. Para los PTC, en el caso de un semiconductor con un dopado muy intenso, éste adquirirá propiedades metálicas, tomando un coeficiente positivo en un margen de temperatura limitado. Usualmente, los termistores se fabrican a partir de óxidos semiconductores, tales como el óxido férrico, el óxido de níquel, o el óxido de cobalto.

Sin embargo, a diferencia de los sensores RTD, la variación de la resistencia con la temperatura no es lineal. Para un NTC, la característica es hiperbólica. Por ejemplo, el siguiente modelo caracteriza la relación entre la temperatura y la resistencia mediante dos parámetros:

$$R_T = A \times e^{B/T}$$

Con:

$$A = R_0 \times e^{-B/T_0}$$

Donde:

R_T es la resistencia de termistor NTC a la temperatura T (K), R_0 es la resistencia del termistor a la temperatura de referencia T_0 y B es la temperatura característica del material, entre 2.000 K y 5.000 K.

El principal inconveniente del termistor es su falta de linealidad.

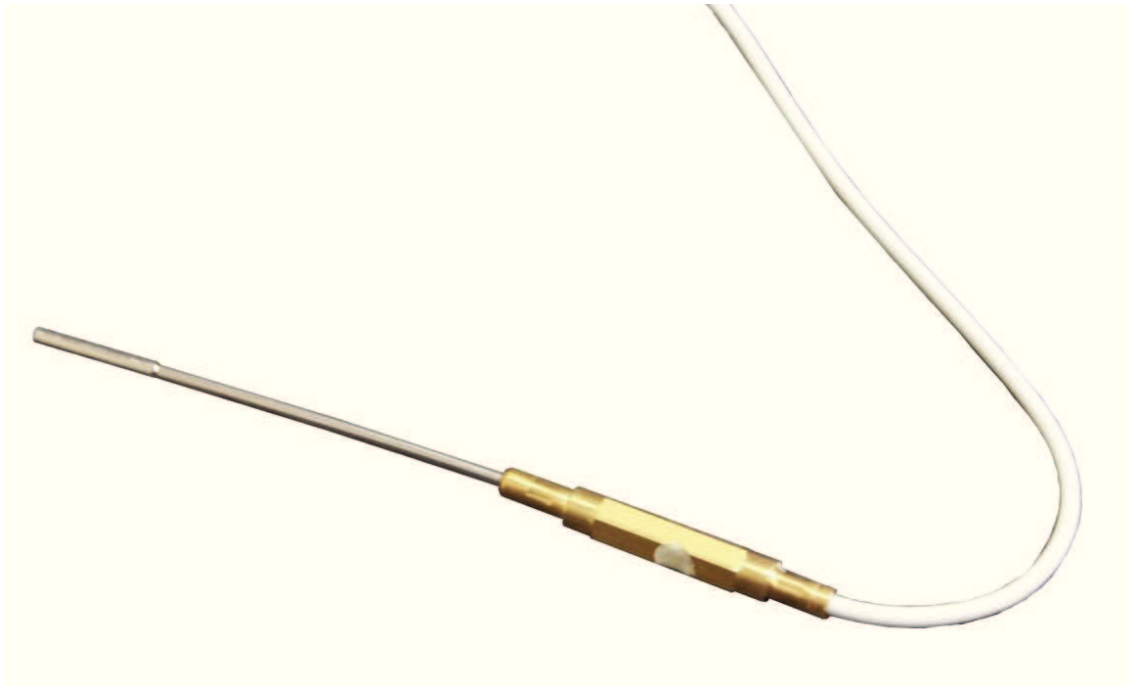


Figura B.1: Termistor NTC.

A lo largo del proyecto, se han hecho uso de dos tipos de sensores de temperatura. Inicialmente, en el laboratorio se tenían a disposición cuatro sensores de temperatura de tipo termistor NTC. Concretamente del modelo con conector ZA 9040-FS cuyas características se muestran en la siguiente tabla:

Tipo sensor	Modelo	Rango de medida	Dim.	Resolución	Precisión	Conector
NTC	FN Axxx	-50,00 ... +125,00	°C	0,01 K	±0,05 K	ZA 9040-FS

Tabla B.1: Características de los termistores utilizados en el proyecto.

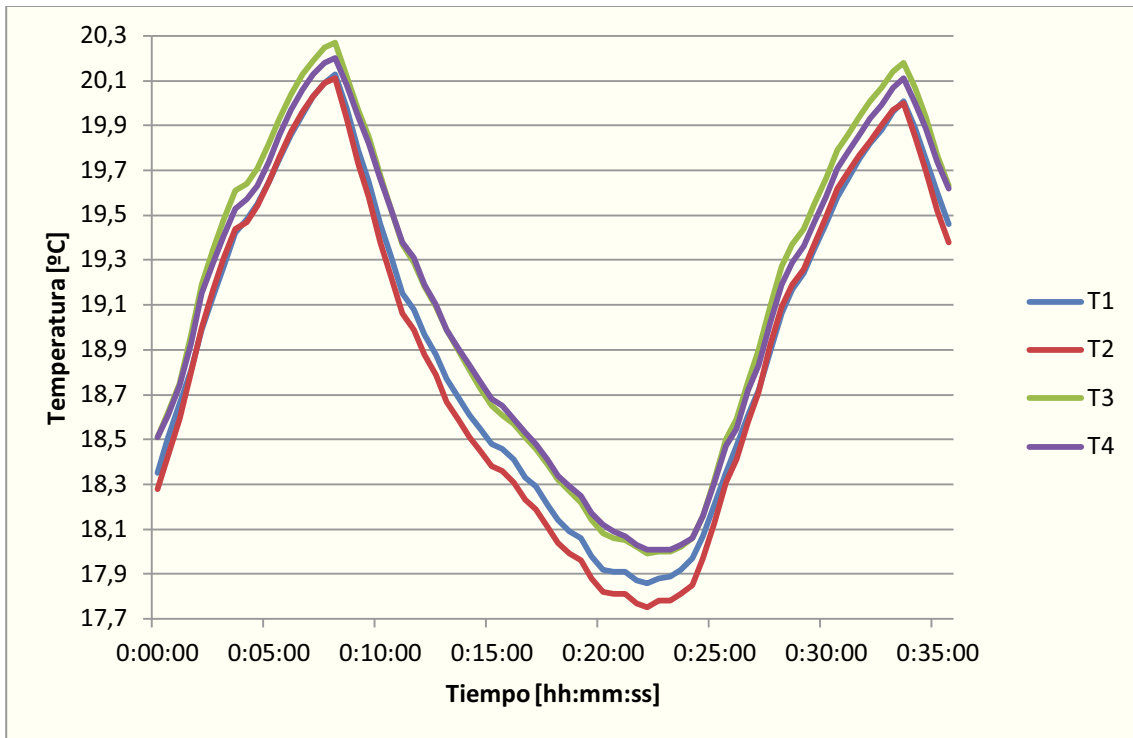
La temperatura es una magnitud con gran influencia en el índice de refracción, por lo tanto, es muy importante conocer su valor exacto en cada punto del espacio. Para ello se realizó un estudio que evaluó las divergencias de medida de los sensores sobre un mismo punto:

Se colocaron los sensores como muestra la Figura B.2, de modo que los cuatro sensores eran capaces de medir la temperatura de un mismo punto del espacio:



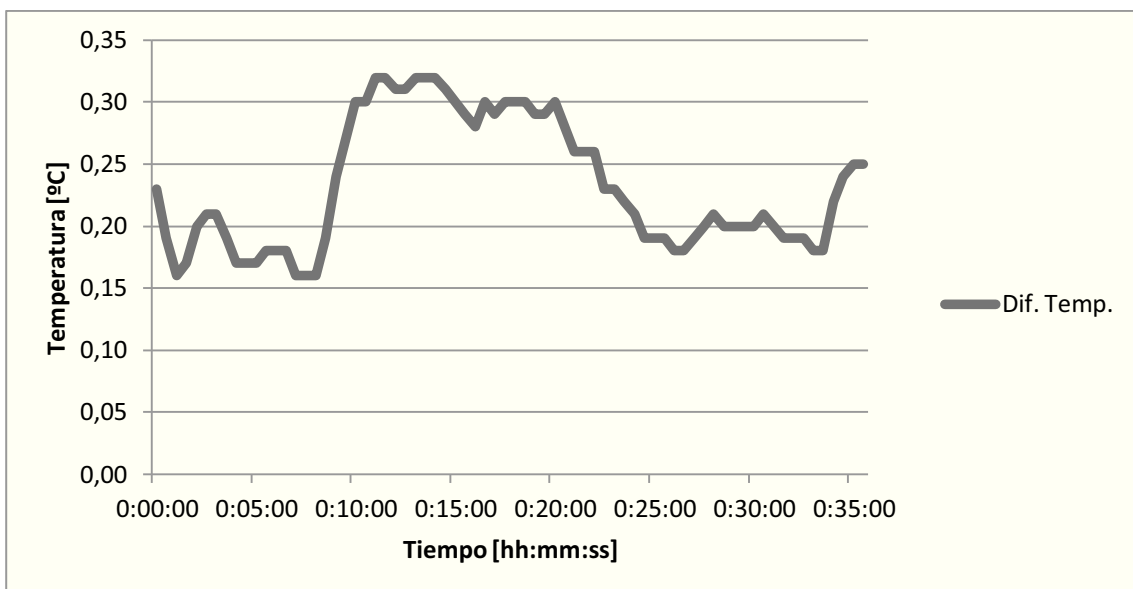
Figura B.2: Termistor NTC usados en el laboratorio.

Se midió la temperatura del laboratorio con los cuatro sensores, obteniendo a lo largo del tiempo los valores que muestran la Gráfica B.1:



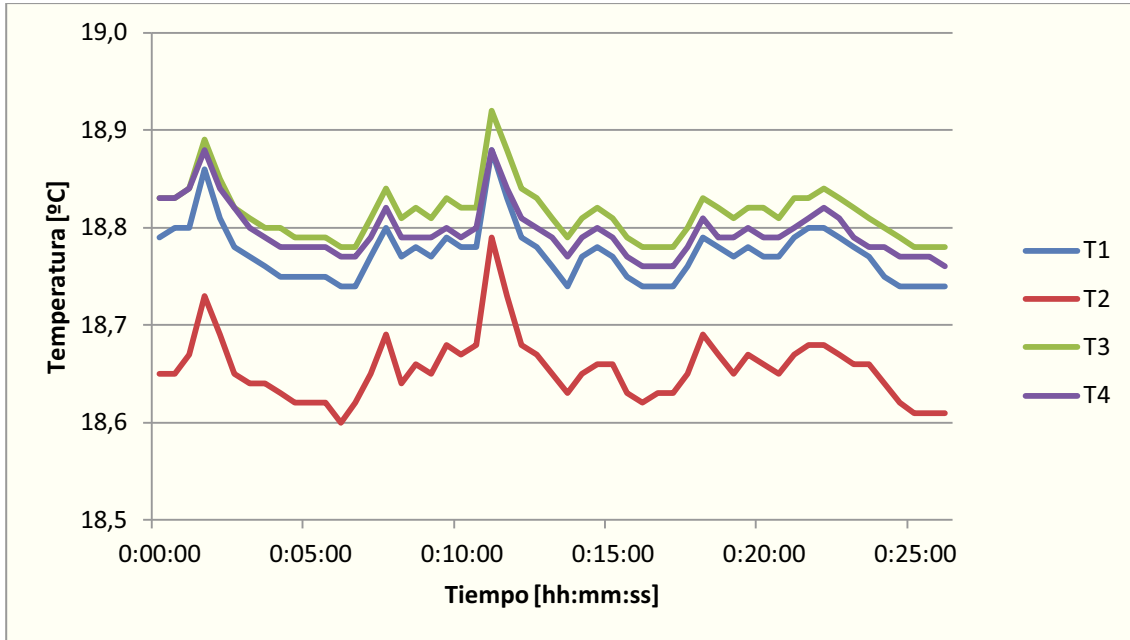
Gráfica B.1: Temperaturas medidas en un mismo punto del laboratorio.

La Gráfica B.2 muestra la diferencia entre el sensor que marca la máxima temperatura y el sensor que marca la mínima temperatura en cada instante:



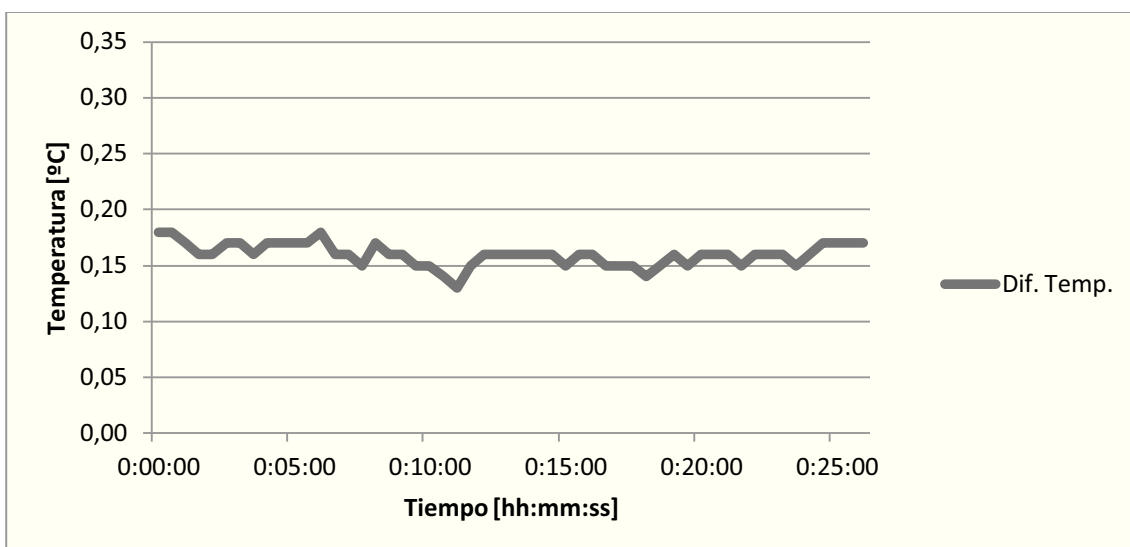
Gráfica B.2: Diferencia entre las temperaturas máximas y mínimas medidas en un mismo punto del laboratorio.

Después se realizó un experimento similar, pero esta vez en lugar de medir las temperaturas del laboratorio, se tomaron medidas en el taller, obteniendo los resultados mostrados en la Gráfica B.3:



Gráfica B.3: Temperaturas medidas en un mismo punto del taller.

La diferencia máxima de temperaturas entre los cuatro sensores es ahora la indicada en la Gráfica B.4:



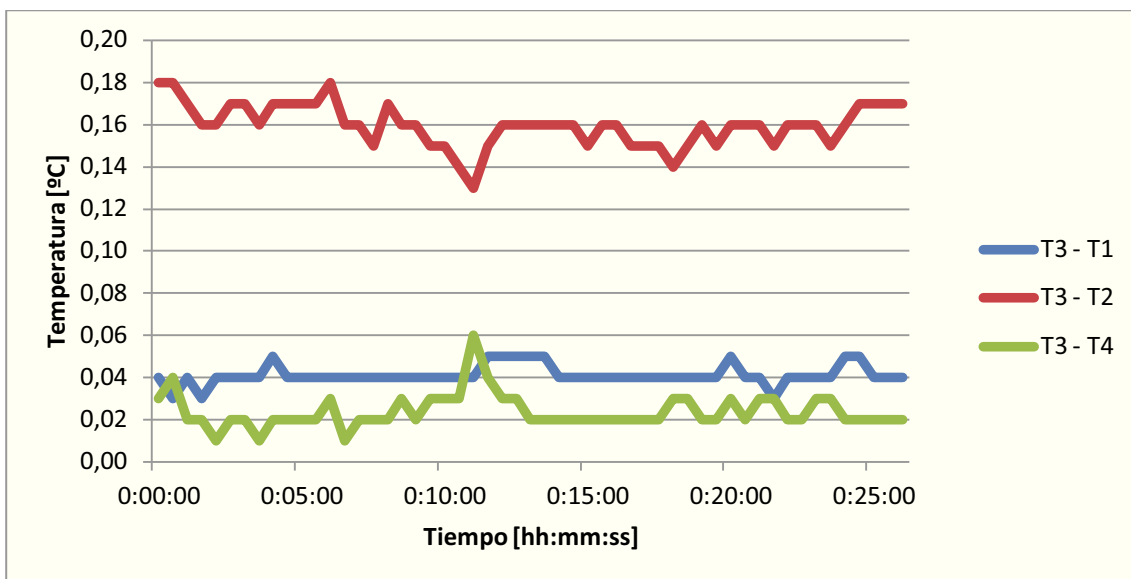
Gráfica B.4: Diferencia entre las temperaturas máximas y mínimas medidas en un mismo punto del taller.

Se observa que los sensores dan aproximadamente el mismo valor de temperatura, la diferencia entre los cuatro sensores está acotada y oscila entre los 0,13°C y los 0,32°C.

También se observa que el sensor T2 tiende a ser el que muestra los resultados más bajos, mientras que el sensor T3 obtiene resultados más elevados.

Se va a tomar como referencia el sensor T3 ya que es el sensor que tiende a dar el valor más elevado de temperatura, y se les va a añadir un offset a los demás sensores para que se aproximen lo máximo posible los cuatro valores de temperatura.

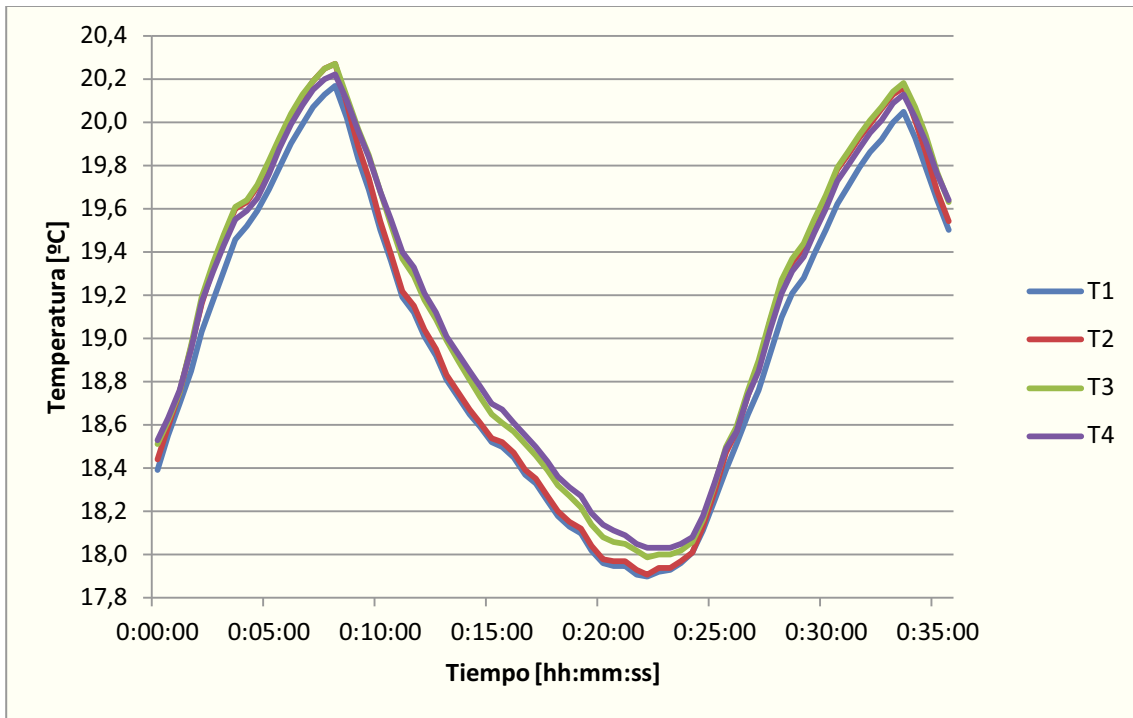
La Gráfica B.5 muestra la diferencia de temperatura entre el sensor T3 y los demás sensores a lo largo del tiempo que duró el ensayo realizado en el taller:



Gráfica B.5: Diferencia entre las temperaturas que marca el sensor T3 y los demás sensores, medidas en un mismo punto del taller.

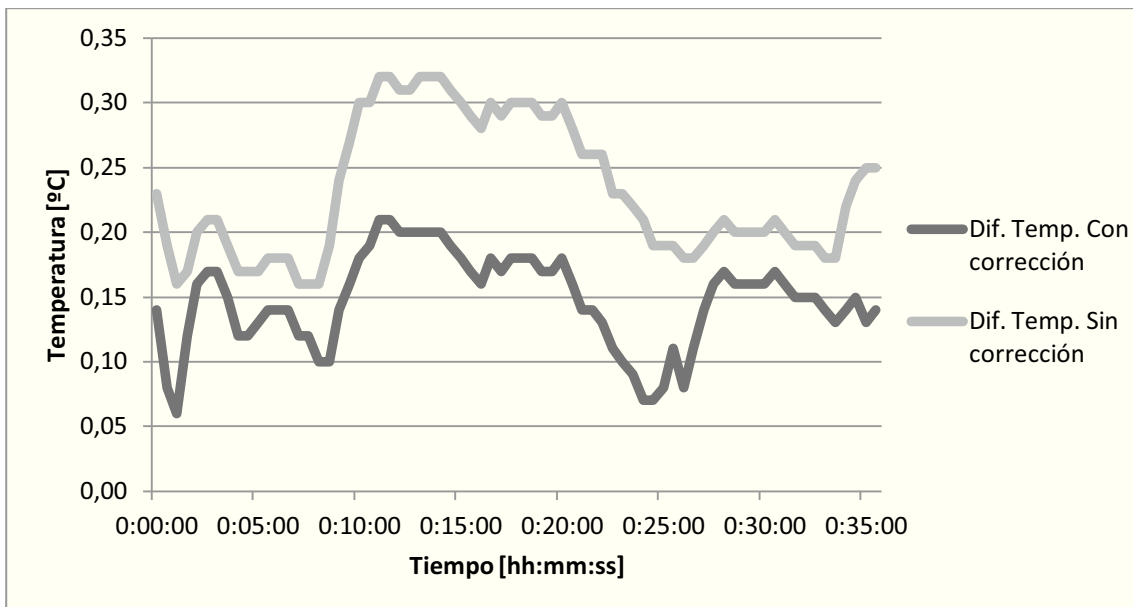
Vistas esas diferencias, los offset que se van a aplicar son los siguientes: +0,04°C al sensor T1, +0,16°C al sensor T2 y +0,02°C al sensor T4.

A continuación se va a mostrar de nuevo las gráficas de los dos experimentos (en el laboratorio y en el taller) pero esta vez añadiendo los offset que se han calculado, también se mostrará cual es la mejora obtenida al aplicar estos offset con respecto a no aplicarlos.



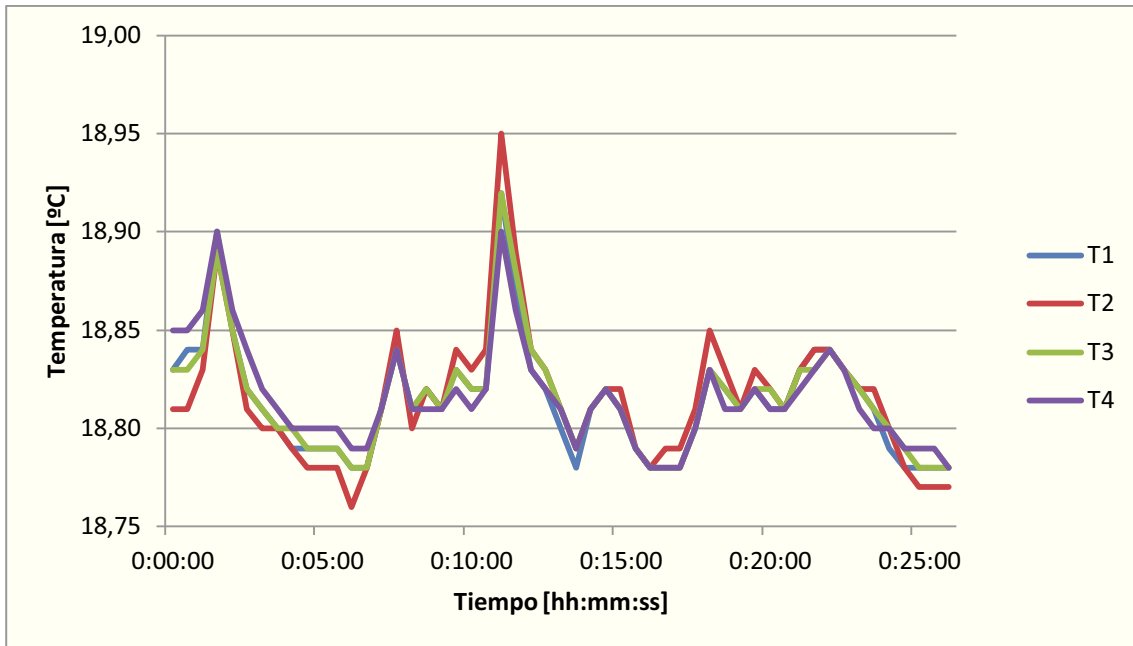
Gráfica B.6: Temperaturas medidas en un mismo punto del laboratorio corregidas.

Tras la corrección, se observa la siguiente mejoría en el valor de la máxima diferencia de temperatura entre los sensores:



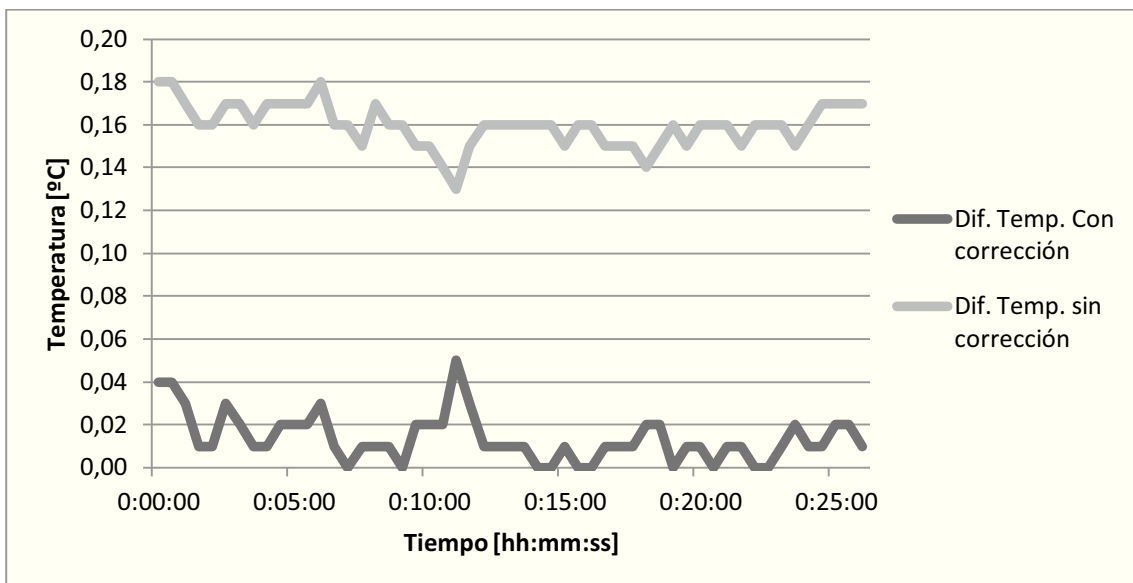
Gráfica B.7: Diferencia entre las temperaturas máximas y mínimas medidas en un mismo punto del laboratorio antes y después de la corrección.

De igual modo, las gráficas de temperaturas en el taller quedan de la siguiente manera después de realizar la corrección sobre los sensores:



Gráfica B.8: Temperaturas medidas en un mismo punto del taller corregidas.

La mejoría ahora es la siguiente:



Gráfica B.9: Diferencia entre las temperaturas máximas y mínimas medidas en un mismo punto del taller antes y después de la corrección.

Ahora que se han calibrado los cuatro sensores entre sí, se tiene que hacer lo mismo pero esta vez con respecto al sensor de temperatura de la estación meteorológica del Laser Tracker, la importancia de hacer esto es que todos los sensores deben proporcionar la información lo más similar posible a la que el Laser Tracker obtiene de su estación meteorológica.

El siguiente experimento midió las temperaturas de un mismo punto tanto con los sensores como con la estación meteorológica del Laser Tracker, la configuración del experimento se muestra la Figura B.3:

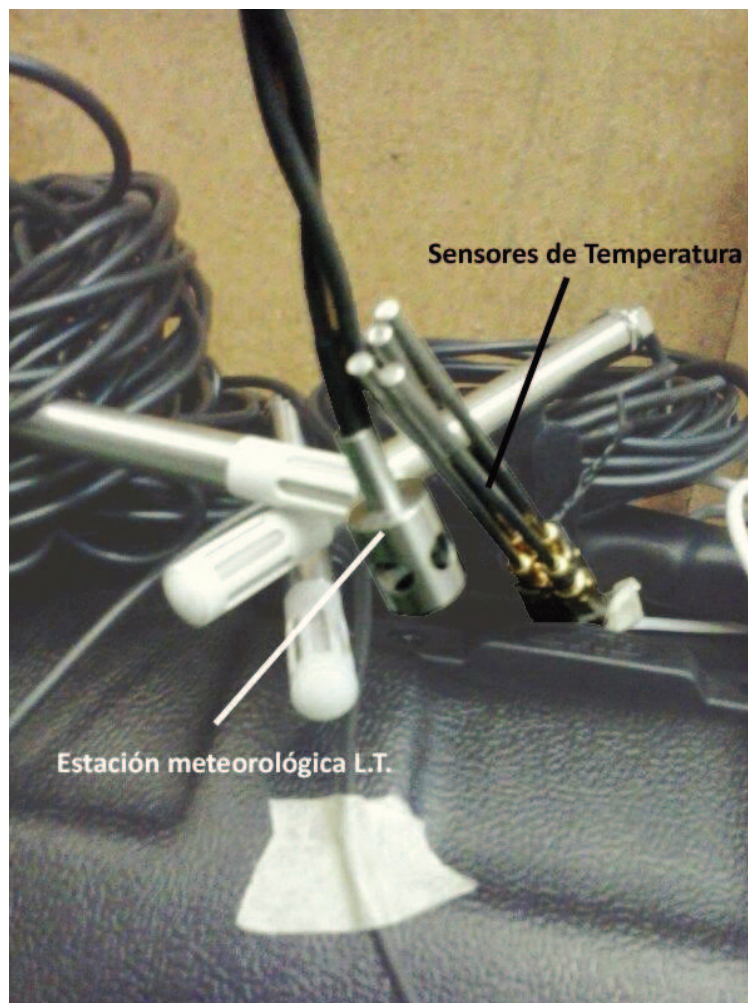
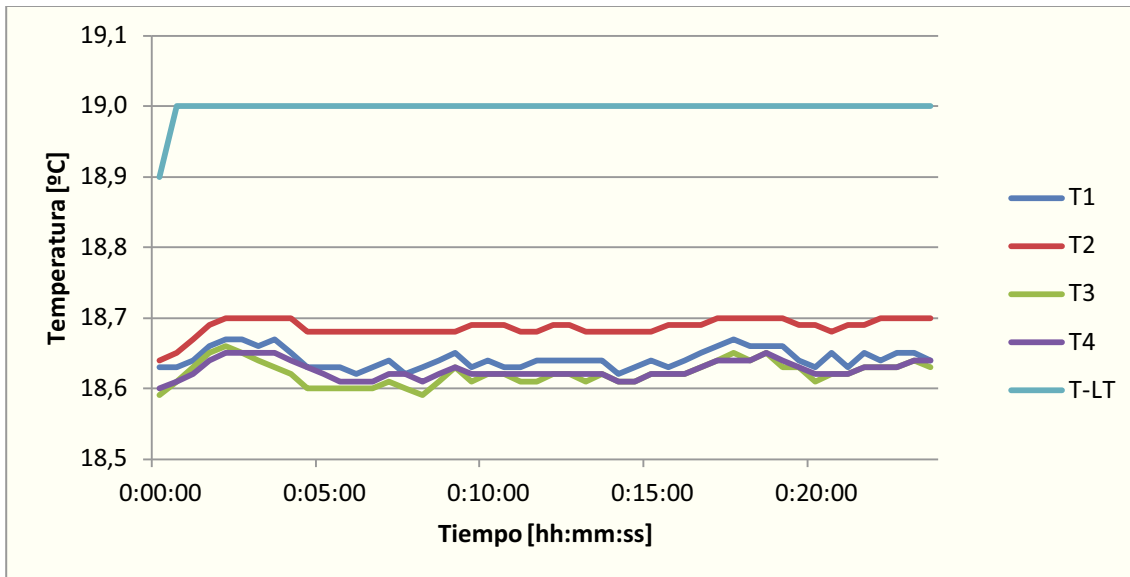


Figura B.3: Experimento de calibración de los sensores de temperatura

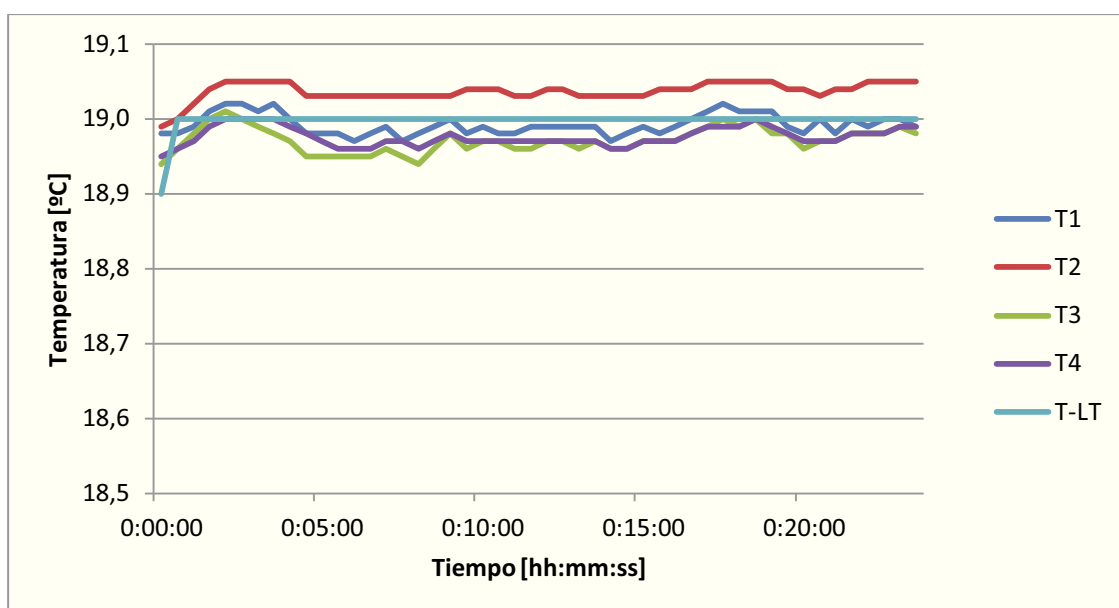
Los datos obtenidos a lo largo del tiempo durante el experimento se muestran en la Gráfica B.10:



Gráfica B.10: Temperaturas medidas en el taller por los sensores y la estación meteorológica.

Los cuatro sensores de temperatura obtienen datos de temperatura inferiores a los que obtiene la estación meteorológica del Láser Tracker para ese mismo punto. Como solución se les añadirá un offset de $+0,35^{\circ}\text{C}$, que se acumulará al offset añadido anteriormente, de forma que a cada sensor habrá que sumarle el siguiente offset para poder manipular sus datos: $+0,39^{\circ}\text{C}$ al sensor T1, $+0,51^{\circ}\text{C}$ al sensor T2, $+0,35^{\circ}\text{C}$ al sensor T3 y $+0,37^{\circ}\text{C}$ al sensor T4.

Quedando de la siguiente manera las temperaturas del experimento corregidas:



Gráfica B.11: Temperaturas corregidas de los sensores y la estación meteorológica.

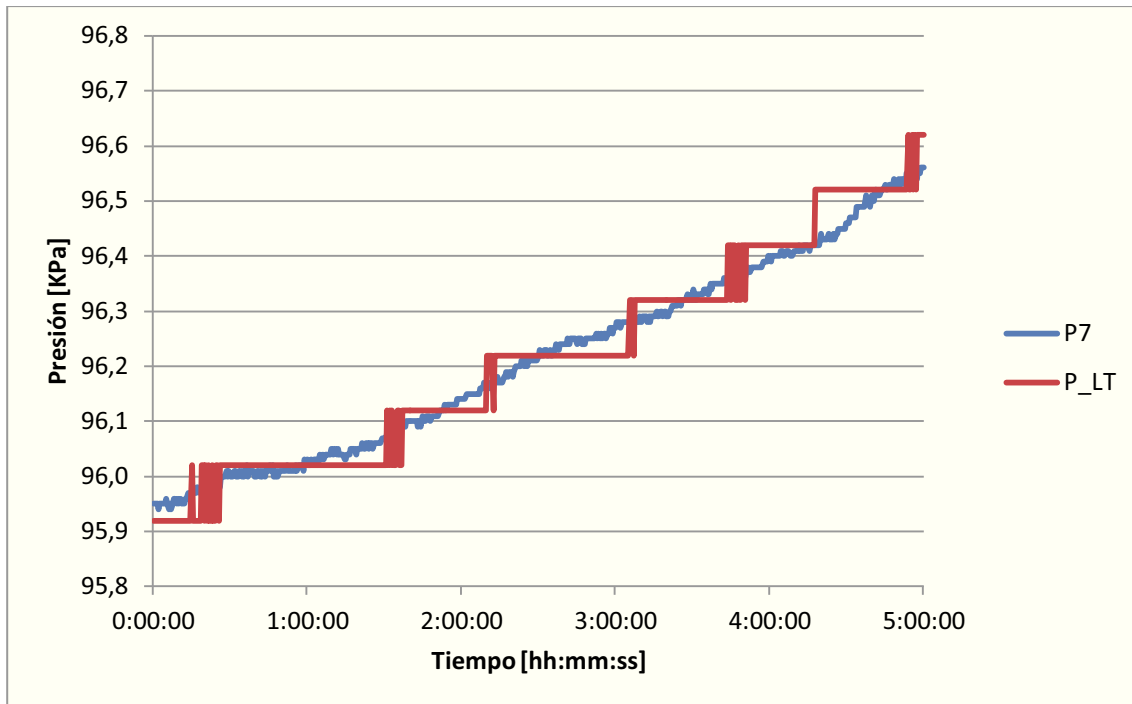
B.2. Sensores de Temperatura, Presión y Humedad Relativa



Figura B.4: Sensor Digital de Temperatura, Presión Atmosférica y Humedad Relativa

La presión atmosférica, al igual que la temperatura es una magnitud con gran influencia en el índice de refracción, de modo que al igual que se hizo con los sensores de temperatura, se ha realizado un ensayo dirigido a calibrar y ajustar los sensores para que el valor de presión que obtengan sea lo más aproximado posible al valor que el Laser Tracker obtiene de su estación meteorológica.

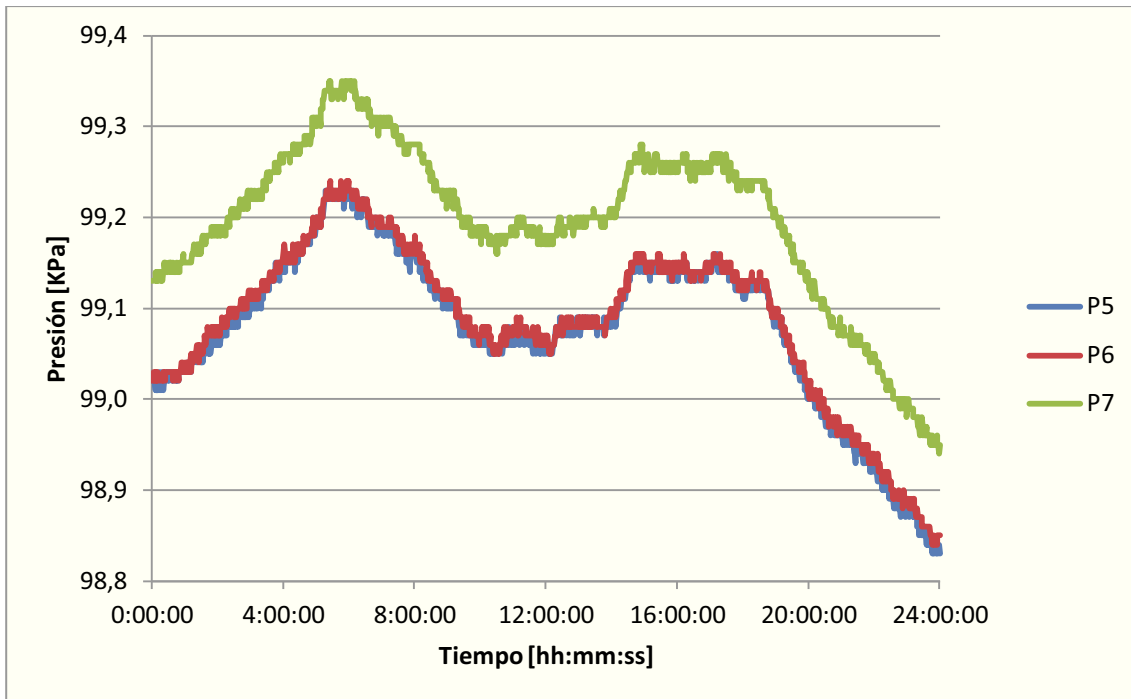
En el siguiente ensayo se situó uno de los sensores de presión temperatura y humedad relativa (el sensor nº 7) junto a la estación meteorológica y la Gráfica B.12 muestra la comparación de los valores obtenidos por ambas sondas:



Gráfica B.12: Presión atmosférica medida por el sensor 7 y la estación meteorológica.

Se observa que el sensor 7 obtiene valores muy aproximados de presión a los que ofrece la estación meteorológica del Laser Tracker, por lo que estos valores podrán ser tomados directamente sin realizar ninguna corrección sobre ellos.

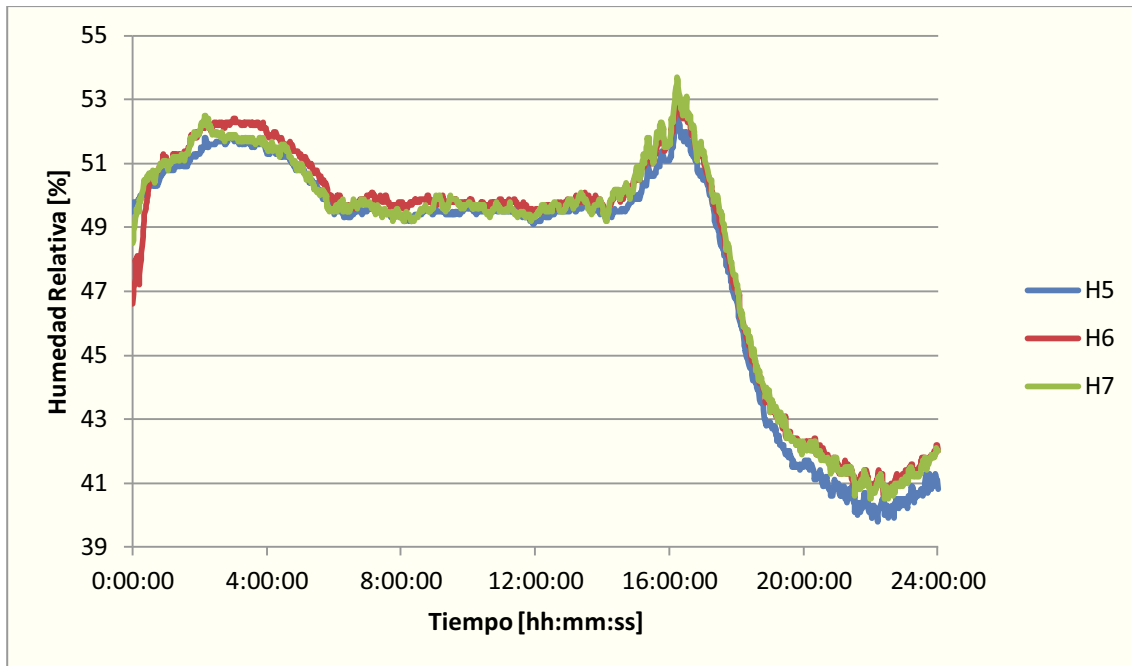
En otro ensayo se colocaron los tres sensores de temperatura presión y humedad relativa midiendo un mismo punto durante un día completo. Se obtuvieron los mostrados en la Gráfica B.13:



Gráfica B.13: Presión atmosférica medida por los tres sensores.

Los sensores 5 y 6, dan valores muy similares entre sí y 0,11 KPa por debajo de los valores que obtiene el sensor 7, que como se ha visto antes ya está correctamente calibrado con respecto a la estación meteorológica del Laser Tracker. Por lo tanto, se les aplicará un offset correctivo de +0,11 KPa a ambos sensores.

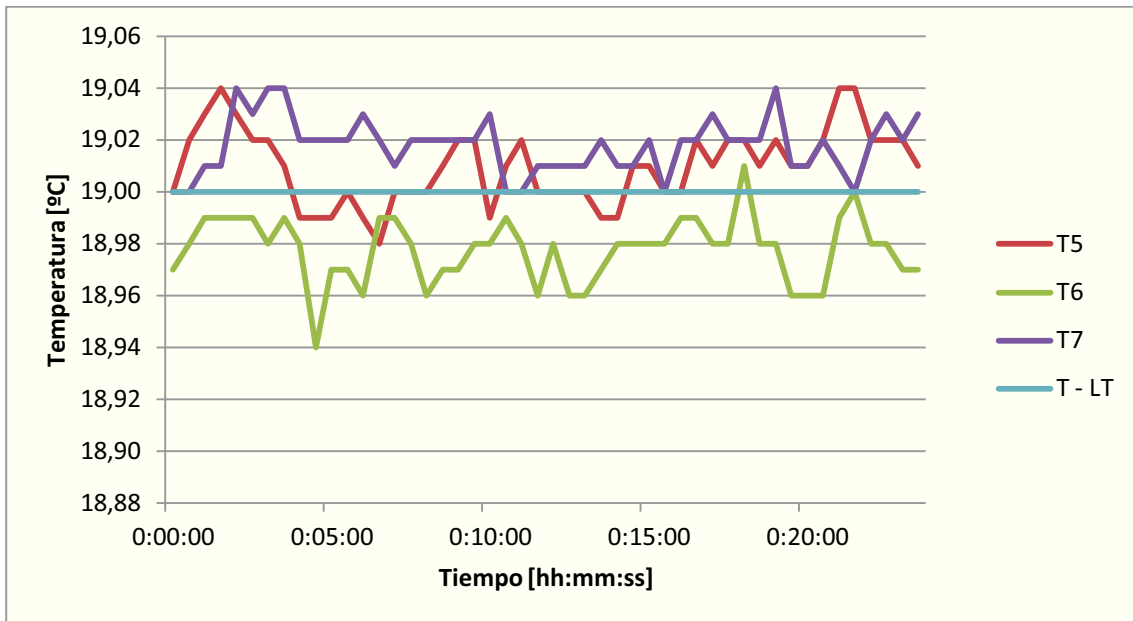
En cuanto a la humedad relativa, sólo es posible calibrar los tres sensores entre sí, ya que la estación meteorológica del Laser Tracker no posee sensor de humedad relativa. La Gráfica B.14 muestra los datos recogidos a lo largo de un día en un mismo punto del taller:



Gráfica B.14: Humedad Relativa medida por los tres sensores.

Las escasas diferencias entre las humedades relativas de los tres sensores para la medición de un mismo punto permiten concluir que no es necesaria la aplicación de ningún offset sobre ninguno de los tres sensores.

Finalmente, se calibra la temperatura:



Gráfica B.15: Temperatura medida por los tres sensores y la estación meteorológica.

Los valores obtenidos por los sensores son ya bastante aproximados a los que ofrece la estación meteorológica del Laser Tracker, pero para mayor precisión se les añade los siguientes offset: $+0,02^{\circ}\text{C}$ al sensor T6 y $-0,02^{\circ}\text{C}$ al sensor T7.

Anexo C: Incertidumbres

El concepto de incertidumbre como atributo cuantificable es relativamente nuevo en la historia de la medición, a pesar de que conceptos como *error* y *análisis de errores* han formado parte desde hace mucho tiempo de la práctica de la metrología.

Actualmente está ampliamente aceptado que, aún cuando se hayan considerado todas las componentes conocidas o sospechadas de error y se hayan aplicado las correcciones oportunas, aún existe una incertidumbre asociada a la corrección del resultado final, esto es, una duda acerca de la bondad con que el resultado final representa al valor de la magnitud medida.

En 1977, reconociendo la falta de consenso internacional sobre la forma de expresar la incertidumbre de medida, la más alta autoridad mundial en metrología, el Comité Internacional de Pesas y Medidas (*CIPM*), pidió a la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (*BIPM*) que abordara el problema junto con los laboratorios nacionales de metrología e hiciera una recomendación.

La tarea de desarrollar una guía detallada basada en la recomendación fue encomendada por el *CIPM* a la Organización Internacional de Normalización (*ISO*) puesto que ésta podía reflejar mucho mejor las necesidades procedentes de los amplios intereses de la industria y del comercio.

El objetivo de dicha guía es:

- Dar información completa de cómo obtener la expresión de la incertidumbre.
- Proporcionar una base para la comparación internacional de los resultados de las mediciones.

De ese modo en 1995, se finalizó la primera edición de la “Guide to the expression of Uncertainty in Measurement” (*GUM*) [1], y en septiembre de 2008 se terminó la tercera edición de la *GUM*, de la cual se seguirán sus indicaciones para el cálculo de las incertidumbres a lo largo del proyecto.

En la *GUM* se define a la incertidumbre de medida como el parámetro asociado al resultado de una medición que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mensurando. La incertidumbre del resultado de una medición refleja la imposibilidad de conocer exactamente el valor del mensurado. El resultado de una medición tras la corrección de los efectos sistemáticos identificados es aún una estimación del valor del mensurado, dada la incertidumbre debida a los efectos aleatorios y a la corrección imperfecta del resultado por efectos sistemáticos.

C.1. Tipos de incertidumbres:

La *incertidumbre típica* es la incertidumbre del resultado de una medición, expresada en forma de desviación típica. Esta puede ser evaluada por dos métodos:

- Evaluación Tipo A de incertidumbre: método de evaluación mediante análisis estadístico de series de observaciones.
- Evaluación Tipo B de incertidumbre: método de evaluación de la incertidumbre por medios distintos al análisis estadístico de series de observaciones.

La *incertidumbre típica combinada* es la incertidumbre típica del resultado de una medición, cuando el resultado se obtiene a partir de los valores de otras magnitudes, igual a la raíz cuadrada positiva de una suma de términos, siendo éstos las varianzas o covarianzas de esas otras magnitudes, ponderadas en función de la variación del resultado de medida con la variación de dichas magnitudes.

La *incertidumbre expandida* es la magnitud que define un intervalo en torno al resultado de una medición, y en el que se espera encontrar una fracción importante de la distribución de valores que podrían ser atribuidos razonablemente al mensurando.

C.2. Evaluación de las incertidumbres:

La evaluación de las incertidumbres se ha llevado a cabo según la ISO/TS 14253-2: “*Guide to the estimation of uncertainty in GPS measurement, in calibration of measuring equipment and in product verification*” [5].

C.2.1. Incertidumbres tipo A:

La evaluación del componente de incertidumbre tipo A, u_{xx} , requiere datos de numerosas mediciones. La desviación estándar de la distribución o la desviación estándar del valor medio pueden calcularse con las siguientes formulas:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_1^n X_i$$

La media de un número n de medidas de resultados X_i , \bar{x} , es una estimación del verdadero valor de la media μ de la distribución.

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_1^n (\bar{x} - X_i)^2}{(n - 1)}}$$

La desviación estándar de la distribución basada en función de la muestra de n mediciones, s_x , es una estimación de la desviación estándar σ .

$$\bar{s}_x = \sqrt{\frac{\sum_1^n (\bar{x} - X_i)^2}{n \cdot (n - 1)}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}}$$

La desviación estándar del valor medio de la muestra, \bar{s}_x , es igual a la desviación estándar dividida por la raíz cuadrada del número de mediciones n .

Cuando la media o la desviación estándar están basados en muy pocas mediciones la estimación de la desviación estándar puede ser incorrecta y posiblemente muy pequeña. Por esta razón, se usa un factor de seguridad h .

El valor de h se obtiene de la siguiente tabla:

nº mediciones	H
2	7,0
3	2,3
4	1,7
5	1,4
6	1,3
7	1,3
8	1,2
9	1,2
≤ 10	1

Tabla C.1: Valor del factor de seguridad h en función del número de mediciones.

La desviación estándar de la muestra s_x se utiliza como incertidumbre u_{XX} cuando los resultados de las medidas se obtienen usando lecturas individuales del componente en cuestión.

$$u_{XX} = s_{x,n} \cdot h$$

C.2.2. Incertidumbres tipo B:

La evaluación de la desviación estándar por cualquier otro medio que no sea estadístico suele limitarse a experiencias anteriores o simplemente a “adivinar” cuál podría ser el valor de la desviación estándar.

Dado un límite de variación, a , para cualquier distribución existe una cierta relación entre la desviación estándar y el valor límite, a . Entonces, si el valor límite, a , y el tipo de distribución es conocida, es posible calcular la desviación estándar.

$$u_{XX} = a \cdot b$$

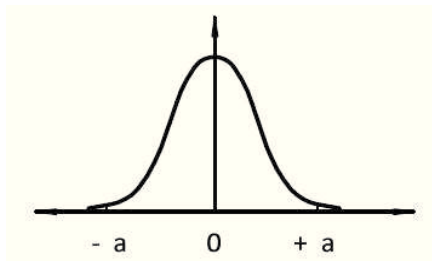
Donde b es un parámetro dependiente del tipo de distribución.

La experiencia muestra que en la mayoría de los casos es suficiente con usar sólo tres tipos de distribuciones transformando los límites de variación en desviación estándar.

Distribución Gaussiana:

$$b = 0,5$$

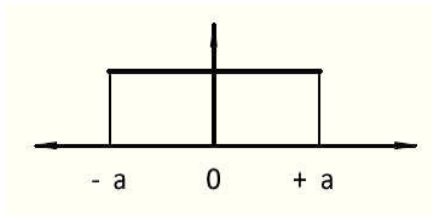
$$u_{XX} = 0,5 \cdot a$$



Distribución rectangular:

$$b \approx 0,58$$

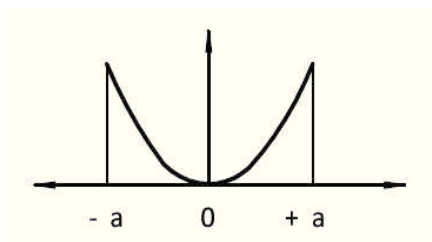
$$u_{XX} = \frac{a}{\sqrt{3}} \approx 0,58 \cdot a$$



Distribución en U:

$$b \approx 0,71$$

$$u_{XX} = \frac{a}{\sqrt{2}} \approx 0,71 \cdot a$$



Las componentes de incertidumbre de tipo B requieren un conocimiento razonable del valor límite, a . Se puede hacer una sobreestimación, pero no demasiado grande, del valor límite a . El siguiente paso es asumir el tipo de distribución. En la mayor parte de los casos, la distribución es conocida. Si no lo fuere, se hace una asunción conservadora. Si se sabe que la distribución no es Gaussiana, entonces se elige la distribución rectangular o en U. Si se sabe que la distribución no es rectangular, entonces se elige la distribución en U. La distribución en U es la asunción más conservadora.

C.2.3. Incertidumbre típica combinada:

Se da cuando existe una relación entre dos o más magnitudes de entrada, es decir, estas magnitudes son dependientes entre sí o están correlacionadas.

La incertidumbre típica combinada u_c es la raíz cuadrada positiva de la varianza combinada u_c^2 dada por:

$$u_c^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i)$$

La derivada parcial $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ se denomina coeficiente de sensibilidad y describe cómo varía la estimación de salida f en función de las variaciones en los valores de las estimaciones de entrada x_1, x_2, \dots, x_N . N es el número de magnitudes combinadas y $u(x_i)$ es la incertidumbre estándar de la magnitud i .

C.2.4. Incertidumbre expandida:

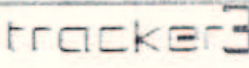
Resulta conveniente expresar el resultado de una medición en la forma $Y = y \pm U$, lo que se interpreta como que la mejor estimación del valor atribuible al mensurando Y es y , y que puede esperarse que en intervalo que va de $y - U$ a $y + U$ esté comprendida una fracción importante de la distribución de valores que podrían ser razonablemente atribuidos a Y .

La incertidumbre expandida de una medición, U , en mediciones GPS se calcula cómo:

$$U = u_c \cdot k$$

A menos que se especifique, según la ISO 14253-1, el factor de cobertura k será igual a 2 en mediciones GPS. Con el factor de cobertura $k = 2$ se asume un nivel de confianza de aproximadamente el 95%.

Anexo D: Especificaciones

<u>Parameter</u>	<u>Specification</u>
Linear Range:	T3-15 30 meters (98 feet) T3-40 80 meters (262 feet) T3-60 120 meters (400 feet) With selected targets
Angular Range:	
Azimuth	± 320° (640° End to End)
Elevation	+ 77° / -60°
Angular Resolution:	± 0.07 arc seconds
Distance Resolution:	1µm
Maximum Lateral Target Speed:	> 3meters/sec
Maximum Acceleration:	> 2 g
Internal Level Accuracy:	±2 arc-second
<u>Weight</u>	
Tracker	18.5 lb
Controller	7 lb
<u>Interferometer Mode</u>	
Absolute Accuracy	
Static:	± 5ppm (2 sigma) 25µm (0.001") at 5m (16.2ft)
Dynamic:	± 10ppm (2 sigma) 50µm (0.002") at 5m (16.2ft)
<u>ADM Mode</u>	
Linear Accuracy	± 15µm to 10m 1.5ppm > 10m
<u>Dimensional Envelope</u>	
Tracker	185 mm x 190 mm x 360 mm
Control Box	110 mm x 160 mm x 310 mm
<u>Electrical</u>	
Input voltage range:	115VAC/230VAC
Input frequency range:	50Hz - 60Hz
Amperage	5.0A Max
Maximum Power Usage	500W
Fuse Rating	5A (115V)/2.5A (230V)
EMI/EMC	EN61326-1, EN61000-4; -2, 3, 4, 5, 6, 8, 11
Safety	EN61010-1, EN 60825-1
<u>Environmental</u>	
Air Temperature	-10°C - 40°C (14°F - 104°F)
Barometric Pressure	580 mmHg - 800 mmHg
Relative Humidity	10-92.5% Non-condensing
Altitude	2000 Meters



Certification Report Laser Tracker 3

Test No: 15062011-3976
Date of Certification: 15.06.2011

Issued to: Metrologia Sariki S.A
C/ San Antolin 9-APTDO.186
Guipuzcoa,ELGOIBAR 20870
Spain

Description: Laser Tracking System
Model: LTS-3000
Serial No: LTS3976

This Laser Tracking System was tested using the technique described in API's written procedures:

TP-W5-4	TP-QVC2	TP-IBA3
TP-LD	TP-BB2	TP-UT2
TP-BC2	TP-BT2	TP-TG2

All equipment used in this certification was calibrated using instruments and standards that are traceable to NIST, and the tracker meets all of API's accuracy specifications for a Laser Tracking System as given in the table below.¹

Specifications of Laser Tracking System	
Laser Tracker 3	
Angle Resolution	0.07 arc-second
Interferometer Mode	
Distance Resolution	$\pm 1 \mu\text{m}$
Repeatability	$\pm 2.5 \text{ ppm (2 sigma)}$
Absolute Accuracy in 3D Spatial Measurement	Static: $\pm 5 \text{ ppm (2 sigma)}$ Dynamic: $\pm 10 \text{ ppm (2 sigma)}$
ADM Mode	
Distance Resolution	$\pm 1 \mu\text{m}$
Repeatability	$\pm 15 \mu\text{m}$
Accuracy	$\pm 15 \mu\text{m}$ or $\pm 1.5 \text{ ppm}$, whichever is greater

For certified systems, this product includes both software and hardware modifications. Old parameter files are not valid.

Certified by: _____
Tom Stengel, Calibration Engineer

¹ The acceptance/rejection criteria are based on the simple acceptance rule as described in ASME B89.7.3.1-2001 using the ISO 10012-1 3:1 rule

Note: This certificate should be reproduced only in full.

Test no: 004539-11
Date: 03/08/2011



Automated Precision Inc.
15000 Johns Hopkins Drive, Rockville, MD, 20850

API Break Resistant: Hollow SMR Inspection Report

Model: 15HA
Serial No: 11075
Item: 1.5 NB Hollow Core: 76695-40m-Std
Insert No: 2452

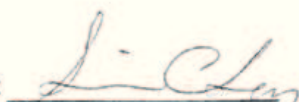
Centering Accuracy: 0.0041 mm (0.00016 ")

X-Y Centering Error: 0.0013 mm (0.00005 ")
Z-Depth Error: 0.0039 mm (0.00015 ")

Specifications of Hollow Spherically Mounted Retroreflector (SMR)

Centering Accuracy	Standard	± 0.0127 mm (0.0005 ")
	Precision	± 0.0025 mm (0.0001 ")
Ball Diameter		1.50000 "
Ball Sphericity		Grade 50

Inspected By:


Lin Chen

*The acceptance/rejection criteria is based on the simple acceptance rule described in ASME B89.7.3.1-2001 using the ISO 10012-1 3.1 rule.
** This calibration certificate should be reproduced only in full.

Anexo E: Calentamiento del Laser Tracker

E.1. Calentamiento del Laser Tracker

A la hora de realizar una medición con el Laser Tracker, el primer paso es montar todo el equipo. Es necesario realizar todas las conexiones y abrir el software de medición en un ordenador. A lo largo del desarrollo del Proyecto se ha utilizado el programa Spatial Analyzer.

Una vez montado todo el equipo, se enciende la fuente del láser. A partir de ese instante, hace falta esperar 15 minutos para que el software de medición permita comenzar con la medición. Durante ese tiempo se produce el calentamiento del equipo.

Sin embargo, antes de realizar los experimentos vistos a lo largo del Proyecto Fin de Carrera, se realizaron unos ensayos para comprobar si efectivamente pasados los 15 minutos el Laser Tracker se ha calentado correctamente.

El procedimiento que se ha seguido es realizar mediciones en el nido empezando justo en el instante en que el software nos comunica que el Laser Tracker está “warmed up”.

El nido es el punto donde se sitúa el retrorreflector para calibrar el Laser Tracker antes de una medición. Las coordenadas del nido del Laser Tracker del departamento son las siguientes:

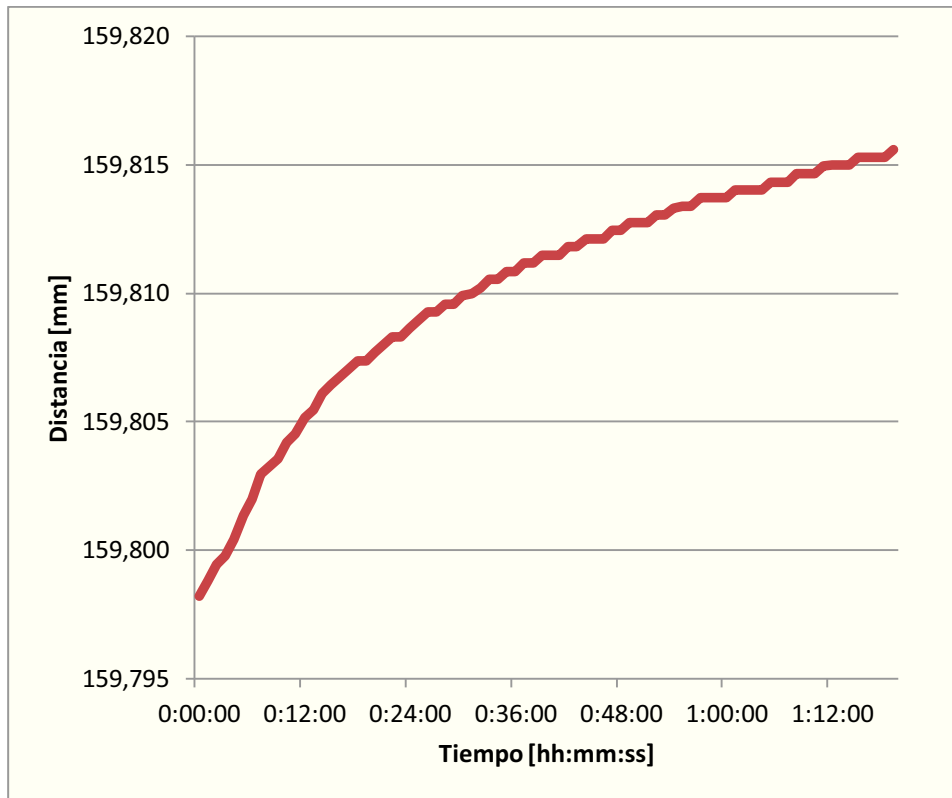
$$(\rho_0, \theta_0, \varphi_0) = (159.798 \text{ mm}, 179.734^\circ, 146.076^\circ)$$



Figura E.1: Retrorreflector en el nido.

A lo largo de los aproximadamente 16 centímetros que recorre el láser hasta llegar al retrorreflector, se pueden despreciar los efectos atmosféricos.

La Gráfica E.1 muestra los datos de la coordenada ρ en milímetros empezando a medir en el mismo instante en el que el software nos informa de que el Laser Tracker está listo para medir.



Gráfica E.1: Datos proporcionados por el Laser Tracker de la posición del nido.

Se observa como la medida ha aumentado 17 μm en la hora y veinte minutos que dura el ensayo.

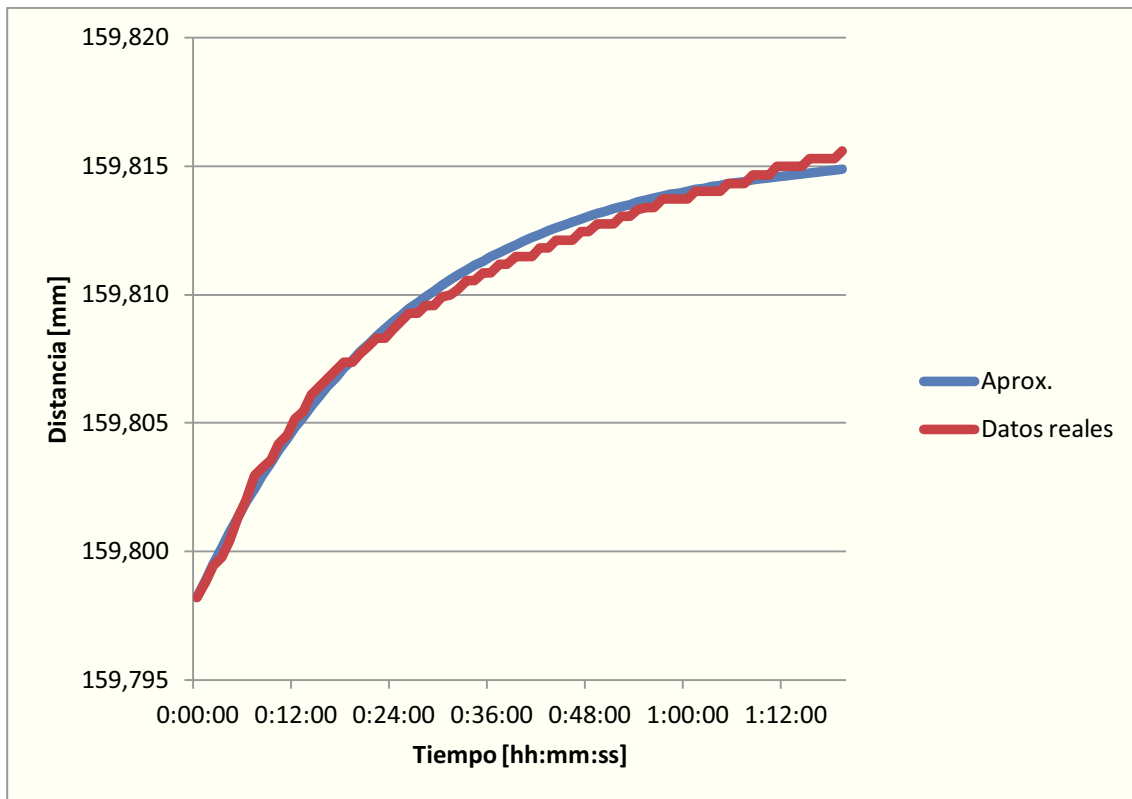
Se han realizado varios ensayos obteniendo resultados similares. Los valores de la distancia se asemejan a una ecuación del tipo $y(t) = A + B \cdot (1 - e^{-t/\tau})$.

Siendo A el valor inicial en mm, B el valor máximo que aumenta la medida en mm y τ la constante de tiempo en minutos.

En el caso del ejemplo la ecuación resultaría ser:

$$y(t) = 159.798 + 0.0174 \cdot (1 - e^{-0.04 \cdot t})$$

Se puede comprobar en la Gráfica E.2 la aproximación de la ecuación anterior con las lecturas que el Laser Tracker proporciona.

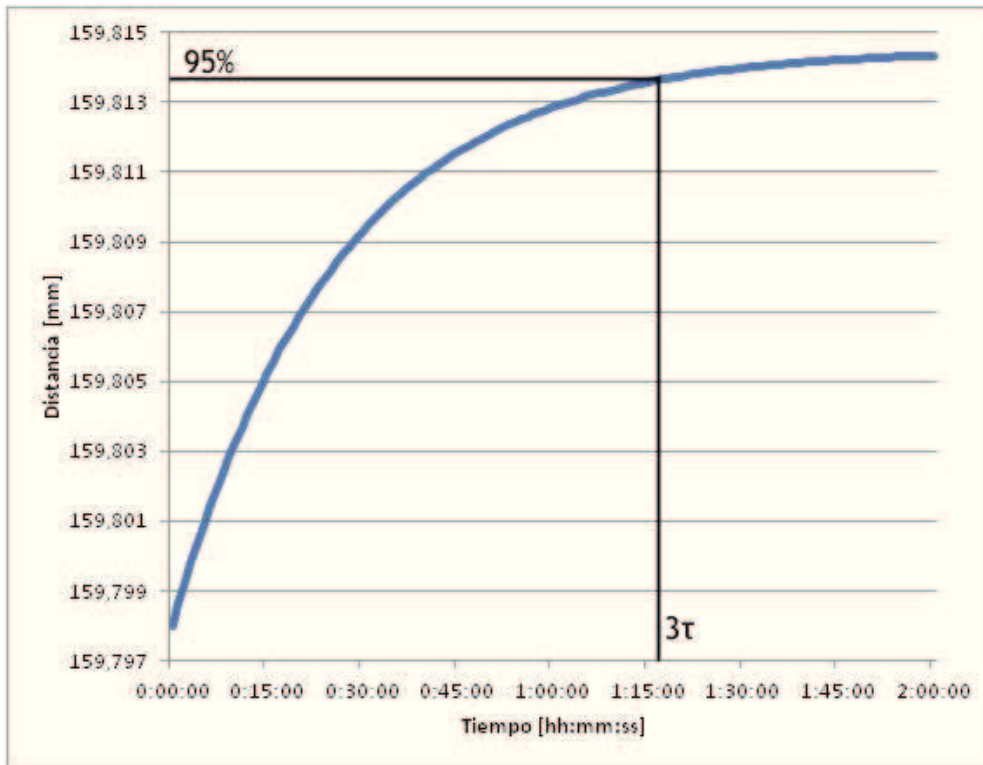


Gráfica E.2: Datos proporcionados por el Laser Tracker de la posición del nido y la aproximación.

Tras realizar numerosos experimentos de manera homóloga, se ha calculado la media de los factores A , B , y τ . De manera que la ecuación que más se aproxima al calentamiento del Laser Tracker se define con la fórmula:

$$y(t) = 159.798 + 0.0165 \cdot (1 - e^{-t/26})$$

En el valor 3τ se alcanza el 95% del valor final. Esto significa que pasado ese tiempo la medida no varía más que un 5% de las 16.5 μm es decir 0.825 μm . Es decir, lo conveniente sería esperar 78 minutos antes de comenzar la medición.



Gráfica E.3: En 3τ se alcanza el 95% del valor final.

E.2. Conclusión

La conclusión que se puede extraer de este experimento es que antes de empezar una medición sería conveniente tener el Laser Tracker calentando durante al menos una hora y dieciocho minutos además de los 15 minutos que el software indica que hay que esperar. De no hacerse así, la medición tendrá una incertidumbre añadida de $16 \mu\text{m}$.

Anexo F: Curvatura del rayo

F.1. Hipótesis

Una posible fuente de error es que el rayo láser no viaje en línea recta sino que se curve, en caso de ser así, el rayo curvo estaría recorriendo una distancia mayor que si viajase en línea recta, de modo que, el Laser Tracker creería que el reflector se halla más lejos de lo que realmente se halla (ver Figura F.1).



Figura F.1: Curvatura del rayo.

Esta es una hipótesis que no es sencilla de demostrar en el taller de fabricación, pero al asumir que el aire que atraviesa el rayo láser no es homogéneo, si no que atraviesa tramos con distintos índices de refracción, aplicando la Ley de Snell se puede determinar que el rayo no va en una línea perfectamente recta y que cuanto mayor sea el gradiente de índices de refracción mayor será la curvatura del rayo.

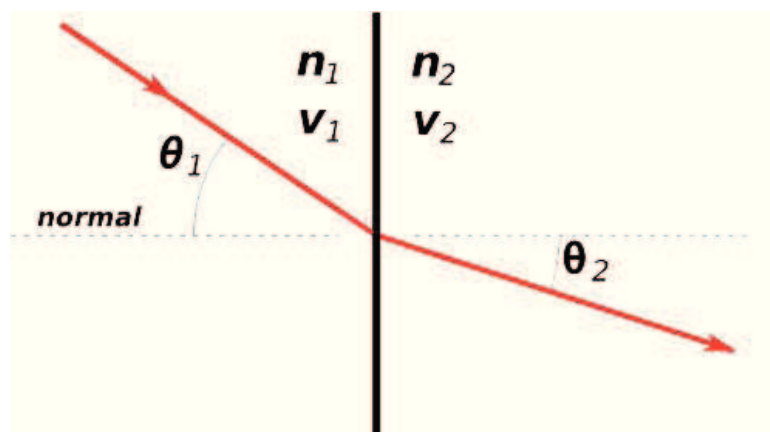


Figura F.2: Desviación del rayo por la Ley de Snell.

La Ley de Snell determina la desviación del rayo al cambiar de un medio con un índice de refracción n_1 a otro medio con un índice de refracción n_2 :

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

F.2. Desviación del rayo

En el taller del departamento de fabricación se han realizado algunos ensayos en los que se sitúa el Laser Tracker y el retroreflector a una distancia fija, en un momento determinado, se enciende una fuente de calor que calienta el aire que el rayo láser atraviesa (ver Figura F.2) modificando así bruscamente el índice de refracción de un tramo del espacio que recorre el láser.

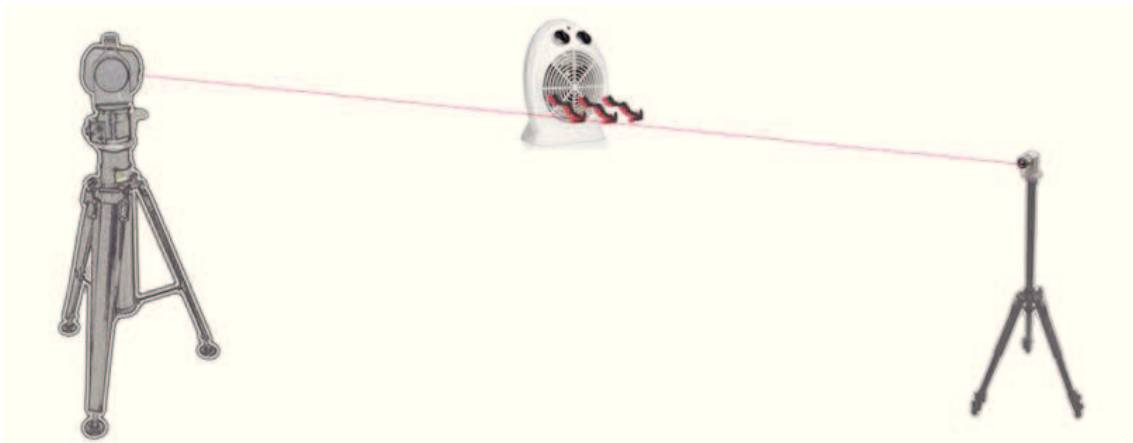
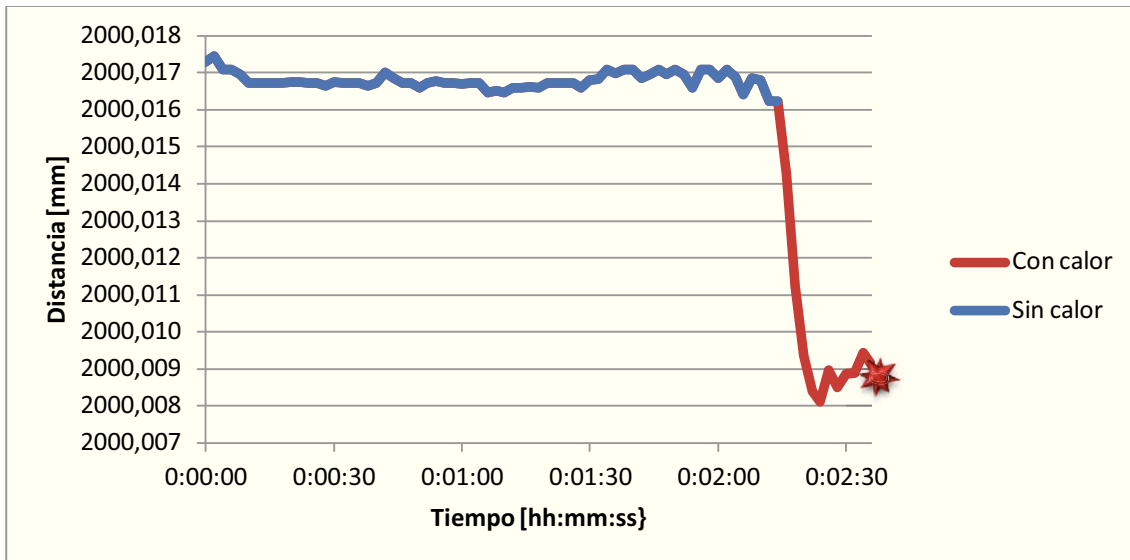


Figura F.3: Ensayos calentando el aire que atraviesa el rayo.

La Gráfica F.2 muestra los valores de distancia que el Laser Tracker obtuvo, en azul se muestran los datos con condiciones normales y en rojo los datos registrados una vez se ha encendido la fuente de calor.

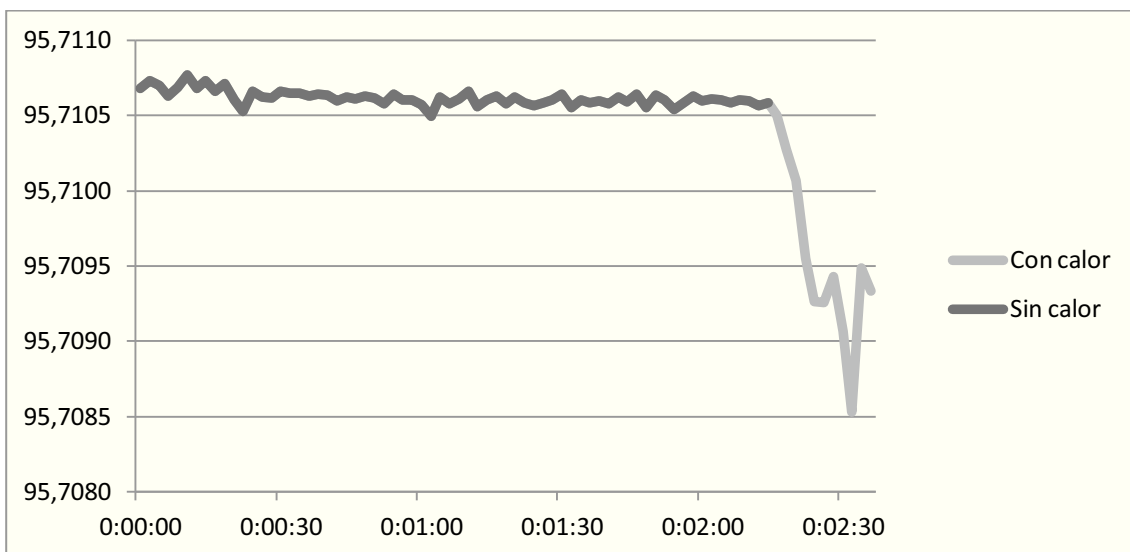


Gráfica F.1: Datos de distancia proporcionados por el Laser Tracker.

Se observa que la reacción es inmediata. Como se ha visto en el Anexo A (Tabla A.2) cuando aumenta la temperatura disminuye el índice de refracción, por lo que el rayo se propaga con más velocidad y al llegar antes el rayo, el Laser Tracker piensa que se debe a que el retrorreflector se encuentra más cerca.

Además, escasos segundos después de encender la fuente de calor, el Laser Tracker pierde el rayo. Esto normalmente sólo sucede si un objeto se interpone entre el retrorreflector y el Laser Tracker o si se mueve lateralmente el retrorreflector a una velocidad excesiva.

La hipótesis que explica lo sucedido, es que, la fuente de calor ha provocado que el rayo láser se curve. La Gráfica F.2 muestra la lectura del encoder que determina la coordenada Phi.



Gráfica F.2: Coordenada Phi del experimento.

La Figura F.3 muestra como es la curvatura del rayo al pasar por el aire caliente.

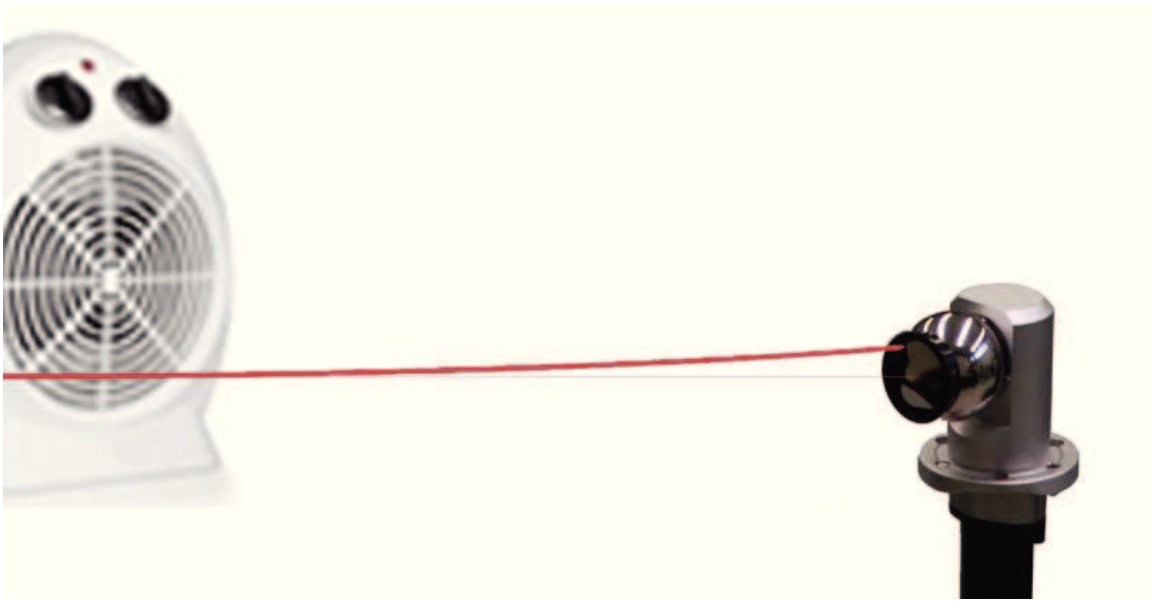
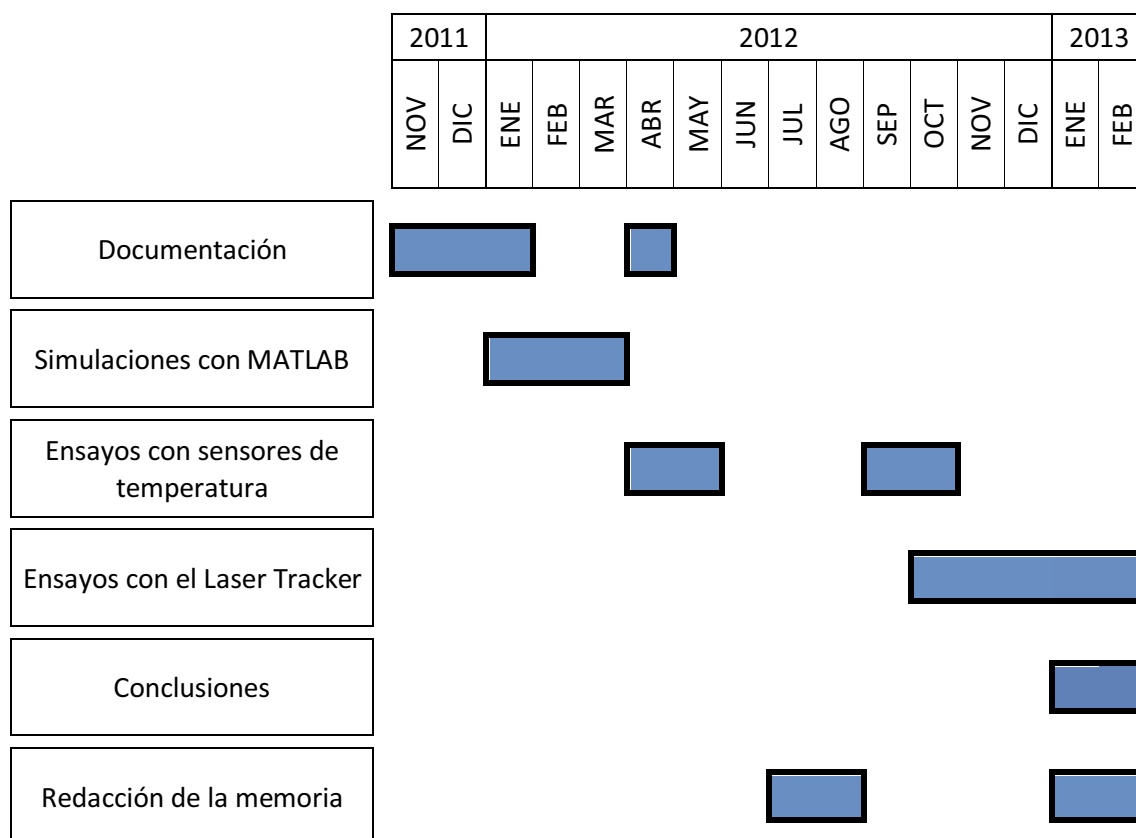


Figura F.4: Curvatura del rayo.

F.3. Conclusiones

Es posible que el rayo láser no vaya en una línea perfectamente recta, sobre todo si el láser atraviesa zonas con distintos índices de refracción. Este fenómeno induce a errores de medición e incluso puede provocar que el rayo se pierda, teniendo que volver a calibrar el Laser Tracker para reiniciar la medición.

Planificación de tareas



Índice de figuras

Figura 1.1: Laser Tracker y sistema de coordenadas esférica	3
Figura 1.2: Principio de funcionamiento del láser tracker	4
Figura 1.3: Comparación entre la longitud de onda en el vacío y en el aire	5
Figura 2.1: Estación Meteorológica del Laser Tracker	14
Figura 3.1: Disposición de los sensores en los experimentos	30
Figura 3.2: índices de refracción a lo largo del espacio	30
Figura 4.1: Configuración del ensayo	33
Figura 4.2: Configuración del ensayo	38
Figura 5.1: Configuración del ensayo	44
Figura 5.2: Configuración del experimento	50
Figura 5.3: Efecto del descenso de temperatura sobre el suelo	56
Figura 5.4: Efecto del descenso de temperatura sobre el suelo	57
Figura 5.5: Configuración del ensayo	60
Figura B.1: Termistor NTC	78
Figura B.2: Termistor NTC usados en el laboratorio	79
Figura B.3: Experimento de calibración de los sensores de temperatura	85
Figura B.4: Sensor Digital de Temperatura, Presión Atmosférica y Humedad Relativa	87
Figura E.1: Retrorreflector en el nido	103
Figura F.1: Curvatura del rayo	107
Figura F.2: Desviación del rayo por la Ley de Snell	107
Figura F.3: Ensayos calentando el aire que atraviesa el rayo	108
Figura F.4: Curvatura del rayo	110

Índice de Gráficas, Histogramas y Tablas

Gráficas

Gráfica 2.1: Valores de u_{AA} en función de la distancia para el modo ADM	23
Gráfica 2.2: Valores de u_C en función de la distancia para el modo ADM	24
Gráfica 2.3: Valores de u_C en función de la distancia para el modo ADM	25
Gráfica 2.4: Valores de U en función de la distancia para el modo ADM	25
Gráfica 2.5: Comparativa de U en función de la distancia para el modo ADM e Interferómetro	26
Gráfica 2.6: Comparativa de U en función de la distancia para el modo ADM e Interferómetro	26
Gráfica 2.7: Incertidumbres expandidas tanto en ADM como en interferómetro en los casos de tener información completa del ambiente y sin información completa	27
Gráfica 2.8: Porcentaje de mejora de la incertidumbre si se le da información completa de las condiciones ambientales al Laser Tracker	28
Gráfica 4.1: Temperatura real del ensayo (T_{real}) frente a la que el LT cree que hay ($T_{L.T.}$)	34
Gráfica 4.2: Distancia entre el Laser Tracker y el retroreflector según el Laser Tracker	35
Gráfica 4.3: Índice de refracción real del ensayo (n_{real}) frente al que el Laser Tracker cree que hay ($n_{L.T.}$)	36
Gráfica 4.4: Corrección del error inducido al Laser Tracker	37
Gráfica 4.5: Valores de la compensación para distintas distancias entre Laser Tracker y retroreflector	37
Gráfica 4.6: Presión atmosférica	39
Gráfica 4.7: Distancia entre el Laser Tracker y el retroreflector según el Laser Tracker	40
Gráfica 4.8: Corrección del error inducido al Laser Tracker	41
Gráfica 5.1: Datos registrados por el Laser Tracker	45
Gráfica 5.2: Presión atmosférica	46
Gráfica 5.3: Temperatura	46
Gráfica 5.4: Índice de refracción en el Laser Tracker	47
Gráfica 5.5: Error debido a la información incompleta de las condiciones ambientales	48
Gráfica 5.6: Datos de medida proporcionados por el Laser Tracker frente a su corrección	48
Gráfica 5.7: Datos registrados por el Laser Tracker	51
Gráfica 5.8: Temperatura de la habitación durante el experimento	52
Gráfica 5.9: Detalle de los picos de temperatura	52
Gráfica 5.10: Presión atmosférica durante el experimento	53
Gráfica 5.11: Índice de refracción en el Laser Tracker durante el experimento	53
Gráfica 5.12: Error debido a la falta de información completa de las condiciones atmosféricas	54
Gráfica 5.13: Corrección del primer pico	54
Gráfica 5.14: Corrección del error debido a falta de información completa de las condiciones atmosféricas	55

Gráfica 5.15: Corrección del efecto de dilatación.....	58
Gráfica 5.16: Corrección del efecto de dilatación.....	59
Gráfica 5.17: Datos del Laser Tracker	61
Gráfica 5.18: Temperaturas del experimento.....	61
Gráfica 5.19: Presiones atmosféricas del experimento.....	62
Gráfica 5.20: Índice de refracción del Laser Tracker durante el experimento.....	62
Gráfica 5.21: Error debido a la información incompleta de las condiciones ambientales.....	63
Gráfica 5.22: Error debido a la dilatación de la mesa de granito.....	64
Gráfica 5.23: Datos del Laser Tracker frente a su corrección	65
Gráfica A.1: Valores del índice de refracción con Temperatura y Humedad Relativa constante	74
Gráfica A.2: Valores del índice de refracción con Presión y Humedad Relativa constante	74
Gráfica A.3: Valores del índice de refracción con Temperatura y Presión constante	75
Gráfica A.4: Valores del índice de refracción con Presión y Humedad Relativa constante	75
Gráfica A.5: error estimado que se produzca por la variación de las condiciones ambientales	76
Gráfica B.1: Temperaturas medidas en un mismo punto del laboratorio	80
Gráfica B.2: Diferencia entre las temperaturas máximas y mínimas medidas en un mismo punto del laboratorio	80
Gráfica B.3: Temperaturas medidas en un mismo punto del taller	81
Gráfica B.4: Diferencia entre las temperaturas máximas y mínimas medidas en un mismo punto del taller.....	81
Gráfica B.5: Diferencia entre las temperaturas que marca el sensor T3 y los demás sensores, medidas en un mismo punto del taller.....	82
Gráfica B.6: Temperaturas medidas en un mismo punto del laboratorio corregidas.....	83
Gráfica B.7: Diferencia entre las temperaturas máximas y mínimas medidas en un mismo punto del laboratorio antes y después de la corrección	83
Gráfica B.8: Temperaturas medidas en un mismo punto del taller corregidas.....	84
Gráfica B.9: Diferencia entre las temperaturas máximas y mínimas medidas en un mismo punto del taller antes y después de la corrección	84
Gráfica B.10: Temperaturas medidas en el taller por los sensores y la estación meteorológica	86
Gráfica B.11: Temperaturas corregidas de los sensores y la estación meteorológica.....	86
Gráfica B.12: Presión atmosférica medida por el sensor 7 y la estación meteorológica	88
Gráfica B.13: Presión atmosférica medida por los tres sensores	89
Gráfica B.14: Humedad Relativa medida por los tres sensores.....	90
Gráfica B.15: Temperatura medida por los tres sensores y la estación meteorológica	91
Gráfica E.1: Datos proporcionados por el Laser Tracker de la posición del nido.....	104
Gráfica E.2: Datos proporcionados por el Laser Tracker de la posición del nido y la aproximación .	105
Gráfica E.3: En 3τ se alcanza el 95% del valor final	106
Gráfica F.1: Datos de distancia proporcionados por el Laser Tracker.....	109
Gráfica F.2: Coordenada Phi del experimento	109

Histogramas

Histograma 2.1: Frecuencia de aparición de los valores de temperatura en el vector generado	10
Histograma 2.10: Error por cada metro de distancia entre el Laser Tracker y el retrorreflector que generan las imprecisiones de la estación meteorológica	18
Histograma 2.2: Error por cada metro de distancia entre el Laser Tracker y el retrorreflector que genera la variación de temperatura del Histograma 2.1.....	11
Histograma 2.6: Error por cada metro de distancia entre el Laser Tracker y el retrorreflector que generan las imprecisiones de la estación meteorológica	16
Histogramas 2.3, 2.4 y 2.5: Distribuciones rectangulares de las tres magnitudes con la precisión de la estación meteorológica del Laser Tracker (frecuencia en tanto por uno)	15
Histogramas 2.7, 2.8 y 2.9: Distribuciones normales de las tres magnitudes con la precisión de la estación meteorológica del Laser Tracker	17

Tablas

Tabla 2.1: Desviaciones típicas debidas a variaciones de cada una de las magnitudes manteniendo fijas las otras dos	12
Tabla 2.2: Tabla de incertidumbres para el modo interferómetro	19
Tabla 2.3: Tabla de incertidumbres para el modo ADM	20
Tabla 2.4: Valores de la tabla de incertidumbres para el modo interferómetro	21
Tabla 2.5: Valores de la tabla de incertidumbres para el modo ADM	22
Tabla 2.6: Valores de u_{AA} en función de la distancia para el modo ADM	23
Tabla 2.7: Valores de u_C en función de la distancia para el modo ADM.....	24
Tabla A.1: Valores del índice de refracción	72
Tabla A.2: Influencia de las magnitudes sobre el índice de refracción	73
Tabla B.1: Características de los termistores utilizados en el proyecto	78
Tabla C.1: Valor del factor de seguridad h en función del número de mediciones	95

Bibliografía

- [1] Centro Español de Metrología, "Guide to the expression of Uncertainty in Measurement" (GUM) (2008)
- [2] D. Huo, P.G. Maropoulos y C.H. Cheng, The framework of the Virtual Laser Tracker – A Systematic Approach to the Assessment of Error sources and Uncertainty in Laser Tracker Measurement.
- [3] B. Edlén, The refractivity of air (1966)
- [4] J. A. Stone y J. H. Zimmerman, Index of refraction air (2001)
- [5] ISO/TS 14253-2 Guide to the estimation of uncertainty in GPS measurement, in calibration of measuring equipment and in product verification (1999)
- [6] <http://faeuat0.us.es/ff/Carpetas/Apuntes/Tema08.pdf>
- [7] C. Van den Bergh, Compensation of Static and Transient Thermal Errors on CMMs.
- [8] K. P. Birch & M. J. Downs, An updated Edlén equation for the refractive index of air (1993)

