



Universidad Zaragoza



**Escuela de
Ingeniería y Arquitectura
Universidad Zaragoza**

Proyecto Final de Carrera

Ingeniería Técnica Industrial Esp. Electrónica Industrial

Curso 2012-2013

Modelado + Análisis + Control de Sistema Térmico

Rubén Otal Loriente

Diciembre 2012

Director: Antonio Romeo

Escuela de Ingeniería y Arquitectura

Universidad de Zaragoza

Modelado + Análisis + Control de Sistema Térmico

Resumen

En el presente proyecto se pretende llevar a cabo el modelado, análisis y control de un sistema térmico. En primer lugar se llevará a cabo el modelado y análisis de un sistema térmico que se denominará vivienda. Se pretende modelar una vivienda típica española a través de las ecuaciones de la física que describen su comportamiento como sistema térmico. Se usarán técnicas de la teoría de sistemas, implementando esas ecuaciones en bloques y disponiendo un diagrama de bloques con el que se analizará el comportamiento del mismo. Se comenzará con un modelo más simple hasta llegar al modelo más realista con el que se realizará la segunda parte: análisis y control del mismo.

Para analizar el comportamiento del sistema, se realizarán distintas simulaciones variando todos los factores que influyen en el comportamiento del mismo: calidad de los aislantes de la vivienda, condiciones exteriores (viento y temperatura) temperatura del agua de los radiadores, tipo de control de la misma, etc. Para que este análisis sea lo más objetivo posible se usará un índice de confort diseñado especialmente para este proyecto y se observará el gasto energético en las distintas simulaciones.

Índice

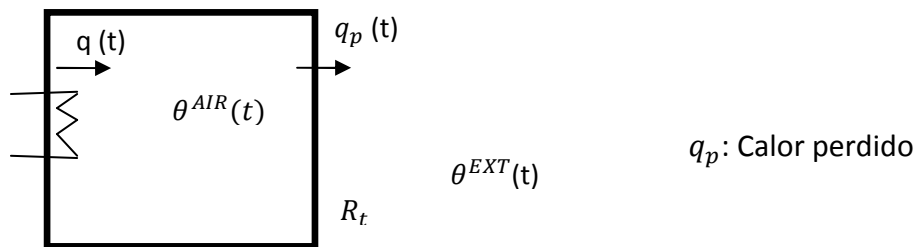
1.- Modelado y análisis del sistema	1
1.1.-Paredes aislantes carentes de masa.	1
1.1.1.-Función de transferencia global del sistema.	1
1.1.2.-Análisis del régimen permanente.	5
1.1.3.-Efecto de un lazo de realimentación en el sistema	7
1.2.-Paredes aislantes dotadas de masa	11
1.2.1.-Función de transferencia global del sistema.	11
1.2.2.-Análisis del régimen permanente.	21
1.3.-Inclusión de sólidos interiores	25
1.4.-Simulación del sistema con SIMULINK.....	32
1.5.-Análisis frecuencial	39
2.-Elementos de calefactado: dimensionamiento y control.	43
2.1.-Caldera.	43
2.2.-Circuito hidráulico.	45
2.3.-Control termostático.....	50
3.- Evaluación Confort/Gasto energético.....	52
3.1.- Influencia de la potencia de la caldera y número de radiadores.....	56
3.1.1.-Número adecuado de radiadores	57
3.1.2.-Número pequeño de radiadores.....	60
3.1.3.-Número grande de radiadores.....	64
3.2.- Influencia de la temperatura del agua.....	67
3.2.1.-Temperatura del agua “alta”.	70
3.2.2.-Temperatura del agua “baja”	72
3.3.- Influencia de la calidad del aislamiento.....	75
3.4.- Influencia de las condiciones externas.	82
3.5.-Influencia de la estrategia de control.	91
3.5.1.- Influencia del controlador del lazo interno (control de la T^a del agua de los radiadores).	91
3.5.2.- Influencia del controlador del lazo externo (control de la T^a ambiente).	93
ANEXOS	124

1.- Modelado y análisis del sistema

1.1.-Paredes aislantes carentes de masa.

1.1.1.-Función de transferencia global del sistema.

Se desea caldear una estancia en la que hay un determinado volumen de aire (de masa m^{AIR} y de coeficiente de calor específico Ce^{AIR}). El caldeo del aire se lleva a cabo por medio del aporte de calor q (medido en vatios), proveniente, por ejemplo de una bomba de calor (o de unos convectores). En primera instancia, se considerará que las paredes de la estancia son de un material aislante muy delgado, por lo que pueden considerarse carentes de masa. En dichas condiciones, la resistencia térmica de dichas paredes será R_t . Por otro lado, la temperatura correspondiente al aire de la estancia (θ^{AIR}) está homogéneamente repartida (fluido bien agitado).



Primero se dibujará el diagrama de bloques de sistema, reduciéndolo posteriormente con el fin de obtener las funciones de transferencia:

$$\frac{\theta^{AIR}(s)}{q(s)} \text{ y } \frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta^{EXT}(s)}$$

Las ecuaciones que describen el comportamiento de este sistema a efectos de transferencia de calor y diferencia de temperaturas, obviamente teniendo sólo en cuenta la transferencia de calor por conducción ya que hemos supuesto grosor despreciable de las paredes, etc. , son:

$$q(t) - q_p(t) = m^{AIR} C e^{AIR} \frac{d\theta^{AIR}(t)}{dt}$$

$$q_p(t) = \frac{\theta^{AIR}(t) - \theta^{EXT}(t)}{R_t}$$

El flujo de calor en la vivienda: calor cedido por la bomba menos calor perdido por la vivienda hacia el exterior es igual a masa de aire de la misma, calor específico de dicho aire (los hemos considerado ambos constantes) y la derivada de la temperatura del aire.

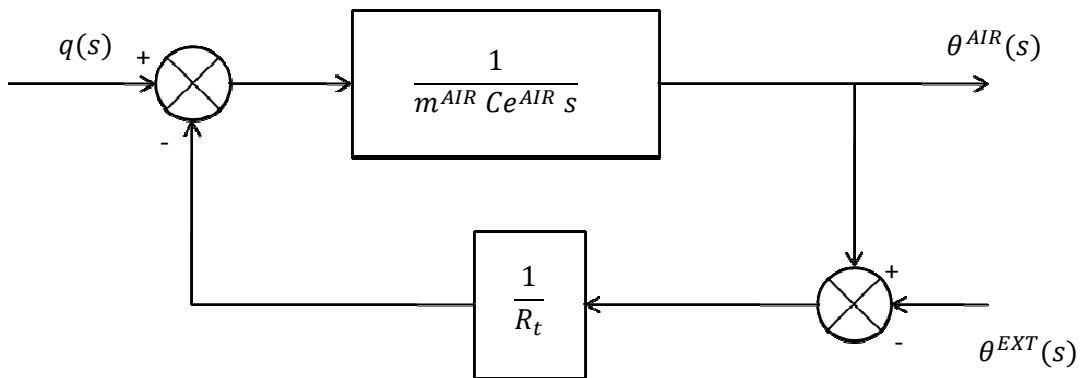
Por otra parte: la diferencia de temperaturas entre el aire del interior de la habitación y el exterior es igual a la resistencia por conducción de la vivienda (de sus paredes, únicamente por conducción ya que consideramos su grosor inexistente) por el calor perdido por la misma hacia el exterior.

Aplicando la transformada de Laplace a las anteriores ecuaciones resulta:

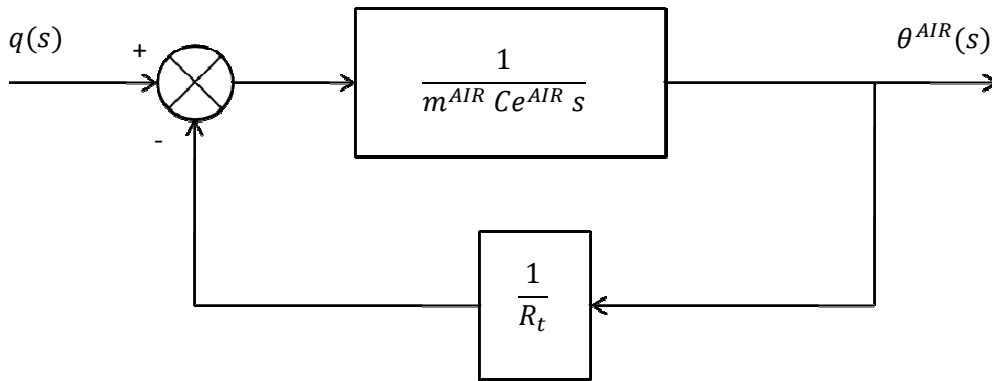
$$q(s) - q_p(s) = m^{AIR} C e^{AIR} s \theta^{AIR}$$

$$q_p(s) = \frac{\theta^{AIR}(s) - \theta^{EXT}(s)}{R_t}$$

De modo que implementándolas en un diagrama de bloques con entrada $q(s)$ y salida $\theta^{AIR}(s)$ resulta:



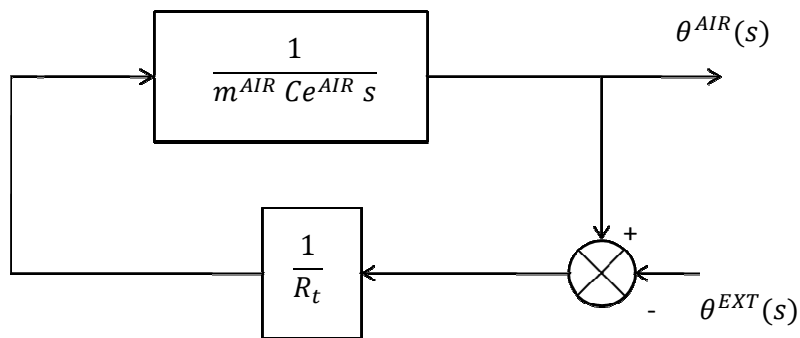
Para obtener $\frac{\theta^{AIR}(s)}{q(s)}$, es decir: la función de transferencia del sistema, tenemos que eliminar cualquier afección de la entrada $\theta^{EXT}(s)$ de modo que resulta:



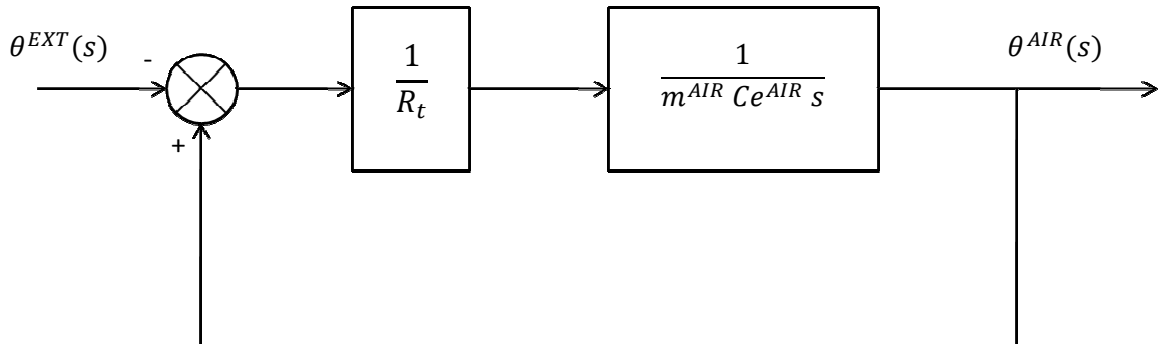
Resolviendo el bucle de realimentación negativa, se obtiene finalmente el valor de la función de transferencia:

$$\frac{\theta^{AIR}(s)}{q(s)} = \frac{R_t}{1 + m^{AIR} C e^{AIR} s R_t}$$

Ahora se calcula $\frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta^{EXT}(s)}$, es decir la función de transferencia del sistema de perturbaciones. Para ello se debe eliminar la afección de la entrada $q(s)$, con lo que el diagrama queda de la siguiente manera:



Cambiando la disposición de los bloques, aunque no su estructura, de modo que se vea claramente la realimentación negativa, resulta:



Resolviendo el bucle de realimentación negativa, se obtiene finalmente el valor de la función de transferencia:

$$\frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta^{EXT}(s)} = \frac{1}{1 + m^{AIR} C e^{AIR} s R_t}$$

De modo que en definitiva la función de transferencia global del sistema es:

$$\theta^{AIR}(t) = \frac{1}{1 + m^{AIR} C e^{AIR} s R_t} \theta^{EXT}(s) + \frac{R_t}{1 + m^{AIR} C e^{AIR} s R_t} q(s)$$

1.1.2.-Análisis del régimen permanente.

Se procede a obtener la ganancia estática del sistema y la constante de tiempo de ambos sistemas.

Como se puede observar, ambos sistemas responden al modelo de un primer orden, de modo que su función de transferencia es del tipo:

$$\frac{K}{1 + \tau s}$$

K: ganancia estática
 τ : constante de tiempo

Por tanto se obtiene que:

Sistema vivienda: $K_1 = R_t, \tau_1 = m^{AIR} \times Ce^{AIR} \times R_t$

Sistema perturbaciones: $K_2 = 1, \tau_2 = m^{AIR} \times Ce^{AIR} \times R_t$

Se define capacidad térmica de un sistema como: $CT = m \times Ce$

Por tanto en este caso: $CT = m^{AIR} \times Ce^{AIR}$

Usando este nuevo término se puede volver a definir la constante de tiempo de ambos sistemas como:

$$\tau = CT \times R_t$$

Se pasa a profundizar un poco más en el valor de de la ganancia estática de ambos sistemas.

Desde otro punto de vista, se puede obtener la ganancia estática de un sistema de primer orden, como es el caso, si se observa su valor en régimen permanente.

Para el sistema de perturbaciones:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta^{EXT}(s)} = K_2 = 1$$

Esto quiere decir que en régimen permanente:

$$\theta^{AIR}(s) = \theta^{EXT}(s)$$

Este resultado es lógico ya que sin tener en cuenta la acción del foco calorífico, con la sola afección de la T^a exterior en el sistema, la temperatura en el interior de la vivienda terminará siendo la del exterior.

Para el sistema vivienda:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\theta^{AIR}(s)}{q(s)} = K_1 = R_t$$

En régimen permanente quedaría:

$$q(s) = \frac{\theta^{EXT}(s)}{R_t}$$

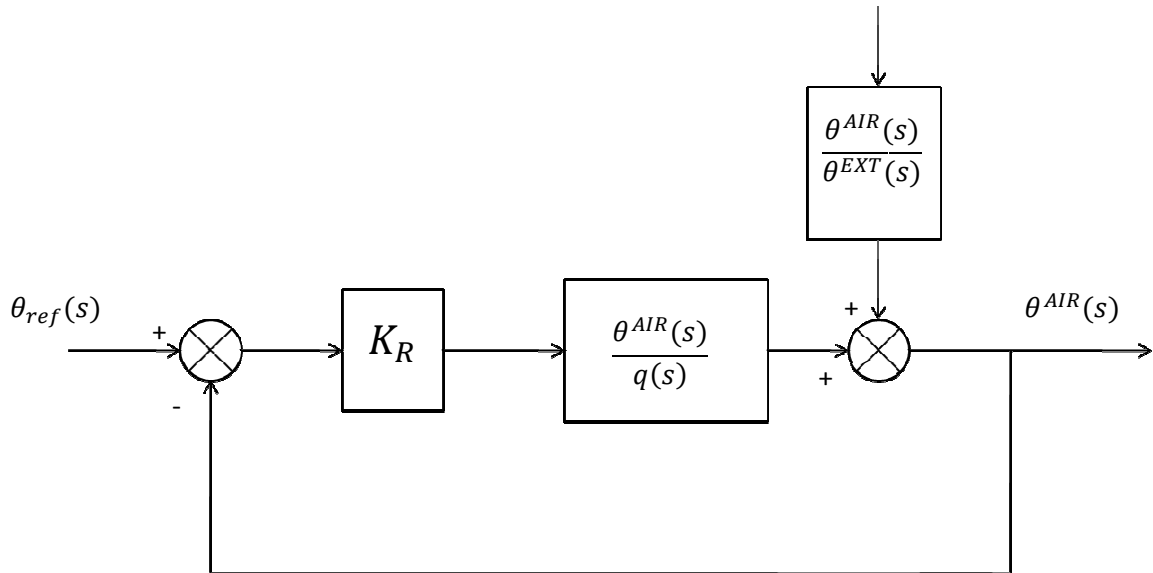
Lo que quiere decir esta expresión es que, en régimen permanente, para una misma T^a deseada en el interior de la vivienda; será necesario aportar menos calor desde el foco calorífico (radiadores, etc.) cuanto mayor sea la resistencia térmica del sistema.

De nuevo es un resultado lógico ya que la resistencia térmica representa la oposición al paso del calor. Como lo que interesa es perder el menor calor posible, la resistencia térmica de la vivienda debe ser lo mayor posible.

Sin embargo el valor de esa resistencia es un parámetro que no se puede controlar, depende de las características físicas de las paredes, etc.

1.1.3.-Efecto de un lazo de realimentación en el sistema

Se introduce un lazo de realimentación en el anterior sistema, suponiendo una topología realimentada como la que se indica en la siguiente figura:

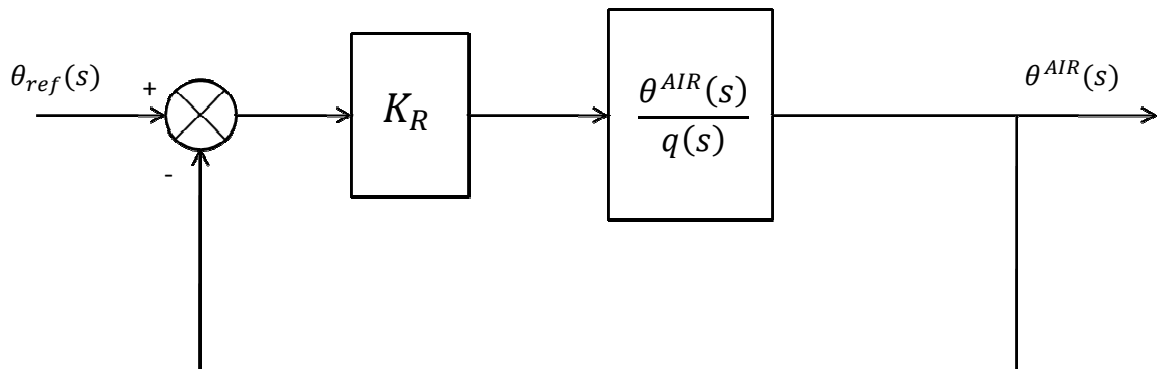


La variable $\theta_{ref}(s)$ es la consigna del sistema, el valor **REFERENCIA** que deseo que siga la salida del sistema. Podría denominarse como: “temperatura deseada”.

Se obtienen las funciones de transferencia:

$$\frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta_{ref}(s)} \text{ y } \frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta^{EXT}(s)}$$

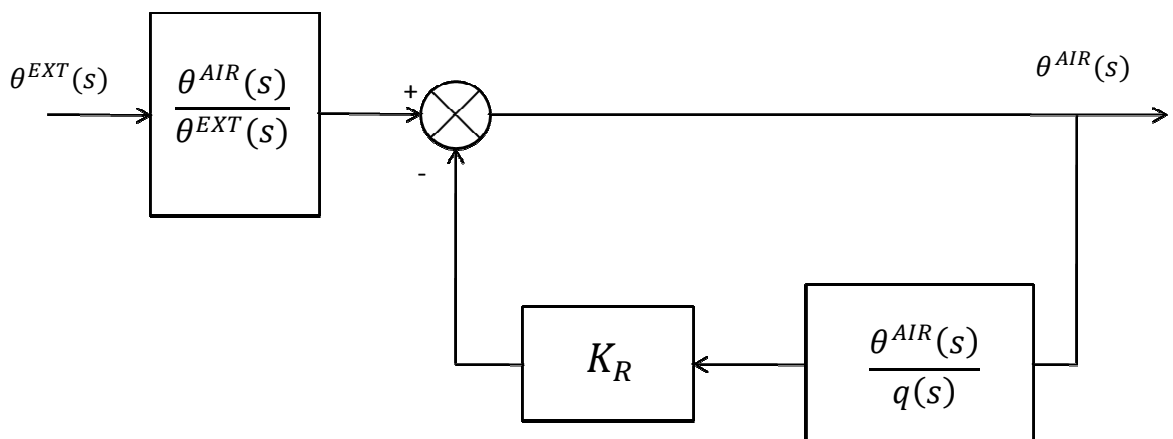
Ahora se calcula $\frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta_{ref}(s)}$, es decir, la función de transferencia del sistema **CONTROLADO**. Para ello se debe eliminar la afeción de la entrada $\theta^{EXT}(s)$, con lo que el diagrama queda:



Resolviendo el bucle de realimentación negativa, se obtiene finalmente el valor de la función de transferencia:

$$\frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta_{ref}(s)} = \frac{K_R R_t}{(K_R R_t + 1) + m^{AIR} C_e^{AIR} s R_t} = \frac{\frac{K_R R_t}{K_R R_t + 1}}{1 + \frac{m^{AIR} C_e^{AIR} R_t}{K_R R_t + 1} s}$$

Ahora se calcula $\frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta^{EXT}(s)}$, es decir, la función de transferencia del sistema de perturbaciones **CONTROLADO**. Para ello se debe eliminar la afección de la entrada $\theta_{ref}(s)$, con lo que el diagrama queda:



Resolviendo el bucle de realimentación y multiplicando por la función de transferencia resultante de apartados anteriores, se obtiene finalmente el valor de la función de transferencia:

$$\frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta^{EXT}(s)} = \frac{1}{(K_R R_t + 1) + m^{AIR} C e^{AIR} s R_t} = \frac{\frac{1}{K_R R_t + 1}}{1 + \frac{m^{AIR} C e^{AIR} R_t}{K_R R_t + 1} s}$$

Si se realiza una comparación de los sistemas obtenidos anteriormente con los sistemas controlados se obtiene que:

MODELO DE PERTURBACIONES: sin el lazo de realimentación negativo, en régimen permanente el valor de la temperatura del aire en la vivienda acababa siendo el de la temperatura exterior. Ahora, en régimen permanente:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta^{EXT}(s)} = \frac{1}{K_R R_t + 1}$$

Suponiendo que K_R es muy elevada, en régimen permanente:

$$\frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta^{EXT}(s)} = \frac{1}{K_R R_t + 1} \longrightarrow \theta^{AIR}(s) = \frac{\theta^{EXT}(s)}{K_R R_t + 1} \longrightarrow \theta^{AIR}(s) \cong 0$$

Por tanto: si la ganancia K_R es muy elevada, en régimen permanente se consigue que la afección de la temperatura exterior sobre la temperatura en la vivienda sea nula; es decir, se consigue el comportamiento ideal del sistema.

MODELO DEL SISTEMA: antes, la respuesta dependía de un parámetro NO CONTROLABLE (R_t) pero ahora, en régimen permanente:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta_{ref}(s)} = \frac{K_R R_t}{K_R R_t + 1}$$

Como puede apreciarse: se introduce el parámetro K_R del regulador al valor de régimen permanente. Suponiendo de nuevo un valor muy elevado de K_R :

$$\frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta_{ref}(s)} = \frac{K_R R_t}{K_R R_t + 1} \longrightarrow \theta^{AIR}(s) = \theta_{ref}(s) \frac{K_R R_t}{K_R R_t + 1} \longrightarrow \theta^{AIR}(s) \cong \theta_{ref}(s)$$

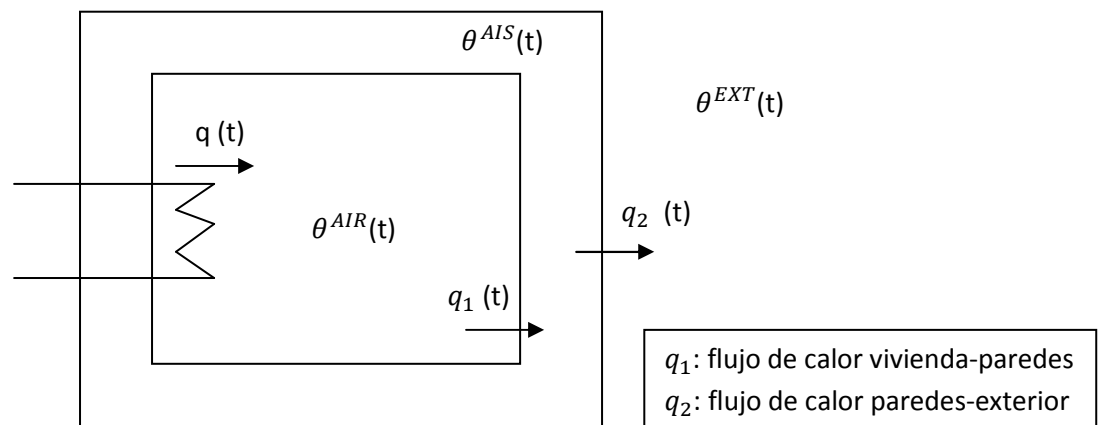
Por tanto: si la ganancia K_R es muy elevada, en régimen permanente se consigue que la temperatura de la vivienda sea exactamente la temperatura deseada; es decir, se consigue el comportamiento ideal del sistema.

1.2.-Paredes aislantes dotadas de masa

1.2.1.-Función de transferencia global del sistema.

Una aproximación más realista, consiste en considerar unas paredes aislantes dotadas de masa (m^{AIS}) y que por tanto presenta un coeficiente de calor específico C_e^{AIS} . Se asume que la temperatura de dicho aislante (θ^{AIS}) es homogénea (es decir, que es un fluido bien mezclado).

En estas circunstancias, la transferencia de calor entre el interior de la estancia y dicho aislante, encuentra una resistencia térmica R_t^1 , mientras que la transferencia de calor entre el fluido aislante y el exterior (que está a una temperatura θ^{EXT}), también se produce a través de una resistencia térmica asociada R_t^2 . Todo ello se recoge en el siguiente esquema:



Primero se obtiene el diagrama de bloques de sistema, reduciéndolo posteriormente con el fin de obtener las funciones de transferencia:

$$\frac{\theta^{AIR}(s)}{q(s)}, \frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta^{EXT}(s)} \text{ y } \frac{\theta^{AIS}(s)}{q(s)}$$

Las ecuaciones que describen el comportamiento de este sistema a efectos de transferencia de calor y diferencia de temperaturas son las mismas que en antes, solo que ahora hay que añadir algunas más, por tanto el diagrama de bloques será el mismo solo que añadiendo algo más:

$$q(t) - q_1(t) = m^{AIR} C e^{AIR} \frac{d\theta^{AIR}(t)}{dt}$$

$$q_1(t) - q_2(t) = m^{AIS} C e^{AIS} \frac{d\theta^{AIS}(t)}{dt}$$

$$q_1(t) = \frac{\theta^{AIR}(t) - \theta^{AIS}(t)}{R_t^1}$$

$$q_2(t) = \frac{\theta^{AIS}(t) - \theta^{EXT}(t)}{R_t^2}$$

El flujo de calor en la vivienda: calor cedido por la bomba menos calor perdido por la vivienda hacia las paredes (aislantes) es igual a masa de aire de la misma, calor específico de dicho aire (se han considerado ambos constantes) y la derivada de la temperatura del aire.

Por otra parte: la diferencia de temperaturas entre el aire del interior de la habitación y el de las paredes (aislantes) es igual a la resistencia por conducción de la vivienda con las paredes por el calor perdido por la misma hacia el exterior.

Se sigue el mismo razonamiento para el par paredes-exterior.

Aplicando la transformada de Laplace a las anteriores ecuaciones resulta:

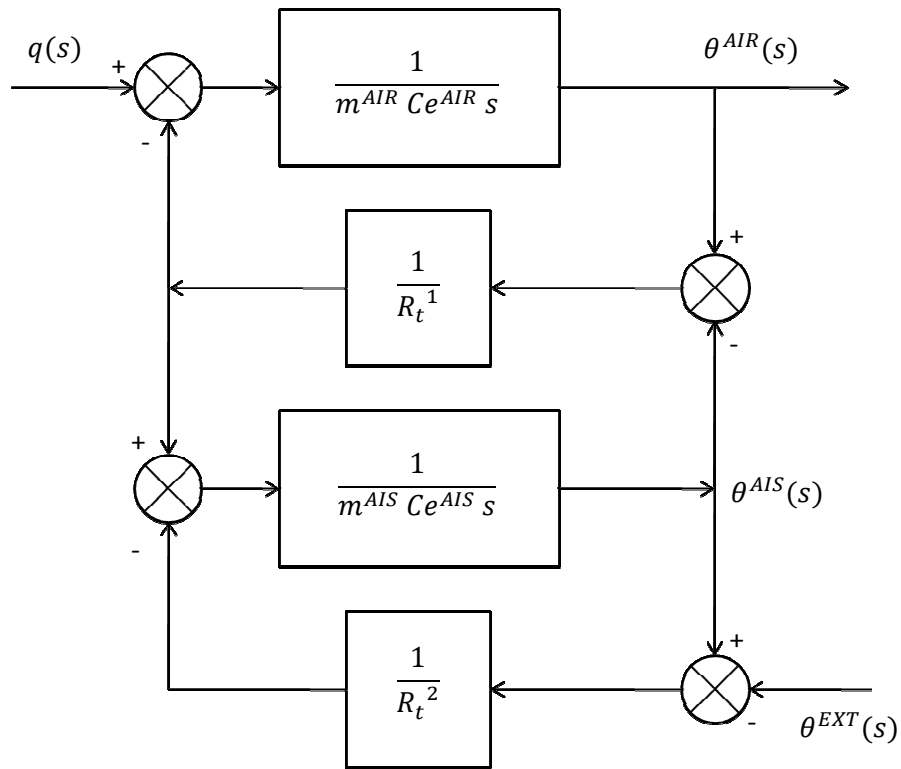
$$q(s) - q_1(s) = m^{AIR} C e^{AIR} s \theta^{AIR}(s)$$

$$q_1(s) - q_2(s) = m^{AIS} C e^{AIS} s \theta^{AIS}(s)$$

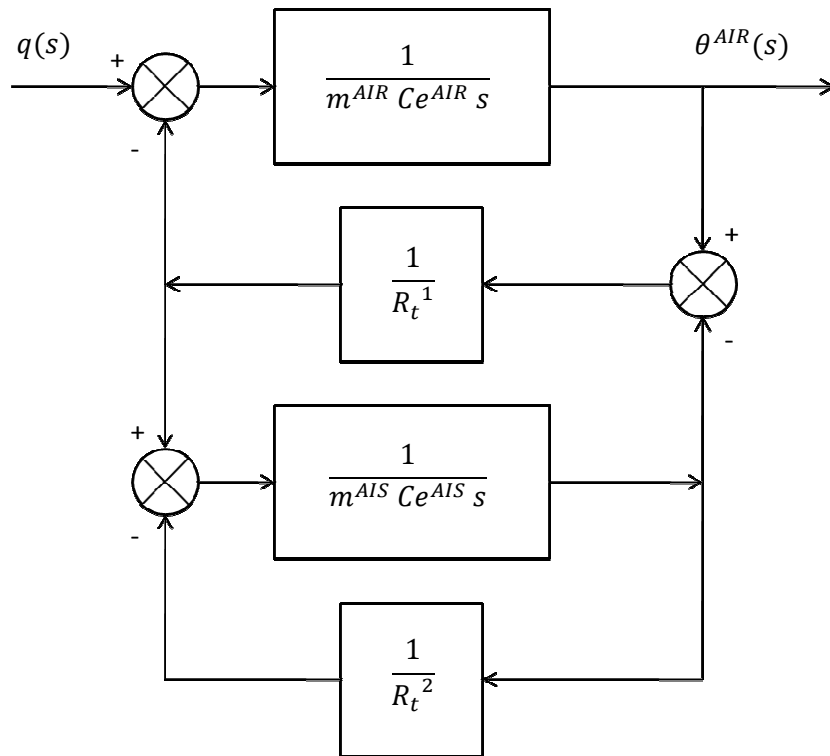
$$q_1(s) = \frac{\theta^{AIR}(s) - \theta^{AIS}(s)}{R_t^1}$$

$$q_2(s) = \frac{\theta^{AIS}(s) - \theta^{EXT}(s)}{R_t^2}$$

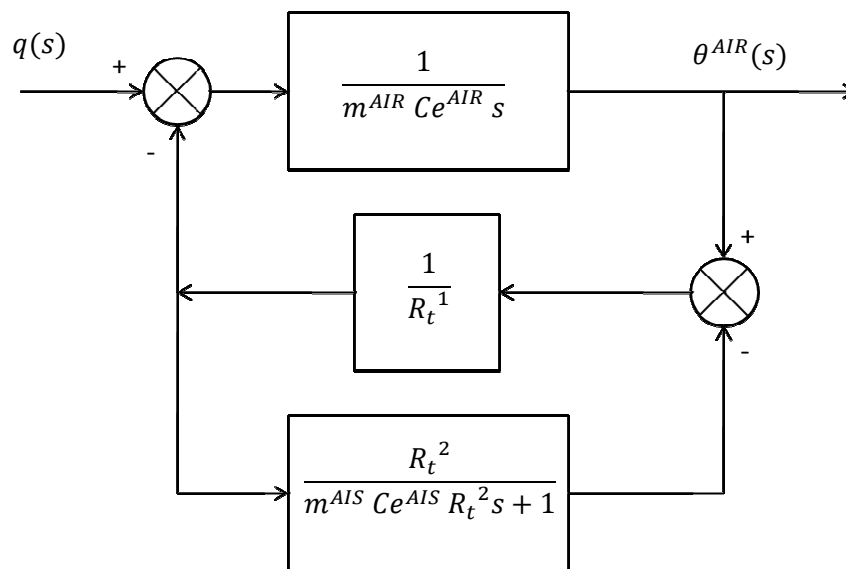
De modo que implementándolas en un diagrama de bloques con entrada $q(s)$ y salida $\theta^{AIR}(s)$, lo cual se consigue modificando el diagrama anterior, queda:



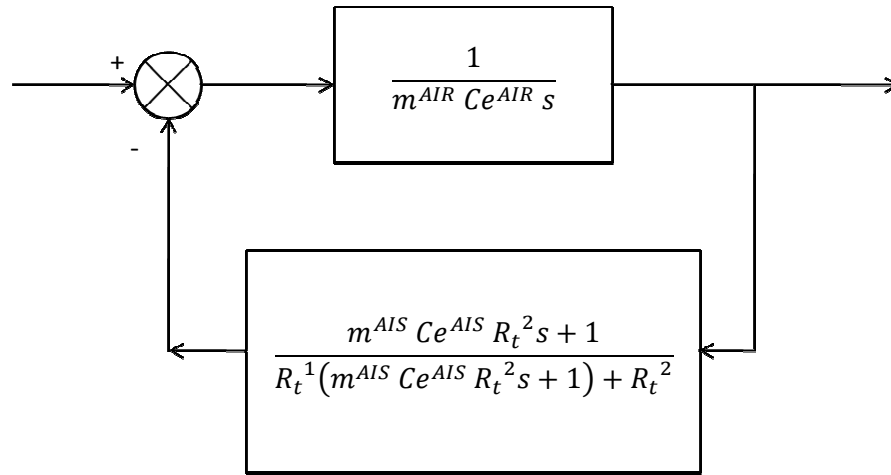
Para obtener $\frac{\theta^{AIR}(s)}{q(s)}$, es decir: la función de transferencia del sistema, debe eliminarse cualquier afección de la entrada $\theta^{EXT}(s)$ de modo que queda:



Se reduce el diagrama resolviendo la realimentación negativa de más abajo:



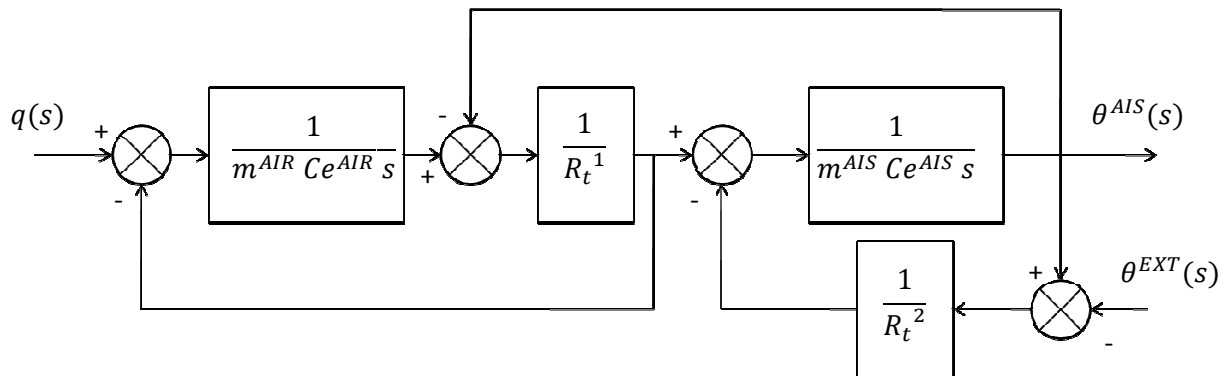
Se reduce el diagrama resolviendo la realimentación negativa de más abajo:



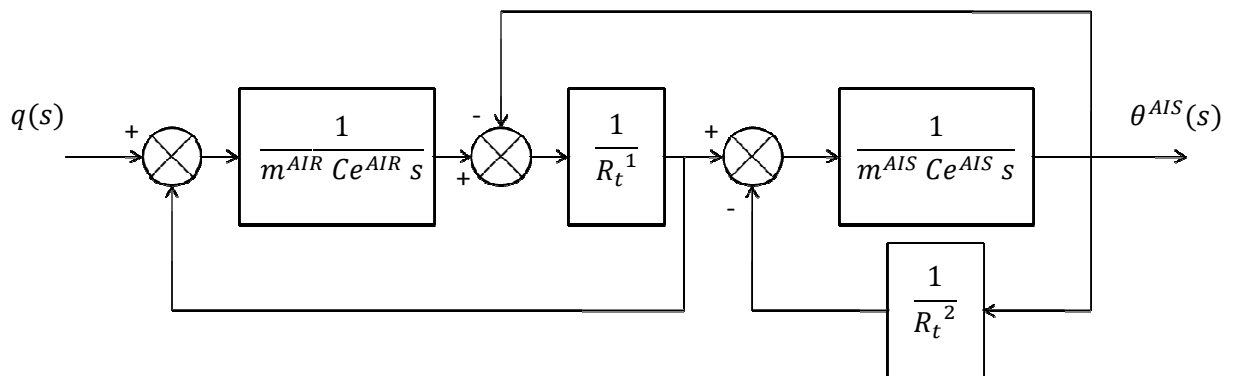
Resolviendo este último bucle de realimentación se obtiene finalmente la función de transferencia del sistema:

$$\frac{\theta^{AIR}(s)}{q(s)} = \frac{m^{AIS} C e^{AIS} R_t^2 R_t^1 s + (R_t^2 + R_t^1)}{(m^{AIS} C e^{AIS} m^{AIR} C e^{AIR} R_t^2 R_t^1) s^2 + (m^{AIR} C e^{AIR} [R_t^2 + R_t^1] + m^{AIS} C e^{AIS} R_t^2) s + 1}$$

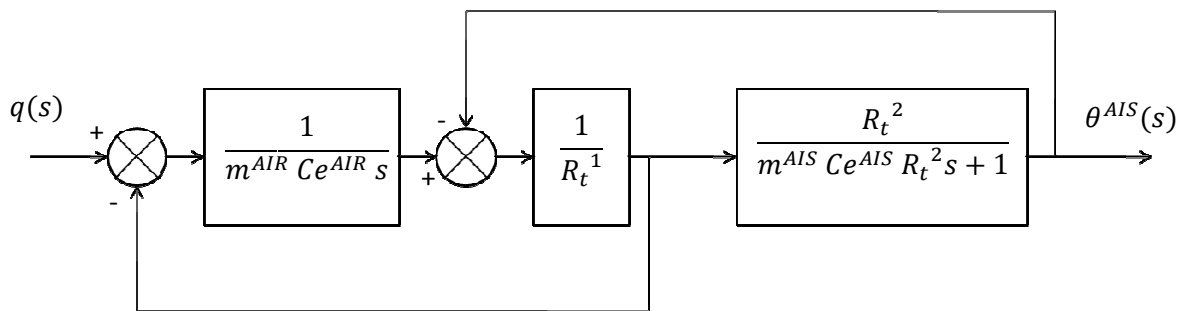
Para obtener $\frac{\theta^{AIS}(s)}{q(s)}$, es decir, la función de transferencia del sistema, se debe cambiar la disposición de los bloques ya que se requiere que la entrada sea $q(s)$ y salida $\theta^{AIS}(s)$. De ese modo la obtención de esa función de transferencia es más sencilla. El diagrama de bloques resultante es el siguiente:



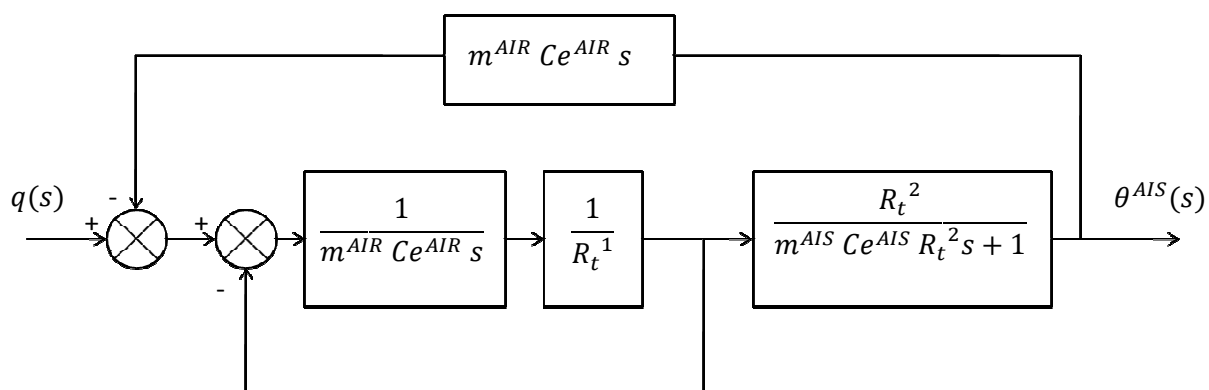
Para obtener $\frac{\theta^{AIS}(s)}{q(s)}$, es decir, la función de transferencia del sistema, debe eliminarse cualquier afección de la entrada $\theta^{EXT}(s)$ de modo que resulta:



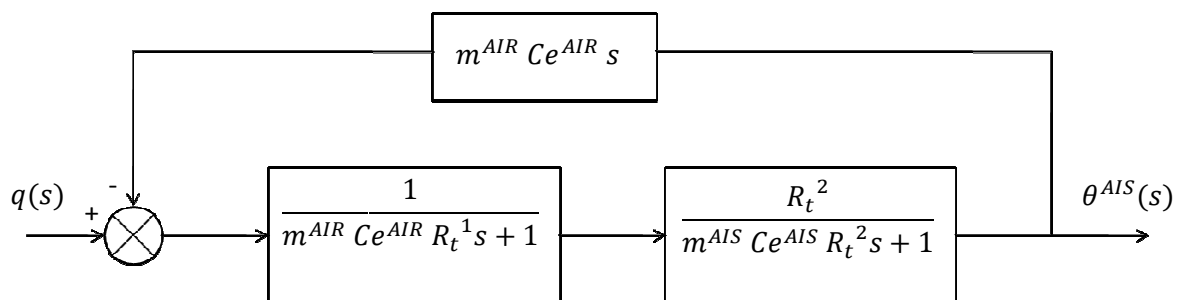
Se reduce el diagrama resolviendo la realimentación negativa de más a la derecha:



Realizando una trasposición de sumadores:



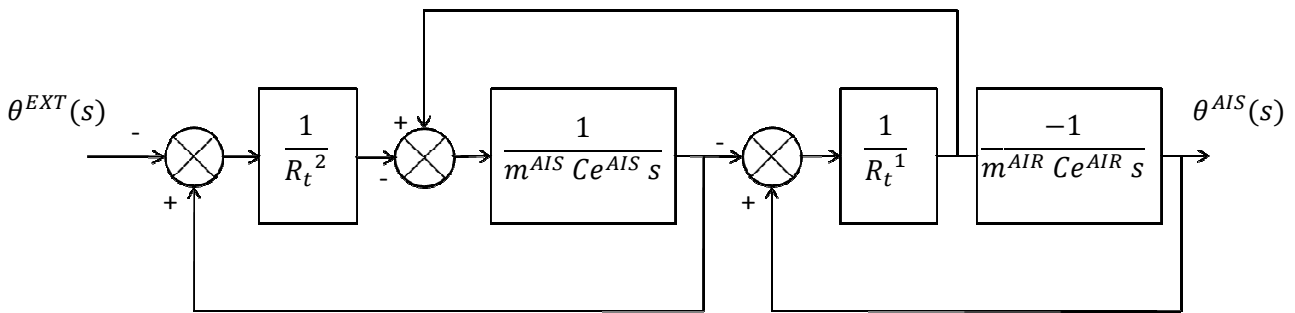
Se reduce el diagrama resolviendo la realimentación negativa del centro:



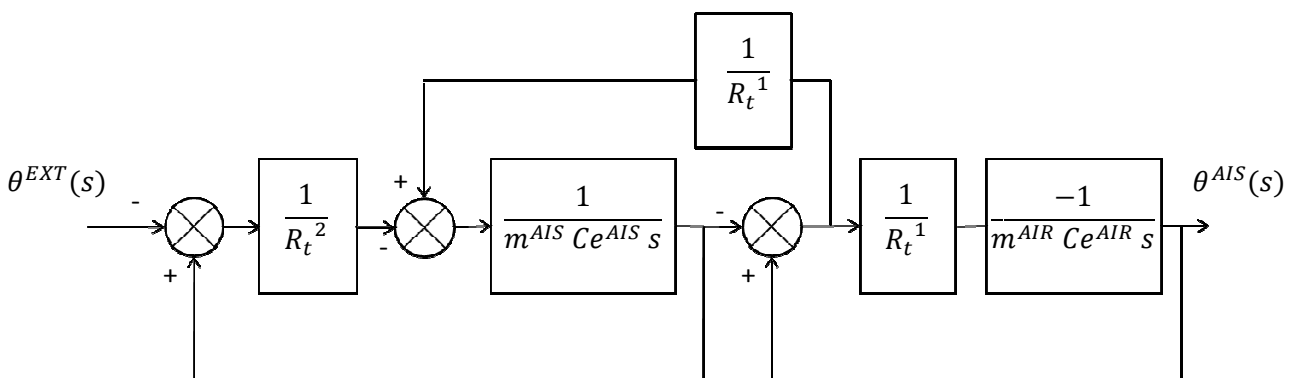
Resolviendo este último bucle de realimentación se obtiene finalmente la función de transferencia del sistema:

$$\frac{\theta^{AIS}(s)}{q(s)} = \frac{R_t^2}{m^{AIS} C e^{AIS} R_t^2 s + (m^{AIR} C e^{AIR} R_t^1 s + 1)(m^{AIS} C e^{AIS} R_t^2 s + 1)}$$

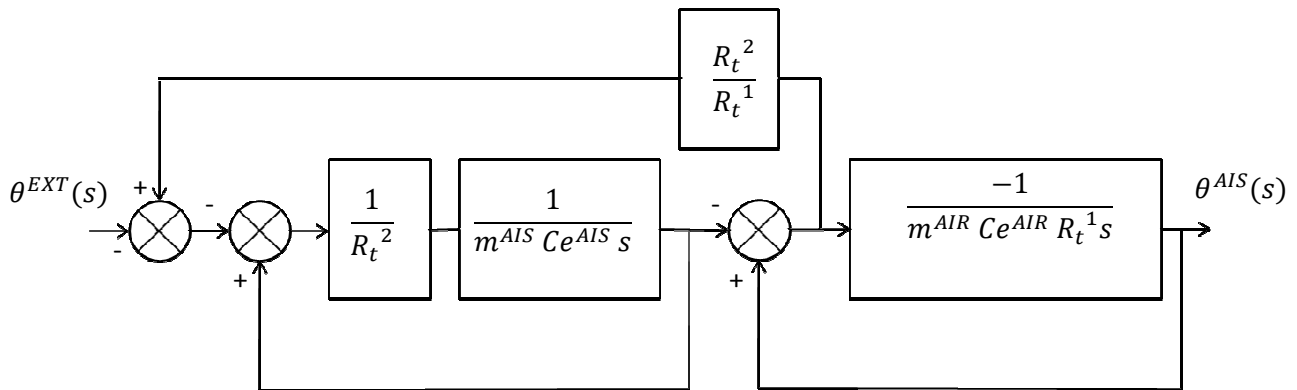
Para obtener $\frac{\theta^{AIS}(s)}{\theta^{EXT}(s)}$, es decir, la función de transferencia del sistema, debe eliminarse cualquier afección de la entrada $q(s)$ de modo que resulta:



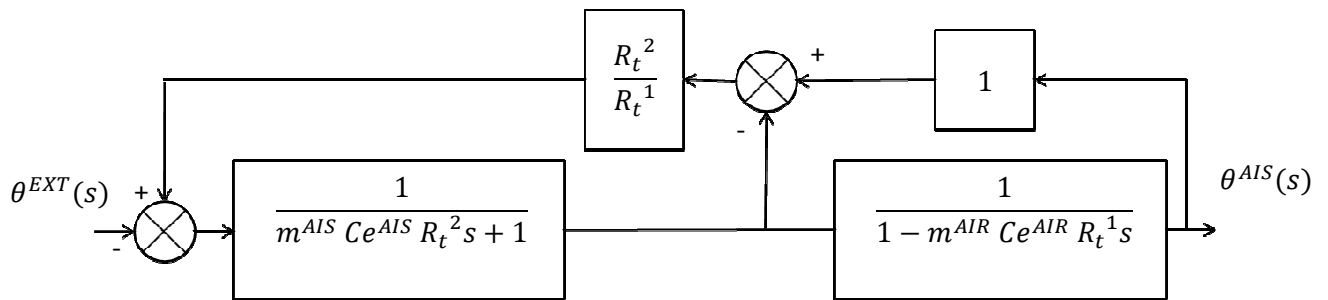
Aplicando trasposición en un punto de derivación, queda:



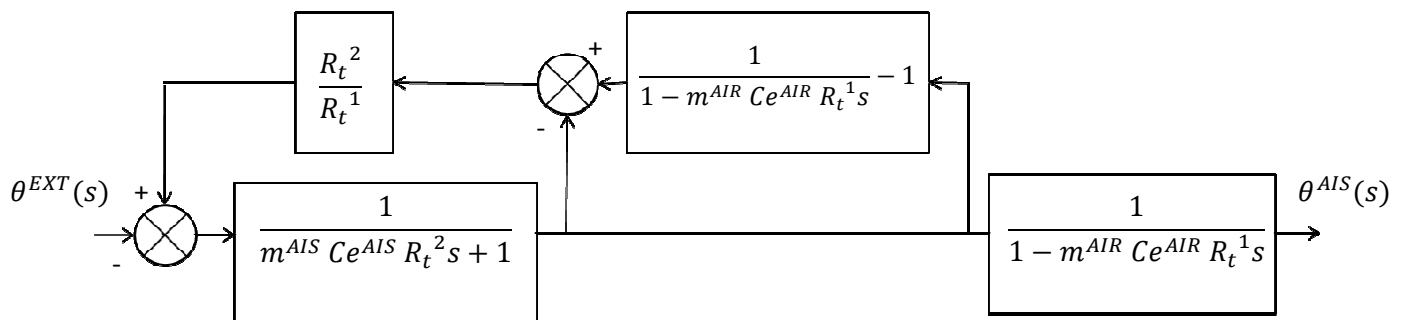
Aplicando trasposición de sumadores, queda:



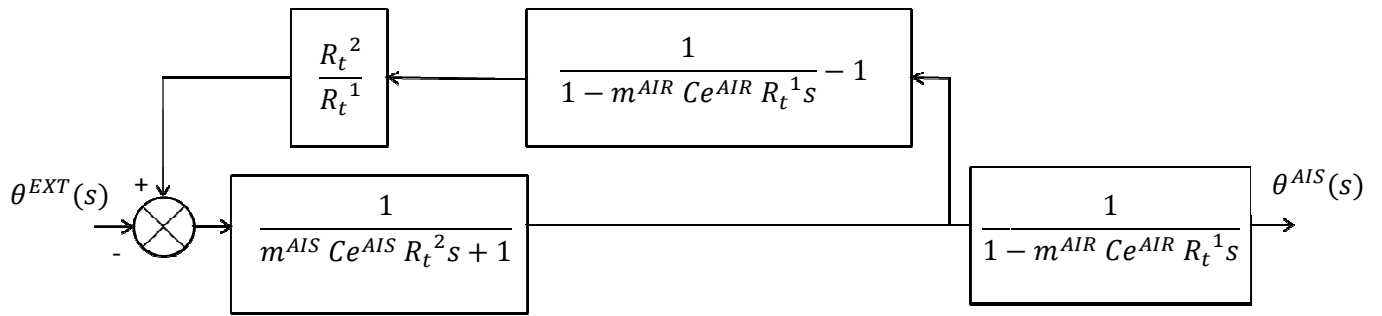
Reubicando los bloques y resolviendo una realimentación, queda:



Aplicando trasposición en un punto de derivación, queda:



Reduciendo el diagrama con la realimentación negativa de la derecha, queda:



Resolviendo la última realimentación y haciendo el producto de los bloques resultantes, obtenemos definitivamente la función de transferencia:

$$\frac{\theta^{AIS}(s)}{q(s)} = \frac{R_t^1}{m^{AIR} Ce^{AIR} R_t^2 R_t^1 s + (1 - m^{AIR} Ce^{AIR} R_t^1 s)(m^{AIS} Ce^{AIS} R_t^2 s + 1)}$$

1.2.2.-Análisis del régimen permanente.

Para analizar con más profundidad el sistema, se procede a obtener los parámetros de su función de transferencia, partiendo de que la forma de la misma es:

$$\frac{\theta^{AIR}(s)}{q(s)} = \frac{(1 + \tau s)K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Por tanto se puede expresar la f.d.t. como:

$$\frac{\frac{m^{AIS} Ce^{AIS} R_t^2 R_t^1 s + (R_t^2 + R_t^1)}{m^{AIS} Ce^{AIS} m^{AIR} Ce^{AIR} R_t^2 R_t^1}}{s^2 + \frac{(m^{AIR} Ce^{AIR} [R_t^2 + R_t^1] + m^{AIS} Ce^{AIS} R_t^2) s}{m^{AIS} Ce^{AIS} m^{AIR} Ce^{AIR} R_t^2 R_t^1} + \frac{1}{m^{AIS} Ce^{AIS} m^{AIR} Ce^{AIR} R_t^2 R_t^1}}$$

Ahora se puede despejar cada uno de los parámetros:

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{m^{AIS} Ce^{AIS} m^{AIR} Ce^{AIR} R_t^2 R_t^1}}$$

$$\tau = \frac{m^{AIS} Ce^{AIS} R_t^2 R_t^1}{R_t^2 + R_t^1}$$

$$K = R_t^2 + R_t^1$$

$$\xi = \frac{1}{2} \times \frac{m^{AIR} Ce^{AIR} [R_t^2 + R_t^1] + m^{AIS} Ce^{AIS} R_t^2}{\sqrt{m^{AIS} Ce^{AIS} m^{AIR} Ce^{AIR} R_t^2 R_t^1}}$$

$$\sigma = \frac{m^{AIR}Ce^{AIR}[R_t^2 + R_t^1] + m^{AIS}Ce^{AIS}R_t^2}{2(m^{AIS}Ce^{AIS}m^{AIR}Ce^{AIR}R_t^2R_t^1)}$$

El sistema es un segundo orden con cero, de modo que existen tres posibilidades para saber si oscilará el sistema o no:

- 1.- SISTEMA SUBAMORTIGUADO: si " $\tau > 0$ " y " $0 < \xi < 1$ ".
- 2.- SOBREPASAMIENTO SIN OSCILACIÓN: si " $\tau > 0$ " y " $\xi > 1$ ".
- 3.- SISTEMA DE FASE NO MÍNIMA: si " $\tau < 0$ ".

La tercera opción queda descartada ya que, como se ha definido antes:

$$\tau = \frac{m^{AIS}Ce^{AIS}R_t^2R_t^1}{R_t^2 + R_t^1}$$

Los valores que pueden adoptar m^{AIS} , Ce^{AIS} , R_t^2 y R_t^1 son siempre positivos, de modo que " $\tau > 0$ " se cumplirá siempre.

Para saber si este sistema es del primer o segundo tipo hay que evaluar:

$$\xi = \frac{1}{2} \times \frac{m^{AIR}Ce^{AIR}[R_t^2 + R_t^1] + m^{AIS}Ce^{AIS}R_t^2}{\sqrt{m^{AIS}Ce^{AIS}m^{AIR}Ce^{AIR}R_t^2R_t^1}}$$

Aplicando valores, que se exponen más adelante, a esas variables: siendo el calor específico del aire, del agua y de los elementos interiores (ladrillo) son muy parecidas ($1012 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $2080 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ y $840 \text{ KJ Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ respectivamente); que para una estancia de 50 m^2 , hay 130 m^3 de aire (densidad 1.2 Kg/m^3), unas 50 toneladas de material interno (muros interiores, muebles, instalaciones, etc.) y 25 toneladas de fluido aislante (agua). Se supondrán las resistencias térmicas intervinientes (R_t^2 y R_t^1) son similares entre sí (0.001 K/W).

En estas condiciones se obtiene que $\xi (= 9.1) > 1$, de modo que resulta ser un sistema con sobrepasamiento **SIN OSCILACIÓN**.

Obteniendo la respuesta del sistema en régimen permanente (considerando tanto el modelo del sistema como el de perturbaciones) podrá verse la respuesta global del mismo. Vamos a considerar una temperatura constante en el exterior (θ_0^{EXT}) y un escalón de calor de valor q_0 ; aplicando la transformada de Laplace estos escalones son divididos por "s":

$$\theta^{AIR}(s) = \frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta^{EXT}(s)} \Bigg|_{q=0} \frac{\theta_0^{EXT}}{s} + \frac{\theta^{AIR}(s)}{q(s)} \Bigg|_{\theta^{EXT}=0} \frac{q_0}{s}$$

Ahora se a aplicar el teorema del valor final para ver su comportamiento en régimen permanente:

$$G(s)_{reg.per} = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s)$$

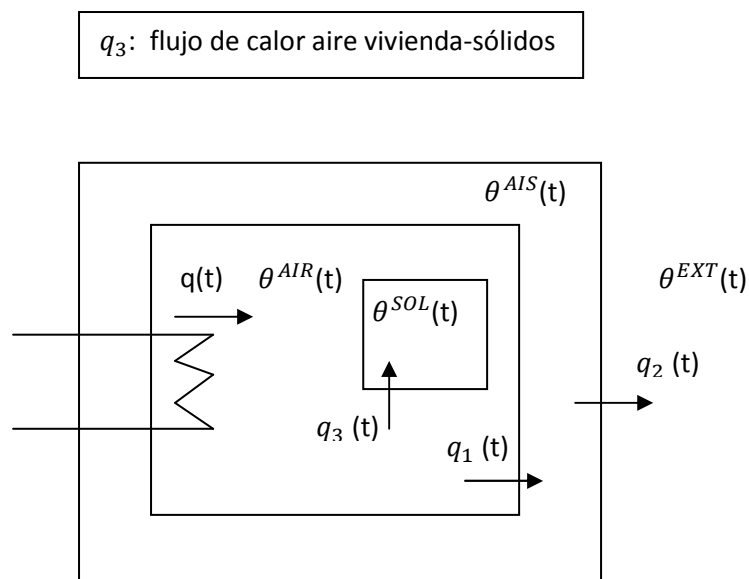
De modo que se obtiene:

$$\theta^{AIR}(s)_{reg.per} = \theta_0^{EXT} + (R_t^2 + R_t^1)q_0$$

De la anterior expresión puede traducirse el siguiente comportamiento del sistema: Tendremos que aplicar un calor q_0 para elevar la temperatura del aire de la vivienda unos grados por encima de la temperatura que haya en el exterior. Cuanto menores sean las resistencias térmicas más calor tendré que aplicar (lógico, ya que al representar la capacidad de transmitir el calor: cuanto menores sean, más calor se perderá).

1.3.-Inclusión de sólidos interiores

Ahora se considerará la existencia de sólidos interiores como podrían ser muebles, tabiques interiores, etc. Estos sólidos interiores captan el aire por convección. Se supondrá que son buenos conductores de calor, por lo que se considerará su temperatura homogénea. Suponiendo que la resistencia térmica, la masa y el calor específico sean: R_t^{SOL} , m^{SOL} y Ce^{SOL} respectivamente, se añaden los sólidos interiores al esquema del sistema:



Primero se dibuja el diagrama de bloques de sistema, reduciéndolo posteriormente con el fin de obtener las funciones de transferencia:

$$\frac{\theta^{AIR}(s)}{q(s)}, \frac{\theta^{AIR}(s)}{\theta^{EXT}(s)} \text{ y } \frac{\theta^{AIS}(s)}{q(s)}$$

Las ecuaciones que describen el comportamiento de este sistema a efectos de transferencia de calor y diferencia de temperaturas son las mismas que antes, solo que ahora hay que añadir algunas más, por tanto el diagrama de bloques será el mismo solo que añadiendo algo más:

$$q(t) - q_1(t) = m^{AIR} C e^{AIR} \frac{d\theta^{AIR}(t)}{dt}$$

$$q_1(t) - q_2(t) = m^{AIS} C e^{AIS} \frac{d\theta^{AIS}(t)}{dt}$$

$$q_3(t) = m^{SOL} C e^{SOL} \frac{d\theta^{SOL}(t)}{dt}$$

$$q_1(t) = \frac{\theta^{AIR}(t) - \theta^{AIS}(t)}{R_t^1}$$

$$q_2(t) = \frac{\theta^{AIS}(t) - \theta^{EXT}(t)}{R_t^2}$$

$$q_3(t) = \frac{\theta^{AIR}(t) - \theta^{SOL}(t)}{R_t^{SOL}}$$

Ahora el aire de la vivienda tiene que calentar por una parte al aislante (paredes) y por otra a los sólidos interiores.

Por otra parte los sólidos interiores se comportan como sumideros, no existe intercambio de calor entre uno y otro, sólo lo absorben.

Aplicando la transformada de Laplace a las anteriores ecuaciones resulta:

$$q(s) - q_1(s) = m^{AIR} C e^{AIR} s \theta^{AIR}(s)$$

$$q_1(s) - q_2(s) = m^{AIS} C e^{AIS} s \theta^{AIS}(s)$$

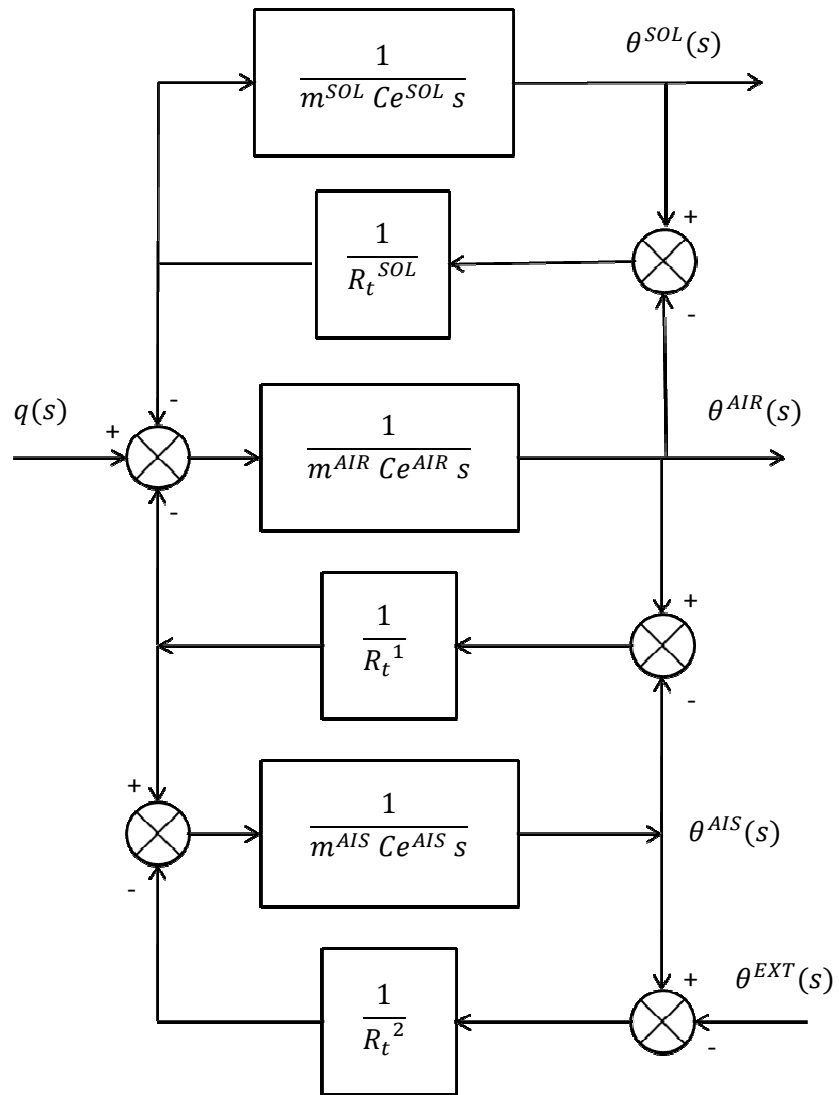
$$q_3(s) = m^{SOL} C e^{SOL} s \theta^{SOL}(s)$$

$$q_1(s) = \frac{\theta^{AIR}(s) - \theta^{AIS}(s)}{R_t^1}$$

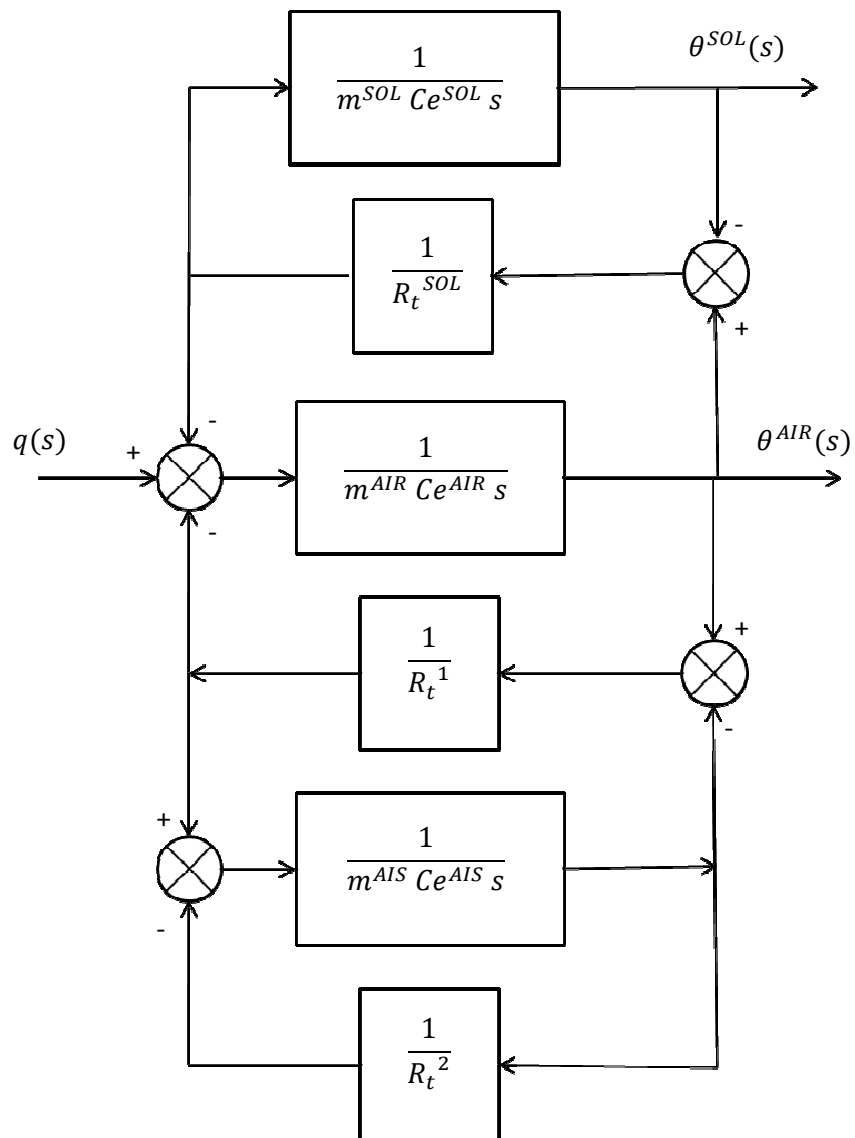
$$q_2(s) = \frac{\theta^{AIS}(s) - \theta^{EXT}(s)}{R_t^2}$$

$$q_3(s) = \frac{\theta^{AIR}(s) - \theta^{SOL}(s)}{R_t^{SOL}}$$

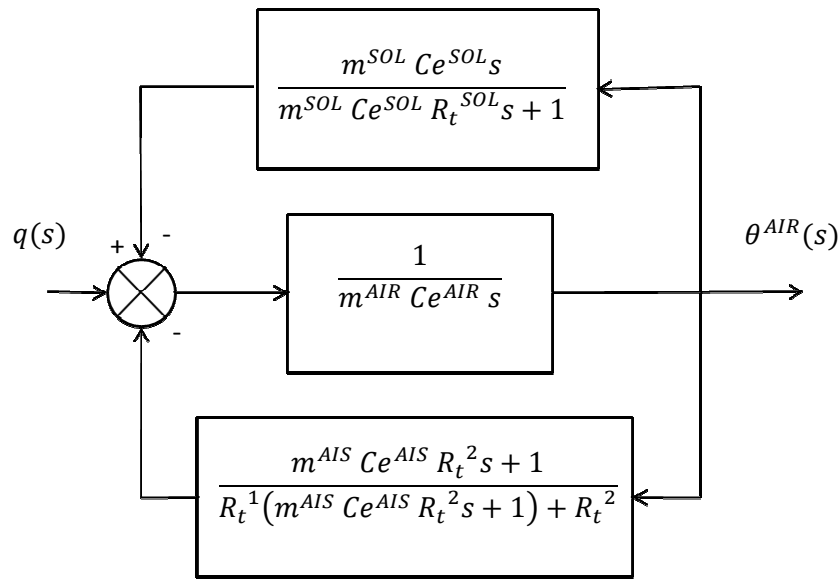
Implementándolas en un diagrama de bloques con entrada $q(s)$ y salida $\theta^{AIR}(s)$, lo cual se consigue modificando el anterior, queda el de antes añadiendo los bloques correspondientes a los sólidos interiores:



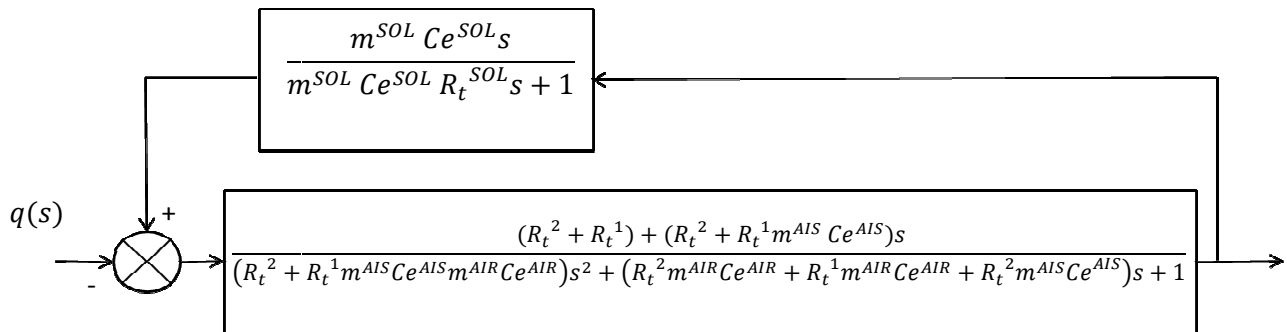
Para obtener $\frac{\theta^{AIS}(s)}{q(s)}$, es decir, la función de transferencia del sistema, debe eliminarse cualquier afección de la entrada $\theta^{EXT}(s)$ de modo que resulta:



Resolviendo las realimentaciones negativas inferiores se obtiene el mismo resultado que antes, y tras resolver la realimentación negativa superior resulta:



Resolviendo la realimentación negativa inferior, queda:



Resolviendo la última realimentación se obtiene la función de transferencia. Se presentan numerador y denominador por separado para mayor claridad y se introducen unas nuevas variables por el mismo motivo: la “capacidad térmica” del aire, aislante y sólidos.

$$\tau^{AIR} = m^{AIR} Ce^{AIR}, \tau^{AIS} = m^{AIS} Ce^{AIS} \text{ y } \tau^{SOL} = m^{SOL} Ce^{SOL}$$

De modo que queda:

$$\frac{\theta^{AIS}(s)}{q(s)} = \frac{NUM(s)}{DEN(s)}$$

$$NUM(s) = (\tau^{SOL} \tau^{AIS} R_t^1 R_t^2 R_t^{SOL}) s^2 + (\tau^{SOL} R_t^1 R_t^{SOL} + \tau^{SOL} R_t^2 R_t^{SOL} + \tau^{AIS} R_t^1 R_t^2) s + R_t^1 + R_t^2$$

$$\begin{aligned} DEN(s) = & (\tau^{SOL} \tau^{AIS} \tau^{AIR} R_t^1 R_t^2 R_t^{SOL}) s^3 \\ & + (\tau^{SOL} \tau^{AIS} R_t^1 R_t^2 + \tau^{SOL} \tau^{AIR} R_t^2 R_t^{SOL} + \tau^{SOL} \tau^{AIR} R_t^1 R_t^{SOL} + \tau^{SOL} \tau^{AIS} R_t^{SOL} R_t^2 \\ & + \tau^{AIR} \tau^{AIS} R_t^1 R_t^2) s^2 \\ & + (\tau^{SOL} R_t^{SOL} + \tau^{SOL} (R_t^1 R_t^2) + \tau^{AIR} R_t^2 + \tau^{AIR} R_t^1 + \tau^{AIS} R_t^2) s + 1 \end{aligned}$$

1.4.-Simulación del sistema con SIMULINK

Se particularizan las expresiones anteriores a un caso real: siendo el calor específico del aire, de los aislantes (se ha tomado el dato del hielo, por ser el aislante natural más conocido) y de los elementos interiores (hormigón) muy parecidos ($1012 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $2080 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ y $840 \text{ KJ Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ respectivamente); para una estancia de 50 m^2 , hay 130 m^3 de aire (densidad 1.2 Kg/m^3), unas 50 toneladas de material interno (muros interiores, muebles, instalaciones, etc.) y 25 toneladas de fluido aislante (como se ha comentado antes: hielo). Se supondrán las resistencias térmicas intervinientes (R_t^2 , R_t^1 y R_t^{SOL}) similares entre sí (0.001 K/W).

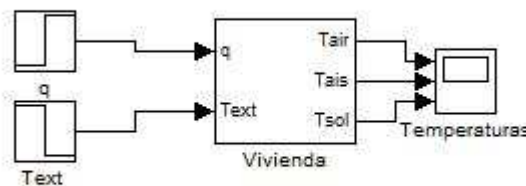
Aplicando estos datos, las capacidades térmicas de los distintos elementos son:

$$CT_{\text{AIR}} = 42 \cdot 10^6 \text{ J/K}$$

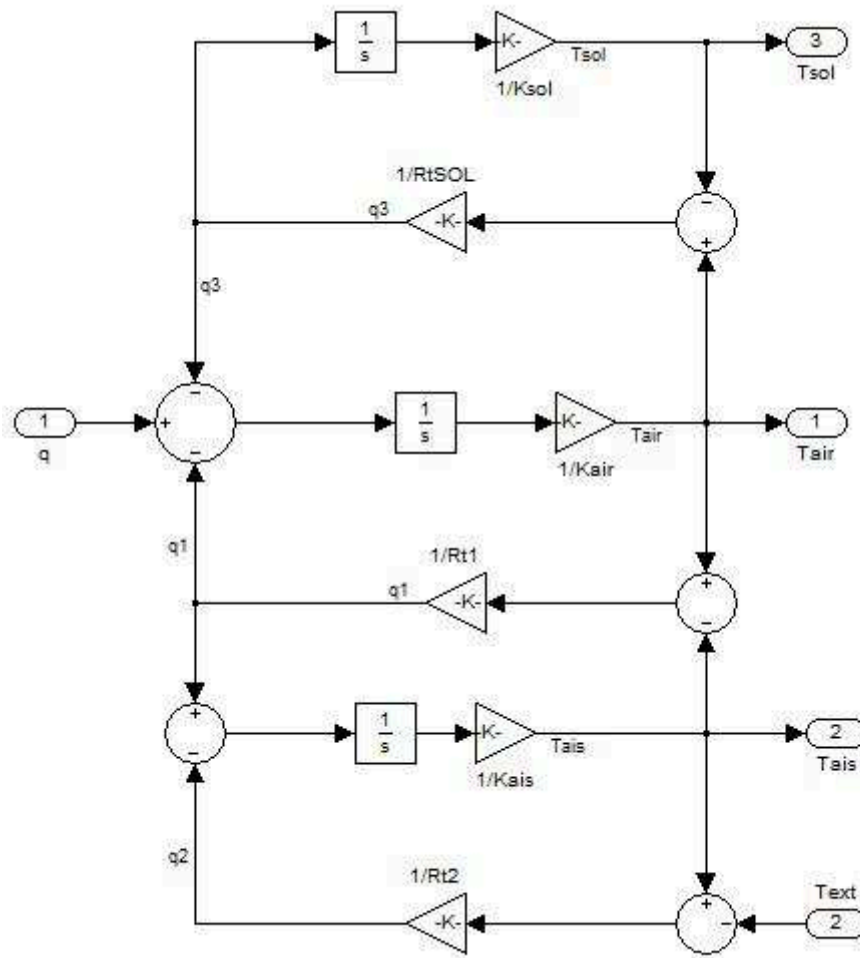
$$CT_{\text{AIS}} = 157872 \text{ J/K}$$

$$CT_{\text{SOL}} = 52 \cdot 10^6 \text{ J/K}$$

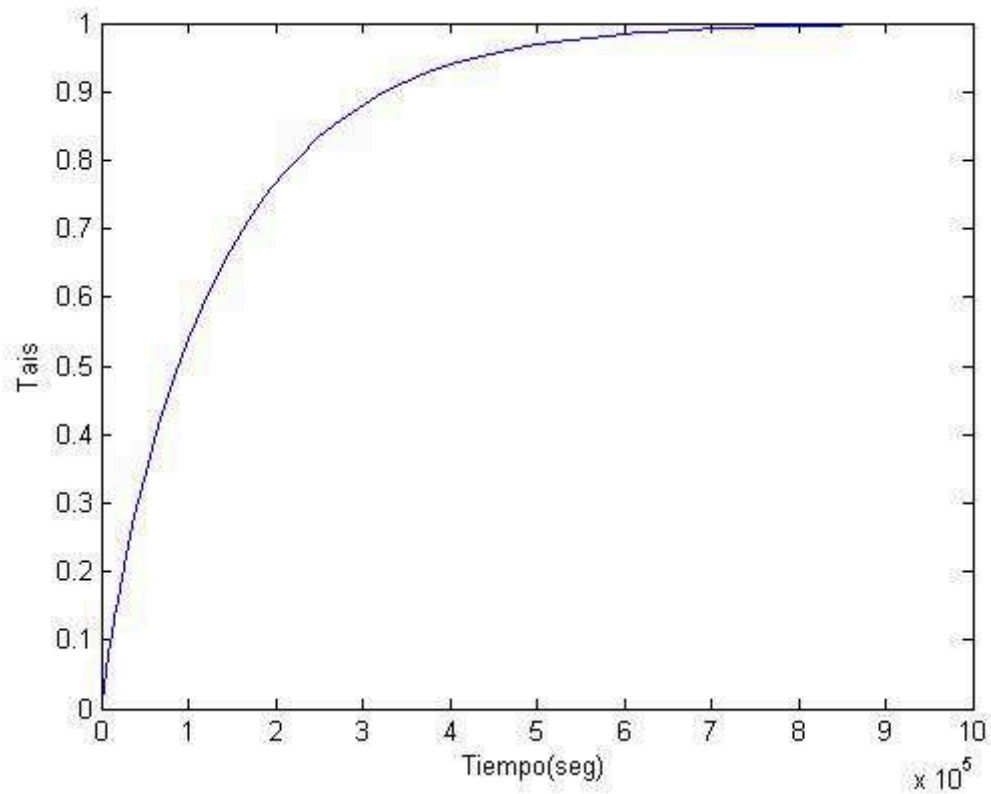
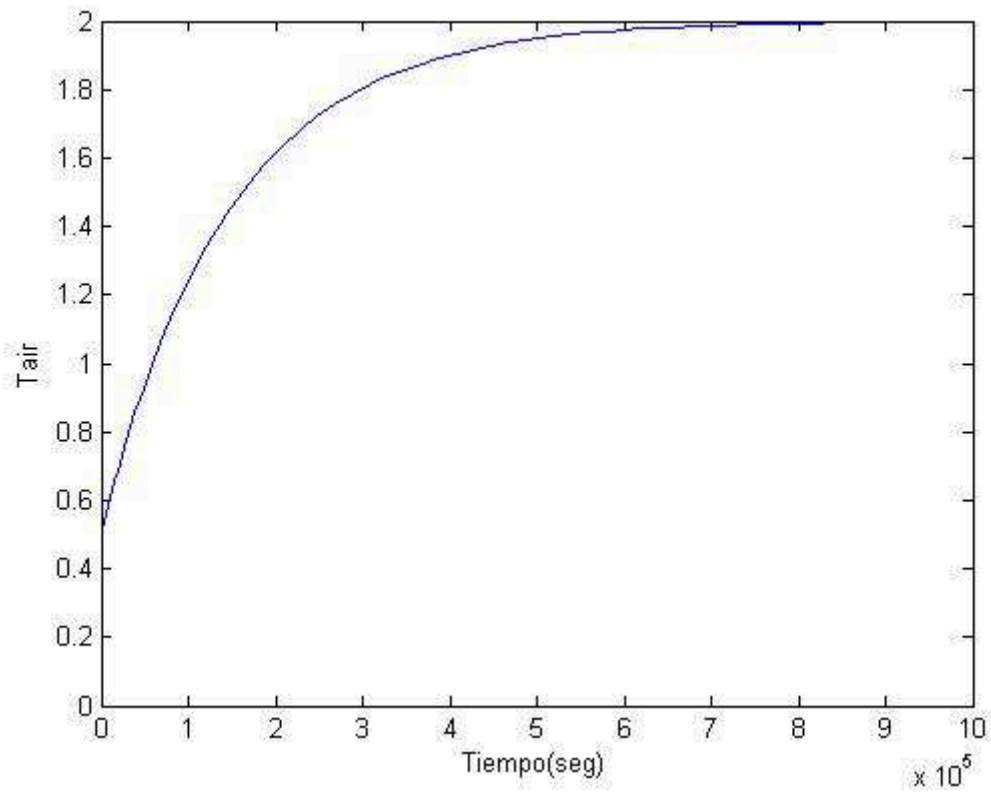
Se parametriza la simulación para 10^9 segundos, usando un escalón de potencia de 1000W . Se observa la respuesta del sistema observando las temperaturas del aire, aislante y los sólidos:

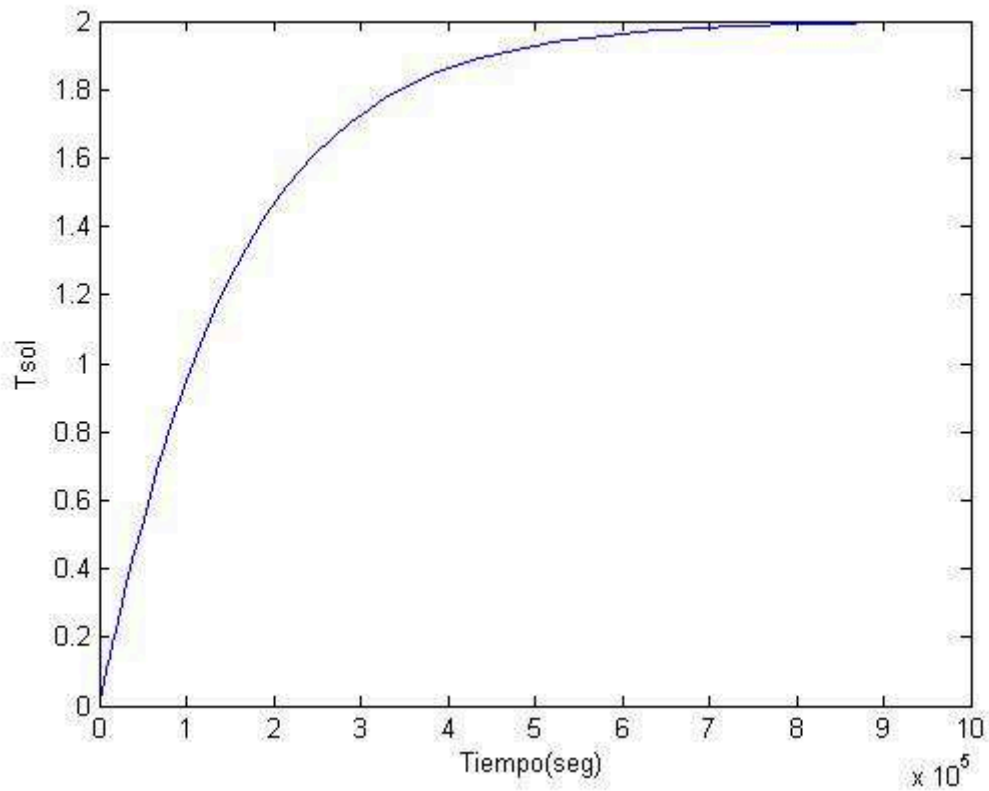


En el subsistema vivienda se corresponde con el último diagrama de bloques elaborado:

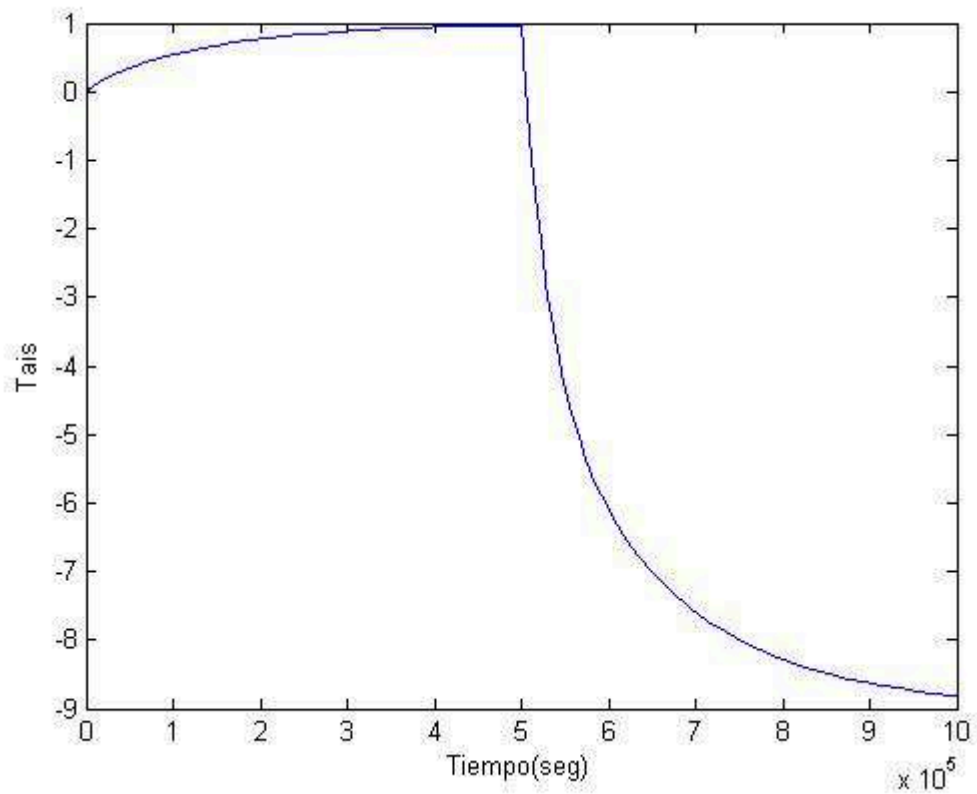
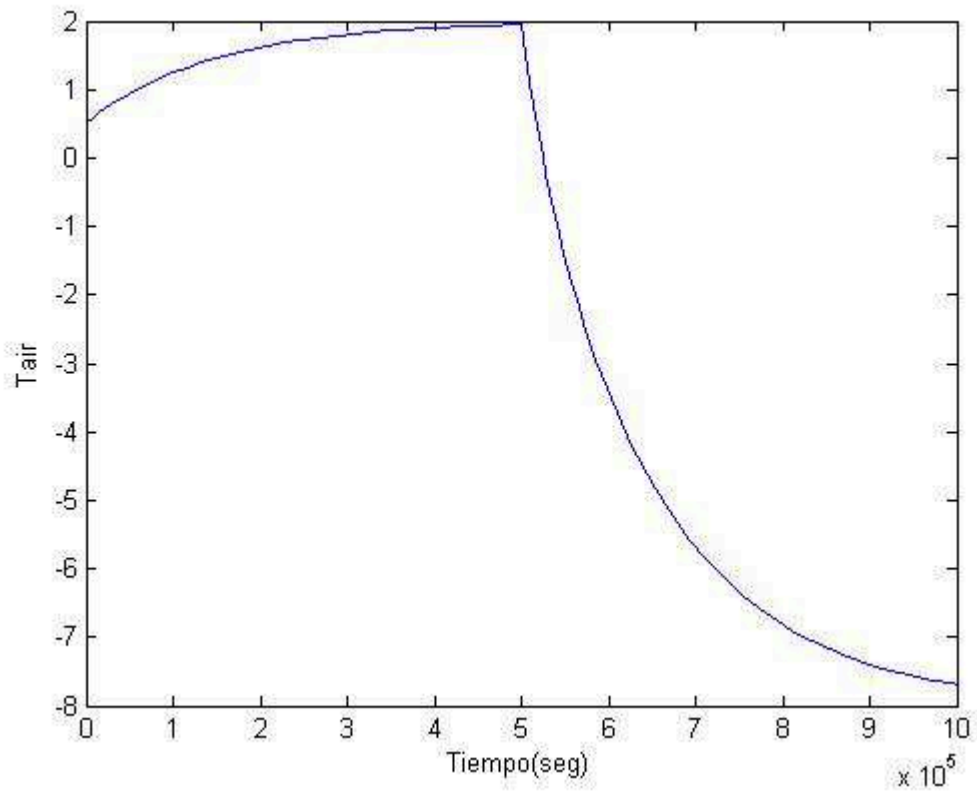


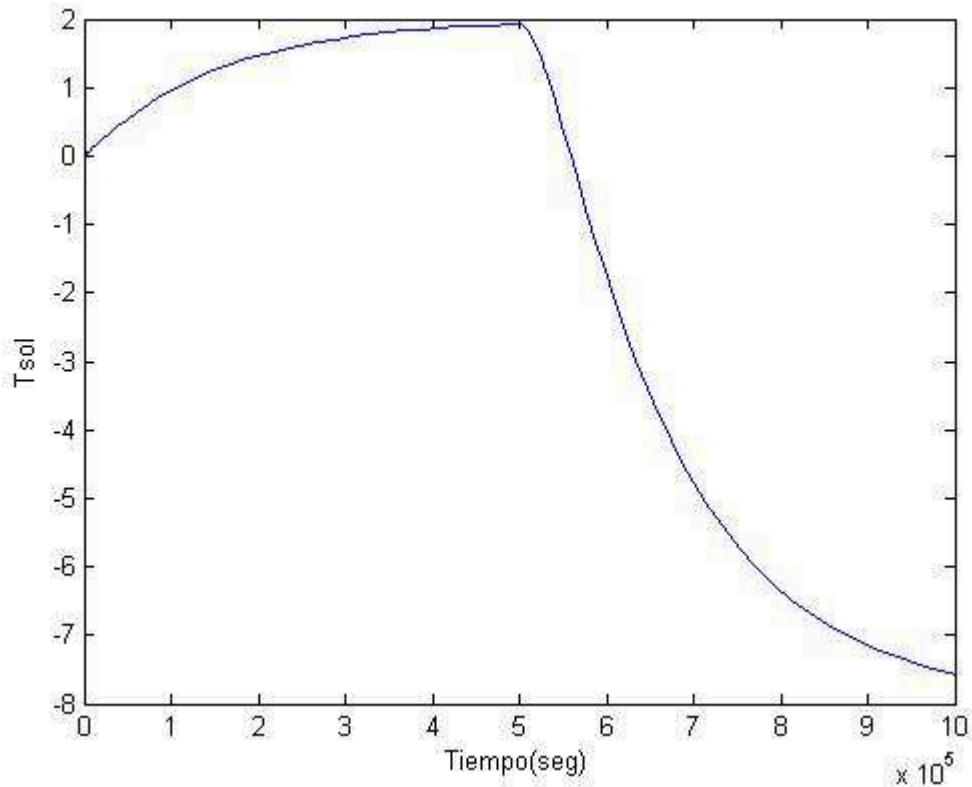
Aplicando los datos anteriores y suponiendo que la temperatura exterior es inicialmente nula (cero grados) se observan simultáneamente las formas de las tres temperaturas:





Se introduce una modificación brusca de la temperatura externa, por ejemplo de $-10\text{ }^\circ\text{C}$ en $t=5 \cdot 10^5$ segundos (tiempo en que las temperaturas han alcanzado el régimen permanente).





Como puede apreciarse el sistema sigue comportándose como se ha visto con su función de transferencia global. Para esos 1000W de aporte de energía el sistema es capaz de subir 2°C POR ENCIMA DE LA TEMPERATURA EXTERNA, como inicialmente se supuso cero, la temperatura en régimen permanente era de 2°C. Cuando se ha introducido una temperatura externa de -10°C el escalón de 1000W sube a partir de esa temperatura 2°C por lo que el valor en régimen permanente de la temperatura del aire de la vivienda es de -8°C.

$$\theta^{AIR}(s)_{reg.per} = \theta_0^{EXT} + (R_t^2 + R_t^1)q_0$$

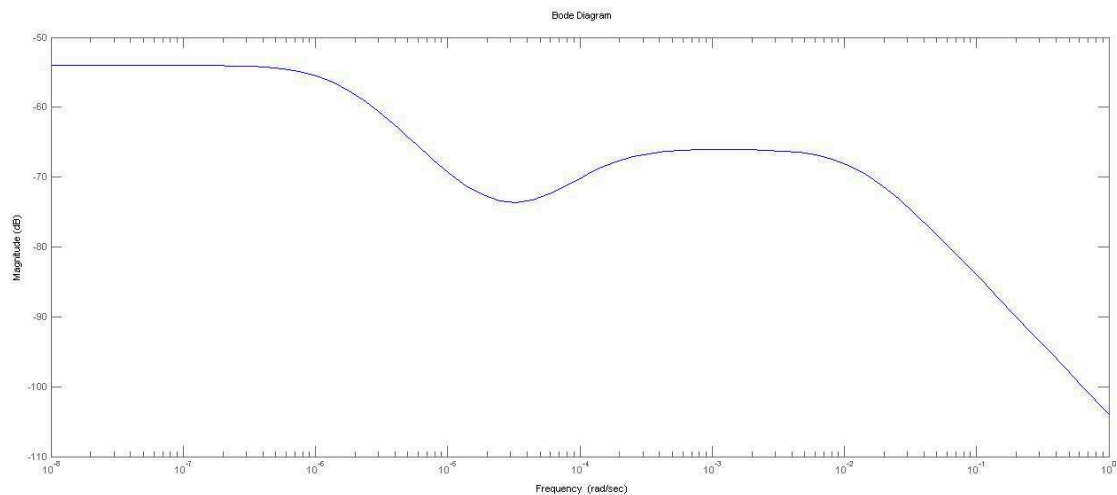
Para el sistema vivienda, y en adelante para el resto, se procede a crear una máscara que permita al usuario modificar de manera rápida, sin tener que entrar al diagrama de bloques, los valores significativos del mismo.

Esta máscara permite que, al hacer doble clic sobre el subsistema vivienda, aparezca un display que permita modificar los valores más significativos del mismo como son en este caso: masa de sólidos interiores, aire y aislante; y el valor de las resistencias térmicas que intervienen.

1.5.-Análisis frecuencial

Un sistema térmico puede estudiarse desde el punto de vista de la teoría de sistemas analizando su respuesta frecuencial. Este análisis ayuda a comprender el comportamiento del sistema basándose en métodos gráficos. En este caso se usará el diagrama de Bode que obtendrá en Matlab introduciendo la f.d.t. del sistema.

El resultado que arroje el estudio debería ser que el sistema se comporta como un Filtro de Paso Bajo. Aunque observando la función de transferencia se aprecia que el sistema tendrá: 3 polos y 2 ceros (como puede apreciarse en la siguiente figura); realmente sólo será significativo el primero de ellos, la primera caída de -20dB/década como si el sistema se tratase de un primer orden.



Esta conclusión se obtiene analizando el comportamiento de un sistema térmico básico como puede ser la vivienda del estudio. Sin acción alguna sobre la temperatura de la estancia, ésta se mantendrá próxima a la que haya en el exterior. En caso de variar la temperatura del exterior, la de la habitación variará también, aunque en menor medida y siempre tardando algo de tiempo (la temperatura en la habitación no variará en el mismo instante en que lo haga la del exterior).

Esto se traduce en un comportamiento como filtro de paso bajo, en que la temperatura de la habitación será la temperatura media del exterior, y al cual las variaciones rápidas de temperatura no le afectarán prácticamente nada (o sea: cuanto mayor sea la frecuencia menos afección tendrá en el sistema).

Analizando la temperatura exterior, se verá cual puede ser su comportamiento como onda. Para empezar: tendrá un valor medio. Este valor medio es la temperatura que hará más o menos todo el día, aunque de madrugada y por la mañana sea unos

grados más baja y en horas punta como al medio día y primeras horas de la tarde algo más alta. Precisamente esta pequeña variación de temperatura a lo largo del día podría interpretarse como la “carga armónica de temperatura” que se suma al nivel medio de la misma (obviamente el periodo de esa onda será de un día).

Primero se va a obtener la frecuencia de corte del primer polo del sistema cuya salida es la temperatura del aire (que es realmente la relevante).

Si se observa el tiempo de respuesta (tiempo que tarda el sistema en alcanzar su valor de régimen permanente) se puede observar que se aproxima bastante a: $t=10^6$ segundos, aproximadamente 4 días.

La frecuencia de corte o de transición más baja (la que se busca) será la inversa de la constante de tiempo del sistema, que aproximaremos a un tercio del tiempo de respuesta.

De ese modo nos queda que la constante de tiempo del sistema es de aproximadamente 4 días y que por tanto la frecuencia de corte más baja será:

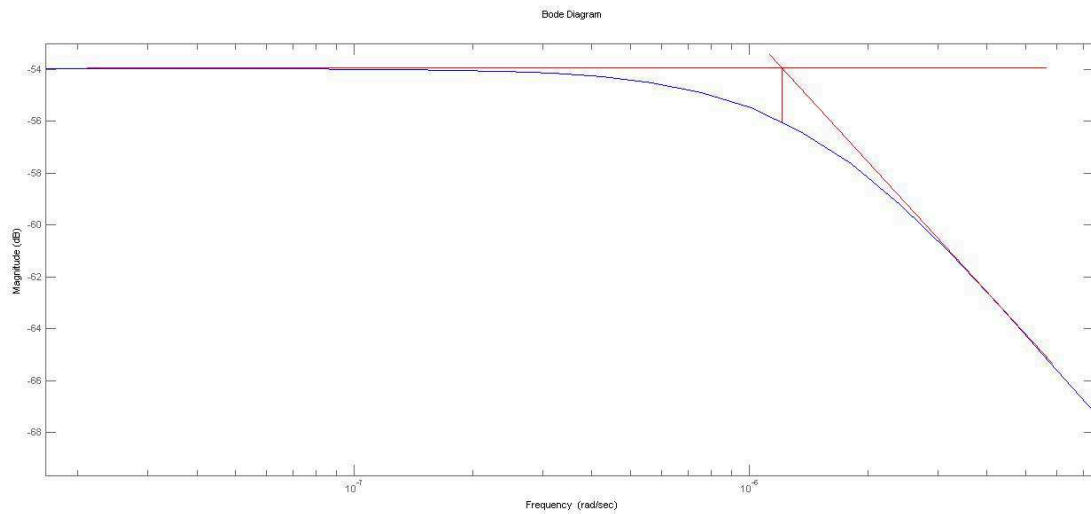
$$f.c.= 3 \times 10^{-6} \text{ rad/seg.}$$

La obtención experimental de esa frecuencia de corte se realiza representando el diagrama de módulos de bode y localizando la frecuencia a la que se cortan las asíntotas de: 0dB/década y la de la primera caída de -20dB/década.

Obteniendo el diagrama de módulos mediante Matlab y la frecuencia de corte mediante el método anterior vemos que esta frecuencia es aproximadamente:

$$f.c.=1.2 \times 10^{-6} \text{ rad/seg.}$$

Resultado que se aproxima mucho a la estimación anterior como puede apreciarse en la siguiente figura.

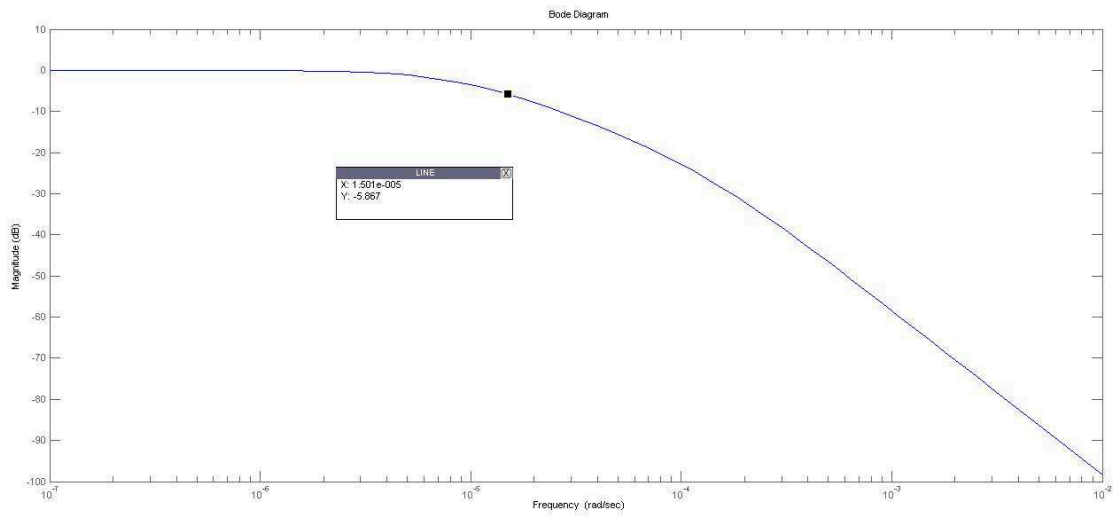


A la hora de analizar el comportamiento del sistema frente a la temperatura exterior se empleará el diagrama de Bode del modelo de perturbaciones. Como se ha comentado antes se debería obtener un comportamiento acorde a un Filtro de Paso Bajo.

Para ello se aplican datos a la “onda de temperatura exterior”: se supondrá una perturbación cíclica aproximadamente senoidal y de periodo 1 día. Su amplitud entorno a un valor medio de 10°C tiene una amplitud cíclica en torno $\pm 5^{\circ}\text{C}$.

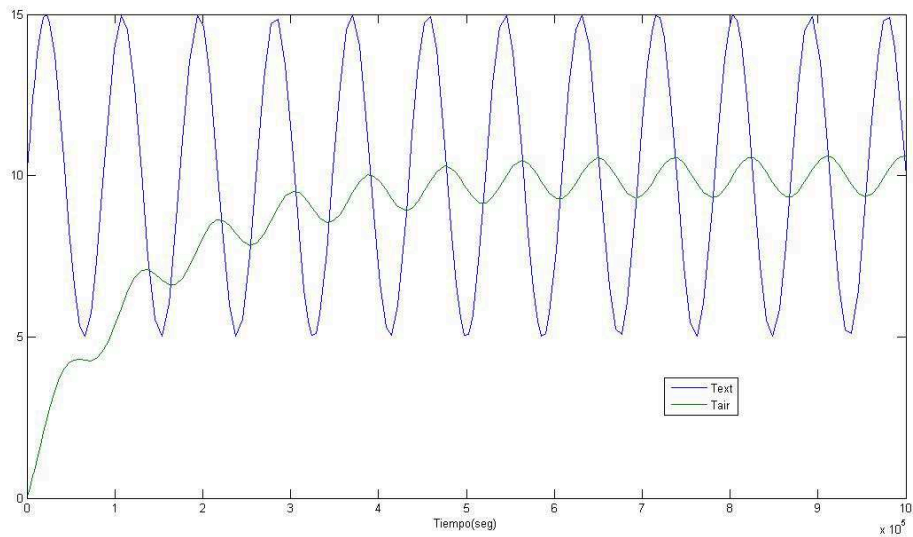
El nivel medio pasa directamente a la respuesta, mientras que la perturbación de primer armónico, frecuencia correspondiente a un día ($f= 1,15\text{e-}5$ Hz) y amplitud $\pm 5^{\circ}\text{C}$ al ser de frecuencia menor a la de corte, ya estará en la zona de atenuación de modo que su afección a la temperatura de la habitación se ve bastante mitigada.

Observando el diagrama de módulos en la frecuencia de la perturbación de primer armónico vemos que éste se reduce en torno a 4 veces su valor, de modo que en el caso del ejemplo se dará una variación de $\pm 5^{\circ}\text{C}$ sobre los 10°C de valor medio en la habitación (obviamente el resto de armónicos al ser de frecuencia todavía mayor tendrán prácticamente afección nula).



Este resultado se corresponde con la hipótesis de partida: comportamiento del sistema como Filtro de Paso Bajo.

Si sólo se tiene en cuenta la afección de la Temperatura exterior (es decir: se elimina la entrada de calor "q") se verá cómo apenas varía la temperatura del aire con la magnitud de la del exterior.



2.-Elementos de calefactado: dimensionamiento y control.

2.1.-Caldera.

La caldera es un subsistema que encabeza el sistema global de calefactado. El usuario elige la temperatura del agua, lo que se denominará temperatura de referencia (o deseada) del agua de los radiadores ($\theta_{refAGUA}$). El sistema caldera se gestiona mediante un control proporcional, con una realimentación que “entra” o no dependiendo del valor de la variable ENABLE que sale del termostato. Este control se implementa mediante simples interruptores, que estarán cerrados con el ON y abiertos con el OFF de esa señal.

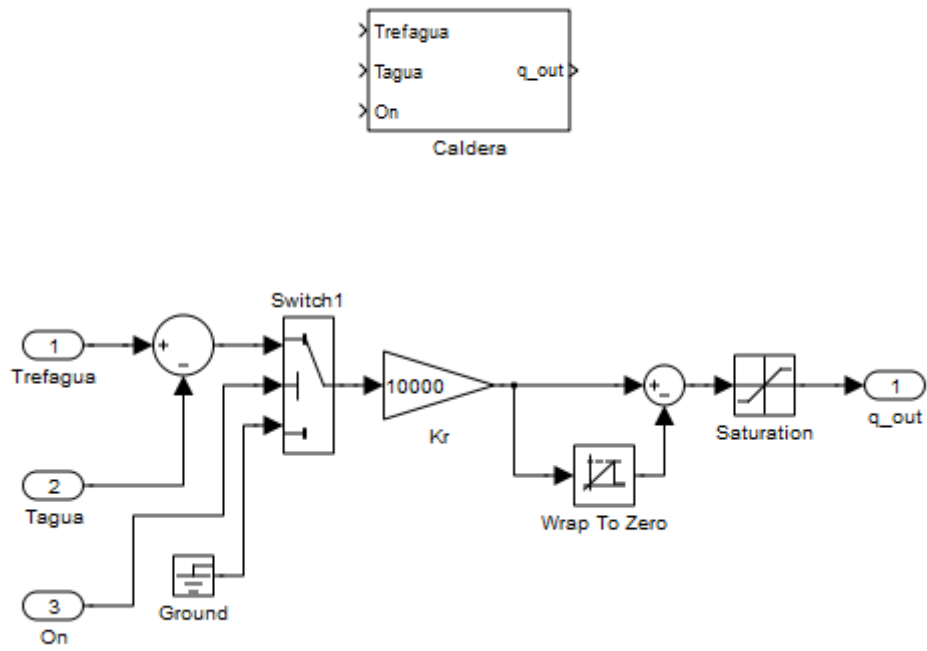
Se ha tomado como valor de la potencia de la caldera uno típico en el mercado: 26.1 kw (datos obtenidos de catálogo FAGOR modelo FEE-26TC, véase el ANEXO_3). Para que ese valor se alcance, y se pueda calentar el agua a la temperatura referencia en régimen permanente, se tiene que dar un valor a la ganancia del regulador (de la caldera) muy elevado (10000 en este caso).

También es necesario implementar las limitaciones físicas de potencia de la caldera, tanto el límite superior como el inferior. El límite superior es, obviamente, el de la potencia máxima de la misma (26.1 kw) que es fácil de implementar mediante una saturación. El inferior está relacionado con la mínima llama que puede aportar la caldera, influyen aspectos físicos como pueden ser el caudal de los tubos que alimentan el quemador y las dimensiones del mismo. La manera de implementar esta limitación es añadir un elemento que haga que la acción de salida (potencia calórica) sea nula hasta que ésta deba alcanzar un valor que coincide con el mínimo que puede aportar realmente (para el modelo escogido: 7.2w).

Por último debe incluirse un retardo temporal. En este caso se trata del tiempo que le cuesta a la potencia calórica aportada por la caldera llegar a él conjunto de radiadores. Por tanto se incluyen en el mismo el tiempo que tarda la llama en calentar el agua y lo que tarda el agua ya caliente en llegar a los radiadores. Como tiempo medio se ha escogido medio minuto. Por tanto entre el subsistema caldera y el subsistema radiadores se añadirá el correspondiente retardo de 30 segundos. Este retardo se colocará entre ambos subsistemas.

Más tarde se interconectarán los subsistemas para dar lugar a la instalación completa.

De este modo el subsistema caldera será el siguiente:



2.2.-Circuito hidráulico.

De nuevo se procede a modelar otro elemento del sistema para tener una aproximación lo más fiel posible al sistema real.

En este caso se modela el sistema de radiadores. El calor que se aporta al aire de la estancia, viene de los radiadores que actúan realmente como convectores. Por tanto tendrá que ampliarse de nuevo el sistema vivienda añadiendo estos elementos, que por convección calientan el aire de la estancia, etc.

Como realmente también se da cierta radiación en la transferencia de calor de los radiadores, la ecuación que describe este proceso contiene tanto el factor de radiación como el de convección:

$$q = a \cdot A^{RAD} \cdot (\theta^{AGUA} - \theta^{AIR}) + ar \cdot A^{RAD} \cdot (\theta^{AGUA} - \theta^{AIR})$$

$$q = (a + ar) \cdot A^{RAD} \cdot (\theta^{AGUA} - \theta^{AIR})$$

a: coeficiente de convección
 ar: coeficiente de radiación
 A^{RAD} : área del radiador en contacto con el

De las expresiones anteriores se pueden extraer las resistencias térmicas correspondientes: Resistencia térmica por convección ($R_{t\ conv}$) y por radiación ($R_{t\ rad}$) cuya suma nos dará la resistencia térmica (total) de los radiadores:

$$R_t^{RAD} = R_{t\ conv} + R_{t\ rad} = \frac{1}{a \cdot A^{RAD}} + \frac{1}{ar \cdot A^{RAD}}$$

El valor de esta resistencia térmica varía según el modelo de radiador y el fabricante, se ha tomado del catálogo de Dubal-Roca el tipo Dubal 70 (ver ANEXO_2) que aporta 138.5 vatios por elemento.

Suponiendo unos 12 elementos por radiador se obtiene que el aporte energético por radiador es de 1656 vatios. La expresión del aporte energético es la siguiente:

$$q = \frac{\Delta T}{R_t}$$

q : Aporte energético
 ΔT : Diferencia de temperatura (agua-aire).
 R_t : Resistencia térmica total de un radiador.

Teniendo en cuenta que los datos facilitados en el catálogo se dan para una diferencia de temperatura de 50°C podemos despejar la resistencia térmica total de un radiador:

$$q = \frac{\Delta T}{R_t} \longrightarrow R_t = \frac{\Delta T}{q} = \frac{50}{1656} = 0.03 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{w}$$

Para que la instalación de radiadores tenga una capacidad considerable de disipar la potencia calórica debe haber un número elevado de ellos. Si, como se ha comentado antes, cada radiador tiene una capacidad de disipar 1656 vatios, suponiendo el dato anterior de 50°C, por ejemplo: para una instalación capaz de disipar al menos 16 kw necesitaremos unos 10 radiadores.

La resistencia térmica total del conjunto de los radiadores será la suma de esos 0.03°C/w por cada radiador, en este caso se trataría de 0.3 °C/w.

Ahora también hay que tener en cuenta la existencia de retardos en el sistema. Transcurre cierto tiempo desde que el agua caliente que fluye por los radiadores comienza a calentar la vivienda. Hay que recordar que el aire de la estancia no es un fluido bien agitado y que lleva cierto tiempo, podría considerarse una media de 1 minuto. De modo que se añadirá un retardo de 60 segundos al calor que traspasa el conjunto de radiadores a la vivienda. Al igual que en el caso anterior, el retardo se colocará entre los dos subsistemas.

Como se ha supuesto que los radiadores son buenos conductores, se incluirá la masa de los mismos en la masa del agua que interviene en esta ecuación.

Las nuevas ecuaciones serán por tanto:

$$q_5(t) - q_4(t) = (m^{AGUA} + m^{RAD}) C e^{AGUA} \frac{d\theta^{AGUA}(t)}{dt}$$

$$q_4(t) = \frac{\theta^{AGUA}(t) - \theta^{AIR}(t)}{R_{t\ TOTAL}^{RAD}}$$

q_5 : calor emitido por el quemador de la caldera

q_4 : calor transmitido por los radiadores al aire

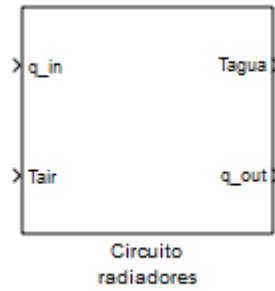
$R_{t\ TOTAL}^{RAD}$: suma de las resistencias térmicas de TODOS los radiadores

Aplicando la transformada de Laplace resulta:

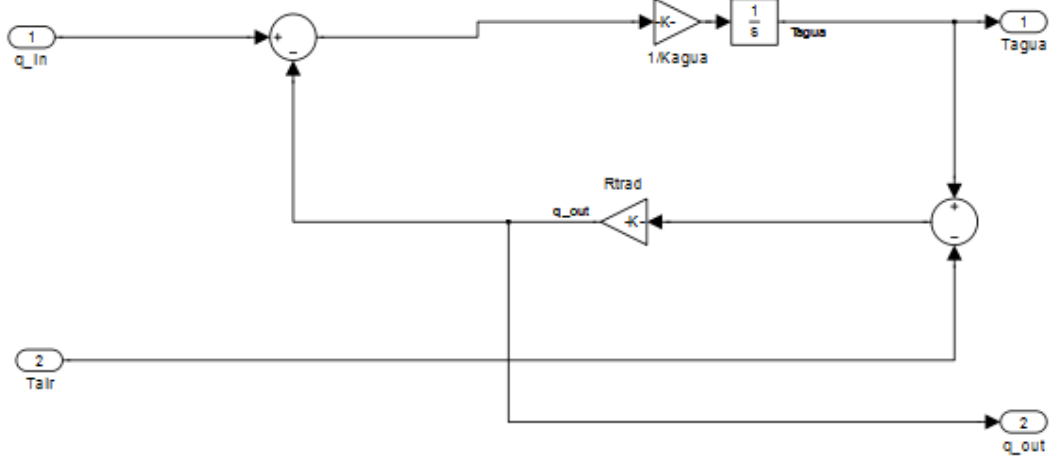
$$q_5(s) - q_4(s) = (m^{AGUA} + m^{RAD}) C e^{AGUA} \theta^{AGUA}(s)$$

$$q_4(s) = \frac{\theta^{AGUA}(s) - \theta^{AIR}(s)}{R_{t\ TOTAL}^{RAD}}$$

Por tanto ahora, como puede apreciarse en el montaje de Simulink, el subsistema radiadores queda del siguiente modo:



Los bloques que forman ese subsistema son los siguientes:



También se ha incluido en este subsistema una interfaz de usuario, una máscara que permite seleccionar la masa resultante de sumar el agua y el metal de los radiadores y la resistencia térmica total de los mismos.

Como valores por defecto se han definido los siguientes: masa de los radiadores:

$$m^{RAD} = 1,5 \frac{Kg}{radiador} \times 10 \text{ radiadores} = 15 \text{ Kg.}$$

Volumen, y por tanto la masa, del agua puede obtenerse con la fórmula empírica para instalaciones térmicas: DIN4751

$$V_{agua}(\text{litros}) = 1.2 \times P_{caldera}(\text{kcal}) \times \frac{1}{1000}$$

Como un litro de agua equivale aproximadamente a un kilo, y suponiendo una caldera de 26.1kw (es decir unas 22446 Kcal) obtenemos la masa de agua:

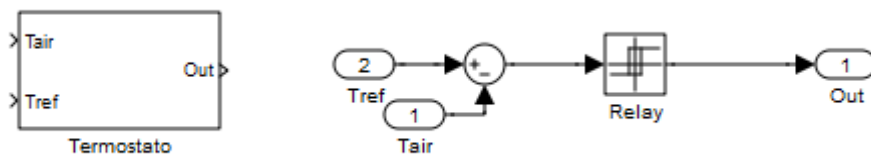
$$m^{AGUA} = 1.2 \times 22446 \times \frac{1}{1000} = 26.9 \cong 27$$

Por último se toma como calor específico del agua de los radiadores el de el agua en estado líquido a un temperatura alta: $Ce^{AGUA}=4200 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

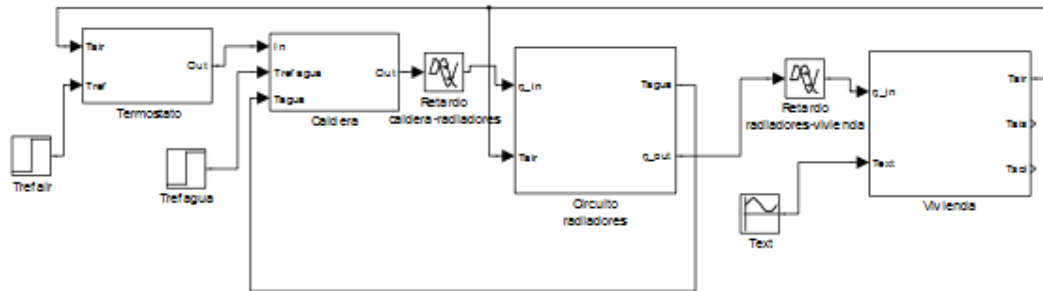
2.3.-Control termostático.

Otro subsistema es el del termostato. Sus entradas serán la temperatura “real” del aire en la estancia y la temperatura deseada, la de referencia que el usuario definirá. Se compondrá de una histéresis de modo que cuando la temperatura caiga por debajo del mínimo establecido, el termostato mandará la señal de ON a la caldera, y cuando lo supere le mandará la señal de OFF.

El subsistema quedará del siguiente modo:



Finalmente, al unir todos estos sistemas a la vivienda, queda el siguiente diagrama de bloques para realizar las simulaciones:



3.- Evaluación Confort/Gasto energético.

A lo largo de este apartado se van a realizar distintas simulaciones para estudiar la relación confort y gasto energético en el sistema. Para ello se va a emplear un índice de confort o índice de calidad del sistema de calefacción.

Existen muchos, el índice PMV de Fanger es el más usado. El valor del índice de confort térmico PMV, que es una estimación del promedio esperado de un conjunto de factores de evaluación para un determinado entorno térmico, se calcula a través del método desarrollado por Fanger (1972). Establece un modelo de correlación entre la percepción humana subjetiva, expresada a través del confort evaluado en un escala que varía de -3 (muy frío) a +3 (muy caliente), y la diferencia entre el calor generado y el calor liberado por el cuerpo humano, que corresponde a la siguiente ecuación:

$$PMV = (0.303 \times e^{-2.100 \times M} + 0.028) \times [(M - W) - H - E_c - C_{res} - E_{res}]$$

Donde los diferentes términos representan, respectivamente:

M - la tasa metabólica, en vatios por metro cuadrado (W/m^2);

W - la potencia mecánica eficaz, en vatios por metro cuadrado (W/m^2);

H - las pérdidas de calor sensible;

E_c - el intercambio de calor por evaporación en la piel;

C_{res} - intercambio de calor por convección en la respiración;

E_{res} - el intercambio de calor por evaporación en la respiración.

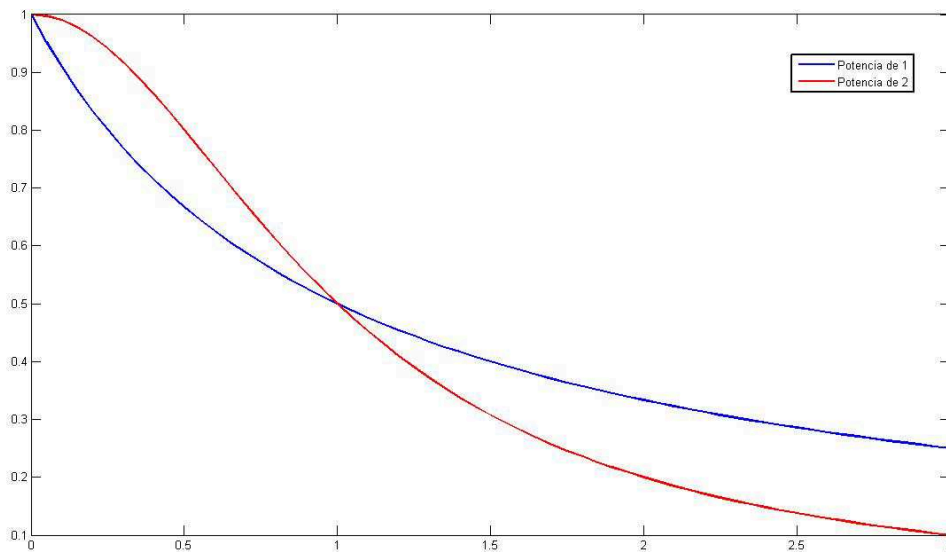
En este caso se va a definir uno que mida el confort en la vivienda basado únicamente en la temperatura de la misma ya que es el parámetro que se controla en la simulación (se obviarán por tanto otros aspectos psicométricos: de humedad, etc.). Para la elaboración del mismo se va a ponderar el valor de pico a pico o varianza (T_{pp}), desviación del valor medio respecto de la consigna o referencia ($T_{REF}^{AIR} - T_{MEDIA}^{AIR}$) y el periodo ON-OFF de la caldera (*Periodo*). Todos estos medidos en régimen permanente.

Se debe definir un coeficiente para cada factor, de manera que queden ponderados y se cumpla que en condiciones ideales el “índice de confort” sea igual a la unidad. Se procede a configurar el sumando correspondiente a cada factor para que se cumpla dicha condición.

Como idealmente: " $T_{pp} = 0$ " ya que interesa un valor de temperatura constante e igual a la referencia, el valor del sumando debe ser el de su coeficiente de ponderación, en este caso se llamará " C_1 ", cuando éste sea nulo. Por tanto debe ir en el denominador con un 1 sumando:

$$C_1 \times \frac{1}{(1 + T_{pp}^n)}$$

" T_{pp} " podría elevarse a la potencia de 1 o al cuadrado en principio, la siguiente figura muestra la evolución del segundo término $\frac{1}{(1+T_{pp}^n)}$ para ambas opciones:



Como puede apreciarse, si se eleva al cuadrado, la función permanece más en la unidad para valores bajos de " T_{pp} ". Además tiende a cero con más velocidad, de manera que lo mejor es usar la expresión al cuadrado:

$$C_1 \times \frac{1}{(1 + T_{pp}^2)}$$

La condición de idealidad para el caso de la desviación del valor medio respecto de la consigna o referencia es que ésta sea nula, ya que se desea que la temperatura del aire coincida con la deseada (con la se ha marcado como referencia). El valor del sumando debe ser el de su coeficiente de ponderación, en este caso se llamará " C_2 ", cuando éste sea nulo. En este caso se presenta la misma disyuntiva que en el anterior, y lo mejor vuelve a ser la opción de elevar al cuadrado, por las mismas razones que antes además de porque en este caso se evita un posible signo menos en la diferencia de temperatura. Por tanto quedaría:

$$\frac{C_2}{(1 + [T^{AIR}_{REF} - T^{AIR}_{MEDIA}]^2)}$$

Para el factor periodo ON-OFF de la caldera, lo deseable es que sea lo mayor posible. La manera de configurar el sumando es colocar una exponencial que se aproxime a la unidad cuando el periodo se aproxime al valor que se considere ideal. Se supondrá que con un periodo de dos horas, el efecto del periodo ON-OFF es prácticamente imperceptible. Se ha calculado el sumando para que la exponencial tenga un valor de 0.05 cuando el periodo es de 2 horas. Por tanto queda:

$$C_3 \times (1 - e^{-\frac{3 \times Periodo}{7200}})$$

Los valores de esos coeficientes de ponderación podrían ser los siguientes:

$$C_1 = C_2 = 0.4, C_3 = 0.2$$

La razón de este reparto es que la frecuencia (o periodo) del ciclo ON-OFF no es tan influyente en el confort térmico del usuario como pudiera ser una cuestión de la temperatura en el ambiente, que se ha considerado de igual peso para el caso del valor pico a pico y desviación del valor medio respecto de la diferencia.

Por tanto, en definitiva, el IC que se usará es:

$$IC = \frac{C_1}{(1 + T_{pp}^2)} + \frac{C_2}{(1 + [T^{AIR}_{REF} - T^{AIR}_{MEDIA}]^2)} + C_3 \times (1 - e^{-\frac{3 \times Periodo}{7200}})$$

A través de los distintos apartados de este punto se pretende analizar distintas situaciones para evaluar el confort en relación con el gasto energético en el sistema simulado valorando los resultados a través del índice de confort obtenido anteriormente. Se simularán situaciones de distintos dimensionado del sistema probando combinaciones de: distintos valores de potencia de la caldera, calidad de los aislantes de la vivienda, número de radiadores, distintos tipos de control para la regulación de la temperatura del agua de los mismos, etc. así como mal uso de la instalación como selección de la temperatura del agua de los radiadores, selección del ciclo de histéresis del termostato (en caso de que exista), etc. y por último se tendrán en cuenta distintos factores ajenos al control del sistema como temperatura en el exterior, acción del viento, etc.

Suponiendo las peores condiciones anteriormente mencionadas se puede llegar a dimensionar de manera correcta el sistema, como se verá más adelante.

Para conocer la potencia entregada por la caldera, dato que será útil en adelante, se colocará un integrador con un display a la salida de la misma, de manera que se realizará una integración de 500000 segundos, desde el encendido de la caldera hasta el final de la simulación. Para observar las señales se usaran los bloques “scope” a modo de osciloscopio.

3.1.- Influencia de la potencia de la caldera y número de radiadores.

Para que una instalación de calefacción esté bien dimensionada, debe cumplirse que a potencia que sea capaz de suministrar la caldera coincida con la que el conjunto de radiadores sea capaz de transferir a la estancia.

En caso de que la potencia que pudiese disipar el conjunto de radiadores fuese inferior a la potencia de la caldera, se estaría desperdiciando parte de la potencia de la misma ya que estaría entregando una cantidad de energía por debajo de la que es capaz de suministrar, por tanto habría cierto derroche energético y además se hubiese gastado más dinero en la inversión inicial al comprar una caldera de una potencia que no se aprovecha (obviamente el precio de las calderas aumenta con la potencia de las mismas).

En caso de que los radiadores sean capaces de transferir una potencia mayor a la que la caldera es capaz de suministrar: la instalación de radiadores estará sobredimensionada ya que no obtendremos más potencia por tener mayor número de radiadores (elementos). Se habrá invertido dinero en exceso en radiadores innecesarios, aunque hay que tener en cuenta que con un número de radiadores “excesivos” se consigue una temperatura mucho más centrada en los límites del termostato, sin tantos sobrepasamientos respecto a los mismos como con un sistema bien dimensionado.

Se procede a ver las consecuencias de tener una relación: adecuada o desequilibrada (de las dos maneras expuestas anteriormente) en cuanto a la potencia de la caldera y la que es capaz de suministrar el conjunto de radiadores. Se tomará el mismo dato de potencia de la caldera para todos los casos (26,1 kw FAGOR modelo FEE-26TC) variando sólo el número de radiadores (y por tanto la potencia que son capaces de transmitir a la vivienda).

Se supone inicialmente el caso en que el sistema está bien dimensionado. Como se expuso en puntos anteriores: cada radiador tiene una capacidad de disipar 1656 vatios, suponiendo el dato anterior de 50°C, por tanto: para una instalación capaz de disipar al menos 26 kw necesitaremos:

$$N^{\circ}Radiadores = \frac{P_{cal}}{\frac{Pot\ disipada}{radiador}} = \frac{26000}{1656} = 15.7 \cong 16\ radiadores$$

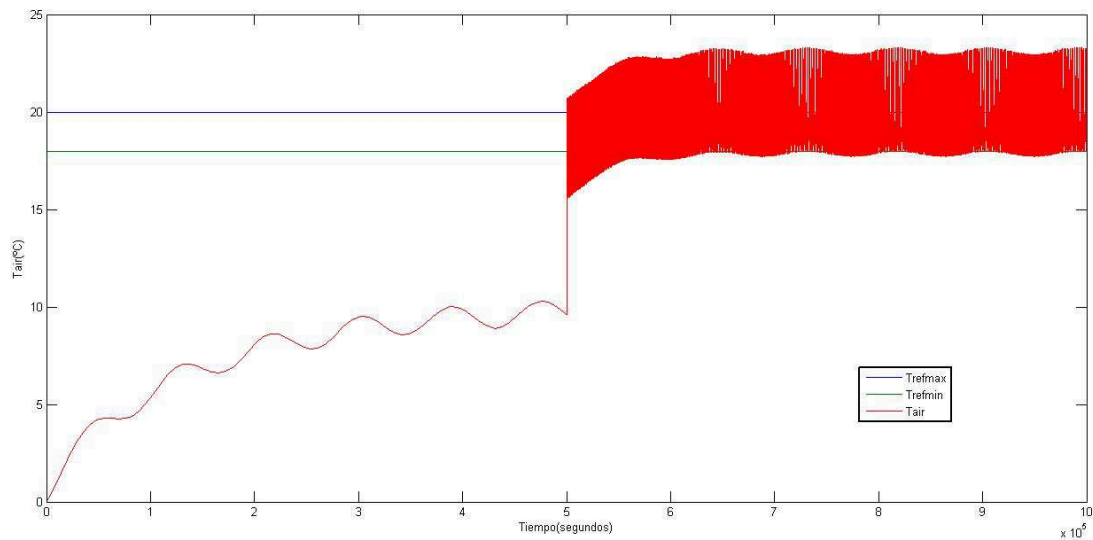
Se realizan las siguientes simulaciones variando el número de radiadores de la instalación para una misma temperatura del agua de los mismos: 70°C, con una temperatura exterior de media de 10°C con una oscilación de 5°C.

3.1.1.-Número adecuado de radiadores

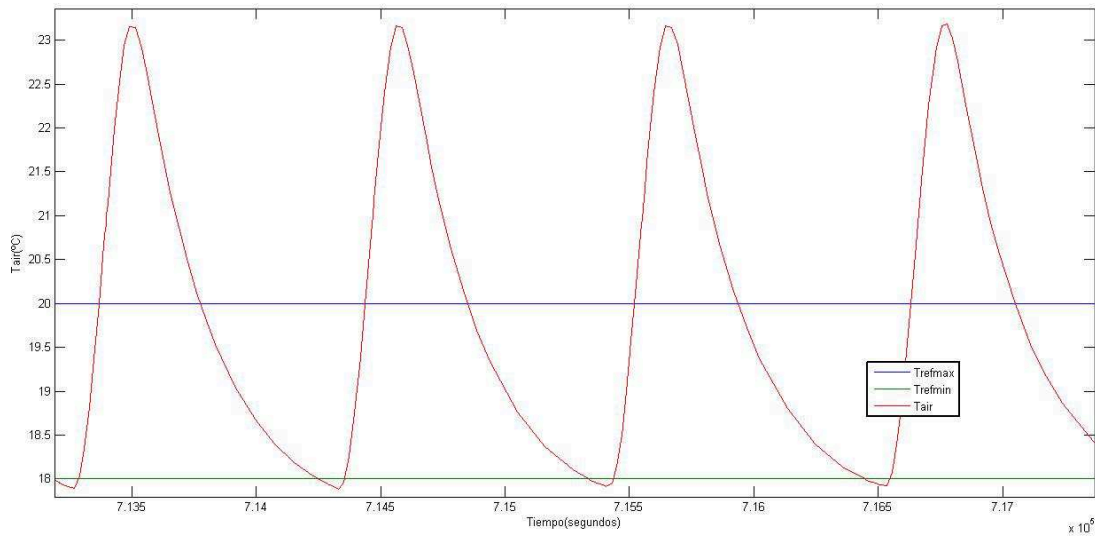
Se procede a simular con 16 radiadores en nuestra instalación.

La potencia calórica aportada por la caldera es de: 2.986×10^9 w a lo largo de los 10^6 segundos de la simulación.

En la siguiente figura se aprecia la evolución de la temperatura del aire de la estancia.



Como puede apreciarse: la temperatura se dispara a gran velocidad cuando se activa el termostato por primera vez; lo cual es signo de que la potencia es lo suficientemente elevada. Sin embargo, cuando se alcanza el valor máximo de temperatura del aire (el límite superior del ciclo de histéresis) se da cierto sobrepasamiento sobre ese valor. Esto se debe en parte a los retardos del sistema y a la inercia térmica del mismo. En la siguiente figura se aprecia más en detalle la forma de onda una vez se alcanza el régimen permanente.



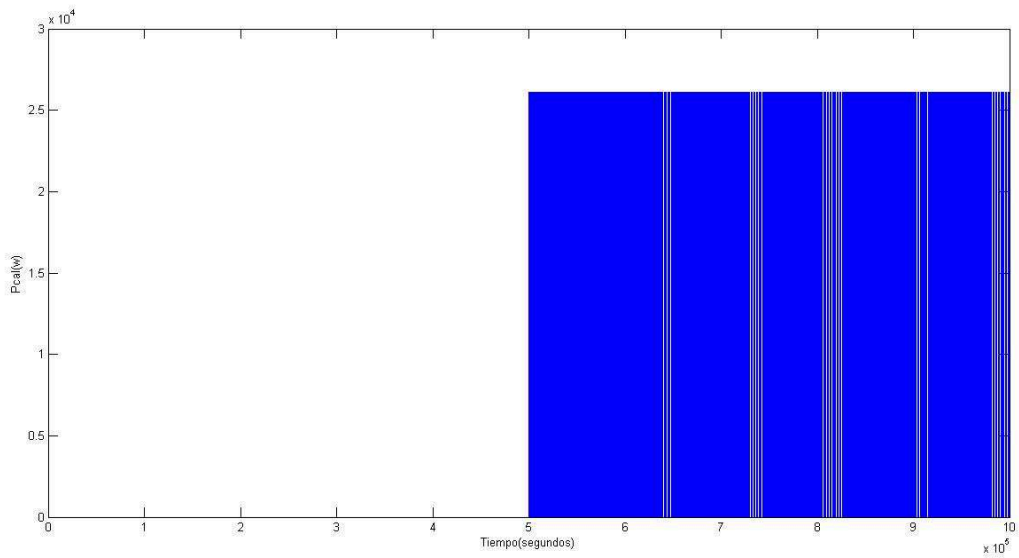
Como puede apreciarse la temperatura sube muy rápidamente cuando cae por debajo del límite inferior del termostato, lo cual es signo de una potencia suficientemente elevada. La caída de la misma es más lenta y lo hace a una temperatura más por encima del límite superior que por debajo del inferior, pero es debido a la temperatura del agua de los radiadores y los retardos existentes.

Se procede a calcular el IC en este caso:

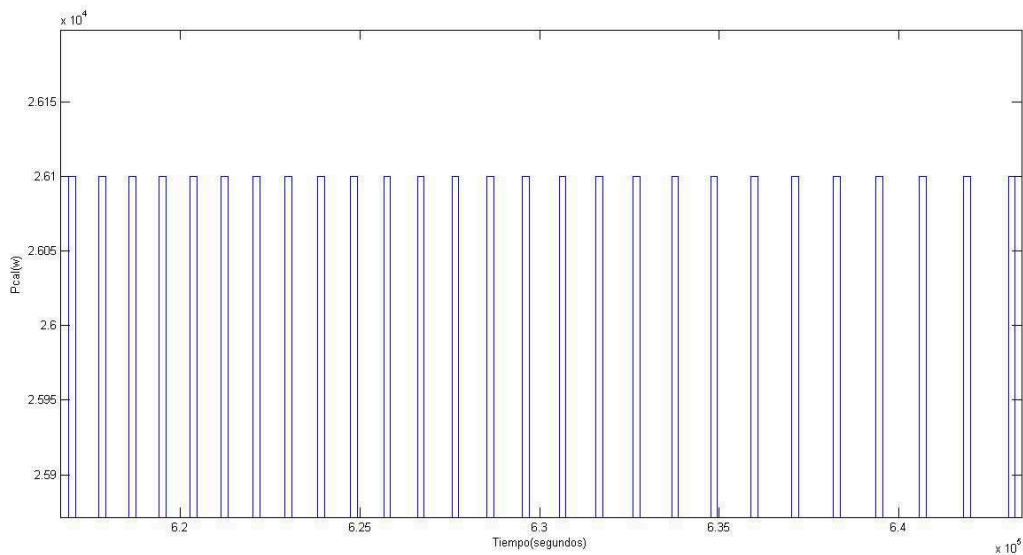
$$IC = \frac{0.4}{(1 + [23.2 - 17.8]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 19.8687]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 1500}{7200}})$$

$$IC = 0.0132626 + 0.227967 + 0.09294 = 0.33417$$

Al tener un número adecuado de radiadores, el sistema es capaz de transferir la potencia que sale de la caldera al aire. En la siguiente figura se observa la potencia cedida por la caldera.



En la siguiente figura se aprecia un detalle del régimen permanente en que se observa como la caldera se enciende y apaga entregando toda su potencia sobre un instante de tiempo para calentar el agua hasta que el agua alcanza de nuevo la temperatura suficiente y permanece apagada hasta el siguiente ciclo (el tiempo de ON es mayor en este caso al de OFF). Cada uno de estos ciclos se repite cada 14 minutos lo cual se corresponde con el funcionamiento real de una caldera en estas condiciones.



3.1.2.-Número pequeño de radiadores

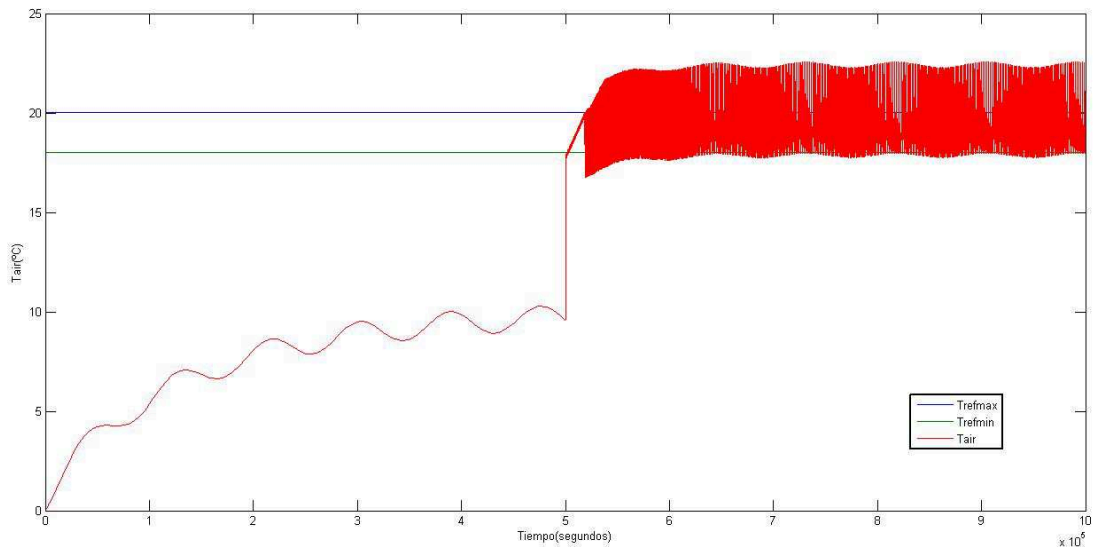
En el caso de un número de radiadores inferior se supondrá una instalación de 10 radiadores. Ahora la potencia que el conjunto de los mismos es capaz de transferir será:

$$Prad = 10radiadores \times 1656 \frac{W}{radiador} = 16,56kw$$

De modo que ahora, aunque la caldera entregue los 26.1 kw al circuito de radiadores, éste sólo podrá transferir los 16.56 kw que es capaz.

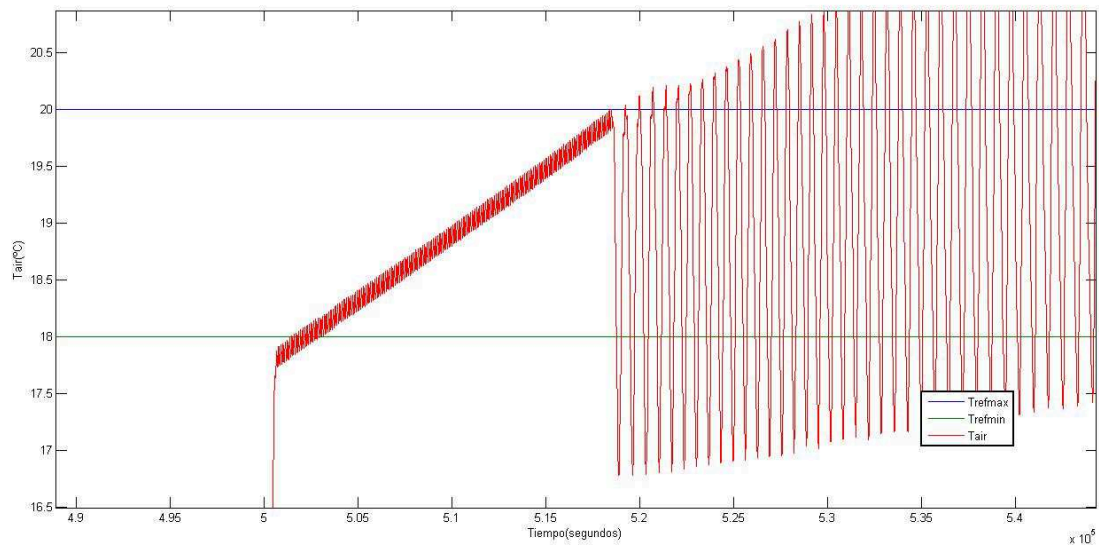
La potencia calórica aportada por la caldera es de: 2.957×10^9 w a lo largo de los 10^6 segundos de la simulación.

En la siguiente figura se aprecia la evolución de la temperatura del aire de la estancia.

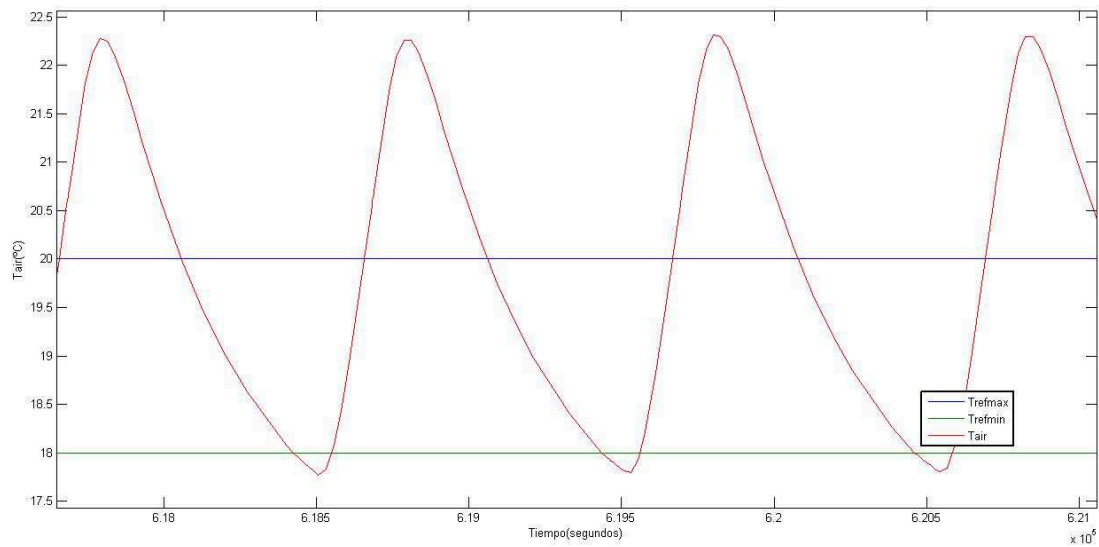


Como puede apreciarse: la temperatura ya no se dispara como en el caso de los 16 radiadores; lo cual es signo de que la potencia transferida por los radiadores no es lo suficientemente elevada.

En la siguiente figura se aprecia más en detalle la forma de onda una vez se alcanza un valor de temperatura del aire para el cual la potencia transferida no es capaz de calentarlo suficientemente rápido.



Cuando la temperatura de aire es cercana a los 18 grados carece de la potencia necesaria para seguir calentando la vivienda, como se aprecia en la figura: tarda casi cinco horas en alcanzar el límite superior (20 grados). De ahí en adelante el agua de los radiadores está lo suficientemente caliente y el comportamiento en régimen permanente de la temperatura del aire (tras este renqueante comienzo) vuelve a ser similar como se aprecia en la siguiente figura.



Se procede a calcular el IC en este caso:

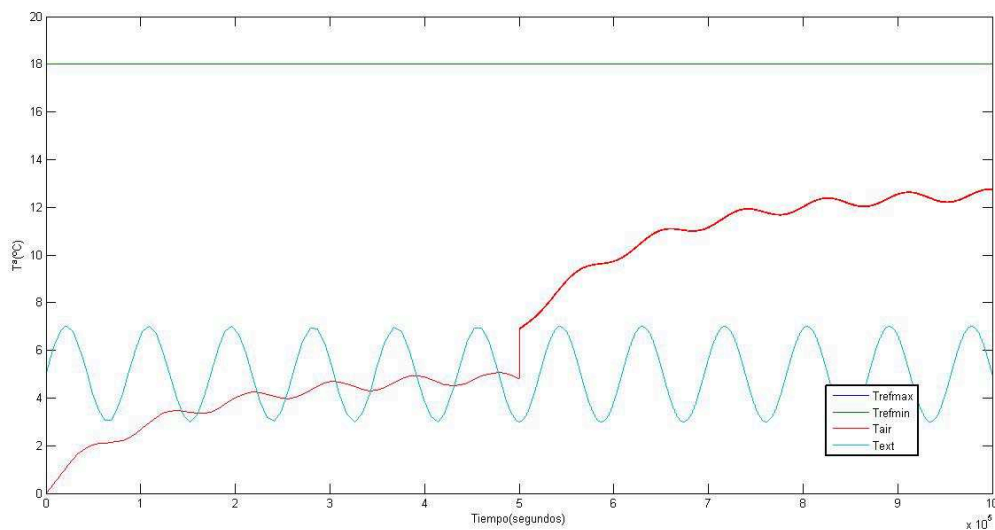
$$IC = \frac{0.4}{(1 + [22.25 - 17.75]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 19.6822]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 1000}{7200}})$$

$$IC = 0.018823 + 0.27296 + 0.068151 = 0.3599$$

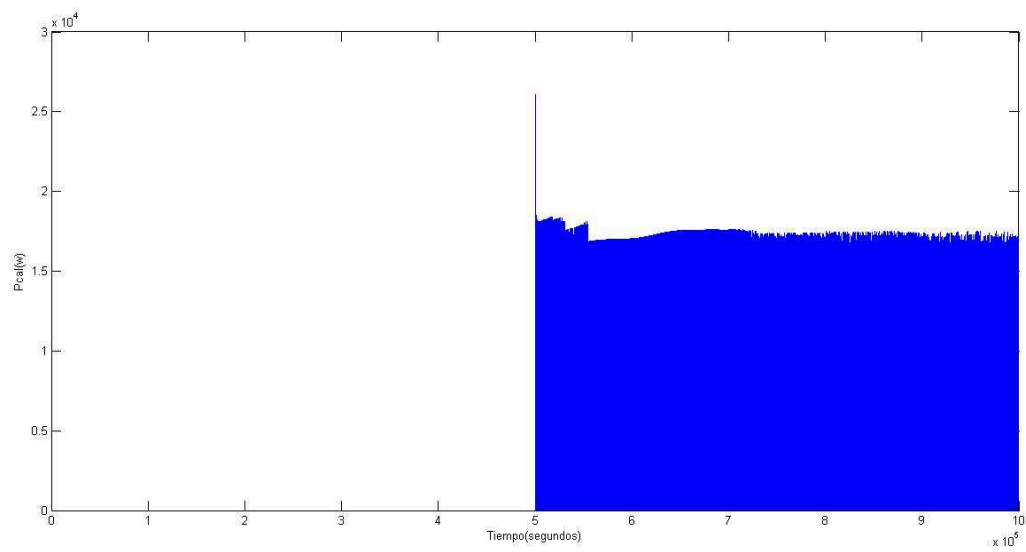
El índice de confort IC es mayor en caso de menor número de radiadores, ya que se toman valores en régimen permanente, y en este caso el comportamiento es mejor. Sin embargo una instalación en estas condiciones es inviable debido a que tarda unas cinco horas en llegar a la temperatura deseada del aire, por ello el dato del IC en este caso es irrelevante.

A continuación se muestra un caso más extremo de instalación subdimensionada con tan sólo 2 radiadores (aunque manteniendo la temperatura del agua), además se pondrán unas condiciones exteriores más duras con una temperatura media de 5°C con una oscilación de 2°C. En este caso se dará un efecto de “cuello de botella”. Sin variar la potencia de la caldera, ésta se va a ver limitada a la cantidad de energía que pueda llegar a transmitir el sistema de radiadores, la cual no va a ser suficiente para caldear la vivienda a la temperatura deseada.

En las siguientes figuras puede apreciarse la potencia entregada por la caldera en este caso y la evolución de la temperatura del aire en la vivienda.



Como se aprecia en la figura, efectivamente, la potencia transferida por los radiadores al aire no es suficiente para caldearlo hasta que alcance la temperatura deseada.



Como puede observarse, en lugar de disponer de los 26100 vatios de la caldera, ésta tan solo entrega unos 1600 (amén del primer pico de arranque) debido a que el sistema de radiadores no es capaz de transferir más.

3.1.3.-Número grande de radiadores

En el caso de un número de radiadores superior se supondrá una instalación de: 30 radiadores. Ahora la potencia que el conjunto de los mismos es capaz de transferir será:

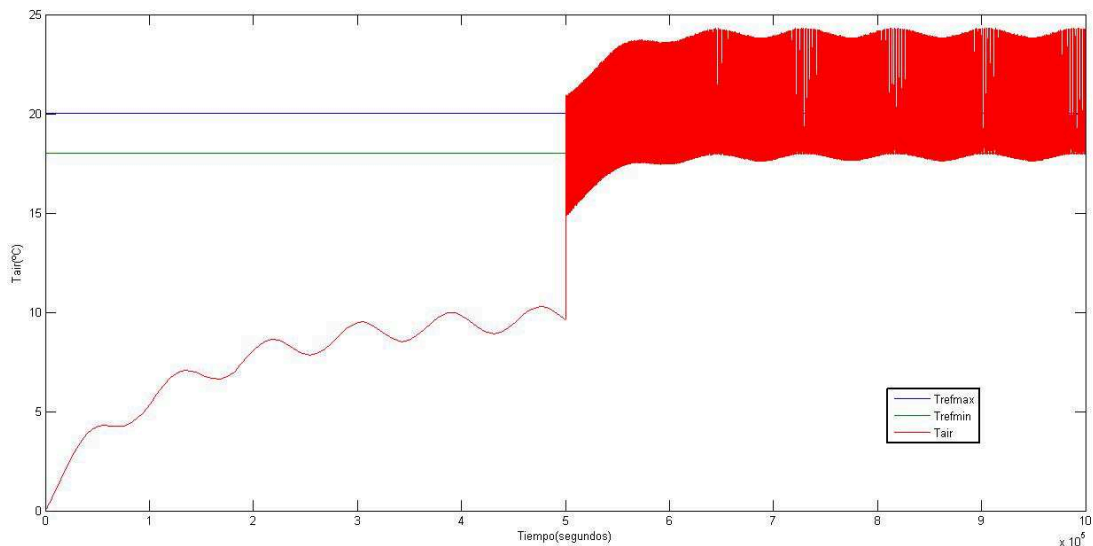
$$Prad = 30radiadores \times 1656 \frac{w}{radiador} = 49,68kw$$

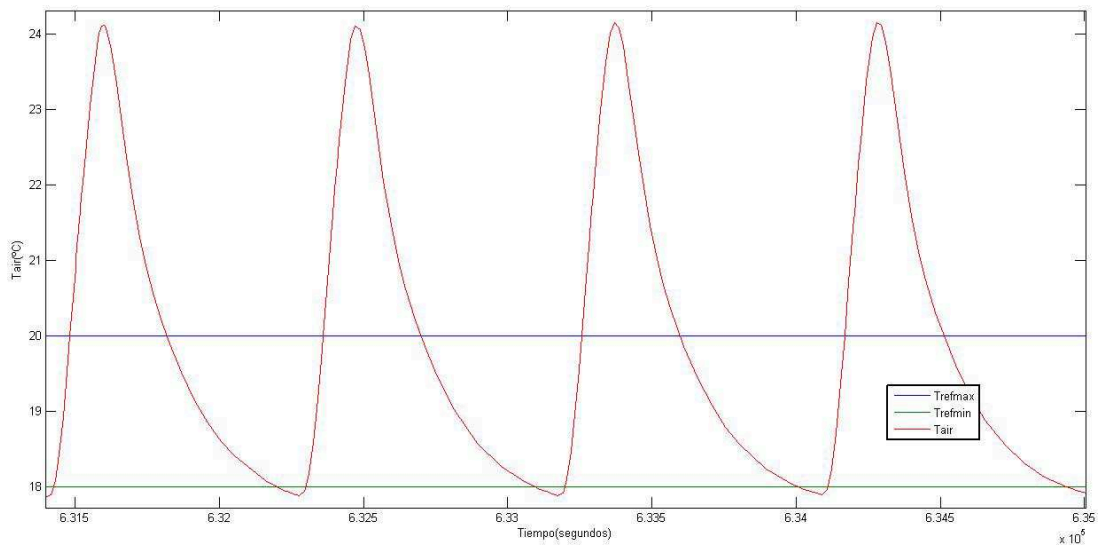
De modo que ahora el conjunto de radiadores sería capaz de transferir los 49.68 kw.

La potencia calórica aportada por la caldera es de: 3.012×10^9 w a lo largo de los 10^6 segundos de la simulación.

Con 30 radiadores el sistema es capaz de aportar más energía, pero obviamente se trata de una instalación mucho más cara.

Como puede apreciarse en la siguientes figuras, el sistema sigue actuando igual de rápido que con 16 radiadores. Además, debido al exceso de potencia, el sobrepasamiento del límite superior de temperatura es mayor lo cual empeora el confort.





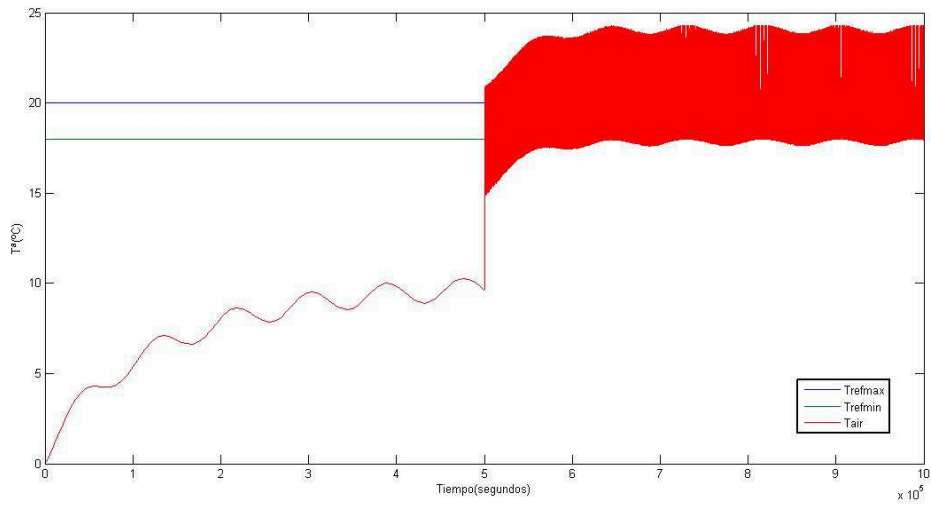
Se procede a calcular el IC en este caso:

$$IC = \frac{0.4}{(1 + [24.2 - 17.75]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 20.0590]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 400}{7200}})$$

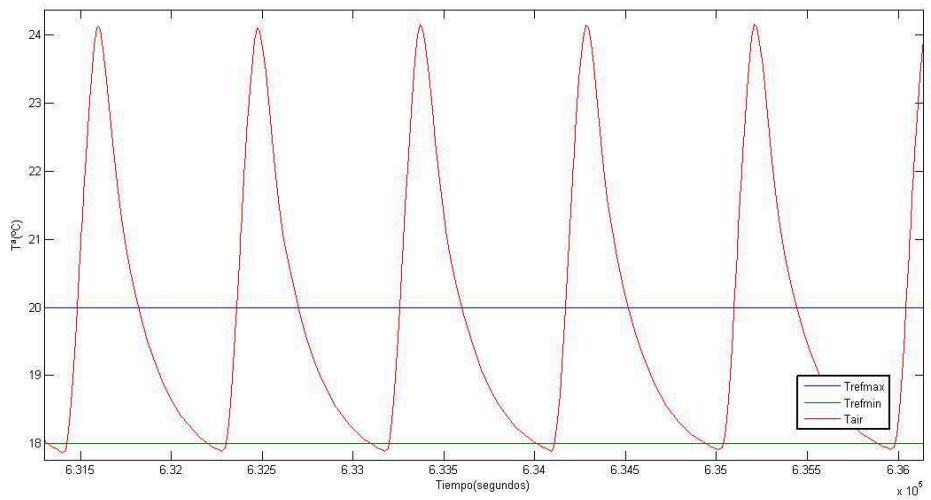
$$IC = 0.009389 + 0.1885475 + 0.0307 = 0.22864$$

Como se aprecia observando el valor del IC, en las mismas condiciones de temperatura del agua de los radiadores y temperatura exterior, el confort es mayor con una instalación bien dimensionada, ya que ahora hay mayores sobrepasamientos y el ciclo ON-OFF de la caldera es menor.

Sin embargo, una de las virtudes de un sistema sobredimensionado como éste, es que es capaz de transferir la potencia de la caldera al aire con una menor temperatura del agua, de manera que haya mayor confort. Sin embargo, como se ha comentado antes, se consigue ese mayor confort a costa de una instalación más cara. Se ha realizado una simulación con una temperatura del agua de los radiadores menor, en este caso: 50°C. En la siguiente figura se aprecia como el sistema tiene un buen comportamiento, ya que la temperatura se dispara en el segundo 50000 (cuando comienza a funcionar el sistema) lo cual quiere decir que hay potencia suficiente.



En la siguiente figura se ve en detalle la zona de régimen permanente.



Se procede a calcular el IC en este caso:

$$IC = \frac{0.4}{(1 + [24.2 - 17.75]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 20.0590]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 1400}{7200}})$$

$$IC = 0.009389 + 0.1885475 + 0.08839 = 0.28633$$

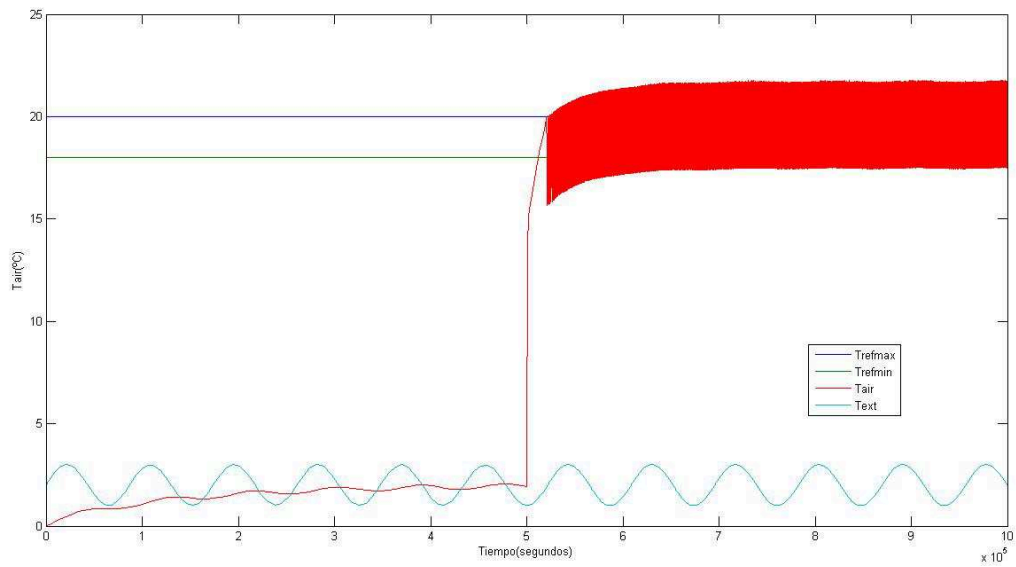
3.2.- Influencia de la temperatura del agua.

El control de temperatura del agua es del todo necesario en un sistema de calefacción cualquiera. Los valores muy altos de dicha temperatura pueden tener efectos fatales en el comportamiento del sistema.

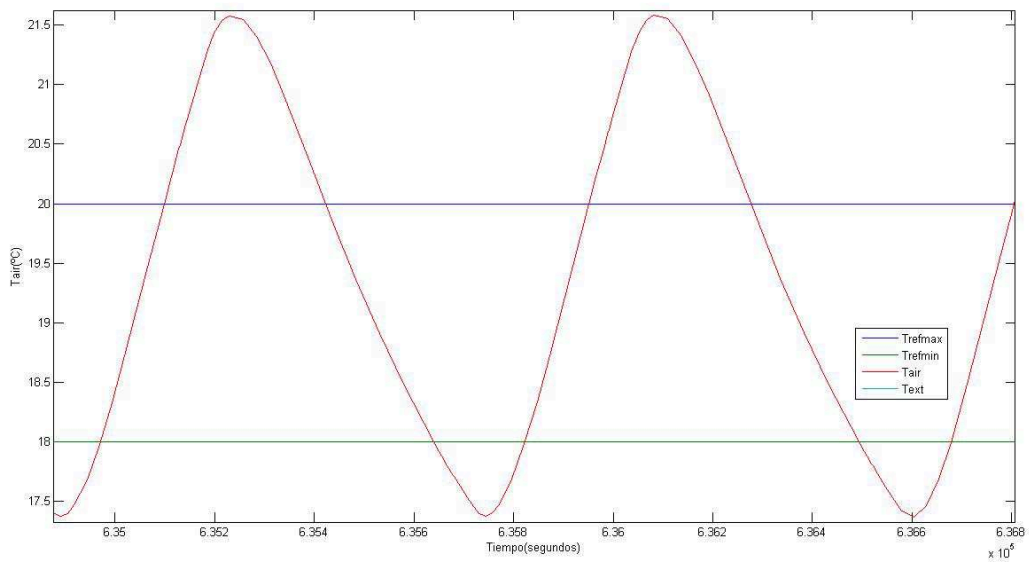
En caso de no existir control sobre la misma, y de no ponerle un límite superior en concreto, puede darse una situación en que la caldera entregue una cantidad muy grande de su potencia (incluso la total) de manera que el agua se calentaría hasta valores muy elevados (por encima de los 100°C sin tener que llegar a evaporarse, ya que en esas condiciones de presión de pueden alcanzar mayores temperaturas en estado líquido) elevándose así enormemente la presión en la instalación. Por ello se debe fijar un límite de temperatura del agua en los radiadores, en torno a 80°C por las razones anteriormente comentadas, de manera que se está limitando en cierto modo la potencia de la caldera.

Una situación que puede dar lugar al ejemplo al caso anterior es aquella en que la vivienda se encuentra a una temperatura muy baja, 5°C en invierno por ejemplo, y se coloca el termostato a 19°C de modo que la caldera se activará para aportar la gran cantidad de energía necesaria para calentar 14°C toda la vivienda. Ese aporte tan grande de calor hará que el agua aumente enormemente su temperatura hasta valores tan elevados (por encima de 100°C como se ha dicho antes) y, sobretodo, alcanzando altas presiones de manera que la instalación sufrirá graves daños en juntas, etc. Otra situación puede ser la de un sistema mal diseñado, con un número de elementos (radiadores) inferior al adecuado para la caldera, y por tanto menos agua en los mismos, de manera que se necesita una gran temperatura de esa agua para que la transferencia de calor sea suficiente. Se procede a realizar simulación sin control de temperatura del agua y con las condiciones anteriores.

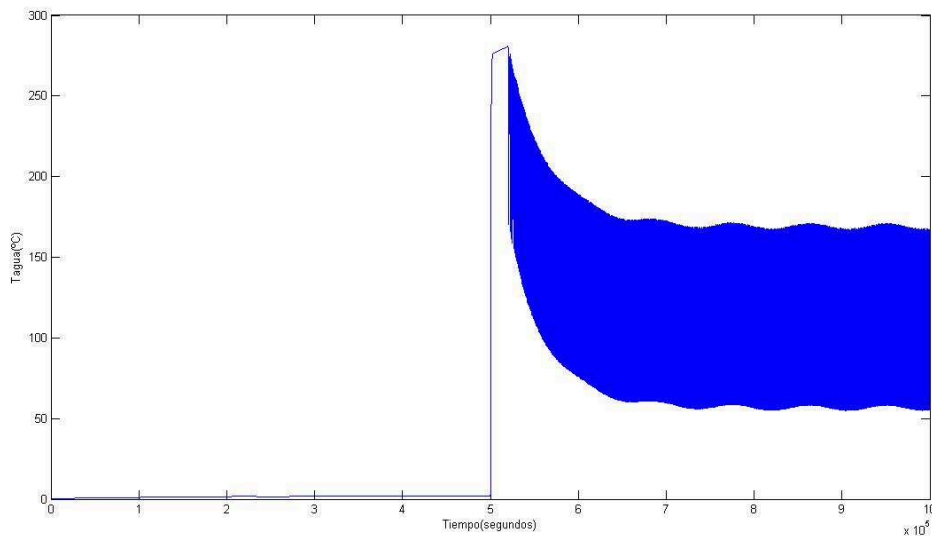
Por el mal dimensionamiento del sistema, poca cantidad de elementos (radiadores) etc., se puede observar como el sistema no es capaz de hacer que se dispare la temperatura del aire en la primera subida hasta el límite superior marcado por el termostato (20°C).



Haciendo un zoom a la zona en que la temperatura oscila ya en torno a los 19°C de consigna, vemos su comportamiento, que se asemeja bastante al de un sistema bien dimensionado.



La siguiente figura muestra la evolución temporal de la temperatura del agua de los radiadores en este caso.



Como puede observarse, la temperatura del agua en los radiadores debería alcanzar casi los 300°C en la subida inicial de temperatura del aire, y llegar a picos de más de 150°C una vez se alcanza el “régimen permanente”.

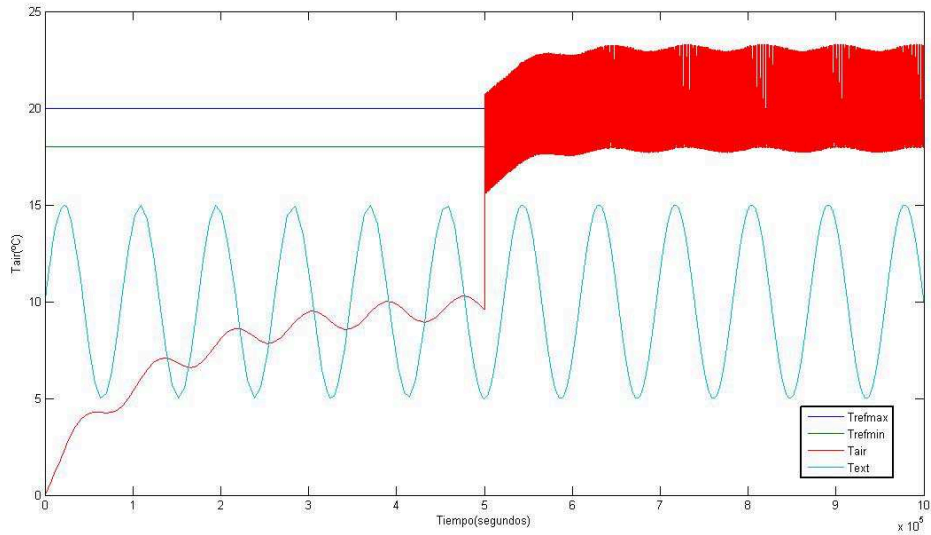
Esto demuestra que la teoría anterior era correcta y que, por tanto, es imprescindible el control de la temperatura del agua de los radiadores, ya sea por parte del propio usuario o imponiendo un límite por defecto.

Observando la expresión del aporte de calor de los radiadores al aire de la estancia (vivienda), una transferencia de calor por convección y radiación, a mayor diferencia de temperatura entre el agua de los radiadores y el aire de la estancia: mayor calor transferido. O dicho de otra manera: a mayor temperatura del agua de los radiadores mayor transferencia de calor.

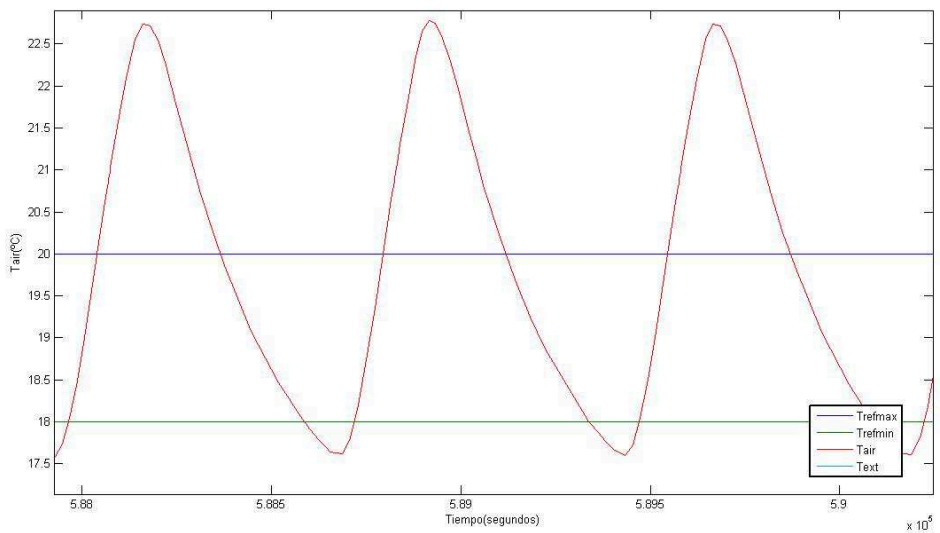
Se procede a realizar distintas simulaciones con temperaturas del agua altas y bajas (80°C y 60°C respectivamente) manteniendo el mismo número de radiadores, 16, y temperatura exterior media de 10°C con una oscilación de 5°C.

3.2.1.-Temperatura del agua “alta”.

La temperatura del aire se eleva muy rápidamente (más que con menores temperaturas del agua, debido al mayor aporte de calor).



A mayor temperatura del agua, mayores son esos sobrepasamientos. Éstos también se dan en el límite inferior pero, lógicamente, es mucho menos acusado.



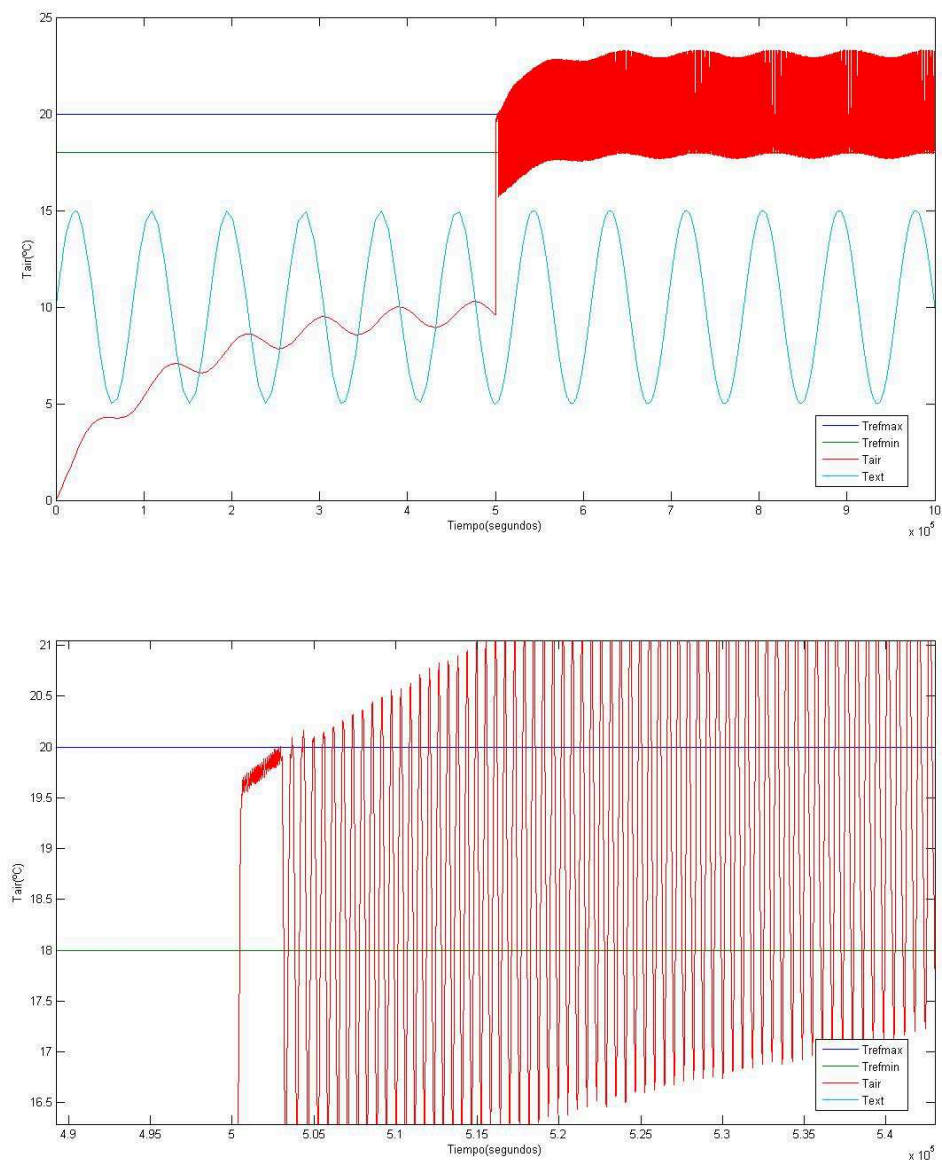
Se procede a calcular el IC en este caso:

$$IC = \frac{0.4}{(1 + [22.75 - 17.5]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 19.8687]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 1400}{7200}})$$

$$IC = 0.014 + 0.2279 + 0.088393 = 0.33$$

3.2.2.-Temperatura del agua “baja”.

El aporte de calor es menor y, por tanto, se tarda más en alcanzar la temperatura de régimen permanente (la banda de histéresis), incluso se llega a la situación observada en anteriores ejemplos en que la temperatura es incapaz de llegar a dispararse antes de alcanzar el régimen permanente; como puede observarse en la segunda figura. Sin embargo apenas existe el sobrepasamiento de la temperatura del aire que se observaba con temperaturas mayores.

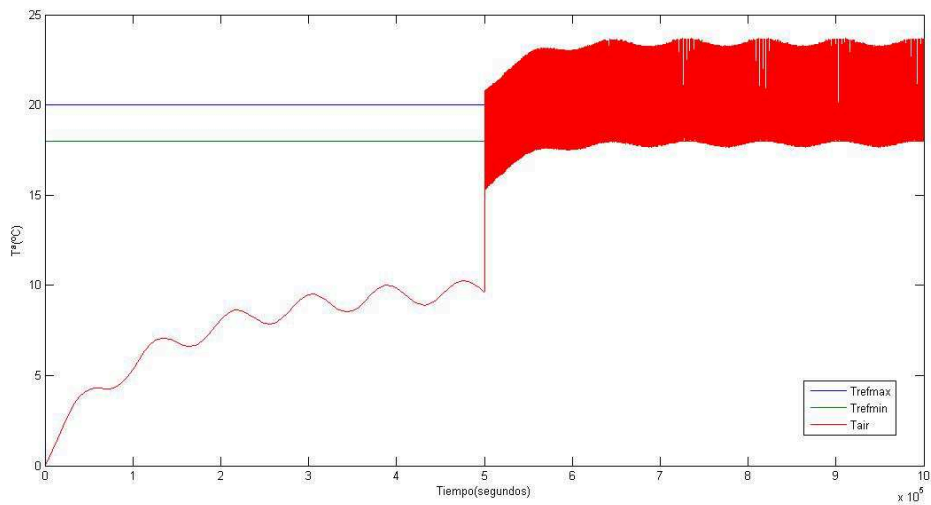


Se procede a calcular el IC en este caso:

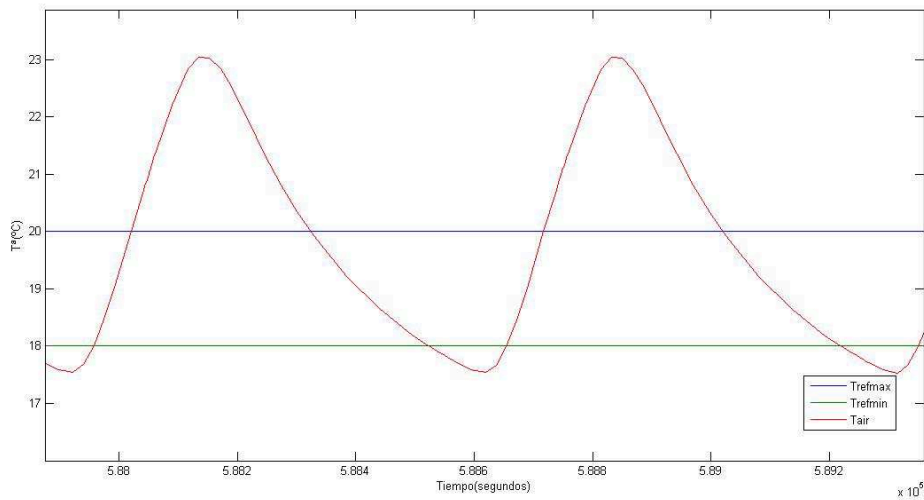
$$IC = \frac{0.4}{(1 + [23.25 - 17.9]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 19.8755]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 1300}{7200}})$$

$$IC = 0.0135 + 0.226436 + 0.083644 = 0.32358$$

Como se ha comentado en el punto anterior, en el caso de una instalación con una temperatura del agua baja, se puede hacer funcionar correctamente al sistema (de manera que sea capaz de transferir la potencia suficiente de la caldera al aire) sobredimensionando la instalación de radiadores. Manteniendo una temperatura del agua de los radiadores en 60°C se va realizar una simulación con una instalación de 20 radiadores en lugar de 16. En la siguiente figura se muestra la evolución temporal de la temperatura del aire en la estancia



Aunque los picos de temperatura no son menores, si lo es el ciclo ON-OFF de la caldera. En la siguiente figura se aprecia en detalle el régimen permanente.



Se procede a calcular el IC en este caso:

$$IC = \frac{0.4}{(1 + [23.65 - 17.9]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 19.8755]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 1400}{7200}})$$

$$IC = 0.011743 + 0.226436 + 0.088391 = 0.3265$$

Desde el punto de vista de ahorro energético, es indiferente el valor asignado a la temperatura del agua de los radiadores. Colocando un integrador puede conocerse en vatios el valor de la potencia entregada por la caldera en cada caso. Para una temperatura de referencia del agua de 80°C: la caldera entrega 2.986×10^9 w, el mismo valor que para 60°C .

Estos valores tan elevados se deben a que se ha integrado en un tiempo muy extenso, y no son muy distintos entre sí, se trata de una situación en que prima el confort, interesan sobrepasamientos cuanto menores mejor. Por ello lo que se considera más adecuado en cuanto a confort-ahorro energético (económico) es: usar una temperatura elevada al principio, de modo que se alcance con rapidez la temperatura deseada, y una baja una vez se ha alcanzado dicha temperatura para ahorrar energía y no sufrir las elevadas temperaturas que suponen esos picos de sobrepasamiento.

3.3.- Influencia de la calidad del aislamiento.

Tras diversos experimentos, especialmente los de condiciones extremas de muy baja temperatura exterior y mucho viento, siendo realistas en cuanto a valores de temperatura del agua de radiadores (no muy grande: por ejemplo 100 grados) y temperatura deseada del aire de la vivienda (no muy grande: por ejemplo 25 grados); podemos dimensionar el sistema de calefacción adecuado para la vivienda.

Se trata de unir todas esas condiciones desfavorables y probar distintos valores de potencia de la caldera según el mercado, y probar también con el número/tipo (más potentes) de radiadores que corresponden a esa potencia.

Como se obtuvo anteriormente, el comportamiento global del sistema es el siguiente:

$$\theta^{AIR}(s)_{reg.per} = \theta_0^{EXT} + (R_t^2 + R_t^1)q_0$$

Con los peores casos para los factores de: resistencias térmicas (malos aislamientos, condiciones de viento en el exterior, etc.), temperatura del aire deseada (sin llegar a estados extremos, pero si valores altos como 23 grados) y temperaturas exteriores (se considerará el peor de los casos como temperaturas propias de invierno) en combinación con instalaciones deliberadamente mal diseñadas (estudiados en el anterior punto: potencia de la caldera, número y capacidad de disipar potencia de los radiadores, etc.) y mal uso de las mismas (estudiados en el anterior punto también: selección de la temperatura del agua de los radiadores, etc.) se despeja la potencia necesaria de la caldera. Ese dato nos asegurará que el sistema es capaz de responder adecuadamente ante la mayoría de las situaciones desfavorables.

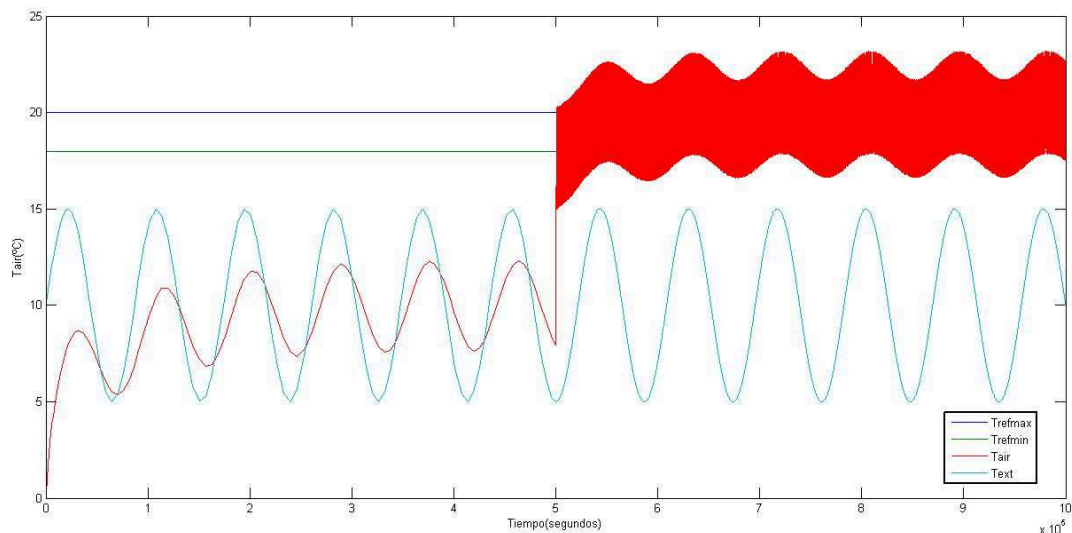
De ese modo puede obtenerse un buen dimensionado de la instalación.

Las paredes de la vivienda se han simulado considerando determinadas dimensiones y materiales de obra. Obviamente las paredes de cada vivienda real tendrán sus características y, por tanto, sus resistencias térmicas propias. Si en una vivienda existe un mayor aislamiento por parte de las paredes (obviamente estamos hablando de las paredes que están en contacto con el exterior, no con tabiques interiores que están considerados en la masa de los "sólidos interiores") habrá una capacidad mayor de retener el calor en el interior de la misma, mientras que para una

misma vivienda con peores aislamientos térmicos, se necesitará una caldera de mayor potencia para alcanzar la misma temperatura.

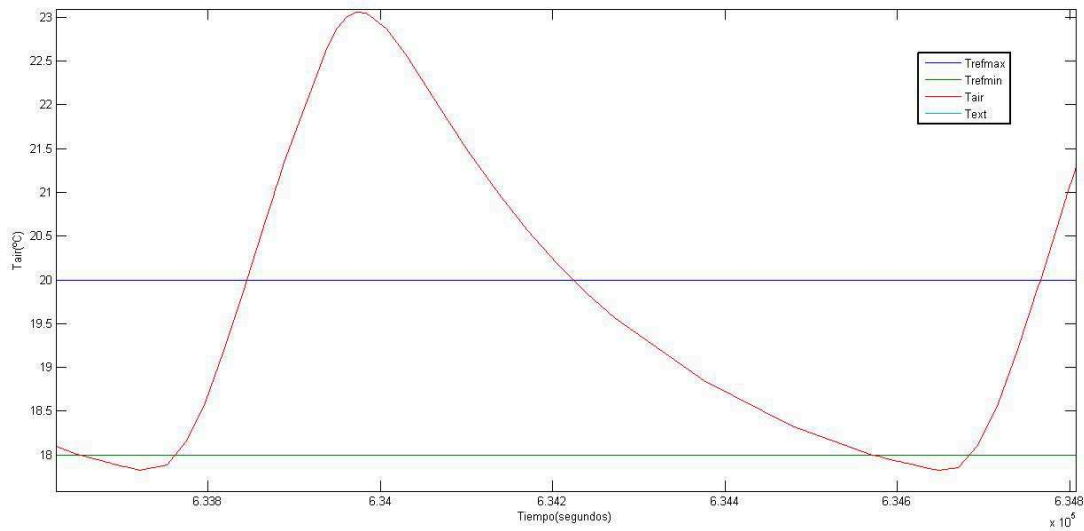
A continuación se simula la vivienda que hemos considerado en todos los casos con la caldera de 26.1 kw y 16 radiadores a una temperatura del agua de 70 grados y una temperatura de referencia del aire de la vivienda de 19 grados. Sin embargo modificaremos el valor de la resistencia térmica de las paredes (las hemos denominado aislantes) de modo que el aislamiento térmico de la vivienda sea mucho peor.

Para el primer caso supongamos que las paredes son muy malas aislantes, pongamos que la resistencia térmica pasa a ser 10 veces menor, de modo que pasamos a un valor de: $R_t^2 = 0.0001 \text{ K/W}$. Veamos la evolución de la temperatura del aire en la vivienda.



Como puede apreciarse en la figura, al no estar adecuadamente aislada, la vivienda se ve mucho más afectada por la temperatura del exterior. Puede apreciarse como antes de que entre en juego el sistema de calefacción, la temperatura del aire de la vivienda es mucho más parecida la del exterior que en casos anteriores donde no se había modificado la resistencia térmica. También puede apreciarse como en el régimen permanente la temperatura de la vivienda se ve muy afectada por la del exterior siguiendo su tendencia.

Ampliando un ciclo del régimen permanente vemos como el calor se pierde muy rápidamente en comparación con casos anteriores.



También se aprecia que la cantidad de energía que cede la caldera y transfiere el conjunto de radiadores es mucho mayor, al perderse más calor por falta de buenos aislamientos. En este caso el display muestra: 4.697×10^9 w y 4.693×10^9 w respectivamente.

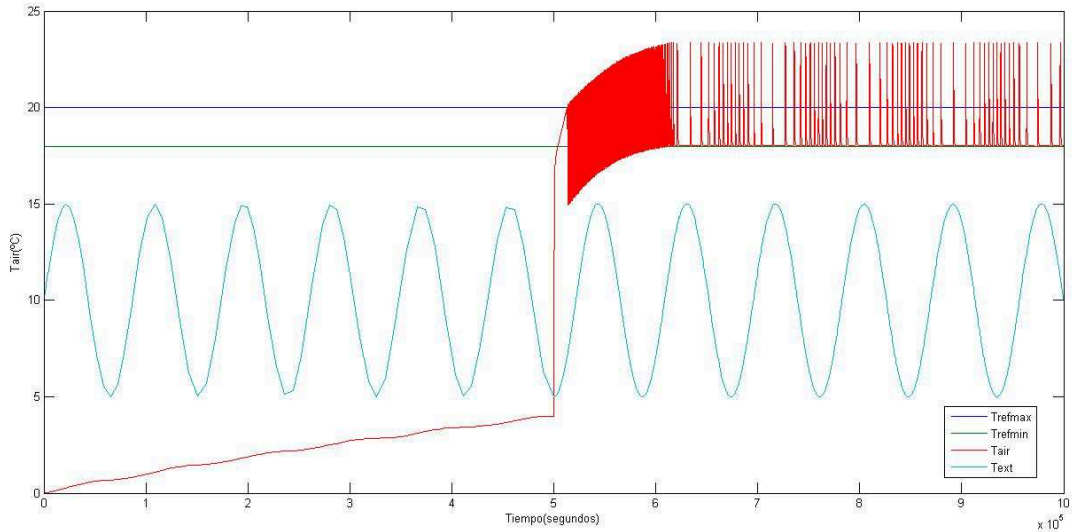
Se procede a calcular el IC en este caso:

$$IC = \frac{0.4}{(1 + [23.2 - 17.8]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 19.4338]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 1000}{7200}})$$

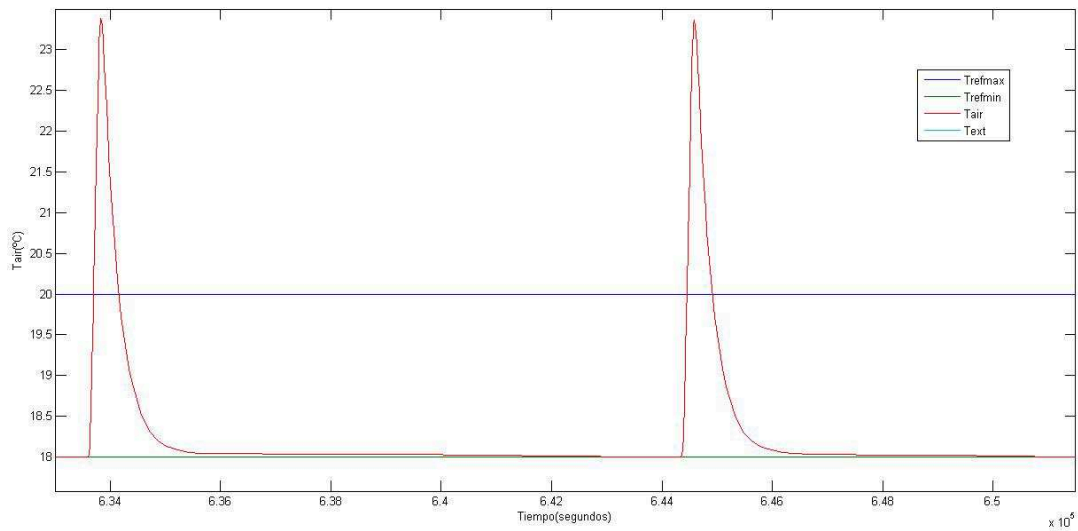
$$IC = 0.0132626 + 0.33664 + 0.068151 = 0.418$$

Esta vez daremos un valor mucho mayor a los aislamientos, diez veces mayor:
 $R_t^2 = 0.01 \text{ K/W}$.

En la siguiente figura se muestra la evolución temporal de la temperatura del aire en la vivienda.



En este caso de aislamiento tremendamente levado, como se aprecia en la figura, la temperatura del exterior apenas influye en la del aire de la estancia, que apenas llega a los 5 grados cuando entra en juego el sistema de calefacción. Por ello le cuesta tanto llegar a la temperatura máxima de referencia, porque parte de muy abajo. Tras un tramo parecido al del caso anterior pasa a comportarse como un sistema bien aislado térmicamente. Su curva de enfriamiento es muy lenta ya que es capaz de almacenar el calor mucho más tiempo, y la caldera se activa en muy pocas ocasiones (lo hace más veces en los periodos más fríos del día).



Se procede a calcular el IC en este caso:

$$IC = \frac{0.4}{(1 + [23.4 - 18]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 19.4738]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 11000}{7200}})$$

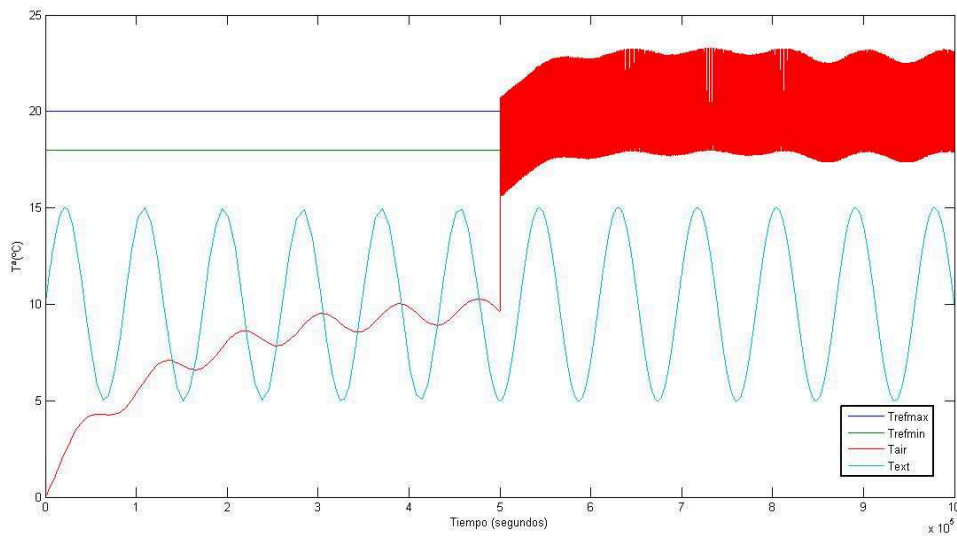
$$IC = 0.01326 + 0.32666 + 0.197955 = 0.53787$$

El elevado valor del índice de confort en este caso da idea de la gran importancia de los aislantes en la vivienda. Al ser el resto de condiciones iguales, la temperatura pico a pico es parecida a la de casos anteriores. Sin embargo, al perder el calor hacia el exterior más lentamente la mejora (aumento) del ciclo ON-OFF es inmensa, lo cual propicia que la temperatura media en la vivienda sea próxima a la seleccionada.

Observando los displays que indican la potencia calórica aportada por la caldera y transferida por los radiadores se aprecia el tremendo ahorro energético. Sendos displays muestran: 1.643×10^9 w y 1.641×10^9 w respectivamente.

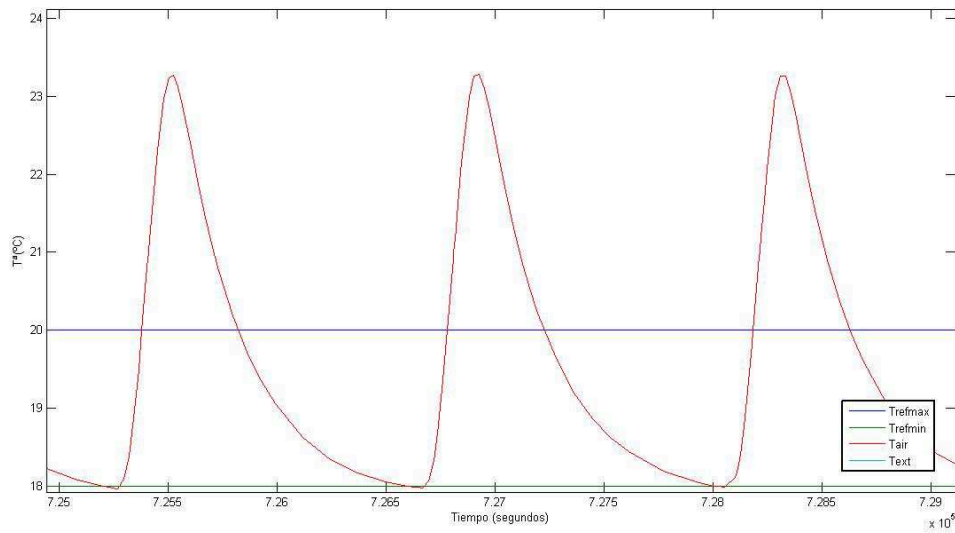
Esto demuestra que el gasto energético es mucho mayor cuanto peor sean los aislamientos; por tanto, desde el punto de vista del ahorro energético nos interesan buenos aislamientos.

Cuando se habla de la resistencia térmica equivalente R_t^2 se estaba incluyendo en la misma tanto la parte relacionada con la conducción como con la convección. En condiciones duras de viento en el exterior, la parte de la convección puede caer provocando que se pierda mucho calor por el bajo valor de nueva resistencia equivalente. En la siguiente figura se aprecia el cambio de comportamiento del sistema cuando se introduce la variable viento (una caída muy brusca de R_t^2) a los 900000 segundos de simulación.

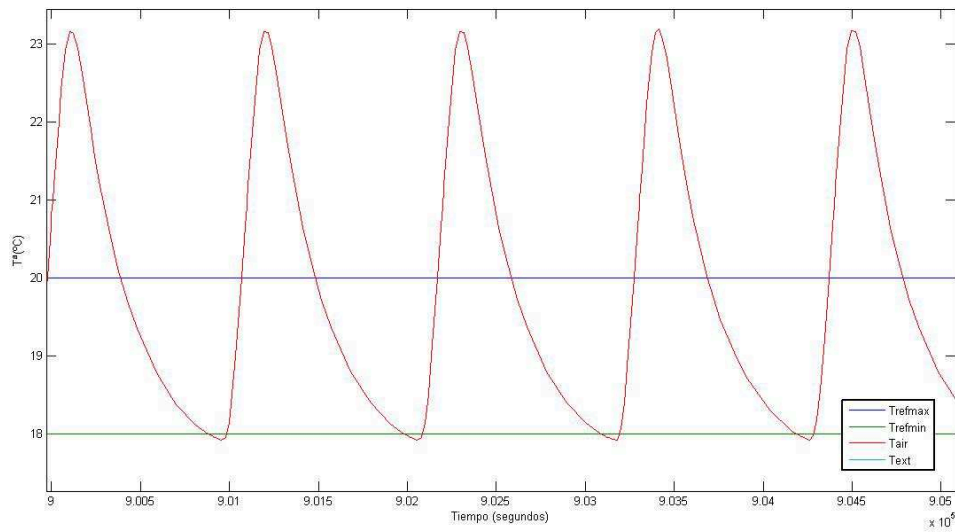


A simple vista pueden verse diferencias en la evolución de la temperatura del aire de la vivienda cuando entra en juego el viento, pero para apreciarlas mejor se procede a aumentar un tramo de 5000 segundos en la zona más alta de temperatura antes y después de la acción del viento.

En la siguiente figura se aprecian los picos correspondientes a la acción sin viento. Éstos alcanzan un máximo de unos 23°C y la pérdida de temperatura al exterior es bastante lenta.



En esta primera figura se ven los picos que corresponden a la acción con viento. Aunque los picos son de manos o menos la misma altura que antes, las caídas de temperatura tras el OFF de la caldera es más rápida y tiene que entrar en ON de nuevo 5 veces frente a las 3 anteriores.

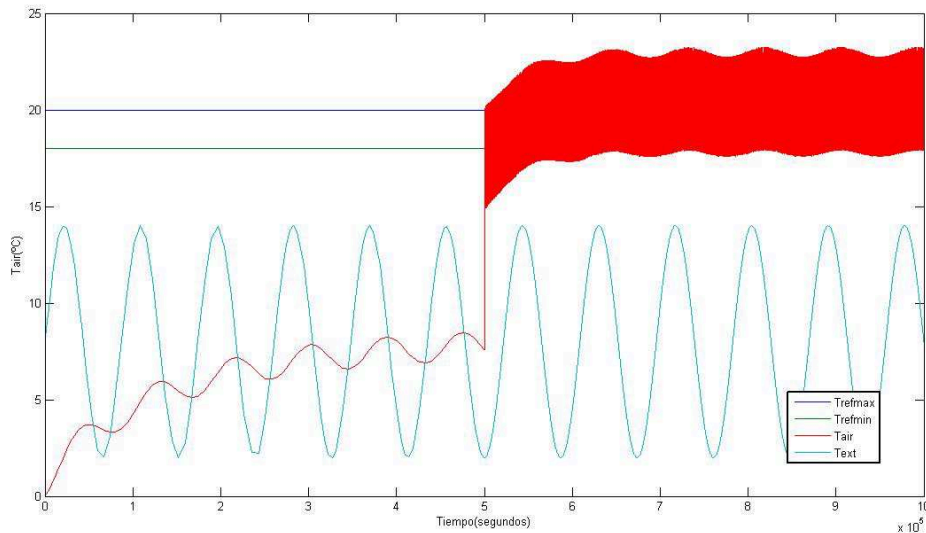


3.4.- Influencia de las condiciones externas.

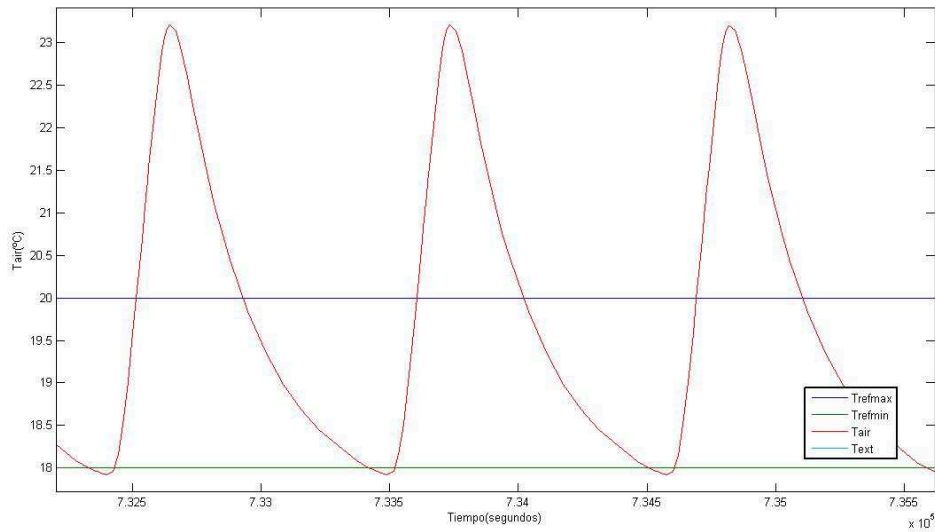
A continuación se estudian distintas situaciones variando la temperatura exterior, por ejemplo una por cada estación del año:

ESTACIÓN	TEMPERATURA MEDIA (°C)	OSCILACIÓN (°C)
Verano	30	5
Otoño	17	2
Invierno	8	6
Primavera	15	6

Comenzamos analizando la temperatura del aire con la temperatura exterior propia del invierno (muy similar a la usada hasta ahora).



Ampliando la zona de régimen permanente se aprecia que no hay muchas variaciones en el comportamiento del sistema respecto a ejemplos anteriores con similar temperatura en el exterior.



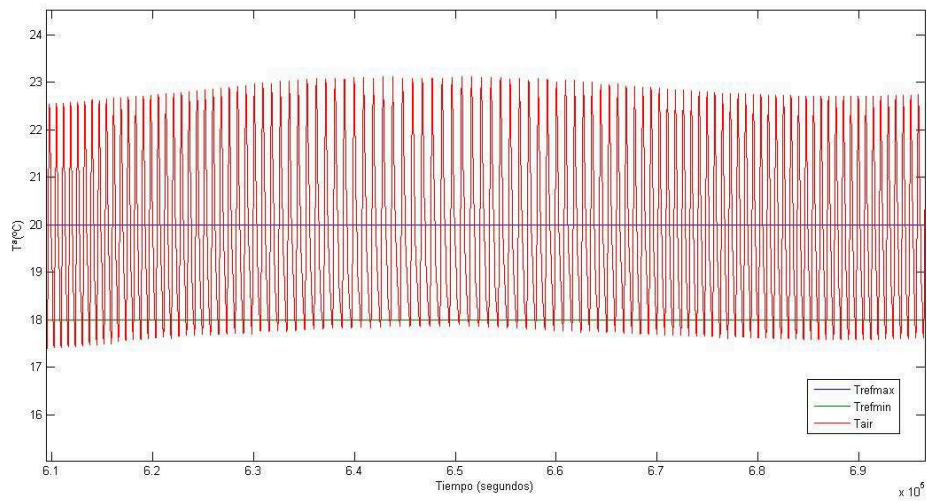
Se procede a calcular el IC en este caso:

$$IC = \frac{0.4}{(1 + [23.2 - 17.9]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 19.8171]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 1100}{7200}})$$

$$IC = 0.01375 + 0.239858 + 0.073532 = 0.32714$$

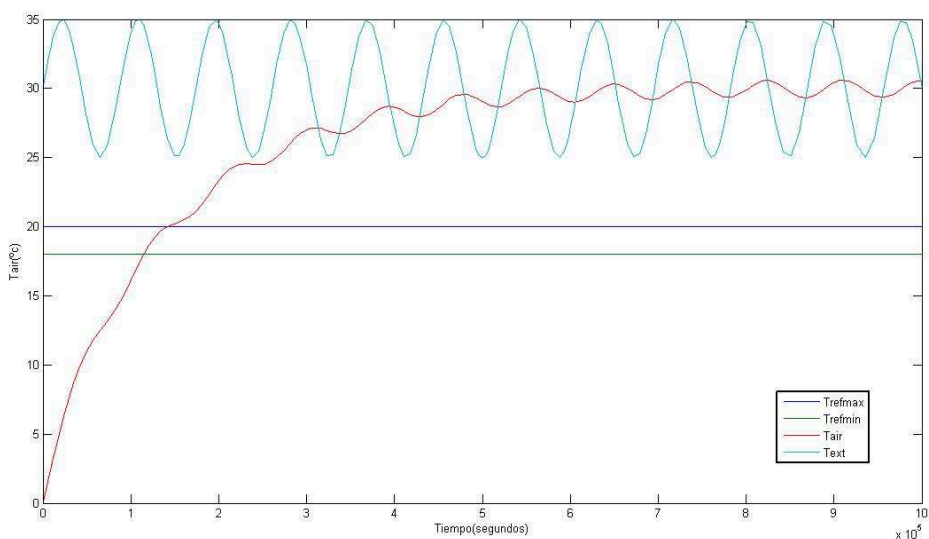
Al ser las condiciones iguales a las de casos anteriores aunque algo más duras respecto a la temperatura exterior, el índice es similar al calculado anteriormente solo que algo menor.

La evolución de la temperatura del aire en la estancia a lo largo de un día se muestra en la siguiente figura.

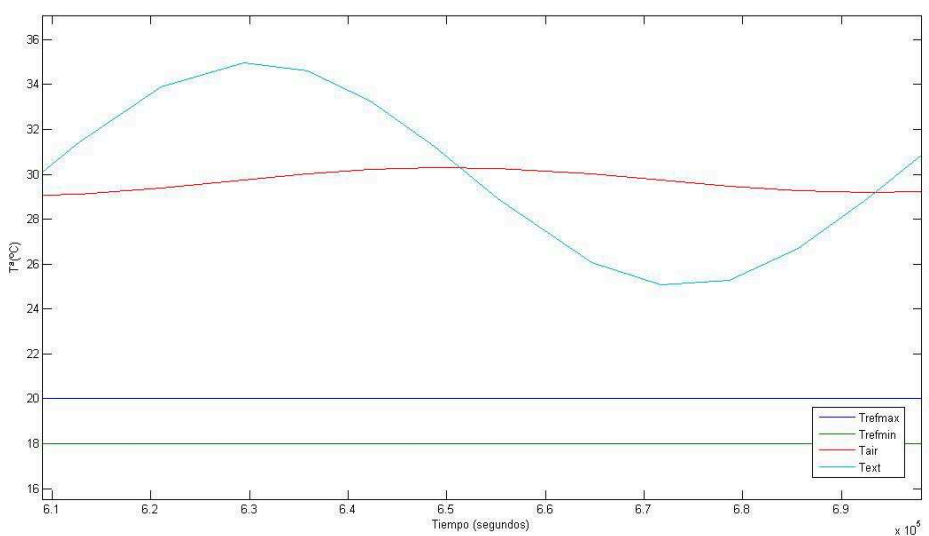


Como se puede apreciar, debido a que la temperatura exterior es muy baja tanto de día como de noche, la caldera está en constante funcionamiento y tenemos subidas bajadas de la temperatura del aire en todo momento.

Si se considera la temperatura de verano, se está muy por encima de nuestra referencia, de modo que, como se aprecia en la siguiente figura, el sistema de calefacción no entra en funcionamiento. El efecto de la temperatura exterior hace que en la vivienda haya en régimen permanente la misma temperatura media que la temperatura media ambiente (30 grados), y esa temperatura está por encima de nuestra referencia: 19 grados.

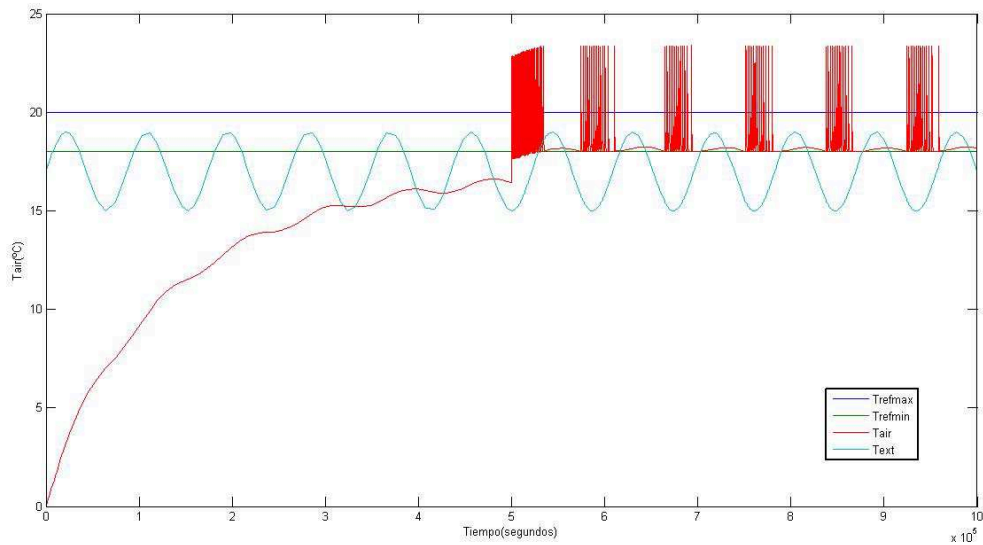


La evolución de la temperatura del aire en la estancia a lo largo de un día se muestra en la siguiente figura.

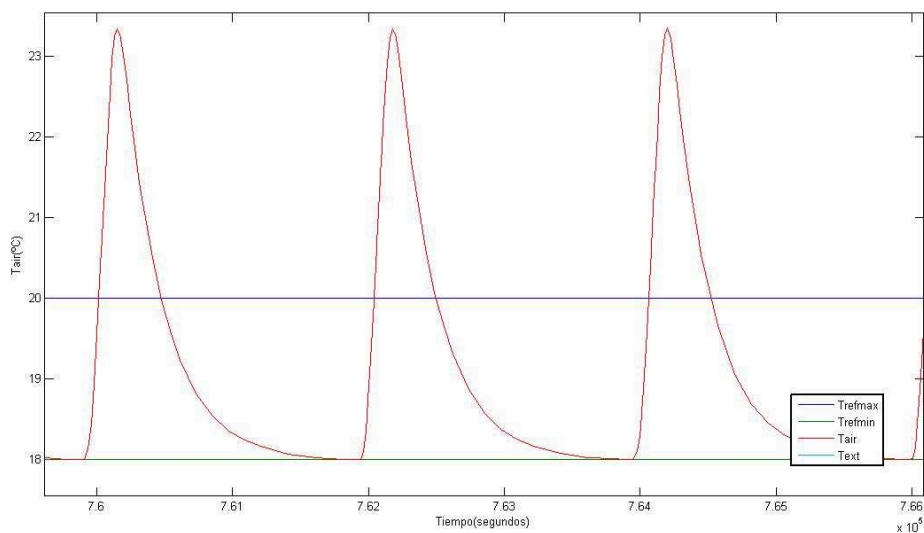


Como puede apreciarse, la temperatura apenas se aleja del valor medio de la del exterior a lo largo del día. Además, como se ha comentado anteriormente, como la temperatura en la estancia es prácticamente la del valor medio de la del exterior, por su comportamiento similar al de un primer orden, y está por encima del límite inferior marcado por el termostato: el sistema de calefacción no entra en funcionamiento en todo el día.

En la siguiente figura se aprecia el comportamiento del sistema con temperatura exterior propia del otoño.



Al estar la temperatura media tan próxima a la temperatura de referencia que hemos elegido (17 y 19 grados respectivamente) cuando el efecto de la temperatura exterior en la del aire de la estancia (que ya se ha comentado que tiene cierto retraso) es máximo, por su sólo efecto se está por encima del límite inferior de temperatura de referencia y, en ese tramo, no es necesario que actúe el sistema de calefacción. En la siguiente figura se amplía la zona de régimen permanente.



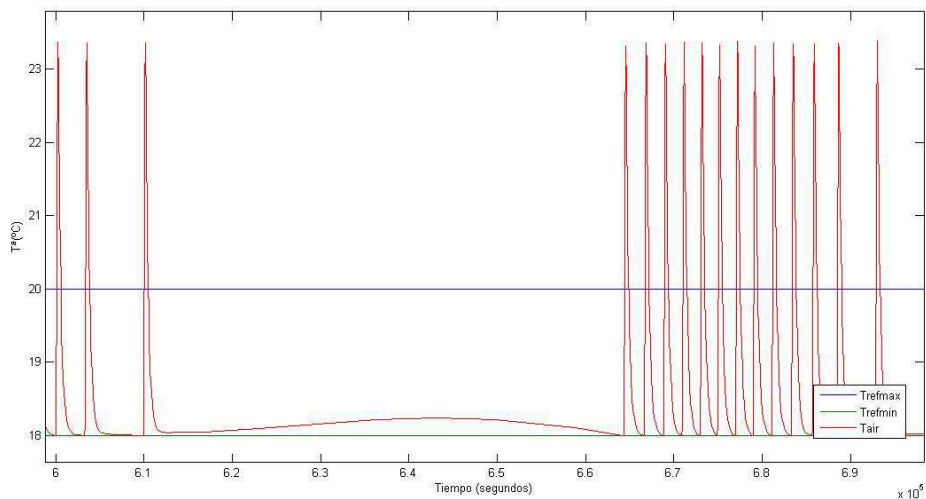
Puede apreciarse que las subidas y bajadas son muy bruscas, más rápidas que en otros casos. Se debe a que la variación de la temperatura en el exterior es menor, no tan grande como en otras estaciones.

Se procede a calcular el IC en este caso (en el tramo en que actúa el sistema de calefacción):

$$IC = \frac{0.4}{(1 + [23.35 - 18]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 19.4714]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 2000}{7200}})$$

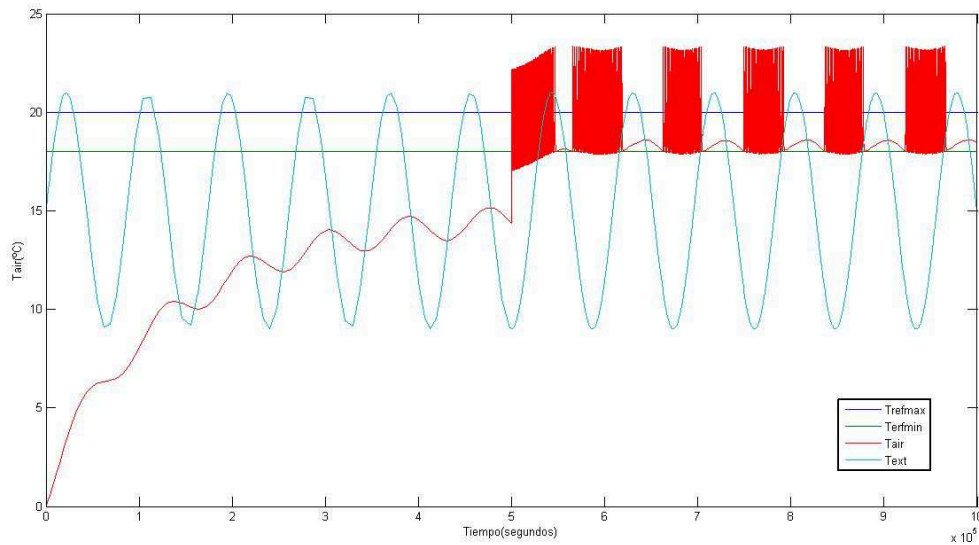
$$IC = 0.0135 + 0.32727 + 0.11308 = 0.45385$$

La evolución de la temperatura del aire en la estancia a lo largo de un día se muestra en la siguiente figura.

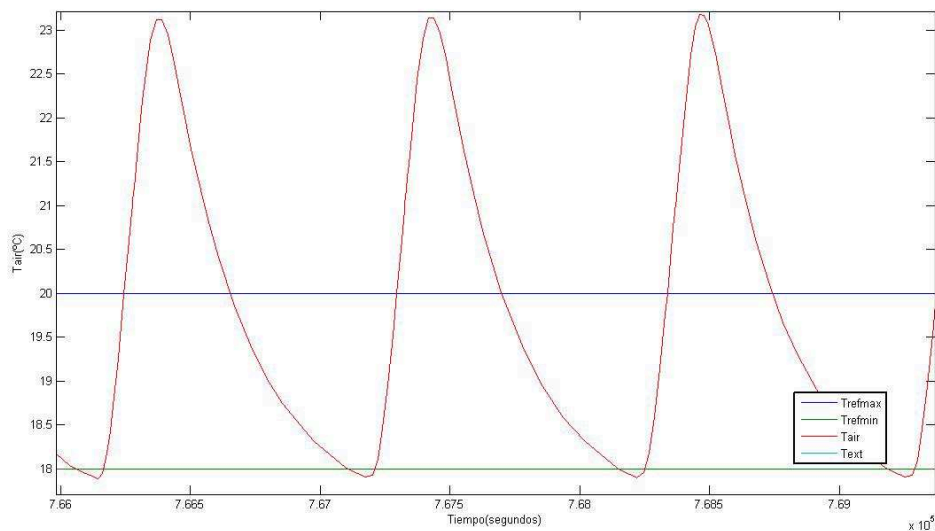


En la figura se ve como en las horas más frías del día, es decir: en la madrugada, avanzada la tarde y durante la noche, el sistema de calefacción actúa para que la temperatura de la estancia no caiga por debajo del límite inferior marcado por el termostato. Como las temperaturas en el exterior no son tan bajas como en invierno, los ciclos de ON-OFF de la caldera no son tan abundantes. Durante el día, como la temperatura en la vivienda está por encima del límite inferior, no es necesario que actúe la caldera.

En la siguiente figura puede apreciarse qué ocurre con la temperatura exterior propia de la primavera.



Aunque en este caso los picos de temperatura exterior son mayores, como la temperatura media es menos que en otoño, los tramos en que no es necesario que actué la calefacción por la sola acción de la temperatura exterior en la del aire de la vivienda son menores. En la siguiente figura se amplía la zona de régimen permanente.



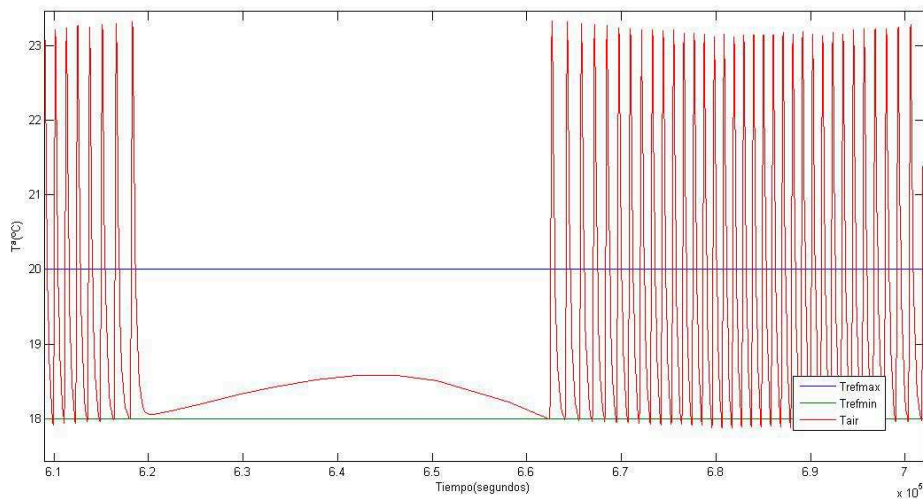
Las subidas y bajadas son más suaves que en anteriores casos debido a que la variación de la temperatura en el exterior es mayor (al contrario que en otoño).

Se procede a calcular el IC en este caso (en el tramo en que actúa el sistema de calefacción):

$$IC = \frac{0.4}{(1 + [23.15 - 17.9]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 19.8586]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 1000}{7200}})$$

$$IC = 0.014 + 0.23025 + 0.068151 = 0.3124$$

La evolución de la temperatura del aire en la estancia a lo largo de un día se muestra en la siguiente figura.



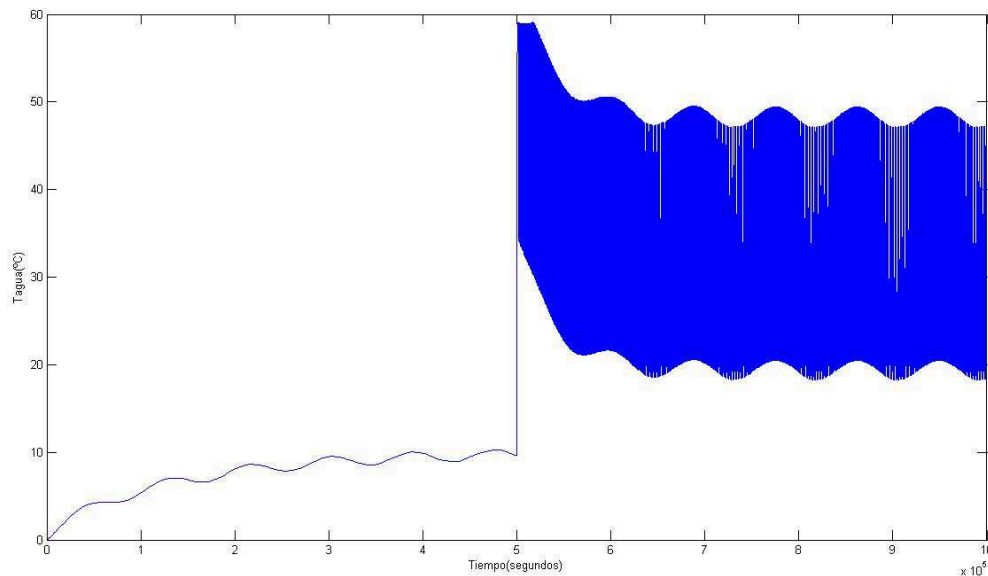
La situación es similar a la de otoño sólo que como la variación de la temperatura exterior es mayor, los ciclos de ON-OFF de la caldera son más frecuentes en este caso; todos estos factores se reflejan en el hecho de que el índice de confort es mayor en otoño que en primavera.

3.5.-Influencia de la estrategia de control.

3.5.1.- Influencia del controlador del lazo interno (control de la T^a del agua de los radiadores).

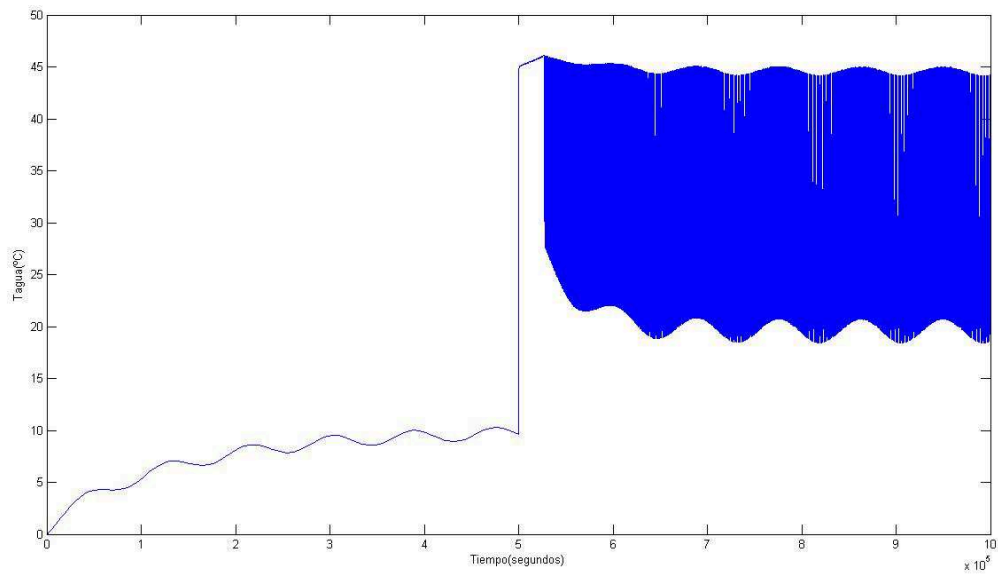
En este caso, para que la caldera tenga la potencia suficiente, se debe usar una constante del regulador (K_R) de un valor muy elevado (10000) con el fin de que se alcance la potencia necesaria y que el sistema sea estable.

Como puede apreciarse en la simulación, el valor de temperatura de agua de referencia nunca llega a alcanzarse exactamente. Existe un error de unos grados por encima o debajo del mismo. En este caso se usa como valor de referencia de temperatura del agua: 60°C y se aprecia que se llega a alcanzar un valor de aproximadamente 59°C .

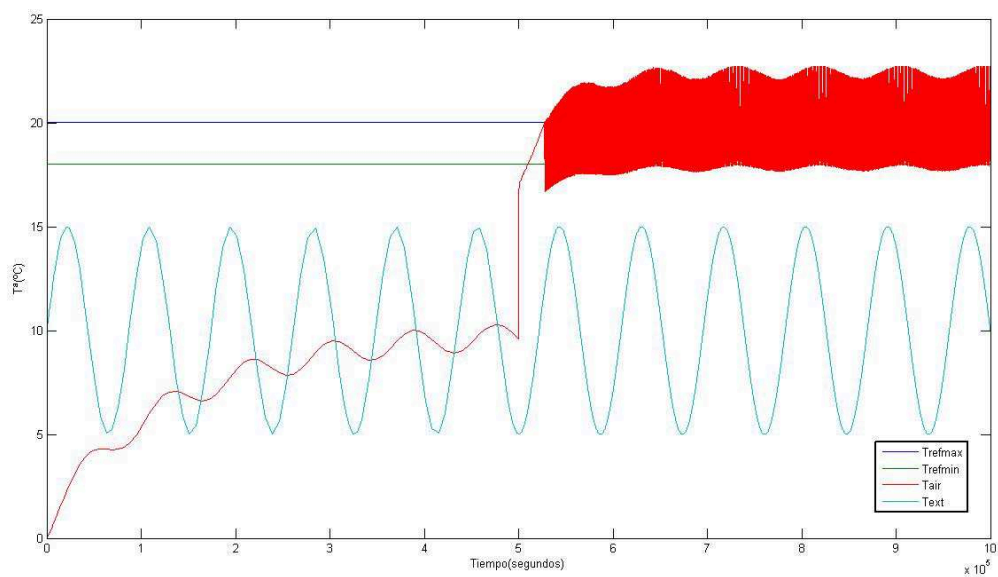


Sin embargo observando la temperatura del aire de la estancia (vivienda) se aprecia que el comportamiento del sistema no se ve afectado por esa variación de la temperatura del agua, se comporta igual con agua a 58 , 60 y 62 grados.

A continuación se usa una constante del regulador (K_R) de un valor 10 veces menor (1000). La referencia de temperatura del agua se mantiene en 60°C . En la siguiente figura se muestra la temperatura del agua de los radiadores en este caso.



Como se aprecia en la figura la potencia es insuficiente, de modo que la temperatura del agua no puede llegar a los 60°C de referencia, sino que cuando llega a aproximadamente 45°C queda truncada hasta que se alcanza la temperatura deseada del aire se alcanza el régimen permanente. Obviamente esto tiene su consecuencia en la temperatura del aire, al ser la temperatura del agua tan baja en el tramo de subida de la temperatura del aire, ésta no podrá dispararse sino que aumentará muy lentamente y tardará bastante en alcanzar la temperatura de referencia, lo cual es signo de que la potencia es insuficiente. En la siguiente figura se muestra la temperatura del aire en la vivienda en estas condiciones.



3.5.2.- Influencia del controlador del lazo externo (control de la T^a ambiente).

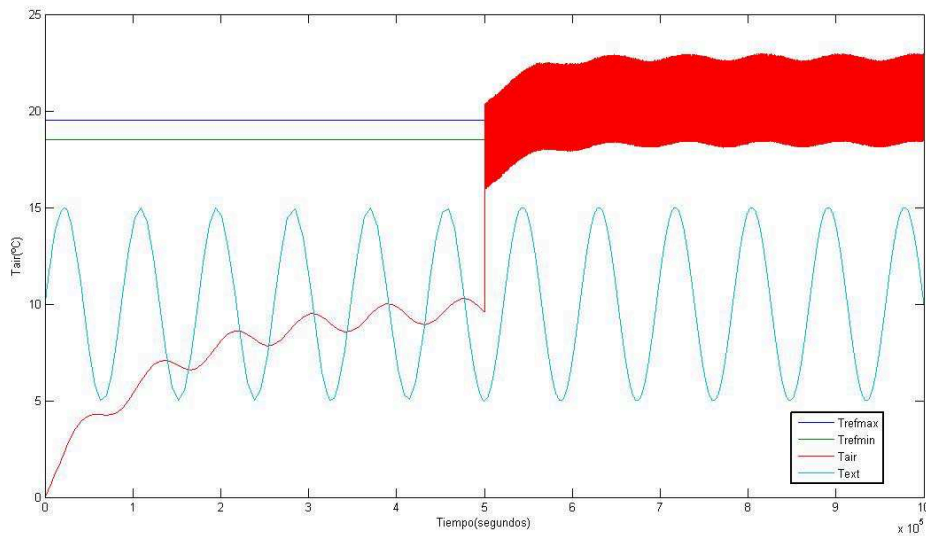
3.5.2.1.-Control termostático. Influencia de la amplitud de la histéresis.

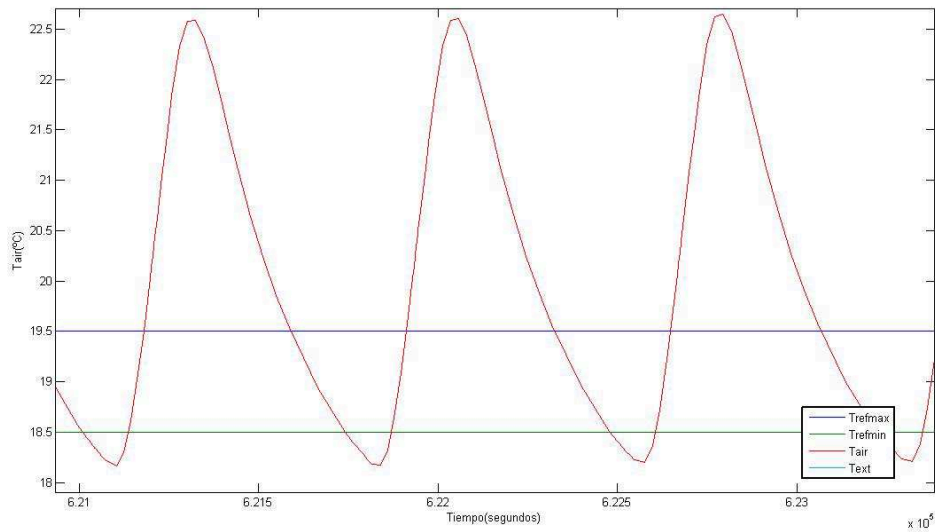
Se va a valorar el hecho de usar un rango de histéresis más alto o más bajo a efectos de confort y ahorro energético. En este caso se toman los rangos, alto: $\pm 1^\circ\text{C}$ y bajo: $\pm 0.5^\circ\text{C}$.

Tomando la señal correspondiente a la “energía calórica transferida de la caldera a los radiadores” y aplicándole un integrador puede observarse el valor (en vatios en nuestro caso) de la misma en un simple display. De ese modo veremos la energía que se emplea en cada caso.

Para: $\pm 1^\circ\text{C}$ la potencia entregada por la caldera es de 2.986×10^9 w, mientras que para la de: $\pm 0.5^\circ\text{C}$ es de 3.061×10^9 w.

Como puede observarse en la simulación: en ambos casos el gasto de energía es prácticamente el mismo, de modo que la selección de este valor se convierte en una simple cuestión de confort.



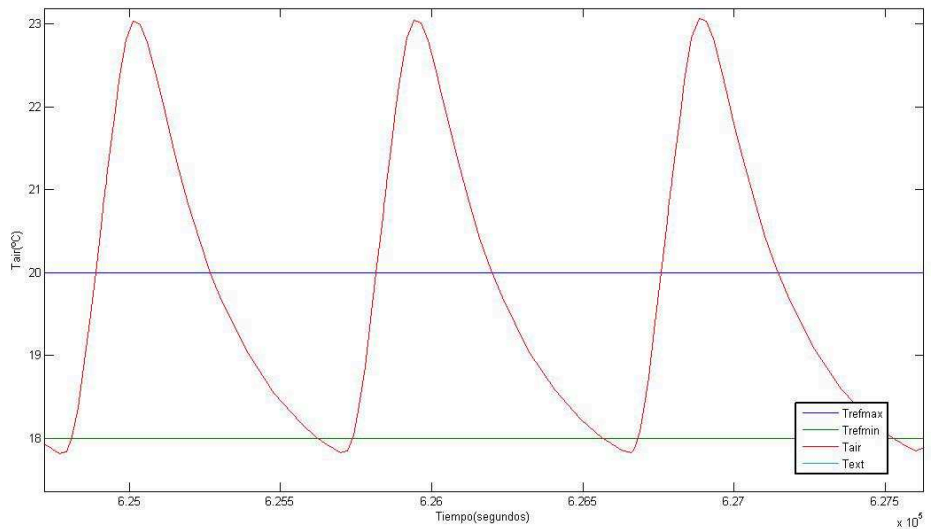
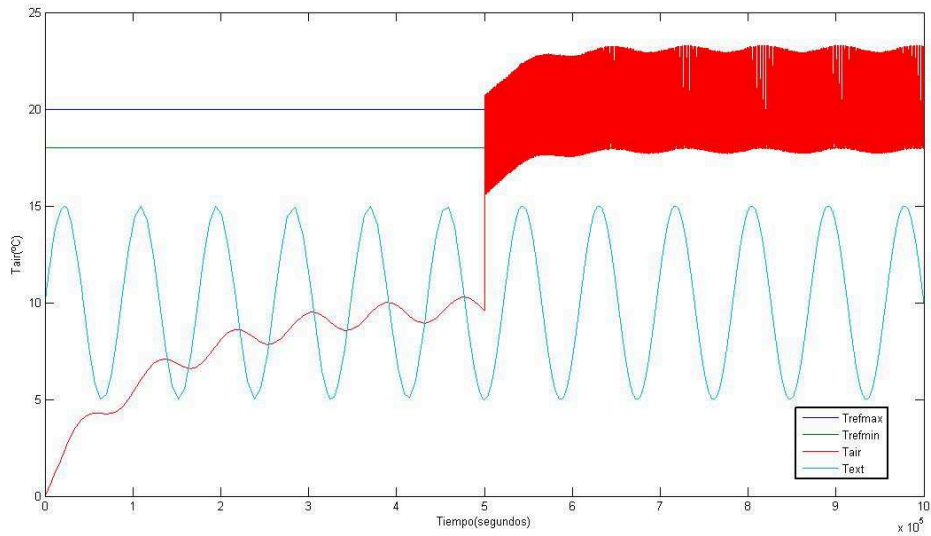


Para rango bajo ($\pm 0.5^{\circ}\text{C}$): las temperaturas de la estancia se alejan menos de la temperatura de referencia ideal. Sin embargo también puede apreciarse que el número de veces que conmuta el termostato, y por tanto que se enciende y apaga la caldera es mucho mayor. Esto implica que ciertos componentes del sistema, algunos importantes como los quemadores de la caldera, se envejecen prematuramente y se acorta su vida. Este corto ciclo ON-OFF también repercute en el confort.

Se procede a calcular el IC en este caso:

$$IC = \frac{0.4}{(1 + [22.75 - 18.4]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 19.9155]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 1000}{7200}})$$

$$IC = 0.02 + 0.217611 + 0.068151 = 0.30584$$



Para rango alto ($\pm 1^\circ\text{C}$): se alcanzan temperaturas extremas de un grado por encima o debajo de la deseada. Pero en contrapartida hay menos conmutaciones y el sistema sufre menos, no se acorta tanto su vida útil; al conseguirse un ciclo ON-OFF mejor que el anterior, finalmente el índice de confort es mayor en este caso. Esto se debe a cómo se ha diseñado el mismo, ya que si se ven los sumandos por separado se aprecia como este sistema es peor en los dos primeros términos aunque mucho mejor en el tercero.

Se procede a calcular el IC en este caso:

$$IC = \frac{0.4}{(1 + [23.2 - 17.8]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 19.8687]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 1500}{7200}})$$

$$IC = 0.0132626 + 0.227967 + 0.09294 = 0.33417$$

Obviamente esta situación coincide con el primer experimento: número adecuado de radiadores ya que las condiciones son las mismas. En este caso, debido al diseño del índice de confort, el ciclo ON-OFF más largo que en el caso anterior tiene mayor importancia que el valor más elevado de la temperatura pico a pico.

Puede concluirse que cada uno de los rangos tiene sus ventajas e inconvenientes, uno tiene sobrepasamientos menores y otro ciclos ON-OFF mayores; depende de las preferencias del usuario.

3.5.2.2.-Control proporcional-integral

La siguiente opción de regulador es un proporcional-integral ("PI") debido a sus muchas virtudes. La estructura de estos reguladores es:

$$R(s) = K_R \times \frac{1 + \tau_{REG}s}{s}$$

De modo que disponemos de los parámetros: constante del regulador " K_R " y constante de tiempo del regulador " τ_{REG} ", o sea: cero que aporta el regulador al sistema, para conseguir que se cumplan las condiciones deseadas.

Para empezar, con este tipo de regulador se obtiene un error de posición nulo siempre que se calcule adecuadamente, de modo que se esté actuando en un rango de frecuencia que se corresponda con el de actuación del sistema.

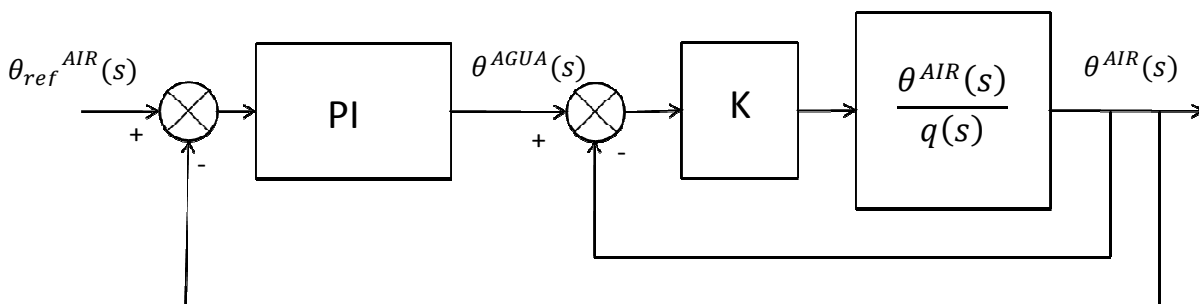
También pueden eliminarse las perturbaciones que derivan de la acción de la temperatura exterior. El error en régimen permanente debido a una perturbación en un sistema controlado con regulador PI es nulo. Lo que hace el regulador es actuar con su parte integral sobre el error, que obviamente se ve afectado por la perturbación. En caso de que esa oscilación observada anteriormente se encuentre en semiciclo positivo la salida aumentará de valor, de modo que el error será negativo y la parte integral disminuirá el valor de la acción de manera que se volverá al valor de salida deseado. Ocurrirá lo contrario en los semiciclos negativos de perturbación. La salida disminuirá, el error aumentará (valor positivo) y con él la acción por parte de la integral de modo que se regresará al valor deseado de salida.

Este tipo de regulador permite conseguir acciones muy rápidas, con mejoras del transitorio aumentando la ganancia del regulador, de modo que la parte proporcional (que actúa instantáneamente) hace que la acción inicial sea rápida disminuyendo así el tiempo de respuesta. Sin embargo este sistema es "lento" por naturaleza, calentar una vivienda es cuestión de unas horas, por lo que el tiempo de respuesta que se impondrá o se le exigirá a este sistema de cara al diseño del regulador será razonablemente parecido (unas horas). Por ello en principio no sería necesario añadir una parte proporcional al regulador sino implementar un integrador puro con su ganancia.

Teniendo en cuenta lo anteriormente comentado respecto al tiempo de respuesta de este sistema, la estrategia de control se va a basar en la estructura de: "control en cascada". Para diseñar el regulador se van a considerar "instantáneos" los eventos cuya duración es despreciable respecto al comportamiento del sistema vivienda: caldeo de la estancia, lo que tarda el aire de la misma en calentarse a la temperatura deseada.

Así pues: el tiempo que tarda el agua de los radiadores en calentarse a través de la energía que entrega la caldera, el tiempo que tarda todo el agua del sistema de radiadores en llegar a los mismos (que se implementó como un retardo), etc. hasta que en definitiva se consigue que el agua esté a la temperatura deseada, se considera instantáneo. De todo este sistema sólo quedará una constante, la ganancia estática de todo el conjunto que se ha resumido.

Al regulador PI entrará el error de temperatura del aire, y del mismo saldrá la temperatura de referencia del agua de los radiadores. Como se acaba de comentar, se considerará instantánea la acción del sistema al calentar el agua a esa temperatura, después se restará la temperatura del aire y se aplicará la resistencia térmica de los radiadores (que es la constante K que queda de todo el sistema que se ha simplificado) que hará de factor de conversión entre la diferencia de temperatura y el calor entregado al aire de la estancia. Después irá el sistema vivienda tal cual se definió anteriormente. Por tanto el circuito que se usará para el diseño del regulador será el siguiente:



Debido a que todavía hay que tener en cuenta el retardo puro asociado al tiempo que tarda en calentarse por completo (homogéneamente) el aire de la estancia, se van a usar métodos frecuenciales para obtener el regulador. Por ello el primer paso es obtener el diagrama de bode de la parte del sistema que queda “aguas abajo” del regulador en cuestión, es decir: la ganancia estática resultante de la simplificación de parte del sistema en serie con el sistema vivienda, todo ello realimentado.

Como se ha comentado antes, la ganancia estática es en realidad la resistencia térmica del conjunto de radiadores que ya se obtuvo anteriormente: 0.03 °C/w

$$K = \frac{1}{R_t^{RAD}_{TOTAL}} = 16 \text{ radiadores} \times \frac{1}{0.03 \text{ }^\circ\text{C radiador/w}} = \frac{16}{0.03} \text{ w/}^\circ\text{C}$$

La función de transferencia resultante de esa realimentación negativa una vez aplicados los datos numéricos, aquella de la cual queremos obtener el diagrama de Bode, es la siguiente:

$$f_{dt}(s) = \frac{NUM(s)}{DEN(s)}$$

$$NUM(s) = (K\tau^{SOL}\tau^{AIS}R_t^1R_t^2R_t^{SOL})s^2 + (K\tau^{SOL}R_t^1R_t^{SOL} + K\tau^{SOL}R_t^2R_t^{SOL} + K\tau^{AIS}R_t^1R_t^2)s + (KR_t^1 + KR_t^2)$$

$$DEN(s) = (\tau^{SOL}\tau^{AIS}\tau^{AIR}R_t^1R_t^2R_t^{SOL})s^3 + (K\tau^{SOL}\tau^{AIS}R_t^1R_t^2R_t^{SOL} + \tau^{SOL}\tau^{AIS}R_t^1R_t^2 + \tau^{SOL}\tau^{AIR}R_t^2R_t^{SOL} + \tau^{SOL}\tau^{AIR}R_t^1R_t^{SOL} + \tau^{SOL}\tau^{AIS}R_t^{SOL}R_t^2 + \tau^{AIR}\tau^{AIS}R_t^1R_t^2)s^2 + (K\tau^{SOL}R_t^1R_t^{SOL} + K\tau^{SOL}R_t^2R_t^{SOL} + K\tau^{AIS}R_t^1R_t^2 + \tau^{SOL}R_t^{SOL} + \tau^{SOL}(R_t^1R_t^2) + \tau^{AIR}R_t^2 + \tau^{AIR}R_t^1 + \tau^{AIS}R_t^2)s + (KR_t^1 + KR_t^2 + 1)$$

Aplicando los valores numéricos queda:

$$f_{dt}(s) = \frac{(1.1648 \times 10^9)s^2 + (7.253 \times 10^4)s + (1.067)}{(3.448 \times 10^{11})s^3 + (5.547 \times 10^9)s^2 + (7.203 \times 10^5)s + (2.067)}$$

Esa no es la función de transferencia completa, ya que falta añadir el retardo puro anteriormente mencionado. La manera de introducir esos retardos en una función de transferencia en "s" es la siguiente:

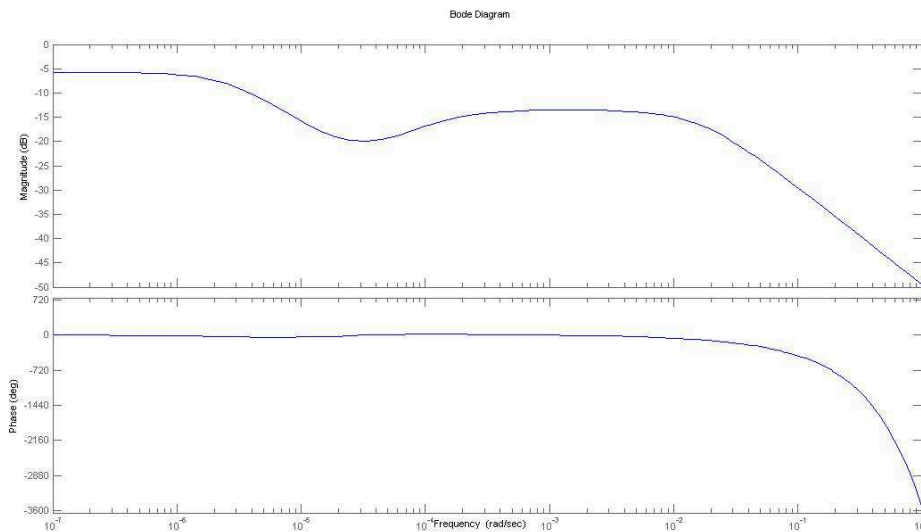
$$e^{-Ts}$$

T: tiempo de retardo

Por tanto la función de transferencia definitiva será:

$$f_{dt}(s) = \frac{(1.1648 \times 10^9)s^2 + (7.253 \times 10^4)s + (1.067)}{(3.448 \times 10^{11})s^3 + (5.547 \times 10^9)s^2 + (7.203 \times 10^5)s + (2.067)} \times e^{-60s}$$

El diagrama de Bode de la misma es:



Puede apreciarse el efecto del retardo puro en el sistema, se ve como a altas frecuencias el sistema se inestabiliza y la fase cae a valores negativos muy elevados.

Si se desea conseguir un sistema con una sobreoscilación: $SO = 0\%$ se requiere un margen de fase: $M_f \geq 75^\circ$. En el caso de $M_f = 75^\circ$, $\xi = 0.4$ y el sistema tiene un tiempo de respuesta: $t_r = \frac{4.75}{w_n}$

Teniendo en cuenta el tipo de sistema con el que se está tratando, se debe partir de un tiempo de respuesta razonable para el diseño.

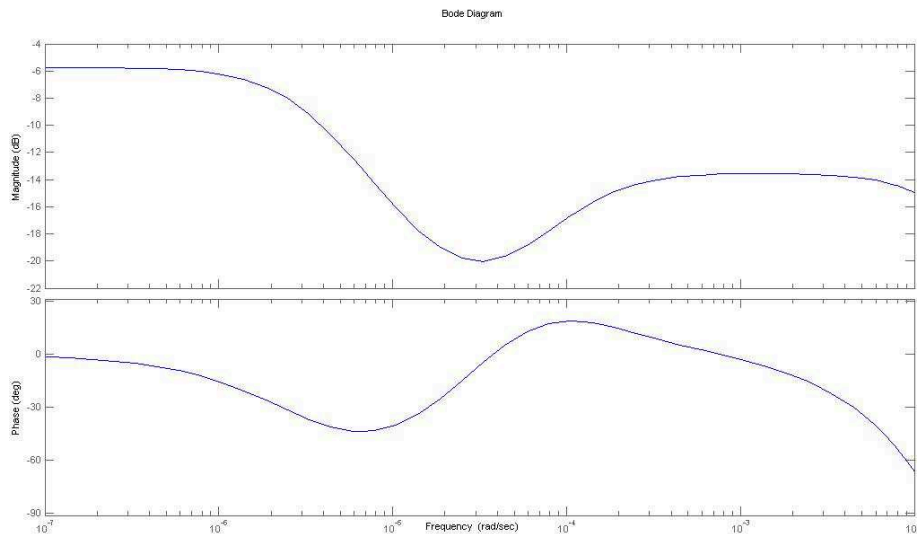
Por una parte el tiempo de respuesta debe ser claramente menor al ciclo de la perturbación que supone la temperatura exterior para el sistema. De ese modo el sistema podrá actuar, o responder a dicha perturbación, sin filtrarla. Si se partiese de un tiempo de respuesta similar o mayor al ciclo de perturbación que supone la temperatura exterior, la frecuencia de dicha perturbación quedaría más allá (sería mayor) que la frecuencia de corte que se estaría imponiendo al sistema y quedaría filtrada, consecuentemente el sistema no actuaría sobre ella y la temperatura del aire se vería afectada.

Por otro lado el tiempo de respuesta deberá ser lo suficientemente elevado como para que sus acciones sean compatibles con el dimensionamiento de la caldera, de modo que un tiempo razonable sería aproximadamente una octava parte del ciclo de la perturbación temperatura externa, 10000 segundos (aproximadamente 3 horas) que es bastante superior al ciclo ON-OFF típico de la caldera.

$$t_r = \frac{4.75}{w_n} = 10000 \text{ segundos} \longrightarrow w_n = \frac{4.75}{10000 \text{ segundos}} = 4.75 \times 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$\frac{w_c}{w_n} = 0.5 \longrightarrow w_c = 0.5 \times 4.75 \times 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{seg}} = 2.375 \times 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

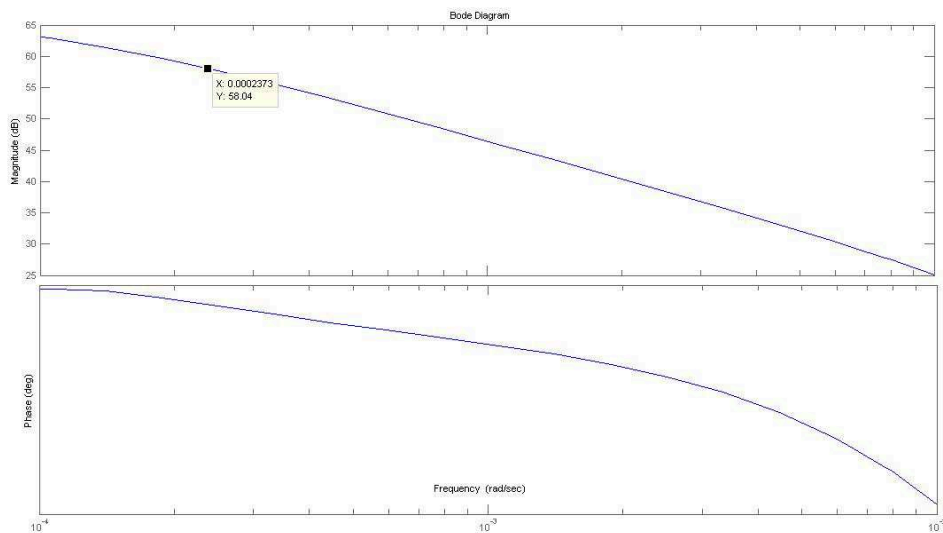
En ese punto del diagrama, a esa frecuencia de corte deseada, es donde se debería conseguir el margen de fase: $M_f \geq 75^\circ$. En la siguiente figura se muestra esa zona del diagrama.



Se puede apreciar a primera vista que el margen de fase es más que suficiente, de casi 180° aunque hay que tener en cuenta que todavía puede ser menor debido a la inclusión del integrador, que baja 90° el diagrama de fases a bajas frecuencias.

En un principio se va a calcular el regulador más simple posible, un integrador puro al cual se añadirá acción proporcional si fuese necesario.

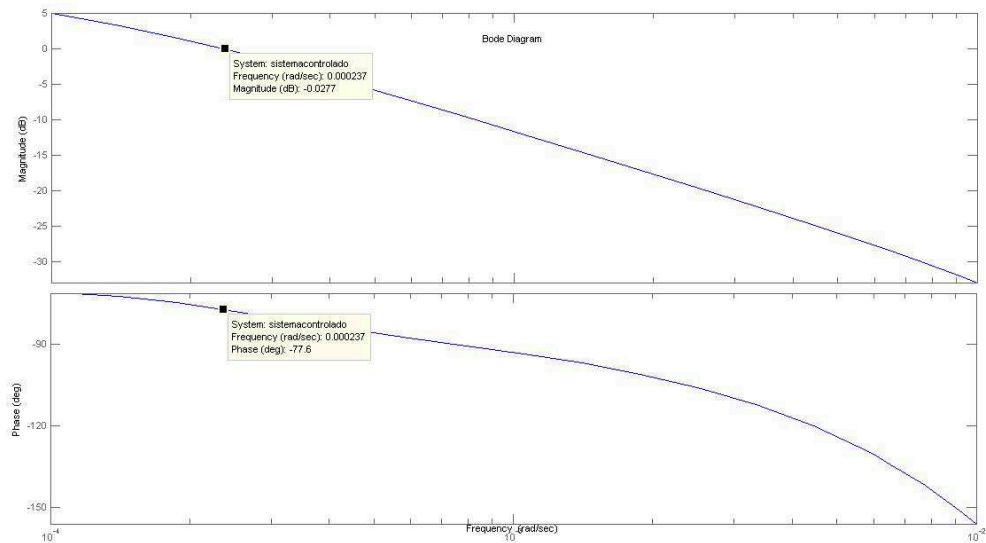
En el siguiente diagrama de Bode se observa el sistema aplicándole un integrador con ganancia unidad.



El integrador aporta -90° en el diagrama de fases y una caída de $-20dB/s$ a bajas frecuencias. Sin embargo, puede apreciarse como el margen de fase sigue siendo suficiente en la frecuencia de corte que se ha seleccionado. A esa frecuencia, el valor del diagrama de módulos es de aproximadamente $58dB/s$ de modo que será necesario incluir una ganancia K_{REG} de valor menor que uno de manera que “se baje” el diagrama de módulos en ese punto hasta el valor de $0dB/s$.

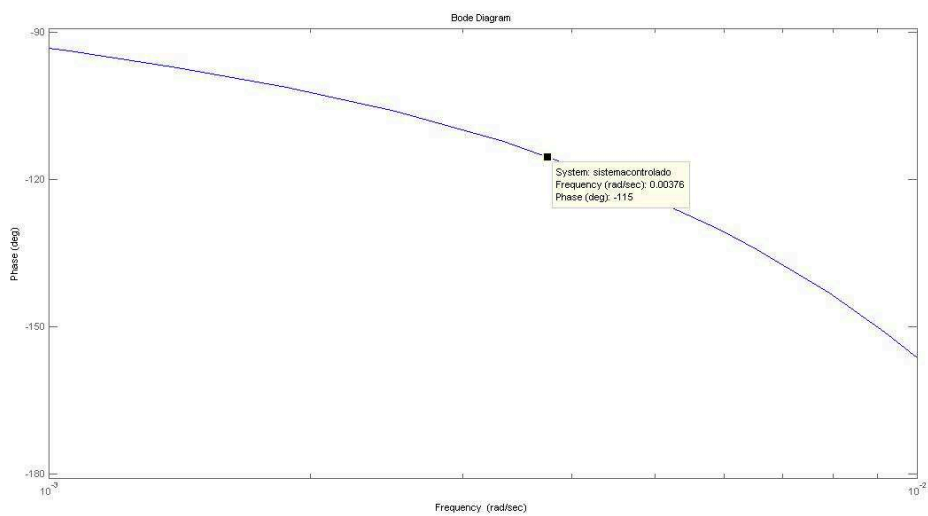
$$20 \log K_{REG} = -58dB/s \quad \longrightarrow \quad K_{REG} = 10^{\frac{-58}{20}} = 1.25 \times 10^{-3}$$

En la siguiente figura se muestra el sistema con el integrador puro y la ganancia anteriormente calculada.



Como puede observarse, con la inclusión de esa ganancia del regulador se consigue que la frecuencia de corte sea la deseada, de manera que el margen de fase es suficiente.

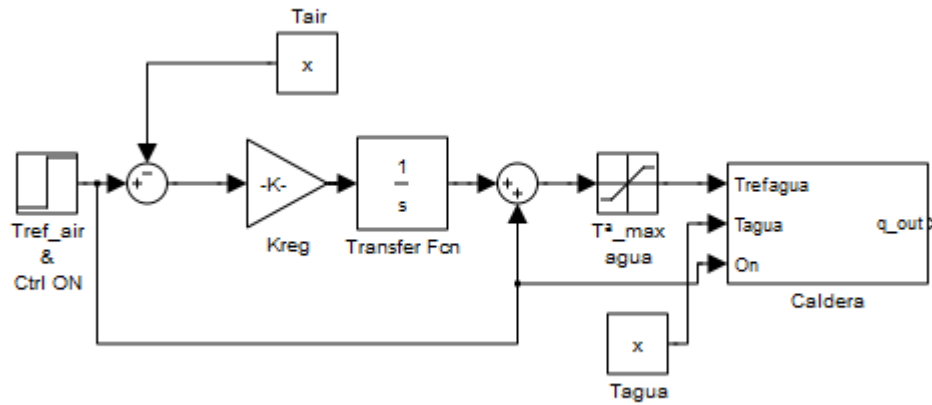
El situarse más a la derecha en el diagrama, a frecuencias mayores, supone trabajar con tiempos de respuesta más exigentes (menores) pero se puede llegar a un valor de margen de fase insuficiente. En la siguiente figura se observa el límite de frecuencia máxima para un margen de fase suficiente (se corresponde con el sistema con un solo integrador puro de ganancia unidad).



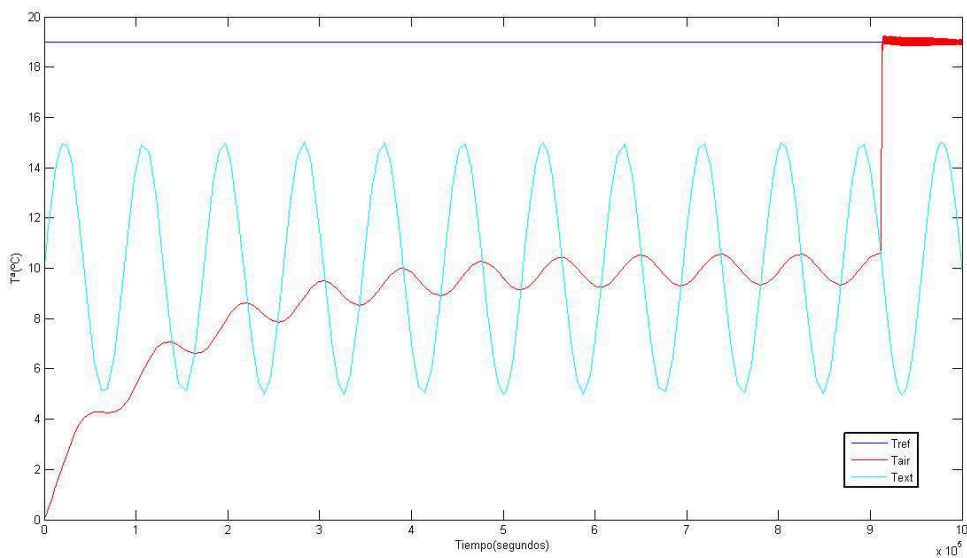
El valor límite de frecuencia es de $3.75 \times 10^{-3} \frac{rad}{seg}$, para el cual el valor del margen de fase es exactamente de 75° . En un valor de frecuencia de unos $2.4 \times 10^{-3} \frac{rad}{seg}$ el margen de fase es suficientemente alto de manera que si se usa un valor de K_{REG} para que la frecuencia de corte se coloque ahí se conseguirá un tiempo de respuesta lo menor posible para la estabilidad, que además cumple las condiciones comentadas anteriormente. Este valor de ganancia es de 0.01 y es el que se aplicará en principio para conseguir el tiempo de respuesta más exigente posible.

Se pasa a implementar el control PI en el sistema. Para este tipo de control se eliminará el termostato de manera que, como se comentó antes, la entrada del regulador será la del error de temperatura mientras que su salida será de temperatura de agua de los radiadores. Al tratarse de un controlador con integrador puro, ante un error próximo a cero la acción sería también próxima a cero grados de modo que la acción del regulador sería la de “enfriar el agua” ya que ésta se encontraría a una temperatura próxima a la de la estancia. Para que esto no ocurra se plantea la acción del regulador, no como la “temperatura de agua deseada” sino como una temperatura incremental sobre aquella a la que ya están los radiadores, que como se ha comentado antes será próxima a la temperatura a la que se encontrase la estancia en ese momento. Esta solución consiste en asignar a los radiadores una T^a deseada igual a la suma entre la que el usuario establece como referencia para el aire (la referencia en el control PI) más la que sale del PI. Esto puede implementarse mediante estructura de control que contempla una prealimentación de consigna a la entrada del sistema de radiadores.

Por último cabe destacar que la temperatura máxima del agua debe limitarse al máximo que se ha comentado con anterioridad, unos 80° , pudiendo implementarse con una saturación antes de la entrada al sistema de radiadores. En la siguiente figura pueden apreciarse todas las medidas tomadas para la implementación del regulador. La siguiente figura muestra dicha estructura.

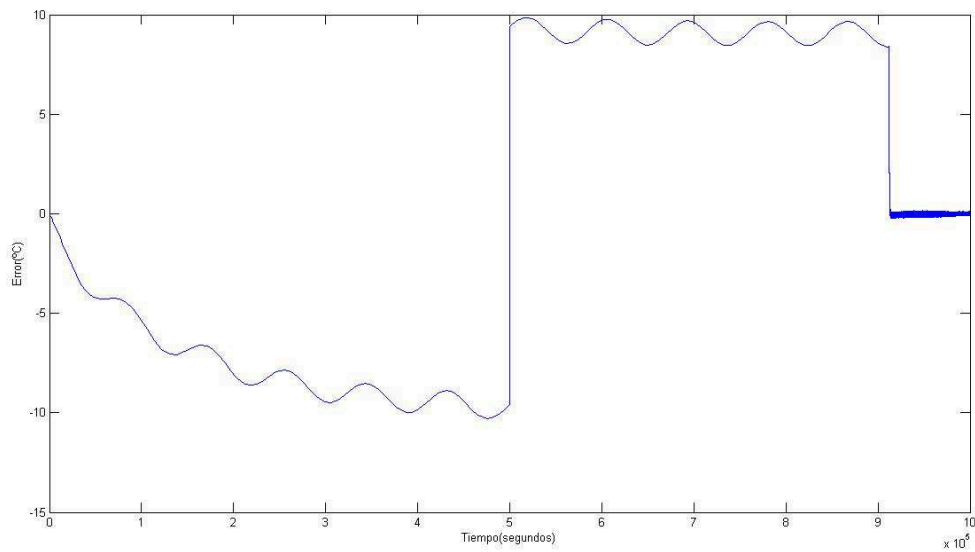


Se procede a realizar una simulación en las mismas condiciones que las anteriores, con la temperatura de referencia del aire de 19°C. En este caso se actuará igual que en los anteriores, de modo que el control no entrará en acción hasta el segundo 500000, para que la afección de la temperatura exterior en la temperatura ambiente alcance el régimen permanente. La siguiente figura muestra la evolución de la temperatura del aire en este caso.

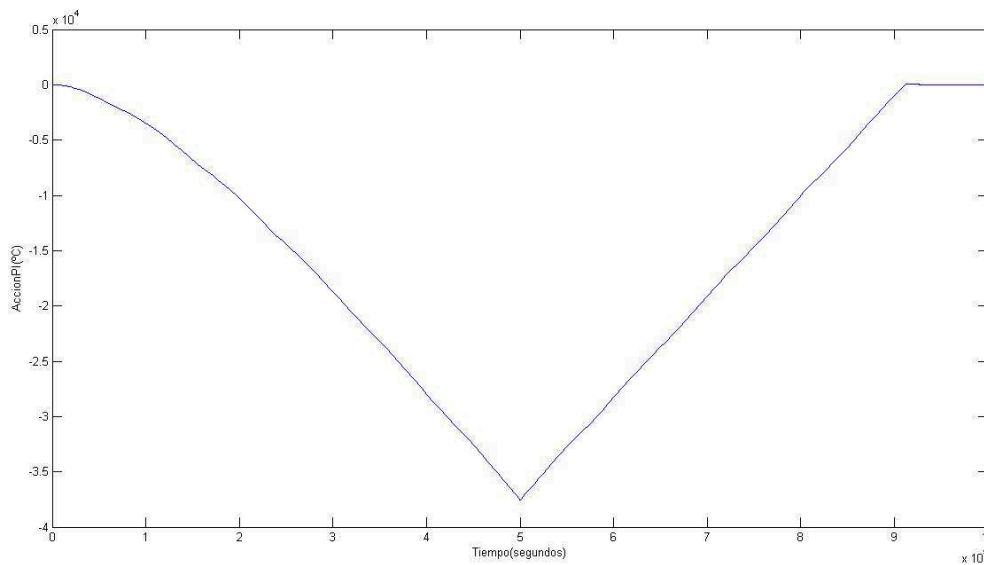


Como puede apreciarse, la temperatura no llega al valor deseado hasta los 900000 segundos, en lugar de los 500000 como se espera. La razón es que no se ha tenido en cuenta uno de los inconvenientes más claros a la hora de implementar un regulador de tipo integral, el problema del “windup”.

En la siguiente figura se observa el error de entrada al regulador antes de que el control entre en acción.



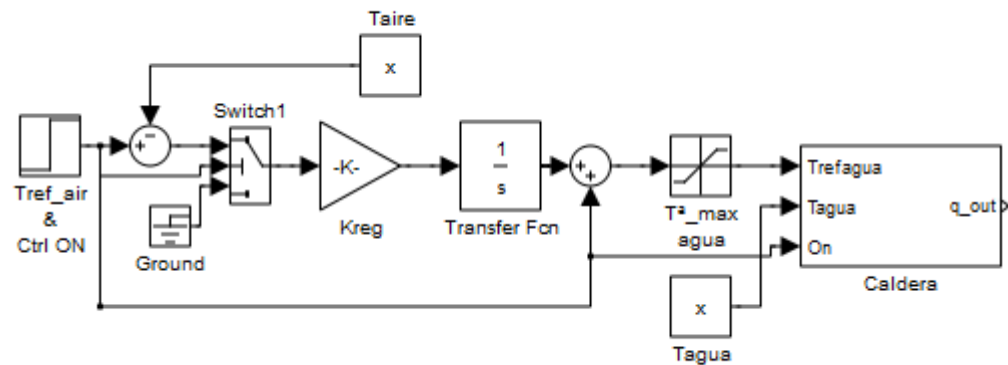
Se puede apreciar que su magnitud parte de cero y disminuye hasta ser el valor negativo de la temperatura ambiente en ese momento. Esa acumulación de error de valor negativo hace que la acción del regulador sufra de una saturación negativa. La siguiente figura muestra la acción del regulador en estas condiciones.



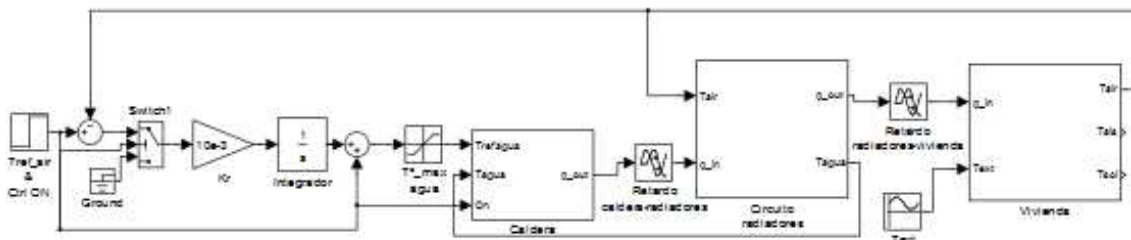
Como puede apreciarse, la acumulación de error negativo hace que la acción integral adquiera valores negativos muy grandes, de manera que cuando el error pasa a ser positivo (a los 500000 cuando se introduce la temperatura de referencia del aire) la acción integral es tan baja que le cuesta mucho subir hasta un valor que haga que el sistema funcione correctamente.

Como se ha comentado antes, este es uno de los tipos de errores debidos al “windup” que puede darse en estos sistemas. Una manera de resolver este problema de “windup” en el encendido del sistema es forzar el error a ser nulo hasta el

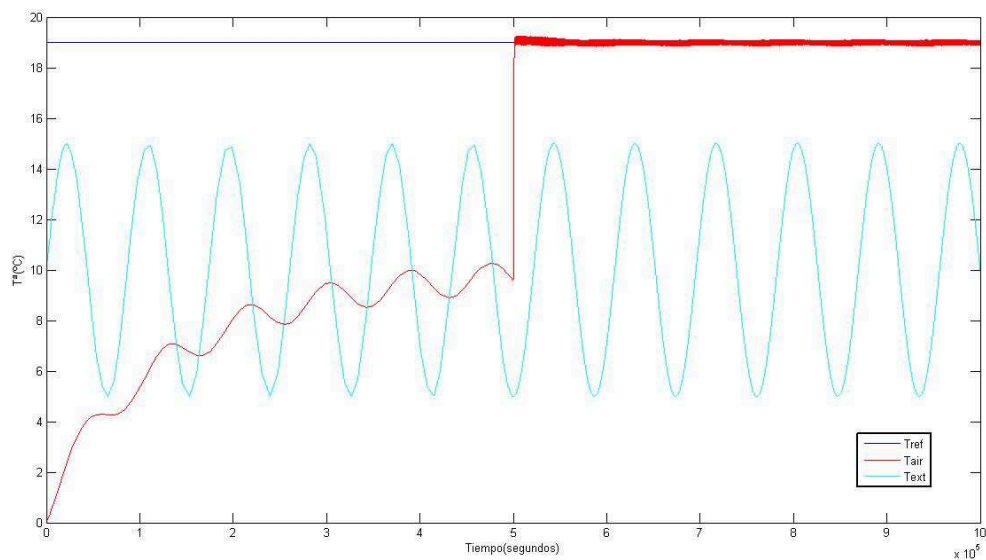
momento en que se active el control. Esta solución puede implementarse con un switch que deje pasar el error real cuando detecte el flanco de subida del encendido del sistema, aunque sólo solucionará el problema para el paso de encendido de la misma. Esa misma señal de ON (el flanco de subida) se usa también para el encendido de la propia caldera. La estructura resultante es la de la siguiente figura.



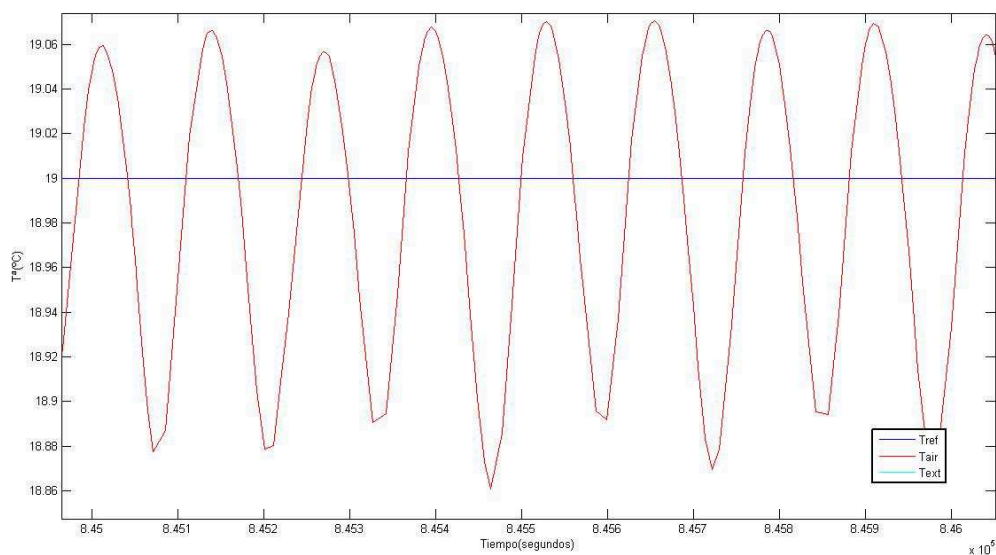
El resto de subsistemas y conexiones no varían con que el montaje para las simulaciones queda del siguiente modo:



Se pasa a realizar una simulación en las mismas condiciones que antes: 16 radiadores, una temperatura media exterior de 10° con una oscilación de 5°. En la siguiente figura puede apreciarse la evolución de la temperatura del aire de la estancia.



Como puede apreciarse, los sobrepasamientos son mucho menores. Esto se debe a que el error de posición es nulo, aunque sigue habiendo pequeños sobrepasamientos debido a los retrasos existentes en el sistema. El regulador ha conseguido que se elimine el efecto de la temperatura exterior ya que, como se aprecia en la siguiente figura, se elimina cualquier tipo de oscilación en la temperatura del aire de la estancia (dicha oscilación provenía de la perturbación de la temperatura exterior).



Al ser los sobrepasamientos son mucho menores que en otras ocasiones, la temperatura se ajusta mucho más a la deseada, como se espera de un sistema con este tipo de control.

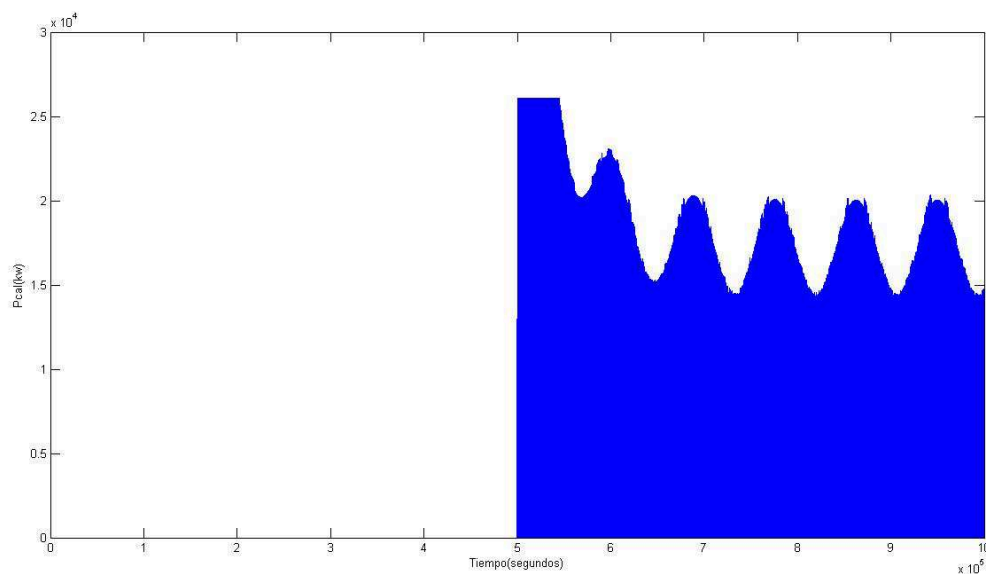
Se procede a calcular el IC en este caso:

$$IC = \frac{0.4}{(1 + [19.6 - 18.8]^2)} + \frac{0.4}{(1 + [19 - 19.0217]^2)} + 0.2 \times (1 - e^{-\frac{3 \times 100}{7200}})$$

$$IC = 0.2439 + 0.3998 + 0.00816 = 0.6518$$

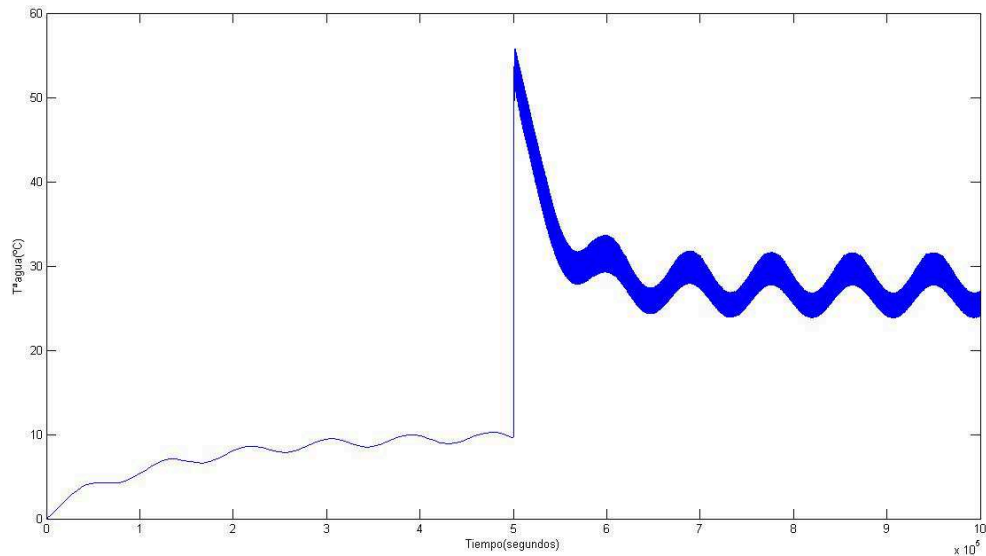
Como puede observarse, el índice de confort es mucho mayor que en otros casos. La precisión de la temperatura del aire hace que la temperatura pico-pico sea muy pequeña, apenas 1°C, y que la temperatura media coincida prácticamente con la marcada en la referencia. Aunque el ciclo ON-OFF sea muy pequeño, menor que en anteriores ocasiones, el hecho de que la temperatura pico-pico sea tan pequeña le resta importancia ya que no se sentiría ese cambio brusco de temperatura cada poco tiempo que suponía este factor.

Como se aprecia en la gráfica de la temperatura del aire, hay una fuerte subida de la misma en el momento de encendido del control. Esto se traduce en una fuerte acción inicial del regulador debido al gran error en ese instante. La siguiente figura se corresponde con la potencia entregada por la caldera.



Como puede apreciarse, la potencia que entrega la caldera en la primera subida de la temperatura, al activarse el control, es la máxima. La oscilación posterior se debe a que el regulador solicita una temperatura en el agua de los radiadores que compensen las oscilaciones provocadas por la temperatura exterior.

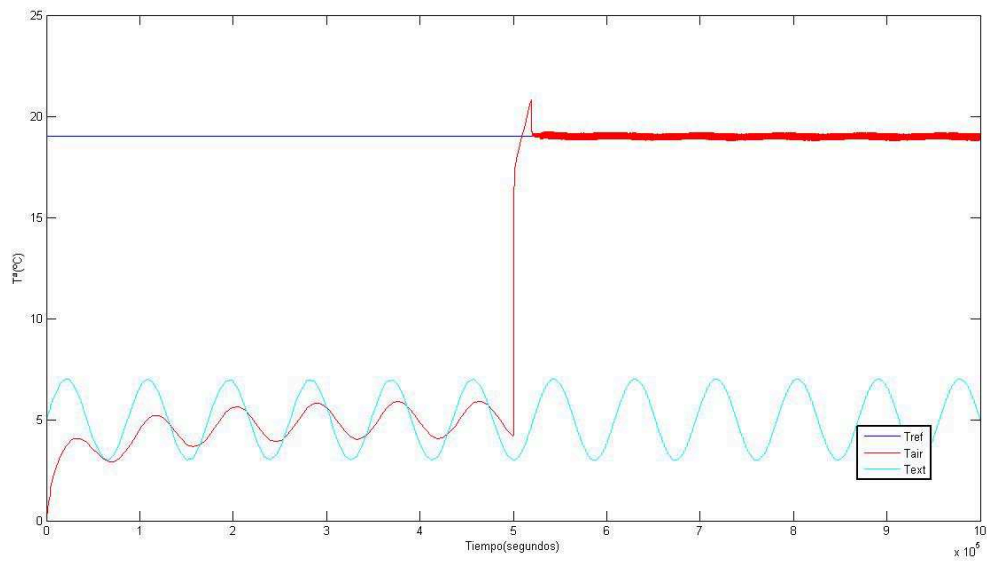
En la siguiente figura se aprecia la acción integral.



Como se puede observar, al principio la temperatura es muy elevada y luego oscila, lo cual se corresponde con lo dicho anteriormente. El sistema “corrige” la perturbación introducida como oscilación aumentando o disminuyendo su acción, que en este caso se traduce en “temperatura del agua de los radiadores”, de modo que se genera una oscilación de la misma para contrarrestar la de perturbación. La acción que se aplica es como máximo de 80°C , siendo precisamente esta limitación de temperatura del agua máxima el origen de la saturación integral.

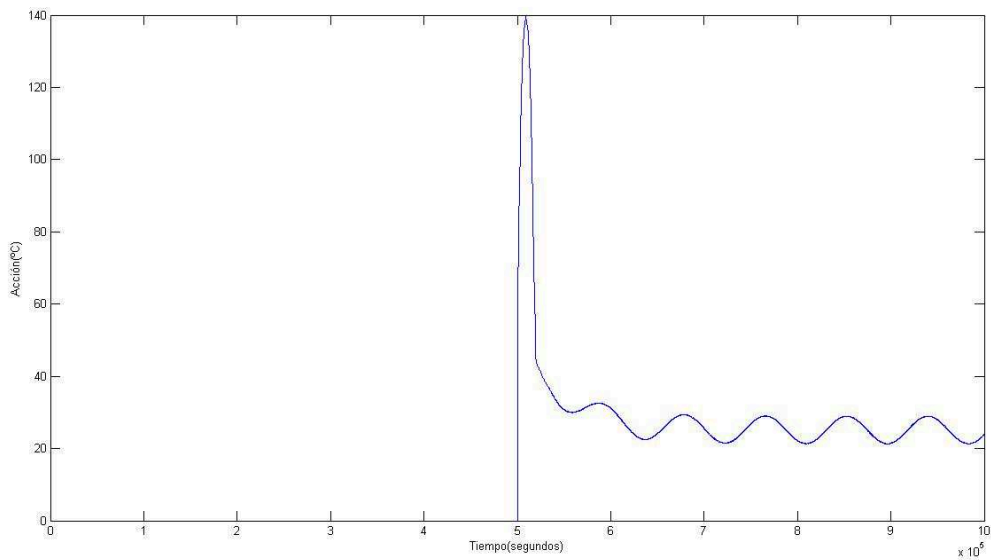
Observando estas gráficas puede apreciarse que el sistema se adapta a las circunstancias, además la temperatura del agua de los radiadores y, por tanto, la potencia de la caldera son menores que en casos anteriores. Esto último es otra gran ventaja de este tipo de control además de la precisión con su consecuente mejora del confort, en régimen permanente la temperatura del agua de los radiadores es bastante menor.

A continuación se aplican al sistema condiciones más duras: se empeoran los aislamientos de la vivienda de modo que pasamos a un valor de: $R_t^2 = 0.0001 \text{ K/W}$, por otra parte la temperatura en el exterior pasa a ser de 5°C de media con una oscilación de 2°C. En la siguiente gráfica se muestra la evolución de la temperatura del aire en estas condiciones.



Como puede observarse se da de nuevo el efecto “windup”. El sistema implementado anteriormente solventaba los problemas de encendido relacionados con el “windup” pero no el resto. Esta vez la temperatura no deja de aumentar cuando ya se ha sobrepasado la temperatura de referencia, en este primer tramo en que la caldera está entregando el máximo y se solicita la mayor temperatura del agua de los radiadores.

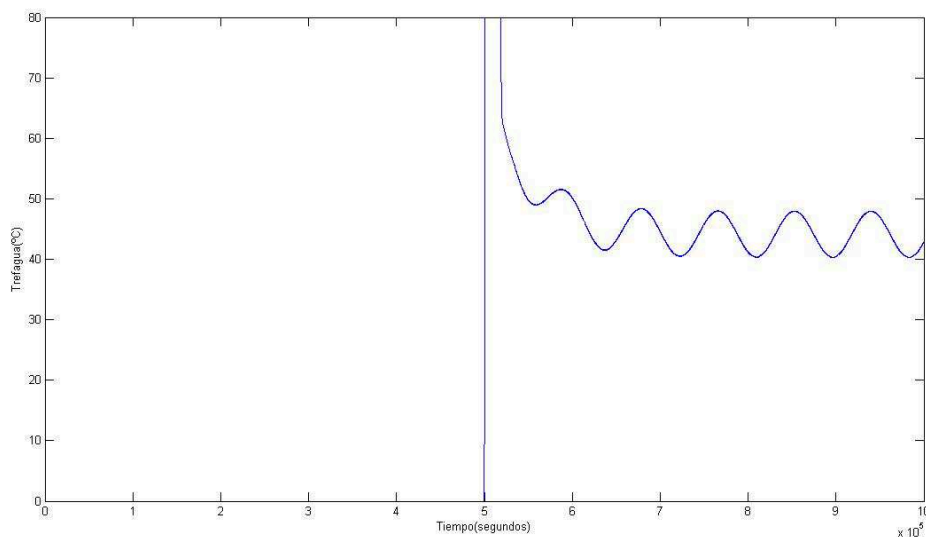
En la siguiente figura se observa la acción del regulador en estas condiciones.



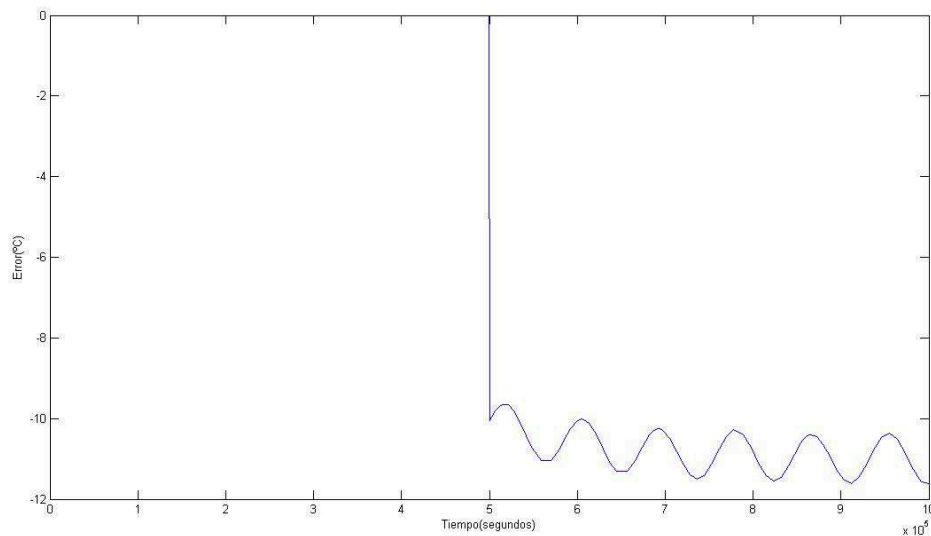
Debido al gran valor del error al inicio del control, la integral adopta valores muy elevados, cada vez mayores (aunque debido a la saturación de temperatura del

agua máxima no llegan a aplicarse) ya que le cuesta cierto tiempo alcanzar la temperatura de referencia debido a las duras condiciones que se han dado.

Una vez alcanzada la temperatura el error es nulo pero la acción del regulador debe bajar desde un punto muy alto (en este caso unos 140°C) de modo que durante ese tiempo la acción aplicada sigue siendo la máxima (80°C en este caso) como puede apreciarse en la siguiente gráfica, y es por ello que se da ese sobrepasamiento de la temperatura del aire.



En otras palabras, en este caso nos encontramos con la situación contraria a la anterior, como se acumula error positivo, la acción integral es demasiado grande. En la situación opuesta, también tendríamos un problema relacionado con el “windup”. En este caso se va a realizar una simulación con temperaturas propias del verano en la cual se supondrá que se ha dejado conectada la calefacción por equivocación, de modo que se activará el sistema y el error ya no será nulo. Como puede observarse en la siguiente gráfica el regulador irá acumulando error negativo provocando que cuando entre en acción se de la saturación negativa que se observó al principio.



Para de solucionar estas situaciones provocadas por el “windup” se implementa un método conocido como “antiwindup” que evita este tipo de saturaciones. Un ejemplo sería colocar un switch que bloqueara la acción integral cuando se produjese una situación anómala respecto a la acción integral en cualquiera de los casos anteriores, ya que la manera de bloquear la integral es forzando el error a ser nulo.

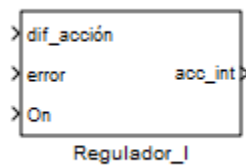
La implementación de este sistema “antiwindup” debe contemplar a la vez las dos condiciones o circunstancias anteriormente observadas. Si se cumple una de ellas se debe bloquear la acción integral introduciendo un cero.

Para el caso de la saturación negativa, el error es negativo puesto que el control está activado pero la temperatura de la vivienda es mayor que la de la referencia por la acción de la temperatura exterior (anteriormente se ha comentado el ejemplo de olvidar la calefacción encendida en verano). Pero el error también es negativo una vez de ha sobrepasado la temperatura de referencia y la acción integral se dispone a disminuir, o está disminuyendo, para volver a la temperatura de referencia. La integral debe bloquearse en el primer caso pero bajo ningún concepto en el segundo. La manera de distinguir estas dos situaciones es saber si la acción teórica (suma de la acción integral y la temperatura de referencia) es mayor o menor que la acción saturada (acción tras la saturación que marca la temperatura máxima del agua de los radiadores). En el supuesto de que la acción integral sea mayor, se tratará del segundo caso en que la acción integral se dispone a disminuir para que se alcance de nuevo; mientras que en el primer caso la acción teórica es nula o como mucho igual a la temperatura de referencia, pero en todo caso menor a la saturada. Por ello se debe implementar un control que bloquee la acción integral (haga el error nulo) cuando se cumplan a la vez las siguientes condiciones: error negativo y acción teórica menor que

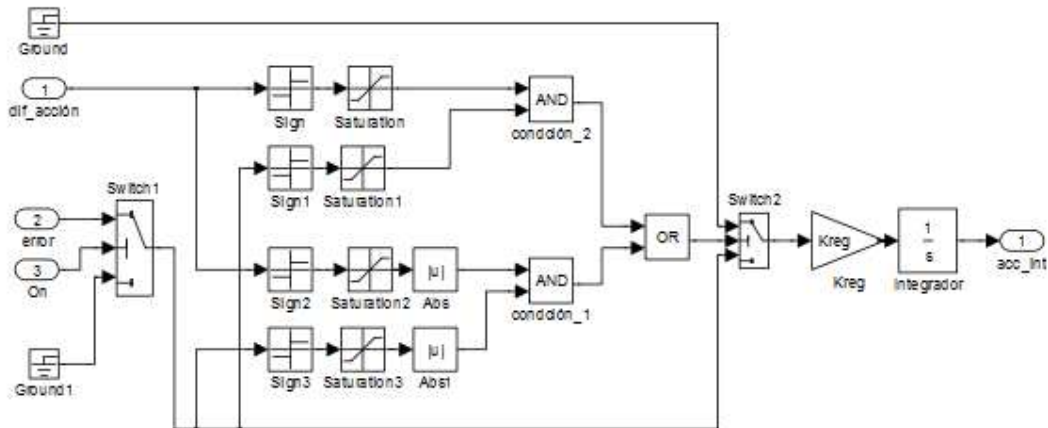
la acción saturada. Esta condición puede implementarse con un tratamiento de dichas señales y la operación lógica “AND” como se muestra más adelante.

En caso de la saturación positiva, el error es positivo ya que todavía no se ha alcanzado la temperatura de referencia pero debe bloquearse la integral para evitar sobrepasamientos. El momento de hacerlo es aquel en que la acción teórica supera la saturada hasta que esta vuelve a ser menor ya que cuando esto ocurra la acción integral debe ser acorde al error para el correcto funcionamiento del sistema. De ese modo queda incluida la zona de sobrepasamiento, que es lo que interesa. Por ello se debe implementar un control que bloquee la integral cuando se cumplan a la vez las siguientes condiciones: error positivo y acción teórica mayor que la acción saturada. Esta condición puede implementarse, al igual que la anterior, con un tratamiento de dichas señales y la operación lógica “AND”.

Se implementa el método “antiwindup” para el encendido y las dos ocasiones en un mismo bloque con la ganancia e integrador del integrador en un mismo subsistema que se denominará “Regulador_I” (regulador integral). Dicho bloque se puede apreciar en la siguiente figura.



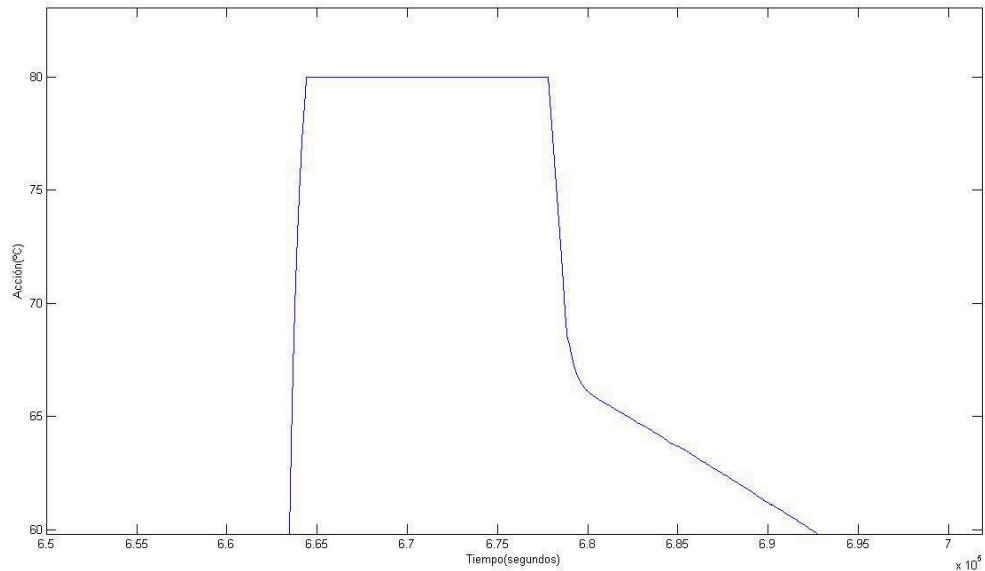
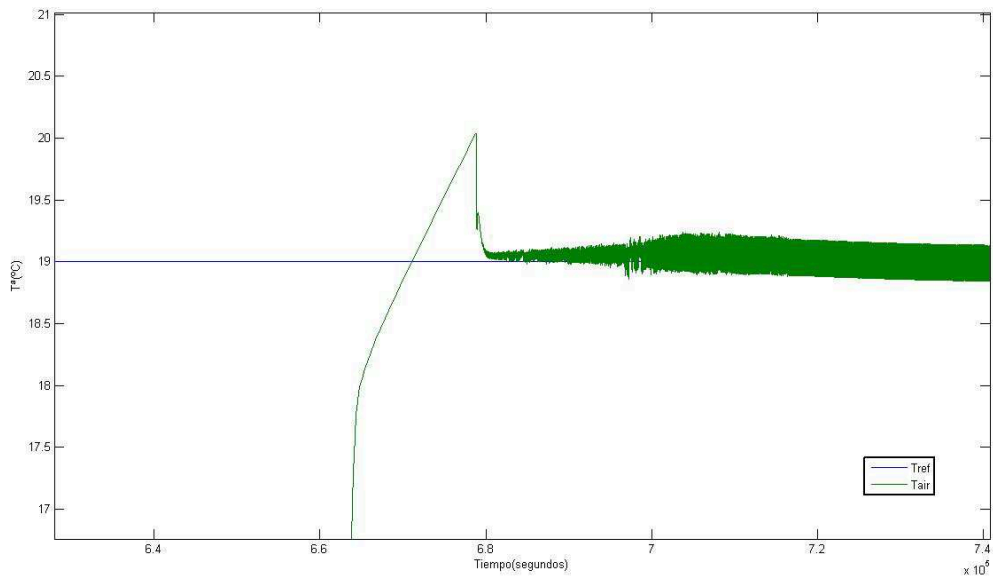
Para que se bloquee la acción integral si se cumplen tanto la primera como la segunda condición (una u otra) se usa la operación lógica “OR”. El conjunto de bloques que realizan la operación “antiwindup” así como el propio integrador y ganancia del regulador, incluidos en el subsistema “Regulador_I”, se observan en la siguiente figura.



Los bloques “sign” y “saturation” permiten tratar las señales de entrada: “dif_acción” (diferencia entre la acción integral y la teórica) y “error” para poder configurar ese control del interruptor “Switch2” que deja pasar el error natural o lo fuerza a cero para bloquear la integral. También se ha añadido una máscara para poder modificar, de manera cómoda y rápida, el valor de la ganancia del regulador como ya se hizo en anteriores subsistemas.

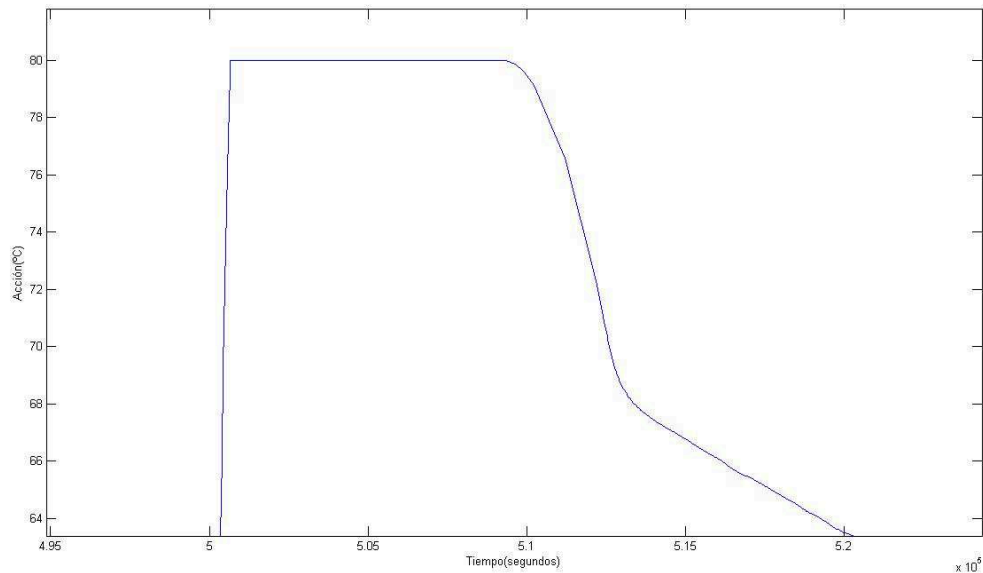
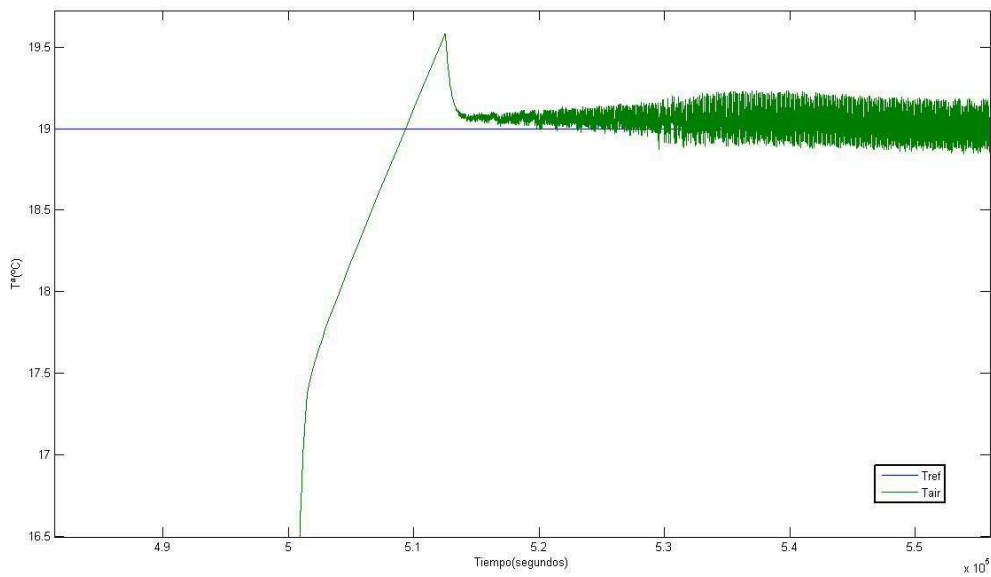
A continuación se muestran la acción saturada y temperatura del aire en la zona de sobrepasamiento por “windup” aplicando los métodos implementados y sin hacerlo para ver la diferencia. Se aplican al sistema condiciones más duras para que se puedan dar esos problemas, se empeoran los aislamientos de la vivienda de modo que pasamos a un valor de: $R_t^2 = 0.0001 \text{ K/W}$, por otra parte la temperatura en el exterior pasa a ser de 5°C de media con una oscilación de 2°C.

Las siguientes figuras muestran las gráficas correspondientes al sistema sin aplicar los métodos “antiwindup”.



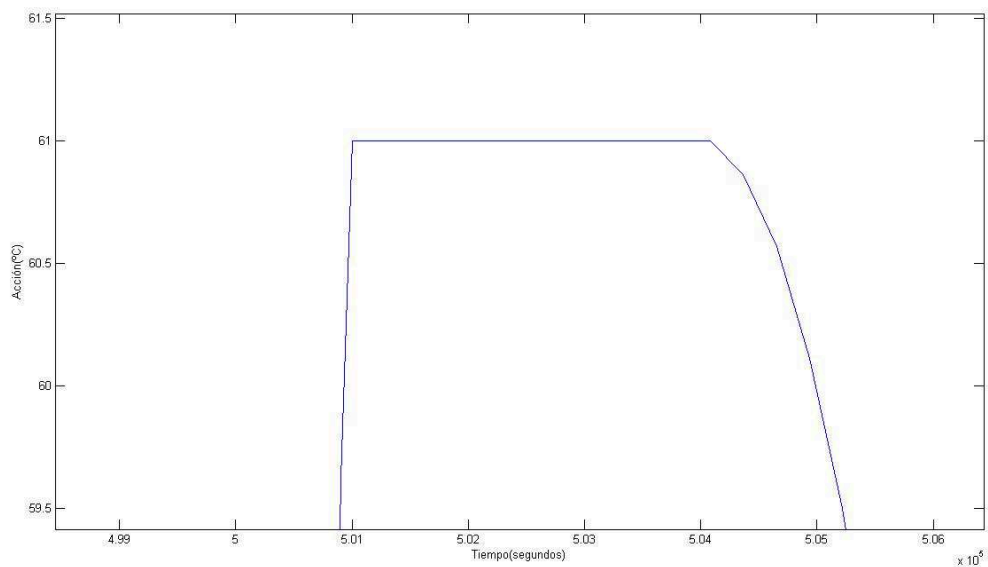
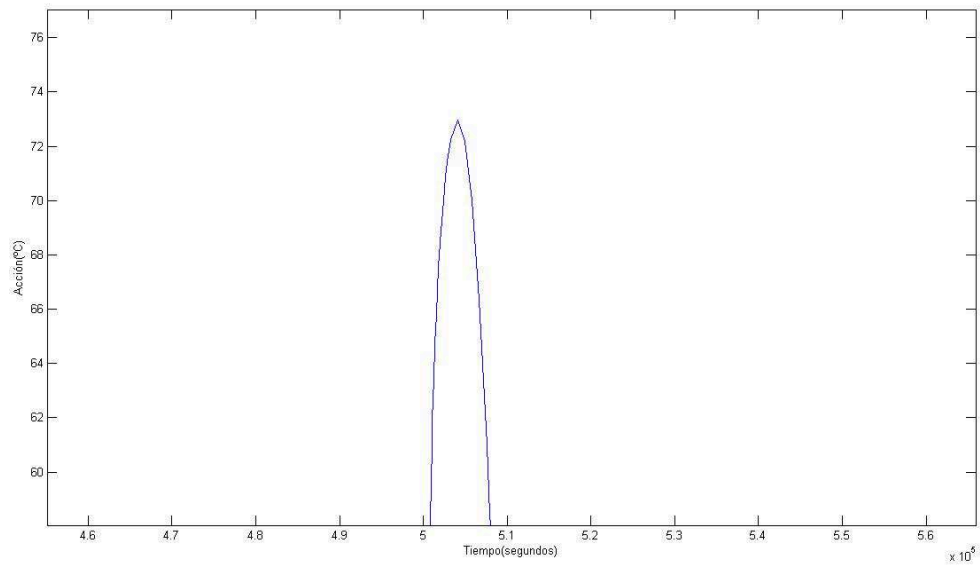
Como se observa, por efecto del “windup” en el encendido del sistema, la acción inicial y la correspondiente subida de la temperatura no se da a los 50000 segundos cuando se activa el sistema sino más adelante. Además esa acción saturada durante la subida de la temperatura en que la integral sigue creciendo es de unas 4 horas, durante las cuales se da el sobrepasamiento de un grado que se aprecia en la imagen.

A continuación se observan las gráficas correspondientes al sistema con “windup” en las mismas condiciones de funcionamiento.



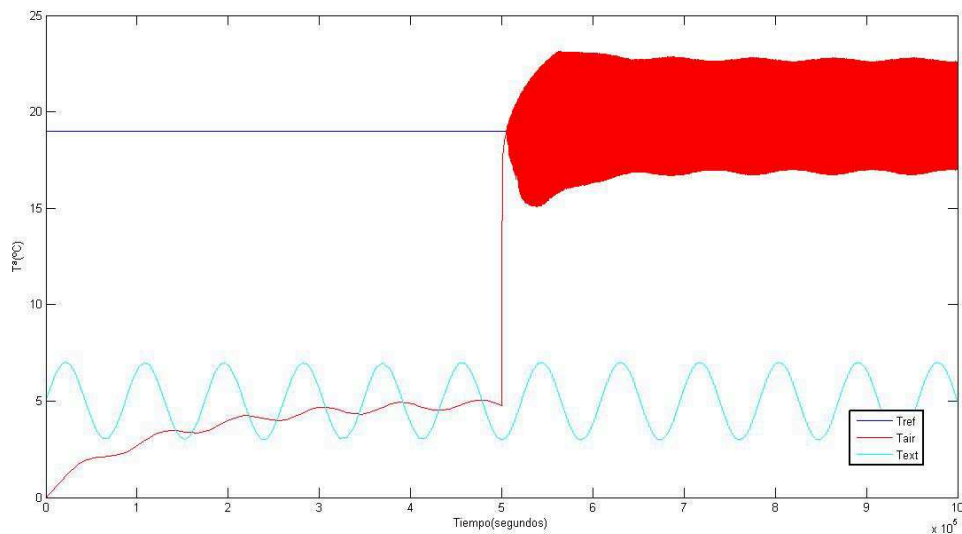
En este caso la subida de la temperatura y acción inicial sí se dan en el momento de encendido del sistema. Además la acción saturada inicial se da durante menos tiempo ya que la integral se bloquea gracias a los métodos de “antiwindup” implementados, en esta ocasión esa acción inicial dura menos de 3 horas. El sobrepasamiento es tan sólo de medio grado, un cuarto de grados por encima del valor máximo de régimen permanente y también es de duración menor al anterior.

A continuación se realizan dos simulaciones en las condiciones anteriores, ahora las dos disponen de método “antiwindup” en el arranque pero sólo la segunda tiene el resto de métodos implementados. Las siguientes gráficas muestran la acción integral en ambos casos.

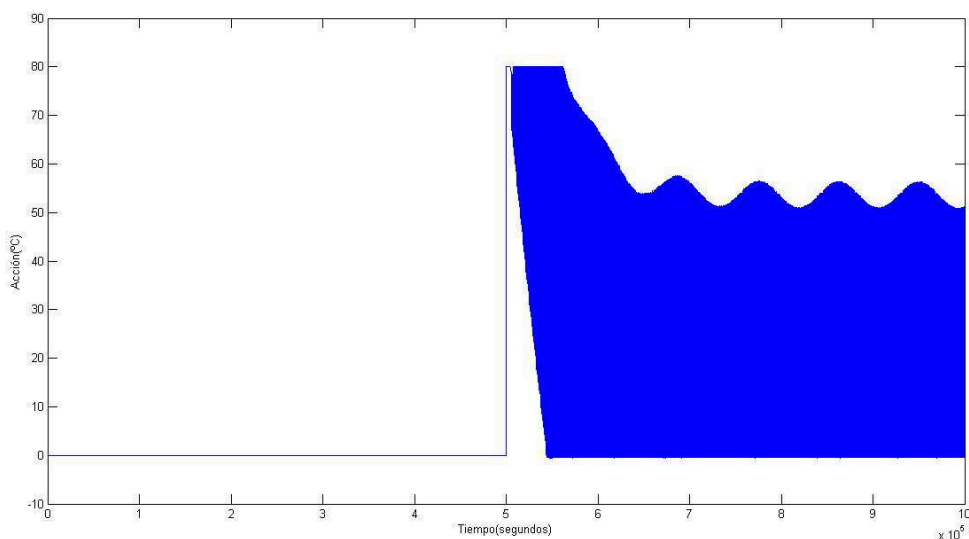


Como puede apreciarse, mientras que en la primera gráfica la acción integral no deja de aumentar hasta alcanzar un valor de aproximadamente 73°C en la segunda se boquea al valor de 61°C de modo que se comprueba que los métodos “antiwindup” implementados funcionan correctamente.

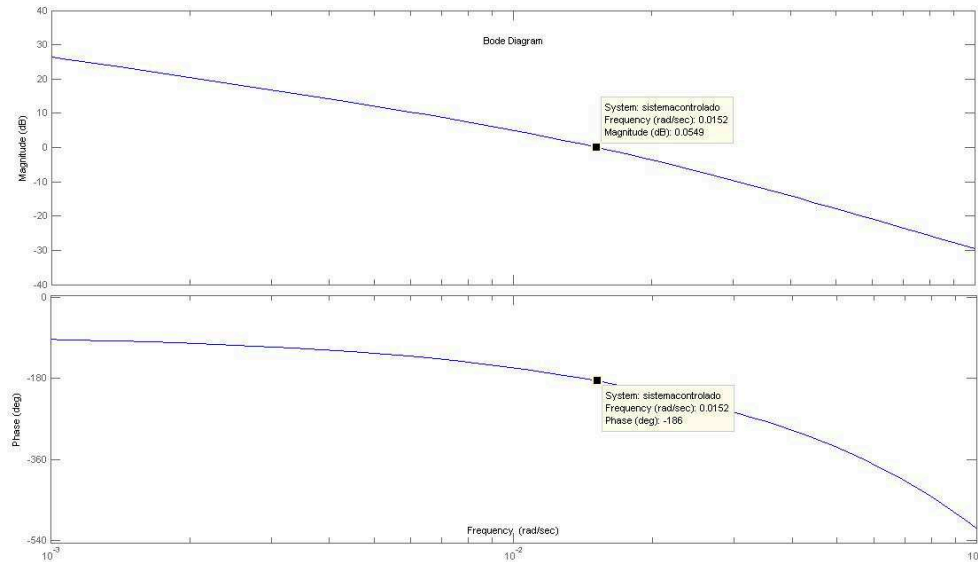
Como se ha comentado antes, la oscilación en régimen permanente es nula, y el comportamiento del regulador en general, es el esperado siempre que se dimensione de manera adecuada el regulador (en este caso se trata de seleccionar de manera adecuada la ganancia del regulador) como se ha hecho anteriormente. A continuación se simula una situación en que se ha dimensionado deliberadamente mal el regulador seleccionando una ganancia 10 veces mayor, es decir $K_{REG} = 0.1$. En la siguiente figura se muestra la evolución de la temperatura del aire de la vivienda.



Como puede observarse el comportamiento del sistema ha empeorado mucho, las oscilaciones se aprecian por encima de unos grandes sobrepasamientos superiores e inferiores. Esto se debe al mal dimensionamiento del sistema. En este caso el sistema está sobredimensionado, la acción integral es muy fuerte y provoca esos grandes sobrepasamientos. La acción teórica se muestra en la siguiente figura.



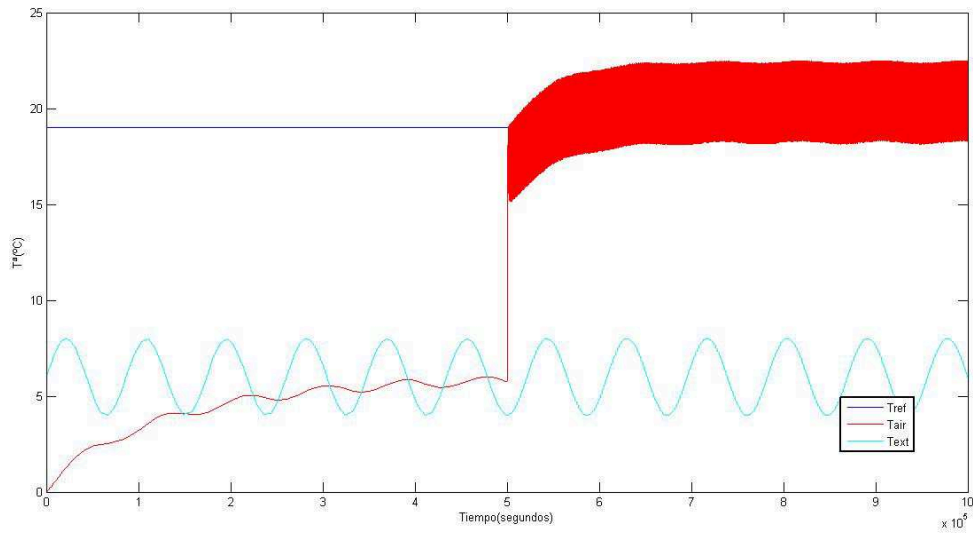
Trazando el diagrama de Bode con Matlab para este valor de ganancia del regulador puede verse que el margen de fase es muy pequeño, prácticamente nulo. Dicho diagrama se observa en la siguiente figura.



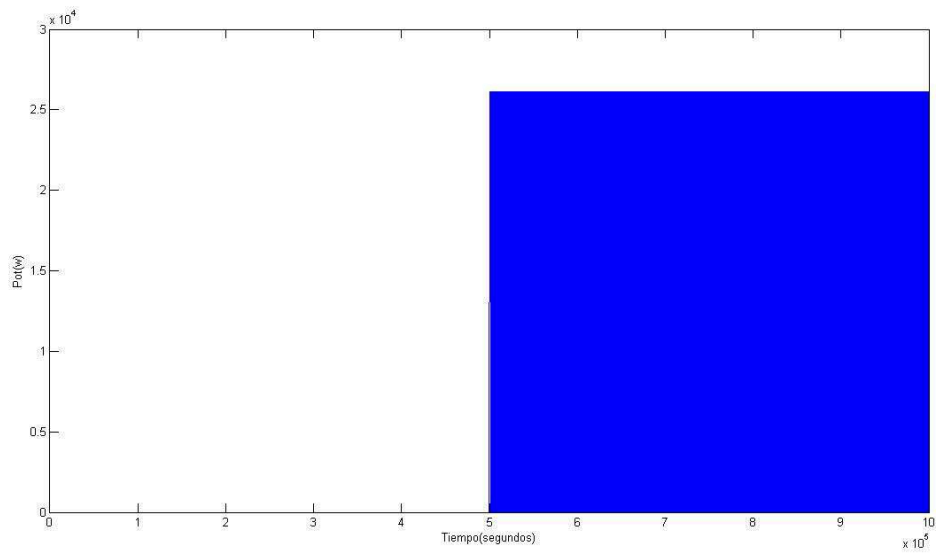
Como puede observarse, el margen de fase es próximo a cero para un valor del diagrama de módulos cercano a cero. Por tanto nos encontramos en una situación cercana a la inestabilidad, por ello se presentan sobreoscilaciones y sobrepasamientos.

A continuación se realiza una simulación con una ganancia todavía más elevada que asegure del todo la inestabilidad y se va observar a varios niveles: potencia de la caldera, etc. Se va a implementar una ganancia $K_{REG} = 10$.

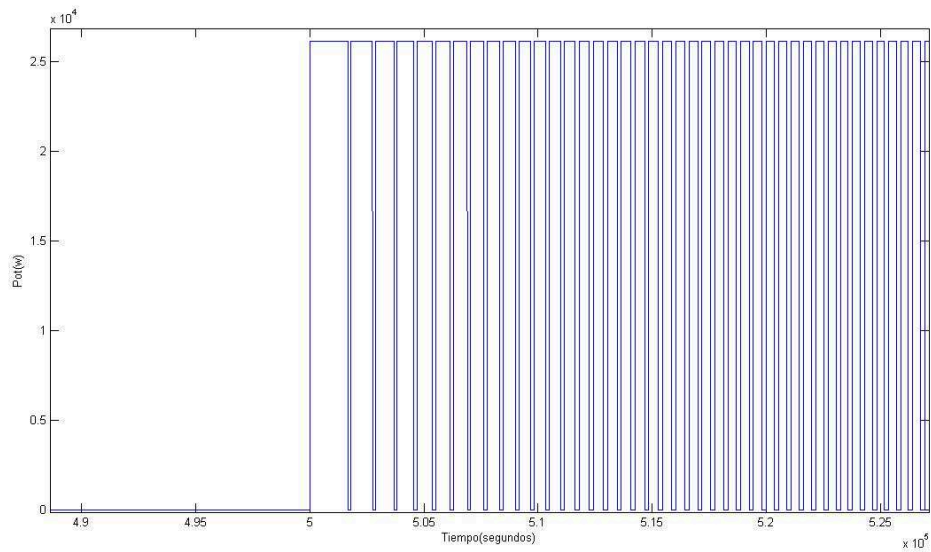
En la siguiente figura se observa la evolución de la temperatura del aire en estas condiciones.



Como puede apreciarse el sistema esta inestabilizado, parecido a la situación anterior. En la siguiente figura se muestra la potencia de la caldera en este caso.

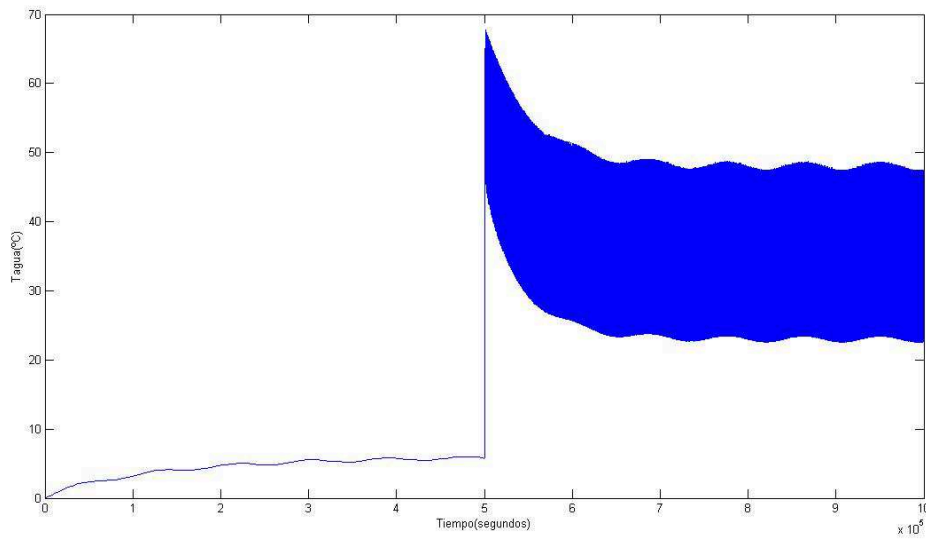


En la figura siguiente se observa en detalle la potencia de la caldera el instante inicial, cuando la temperatura del aire sube por primera vez.



Como se puede apreciar, la caldera entrega toda su potencia durante un intervalo bastante largo comparado con el régimen permanente.

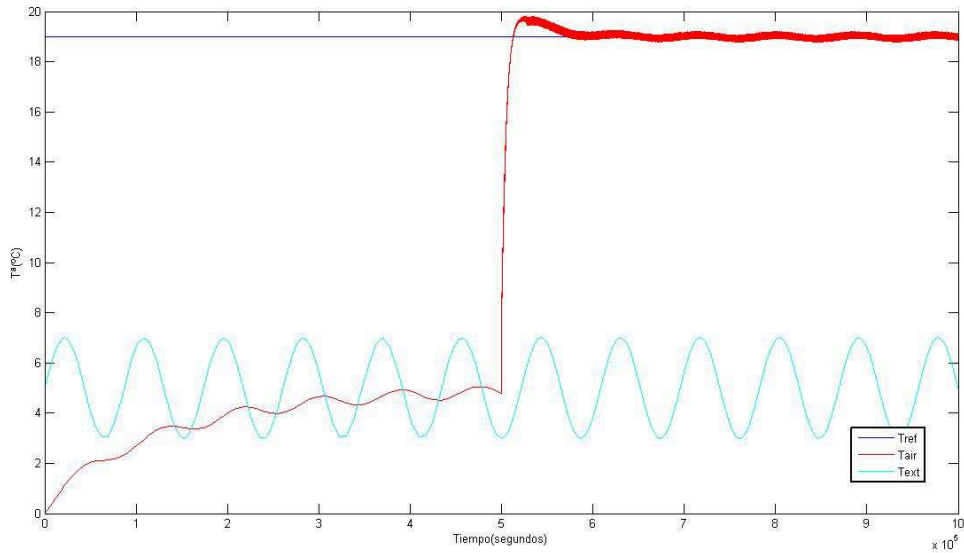
En la siguiente figura se observa la temperatura del agua de los radiadores.



Esta forma de onda se corresponde con el comportamiento de la temperatura del aire, en lugar de oscilar entre valores relativamente bajos como ocurría con un sistema bien dimensionado, oscila mucho con valores muy dispares alcanzando temperaturas más altas.

A continuación se simula un caso en que se dimensiona deliberadamente mal el regulador de modo que la ganancia del mismo es 10 veces menor, es decir $K_{REG} = 0.001$.

En la siguiente figura se muestra la evolución de la temperatura de la vivienda.



Esta vez, el rasgo más patente del mal dimensionado es la sobreoscilación. Esto se debe a que con la nueva ganancia del regulador, la frecuencia de corte queda más atrás (a frecuencias menores) de modo que la perturbación en modo de oscilación “escapa” a la acción del regulador de manera que afectan directamente al sistema.