

Proyecto Fin de Carrera

Eficiencia de engranajes de dentado recto

Antonio Sánchez Anoro

Director/es y/o ponente

Santiago Baselga Ariño

Ponente

Javier Óscar Abad Blasco

Escuela de Ingeniería y Arquitectura

Año 2013

Índice general

Índice general.....	1
Índice de ilustraciones	3
Índice de cuadros.....	5
1. Introducción	9
1.1. Modelo de Anderson y Loewenthal (artículo 1)	10
1.2. Modelo de Shipley (artículo 4)	19
1.3. Modelo de Buckingham (artículo 4)	23
1.4. Modelo de Anderson y Loewenthal (artículo 4)	29
1.5. Modelo de Merritt (artículo 4)	35
2. Diseño de experimentos	39
2.1. Introducción	39
2.2. Diseños empleados	43
2.2.1. Diseño con 4 factores	43
2.2.2. Diseño con 3 factores	46
2.2.3. Método MEDA	48
2.3. Aplicación al Modelo de Anderson y Loewenthal (artículo 1)	51
2.3.1. Pérdida de potencia	53
2.3.2. Aplicación del diseño de experimentos	58
2.4. Aplicación al Modelo de Shipley (artículo 4)	61
2.4.1. Pérdida de potencia	62
2.4.2. Aplicación del diseño de experimentos	63
2.5. Aplicación al Modelo de Buckingham (artículo 4)	65
2.5.1. Pérdida de potencia	66
2.5.2. Aplicación del diseño de experimentos	69
2.6. Aplicación al Modelo de Anderson y Loewenthal (artículo 4)	71
2.6.1. Pérdida de potencia	72
2.6.2. Aplicación del diseño de experimentos	77
2.7. Aplicación al Modelo de Merritt (artículo 4)	81
2.7.1. Pérdida de potencia	82
2.7.2. Aplicación del diseño de experimentos	84
2.8. Conclusiones finales de los modelos	87
2.8.1. Modelo de Anderson y Loewenthal, artículo 1.....	87
2.8.2. Modelo de Shipley, artículo 4.....	89
2.8.3. Modelo de Buckingham, artículo 4.....	90

2.8.4. Modelo de Anderson y Loewendal, artículo 4.....	91
2.8.5. Modelo de Merritt, artículo 4.....	93
2.8.6. Conclusiones finales.....	94
3. Anexos	99
3.1. Relaciones geométricas comunes a todos los modelos	99
3.2. Tabla de variables	100
3.3. Explicación gráfica de las variables	101

Índice de ilustraciones

<i>ILUSTRACIÓN 1.1 Coeficiente de fricción promedio para aceites livianos derivados del petróleo. Entrada del aceite 120°F (49°C) para engranajes endurecidos, 45 SUS a 100°F (38°C)</i>	21
<i>ILUSTRACIÓN 2.2 Gráfica de resultados</i>	54
<i>ILUSTRACIÓN 2.3 Gráfica de resultados</i>	55
<i>ILUSTRACIÓN 2.4 Gráfica de resultados</i>	56
<i>ILUSTRACIÓN 2.5 Gráfica de resultados</i>	57
<i>ILUSTRACIÓN 2.6 Diagrama de pareto del modelo de Anderson & Loewendal art1</i>	59
<i>ILUSTRACIÓN 2.7 Diagrama de pareto del modelo de Shipley</i>	63
<i>ILUSTRACIÓN 2.8 Gráfica de resultados</i>	67
<i>ILUSTRACIÓN 2.9 Gráfica de resultados</i>	68
<i>ILUSTRACIÓN 2.10 Diagrama de pareto del modelo de Buckingham</i>	69
<i>ILUSTRACIÓN 2.11 Gráfica de resultados</i>	74
<i>ILUSTRACIÓN 2.12 Gráfica de resultados</i>	75
<i>ILUSTRACIÓN 2.13 Gráfica de resultados</i>	76
<i>ILUSTRACIÓN 2.14 Gráfica de resultados</i>	77
<i>ILUSTRACIÓN 2.15 Diagrama de pareto del modelo de Anderson & Loewendal art4</i>	78
<i>ILUSTRACIÓN 2.16 Gráfica de resultados</i>	83
<i>ILUSTRACIÓN 2.17 Gráfica de resultados</i>	84
<i>ILUSTRACIÓN 2.18 Diagrama de pareto del modelo de Merritt</i>	85
<i>ILUSTRACIÓN 2.19 Resultados de la pérdida de potencia del modelo del modelo de Anderson & Loewendal art1</i>	88
<i>ILUSTRACIÓN 2.20 Resultados de la pérdida de potencia del diseño de experimentos (función Y) del modelo de Anderson & Loewendal art1</i>	88
<i>ILUSTRACIÓN 2.21 Resultados de la pérdida de potencia del modelo del modelo de Shipley</i>	89
<i>ILUSTRACIÓN 2.22 Resultados de la pérdida de potencia del diseño de experimentos (función Y) del modelo de Shipley</i>	89
<i>ILUSTRACIÓN 2.23 Resultados de la pérdida de potencia del modelo del modelo de Buckingham</i>	90

<i>ILUSTRACIÓN 2.24 Resultados de la pérdida de potencia del diseño de experimentos (función Y) del modelo de Buckingham</i>	<i>91</i>
<i>ILUSTRACIÓN 2.25 Resultados de la pérdida de potencia del modelo del modelo de Anderson & Loewendal art4</i>	<i>92</i>
<i>ILUSTRACIÓN 2.26 Resultados de la pérdida de potencia del diseño de experimentos (función Y) del modelo de Anderson & Loewendal art4</i>	<i>92</i>
<i>ILUSTRACIÓN 2.27 Resultados de la pérdida de potencia del modelo del modelo de Merritt</i>	<i>93</i>
<i>ILUSTRACIÓN 2.28 Resultados de la pérdida de potencia del diseño de experimentos (función Y) del modelo de Merritt</i>	<i>94</i>
<i>ILUSTRACIÓN 2.29 Gráfica resumen de los resultados.</i>	<i>95</i>
<i>ILUSTRACIÓN 2.30 Gráfica resumen de los resultados de la función Y</i>	<i>97</i>
<i>ILUSTRACIÓN 3.31 Variables del engranajes</i>	<i>101</i>
<i>ILUSTRACIÓN 3.32 Viscosidades absolutas de los aceites SAE</i>	<i>102</i>

Índice de cuadros

TABLA 1.1 Constantes empleadas en la ecuación 1.15	18
TABLA 1.2 Variables principales ecuación 1.15	18
TABLA 1.3 Constantes empleadas en la ecuación 1.25	22
TABLA 1.4 Variables principales ecuación 1.25	22
TABLA 1.5 Constantes empleadas en la ecuación 1.26	27
TABLA 1.6 Variables principales ecuación 1.26	27
TABLA 1.7 Constantes empleadas en la ecuación	33
TABLA 1.8 Variables principales ecuación	33
TABLA 1.9 Constantes empleadas en la ecuación 1.49	38
TABLA 1.10 Variables principales ecuación 1.49	38
TABLA 2.11 Combinaciones y sus variables (24)	44
TABLA 2.12 Combinaciones y sus variables (28)	46
TABLA 2.13 Tabla de valores	47
TABLA 2.14 Resolución de los cálculos por Excel	48
TABLA 2.15 Variables fijas del modelo de Anderson & Loewendal art1	52
TABLA 2.16 Variables no fijas para el diseño de experimentos del modelo de Anderson & Loewendal art1	52
TABLA 2.17 Resultados pérdidas de potencia del modelo de Anderson & Loewendal art1	53
TABLA 2.18 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores de viscosidad absoluta	54
TABLA 2.19 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores de relación de transmisión	55
TABLA 2.20 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del paso diametral	56
TABLA 2.21 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del par de entrada	57
TABLA 2.22 Valores de las X del modelo de Anderson & Loewendal art1	58
TABLA 2.23 Valores de los efectos del modelo de Anderson & Loewendal art1	58
TABLA 2.24 Resultados diseño de experimentos del modelo de Anderson & Loewendal art1	59
TABLA 2.25 Variables fijas del modelo de Shipley	61
TABLA 2.26 Variables no fijas para el diseño de experimentos del modelo de Shipley	61

TABLA 2.27 Resultados pérdidas de potencia del modelo de Shipley	62
TABLA 2.28 Valores de las X del modelo de Shipley	63
TABLA 2.29 Valores de los efectos del modelo de Shipley	63
TABLA 2.30 Resultados diseño de experimentos del modelo de Shipley	64
TABLA 2.31 Variables fijas del modelo de Buckingham	65
TABLA 2.32 Variables no fijas para el diseño de experimentos del modelo de Buckingham	65
TABLA 2.33 Resultados pérdidas de potencia del modelo de Buckingham	66
TABLA 2.34 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del paso diametral	68
TABLA 2.35 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del radio primitivo	73
TABLA 2.36 Valores de las X del modelo de Buckingham	69
TABLA 2.37 Valores de los efectos del modelo de Buckingham	69
TABLA 2.38 Resultados diseño de experimentos del modelo de Buckingham	70
TABLA 2.39 Variables fijas del modelo de Anderson & Loewendal art4	71
TABLA 2.40 Variables no fijas para el diseño de experimentos del modelo de Anderson & Loewendal art4	71
TABLA 2.41 Resultados pérdidas de potencia del modelo de Anderson & Loewendal art4	72
TABLA 2.42 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores de viscosidad absoluta	73
TABLA 2.43 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores de relación de transmisión	74
TABLA 2.44 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del paso diametral	75
TABLA 2.45 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del par de entrada	76
TABLA 2.46 Valores de las X del modelo de Anderson & Loewendal art4	78
TABLA 2.47 Valores de los efectos del modelo de Anderson & Loewendal art4	78
TABLA 2.48 Resultados diseño de experimentos del modelo de Anderson & Loewendal art4	79
TABLA 2.49 Variables fijas del modelo de Merritt	81
TABLA 2.50 Variables no fijas para el diseño de experimentos del modelo de Merritt	81
TABLA 2.51 Resultados pérdidas de potencia del modelo de Merritt	82
TABLA 2.52 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores de viscosidad cinemática	83
TABLA 2.53 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del paso diametral	84

TABLA 2.54 Valores de las X del modelo de Merritt	85
TABLA 2.55 Valores de los efectos	85
TABLA 2.56 Resultados diseño de experimentos del modelo de Merritt	86
TABLA 2.57 Resumen de las pérdidas de potencia	95
TABLA 2.58 Resumen de las pérdidas de potencia por el diseño de experimentos (función Y)	96
TABLA 3.59 Variables del proyecto	100
TABLA 3.60 Valores de las constantes	101

1. INTRODUCCIÓN

El estudio del rendimiento de las transmisiones por engranajes es un importante aspecto a considerar en el proceso de diseño, debido tanto al coste económico como al impacto medioambiental que las pérdidas mecánicas llevan consigo. Aunque el rendimiento de los engranajes rectos es siempre elevado, el calor producido por rozamiento puede provocar la aparición de defectos superficiales tras periodos de funcionamiento más cortos de los esperados.

Los modelos clásicos de rendimiento de engranajes disponibles en la literatura técnica se basan en hipótesis de coeficiente de rozamiento constante y distribución uniforme de carga a lo largo de la línea de contacto. Ninguna de ellas es del todo precisa, pero el rendimiento de los engranajes rectos es siempre alto, y nunca hasta ahora fueron necesarios cálculos más ajustados. Sin embargo, en la actualidad la relación potencia/tamaño sigue creciendo día a día, lo que hace imprescindible disponer de modelos de cálculo cada vez más precisos.

En este trabajo se analizan cinco modelos de cálculo del rendimiento de engranajes rectos convencionales de perfil de evolvente, a partir de un modelo de distribución de carga de mínimo potencial de deformación, así como de un modelo simplificado de coeficiente de fricción variable (en según qué modelos el coeficiente de rozamiento es fijo) a lo largo de la línea de engrane. El rendimiento se expresa mediante una ecuación analítica simple, función de unos valores obtenidos con anterioridad (previo estudio) para obtener resultados lo más ajustables a la realidad.

1.1. Modelo de Anderson y Loewenthal (artículo 1)

Se desarrolla un método simple para la predicción de la pérdida de potencia de un conjunto de engranajes rectos de acero de geometría arbitraria soportado por cojinetes de bolas. El método algebraicamente representa las pérdidas debidas a la tracción deslizante, ya sea con carga parcial, así como las condiciones de carga plena. Según Anderson y Loewenthal, la ecuación para calcular la pérdida de potencia por deslizamiento es:

$$P_s = C_3 \cdot V_s(x) \cdot F_s(x)$$

EC. 1.1

siendo

C_3 10^{-3} (convierte los Vatios en kilovatios)

$F_s(x)$ fuerza de deslizamiento (Newtons)

$V_s(x)$ velocidad de deslizamiento (metros/s)

$$x_A = \frac{(D_p + D_g) \cdot \text{sen} \theta}{2}; \quad x_1 = x_A - 0.5 \cdot (D_{a,g}^2 - D_{o,g}^2)^{1/2}$$

$$x_3 = x_1 + p_b; \quad x_2 = x_4 - p_b; \quad x_4 = 0.5 \cdot (D_{a,p}^2 - D_{o,p}^2)^{1/2}$$

$$x_p = x_1 + C_p \cdot \left[\left(\frac{2 + N_p \cdot m_g}{2P} \right)^2 - \left(\frac{N_p \cdot m_g \cdot \cos \theta}{2P} \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g \cdot \text{sen} \theta}{2P}$$

EC. 1.2

siendo

C_p convierte pulgadas en metros (0,0254)

x_p punto de contacto (metros)

x punto de la línea de contacto (metros)

x_1 punto de inicio del contacto compartido entre 2 o más dientes (metros)

x_2 punto de inicio del contacto único (sólo 1 diente soporta la carga) (metros)

x_3 punto de fin del contacto único (sólo 1 diente soporta la carga) (metros)

x_4 punto de fin del contacto compartido entre 2 o más dientes (metros)

P paso diametral (nº dientes/pulgada)

N_p nº de dientes del piñón o engranaje de entrada

N_g nº de dientes del engranaje de salida

m_g relación de transmisión (N_g/N_p)

La velocidad de deslizamiento: velocidad a la que se desplazan los puntos X, es:

$$V_s(x) = \frac{0,1047 \cdot (1 + m_g) n_p \cdot |x - x_p|}{m_g}$$

EC. 1.3

siendo

m_g	relación de transmisión (N_g/N_p)
n_p	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
x_p	punto de contacto (metros)
x	punto de la línea de contacto (metros)

Fuerza de deslizamiento: la fuerza instantánea de fricción debido al deslizamiento de dos dientes de engranaje uno contra el otro es:

$$F_s(x) = f(x) \cdot w(x)$$

EC. 1.4

siendo

$f(x)$	coeficiente de rozamiento
$w(x)$	carga normal en el engranaje (Newtons)

Coeficiente de rozamiento establecido por Anderson y Loewenthal es:

$$f(x) = 0,0127 \cdot \log \left(\frac{C_1 \cdot w(x)}{\mu_0 \cdot F \cdot V_s(x) \cdot V_T^2(x)} \right)$$

EC. 1.5

siendo

C_1	convierte unidades expresadas en el sistema inglés al sistema internacional
$w(x)$	carga normal en el punto de contacto (libras)
μ_0	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas (libras·s/pulgadas ²)
F	ancho de la cara del diente (pulgadas)
$V_T(x)$	velocidad de rodadura (pulgadas/s)
$V_s(x)$	velocidad de deslizamiento (pulgadas/s)

$$w(x) = w_n \text{ si } x_2 \leq x \leq x_3$$

$$w(x) = \frac{w_n}{2} \text{ si } x_1 < x < x_2 \text{ y } x_3 < x < x_4$$

La carga normal de contacto en el diente del engranaje es:

EC. 1.6

$$w_n = \frac{2 \cdot T_p}{D_p \cdot \cos \theta}$$

EC. 1.7

siendo

T_p par transmitido (N·m)

D_p diámetro primitivo del piñón o engranaje de entrada (metros) (ver aptdo. 0)

La velocidad de rodadura establecida por Anderson y Loewenthal es:

$$V_T(x) = 0,1047 \cdot n_p \cdot D_p \cdot \left(\text{sen} \theta - \frac{(m_g - 1) |x - x_p|}{D_g} \right)$$

EC. 1.8

siendo

n_p velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)

x_p punto de contacto (metros)

x punto de la línea de contacto (metros)

D_p diámetro primitivo del piñón o engranaje de entrada (metros) (ver aptdo. 0)

D_g diámetro primitivo del engranaje de salida (metros) (ver aptdo. 0)

Punto que se establece el radio primitivo en el diente del engranaje es:

$$x_p = \frac{\left(\frac{C_p \cdot N_p}{P} + \frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g}{P} \right) \text{sen} \theta}{2} - 0.5 \left[\left(\frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g}{P} + \frac{2C_p}{P} \right)^2 - \left(\frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g}{P} \cdot \cos \theta \right)^2 \right]^{1/2} + C_p \left[\left(\frac{2 + N_p \cdot m_g}{2P} \right)^2 - \left(\frac{N_p \cdot m_g \cdot \cos \theta}{2P} \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g \cdot \text{sen} \theta}{2P}$$

EC. 1.9

siendo

C_p	convierte pulgadas en metros (0,0254)
x	punto de la línea de contacto (metros)
N_p	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada
N_g	nº de dientes del engranaje de salida
P	paso diametral (nº dientes/pulgada) (ver aptdo. 0)

La velocidad de rodadura establecida por Anderson y Loewenthal, sustituyendo los diámetros primitivos por el número de dientes y el paso diametral:

$$V_T(x) = 0,1047 \cdot n_p \cdot \left(\frac{C_p \cdot N_p}{P} \right) \cdot \left(\operatorname{sen} \theta - \frac{\left(\frac{N_g}{N_p} - 1 \right) |x - x_p|}{\left(\frac{C_p \cdot N_g}{P} \right)} \right)$$

EC. 1.10

siendo

C_p	convierte pulgadas en metros (0,0254)
x_p	punto de contacto (metros)
x	punto de la línea de contacto (metros)
N_p	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada
N_g	nº de dientes del engranaje de salida
P	paso diametral (nº dientes/pulgada) (ver aptdo. 0)
n_p	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)

La carga normal de contacto en el diente del engranaje, sustituyendo los diámetros primitivos por el número de dientes y el paso diametral:

$$w(x) = \frac{2T_p}{\frac{C_p \cdot N_p}{P} \cdot \cos \theta} \quad \text{si } x_2 \leq x \leq x_3$$

$$w(x) = \frac{T_p}{\frac{C_p \cdot N_p}{P} \cdot \cos \theta} \quad \text{si } x_1 < x < x_2 \text{ y } x_3 < x < x_4$$

EC. 1.11

siendo

C_p	convierte pulgadas en metros (0,0254)
$w(x)$	carga normal en el engranaje (Newtons)
N_p	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada
P	paso diametral (nº dientes/pulgada) (ver aptdo. 0)
T_p	par transmitido (N·m)

La velocidad de deslizamiento, una vez sustituida la relación de transmisión en función de los números de dientes de la pareja de engranajes:

$$V_s(x) = \frac{0,1047 \cdot \left(1 + \frac{N_g}{N_p}\right) \cdot n_p \cdot |x - x_p|}{\frac{N_g}{N_p}}$$

EC. 1.12

siendo

n_p	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
x_p	punto de contacto (metros)
x	punto de la línea de contacto (metros)

Coeficiente de rozamiento establecido por Anderson y Loewenthal, sustituyendo la carga normal, la velocidad de rodadura, la velocidad de deslizamiento y aplicando las variables para el cambio de unidades del sistema anglosajón al sistema internacional:

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} 0.0127 \cdot \log \left[\frac{C_1 \left(\frac{2T_p}{C_p \cdot N_p \cdot \cos \theta} \right) C_{N-L}}{\left(\frac{\mu_0 \cdot C_{N-L}}{\left(\frac{1}{C_p} \right)^2} \left(\frac{F}{C_p} \right) \left(\frac{0.1047 \left(1 + \frac{N_g}{N_p} \right) n_p \cdot |x - x_p|}{N_g \cdot C_p} \right) \left(\frac{0.1047}{C_p} n_p \left(\frac{C_p \cdot N_p}{P} \right) \left(\text{sen} \theta - \frac{\left(\frac{N_g}{N_p} - 1 \right) |x - x_p|}{\left(\frac{C_p \cdot N_g}{P} \right)} \right) \right)^2} \right] \quad \text{si } x_2 \leq x \leq x_3 \\ 0.0127 \cdot \log \left[\frac{C_1 \left(\frac{T_p}{C_p \cdot N_p \cdot \cos \theta} \right) C_{N-L}}{\left(\frac{\mu_0 \cdot C_{N-L}}{\left(\frac{1}{C_p} \right)^2} \left(\frac{F}{C_p} \right) \left(\frac{0.1047 \left(1 + \frac{N_g}{N_p} \right) n_p \cdot |x - x_p|}{N_g \cdot C_p} \right) \left(\frac{0.1047}{C_p} n_p \left(\frac{C_p \cdot N_p}{P} \right) \left(\text{sen} \theta - \frac{\left(\frac{N_g}{N_p} - 1 \right) |x - x_p|}{\left(\frac{C_p \cdot N_g}{P} \right)} \right) \right)^2} \right] \quad \text{si } x_1 < x < x_2 \text{ y } x_3 < x < x_4 \end{array} \right.$$

EC. 1.13

siendo

- f(x) coeficiente de rozamiento
- C₁ convierte unidades expresadas en el sistema inglés al sistema internacional
- C_p convierte pulgadas en metros (0,0254)
- C_{N-L} convierte Newtons en libras (C_{N-L} = 0.22473211)
- μ₀ viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas (Newton·s/m²)
- n_p velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
- F ancho de la cara del diente (metros)
- N_p nº de dientes del piñón o engranaje de entrada
- N_g nº de dientes del engranaje de salida
- P paso diametral (nº dientes/pulgada) (ver aptdo. 0)
- T_p par transmitido (N·m)

Fuerza de deslizamiento: la fuerza instantánea de fricción debido al deslizamiento de dos dientes de engranaje uno contra el otro, sustituyendo el coeficiente de rozamiento (esta ya sustituida como indicamos más arriba) y la carga normal del diente:

$$F_s(x) = \begin{cases} 0.0127 \cdot \left(\frac{2T_p}{C_p \cdot N_p \cdot \cos \theta} \right) \cdot \log \left[\frac{C_1 \cdot \left(\frac{2T_p}{C_p \cdot N_p \cdot \cos \theta} \right) \cdot C_{N-L}}{\left(\frac{\mu_0 \cdot C_{N-L}}{\left(\frac{1}{C_p} \right)^2} \cdot \left(\frac{F}{C_p} \right) \right) \left(\frac{0.1047 \cdot \left(1 + \frac{N_g}{N_p} \right) n_p \cdot |x - x_p|}{N_g \cdot C_p} \right) \left(\frac{0.1047 \cdot n_p \cdot \left(\frac{C_p \cdot N_p}{P} \right) \cdot \left(\text{sen} \theta - \frac{\left(\frac{N_g}{N_p} - 1 \right) |x - x_p|}{\left(\frac{C_p \cdot N_g}{P} \right)} \right)}{C_p} \right)} \right]^2} & \text{si } x_2 \leq x \leq x_3 \\ 0.0127 \cdot \left(\frac{T_p}{C_p \cdot N_p \cdot \cos \theta} \right) \cdot \log \left[\frac{C_1 \cdot \left(\frac{T_p}{C_p \cdot N_p \cdot \cos \theta} \right) \cdot C_{N-L}}{\left(\frac{\mu_0 \cdot C_{N-L}}{\left(\frac{1}{C_p} \right)^2} \cdot \left(\frac{F}{C_p} \right) \right) \left(\frac{0.1047 \cdot \left(1 + \frac{N_g}{N_p} \right) n_p \cdot |x - x_p|}{N_g \cdot C_p} \right) \left(\frac{0.1047 \cdot n_p \cdot \left(\frac{C_p \cdot N_p}{P} \right) \cdot \left(\text{sen} \theta - \frac{\left(\frac{N_g}{N_p} - 1 \right) |x - x_p|}{\left(\frac{C_p \cdot N_g}{P} \right)} \right)}{C_p} \right)} \right]^2} & \text{si } x_1 < x < x_2 \text{ y } x_3 < x < x_4 \end{cases}$$

EC. 1.14

siendo

- $F_s(x)$ fuerza de deslizamiento (Newtons)
- C_1 convierte unidades expresadas en el sistema inglés al sistema internacional
- C_p convierte pulgadas en metros (0,0254)
- C_{N-L} convierte Newtons en libras ($C_{N-L} = 0.22473211$)
- μ_0 viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas (Newton·s/m²)
- n_p velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
- F ancho de la cara del diente (metros)
- N_p nº de dientes del piñón o engranaje de entrada
- N_g nº de dientes del engranaje de salida
- P paso diametral (nº dientes/pulgada) (ver aptdo. 0)
- T_p par transmitido (N·m)

Pérdida de potencia por deslizamiento establecida por Anderson y Loewenthal, con todas sus variables sustituidas para proceder al cálculo en el diseño de experimentos:

$$P_s(x) = \begin{cases} C_3 \cdot 0.0127 \cdot \left(\frac{2T_p \cdot 0.1047(1+m_g)n_p |x-x_p|}{C_p \cdot N_p \cos \theta m_g} \right) \log \left[\frac{C_1 \left(\left(\frac{2T_p}{C_p \cdot N_p \cos \theta} \right) C_{N-L} \right)}{\left(\frac{\mu_0 \cdot C_{N-L}}{\left(\frac{1}{C_p} \right)^2} \left(\frac{F}{C_p} \right) \left(\frac{0.1047(1+m_g)n_p |x-x_p|}{m_g \cdot C_p} \right) \left(\frac{0.1047}{C_p} n_p \left(\frac{C_p \cdot N_p}{P} \right) \left(\text{sen} \theta - \frac{(m_g-1)|x-x_p|}{\left(\frac{C_p \cdot m_g \cdot N_p}{P} \right)} \right) \right) \right]^2} \right] & \text{si } x_2 \leq x \leq x_3 \\ C_3 \cdot 0.0127 \cdot \left(\frac{T_p \cdot 0.1047(1+m_g)n_p |x-x_p|}{C_p \cdot N_p \cos \theta m_g} \right) \log \left[\frac{C_1 \left(\left(\frac{T_p}{C_p \cdot N_p \cos \theta} \right) C_{N-L} \right)}{\left(\frac{\mu_0 \cdot C_{N-L}}{\left(\frac{1}{C_p} \right)^2} \left(\frac{F}{C_p} \right) \left(\frac{0.1047(1+m_g)n_p |x-x_p|}{m_g \cdot C_p} \right) \left(\frac{0.1047}{C_p} n_p \left(\frac{C_p \cdot N_p}{P} \right) \left(\text{sen} \theta - \frac{(m_g-1)|x-x_p|}{\left(\frac{C_p \cdot m_g \cdot N_p}{P} \right)} \right) \right) \right]^2} \right] & \text{si } x_1 < x < x_2 \text{ y } x_3 < x < x_4 \end{cases}$$

EC. 1.15

siendo

- C_3 10^{-3} (convierte los Vatios en kilovatios)
- $P_s(x)$ Potencia perdida en deslizamiento (Kilovatios)
- C_1 convierte unidades expresadas en el sistema inglés al sistema internacional
- C_p convierte pulgadas en metros (0,0254)
- C_{N-L} convierte Newtons en libras ($C_{N-L} = 0.22473211$)
- μ_0 viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas (Newton·s/m²)
- n_p velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
- F ancho de la cara del diente (metros)
- N_p nº de dientes del piñón o engranaje de entrada
- m_g relación de transmisión entre los engranajes de entrada y salida (N_g/N_p)
- P paso diametral (nº dientes/pulgada) (ver aptdo. 0)
- T_p par transmitido (N·m)

Constante	Significado	Valor
C_1	convierte unidades expresadas en el sistema inglés al sistema internacional	29,66
C_3	convierte los Vatios en kilovatios	10 ⁻³
C_p	convierte pulgadas en metros	0,0254
C_{N-L}	convierte Newtons en libras	0,22473211

TABLA 1.1 Constantes empleadas en la ecuación 1.15

Variable	Significado	Unidades
μ_0	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas	Newton·s/m ²
θ	ángulo de presión	grados
n_p	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	rpm
F	ancho de la cara del diente	metros
N_p	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	-
m_g	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	-
P	paso diametral	nº dientes/pulgada
T_p	par transmitido	N·m

TABLA 1.2 Variables principales ecuación 1.15

1.2. Modelo de Shipley (artículo 4)

Considera la pérdida de deslizamiento a través de la utilización de un coeficiente de fricción y de la geometría de la pareja de engranajes. Según Shipley, la ecuación para calcular la pérdida de potencia por deslizamiento:

$$P_s = \frac{50f(H_s^2 + H_T^2)}{\cos\theta(H_s + H_T)}$$

EC. 1.16

siendo

f	coeficiente de rozamiento
θ	ángulo de presión (grados)
H_s	deslizamiento específico al inicio de la aproximación de los dientes
H_T	deslizamiento específico al final del encaje entre los dientes

Deslizamiento específico al inicio de la aproximación de los dientes es:

$$H_s = (1 + m_g) \left\{ \left[\left(\frac{R_{t,g}}{R_g} \right)^2 - \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{2}} - \sin \theta \right\}$$

EC. 1.17

siendo

m_g	relación de transmisión (N_g/N_p)
$R_{t,g}$	radio exterior del engranaje de salida (metros) (ver aptdo. 0)
R_g	radio del engranaje de salida (metros) (ver aptdo. 0)
θ	ángulo de presión (grados)

Deslizamiento específico al final del encaje entre los dientes es:

$$H_T = \left(\frac{1 + m_g}{m_g} \right) \left\{ \left[\left(\frac{R_{tp}}{R_p} \right)^2 - \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{2}} - \sin \theta \right\}$$

EC. 1.18

siendo

- m_g relación de transmisión (N_g/N_p)
 $R_{t,p}$ radio exterior del piñón o engranaje de entrada (metros) (ver aptdo. 0)
 R_p radio del piñón o engranaje de entrada (metros) (ver aptdo. 0)
 θ ángulo de presión (grados)

Deslizamiento específico al inicio de la aproximación de los dientes y el deslizamiento específico al inicio de la aproximación de los dientes, con las relaciones de transmisiones sustituidas por los números de dientes:

$$H_S = (1 + m_g) \left\{ \left[\left(\frac{(N_g + 2)}{N_g} \right)^2 - \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{2}} - \sin \theta \right\}$$

EC. 1.19

$$H_T = \left(\frac{1 + m_g}{m_g} \right) \left\{ \left[\left(\frac{(N_p + 2)}{N_p} \right)^2 - \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{2}} - \sin \theta \right\}$$

EC. 1.20

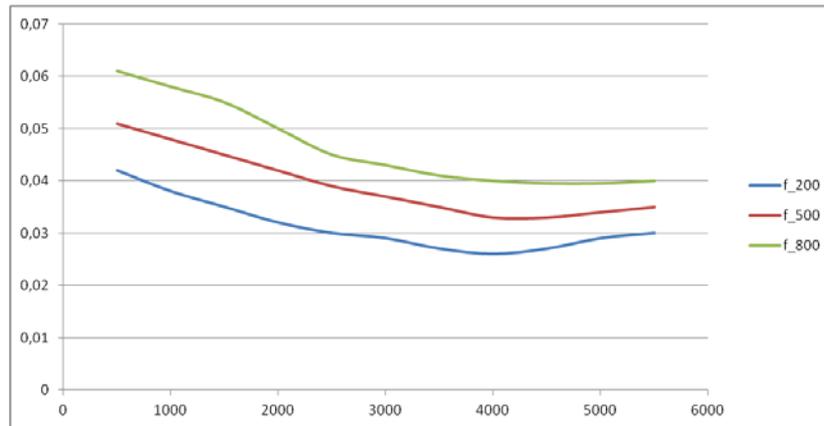


ILUSTRACIÓN 1.1 Coeficiente de fricción promedio para aceites livianos derivados del petróleo. Entrada del aceite 120°F (49°C) para engranajes endurecidos, 45 SUS a 100°F (38°C)

Las ecuaciones que relacionan estos coeficientes de fricción con la velocidad en la línea de contacto (pies/min) son:

$$f(T = 800 \text{ Kelvin}) = -2 \cdot 10^{-16} \cdot v_p^4 + 2 \cdot 10^{-12} \cdot v_p^3 - 8 \cdot 10^{-9} \cdot v_p^2 + 3 \cdot 10^{-6} \cdot v_p + 0,0612$$

EC. 1.21

$$f(T = 500 \text{ Kelvin}) = (f_{500}) = -5 \cdot 10^{-18} \cdot v_p^4 + 0,0003 \cdot v_p^{-13} - 10^{-9} \cdot v_p^2 - 5 \cdot 10^{-6} \cdot v_p + 0,0535$$

EC. 1.22

$$f(T = 200 \text{ Kelvin}) = 9 \cdot 10^{-18} \cdot v_p^4 - 3 \cdot 10^{-14} \cdot v_p^3 + 10^{-9} \cdot v_p^2 - 9 \cdot 10^{-6} \cdot v_p + 0,0461$$

EC. 1.23

$$V_p = n_p \cdot R_p \cdot \frac{C_w \cdot C_d}{C_p}$$

EC. 1.24

siendo

- C_w convierte revoluciones a rad (2π)
- C_d convierte pulgadas a pies ($1/12$)
- C_p convierte pulgadas en metros (0,0254)
- R_p radio primitivo del piñón o engranaje de entrada (metros) (ver aptdo. 0)
- n_p velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)

Así, la pérdida de potencia según Shipley, ecuación 1.16, una vez ya sustituidos todas las variables queda expresada de la siguiente manera:

$$P_s = \frac{50f \left[\left\{ (1+m_g) \left\{ \left[\left(\frac{N_p \cdot m_g + 2}{N_p \cdot m_g} \right)^2 - \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{2}} - \sin \theta \right\} \right\}^2 + \left\{ \left(\frac{1+m_g}{m_g} \right) \left\{ \left[\left(\frac{N_p + 2}{N_p} \right)^2 - \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{2}} - \sin \theta \right\} \right\}^2 \right]}{\cos \theta \left[(1+m_g) \left\{ \left[\left(\frac{N_p \cdot m_g + 2}{N_p \cdot m_g} \right)^2 - \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{2}} - \sin \theta \right\} + \left(\frac{1+m_g}{m_g} \right) \left\{ \left[\left(\frac{N_p + 2}{N_p} \right)^2 - \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{2}} - \sin \theta \right\} \right]}$$

EC. 1.25

siendo

- f coeficiente de rozamiento
- θ ángulo de presión (grados)
- N_p nº de dientes del piñón o engranaje de entrada
- m_g relación de transmisión (N_g/N_p)

Constante	Significado	Valor
C _w	convierte revoluciones a rad	2π
C _d	convierte pulgadas a pies	1/12
C _p	convierte pulgadas en metros	0,0254

TABLA 1.3 Constantes empleadas en la ecuación 1.25

Variable	Significado	Unidades
θ	ángulo de presión	grados
n _p	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	rpm
N _p	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	-
m _g	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	-
P	paso diametral	nº dientes/pulgada

TABLA 1.4 Variables principales ecuación 1.25

1.3. Modelo de Buckingham (artículo 4)

Buckingham ha desarrollado una expresión eficiencia del arte basado únicamente en la pérdida por fricción de deslizamiento. Tomando nota de que el coeficiente de fricción de los cambios a lo largo de la trayectoria de contacto, que establece una expresión final que era un coeficiente medio de fricción durante el arco de enfoque β_a y, otro valor promedio durante el arco de receso β_r . Según Buckingham, la pérdida de potencia por deslizamiento es:

$$E = 1 - \left[\frac{1 + \left(\frac{1}{m_g} \right)}{\beta_a + \beta_r} \left(\frac{f_a}{2} \beta_a^2 + \frac{f_r}{2} \beta_r^2 \right) \right]$$

EC. 1.26

siendo

m_g	relación de transmisión (N_g/N_p)
β_a	arco de aproximación
β_r	arco de encaje entre dientes
f_a	coeficiente de rozamiento aproximado
f_r	coeficiente de rozamiento en la zona de encaje entre dientes

Según Buckingham, el arco de aproximación es:

$$\beta_a = \frac{(R_{t,g}^2 - R_{b,g}^2)^{1/2} - R_g \sin \theta}{R_{b,g}}$$

EC. 1.27

siendo

θ	ángulo de presión (grados)
$R_{t,g}$	radio exterior del engranaje de salida (metros) (ver aptdo. 0)
$R_{b,g}$	radio base del engranaje de salida (metros) (ver aptdo. 0)
R_g	radio primitivo del engranaje de salida (metros) (ver aptdo. 0)

Según Buckingham, el arco de encaje entre dientes es:

$$\beta_r = \frac{\left(R_{t,p}^2 - R_{b,p}^2\right)^{1/2} - R_p \operatorname{sen} \theta}{R_{b,p}}$$

EC. 1.28

siendo

- θ ángulo de presión (grados)
- $R_{t,p}$ radio exterior del piñón o engranaje de entrada (metros) (ver aptdo. 0)
- $R_{b,p}$ radio base del piñón o engranaje de entrada (metros) (ver aptdo. 0)
- R_p radio primitivo del piñón o engranaje de entrada (metros) (ver aptdo. 0)

Según Buckingham, el arco de aproximación y el arco de encaje entre dientes, una vez sustituidos los radios por los números de dientes, la relación de transmisión y el paso diametral, y habiendo puesto variables para el cambio de unidades del sistema anglosajón al sistema internacional:

$$\beta_a = \frac{\left(\left[\left(\frac{C_p \cdot (2 + N_p \cdot m_g)}{2P}\right)\right]^2 - \left[\left(\frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g \cdot \cos \theta}{2P}\right)\right]^2\right)^{1/2} - \frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g}{2P} \operatorname{sen} \theta}{\left(\frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g \cdot \cos \theta}{2P}\right)}$$

EC. 1.29

$$\beta_r = \frac{\left(\left[\left(\frac{C_p \cdot (2 + N_p)}{2P}\right)\right]^2 - \left[\left(\frac{C_p \cdot N_p \cdot \cos \theta}{2P}\right)\right]^2\right)^{1/2} - \frac{C_p \cdot N_p}{2P} \operatorname{sen} \theta}{\left(\frac{C_p \cdot N_p \cdot \cos \theta}{2P}\right)}$$

EC. 1.30

$$f_a = f_r = \frac{2}{3} f$$

EC. 1.31

siendo

- f coeficiente de rozamiento, se consideran solamente engranajes de acero endurecido, los coeficientes medios de fricción durante la aproximación y el rebaje se considera igual.
- f_a coeficiente de rozamiento en la fase de aproximación de los dientes en contacto
- f_r coeficiente de rozamiento en la fase de receso de los dientes en contacto

El coeficiente de rozamiento según Buckingham es:

$$f = \frac{0,05}{e^{(C_8 \cdot 0,125 \cdot V_{SB})}} + 0,002(C_8 \cdot V_{SB})^{1/2}$$

EC. 1.32

siendo

- C_8 convierte unidades del sistema británico en unidades del sistema internacional (196,8504~ 196,9)
- V_{SB} velocidad de deslizamiento de Buckingham (pies/min)

La velocidad de deslizamiento de Buckingham es:

$$V_{SB} = \frac{V_P}{2} \left(1 + \frac{N_p}{N_g} \right) \beta_r \cos \theta$$

EC. 1.33

$$V_P = n_p \cdot R_p \cdot C_s \cdot C_w$$

EC. 1.34

siendo

- C_w convierte revoluciones a rad (2π)
- C_s convierte min^{-1} a s^{-1} (1/60)
- R_p radio primitivo del piñón o engranaje de entrada (metros) (ver aptdo. 0)
- n_p velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)

La velocidad de deslizamiento de Buckingham, una vez sustituido el arco de encaje entre dientes (esta ya sustituida) es:

$$V_{SB} = \frac{\left(n_p \cdot \left(\frac{C_p \cdot N_p}{2P} \right) C_s \cdot C_w \right)}{2} \left(1 + \frac{1}{m_g} \right) \left(\frac{\left(\left[\left(\frac{C_p \cdot (2 + N_p)}{2P} \right)^2 - \left[\left(\frac{C_p \cdot N_p}{2P} \cdot \cos \theta \right)^2 \right] \right)^{1/2} - \frac{C_p \cdot N_p}{2P} \cdot \text{sen} \theta}{\left(\frac{C_p \cdot N_p}{2P} \cdot \cos \theta \right)} \right) \cos \theta$$

EC. 1.35

siendo

- C_p convierte pulgadas en metros (0,0254)
- V_p velocidad de deslizamiento en la línea de contacto (metros/s)
- N_p nº de dientes del piñón o engranaje de entrada
- m_g relación de transmisión (N_g/N_p)
- θ ángulo de presión (grados)
- P paso diametral (nº dientes/pulgada)

La pérdida de potencia por deslizamiento según Buckingham, con todas las variables ya sustituidas es:

$$E = 1 - \left[\frac{1 + \left(\frac{1}{m_g} \right)}{\left(\frac{\left(\left[\left(\frac{C_p \cdot (2 + N_p \cdot m_g)}{2P} \right)^2 - \left[\left(\frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g}{2P} \cdot \cos \theta \right)^2 \right] \right)^{1/2} - \frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g}{2P} \cdot \text{sen} \theta}{\left(\frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g}{2P} \cdot \cos \theta \right)} \right) + \left(\frac{\left(\left[\left(\frac{C_p \cdot (2 + N_p)}{2P} \right)^2 - \left[\left(\frac{C_p \cdot N_p}{2P} \cdot \cos \theta \right)^2 \right] \right)^{1/2} - \frac{C_p \cdot N_p}{2P} \cdot \text{sen} \theta}{\left(\frac{C_p \cdot N_p}{2P} \cdot \cos \theta \right)} \right)} \right]^* \\ \left(\frac{2f_a}{3} \left(\frac{\left(\left[\left(\frac{C_p \cdot (2 + N_p \cdot m_g)}{2P} \right)^2 - \left[\left(\frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g}{2P} \cdot \cos \theta \right)^2 \right] \right)^{1/2} - \frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g}{2P} \cdot \text{sen} \theta}{\left(\frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g}{2P} \cdot \cos \theta \right)} \right)^2 + \frac{2f_r}{3} \left(\frac{\left(\left[\left(\frac{C_p \cdot (2 + N_p)}{2P} \right)^2 - \left[\left(\frac{C_p \cdot N_p}{2P} \cdot \cos \theta \right)^2 \right] \right)^{1/2} - \frac{C_p \cdot N_p}{2P} \cdot \text{sen} \theta}{\left(\frac{C_p \cdot N_p}{2P} \cdot \cos \theta \right)} \right)^2 \right)$$

Constante	Significado	Valor
C_w	convierte revoluciones a rad	2π
C_p	convierte pulgadas en metros	0,0254
C_s	convierte min^{-1} a s^{-1}	1/60
C_8	convierte unidades del sistema británico en unidades del sistema internacional	196,8504

TABLA 1.5 Constantes empleadas en la ecuación 1.26

Variable	Significado	Unidades
θ	ángulo de presión	grados
n_p	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	rpm
N_p	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	-
m_g	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	-
P	paso diametral	nº dientes/pulgada

TABLA 1.6 Variables principales ecuación 1.26

1.4. Modelo de Anderson y Loewenthal (artículo 4)

Una versión simplificada, del modelo del artículo 1, fue desarrollado para estudiar la sensibilidad de la pérdida de equipo de potencia a los cambios en la geometría de los dientes y las variables de funcionamiento. Se encontró que de acuerdo con la solución numérica integrada dentro de 0,1 puntos porcentuales de la eficiencia, salvo en las combinaciones de carga ligera y alta velocidad. Según Anderson y Loewenthal, la ecuación para calcular la pérdida de potencia por deslizamiento:

$$\overline{P}_S = C_1 f \overline{W} \overline{V}_S$$

EC. 1.36

siendo

C_1	convierte unidades del sistema británico en unidades del sistema internacional
f	coeficiente de fricción
W	carga normal (Newtons)
V_S	velocidad media de deslizamiento (metros/s)

La velocidad de desligamiento es:

$$\overline{V}_S = C_w \cdot C_s \cdot n_p \cdot \frac{1 + m_g}{m_g} \cdot \frac{l_T}{C_p}$$

EC. 1.37

siendo

n_p	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
m_g	relación de transmisión (N_g/N_p)
l_T	longitud de la línea de contacto (metros)
C_p	convierte pulgadas en metros (0,0254)

La carga normal de contacto en el diente del engranaje es:

$$\bar{W} = \frac{T_p}{D_p \cos \theta}$$

EC. 1.38

siendo

W	carga normal promedio en el punto de contacto	(Newtons)
D _p	diámetro primitivo del piñón o engranaje de entrada (metros) (ver aptdo. 0)	
T _p	par transmitido (N·m)	
θ	ángulo de presión (grados)	

El coeficiente de rozamiento, que debe quedar limitado en el rango 0,01-0,02¹ (Anderson & Loewenthal, Comparison of Spur Gear Efficiency. Prediction Methods, 1983, pág. 368), viene expresado así:

$$f = 0,0127 \cdot \log \left(\frac{C_6 \cdot (\bar{W} \cdot C_{N-L})}{\frac{F}{C_p} \cdot \mu \cdot \bar{V}_S \cdot \bar{V}_T^2} \right)$$

EC. 1. 1.36

C ₆	convierte unidades expresadas en el sistema inglés al sistema internacional
C _{N-L}	convierte Newtons en libras (C _{N-L} = 0,22473211)
W	carga normal en el punto de contacto (libras)
μ	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas (libras·s/pulgadas ²)
F	ancho de la cara del diente (metros)
V _T	velocidad de rodadura promedio (pulgadas/s)
V _S	velocidad de deslizamiento promedio (pulgadas/s)

¹ En el artículo de Anderson y Loewenthal (Anderson & Loewenthal, Comparison of Spur Gear Efficiency. Prediction Methods, 1983, pág. 368), donde pone en él que el coeficiente debe estar dentro del rango 0,01-0,2 debe poner 0,01-0,02.

La velocidad de rodadura establecida por Anderson y Loewenthal es:

$$\bar{V}_T = C_w \cdot C_s \cdot n_p \cdot \left[D_p \cdot \text{sen} \theta - \frac{l_T}{4C_p} \left(\frac{m_g - 1}{m_g} \right) \right]$$

EC. 1.39

siendo

- C_w convierte revoluciones a rad (2π)
- C_s convierte min^{-1} a s^{-1} ($1/60$)
- C_p convierte pulgadas en metros ($0,0254$)
- n_p velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
- m_g relación de transmisión (N_g/N_p)
- l_T longitud de la línea de contacto (metros)

La longitud línea de contacto es:

$$l_T = \frac{1}{2} \left\{ \left[\left(\frac{C_p}{P} (N_p + 2) \right)^2 - \left(\frac{C_p \cdot N_p}{P} \cos \theta \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \left[\left(\frac{C_p}{P} (N_p \cdot m_g + 2) \right)^2 - \left(\frac{C_p \cdot N_p \cdot m_g}{P} \cos \theta \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{C_p}{P} (N_p [1 + m_g]) \right) \text{sen} \theta \right\}$$

EC. 1.40

Coeficiente de rozamiento establecido por Anderson y Loewenthal, sustituyendo la carga normal, la velocidad de rodadura, la velocidad de deslizamiento y aplicando las variables para el cambio de unidades del sistema anglosajón al sistema internacional:

$$f = 0,0127 \cdot \log \left(\frac{C_6 \cdot \left(\frac{P \cdot T_p \cdot C_{N-L}}{C_p \cdot N_p \cos \theta} \right)}{\left(\frac{F}{C_p} \mu \cdot \left(C_w \cdot C_s \cdot n_p \cdot \frac{1 + m_g}{m_g} \cdot \frac{l_T}{C_p} \right) \cdot \left(C_w \cdot C_s \cdot n_p \cdot \left[\frac{C_p \cdot N_p}{P} \text{sen} \theta - \frac{l_T}{4C_p} \left(\frac{m_g - 1}{m_g} \right) \right] \right)^2 \right)^2} \right)$$

EC. 1. 41

siendo

- C_6 convierte unidades expresadas en el sistema inglés al sistema internacional
- C_w convierte revoluciones a rad (2π)
- C_s convierte min^{-1} a s^{-1} ($1/60$)
- C_p convierte pulgadas en metros (0,0254)
- C_{N-L} convierte Newtons en libras ($C_{N-L} = 0.22473211$)
- n_p velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
- m_g relación de transmisión (N_g/N_p)
- l_T longitud de la línea de contacto (metros)
- μ viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas (libras·s/pulgadas²)
- F ancho de la cara del diente (metros)
- P paso diametral (nº dientes/pulgada)

Pérdida de potencia por deslizamiento establecida por Anderson y Loewenthal, con todas sus variables sustituidas para proceder al cálculo en el diseño de experimentos:

$$\bar{P}_S = C_1 \cdot \left\{ 0,0127 \cdot \log \left[\frac{C_6 \left(\frac{P \cdot T_p \cdot C_{N-L}}{C_p \cdot N_p \cdot \cos \theta} \right)}{\left(\frac{F}{C_p} \cdot \mu \left(C_w \cdot C_s \cdot n_p \cdot \frac{1+m_g}{m_g} \cdot \frac{l_T}{C_p} \right) \left(C_w \cdot C_s \cdot n_p \cdot \left[\frac{C_p \cdot N_p}{P} \cdot \text{sen} \theta - \frac{l_T}{4C_p} \left(\frac{m_g - 1}{m_g} \right) \right] \right)^2} \right] \right\} \left[\frac{P \cdot T_p}{C_p \cdot N_p \cdot \cos \theta} \right] \left[C_w \cdot C_s \cdot n_p \cdot \frac{1+m_g}{m_g} \cdot \frac{l_T}{C_p} \right]$$

EC. 1.42

siendo

- C_1 convierte unidades expresadas en el sistema inglés al sistema internacional
- C_6 convierte unidades expresadas en el sistema inglés al sistema internacional
- C_p convierte pulgadas en metros (0,0254)
- C_w convierte revoluciones a rad (2π)
- C_s convierte min^{-1} a s^{-1} ($1/60$)
- C_{N-L} convierte Newtons en libras ($C_{N-L} = 0.22473211$)
- P paso diametral (nº dientes/pulgada)
- N_p nº de dientes del piñón o engranaje de entrada

n_p	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)
m_g	relación de transmisión (N_g/N_p)
θ	ángulo de presión (grados)
T_p	par transmitido (N·m)
l_T	longitud de la línea de contacto (metros)
μ	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas (libras·s/pulgadas ²)
F	ancho de la cara del diente (metros)

Constante	Significado	Valor
C_1	convierte unidades del sistema británico en unidades del sistema internacional	$2 \cdot 10^{-3}$
C_w	convierte revoluciones a rad	2π
C_p	convierte pulgadas en metros	0,0254
C_s	convierte min^{-1} a s^{-1}	1/60
C_6	convierte unidades del sistema británico en unidades del sistema internacional	29,66
C_{N-L}	convierte Newtons en libras	0,22473211

TABLA 1.7 Constantes empleadas en la ecuación

Variable	Significado	Unidades
θ	ángulo de presión	grados
n_p	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	rpm
N_p	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	-
m_g	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	-
P	paso diametral	nº dientes/pulgada
T_p	par transmitido	N·m
F	ancho de la cara del diente	metros
μ	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas	libras·s/pulgadas ²

TABLA 1.8 Variables principales ecuación

1.5. Modelo de Merritt (artículo 4)

Este modelo se deriva de más ecuaciones completas de pérdida instantánea similares a los utilizados por Anderson y Loewenthal y Chiu (uno de los modelos investigados, pero que no cumple los mínimos requisitos requeridos para este proyecto debido a que proporciona resultados de la pérdida por rodadura, y no por deslizamiento). Merritt realizó varias suposiciones para reducir las ecuaciones generales a la forma simplificada dada a continuación. El coeficiente de fricción se basa en la expresión de Benedict y Kelley y otros. Merritt se dio cuenta de que su expresión era la pérdida aproximada y sugiere que este análisis podría servir como punto de partida para futuras investigaciones. La pérdida de potencia por deslizamiento según Merritt es:

$$\% \text{ perdida} = \frac{f}{2} \pi \cdot \left(\frac{1}{N_p} + \frac{1}{N_g} \right) \cdot 100$$

EC. 1.43

siendo

f	coeficiente de fricción
N_p	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada
N_g	nº de dientes del engranaje de salida

Coeficiente de rozamiento establecido por Merritt es:

$$f(x) = C_{13} \cdot \left(\frac{1,6}{v^{0,15} \cdot V_e^{0,15} \cdot V_{SM}^{0,35} R_M^{0,5}} \right)$$

EC. 1.44

siendo

C_{13}	convierte unidades expresadas en el sistema inglés al sistema internacional
v	viscosidad cinemática del lubricante (pies ² /s)
V_e	velocidad a la entrada (pulgadas/s)
V_{SM}	velocidad de deslizamiento de Merritt (pulgadas/s)
R_M	radio primitivo de contacto de Merritt (pulgadas)

La velocidad lineal den entrada en el punto del radio primitivo es:

$$V_e = 2 \cdot V_p \cdot \text{sen} \theta$$

EC. 1.45

siendo

V_p velocidad en la línea de contacto (pulgadas/s)

θ ángulo de presión (grados)

La velocidad angular del engranaje de entrada es:

$$V_p = n_p \cdot R_p \cdot \frac{C_w \cdot C_s}{C_p} = n_p \cdot \frac{N_p \cdot C_w \cdot C_s}{2 \cdot P}$$

EC. 1.46

siendo

C_w convierte revoluciones a rad (2π)

C_s convierte min^{-1} a s^{-1} ($1/60$)

C_p convierte pulgadas en metros (0,0254)

R_p radio primitivo del piñón o engranaje de entrada (metros) (ver aptdo. 0)

N_p nº de dientes del piñón o engranaje de entrada

P paso diametral (nº dientes/ pulgada)

n_p velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)

La velocidad de Merritt es:

$$V_{SM} = V_p \cdot \left[\frac{\pi}{2} \cos \theta \cdot \left(\frac{1}{N_p} + \frac{1}{N_g} \right) \right]$$

EC. 1.47

siendo

V_p velocidad en la línea de contacto (pulgadas/s)

θ ángulo de presión (grados)

N_p nº de dientes del piñón o engranaje de entrada

N_g nº de dientes del engranaje de salida

El radio de Merritt es:

$$R_M = \frac{1}{C_p} \frac{D_p \cdot D_g}{(D_p + D_g)} \frac{\text{sen} \theta}{2} = \frac{1}{P} \frac{N_p \cdot m_g}{(1 + m_g)} \frac{\text{sen} \theta}{2}$$

EC. 1.48

siendo

- P paso diametral (nº dientes/pulgada)
- C_p convierte pulgadas en metros (0,0254)
- D_p diámetro primitivo del piñón o engranaje de entrada (metros) (ver aptdo. 0)
- D_g diámetro primitivo del engranaje de salida (metros) (ver aptdo. 0)
- N_p nº de dientes del piñón o engranaje de entrada
- m_g relación de transmisión (N_g/N_p)
- θ ángulo de presión (grados)

Pérdida de potencia por deslizamiento establecida por Merritt, sustituyendo las variables de diámetros por los números de dientes, relación de transmisión y el paso diametral para proceder al cálculo en el diseño de experimentos:

$$\% \text{ perdida} = \frac{1}{2} \left[C_{13} \cdot \left(\frac{1,6}{v^{0,15} \cdot \left(2n_p \cdot \frac{N_p \cdot C_w \cdot C_s}{2 \cdot P} \cdot \text{sen} \theta \right)^{0,15} \cdot \left(n_p \cdot \frac{N_p \cdot C_w \cdot C_s}{2 \cdot P} \left[\frac{\pi}{2} \cos \theta \left(\frac{1}{N_p} + \frac{1}{N_p \cdot m_g} \right) \right] \right)^{0,35} \cdot \left(\frac{1}{P} \frac{N_p \cdot m_g}{(1 + m_g)} \frac{\text{sen} \theta}{2} \right)^{0,5}} \right) \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{N_p} + \frac{1}{N_p \cdot m_g} \right) \right] \cdot 100$$

EC. 1.49

siendo

- C₁₃ convierte unidades expresadas en el sistema inglés al sistema internacional
- C_w convierte revoluciones a rad (2π)
- C_s convierte min⁻¹ a s⁻¹ (1/60)
- v viscosidad cinemática del lubricante (pies²/s)
- P paso diametral (nº dientes/pulgada)
- m_g relación de transmisión (N_g/N_p)
- θ ángulo de presión (grados)
- n_p velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (rpm)

Constante	Significado	Valor
C_{13}	convierte unidades del sistema británico en unidades del sistema internacional	0,0114
C_w	convierte revoluciones a rad	2π
C_s	convierte min^{-1} a s^{-1}	1/60

TABLA 1.9 Constantes empleadas en la ecuación 1.49

Variable	Significado	Unidades
θ	ángulo de presión	grados
n_p	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	rpm
N_p	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	-
m_g	relación de transmisión entre los engranajes en contacto	-
P	paso diametral	nº dientes/pulgada
ν	viscosidad cinemática del lubricante	pies^2/s

TABLA 1.10 Variables principales ecuación 1.49

2. DISEÑO DE EXPERIMENTOS

2.1. Introducción

El diseño experimental (DE) tiene inicio teórico a partir de 1935 por Sir Ronald A. Fisher (1890 - 1962), desarrollados en la Estación Agrícola Experimental de Rothamsted, en el Reino Unido, donde introdujo el concepto de aleatorización y el análisis de varianza. A lo largo de varias décadas, la teoría del diseño de experimentos y sus aplicaciones se consolidaron y expandieron, y en años recientes, recibieron un fuerte impulso por las contribuciones de Genichi Taguchi, un estadístico japonés ampliamente conocido en Occidente.

Se puede afirmar que el diseño experimental estudia procesos. Un proceso puede considerarse como una caja negra a la cual ingresan diversas variables que interactúan para producir un resultado. Las variables que ingresan al proceso se denominan variables de entrada (factores) y el resultado, variable de salida (respuesta). El nivel de la variable de salida depende de los niveles que adopten las variables de entrada. La búsqueda de combinaciones óptimas de las variables de entrada da lugar al diseño experimental, el cual es una prueba (o un conjunto de pruebas) durante la cual se realizan cambios sistemáticos y controlados a las variables de entrada para medir el efecto sobre la variable de salida óptima.

El diseño experimental utiliza técnicas como la regresión múltiple, la superficie de respuesta, el diseño de parámetros y varias extensiones del análisis de varianza, así como los análisis gráficos y las comparaciones múltiples. Diseñar un experimento significa planear un experimento de modo que reúna la información pertinente al problema bajo investigación. El DE es la secuencia completa de pasos tomados con antelación, para asegurar que los datos se obtendrán apropiadamente de modo que permitan un análisis objetivo que conduzca a deducciones válidas con respecto al problema bajo estudio.

2.1.1 Introducción al diseño de experimentos

La necesidad de un diseño de experimento surge de la inquietud de responder a preguntas como:

- ¿Cuáles son los factores que se estudiarán en esta investigación?
- ¿Qué factores afectan las características que se van a analizar?
- ¿Cómo se va a medir el efecto de los factores estudiados?
- ¿Cuántas veces deberá ejecutarse el experimento?
- ¿Cuál será la forma de análisis o tipo de diseño experimental?
- ¿A partir de que valores se considera importante el efecto de un factor?

2.1.2 Objetivos de un diseño de experimento

- Proporcionar la máxima cantidad de información pertinente al problema bajo investigación.
- El diseño, plan o programa debe ser tan simple como sea posible.
- Proporcionar métodos que permitan obtener la mayor cantidad de información válida acerca de una investigación, teniendo en cuenta el factor costo y el uso adecuado del material disponible mediante métodos que permitan disminuir el error experimental.

2.1.3 Principios básicos del diseño de experimentos

- Repetición: Viene a ser la reproducción o réplica del experimento básico (asignación de un tratamiento a una unidad experimental). Las principales razones por las cuales deseable la repetición son: primero por que proporciona una estimación del error experimental, siendo tal estimación confiable a medida que aumenta el número de repeticiones, y segundo permite estimaciones más precisas del tratamiento en estudio.
- Aleatorización: Asignación al azar de tratamiento a las unidades experimentales. Una suposición frecuente en los modelos estadísticos de un diseño de experimentos es que: las observaciones o los errores están distribuidos independientemente, la aleatorización hace válida esta suposición.
- Control Local: Cantidad de balanceo, bloqueo y agrupamiento de las unidades experimentales que se emplean en el diseño estadístico de un experimento.

2.1.4 Conceptos básicos

- Experimento: Prueba o series de pruebas en las que se hacen cambios deliberados en las variables de entrada de un proceso (los factores que se estudian) o sistema para observar e identificar las razones de los cambios que pudieran observarse en la respuesta de salida.
- Unidad experimental: Unidad a la cual se le aplica un sólo tratamiento (que puede ser una combinación de muchos factores) en una reproducción del experimento.
- Error experimental: Describe la situación de no llegar a resultados idénticos con dos unidades experimentales tratadas de igual forma y refleja: (a) errores de experimentación, (b) errores de observación, (c) errores de medición, (d) variación del material experimental (esto es, entre unidades experimentales), (e) efectos combinados de factores extraños que pudieran influir las características en estudio, pero respecto a los cuales no se ha llamado la atención en la investigación.
- Agrupamiento: Colocación de un conjunto de unidades experimentales homogéneas en, de modo que los diferentes grupos puedan sujetarse a distintos tratamientos.

- Bloqueo: Distribución de las unidades experimentales en bloques, de manera que las unidades dentro de un bloque sean relativamente homogéneas, de esta manera, la mayor parte de la variación predecible entre las unidades queda confundida con el efecto de los bloques.
- Balanceo: Obtención de las unidades experimentales, el agrupamiento, el bloqueo y la asignación de los tratamientos a las unidades experimentales de manera que resulte una configuración balanceada.
- Tratamiento o combinación de tratamientos: Conjunto particular de condiciones experimentales que deben imponerse a una unidad experimental dentro de los confines del diseño seleccionado.
- Factor: Una variable independiente que tiene influencia sobre la respuesta de salida. Generalmente, se trabaja con más de una variable independiente y con los cambios que ocurren en la variable dependiente, cuando ocurren variaciones en una o más variables independientes.
- Confusión: Cuando los efectos de dos o más factores no se pueden separar.

2.1.5 Etapas de un diseño de experimentos

- Enunciado o planteamiento del problema.
- Formulación de hipótesis.
- Proposición de la técnica experimental y el diseño.
- Examen de sucesos posibles y referencias en que se basan las razones para la indagación que asegure que el experimento proporcionará la información requerida y en la extensión adecuada.
- Consideración de los posibles resultados desde el punto de vista de los procedimientos estadísticos que se aplicarán, para asegurar que se satisfagan las condiciones necesarias y sean válidos estos procedimientos.
- Ejecución del experimento.
- Aplicación de las técnicas estadísticas a los resultados experimentales.
- Extracción de conclusiones con medidas de la confiabilidad de las estimaciones generadas.
- Valoración de la investigación completa y contrastación con otras investigaciones del mismo problema o similares.

2.2. Diseños empleados

2.2.1. Diseño con 4 factores

Para determinar la influencia o el efecto que las variables seleccionadas en cada caso tienen sobre la variable objetivo en cada modelo se va a aplicar la teoría de los diseños de experimentos. Se empleará un diseño experimental factorial 2^k siendo k el número de variables en estudio (en este apartado se muestra $k = 4$) y 2 el número de niveles para restringir los valores que éstas pueden tomar a sus valores máximos y mínimos.

Dado que este estudio se va a llevar a cabo computacionalmente y no se van a obtener datos experimentales, la repetitividad obtenida en los resultados que puedan obtenerse en cada una de las situaciones de cálculo que se lleven a cabo es del 100 % ya que las ecuaciones no van a variar y no van a existir perturbaciones que puedan alterar o intervenir en el resultado de manera indirecta e impredecible. Tratándose entonces de un estudio teórico, el número de réplicas de este diseño que van a tener las $2^4 = 16$ combinaciones posibles es de 1.

A continuación se muestra una tabla en la que se describen todas las combinaciones entre las variables de estudio (de ahora en adelante llamados factores) y los valores que pueden tomar las variables que emplearemos para denotar si los factores se encuentran en su nivel alto o bajo.

A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	BCD	ABCD	Y
-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-	-	+	o
-	-	-	+	+	+	-	+	-	-	-	+	+	-	d
-	-	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	-	+	cd
-	+	+	+	-	-	-	+	+	+	-	-	+	-	bcd
-	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	c
-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+	-	-	b
+	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	-	-	a
-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	+	bd
+	+	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	-	-	abc
-	+	+	-	-	-	+	+	-	-	-	+	+	+	bc
+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	+	+	ac
+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	+	-	+	+	ad

+	-	+	+	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	acd
+	+	-	-	+	-	-	-	-	+	-	-	+	+	ab
+	+	-	+	+	-	+	-	+	-	-	+	-	-	abd
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	abcd

TABLA 2.11 Combinaciones y sus variables (2⁴)

2.2.1.1. Estimadores

$$\hat{\mu} = \frac{o + a + b + c + d + ab + ac + ad + bc + bd + cd + abc + abd + acd + bcd + abcd}{2^4}$$

EC. 1.50

siendo

μ estimador del efecto de todos los factores

$$\hat{A} = \frac{a + ab + ac + ad + abc + abd + acd + abcd}{8} - \frac{o + b + c + d + bc + bd + cd + bcd}{8}$$

EC. 1.51

$$\hat{B} = \frac{b + ab + bc + bd + abc + abd + bcd + abcd}{8} - \frac{o + a + c + d + ac + ad + cd + acd}{8}$$

EC. 1.52

$$\hat{C} = \frac{c + ac + bc + cd + abc + acd + bcd + abcd}{8} - \frac{o + a + b + d + ab + ad + bd + abd}{8}$$

EC. 1.53

$$\hat{D} = \frac{d + ad + bd + cd + abd + acd + bcd + abcd}{8} - \frac{o + a + b + c + ab + ac + bc + abc}{8}$$

EC. 1.54

siendo

A, B, C, D estimador del efecto del factor A, B, C y D respectivamente

$$\hat{AB} = \frac{o + d + cd + c + abc + ab + abd + abcd}{8} - \frac{a + b + ac + ad + bc + bd + acd + bcd}{8}$$

EC. 1.55

$$AC = \frac{o + d + b + bd + abc + ac + acd + abcd}{8} - \frac{a + c + ab + ad + bc + cd + abd + bcd}{8}$$

EC. 1.56

$$AD = \frac{o + c + b + bc + ad + acd + abd + abcd}{8} - \frac{a + d + ab + ac + bd + cd + abc + bcd}{8}$$

EC. 1.57

$$BC = \frac{o + d + bcd + a + abc + bc + ad + abcd}{8} - \frac{b + c + ab + ac + bd + cd + abd + acd}{8}$$

EC. 1.58

$$BD = \frac{o + bcd + c + a + bd + ac + abd + abcd}{8} - \frac{b + d + ab + ad + bc + cd + abc + acd}{8}$$

EC. 1.59

$$CD = \frac{o + cd + bcd + b + a + acd + ab + abcd}{8} - \frac{c + d + ac + ad + bc + bd + abc + abd}{8}$$

EC. 1.60

$$ABC = \frac{cd + c + b + a + bd + abc + ad + abcd}{8} - \frac{o + d + ab + ac + bc + abd + acd + bcd}{8}$$

EC. 1.61

$$ABD = \frac{d + cd + b + a + bc + ac + abd + abcd}{8} - \frac{o + c + ab + ad + bd + abc + acd + bcd}{8}$$

EC. 1.62

$$BCD = \frac{d + bcd + c + bd + bc + ac + ad + abcd}{8} - \frac{o + a + b + ab + cd + abc + acd + abd}{8}$$

EC. 1.63

$$ABCD = \frac{o + cd + bd + bc + ac + ad + ab + abcd}{8} - \frac{a + b + c + d + abc + abd + acd + bcd}{8}$$

EC. 1.64

siendo el resto de estimadores los que estiman los efectos de las correspondientes interacciones entre los factores A, B, C y D.

La variable objetivo va a depender de los niveles en que se muevan las variables representadas por los factores A, B, C y D. Cada factor va a moverse en dos niveles, de ahí que el estudio de experimentos se denomine factorial del tipo 2^k . Los niveles se describirán para cada caso estudiado anteriormente en función de las variables seleccionadas.

2.2.2. Diseño con 3 factores

Este caso está particularizado para $k = 3$, es decir, habrá $2^3 = 8$ combinaciones posibles.

A continuación se muestra una tabla en la que se describen todas las combinaciones entre las variables de estudio (de ahora en adelante llamados factores) y los valores que pueden tomar las variables que emplearemos para denotar si los factores se encuentran en su nivel alto o bajo.

A	B	C	AB	AC	BC	ABC	Y
-	-	-	+	+	+	-	o
+	-	-	-	-	+	+	a
-	+	-	-	+	-	+	b
-	-	+	+	-	-	+	c
+	+	-	+	-	-	-	ab
+	-	+	-	+	-	-	ac
-	+	+	-	-	+	-	bc
+	+	+	+	+	+	+	abc

TABLA 2.12 Combinaciones y sus variables (2^8)

2.2.2.1. Estimadores

$$\hat{\mu} = \frac{o + a + b + c + ab + ac + bc + abc}{2^3}$$

EC. 1.65

siendo

μ estimador del efecto de todos los factores

$$\hat{A} = \frac{a + ab + ac + abc}{4} - \frac{o + b + c + bc}{4}$$

EC. 1.66

$$\hat{B} = \frac{b + ab + bc + abc}{4} - \frac{o + a + c + ac}{4}$$

EC. 1.67

$$\hat{C} = \frac{c + ac + bc + abc}{4} - \frac{o + a + b + ab}{4}$$

EC. 1.68

siendo

A, B, C estimador del efecto del factor A, B y C respectivamente

$$AB = \frac{o + c + abc + ab}{4} - \frac{a + b + ac + bc}{4}$$

EC. 1.69

$$AC = \frac{o + b + abc + ac}{4} - \frac{a + c + ab + bc}{4}$$

EC. 1.70

$$BC = \frac{o + a + abc + bc}{4} - \frac{b + c + ab + ac}{4}$$

EC. 1.71

$$ABC = \frac{c + b + a + abc}{4} - \frac{o + ab + ac + bc}{4}$$

EC. 1.72

siendo el resto de estimadores los que estiman los efectos de las correspondientes interacciones entre los factores A, B y C.

La variable objetivo va a depender de los niveles en que se muevan las variables representadas por los factores A, B y C. Cada factor va a moverse en dos niveles, de ahí que el estudio de experimentos se denomine factorial del tipo 2^k. Como se indicó para el caso de k =4, los niveles se describirán para cada caso estudiado anteriormente en función de las variables seleccionadas.

Para poder obtener una ecuación a partir de los resultados obtenidos por el diseño de experimentos, usaremos el método MEDA que describiremos a continuación.

Para demostrar detenidamente como hemos aplicado estas ecuaciones en nuestros propios cálculos, adjuntamos un ejemplo, son los cálculos realizados para el modelo de Anderson y Loewendal del artículo 1:

	Nivel mín	Nivel máx
n_p	1500	4500
F	0,01	0,1
N_p	40	53

TABLA 2.13 Tabla de valores

Ponemos los valores de las variables que vamos a aplicar para el diseño de experimentos. Una vez escritos en una hoja de Excel, usamos la función de Excel "SI" y la Tabla 2.12 para obtener el valor máximo o mínimo para el posterior cálculo, así nos aseguramos que los tres valores mínimos y máximos se agrupan con los mínimos y máximos de las otras dos variables; por ejemplo:

			np	F	Np	
A	B	C	A'	B'	C'	Y
-	-	-	1500	0,01	40	o
-	-	+	1500	0,01	53	c
-	+	-	1500	0,1	40	b
+	-	-	4500	0,01	40	a
+	+	+	4500	0,1	53	abc
-	+	+	1500	0,1	53	bc
+	-	+	4500	0,01	53	ac
+	+	-	4500	0,1	40	ab

TABLA 2.14 Resolución de los cálculos por Excel

2.2.3. Método MEDA

El método Meda consiste en: elaborar una ecuación que se comporte como la ecuación final de la pérdida de potencia, con un dominio de valores entre los establecidos en el diseño de experimentos; por ejemplo, si en el diseño de experimentos hemos puesto como variable son fijas el par, número de revoluciones y el número de dientes del engranaje de entrada, con sus valores de 100 a 300 Nm, 1500 a 4500 rpm y 12 a 60 dientes respectivamente, la ecuación resultante, la que llamaremos “función y”, podrá calcular la pérdida de potencia entre dichos valores.

¿Cómo calculamos la función y?

Después de calcular los efectos A, B, C, AB, AC, BC y ABC para k=3, obtenemos la mediana de los efectos AB, AC, BC y ABC, la cual llamaremos “M”.

$$\text{Mediana}(\hat{A}B \ \hat{A}C \ \hat{B}C \ \text{y} \ \hat{A}BC)=M$$

El siguiente paso consistirá en calcular la mediana (la cual llamaremos MEDA) de: |AB-M| (mediana calculada en el paso anterior), |AC-M|, |BC-M| y |ABC-M|.

$$\text{MEDA}=\text{Mediana}\{|\hat{A}B-M|,|\hat{A}C-M|,|\hat{B}C-M|,|\hat{A}BC-M|\}$$

A continuación, la mediana llamada MEDA la dividiremos por 0,675 y el resultado obtenido lo llamaremos S₀.

$$\hat{s}_\theta = \frac{\text{Meda}}{0.675}$$

Con este nuevo valor obtenido, S_0 , lo compararemos con cada efecto, si el doble de este valor es igual o menor al efecto, dicho efecto será significativo para introducirlo en la función Y.

Con este método se valoran las variables que tienen más influencia en la pérdida de potencia, y a raíz de eso, con los efectos significativos elaboramos una nueva ecuación, la función Y.

$$|Efecto| \geq 2\hat{s}_\theta \quad \Rightarrow \quad \text{Significativo}$$

Con los efectos significativos aremos lo siguiente: calcularemos la media de las pérdidas de potencia obtenidas con las ecuaciones de cara modelo (y), a continuación le iremos sumando los efectos significativos multiplicados por su correspondiente " X_2 " (1.1 expuestas en el artículo 1 de Anderson y Loewendal) y dividido por dos.

$$\hat{y} = \bar{y} + \left(\frac{\hat{A}}{2}\right)x_1 + \left(\frac{\hat{B}}{2}\right)x_2 + \left(\frac{\hat{C}}{2}\right)x_3 + \left(\frac{\hat{AB}}{2}\right)x_1x_2 + \left(\frac{\hat{AC}}{2}\right)x_1x_3 + \left(\frac{\hat{BC}}{2}\right)x_2x_3 + \left(\frac{\hat{ABC}}{2}\right)x_1x_2x_3$$

Hemos de añadir, que a cada efecto significativo habrá que multiplicarlo por el signo que aparece en la TABLA 2.12 Combinaciones y sus variables (28), véase (la primera imagen es X_1 la segunda X_2 y la tercera X_3):

$$x_1 = \begin{matrix} 1 & \text{Si } A = + \\ -1 & \text{Si } A = - \end{matrix} \quad x_2 = \begin{matrix} 1 & \text{Si } B = + \\ -1 & \text{Si } B = - \end{matrix} \quad x_3 = \begin{matrix} 1 & \text{Si } C = + \\ -1 & \text{Si } C = - \end{matrix}$$

De esta manera, habremos compuesto una nueva función Y, que obtendrá resultados parejos con la ecuación de la pérdida de potencia original.

2.3. Aplicación al Modelo de Anderson y Loewenthal (artículo 1)

Las variables a considerar a la hora de realizar el estudio de experimentos para ver su influencia sobre la variable de salida $P_s(x)$ van a ser finalmente tres: la anchura de la cara del diente (F), el número de dientes del piñón o engranaje de entrada (N_p), la velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (n_p), por lo que se va a emplear un estudio de experimentos factorial con $k=3$.

Las variables referidas a la viscosidad absoluta del lubricante (μ_0), ángulo de presión del diente (θ), el paso diametral de los engranajes (P), la relación de transmisión entre los engranajes de entrada y salida (m_g) y el par transmitido (T_p) van a pasar a ser variables de entrada fijadas por la definición del problema en estudio.

El problema que se pretende analizar con este estudio es el de analizar qué pérdidas de potencia debidas al deslizamiento y a la rodadura existen en el engrane de las parejas de engranajes que forman parte de la caja de cambios de un vehículo. Para ello se tienen en cuenta unas variables de entrada que vienen impuestas por la definición del problema, como son:

Potencia desarrollada por el motor: P_e (W)

Velocidad de giro del motor: n_m (rpm)

Relación de transmisión existente entre las parejas de engranajes en estudio: m_g

Viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas: μ_0 (Ns/m²)

$$P_e = T_e \cdot n_m \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$$

EC. 1.73

siendo

P_e Potencia transmitida por el motor (Wattios)

T_e par transmitido por el motor (N·m)

n_m velocidad de giro del motor (rpm)

$$m_g = \frac{N_g}{N_p}$$

EC. 1.74

siendo

N_p nº de dientes del piñón o engranaje de entrada

N_g nº de dientes del engranaje de salida

Los cálculos realizados con las ecuaciones se hallan en tablas de 8 filas, los de todos los modelos. Cada fila corresponde al mismo procedimiento con el mismo valor de las variables, es decir, a cada primera fila, le siguen las primeras filas del resto de las tablas para completar los cálculos y obtener un único resultado.

El valor de las variables definido para el cálculo del problema de estudio y para el diseño de experimentos; obteniendo la pérdida de potencia es:

VARIABLE	VALOR
μ_0	0.3
m_g	2
P	8
T_p	300
θ	20°

TABLA 2.15 Variables fijas

VARIABLE	VALOR MÍNIMO	VALOR MÁXIMO
n_p	1500	4500
F	0,01	0,1
N_p	40	53

TABLA 2.16 Variables no fijas para el diseño de experimentos

Los valores de las variables se corresponden a:

- Viscosidad: corresponde a la viscosidad de un aceite SAE 40 a temperatura ambiente.
- Relación de transmisión: corresponde a un valor fijado, por ejemplo, para una de las velocidades de la caja de cambios.
- Paso diametral: es el número de dientes por pulgada de diámetro de paso. Corresponde para un valor fijado previo estudio.
- Par: par máximo que transmite un motor de combustión interna común (sea gasolina o diesel).
- Ángulo de presión: ángulo descrito por la normativa, utilizado en Europa (en EEUU, sería un ángulo de 25°).
- Número de revoluciones: número de revoluciones ordinarias que puede alcanzar un motor de combustión interna, sea gasolina o diesel.
- Ancho de cara del diente: espesor mínimo necesario para soportar el par introducido sin rotura.
- Número de dientes: número de dientes que pueden llegar a tener los engranajes de una caja de cambios convencional. Hemos detectado un límite de resultados a la hora de calcular la potencia, observamos que si el número mínimo de dientes del engranaje de entrada es

menor a 40, la fórmula de la pérdida de potencia no asegura un resultado correcto, es decir, se obtienen resultados muy desproporcionados.

2.3.1. Pérdida de potencia

Adjuntamos la tabla de resultados de las pérdidas de potencia, obtenidas a partir de las ecuaciones explicadas en las anteriores páginas; el resultado final se expondrá en tanto por ciento, para luego poder comparar unos modelos con otros:

% PS
2,10E-01
5,48E-02
1,26E-01
8,98E-02
2,80E-03
3,34E-02
2,42E-02
5,52E-03

TABLA 2.17 Resultados pérdidas de potencia

Un método simple para la predicción de la pérdida de potencia y la eficiencia de un engranaje cilíndrico de acero. Este método proporciona una estimación precisa de la eficacia del estímulo-engranaje del sistema con carga parcial y plena carga. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

- El análisis generalmente mostraron una buena concordancia con los datos de prueba en todas las condiciones excepto bajas tasas de flujo de aceite, en donde el análisis subestimado ligeramente el engranaje de medida y la eficiencia del sistema.
- La sensibilidad pronosticada de la pérdida de potencia a los cambios en la velocidad y la carga.

Observamos que el valor mínimo es 0,0028 % (coincide con los valores de máximas revoluciones, mínimo ancho de cara y máximo número de dientes) y el máximo 0,21 % (coincide con los valores de mínimas revoluciones, máximo ancho de cara y mínimo número de dientes) de la potencia total; no hay una gran variación de potencia del resultado máximo al mínimo, así que podemos concluir que la variación de potencia por deslizamiento varia muy poco en función de las variables de entrada en este modelo. Además, las pérdidas son muy bajas debidas al deslizamiento, menores al 0.21 % de la potencia total transmitida por la pareja de engranajes rectos. Podemos concluir que:

- A mayor número de revoluciones, menos potencia perdemos.
- A mayor ancho de cara, más potencia perdemos.
- A mayor número de dientes, menos potencia perdemos.

Para saber cómo varía también la pérdida de potencia en función de las variables fijas, proponemos una serie de tablas de resultados para poder observar por medio de gráficos de dispersión con líneas suavizadas como varía la pérdida de potencia. Dichas tablas se han elaborado de la siguiente manera: las variables no fijas mantienen sus valores establecidos en la TABLA 2.14 Variables no fijas para el diseño de experimentos, la variable fija a comprobar, tendrá una serie de valores establecidos mientras que el resto de las variables fijas mantendrán su valor como se indica en la TABLA 2.13 Variables fijas. Con estas ilustraciones mostradas a continuación, demostraremos si aumenta, descende o se mantiene la potencia pérdida variando solo una variable. La única variable fija que no se va a ensayar es el ángulo de presión, ya que en Europa siempre es el mismo, 20°.

- **Pérdida en función de la viscosidad absoluta**

	0,1	0,15	0,2	0,3	0,5	0,8	1
Pérdida de potencia en función de la viscosidad de los aceites SAE, del 10 al 70	0,25068839	0,23584488	0,22531324	0,21046972	0,19176911	0,174562925	0,16639395
	0,0650472	0,06127874	0,05860497	0,05483651	0,0500888	0,045720509	0,04364657
	0,16639395	0,15155043	0,14101879	0,12617528	0,10747466	0,090268481	0,0820995
	0,13003238	0,11518887	0,10465722	0,08981371	0,07111309	0,053906912	0,04573794
	0,01301449	0,00924602	0,00657225	0,00280379	-0,00194391	-0,006312209	-0,00838614
	0,04364657	0,03987811	0,03720434	0,03343588	0,02868817	0,024319878	0,02224594
	0,03441512	0,03064665	0,02797288	0,02420442	0,01945672	0,015088421	0,01301449
	0,04573794	0,03089442	0,02036278	0,00551926	-0,01318135	-0,030387533	-0,03855651

TABLA 2.18 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores de viscosidad absoluta

Hemos calculado, mediante la expresión de la pérdida de potencia de Anderson & Loewendal (artículo 1), los resultados de la potencia, usando la primera parte del diseño de experimentos (la primera parte donde, mediante la expresión de potencia del modelo, obtenemos los resultados de pérdidas). Como ya se ha indicado anteriormente, los resultados vienen expresados en tanto por ciento.

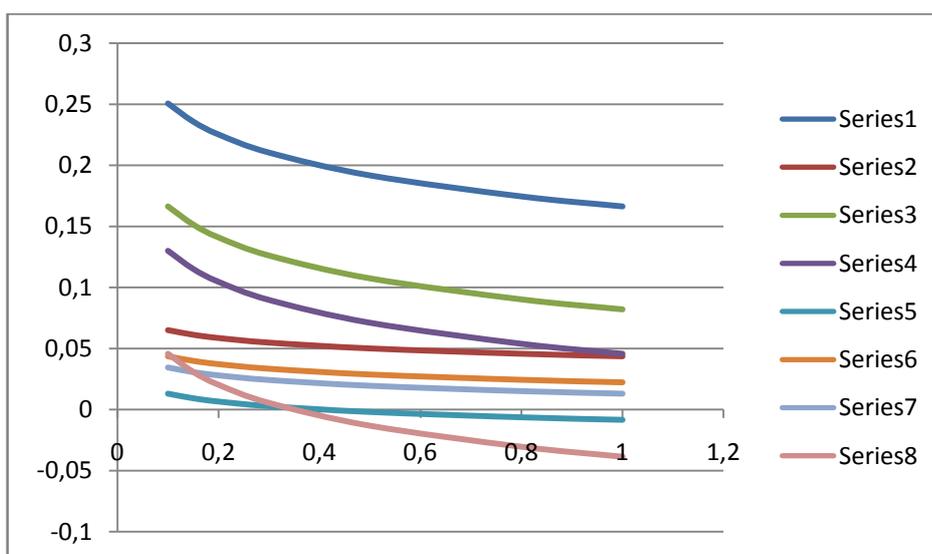


ILUSTRACIÓN 2.2 Gráfica de resultados

Mediante este gráfico de líneas suavizadas, donde las ordenadas son la pérdida de potencia y las abscisas son los valores adoptados de la viscosidad absoluta, observamos que contra más viscoso es un lubricante, menos potencia perdemos. Cada serie está organizada de la siguiente manera: la serie 1 corresponde con la primera línea de resultados de la Tabla 2.16, la serie 2 con la línea dos, y así sucesivamente. Con esta dinámica, demostramos que el resultado varía solo en función de la viscosidad, y lo comprobamos con varias series. Las series 7 y 8, no representan una conclusión objetiva, ya que algunos de sus resultados se obtienen con signo negativo; esto se debe a que el modelo no es fiable con según que valores de viscosidad, y por ello estas dos series no las tenemos en cuenta a la hora de obtener las conclusiones, aunque su pendiente sea muy aproximada al resto de las series.

- **Pérdida en función de la relación de transmisión**

	0,5	1	1,5	2	3	4	5
Pérdida de potencia en función de la relación de transmisión	0,34420029	0,26046073	0,22783283	0,21046972	0,19233668	0,182961064	0,17723134
	0,09507993	0,06916478	0,05973376	0,05483651	0,0498032	0,047231099	0,0456689
	0,1756114	0,14806813	0,13417234	0,12617528	0,11740829	0,112715693	0,10979578
	0,10288826	0,09958604	0,09377059	0,08981371	0,08508689	0,082414386	0,08070653
	-0,00898551	-0,00021218	0,00191963	0,00280379	0,00355189	0,003870501	0,00404272
	0,05227866	0,0406306	0,03595528	0,03343588	0,03078042	0,02939724	0,02854839
	0,03381575	0,028322	0,02569811	0,02420442	0,02257468	0,02170436	0,02116323
	-0,06570063	-0,01280655	0,0001101	0,00551926	0,0101585	0,012169015	0,01327097

TABLA 2.19 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores de relación de transmisión

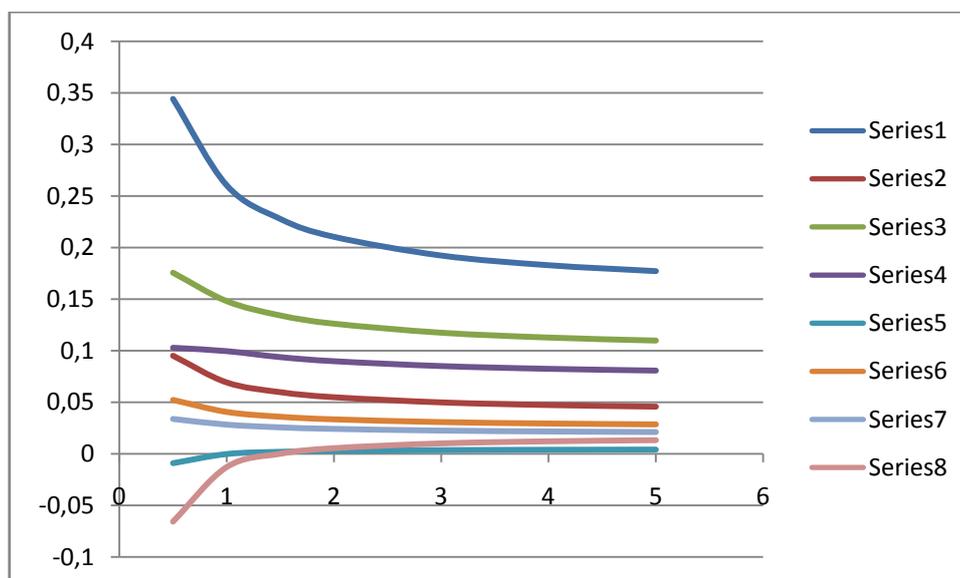


ILUSTRACIÓN 2.3 Gráfica de resultados

Mediante este gráfico de líneas suavizadas, donde las ordenadas son la pérdida de potencia y las abscisas son los valores adoptados de la relación de transmisión, observamos que contra mayor es la relación de transmisión, menos potencia perdemos. Cada serie está organizada de la siguiente

manera: la serie 1 corresponde con la primera línea de resultados de la Tabla 2.17, la serie 2 con la línea dos, y así sucesivamente. Las series 7 y 8, no representan una conclusión objetiva, ya que algunos de sus resultados se obtienen con signo negativo; esto se debe a que el modelo no es fiable con valores de relación tan bajos, y por ello estas dos series no las tenemos en cuenta a la hora de obtener las conclusiones, aunque su pendiente sea muy aproximada al resto de las series.

- **Pérdida en función del paso diametral**

	6	6,5	7	7,5	8	8,5	8,8
Pérdida de potencia en función del paso diametral	0,0588965	0,02635752	0,08131529	0,1453632	0,21046972	0,278054737	0,32003303
	0,1473603	0,13641704	0,11754849	0,09068474	0,05483651	0,009145404	0,03342638
	0,03546327	0,01936014	0,05088468	0,08800068	0,12617528	0,166828374	0,19264752
	0,02535503	0,01634172	0,03775802	0,06325656	0,08981371	0,118849352	0,13769802
	-0,10235178	-0,0638752	-0,03332391	-0,01076782	0,00280379	0,003919652	0,00638735
	0,04465577	0,05403848	0,05549591	0,04895814	0,03343588	0,006996095	0,02230545
	0,00035275	0,01850336	0,02872867	0,03095879	0,02420442	0,006068961	0,01750828
	0,0019218	0,00934434	0,00732741	0,00589403	0,00551926	0,007622989	0,01031251

TABLA 2.20 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del paso diametral

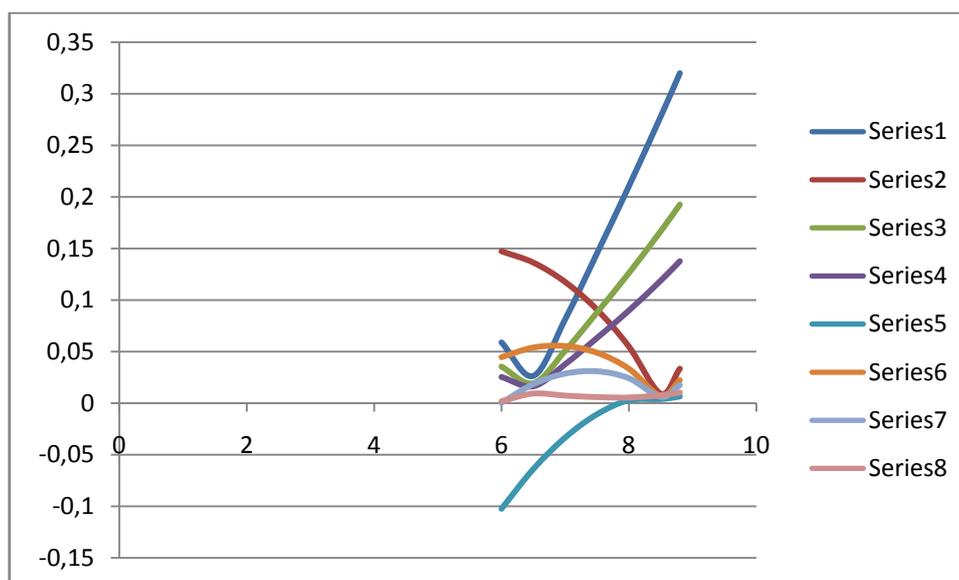


ILUSTRACIÓN 2.4 Gráfica de resultados

Mediante este gráfico de líneas suavizadas, donde las ordenadas son la pérdida de potencia y las abscisas son los valores adoptados del paso diametral, observamos que las series 1, 3 y 4 tienen la misma forma, pendiente negativa al principio con un punto mínimo y luego una pendiente positiva; con las series 2, 6, 7 y 8 tienen las mismas pendientes que el resto pero el punto mínimo está desplazado más a la izquierda de la gráfica; con estos resultados no podemos obtener una conclusión determinada para el paso diametral en este modelo. Cada serie está organizada de la siguiente manera: la serie 1 corresponde con la primera línea de resultados de la Tabla 2.18, la serie

2 con la línea dos, y así sucesivamente. Las serie 5, no representan una conclusión objetiva, ya que algunos de sus resultados se obtienen con signo negativo; esto se debe a que el modelo no es fiable con según que valores del paso diametral y por ello estas dos series no las tenemos en cuenta a la hora de obtener las conclusiones, aunque su pendiente sea muy aproximada al resto de las series. He de añadir, que este modelo tiene límites para el paso diametral con los valores de las variables adoptados, como observamos en la Tabla 2.18, el paso diametral mínimo que podemos adoptar en este modelo es 6 y el máximo 8,8; a partir de estos valores, el desarrollo matemático resulta incalculable.

- **Pérdida en función del par de entrada**

	50	100	150	200	300	400	500
Pérdida de la potencia en función del par de entrada	0,1448759	0,17025105	0,18509457	0,19562621	0,21046972	0,221001365	0,22917034
	0,03818358	0,04462581	0,04839428	0,05106804	0,05483651	0,057510276	0,05958421
	0,06058145	0,08595661	0,10080012	0,11133176	0,12617528	0,13670692	0,1448759
	0,02421988	0,04959504	0,06443855	0,07497019	0,08981371	0,100345351	0,10851433
	-0,01384914	-0,00740691	-0,00363844	-0,00096467	0,00280379	0,005477558	0,00755149
	0,01678295	0,02322518	0,02699365	0,02966741	0,03343588	0,036109645	0,03818358
	0,00755149	0,01399372	0,01776219	0,02043596	0,02420442	0,026878189	0,02895212
	-0,06007456	-0,03469941	-0,01985589	-0,00932425	0,00551926	0,016050906	0,02421988

TABLA 2.21 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del par de entrada

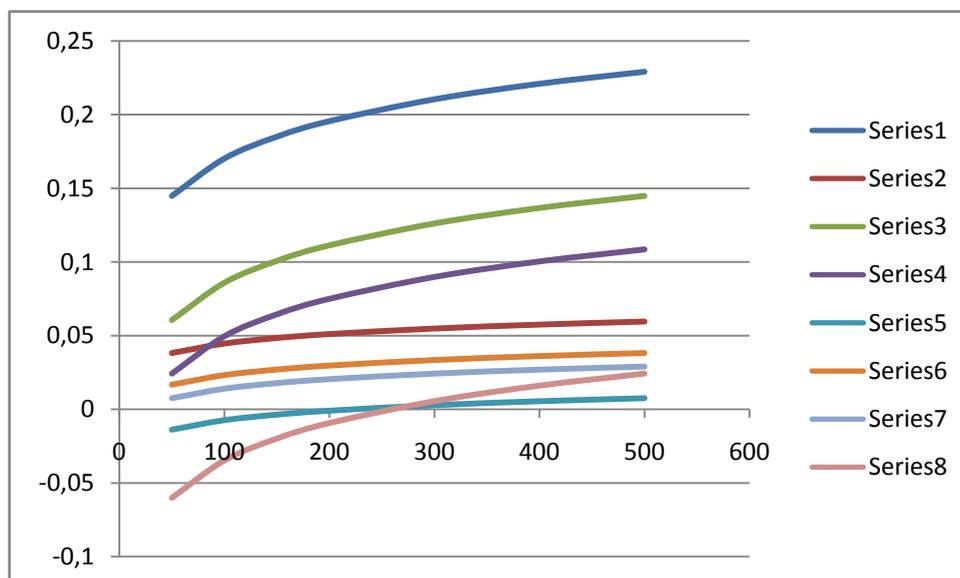


ILUSTRACIÓN 2.5 Gráfica de resultados

Mediante este gráfico de líneas suavizadas, donde las ordenadas son la pérdida de potencia y las abscisas son los valores adoptados del par de entrada, observamos que contra mayor es el par, más potencia perdemos. Cada serie está organizada de la siguiente manera: la serie 1 corresponde con la primera línea de resultados de la Tabla 2.19, la serie 2 con la línea dos, y así sucesivamente. Las

series 7 y 8, no representan una conclusión objetiva, ya que algunos de sus resultados se obtienen con signo negativo; esto se debe a que el modelo no es fiable con valores de par tan bajos, y por ello estas dos series no las tenemos en cuenta a la hora de obtener las conclusiones, aunque su pendiente sea muy aproximada al resto de las series.

2.3.2. Aplicación del diseño de experimentos

Aplicamos el diseño de experimentos, calculamos la media, y a continuación los puntos: x_1 (punto de inicio del contacto compartido entre 2 o más dientes), x_2 (punto de inicio del contacto único (sólo 1 diente soporta la carga)), x_3 (punto de fin del contacto único (sólo 1 diente soporta la carga)), x_4 (punto de fin del contacto compartido entre 2 o más dientes), x_A (todos estos puntos son consecutivos, es decir, van uno detrás de otro, el siguiente ha de ser siempre mayor que el anterior como se observa en la tabla 2.16). Calculamos los efectos A, B, C, AB, AC, BC y ABC (ya que $k=3$). Según el método MEDA descrito con anterioridad, añadimos los efectos que son significativos, A, B y C; los cuales se pueden representar mediante un diagrama de pareto:

x1	x2	x3	x4	xA
0,013161903	0,020375752	0,02253492	0,02974877	0,06515484
0,020065348	0,02767362	0,029438365	0,03704664	0,08633016
0,013161903	0,020375752	0,02253492	0,02974877	0,06515484
0,013161903	0,020375752	0,02253492	0,02974877	0,06515484
0,020065348	0,02767362	0,029438365	0,03704664	0,08633016
0,020065348	0,02767362	0,029438365	0,03704664	0,08633016
0,020065348	0,02767362	0,029438365	0,03704664	0,08633016
0,013161903	0,020375752	0,02253492	0,02974877	0,06515484

TABLA 2.22 Valores de las X

A	B	C	AB	AC	BC	ABC
-0,07564405	-0,05284754	-0,07917434	0	0,04501196	0,03144691	0

TABLA 2.23 Valores de los efectos

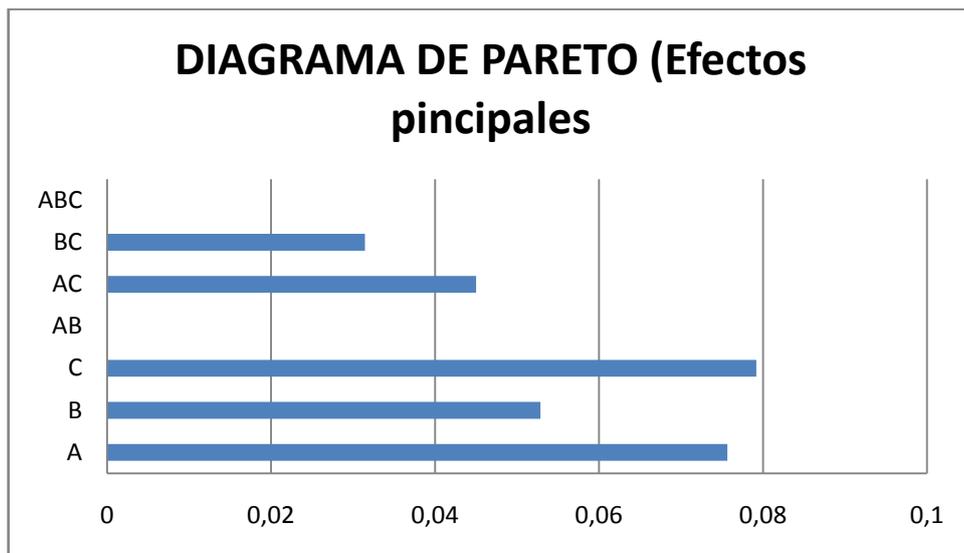


ILUSTRACIÓN 2.6 Diagrama de pareto

El diagrama de Pareto es una gráfica para organizar datos de forma que estos queden en orden descendente, de izquierda a derecha y separados por barras. Permite, pues, asignar un orden de prioridades. Este diagrama nos permite saber cómo es de importante una variable a la hora de obtener resultados, es decir, cuanto mayor es la longitud de la barra, la variación de esa variable más incide en el resultado final del modelo.

Como podemos observar, los efectos A, B y C son los que tienen la longitud más larga, confirmados por el método MEDA, por lo tanto son que usaremos para formar la función, como indicamos más arriba; adjuntamos la tabla de resultados obtenidos:

FUNCIÓN Y
0,07033563
0,06873209
0,06925882
0,06934001
0,06575179
0,06726961
0,06721427
0,0682632

TABLA 2.24 Resultados diseño de experimentos

Los resultados obtenidos son parejos respecto al modelo, observamos un parecido razonable entre los resultados del modelo y del diseño de experimentos. Observamos que el valor mínimo es 0.06575179 % (coincide con los valores de máximas revoluciones, mínimo ancho de cara y máximo número de dientes) y el máximo 0,07033563 % (coincide con los valores de mínimas revoluciones, máximo ancho de cara y mínimo número de dientes) de la potencia total; no hay una gran variación

de potencia del resultado máximo al mínimo. Hay que añadir que los valores mínimos y máximos calculados de la función Y coinciden con los de los resultados de la pérdida de potencia en la Tabla 2.17, es decir, coinciden en la línea o serie; así pues, si obtenemos un resultado bajo o alto, la función Y resuelta con esas mismas variables poseerá un resultado bajo o alto, respectivamente.

2.4. Aplicación al Modelo de Shipley (artículo 4)

Las variables a considerar a la hora de realizar el estudio de experimentos para ver su influencia sobre la variable de salida P_s van a ser finalmente tres: el coeficiente de rozamiento existentes entre las dos superficies evolventes de los dientes (f), el número de dientes del piñón o engranaje de entrada (N_p), la relación de transmisión entre los engranajes de entrada y salida (m_g) a emplear un estudio de experimentos factorial con $k=3$.

La variable referida al ángulo de presión del diente (θ) y el paso diametral de los engranajes (P) van a pasar a ser variables de entradas fijadas por la definición del problema en estudio.

El problema que se pretende analizar con este estudio es el de analizar qué pérdidas de potencia debidas al deslizamiento y a la rodadura existen en el engrane de las parejas de engranajes que forman parte de la caja de cambios de un vehículo.

A continuación, expondremos las variables requeridas para este modelo:

VARIABLE	VALOR
P	8
θ	20°

TABLA 2.25 Variables fijas

VARIABLE	VALOR MÍNIMO	VALOR MÁXIMO
m_g	1,1	3
F^*	0,08	0,14
N_p	20	60

TABLA 2.26 Variables no fijas para el diseño de experimentos

*: Los valores del coeficiente de rozamiento han sido extraídos del libro: Cálculo y construcción de máquinas; Autor: Antonio Serrano Nicolás; Editorial: Universidad de Zaragoza(Nicolás, 2005), página 114.

Los valores de las variables se corresponden a:

- Relación de transmisión: corresponde a un valor fijado, por ejemplo, para una de las velocidades de la caja de cambios.
- Paso diametral: es el número de dientes por pulgada de diámetro de paso. Corresponde para un valor fijado previo estudio.
- Ángulo de presión: ángulo descrito por la normativa, utilizado en Europa (en EEUU, sería un ángulo de 25°).
- Coeficiente de rozamiento: coeficiente de fricción entre las dos superficies de los dientes
- Número de dientes: número de dientes que pueden llegar a tener los engranajes de una caja de cambios convencional.

2.4.1. Pérdida de potencia

Adjuntamos la tabla de resultados de las pérdidas de potencia, obtenidas a partir de las ecuaciones explicadas en las anteriores páginas; el resultado final se expondrá en tanto por ciento, para luego poder comparar unos modelos con otros:

P_s
1,88187234
1,40621575
2,46087757
3,2932766
0,71649753
0,9024786
0,51570206
1,25387067

TABLA 2.27 Resultados pérdidas de potencia

Observamos que el valor máximo es 2,46087757 % (coincide con los valores de máximas relaciones de transmisión, máximo coeficiente de rozamiento y mínimo número de dientes) y el mínimo 0.51570206 % (coincide con los valores de máximas relaciones de transmisión, mínimo coeficiente de rozamiento y máximo número de dientes) de la potencia total; hay una variación significativa de potencia del resultado máximo al mínimo (aproximadamente 2,5 veces más grande), así que podemos concluir que la variación de potencia por deslizamiento varía significativamente en función de las variables de entrada en este modelo.

- Con la relación de transmisión no está muy claro como varía la pérdida de potencia.
- A mayor coeficiente de rozamiento, más potencia perdemos.
- A mayor número de dientes, menos potencia perdemos.

Para saber cómo varía también la pérdida de potencia en función de las variables fijas, proponemos una serie de tablas de resultados para poder observar por medio de gráficos de dispersión con líneas suavizadas como varía la pérdida de potencia. Ya que, en este modelo solo hay dos variables fijas, el ángulo de presión, ya que en Europa siempre es el mismo, 20°, no lo ensayaremos y el paso diametral, pero como no se emplea en la ecuación de la potencia, tampoco lo podemos ensayar.

2.4.2. Aplicación del diseño de experimentos

Aplicamos el diseño de experimentos, calculamos la media, y a continuación los puntos: x_1 (punto de inicio del contacto compartido entre 2 o más dientes), x_2 (punto de inicio del contacto único (sólo 1 diente soporta la carga)), x_3 (punto de fin del contacto único (sólo 1 diente soporta la carga)), x_4 (punto de fin del contacto compartido entre 2 o más dientes), x_A (todos estos puntos son consecutivos, es decir, van uno detrás de otro, el siguiente ha de ser siempre mayor que el anterior como se observa en la tabla 2.22). Calculamos los efectos A, B, C, AB, AC, BC y ABC (ya que $k=3$). Según el método MEDA descrito con anterioridad, añadimos los efectos que son significativos A, B, C, AB, AC, BC y ABC (ya que $k=3$). Según el método MEDA descrito con anterioridad, añadimos los efectos que son significativos, A y B; los cuales se pueden representar mediante un diagrama de pareto.

x1	x2	x3	x4	xA
0,003451191	0,008782258	0,012824209	0,018155276	0,022804193
0,002495059	0,008782258	0,011868077	0,018155276	0,043436558
0,003451191	0,008782258	0,012824209	0,018155276	0,022804193
0,024145655	0,031568482	0,033518672	0,040941499	0,068412579
0,023650465	0,031568482	0,033023482	0,040941499	0,130309675
0,002495059	0,008782258	0,011868077	0,018155276	0,043436558
0,023650465	0,031568482	0,033023482	0,040941499	0,130309675
0,024145655	0,031568482	0,033518672	0,040941499	0,068412579

TABLA 2.28 Valores de las X

A	B	C	AB	AC	BC	ABC
-1,41342335	0,84755394	-0,46506079	-0,3854791	0,18896702	-0,12683476	0,05153646

TABLA 2.29 Valores de los efectos

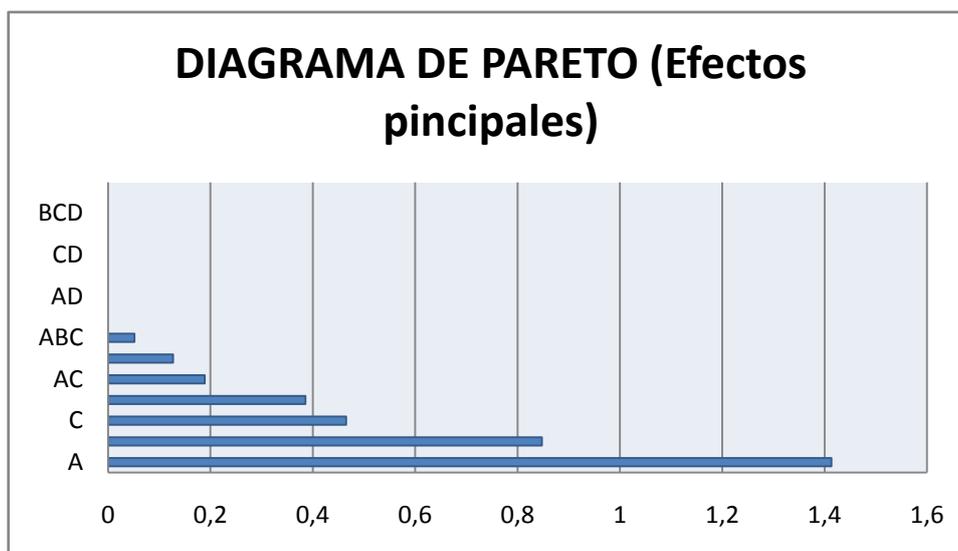


ILUSTRACIÓN 2.7 Diagrama de pareto

Podemos observar que las barras de los efectos significativos son las más largas, en este caso, A y B (en el diagrama, se han usado los valores absolutos de los efectos para una representación más visual). Este diagrama nos permite saber cómo es de importante una variable a la hora de obtener resultados, es decir, cuanto mayor es la longitud de la barra, la variación de esa variable más incide en el resultado final del modelo. Una vez establecidos los efectos significativos, los agrupamos para formar la función Y como indicamos más arriba; adjuntamos la tabla de resultados obtenidos:

FUNCIÓN Y
1,55256617
1,55189046
1,5593339
1,56000961
1,52340688
1,55051283
1,52375683
1,55016287

TABLA 2.30 Resultados diseño de experimentos

Los resultados obtenidos se corresponden casi con el valor de la media de la pérdida de potencia del modelo, 1,55384889 %, observamos una pequeña variación unos con otros en la tabla de resultados; ya que al depender solo de dos efectos. Observamos que el valor máximo es 1,56000961 % (coincide con los valores de máximas relaciones de transmisión, máximo coeficiente de rozamiento y mínimo número de dientes) y el mínimo 1,52340688 % (coincide con los valores de máximas relaciones de transmisión, mínimo coeficiente de rozamiento y máximo número de dientes) de la potencia total. Los valores mínimos y máximos calculados de la función Y coinciden con los de los resultados de la pérdida de potencia en la Tabla 2.27, es decir, coinciden en la línea o serie; así pues, si obtenemos un resultado bajo o alto, la función Y resuelta con esas mismas variables poseerá un resultado bajo o alto, respectivamente.

2.5. Aplicación al Modelo de Buckingham (artículo 4)

Las variables a considerar a la hora de realizar el estudio de experimentos para ver su influencia sobre la variable de salida P_s van a ser finalmente tres: velocidad de rotación del engranaje de entrada (V_p), el módulo de la pareja de engranajes (m), la relación de transmisión entre los engranajes de entrada y salida (m_g), por lo que se va a emplear un estudio de experimentos factorial con $k=3$.

Las variables referidas al radio primitivo del engranaje de entrada (R_p), el paso diametral de los engranajes (P), el número de dientes del engranaje de entrada (N_p) y ángulo de presión del diente (θ) van a pasar a ser variables de entrada fijadas por la definición del problema en estudio.

El problema que se pretende analizar con este estudio es el de analizar qué pérdidas de potencia debidas al deslizamiento y a la rodadura existen en el engrane de las parejas de engranajes que forman parte de la caja de cambios de un vehículo.

A continuación, expondremos las variables requeridas para este modelo:

VARIABLE	VALOR
R_p	0.03
P	8
N_p	30
θ	20°

TABLA 2.31 Variables fijas

VARIABLE	VALOR MÍNIMO	VALOR MÁXIMO
V_p	4.7	14.1
M	1	5
m_p	0.5	3

TABLA 2.32 Variables no fijas para el diseño de experimentos

Los valores de las variables se corresponden a:

- Radio primitivo: radio de una de las velocidades cortas de la caja de cambios
- Relación de transmisión: corresponde a un valor fijado, por ejemplo, para una de las velocidades de la caja de cambios.
- Paso diametral: es el número de dientes por pulgada de diámetro de paso. Corresponde para un valor fijado previo estudio.
- Módulo: módulos normalizados.
- Ángulo de presión: ángulo descrito por la normativa, utilizado en Europa (en EEUU, sería un ángulo de 25°).

- Velocidad lineal del piñón: velocidad lineal correspondiente a que el engranaje de entrada gire a 1500 y 4500 rpm respectivamente.
- Número de dientes: número de dientes que pueden llegar a tener los engranajes de una caja de cambios convencional.

2.5.1. Pérdida de potencia

Adjuntamos la tabla de resultados de las pérdidas de potencia, obtenidas a partir de las ecuaciones explicadas en las anteriores páginas; el resultado final se expresará en tanto por ciento, para luego poder comparar unos modelos con otros:

% P _s
0,00266303
0,0415121
0,02941971
0,00361071
0,1434763
0,18244578
0,06441552
0,01131888

TABLA 2.33 Resultados pérdidas de potencia

Observamos que el valor máximo es 0,18244578 % (coincide con los valores de máximas relaciones de transmisión, máximo módulo y mínima velocidad lineal) y el mínimo 0,00266303 % (coincide con los valores de mínimas relaciones de transmisión, mínimo módulo y mínima velocidad lineal) de la potencia total; hay una variación muy significativa de potencia del resultado máximo al mínimo (aproximadamente 68,5 veces más grande), así que podemos concluir que la variación de potencia por deslizamiento varía muy significativamente en función de las variables de entrada en este modelo:

- Con la relación de transmisión no está muy claro como varía la pérdida de potencia.
- A mayor módulo, más potencia perdemos.
- A mayor velocidad lineal, menos potencia perdemos.

Para saber cómo varía también la pérdida de potencia en función de las variables fijas, proponemos una serie de tablas de resultados para poder observar por medio de gráficos de dispersión con líneas suavizadas como varía la pérdida de potencia. Dichas tablas se han elaborado de la siguiente manera: las variables no fijas mantienen sus valores establecidos en la TABLA 2.30, la variable fija a comprobar, tendrá una serie de valores establecidos mientras que el resto de las variables fijas mantendrán su valor como se indica en la TABLA 2.29. Con estas ilustraciones mostradas a continuación, demostraremos si aumenta, descende o se mantiene la potencia pérdida

variando solo una variable. La única variable fija que no se va a ensayar es el ángulo de presión, ya que en Europa siempre es el mismo, 20°.

- **Pérdida en función del paso diametral**

	2	4	6	8	10	12	14
Pérdida de potencia en función del paso diametral	0,01268211	0,00563547	0,00332319	0,00266303	0,0025707	0,0026671	0,00282094
	0,08714409	0,05354009	0,04305173	0,0415121	0,04330374	0,04623602	0,04947165
	0,096366	0,06305284	0,04227681	0,02941971	0,02154194	0,01678806	0,01399002
	0,00332319	0,0026671	0,0031526	0,00361071	0,00401786	0,0043874	0,00472844
	0,22258997	0,14394369	0,13423672	0,1434763	0,15714006	0,1711951	0,18463755
	0,38408892	0,2861853	0,22258997	0,18244578	0,15799213	0,14394369	0,13674973
	0,04305173	0,04623602	0,05582718	0,06441552	0,07201574	0,07888911	0,08520996
	0,04227681	0,01678806	0,01159747	0,01131888	0,01215818	0,01319675	0,01422311

TABLA 2.34 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del paso diametral

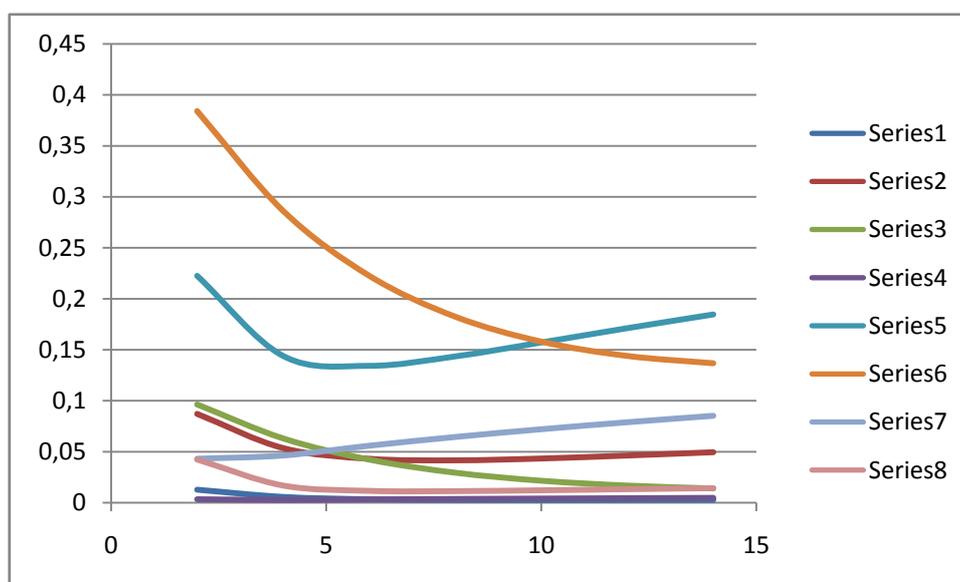


ILUSTRACIÓN 2.8 Gráfica de resultados

Mediante este gráfico de líneas suavizadas, donde las ordenadas son la pérdida de potencia y las abscisas son los valores adoptados del paso diametral, observamos que las series 2, 4, 5, 7 y 8 tienen la misma forma, pendiente negativa al principio con un punto mínimo y luego una pendiente positiva; con las series 1, 3 y 6 tienen las pendientes siempre negativas; con estos resultados no podemos obtener una conclusión determinada para el paso diametral en este modelo. Cada serie está organizada de la siguiente manera: la serie 1 corresponde con la primera línea de resultados de la Tabla 2.32, la serie 2 con la línea dos, y así sucesivamente. Las serie 5, no representan una conclusión objetiva.

- **Pérdida en función del paso diametral**

	0,01	0,02	0,03	0,035	0,038
Pérdida de potencia en función del radio primitivo	0,03995829	0,00891978	0,00266303	0,00128008	0,00054242
	1,48069584	0,10578532	0,0415121	0,02952642	0,02464925
	0,18503869	0,06072179	0,02941971	0,02121266	0,01682223
	0,06225439	0,01296446	0,00361071	0,0015608	0,00040188
	3,90237356	0,33202007	0,1434763	0,10585255	0,09005756
	4,0957537	0,40668245	0,18244578	0,13829688	0,11969932
	1,45631938	0,16184683	0,06441552	0,04554644	0,03778766
	0,13514984	0,0341272	0,01131888	0,00549333	0,00176371

TABLA 2.35 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del radio primitivo

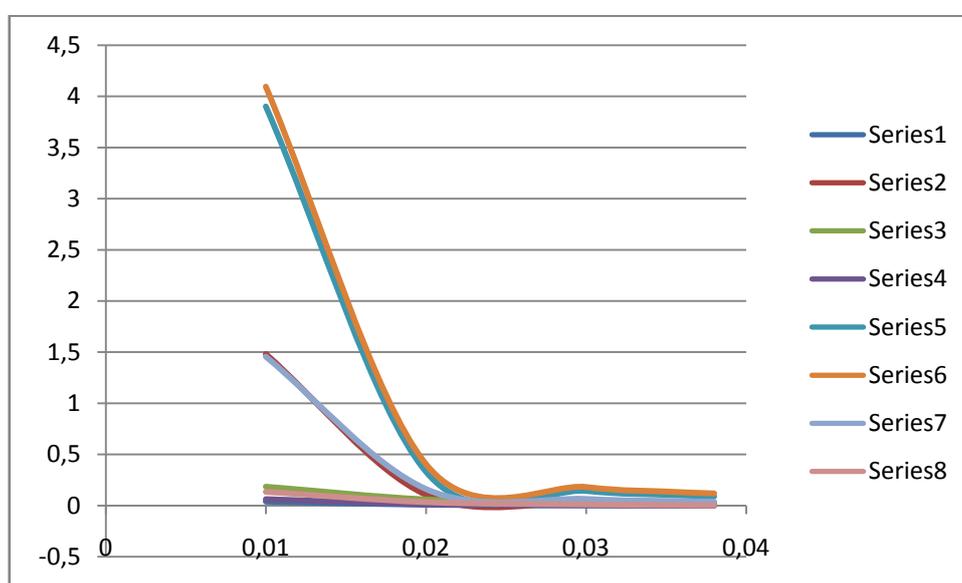


ILUSTRACIÓN 2.9 Gráfica de resultados

Mediante este gráfico de líneas suavizadas, donde las ordenadas son la pérdida de potencia y las abscisas son los valores adoptados de la viscosidad absoluta, observamos que contra mayor radio primitivo tiene, menos potencia perdemos. Cada serie está organizada de la siguiente manera: la serie 1 corresponde con la primera línea de resultados de la Tabla 2.33, la serie 2 con la línea dos, y así sucesivamente. Las series 1, 2, 3, 4, 7 y 8 tienen siempre una pendiente negativa: en cambio, las series 5 y 6 tienen una pendiente negativa al principio, le sigue un punto mínimo, una pendiente positiva y un punto máximo que termina con una línea de pendiente negativa, no representan una línea descendente como las demás, esto se debe a que el modelo no es fiable con según que valores de radio, y por ello estas dos series no las tenemos en cuenta a la hora de obtener las conclusiones, aunque su pendiente sea muy aproximada al resto de las series. En este modelo no se puede sobrepasar los 0,038 metros de radio primitivo, ya que el modelo no asegura resultados correctos.

2.5.2. Aplicación del diseño de experimentos

Aplicamos el diseño de experimentos, calculamos la media, y a continuación los puntos: x_1 (punto de inicio del contacto compartido entre 2 o más dientes), x_2 (punto de inicio del contacto único (sólo 1 diente soporta la carga)), x_3 (punto de fin del contacto único (sólo 1 diente soporta la carga)), x_4 (punto de fin del contacto compartido entre 2 o más dientes), x_A (todos estos puntos son consecutivos, es decir, van uno detrás de otro, el siguiente ha de ser siempre mayor que el anterior como se observa en la tabla 2.28). Calculamos los efectos A, B, C, AB, AC, BC y ABC (ya que $k=3$). Según el método MEDA descrito con anterioridad, añadimos los efectos que son significativos, B, C y BC; los cuales se pueden representar mediante un diagrama de Pareto.

x1	x2	x3	x4	xA
0,009345966	0,014664899	0,018718984	0,02403792	0,02443306
0,009345966	0,014664899	0,018718984	0,02403792	0,02443306
0,007663661	0,014664899	0,017036678	0,02403792	0,06515484
0,009345966	0,014664899	0,018718984	0,02403792	0,02443306
0,007663661	0,014664899	0,017036678	0,02403792	0,06515484
0,007663661	0,014664899	0,017036678	0,02403792	0,06515484
0,009345966	0,014664899	0,018718984	0,02403792	0,02443306
0,007663661	0,014664899	0,017036678	0,02403792	0,06515484

TABLA 2.36 Valores de las X

A	B	C	AB	AC	BC	ABC
-0,0083048	0,06361483	0,09620934	-0,02023035	0,00027177	0,0463824	-0,0107061

TABLA 2.37 Valores de los efectos

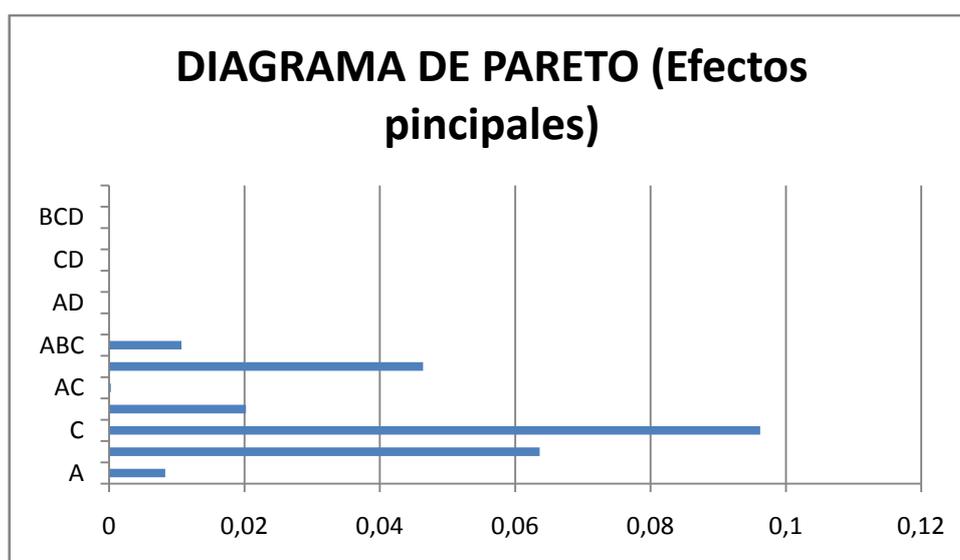


ILUSTRACIÓN 2.10 Diagrama de Pareto

Podemos observar que las barras de los efectos significativos son las más largas, en este caso, B, C y BC (en el diagrama, se han usado los valores absolutos de los efectos para una representación más visual). Este diagrama nos permite saber cómo es de importante una variable a la hora de obtener resultados, es decir, cuanto mayor es la longitud de la barra, la variación de esa variable más incide en el resultado final del modelo. Una vez establecidos los efectos significativos, los agrupamos para formar la función Y como indicamos más arriba; adjuntamos la tabla de resultados obtenidos:

FUNCIÓN Y
0,0584972
0,0602854
0,05949887
0,0584972
0,06114954
0,06114954
0,0602854
0,05949887

TABLA 2.38 Resultados diseño de experimentos

Los resultados obtenidos son aproximados respecto a los resultados obtenidos en el modelo, observamos una pequeña variación unos con otros en la tabla de resultados; ya que al depender solo de dos efectos. Observamos que el valor máximo es 0,06114954 % (coincide con los valores de máximas relaciones de transmisión, máximo módulo y mínima velocidad lineal) y el mínimo 0,0584972 % (coincide con los valores de mínimas relaciones de transmisión, mínimo módulo y mínima velocidad lineal) de la potencia total. Los valores mínimos y máximos calculados de la función Y coinciden con los de los resultados de la pérdida de potencia en la Tabla 2.33, es decir, coinciden en la línea o serie; así pues, si obtenemos un resultado bajo o alto, la función Y resuelta con esas mismas variables poseerá un resultado bajo o alto, respectivamente.

2.6. Aplicación al Modelo de Anderson y Loewenthal (artículo 4)

Las variables a considerar a la hora de realizar el estudio de experimentos para ver su influencia sobre la variable de salida P_s van a ser finalmente tres: ancho de cara del diente (F), el número de dientes del piñón o engranaje de entrada (N_p), la velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (n_p), por lo que se va a emplear un estudio de experimentos factorial con $k = 3$.

Las variables referidas a la viscosidad absoluta del lubricante (μ_0), ángulo de presión del diente (θ), el paso diametral de los engranajes (P), la relación de transmisión entre los engranajes de entrada y salida (m_g) y el par transmitido (T_p) van a pasar a ser variables de entrada fijadas por la definición del problema en estudio.

El problema que se pretende analizar con este estudio es el de analizar qué pérdidas de potencia debidas al deslizamiento y a la rodadura existen en el engrane de las parejas de engranajes que forman parte de la caja de cambios de un vehículo.

A continuación, expondremos las variables requeridas para este modelo:

VARIABLE	VALOR
μ_0	0.3
m_g	2
P	8
T_p	300
θ	20°

TABLA 2.39 Variables fijas

VARIABLE	VALOR MÍNIMO	VALOR MÁXIMO
n_p	1500	4500
F	0.01	0.1
N_p	31	60

TABLA 2.40 Variables no fijas para el diseño de experimentos

Los valores de las variables se corresponden a:

- Viscosidad: corresponde a la viscosidad de un aceite SAE 40 a temperatura ambiente.
- Relación de transmisión: corresponde a un valor fijado, por ejemplo, para una de las velocidades de la caja de cambios.
- Paso diametral: es el número de dientes por pulgada de diámetro de paso. Corresponde para un valor fijado previo estudio.
- Par: par máximo que transmite un motor de combustión interna común (sea gasolina o diesel).

- Ángulo de presión: ángulo descrito por la normativa, utilizado en Europa (en EEUU, sería un ángulo de 25°).
- Número de revoluciones: número de revoluciones ordinarias que puede alcanzar un motor de combustión interna, sea gasolina o diesel.
- Ancho de cara del diente: espesor mínimo necesario para soportar el par introducido sin rotura.
- Número de dientes: número de dientes que pueden llegar a tener los engranajes de una caja de cambios convencional. Hemos detectado un límite de resultados a la hora de calcular la potencia, observamos que si el número mínimo de dientes del engranaje de entrada es menor a 31, la fórmula de la pérdida de potencia no asegura un resultado correcto, es decir, se obtienen resultados muy desproporcionados.

2.6.1. Pérdida de potencia

Adjuntamos la tabla de resultados de las pérdidas de potencia, obtenidas a partir de las ecuaciones explicadas en las anteriores páginas; el resultado final se expresará en tanto por ciento, para luego poder comparar unos modelos con otros:

% PS
0,08820920
0,07257863
0,14714768
0,17257160
0,14661742
0,10303018
0,11616587
0,23151007

TABLA 2.41 Resultados pérdidas de potencia

Un método muy simple para la predicción de la pérdida de potencia y la eficiencia de un engranaje cilíndrico de acero ya que es una simplificación del modelo de Anderson y Loewendal del artículo 1. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

- El análisis generalmente mostraron una buena concordancia con los datos de prueba en todas las condiciones excepto bajas tasas de flujo de aceite, en donde el análisis subestimado ligeramente el engranaje de medida - la eficiencia del sistema.
- La sensibilidad pronosticada de la pérdida de potencia a los cambios en la velocidad y la carga.

Observamos que el valor máximo es 0,23151007 % (coincide con los valores de máximas revoluciones, máximo ancho de cara y mínimo número de dientes) y el mínimo 0,07257863 % (coincide con los valores de mínimas revoluciones, mínimo ancho de cara del diente y mínimo

número de dientes) de la potencia total; hay una variación breve de la potencia del resultado máximo al mínimo (aproximadamente 3 veces más grande), así que podemos concluir que la variación de potencia por deslizamiento varía en función de las variables de entrada:

- A mayor número de revoluciones, más potencia perdemos
- A mayor ancho de cara del diente, más potencia perdemos.
- A mayor número de dientes, menos potencia perdemos, en especial en este modelo, el número de dientes tiene poca importancia a la hora de los resultados.

Para saber cómo varía también la pérdida de potencia en función de las variables fijas, proponemos una serie de tablas de resultados para poder observar por medio de gráficos de dispersión con líneas suavizadas como varía la pérdida de potencia. Dichas tablas se han elaborado de la siguiente manera: las variables no fijas mantienen sus valores establecidos en la TABLA 2.38, la variable fija a comprobar, tendrá una serie de valores establecidos mientras que el resto de las variables fijas mantendrán su valor como se indica en la TABLA 2.37. Con estas ilustraciones mostradas a continuación, demostraremos si aumenta, descende o se mantiene la potencia pérdida variando solo una variable. La única variable fija que no se va a ensayar es el ángulo de presión, ya que en Europa siempre es el mismo, 20°.

Pérdida en función de la viscosidad absoluta

	0,1	0,15	0,2	0,3	0,5	0,8	1
Pérdida de potencia en función de la viscosidad de los aceites SAE, del 10 al 70	0,0600884	0,07046695	0,07783065	0,0882092	0,10128463	0,11331515	0,11902688
	0,058049552	0,0634118	0,06721638	0,07257863	0,07933427	0,08555004	0,0885011
	0,119026876	0,12940543	0,13676912	0,14714768	0,1602231	0,17225362	0,17796535
	0,144450798	0,15482935	0,16219305	0,1725716	0,18564703	0,19767755	0,20338927
	0,132088338	0,13745059	0,14125517	0,14661742	0,15337305	0,15958882	0,16253988
	0,088501098	0,09386335	0,09766793	0,10303018	0,10978582	0,11600158	0,11895264
	0,101636792	0,10699904	0,11080362	0,11616587	0,12292151	0,12913728	0,13208834
	0,203389274	0,21376782	0,22113152	0,23151007	0,2445855	0,25661602	0,26232775

TABLA 2.42 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores de viscosidad absoluta

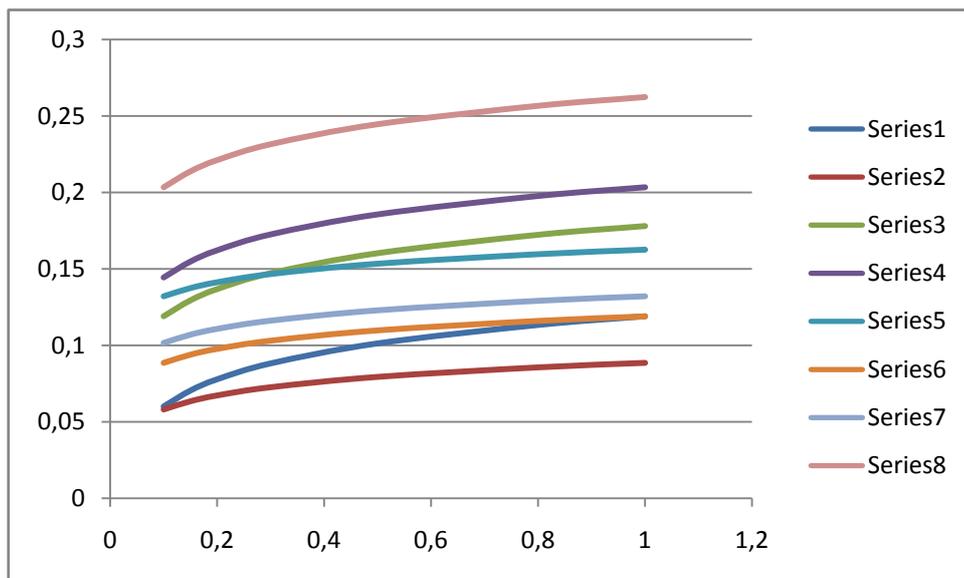


ILUSTRACIÓN 2.11 Gráfica de resultados

Mediante este gráfico de líneas suavizadas, donde las ordenadas son la pérdida de potencia y las abscisas son los valores adoptados de la viscosidad absoluta, observamos que contra más viscoso es un lubricante, más potencia perdemos. Cada serie está organizada de la siguiente manera: la serie 1 corresponde con la primera línea de resultados de la Tabla 2.16, la serie 2 con la línea dos, y así sucesivamente. Con esta dinámica, demostramos que el resultado varía solo en función de la viscosidad, y lo comprobamos con varias series.

En el modelo del artículo 1, los resultados son los contrarios, a más viscosidad, menos potencia perdemos. El hecho de que el modelo simplificado del artículo 4, pronostica que sea un error producido por la simplificación.

- **Pérdida en función de la relación de transmisión**

	0,5	1	1,5	2	3	4	5
Pérdida de potencia en función de la relación de transmisión	0,204782139	0,12548152	0,10042474	0,0882092	0,07622776	0,07033263	0,06682829
	0,151290083	0,09845845	0,08116214	0,07257863	0,06404119	0,05979073	0,05724659
	0,312426417	0,20112727	0,16500176	0,14714768	0,12944481	0,12065382	0,11539961
	0,358860258	0,2337581	0,19285794	0,1725716	0,15240072	0,14236056	0,13635152
	0,286513321	0,19348499	0,16228409	0,14661742	0,1308927	0,12300445	0,1182621
	0,206906293	0,13754209	0,11452693	0,10303018	0,09153667	0,08579002	0,08234177
	0,230897111	0,15440136	0,1289193	0,11616587	0,10339722	0,09700516	0,09316692
	0,466504536	0,30940385	0,25743496	0,23151007	0,20561777	0,19268175	0,18492284

TABLA 2.43 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores de relación de transmisión

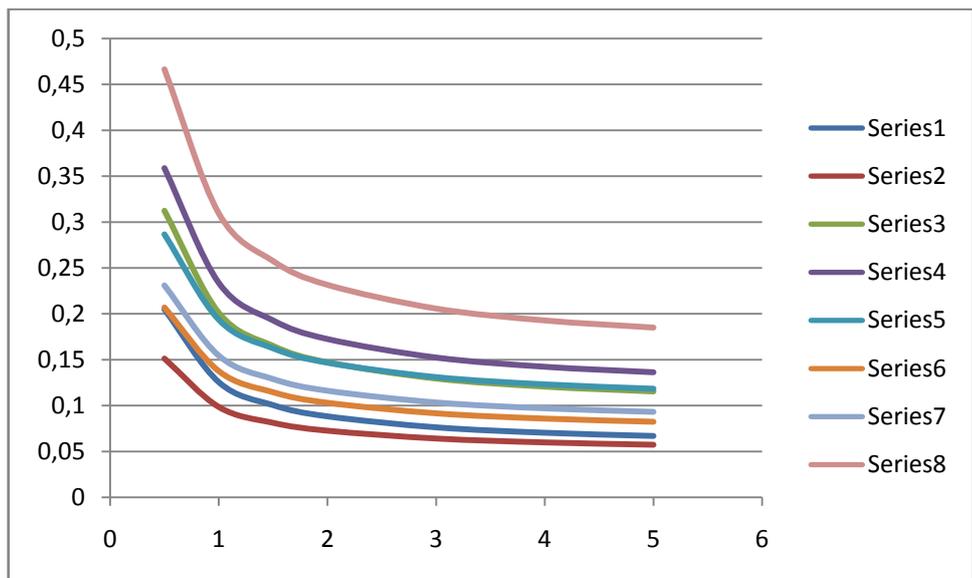


ILUSTRACIÓN 2.12 Gráfica de resultados

Mediante este gráfico de líneas suavizadas, donde las ordenadas son la pérdida de potencia y las abscisas son los valores adoptados de la relación de transmisión, observamos que contra mayor es la relación de transmisión, menos potencia perdemos. Cada serie está organizada de la siguiente manera: la serie 1 corresponde con la primera línea de resultados de la Tabla 2.41, la serie 2 con la línea dos, y así sucesivamente. Todas las series representan una conclusión obvia, ya que todas poseen la misma forma y la misma pendiente negativa, con ese cambio de pendiente muy aproximado.

- **Pérdida en función del paso diametral**

	2	4	6	8	10	12	14
Pérdida de potencia en función del paso diametral	0,230147193	0,1591782	0,11766399	0,0882092	0,06536229	0,046695	0,03091203
	0,145913262	0,10924595	0,08779694	0,07257863	0,06077439	0,05112963	0,04297509
	0,289085669	0,21811667	0,17660247	0,14714768	0,12430076	0,10563347	0,08985051
	0,314509592	0,24354059	0,20202639	0,1725716	0,14972468	0,1310574	0,11527443
	0,219952048	0,18328473	0,16183573	0,14661742	0,13481318	0,12516841	0,11701388
	0,176364808	0,13969749	0,11824849	0,10303018	0,09122594	0,08158117	0,07342664
	0,189500502	0,15283319	0,13138418	0,11616587	0,10436163	0,09471687	0,08656233
	0,373448068	0,30247907	0,26096487	0,23151007	0,20866316	0,18999587	0,17421291

TABLA 2.44 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del paso diametral

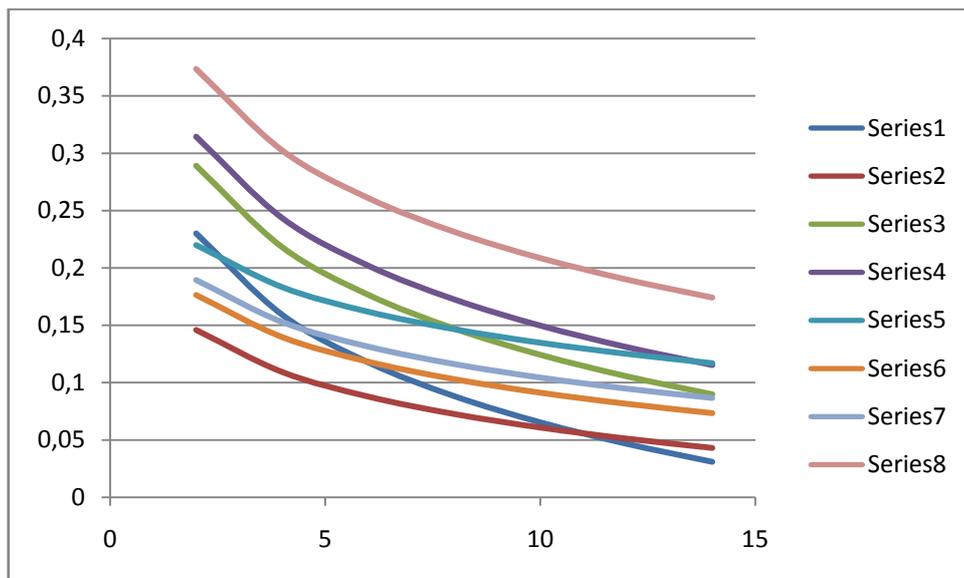


ILUSTRACIÓN 2.13 Gráfica de resultados

Mediante este gráfico de líneas suavizadas, donde las ordenadas son la pérdida de potencia y las abscisas son los valores adoptados del paso diametral, observamos que todas las series tienen la misma forma, pendiente negativa. Con estos resultados observamos que contra mayor es el paso diametral, menos potencia perdemos. Cada serie está organizada de la siguiente manera: la serie 1 corresponde con la primera línea de resultados de la Tabla 2.42, la serie 2 con la línea dos, y así sucesivamente.

- **Pérdida en función del par de entrada**

	50	100	150	200	300	400	500
Pérdida de la potencia en función del par de entrada	0,134072248	0,11633	0,10595145	0,09858775	0,0882092	0,0808455	0,07513377
	0,096274541	0,08710771	0,08174546	0,07794088	0,07257863	0,06877405	0,06582299
	0,193010724	0,17526847	0,16488992	0,15752623	0,14714768	0,13978398	0,13407225
	0,218434647	0,2006924	0,19031385	0,18295015	0,1725716	0,1652079	0,15949617
	0,170313326	0,1611465	0,15578425	0,15197967	0,14661742	0,14281284	0,13986178
	0,126726087	0,11755926	0,11219701	0,10839243	0,10303018	0,0992256	0,09627454
	0,13986178	0,13069495	0,1253327	0,12152812	0,11616587	0,11236129	0,10941023
	0,277373123	0,25963087	0,24925232	0,24188862	0,23151007	0,22414638	0,21843465

TABLA 2.45 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del par de entrada

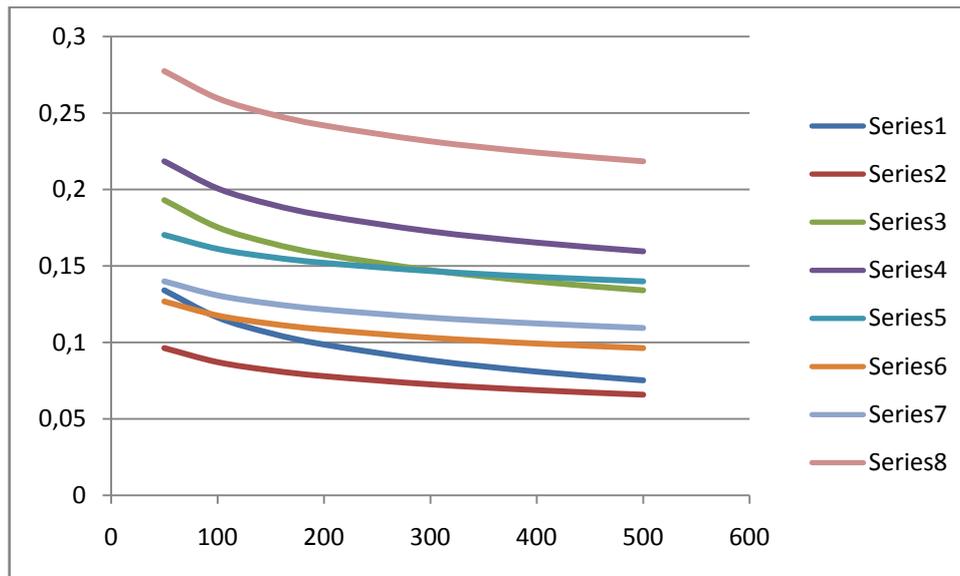


ILUSTRACIÓN 2.14 Gráfica de resultados

Mediante este gráfico de líneas suavizadas, donde las ordenadas son la pérdida de potencia y las abscisas son los valores adoptados del par de entrada, observamos que contra mayor es el par, menos potencia perdemos. Cada serie está organizada de la siguiente manera: la serie 1 corresponde con la primera línea de resultados de la Tabla 2.19, la serie 2 con la línea dos, y así sucesivamente.

En el modelo del artículo 1, los resultados son los contrarios, a más par, más potencia perdemos. El hecho de que el modelo simplificado del artículo 4, pronostica que sea un error producido por la simplificación.

2.6.2. Aplicación del diseño de experimentos

Aplicamos el diseño de experimentos, calculamos la media, y a continuación los puntos: x_1 (punto de inicio del contacto compartido entre 2 o más dientes), x_2 (punto de inicio del contacto único (sólo 1 diente soporta la carga)), x_3 (punto de fin del contacto único (sólo 1 diente soporta la carga)), x_4 (punto de fin del contacto compartido entre 2 o más dientes), x_A (todos estos puntos son consecutivos, es decir, van uno detrás de otro, el siguiente ha de ser siempre mayor que el anterior como se observa en la tabla 2.34). Calculamos los efectos A, B, C, AB, AC, BC y ABC (ya que $k=3$). Según el método MEDA descrito con anterioridad, añadimos los efectos que son significativos A y B; los cuales se pueden representar mediante un diagrama de Pareto.

x1	x2	x3	x4	xA
0,008443847	0,01524171	0,01781686	0,02461473	0,050495
0,023807237	0,03156848	0,03318025	0,0409415	0,09773226
0,008443847	0,01524171	0,01781686	0,02461473	0,050495
0,008443847	0,01524171	0,01781686	0,02461473	0,050495
0,023807237	0,03156848	0,03318025	0,0409415	0,09773226
0,023807237	0,03156848	0,03318025	0,0409415	0,09773226
0,023807237	0,03156848	0,03318025	0,0409415	0,09773226
0,008443847	0,01524171	0,01781686	0,02461473	0,050495

TABLA 2.46 Valores de las X

A	B	C	AB	AC	BC	ABC
0,06397482	0,04469501	-0,05026161	0	-0,02038758	-0,01424347	0

TABLA 2.47 Valores de los efectos

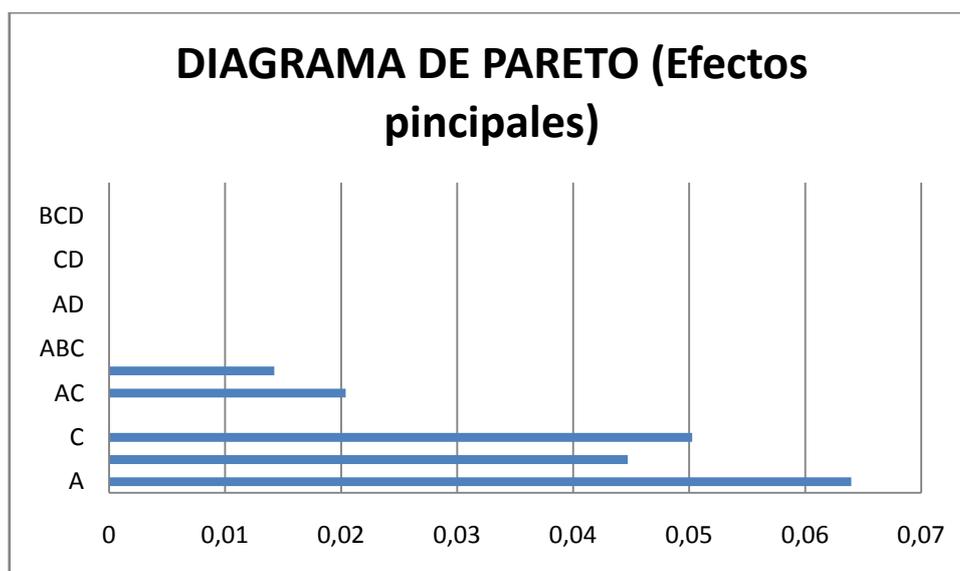


ILUSTRACIÓN 2.15 Diagrama de pareto

Podemos observar que las barras de los efectos significativos son las más largas, en este caso, A, B y C (en el diagrama, se han usado los valores absolutos de los efectos para una representación más visual). Este diagrama nos permite saber cómo es de importante una variable a la hora de obtener resultados, es decir, cuanto mayor es la longitud de la barra, la variación de esa variable más incide en el resultado final del modelo. Una vez establecidos los efectos significativos, los agrupamos para formar la función Y como indicamos más arriba; adjuntamos la tabla de resultados obtenidos:

FUNCIÓN Y
0,13456587
0,13326182
0,13479935
0,13465831
0,13619584
0,13467278
0,13478489
0,13533954

TABLA 2.48 Resultados diseño de experimentos

Los resultados se engloban respecto a la media de la pérdida de potencia, 6,871 %, variando muy poco en los resultados obtenidos. Observamos una gran variación unos con otros en la tabla de resultados; ya que al depender solo de dos efectos. Observamos que el valor máximo es 0,13619584 % (coincide con los valores de máximas revoluciones, máximo ancho de cara y mínimo número de dientes) y el mínimo 0,13326182 % (coincide con los valores de mínimas revoluciones, mínimo ancho de cara del diente y mínimo número de dientes) de la potencia total. Los valores mínimos y máximos calculados de la función Y coinciden con los de los resultados de la pérdida de potencia en la Tabla 2.33, es decir, coinciden en la línea o serie; así pues, si obtenemos un resultado bajo o alto, la función Y resuelta con esas mismas variables poseerá un resultado bajo o alto, respectivamente.

2.7. Aplicación al Modelo de Merritt (artículo 4)

Las variables a considerar a la hora de realizar el estudio de experimentos para ver su influencia sobre la variable de salida P_s van a ser finalmente tres: relación de transmisión (m_g), el número de dientes del piñón o engranaje de entrada (N_p), la velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada (n_p), por lo que se va a emplear un estudio de experimentos factorial con $k = 3$.

Las variables referidas a la viscosidad cinemática del lubricante (μ_c), ángulo de presión del diente (θ) y el paso diametral de los engranajes (P) van a pasar a ser variables de entrada fijadas por la definición del problema en estudio.

El problema que se pretende analizar con este estudio es el de analizar qué pérdidas de potencia debidas al deslizamiento y a la rodadura existen en el engrane de las parejas de engranajes que forman parte de la caja de cambios de un vehículo.

A continuación, expondremos las variables requeridas para este modelo:

VARIABLE	VALOR
μ_c	0,00007535
P	8
θ	20°

TABLA 2.49 Variables fijas

VARIABLE	VALOR MÍNIMO	VALOR MÁXIMO
n_p	1500	4500
m_g	0.5	5
N_p	30	60

TABLA 2.50 Variables no fijas para el diseño de experimentos

Los valores de las variables se corresponden a:

- Viscosidad: corresponde a la viscosidad de un aceite SAE 40 a temperatura ambiente.
- Relación de transmisión: corresponde a un valor fijado, por ejemplo, para una de las velocidades de la caja de cambios.
- Paso diametral: es el número de dientes por pulgada de diámetro de paso. Corresponde para un valor fijado previo estudio.
- Ángulo de presión: ángulo descrito por la normativa, utilizado en Europa (en EEUU, sería un ángulo de 25°).
- Número de revoluciones: número de revoluciones ordinarias que puede alcanzar un motor de combustión interna, sea gasolina o diesel.

- Número de dientes: número de dientes que pueden llegar a tener los engranajes de una caja de cambios convencional.

2.7.1. Pérdida de potencia

Adjuntamos la tabla de resultados de las pérdidas de potencia, obtenidas a partir de las ecuaciones explicadas en las anteriores páginas; el resultado final se expresará en tanto por ciento, para luego poder comparar unos modelos con otros:

% P _s
0,60555993
0,09883416
0,21111842
0,34962019
0,01989369
0,03445689
0,05706193
0,12188927

TABLA 2.51 Resultados pérdidas de potencia

Observamos que el valor máximo es 0,60555993 % (coincide con los valores de mínimas revoluciones, mínima relación de transmisión y mínimo número de dientes) y el mínimo 0,01989369 % (coincide con los valores de máximas revoluciones, máxima relación de transmisión y mínimo número de dientes) de la potencia total; hay una variación importante de la potencia del resultado máximo al mínimo (aproximadamente 30,5 veces más grande), así que podemos concluir que la variación de potencia por deslizamiento varía normalmente en función de las variables de entrada, este modelo da valores muy pesimistas sobre la pérdida de potencia:

- A mayor número de revoluciones, menos potencia perdemos
- A mayor relación de transmisión, menos potencia perdemos.
- A mayor número de dientes, menos potencia perdemos.

Para saber cómo varía también la pérdida de potencia en función de las variables fijas, proponemos una serie de tablas de resultados para poder observar por medio de gráficos de dispersión con líneas suavizadas como varía la pérdida de potencia. Dichas tablas se han elaborado de la siguiente manera: las variables no fijas mantienen sus valores establecidos en la TABLA 2.48, la variable fija a comprobar, tendrá una serie de valores establecidos mientras que el resto de las variables fijas mantendrán su valor como se indica en la TABLA 2.47. Con estas ilustraciones mostradas a continuación, demostraremos si aumenta, descende o se mantiene la potencia pérdida variando solo una variable. La única variable fija que no se va a ensayar es el ángulo de presión, ya que en Europa siempre es el mismo, 20°.

- **Pérdida en función de la viscosidad cinemática**

	0,00001	0,000025	0,00005	0,00007535	0,0001	0,00012	0,00015
Pérdida de potencia en función de la viscosidad cinemática	0,81982209	0,71454341	0,64398258	0,60555993	0,5803896	0,56473204	0,54614244
	0,13380414	0,11662148	0,10510516	0,09883416	0,09472608	0,09217059	0,08913656
	0,28581736	0,2491137	0,22451383	0,21111842	0,2023432	0,19688445	0,1904035
	0,47332451	0,41254183	0,37180351	0,34962019	0,33508809	0,3260482	0,31531549
	0,02693258	0,02347399	0,02115594	0,01989369	0,0190668	0,01855243	0,01794173
	0,04664859	0,04065814	0,03664317	0,03445689	0,03302467	0,03213375	0,03107598
	0,07725186	0,06733144	0,06068249	0,05706193	0,05469013	0,05321471	0,05146302
	0,16501673	0,14382586	0,12962312	0,12188927	0,1168229	0,11367129	0,10992951

TABLA 2.52 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores de viscosidad cinemática

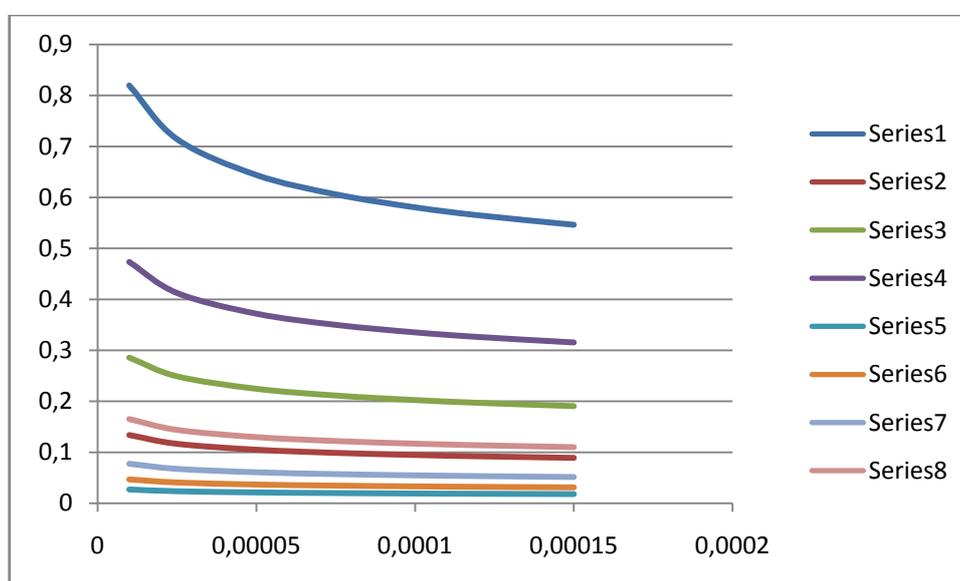


ILUSTRACIÓN 2.16 Gráfica de resultados

Mediante este gráfico de líneas suavizadas, donde las ordenadas son la pérdida de potencia y las abscisas son los valores adoptados de la viscosidad cinemática, observamos que contra más viscoso es un lubricante, menos potencia perdemos. Todas las series poseen la misma forma con una pendiente negativa. Cada serie está organizada de la siguiente manera: la serie 1 corresponde con la primera línea de resultados de la Tabla 2.50, la serie 2 con la línea dos, y así sucesivamente. Con esta dinámica, demostramos que el resultado varía solo en función de la viscosidad, y lo comprobamos con varias series.

- **Pérdida en función del paso diametral**

	2	4	6	8	10	12	14
Pérdida de potencia en función del paso diametral	0,15138998	0,30277996	0,45416995	0,60555993	0,75694991	0,90833989	1,05972988
	0,02470854	0,04941708	0,07412562	0,09883416	0,1235427	0,14825123	0,17295977
	0,0527796	0,10555921	0,15833881	0,21111842	0,26389802	0,31667762	0,36945723
	0,08740505	0,17481009	0,26221514	0,34962019	0,43702524	0,52443028	0,61183533
	0,00497342	0,00994685	0,01492027	0,01989369	0,02486712	0,02984054	0,03481396
	0,00861422	0,01722844	0,02584267	0,03445689	0,04307111	0,05168533	0,06029955
	0,01426548	0,02853096	0,04279645	0,05706193	0,07132741	0,08559289	0,09985837
	0,03047232	0,06094464	0,09141696	0,12188927	0,15236159	0,18283391	0,21330623

TABLA 2.53 Resultados de la pérdida de potencia en función de distintos valores del paso diametral

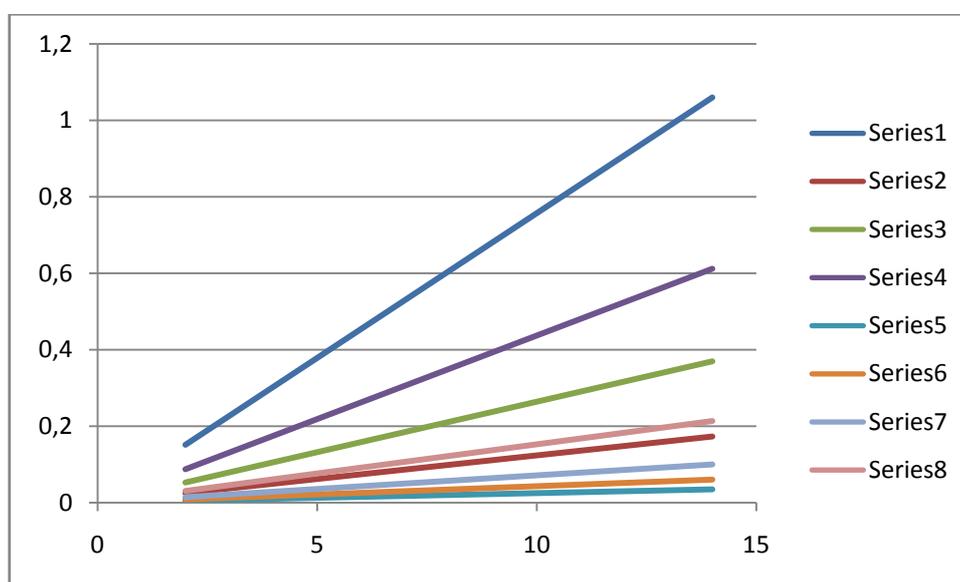


ILUSTRACIÓN 2.17 Gráfica de resultados

Mediante este gráfico de líneas suavizadas, donde las ordenadas son la pérdida de potencia y las abscisas son los valores adoptados del paso diametral, observamos que todas las series tienen la misma forma, pendiente positiva. Con estos resultados observamos que contra mayor es el paso diametral, más potencia perdemos. Cada serie está organizada de la siguiente manera: la serie 1 corresponde con la primera línea de resultados de la Tabla 2.42, la serie 2 con la línea dos, y así sucesivamente.

2.7.2. Aplicación del diseño de experimentos

Aplicamos el diseño de experimentos, calculamos la media, y a continuación los puntos: x_1 (punto de inicio del contacto compartido entre 2 o más dientes), x_2 (punto de inicio del contacto único (sólo 1 diente soporta la carga)), x_3 (punto de fin del contacto único (sólo 1 diente soporta la carga)), x_4 (punto de fin del contacto compartido entre 2 o más dientes), x_A (todos estos puntos son

consecutivos, es decir, van uno detrás de otro, el siguiente ha de ser siempre mayor que el anterior como se observa en la tabla 2.34). Calculamos los efectos A, B, C, AB, AC, BC y ABC (ya que $k=3$). Según el método MEDA descrito con anterioridad, añadimos los efectos que son significativos B, C y BC; los cuales se pueden representar mediante un diagrama de pareto.

x1	x2	x3	x4	xA
0,00444105	0,00878226	0,01381406	0,01815528	0,01628871
0,02482821	0,03156848	0,03420123	0,0409415	0,04886613
0,00217733	0,00878226	0,01155035	0,01815528	0,06515484
0,00444105	0,00878226	0,01381406	0,01815528	0,01628871
0,02351547	0,03156848	0,03288849	0,0409415	0,19546451
0,02351547	0,03156848	0,03288849	0,0409415	0,19546451
0,02482821	0,03156848	0,03420123	0,0409415	0,04886613
0,00217733	0,00878226	0,01155035	0,01815528	0,06515484

TABLA 2.54 Valores de las X

A	B	C	AB	AC	BC	ABC
-0,10037608	-0,18092948	-0,26948529	0,04847991	0,07220836	0,13015673	-0,03487539

TABLA 2.55 Valores de los efectos

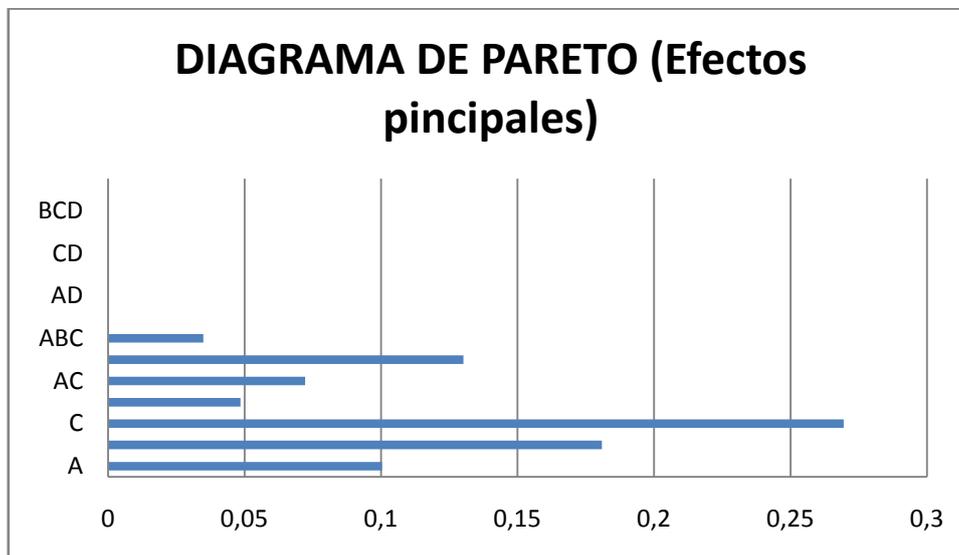


ILUSTRACIÓN 2.18 Diagrama de pareto

Podemos observar que las barras de los efectos significativos son las más largas, en este caso, B, C y BC (en el diagrama, se han usado los valores absolutos de los efectos para una representación más visual). Este diagrama nos permite saber cómo es de importante una variable a la hora de obtener resultados, es decir, cuanto mayor es la longitud de la barra, la variación de esa variable más incide en el resultado final del modelo. Una vez establecidos los efectos significativos,

los agrupamos para formar la función Y como indicamos más arriba; adjuntamos la tabla de resultados obtenidos:

FUNCIÓN Y
0,18996803
0,18548152
0,18805955
0,18996803
0,18008456
0,18008456
0,18548152
0,18805955

TABLA 2.56 Resultados diseño de experimentos

Los resultados obtenidos son parejos respecto al modelo, observamos un parecido razonable entre los resultados del modelo y del diseño de experimentos. Observamos que el valor máximo es 0,18996803 % (coincide con los valores de mínimas revoluciones, mínima relación de transmisión y mínimo número de dientes) y el mínimo 0,18008456 % (coincide con los valores de máximas revoluciones, máxima relación de transmisión y mínimo número de dientes) de la potencia total. Los valores mínimos y máximos calculados de la función Y coinciden con los de los resultados de la pérdida de potencia en la Tabla 2.51, es decir, coinciden en la línea o serie; así pues, si obtenemos un resultado bajo o alto, la función Y resuelta con esas mismas variables poseerá un resultado bajo o alto, respectivamente.

2.8 Conclusiones finales de los modelos

El proyecto final de carrera escrito, consiste en el análisis de unos modelos de pérdida de potencia para engranajes rectos, investigados anteriormente por sus autores correspondientes, para luego aplicarlos a un análisis teórico de una caja de cambios convencional de un automóvil. Los valores adoptados para realizar dicho análisis, son valores reales empleados en el diseño y el uso de las cajas de cambio.

Los pasos a seguir para realizar este proyecto han sido: buscar por internet, libros de texto relacionados con el tema, proyectos finales de carrera anteriores, artículos en revistas científicas, etc, para luego reunir documentación pertinente a los engranajes de dentado recto. Acto seguido, una vez reunida la información, seleccionar dicha información que nos describa el problema que hemos de solucionar. Una vez establecido el problema a tratar y tener reunida toda la información que nosotros consideremos apropiada, comenzamos a estudiar y a descomponer la información para ir anotándola, para facilitar la comprensión y a posteriori, exponerla en una hoja de Excel. Con los datos reunidos de los diferentes modelos, elaboramos una hoja de Excel para cada modelo, para proceder al cálculo de dichos modelos. Una vez organizada cada hoja, aplicamos el diseño de experimentos comentado con anterioridad. Contrastamos los resultados y si no hay ningún error, el análisis de la pérdida de potencia ha finalizado.

Como se indicó anteriormente, cada uno de los cuatro investigaciones llegó a una expresión diferente para el deslizamiento pérdida de potencia, así como un coeficiente de fricción diferente. Surge entonces la pregunta de si la diferencia en la predicción de pérdida de potencia se encuentra en el coeficiente de fricción usado o en la forma de las ecuaciones que relacionan el coeficiente de fricción a la pérdida de potencia. Una vez calculado cada modelo, los resultados de diferentes modelos no se expresan en la misma unidad, por ejemplo, en unos modelos el resultado se obtenía en Kilowatios y en otros en tantos por cien. Para poder contrastar los resultados de los diferentes modelos, decidimos expresar los resultados en tantos por ciento. Para los modelos que el resultado se expresaba en Kw, lo dividíamos por la potencia total (obtenida por la velocidad angular y el par de torsión) y multiplicábamos por 100; así ya teníamos los resultados expresados en tanto por ciento. Describiremos los diferentes modelos para poder obtener una conclusión final:

2.8.1 *Modelo de Anderson y Loewendal, artículo 1*

Primer modelo estudiado, hay que analizar 8 variables diferentes, descritas en la página 52, para aplicarlas al cálculo; los resultados obtenidos son los esperados, no son pesimistas ni optimistas (comparándolos con el resto de los modelos), y la función Y obtenida a raíz de ellos se aproxima mucho a los resultados de dicho modelo. Este modelo cuenta con limitaciones a la hora de realizar el cálculo, especialmente con la variable del número de dientes del engranaje de entrada.

Para visualizar los resultados adjuntamos dos tablas, vemos como las dos ecuaciones, varían de forma muy parecida en cuanto a las variables:

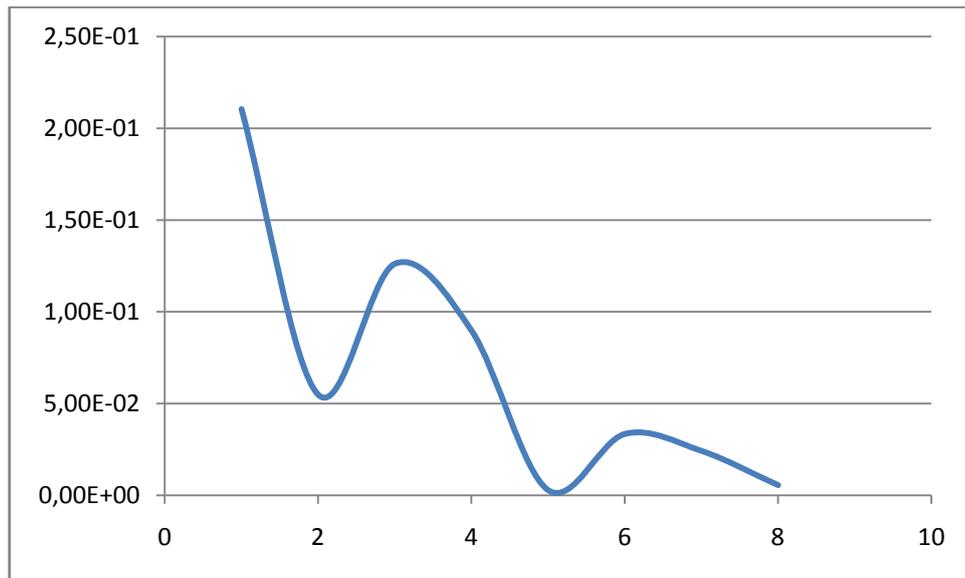


ILUSTRACIÓN 2.19 Resultados de la pérdida de potencia del modelo

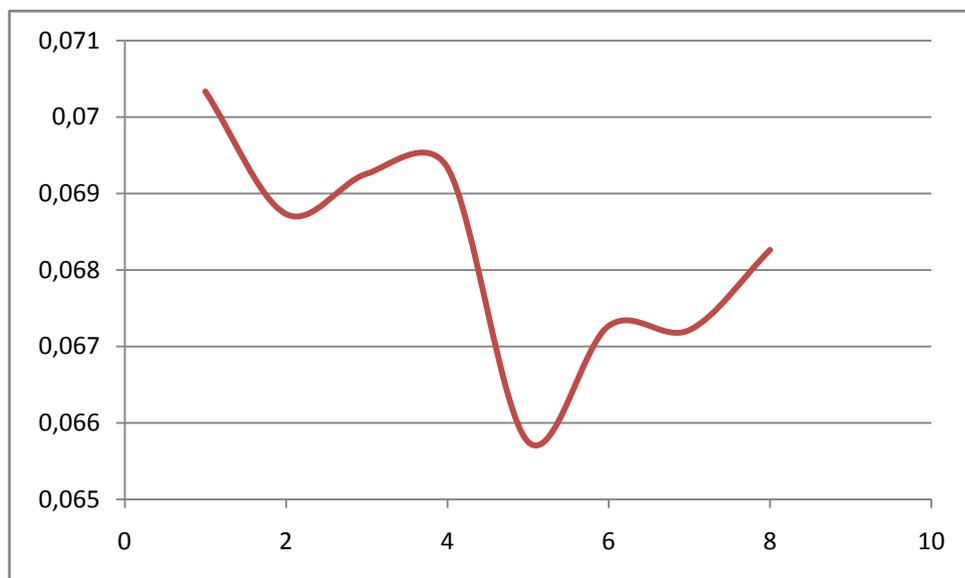


ILUSTRACIÓN 2.20 Resultados de la pérdida de potencia del diseño de experimentos (función Y)

Estas dos ilustraciones engloban, por separado, unas funciones que representa los valores de pérdida de potencia obtenida (ordenadas) y el número de resoluciones (abscisas) en un gráfico de dispersión con líneas suavizadas. Los datos que aparecen en el gráfico no tienen unidades, la pérdida de potencia se expresa en %. Observamos que las graficas son prácticamente iguales menos en los intervalos de 6 a 8. Las dos poseen casi la misma forma, el mismo número de puntos máximos y mínimos, y el mismo recorrido (ya que el número de resoluciones coinciden en las dos graficas, como es de suponer). Podemos concluir que la variación de los resultados en las dos ecuaciones es prácticamente la misma, salvo que el rango de resultados de la función Y es mucho menor que la ecuación del modelo, ya que solo hemos agrupado 3 efectos para calcularla, ya que esos tres efectos se corresponden con el número de revoluciones, ancho de cara del diente y número de dientes den engranaje de entrada, cada uno por separado.

2.8.2 Modelo de Shipley, artículo 4

Segundo modelo estudiado, hay que analizar 5 variables diferentes, descritas en la página 61, para aplicarlas al cálculo; los resultados obtenidos son un poco más altos de los esperados (comparándolos con el resto de los modelos), y la función Y obtenida a raíz de ellos se aproxima mucho a los resultados de dicho modelo. Es el modelo más pesimista que analizamos. Este modelo no cuenta con limitaciones matemáticas a la hora de calcular los resultados.

Para visualizar los resultados adjuntamos dos tablas, vemos como las dos ecuaciones, varían de forma muy parecida en cuanto a las variables:

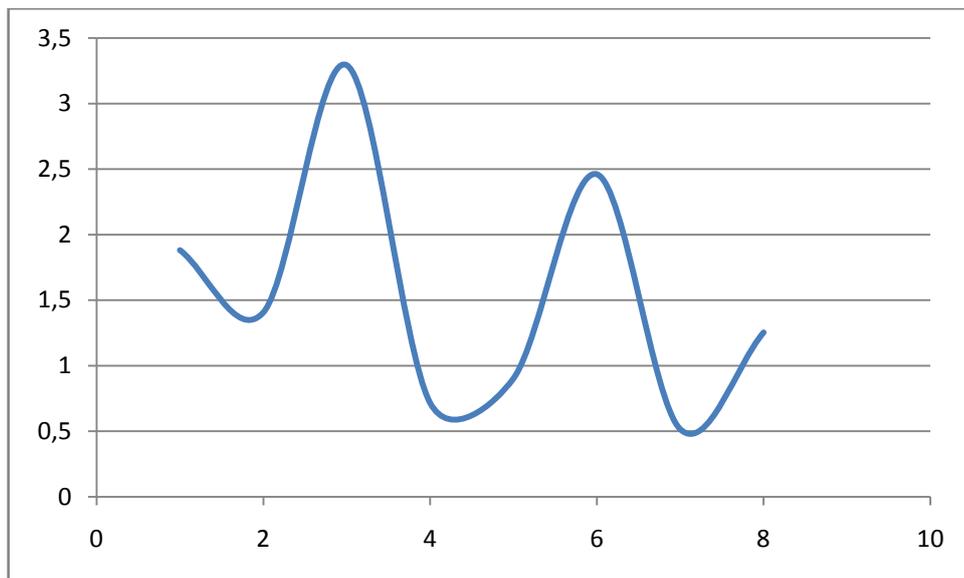


ILUSTRACIÓN 2.21 Resultados de la pérdida de potencia del modelo

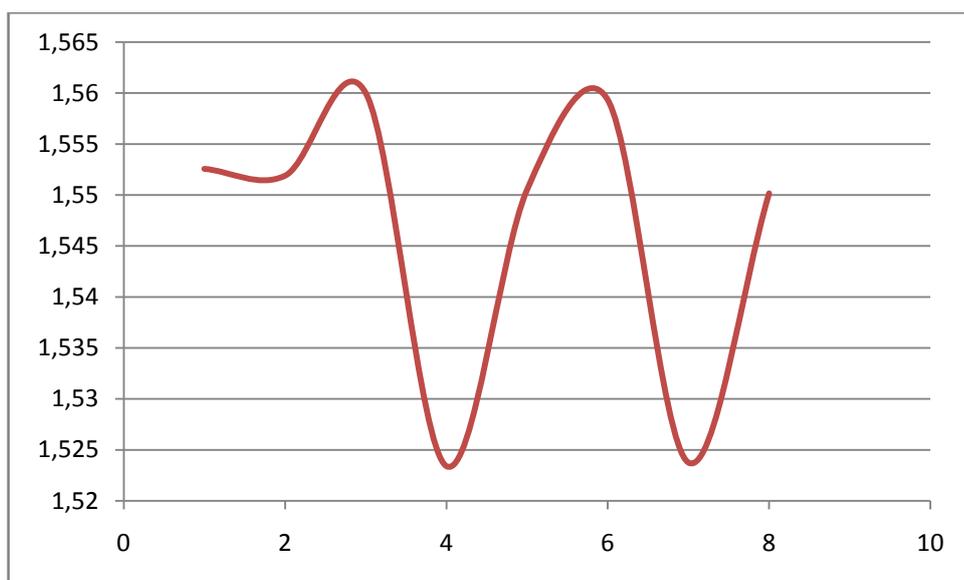


ILUSTRACIÓN 2.22 Resultados de la pérdida de potencia del diseño de experimentos (función Y)

Estas dos ilustraciones engloban, por separado, unas funciones que representan los valores de pérdida de potencia obtenida (ordenadas) y el número de resoluciones (abscisas) en un gráfico de dispersión con líneas suavizadas. Los datos que aparecen en el gráfico no tienen unidades, la pérdida de potencia se expresa en %. Observamos que las gráficas son prácticamente iguales. Las dos poseen casi la misma forma, el mismo número de puntos máximos y mínimos, y el mismo recorrido (ya que el número de resoluciones coinciden en las dos gráficas, como es de suponer). Podemos concluir que la variación de los resultados en las dos ecuaciones es prácticamente la misma, salvo que el rango de resultados de la función Y es menor que la ecuación del modelo, ya que solo hemos agrupado 2 efectos para calcularla, ya que esos tres efectos se corresponden con el número de dientes del engranaje de entrada y el valor del coeficiente de rozamiento, cada uno por separado.

2.8.3 Modelo de Buckingham, artículo 4

Tercer modelo estudiado, hay que analizar 7 variables diferentes, descritas en la página 65, para aplicarlas al cálculo; los resultados obtenidos son los esperados, aunque algo optimistas (comparándolos con el resto de los modelos), y la función Y obtenida a raíz de ellos se aproxima a los resultados de dicho modelo. Este modelo no cuenta con limitaciones matemáticas a la hora de calcular los resultados.

Para visualizar los resultados adjuntamos dos tablas, vemos como las dos ecuaciones, varían de forma muy parecida en cuanto a las variables:

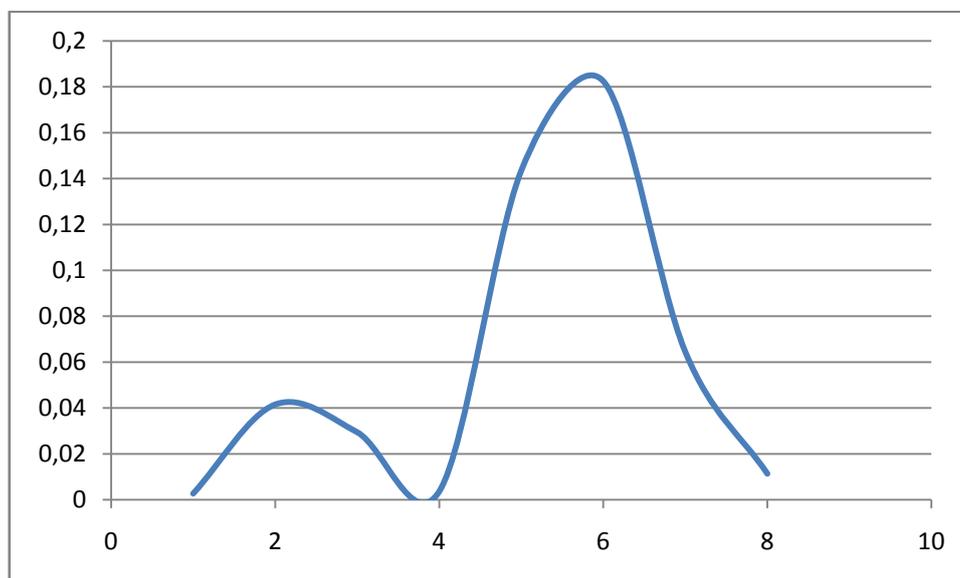


ILUSTRACIÓN 2.23 Resultados de la pérdida de potencia del modelo

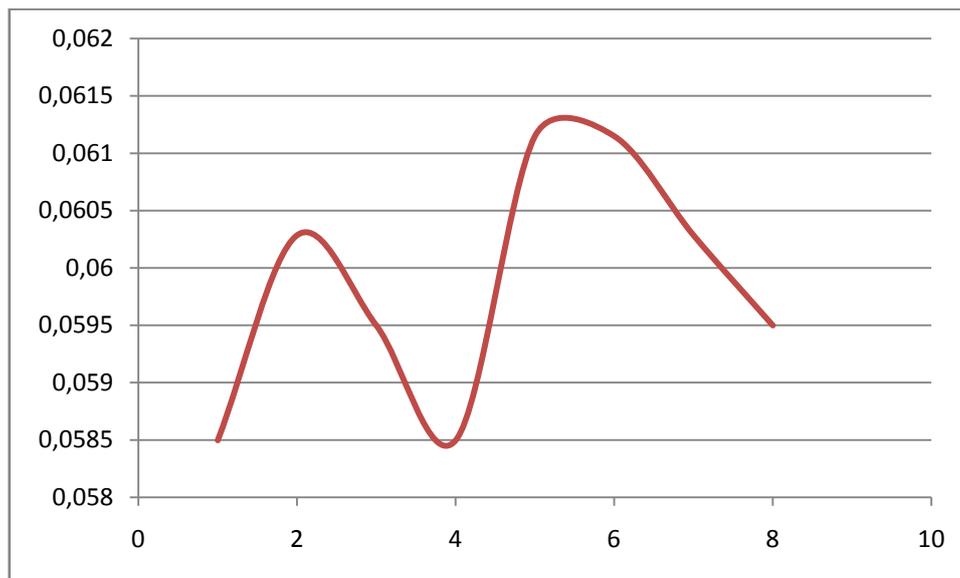


ILUSTRACIÓN 2.24 Resultados de la pérdida de potencia del diseño de experimentos (función Y)

Estas dos ilustraciones engloban, por separado, unas funciones que representan los valores de pérdida de potencia obtenida (ordenadas) y el número de resoluciones (abscisas) en un gráfico de dispersión con líneas suavizadas. Los datos que aparecen en el gráfico no tienen unidades, la pérdida de potencia se expresa en %. Observamos que las gráficas son bastante iguales en los intervalos de 1 a 4 (hay una mayor pendiente en la ilustración 2.9, función Y) y de 6 a 8 (hay una mayor pendiente negativa en la ilustración 2.8). Las dos poseen la misma forma, el mismo número de puntos máximos y mínimos, y el mismo recorrido (ya que el número de resoluciones coinciden en las dos gráficas, como es de suponer). Podemos concluir que la variación de los resultados en las dos ecuaciones es aproximada, salvo que el rango de resultados de la función Y es mucho menor que la ecuación del modelo, ya que solo hemos agrupado 3 efectos para calcularla, ya que esos tres efectos se corresponden con la relación de transmisión y el módulo, cada uno por separado y la combinación de los mismos.

2.8.4 Modelo de Anderson y Loewendal, artículo 4

Cuarto modelo estudiado, hay que analizar 8 variables diferentes, descritas en la página 71, para aplicarlas al cálculo; los resultados obtenidos son los esperados, no son pesimistas ni optimistas (comparándolos con el resto de los modelos), y la función Y obtenida a raíz de ellos se aproxima mucho a los resultados de dicho modelo; estos resultados eran de esperar, ya que si los resultados del artículo 1 eran correctos, un modelo más simple que aquel, debería dar unos resultados muy parecidos. Este modelo no cuenta con limitaciones matemáticas a la hora de calcular los resultados.

Para visualizar los resultados adjuntamos dos tablas, vemos como las dos ecuaciones, varían de forma parecida en cuanto a las variables:

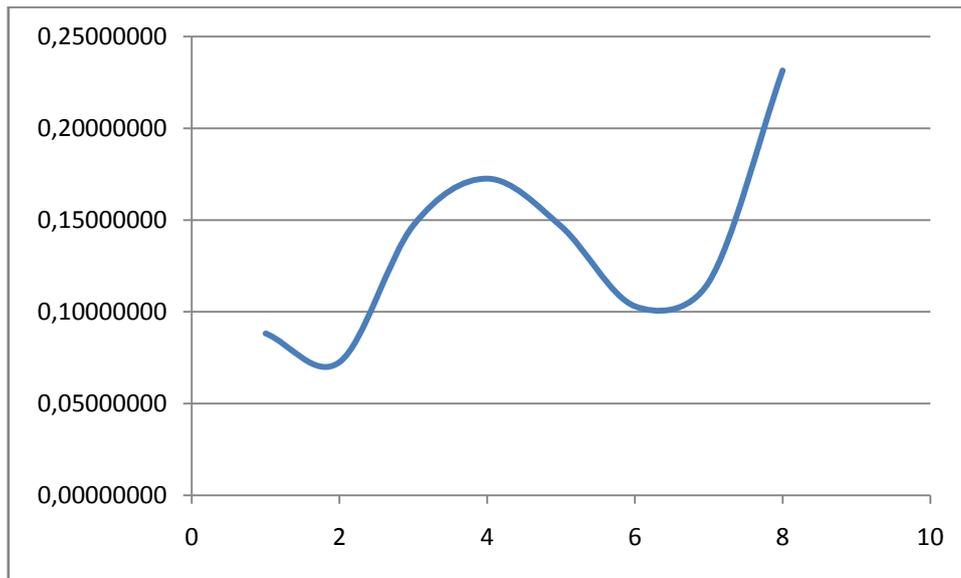


ILUSTRACIÓN 2.25 Resultados de la pérdida de potencia del modelo

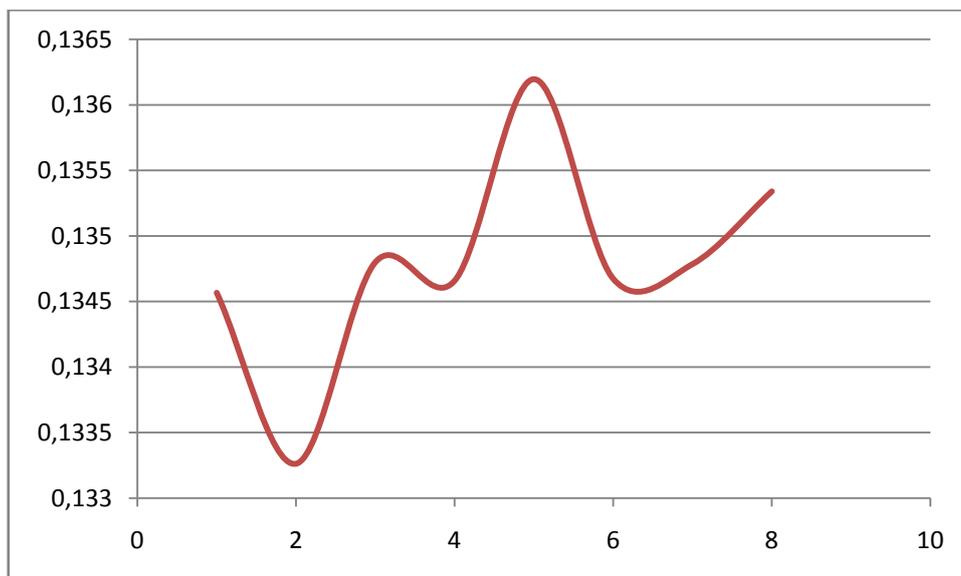


ILUSTRACIÓN 2.26 Resultados de la pérdida de potencia del diseño de experimentos (función Y)

Estas dos ilustraciones engloban, por separado, unas funciones que representa los valores de pérdida de potencia obtenida (ordenadas) y el número de resoluciones (abscisas) en un gráfico de dispersión con líneas suavizadas. Los datos que aparecen en el gráfico no tienen unidades, la pérdida de potencia se expresa en %. Observamos que las graficas son muy diferentes, aunque las pendientes de las dos gráficas tiendan a ser parecidas. Las dos poseen distinta forma, diferentes números de puntos máximos y mínimos, y el mismo recorrido (ya que el número de resoluciones coinciden en las dos graficas, como es de suponer). Cabe destacar, en la ilustración 2.12, el recorrido de 2 a 5, aunque tenga puntos máximos y mínimos, la pendiente global de la función en ese recorrido es positiva, como la de la ilustración 2.11, dando cierta validez a los resultados obtenidos por el diseño de experimentos. Podemos concluir que la variación de los resultados en las dos ecuaciones es aproximado, salvo que el rango de resultados de la función Y es mucho menor que la

ecuación del modelo, ya que solo hemos agrupado 3 efectos para calcularla, ya que esos tres efectos se corresponden con el número de revoluciones y el ancho de cara del diente, cada uno por separado.

2.8.5 Modelo de Merritt, artículo 4

Quinto y último modelo estudiado, hay que analizar 6 variables diferentes, descritas en la página 81, para aplicarlas al cálculo; los resultados obtenidos son los esperados, no son pesimistas ni optimistas (comparándolos con el resto de los modelos), y la función Y obtenida a raíz de ellos se aproxima a los resultados de dicho modelo. Este modelo no cuenta con limitaciones matemáticas a la hora de calcular los resultados.

Para visualizar los resultados adjuntamos dos tablas, vemos como las dos ecuaciones, varían de forma muy parecida en cuanto a las variables:

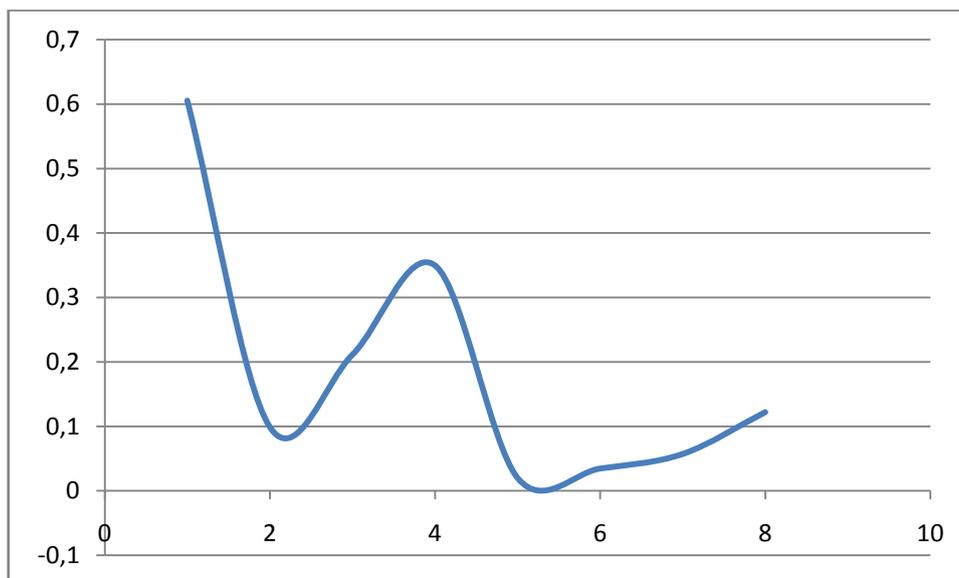


ILUSTRACIÓN 2.27 Resultados de la pérdida de potencia del modelo

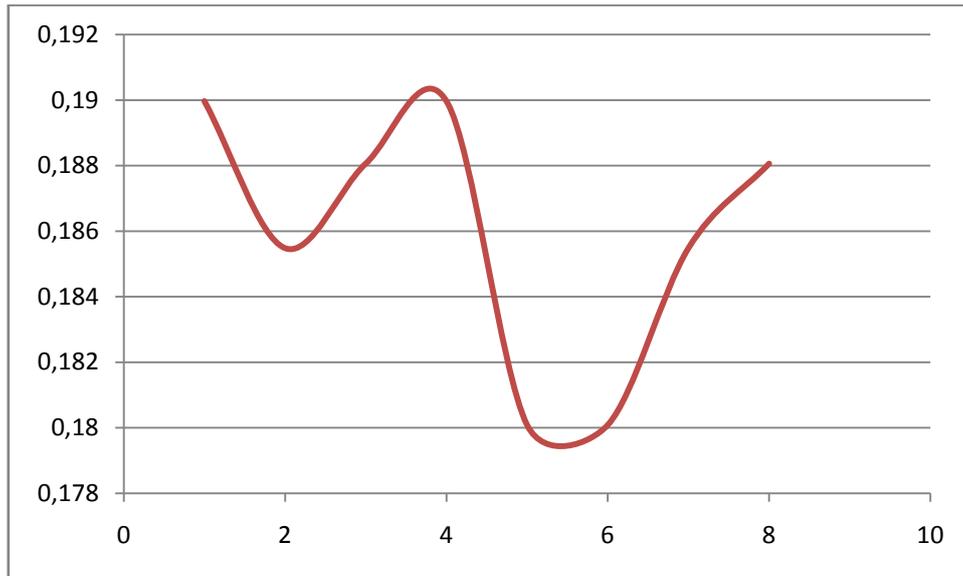


ILUSTRACIÓN 2.28 Resultados de la pérdida de potencia del diseño de experimentos (función Y)

Estas dos ilustraciones engloban, por separado, unas funciones que representan los valores de pérdida de potencia obtenida (ordenadas) y el número de resoluciones (abscisas) en un gráfico de dispersión con líneas suavizadas. Los datos que aparecen en el gráfico no tienen unidades, la pérdida de potencia se expresa en %. Observamos que las gráficas son prácticamente iguales menos en los intervalos de 1 a 2 (el punto mínimo está mucho más abajo en la ilustración 2.14) y del 6 al 8 (la pendiente de la ilustración 2.15 es mucho mayor a la otra). Las dos poseen casi la misma forma, el mismo número de puntos máximos y mínimos, y el mismo recorrido (ya que el número de resoluciones coinciden en las dos gráficas, como es de suponer). Podemos concluir que la variación de los resultados en las dos ecuaciones es prácticamente la misma, salvo que el rango de resultados de la función Y es mucho menor que la ecuación del modelo, ya que solo hemos agrupado 3 efectos para calcularla, ya que esos tres efectos se corresponden con la relación de transmisión y número de dientes del engranaje de entrada, cada uno por separado y la combinación de los dos.

2.8.6 Conclusiones finales

Todos los métodos, excepto Shipley pueden predecir la misma pérdida de potencia de deslizamiento cuando el coeficiente de fricción se utiliza el mismo. Este resultado tiene varias implicaciones. En primer lugar, todos los métodos, excepto Shipley, muestran un acuerdo básico en el cálculo de la pérdida de potencia de deslizamiento. En segundo lugar, la elección de un coeficiente de fricción es crucial. En los métodos que utilizan sólo un término de deslizamiento pérdida, el coeficiente de fricción debe tener en cuenta las pérdidas de rodadura y resistencia al viento, así como la pérdida de deslizamiento. Así, el coeficiente de fricción que se utiliza en estos métodos, no están de acuerdo con un coeficiente de pérdida de cierto deslizamiento como la que se determina a partir de datos de la máquina de disco. Este procedimiento es aceptable, excepto en cargas ligeras donde el método de coeficiente de fricción por sí sola no puede predecir las pérdidas de tara.

Para poder comentar los resultados de los diferentes modelos, los de la ecuación extraída de los artículos, adjuntamos una tabla y una ilustración para comentarlas a continuación:

	AND & LOW art1	SHIPLEY	BUCKINGHAM	AND & LOW art4	MERRITT
Perdida de potencia en %	2,10E-01	1,88187234	0,002663027	0,088209199	0,60555993
	5,48E-02	1,40621575	0,041512097	0,072578632	0,09883416
	1,26E-01	3,2932766	0,029419707	0,147147675	0,21111842
	8,98E-02	0,71649753	0,003610707	0,172571598	0,34962019
	2,80E-03	0,9024786	0,143476296	0,146617418	0,01989369
	3,34E-02	2,46087757	0,182445777	0,103030178	0,03445689
	2,42E-02	0,51570206	0,064415519	0,116165872	0,05706193
	5,52E-03	1,25387067	0,011318884	0,231510074	0,12188927

TABLA 2.57 Resumen de las pérdidas de potencia

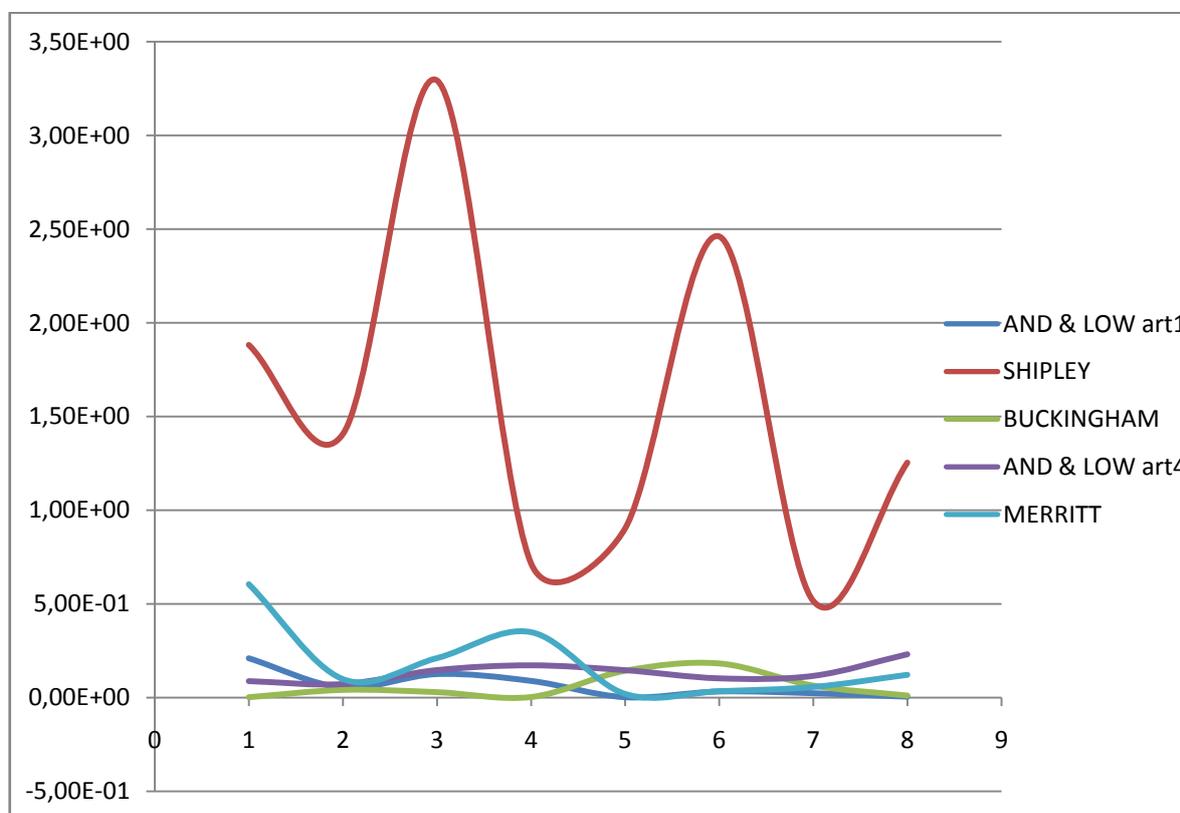


ILUSTRACIÓN 2.29 Gráfica resumen de los resultados.

Analizaremos la tabla de resultados y la ilustración. Esta ilustración engloba las funciones que representa los valores de pérdida de potencia obtenida (ordenadas) y el número de resoluciones (abscisas) en un gráfico de dispersión con líneas suavizadas. Los datos que aparecen en el gráfico no tienen unidades, la pérdida de potencia se expresa en %. Los modelos más fiables a la hora de calcular la eficiencia son: Anderson & Loewendal artículo 1 y Buckingham (estando entre los límites de cálculo especificados en Anderson & Loewendal artículo 1), ya que sus resultados son muy semejantes.

Como ya hemos comentado en los párrafos anteriores, observamos los resultados de los diferentes modelos en la

	AND & LOW art1	SHIPLEY	BUCKINGHAM	AND & LOW art4	MERRITT
Perdida de potencia en %	2,10E-01	1,88187234	0,002663027	0,088209199	0,60555993
	5,48E-02	1,40621575	0,041512097	0,072578632	0,09883416
	1,26E-01	3,2932766	0,029419707	0,147147675	0,21111842
	8,98E-02	0,71649753	0,003610707	0,172571598	0,34962019
	2,80E-03	0,9024786	0,143476296	0,146617418	0,01989369
	3,34E-02	2,46087757	0,182445777	0,103030178	0,03445689
	2,42E-02	0,51570206	0,064415519	0,116165872	0,05706193
	5,52E-03	1,25387067	0,011318884	0,231510074	0,12188927

TABLA 2.57 Resumen de las pérdidas de potencia. En primer lugar, los métodos de Merritt y

Buckingham no muestran ninguna variación en la eficiencia con la carga. Sus coeficientes de fricción carecen de un factor de carga, con lo que la pérdida es un porcentaje constante de la carga transmitida. Esto resulta en una eficiencia constante en cualquier par de torsión. En general, la mayor variación en la eficiencia predicha se produce a bajas velocidades, cuando la velocidad se incrementa, las variaciones no son tan grandes. Los resultados de Anderson & Loewendal (artículo 1 y 4), Buckingham y Merritt, son los más repetidos, entorno a décimas. Debido a que este resultado es más común, suponemos que estos tres son los modelos que más concuerdan con la realidad. El modelo de Shipley, tiene unos resultados un poco más pesimistas que los anteriores, pero debido a la proximidad de los resultados con los modelos anteriores, podemos admitir que es un modelo válido para el cálculo de la pérdida de potencia.

A continuación, comentamos los resultados de los diferentes modelos, los calculados a través del diseño de experimentos y el método MEDA, adjuntamos una tabla y una ilustración para comentarlas a continuación:

	AND & LOW art1	SHIPLEY	BUCKINGHAM	AND & LOW art4	MERRITT
Pérdida de potencia en % (función Y)	0,070335629	1,55256617	0,058497195	0,134565872	0,18996803
	0,068732093	1,55189046	0,060285404	0,133261822	0,18548152
	0,069258821	1,56000961	0,059498866	0,134799348	0,18805955
	0,06934001	1,52340688	0,058497195	0,134658313	0,18996803
	0,065751786	1,55051283	0,061149542	0,136195839	0,18008456
	0,067269611	1,5593339	0,061149542	0,134672776	0,18008456
	0,067214269	1,52375683	0,060285404	0,134784886	0,18548152
	0,068263201	1,55016287	0,059498866	0,135339542	0,18805955

TABLA 2.58 Resumen de las pérdidas de potencia por el diseño de experimentos (función Y)

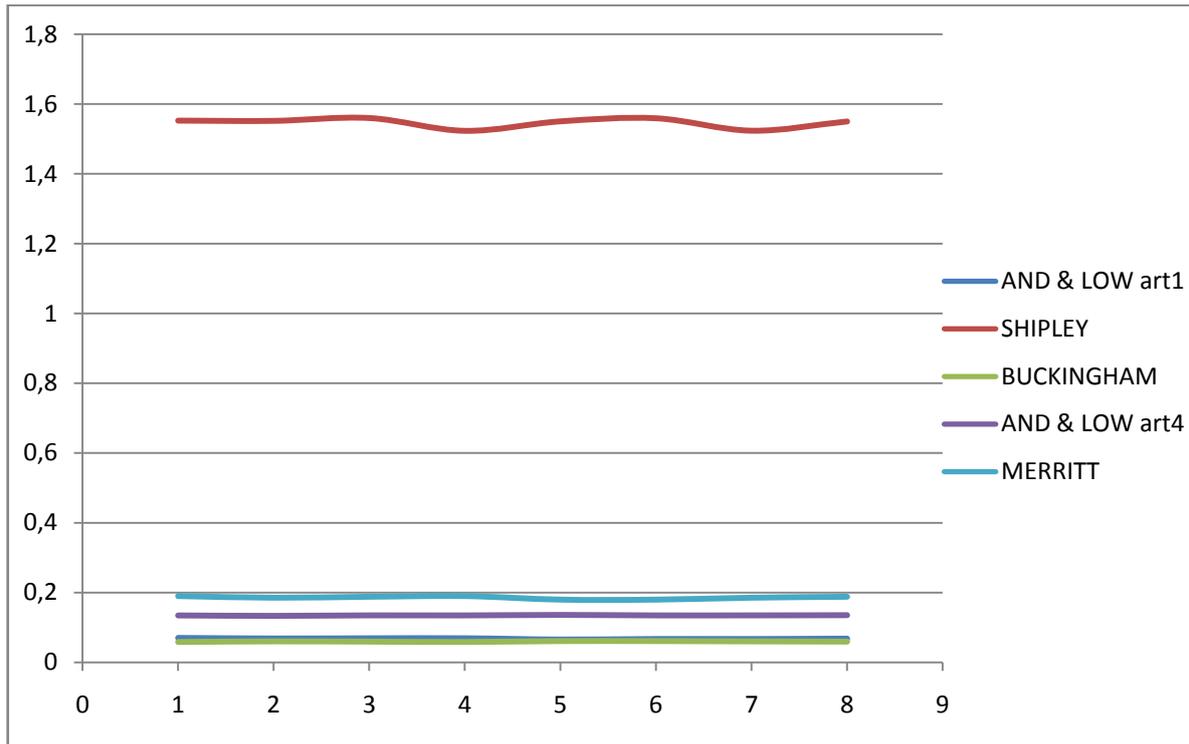


ILUSTRACIÓN 2.30 Gráfica resumen de los resultados de la función Y

Analizaremos la tabla de resultados y la ilustración. Esta ilustración engloba las funciones que representa los valores de pérdida de potencia obtenida (ordenadas) y el número de resoluciones (abscisas) en un gráfico de dispersión con líneas suavizadas. Los datos que aparecen en el gráfico no tienen unidades, la pérdida de potencia se expresa en %.

En esta tabla y esta ilustración, se validan las argumentaciones expuestas en el párrafo anterior. Son los mismos modelos los que tienen resultados muy aproximados. El modelo de Shipley se aleja un poco de los anteriores, pero lo consideraremos válido para el cálculo de la pérdida.

3. ANEXOS

3.1. Relaciones geométricas comunes a todos los modelos

Estas relaciones han sido obtenidas del libro Manual de Engranajes. Diseño, manufactura y aplicación de engranajes (Dudley, 1973).

$$\begin{aligned}
 D_g &= \frac{N_g}{P}; & D_p &= \frac{N_p}{P} \\
 D_{o,p} &= D_p \cdot \cos \theta; & D_{o,g} &= D_g \cdot \cos \theta \\
 D_{a,p} &= D_p + \frac{2}{P}; & D_{a,g} &= D_g + \frac{2}{P} \\
 p_b &= \frac{\pi \cdot D_{o,p}}{N_p}; & p &= \frac{\pi \cdot D_p}{N_p}; & P \left(\text{en} \frac{n^\circ \text{ dientes}}{\text{metros}} \right) &= \frac{N_p}{D_p} = \frac{\pi}{p} \\
 R_{b,p} &= 0,5 \cdot (D_p \cdot \cos \theta); & R_{b,g} &= 0,5 \cdot (D_g \cdot \cos \theta) \\
 R_{t,p} &= 0,5 \cdot \left(D_p + \frac{2}{P} \right); & R_{t,g} &= 0,5 \cdot \left(D_g + \frac{2}{P} \right) \\
 p_b &= \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{b,p}}{N_p}; & p &= \frac{2 \cdot \pi \cdot R_p}{N_p}; & P \left(\text{en} \frac{n^\circ \text{ dientes}}{\text{metros}} \right) &= \frac{N_p}{2 \cdot R_p} = \frac{\pi}{p}
 \end{aligned}$$

EC. 1.75

siendo

D_g	diámetro primitivo del engranaje de salida (metros)
D_p	diámetro primitivo del piñón o engranaje de entrada (metros)
P	paso diametral (nº dientes/ metro)
$D_{o,p}$	diámetro base del piñón o engranaje de entrada (metros)
$D_{o,g}$	diámetro base del engranaje de salida (metros)
$D_{a,p}$	diámetro exterior del piñón o engranaje de entrada (metros)
$D_{a,g}$	diámetro exterior del engranaje de salida (metros)
$R_{b,p}$	radio base del piñón o engranaje de entrada (metros)
$R_{b,g}$	radio base del engranaje de salida (metros)
$R_{t,p}$	radio exterior del piñón o engranaje de entrada (metros)
$R_{t,g}$	radio exterior del engranaje de salida (metros)
p	paso circunferencial (metros/nº dientes)
p_b	paso circunferencial base (metros/nº dientes)

N_p	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada
N_g	nº de dientes del engranaje de salida

3.2. Tabla de variables

Símbolo	Significado	Unidades
C_1	convierte unidades expresadas en el sistema inglés al sistema internacional	-
C_3	convierte los Vatios en kilovatios	-
C_6	convierte unidades del sistema británico en unidades del sistema internacional	-
C_8	convierte unidades del sistema británico en unidades del sistema internacional	-
C_{13}	convierte unidades del sistema británico en unidades del sistema internacional	-
C_p	convierte pulgadas en metros	-
C_{N-L}	convierte Newtons en libras	-
C_w	convierte revoluciones a rad	-
C_d	convierte pulgadas a pies	-
C_s	convierte min^{-1} a s^{-1}	-
μ_0	viscosidad absoluta del lubricante en condiciones atmosféricas	Newton·s/m ²
θ	ángulo de presión	grados
n_p	velocidad de rotación del piñón o engranaje de entrada	rpm
F	ancho de la cara del diente	m
N_p	nº de dientes del piñón o engranaje de entrada	-
m_g	relación de transmisión	-
P	paso diametral	nº dientes/pulgada
T_p	par transmitido	Nm
ν	viscosidad cinemática del lubricante	pies ² /s

TABLA 3.59 Variables del proyecto

Símbolo	Valor
C_1	29,66
C_3	0,001
C_6	29,66
C_8	196,8504
C_{13}	0,0114
C_p	0,0254
C_{N-L}	0,22473211
C_w	2π
C_d	1/12
C_s	1/60

TABLA 3.60 Valores de las constantes

3.3. Explicación gráfica de las variables

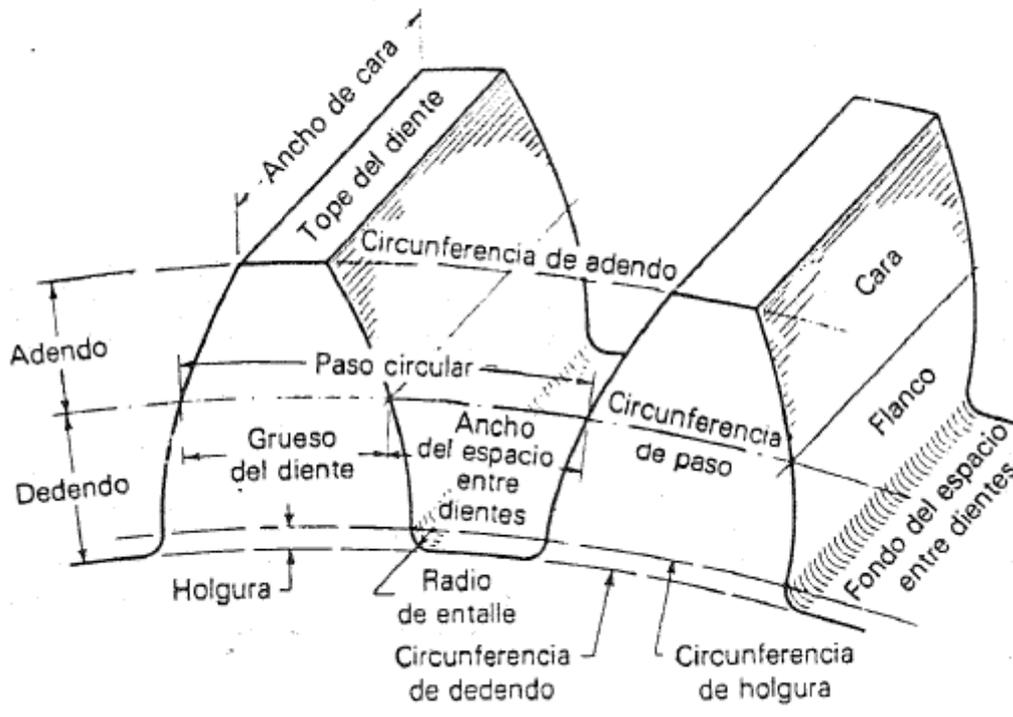


ILUSTRACIÓN 3.31 Variables del engranajes

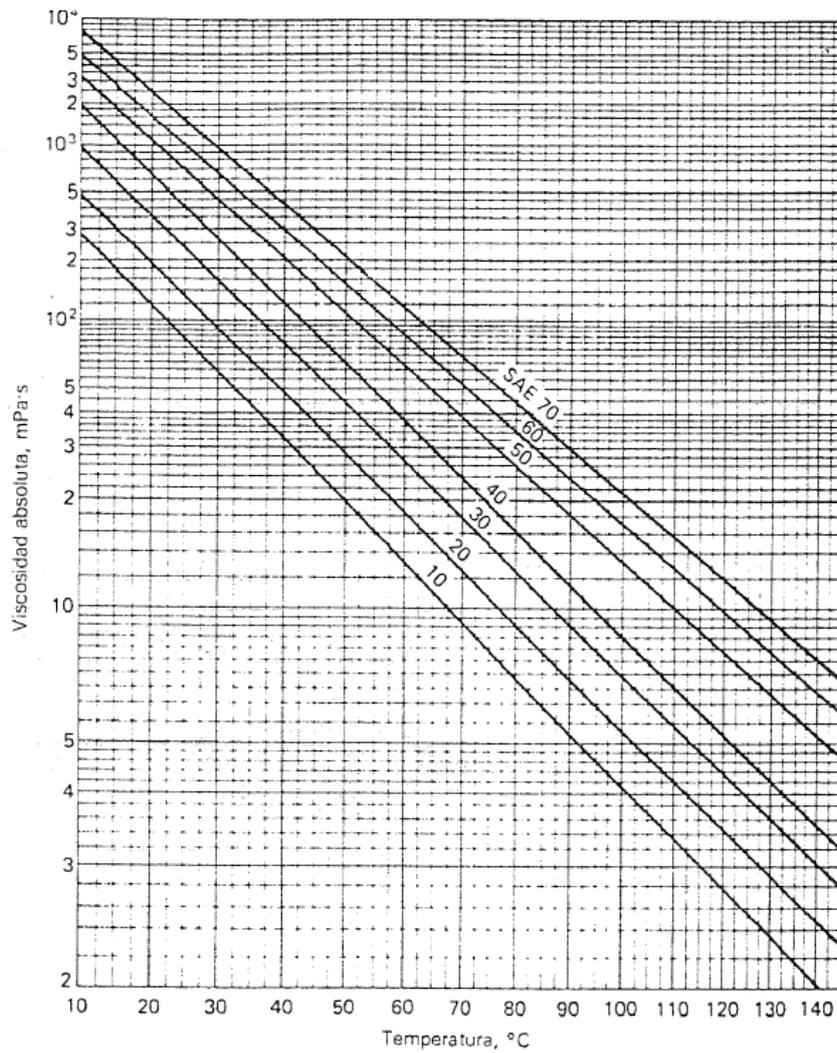


ILUSTRACIÓN 3.32 Viscosidades absolutas de los aceites SAE