



e s c u e l a
p o l i t é c n i c a
s u p e r i o r
d e h u e s c a



UNIVERSIDAD
DE ZARAGOZA

PROYECTO FIN DE MÁSTER

ANÁLISIS DEL GRADO DE RIGIDEZ DE
LA UNIÓN PILAR - ZAPATA TIPO
CÁLIZ EN ESTRUCTURAS DE
HORMIGÓN ARMADO PARA EDIFICIOS
AGRO-INDUSTRIALES POR EL
MÉTODO DE LOS ELEMENTOS
FINITOS.

AUTOR:	Fernando Molina Clemente.
ENSEÑANZA:	MASTER UNIVERSITARIO EN INICIACIÓN A LA INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS AGRARIAS Y DEL MEDIO NATURAL.
DIRECTOR:	Hugo Malón Litago.
FECHA:	Septiembre 2010.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS.....	3
ÍNDICE DE GRÁFICAS	4
ÍNDICE DE TABLAS.....	3
RESUMEN	5
1.- INTRODUCCIÓN.....	6
1.1.- LA UNIÓN PILAR-ZAPATA MEDIANTE EL SISTEMA DE CÁLIZ	6
1.2.- EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS.....	8
2.- OBJETIVOS.....	12
3.- MATERIAL Y MEDIOS.....	13
3.1.- SOFTWARE.....	13
3.2.- HARDWARE.....	13
4.- METODOLOGÍA.....	14
4.1.- CARACTERÍSTICAS DEL MODELO.....	14
4.2.- DIMENSIONES Y DISPOSICIONES CONSTRUCTIVAS.....	14
4.3.- MATERIALES.....	17
4.4.- PROFUNDIDAD DE EMPOTRAMIENTO Y CARGAS EXTERIORES.....	17
5.- MODELIZACIÓN EN ELEMENTOS FINITOS.....	18
5.1.- CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES.....	18
5.2.- MALLADO DEL MODELO. MODELIZACIÓN DE LOS SÓLIDOS MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS.....	21
5.3.- ACCIONES EXTERIORES.....	26
5.4.- CONDICIONES DE CONTORNO.....	27
5.4.1.- RESTRICCIONES EN DESPLAZAMIENTOS.....	27
5.4.2.- CONTACTO ENTRE LAS SUPERFICIES DE UNIÓN.....	28
5.5.- PROFUNDIDADES DE EMPOTRAMIENTO.....	31
5.6.- CONSIDERACIÓN DEL PESO PROPIO DE LOS MATERIALES.....	31
5.7.- MODELOS OBTENIDOS.....	32
5.8.- POSTPROCESO.....	36
6.- VALIDACIÓN DEL MODELO.....	37
6.1.- CONSIDERACIONES PREVIAS.....	37
6.2.- VALIDACIÓN DEL MODELO RESPECTO AL ESFUERZO AXIL.....	37
6.2.1.- CONSIDERACIONES PREVIAS.....	37
6.2.2.- CÁLCULO DE LA TENSIÓN EN EL MODELO TEÓRICO.....	39
6.2.3.- TENSIÓN EN EL MODELO EN ELEMENTOS FINITOS.....	40
6.2.4.- VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	41
6.3.- VALIDACIÓN DEL MODELO RESPECTO A LOS MOMENTOS.....	42
6.3.1.- CONSIDERACIONES PREVIAS.....	42
6.3.2.- CÁLCULO DE LA TENSIÓN EN EL MODELO TEÓRICO.....	43
6.3.3.- TENSIÓN EN EL MODELO EN ELEMENTOS FINITOS.....	45
6.3.4.- VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	46

6.4.- APLICACIÓN DEL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN A LA VALIDACIÓN DEL MODELO EN ELEMENTOS FINITOS.....	47
6.5.- VALIDACIÓN DEL MODELO FRENTE A LA FLECHA MÁXIMA.....	50
6.5.1.- CONSIDERACIONES PREVIAS.....	50
6.5.2.- CÁLCULO DE LA FLECHA MÁXIMA EN EL MODELO TEÓRICO.....	50
6.5.3.- FLECHA MÁXIMA EN EL MODELO EN ELEMENTOS FINITOS.....	51
6.5.4.- VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	52
7.- ANÁLISIS DEL GRADO DE RIGIDEZ DE LA UNIÓN DEL PILAR PREFABRICADO A LA ZAPATA POR EL SISTEMA DE CÁLIZ.....	53
7.1.- DESPLAZAMIENTOS EN EL PILAR.....	53
7.2.- DESPLAZAMIENTOS EN LA ZONA ENTERRADA DEL PILAR.....	60
8.- CONCLUSIONES.....	62
9.- BIBLIOGRAFÍA.....	63

ÍNDICE DE FIGURAS.

- Figura 1.- Esquema unión pilar-zapata por el sistema de cáliz.
Figura 2.- Tipos de elementos más comunes en un software MEF comercial.
Figura 3.- Ejemplo de definición de elementos unidimensionales, bidimensionales, tridimensionales o axisimétricos en Abaqus.
Figura 4.- Proceso de resolución de un problema mediante MEF.
Figura 5.- dimensiones generales del modelo.
Figura 6.- Diagramas tensión-deformación del acero (a) y del hormigón (b).
Figura 7.- Mallado geométrico de partida.
Figura 8.- Detalle del mallado del grupo terreno.
Figura 9.- Detalle del mallado del grupo zapata.
Figura 10.- Detalle del mallado del grupo vaina de cemento.
Figura 11.- Detalle del mallado del armado de la vaina de cemento.
Figura 12.- Detalle del mallado del grupo pilar y su armado.
Figura 13. Detalle del modelo completo.
Figura 14.- EHE-08. Fuerzas de fricción en las superficies de contacto en un sistema pilar-vaina con superficies lisas.
Figura 15.- Modelo vaina. Características.
Figura 16.- Modelo ligado. Características.
Figura 17.- Modelo monolítico. Características.
Figura 18.- Distribución irregular de tensiones debidas al axil en cabeza de pilar. Vista de la sección media del pilar.
Figura 19.- Nodo de referencia.
Figura 20: Diagrama fuerza (F) – desplazamiento (Δ).

ÍNDICE DE TABLAS.

- Tabla 1.- Materiales y características.
Tabla 2.- Profundidades de empotramiento y estados de cargas.
Tabla 3.- Materiales y sus propiedades.
Tabla 4.- Grupos y sus características.
Tabla 5.- Cargas y su transformación a presión.
Tabla 6.- Parámetros de los contactos en el modelo VAINA.
Tabla 7.- Superficie ocupada por cada material dentro de la sección geométrica.
Tabla 8.- Tensión en la sección debida a una carga axil del 200 KN. en cabeza de pilar.
Tabla 9.- Tensión en la sección debida al momento para una carga de viento en pilar de 6 KN/m.
Tabla 10.- Esfuerzos axiales en la sección de referencia para una carga de viento en pilar de 6 KN/m.
Tabla 11.- Error entre modelos numéricos y teórico respecto al esfuerzo axial debido al momento.
Tabla 12.- Estados de carga en la validación del principio de superposición.
Tabla 13.- modelo VAINA. Comprobación del principio de superposición.
Tabla 14.- modelo LIGADO. Comprobación del principio de superposición.
Tabla 15.- modelo MONOLÍTICO. Comprobación del principio de superposición.
Tabla 16.- Flecha máxima. Modelo teórico.
Tabla 17.- Flecha máxima. Modelo VAINA.
Tabla 18.- Flecha máxima. Modelo LIGADO.
Tabla 19.- Flecha máxima. Modelo MONOLÍTICO.

Tabla 20.- Modelo VAINA. Incremento de flecha en función de la profundidad de empotramiento y una carga $q = 6 \text{ KN/m}$.

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica 1.- Deformada del pilar a una profundidad de empotramiento $l_{emb} = 600 \text{ mm}$. y sometido a una carga de viento $q = 6 \text{ KN/m}$.

Gráfica 2.- Deformadas del pilar a una profundidad de empotramiento $l_{emb} = 600 \text{ mm}$. y distintas cargas de viento q para los modelos VAINA, LIGADO y MONOLÍTICO.

Gráfica 3.- Diagrama carga-desplazamiento en cabeza del pilar para el modelo VAINA sometido a distintas cargas de viento y distintas profundidades de empotramiento.

Gráfica 4.- Modelo VAINA. Deformadas del pilar bajo distintas cargas de viento y a distintas profundidades de empotramiento.

Gráfica 5.- Modelo VAINA. Deformadas del pilar para cada caso de carga de viento y a distintas profundidades de empotramiento.

Gráfica 6.- Deformaciones en el interior de la base del pilar a una profundidad de empotramiento $l_{emb} = 600 \text{ mm}$. y sometido a una carga de viento $q = 6 \text{ KN/m}$.

Gráfica 7.- Modelo VAINA. Desplazamientos en el interior de la base del pilar a una profundidad de empotramiento $l_{emb} = 600 \text{ mm}$. y distintas cargas de viento.

Gráfica 8.- Modelo VAINA. Desplazamientos en el interior de la base del pilar a una profundidad de empotramiento $l_{emb} = 600 \text{ mm}$. y distintas cargas de viento.

Gráfica 9.- Modelo VAINA. Desplazamientos en el interior de la base del pilar a una profundidad de empotramiento $l_{emb} = 200 \text{ mm}$. y distintas cargas de viento.

RESUMEN

Dentro de la edificación agroindustrial, las estructuras prefabricadas de hormigón son de uso extendido por su rapidez de ejecución y su resistencia a ambientes adversos, como los que se producen en instalaciones ganaderas. Dentro de estas estructuras, la unión más comúnmente utilizada entre el pilar prefabricado y la zapata es el sistema de cáliz, en el que el pilar se introduce en un hueco practicado en la zapata para constituir la unión entre ambos.

Las características de esta unión determinan su rigidez, y por tanto su comportamiento como empotramiento o como articulación, en función del contacto que se establezca entre ambos y de la profundidad de introducción del pilar en el cáliz.

En este trabajo se realiza un estudio del comportamiento de dicha unión mediante su modelización por el método de los elementos finitos.

Para ello, se propone un modelo de pilar y zapata en elementos finitos, sometido a cargas y condiciones de contorno de las mismas características que aquellas a las que estaría sometido un modelo real, y se evalúa su validez frente a los métodos clásicos elástico-lineales utilizados en el cálculo de este tipo de estructuras.

Una vez validado el modelo, se analiza el comportamiento de la unión con respecto a los desplazamientos en el pilar, y se obtienen una serie de conclusiones en cuanto a la influencia que la profundidad de empotramiento, el tipo de contacto establecido y las cargas aplicadas tienen sobre la rigidez de dicha unión, y sobre su comportamiento empotrado o articulado.

1.- INTRODUCCIÓN.

1.1.- LA UNIÓN PILAR-ZAPATA MEDIANTE EL SISTEMA DE CÁLIZ.

La utilización de estructuras prefabricadas de hormigón armado es muy común en la ejecución de naves agroindustriales. Para el uso al que se destinan, estas estructuras presentan varias ventajas frente a las ejecutadas in situ utilizadas en edificación. La primera de ellas es su rapidez de ejecución, puesto que los elementos que la constituyen, exceptuando la cimentación, son prefabricados en fábrica, transportados a obra, y colocados directamente en su posición. Este sistema resulta ser mucho más rápido que el encofrado y armado in situ de los elementos de la estructura. La otra ventaja fundamental, también debida a la reducción del tiempo de ejecución, es el ahorro en mano de obra, que compensa el coste relativamente más elevado de los materiales.

En cuanto a los aspectos técnicos, presentan la ventaja de un mayor control en la ejecución y el cálculo de los elementos, por realizarse en fábrica bajo estrictos controles de calidad, y por la alta especialización en el cálculo de estas estructuras de las empresas suministradoras.

Para luces moderadas, de hasta 20 metros, se suele recurrir a pórticos completos prefabricados, mientras que para grandes luces, a partir de 20 metros, se utilizan vigas delta prefabricadas montadas sobre pilares también prefabricados.

En el primer caso, la unión entre el pilar y la zapata se calcula como empotrada o articulada, con los nudos esquina rígidos y el nudo cumbrera articulado.

En el segundo, el pilar se calcula como empotrado y los apoyos de la viga como articulados.

La cimentación, en todos los casos, se ejecuta en obra previamente al montaje de la estructura. Una vez realizada dicha cimentación, los pilares se introducen en ella para constituir la unión entre el pilar y la zapata.

Por tanto, el modo en que dicha unión se ejecute en la realidad condicionará el comportamiento de la estructura, lo que lleva a una primera conclusión, y es que la unión ejecutada debe ser la misma que la calculada, de otro modo, ni ella ni el resto de la estructura se comportarán como se ha calculado en proyecto. Esta discordancia entre proyecto y realidad puede llegar a poner en entredicho la estabilidad y seguridad estructurales.

Actualmente, las posibilidades de ejecución en obra de la unión entre el pilar y la zapata en estructuras prefabricadas más utilizadas son el sistema de vaina y el de cáliz.

En el sistema de vaina, las armaduras salientes del extremo inferior del pilar se introducen en el interior de vainas metálicas dispuestas en la zapata.

En el sistema de cáliz (figura 1), se ejecuta un hueco en la parte superficial de la zapata donde se introducirá el pilar prefabricado. El espacio entre ambos se rellena con mortero de cemento o con hormigón para consolidar la unión entre ambos elementos. Este es el sistema actualmente más utilizado en naves agroindustriales y el estudiado en este trabajo.

El comportamiento de esta unión en la realidad depende de una serie de factores que deben ser tenidos muy en cuenta para el cálculo en proyecto de la estructura. De otro modo, se corre el riesgo de calcular la unión bajo un criterio (como articulada o empotrada) y que en la realidad, tras la ejecución, se comporte de manera distinta.

Como se puede comprobar, la unión entre el pilar y el cáliz no es en la práctica continua, ya que no hay armaduras que pasen de uno a otro, ni son piezas hormigonadas

simultánea y solidariamente. Por otra parte, el relleno de cemento u hormigón, por sí solo, de ningún modo se puede considerar un elemento que de continuidad al conjunto. Por tanto, tanto el pilar como la zapata constituyen piezas individuales, aunque interactúen entre sí a través de sus superficies de contacto.

Así, en este caso, el comportamiento del nudo pilar-zapata dependerá de dos factores fundamentales: la profundidad de introducción del pilar en dicha zapata y el tipo de contacto que se establezca.

En este sentido, la EHE-08, en su capítulo XII, artículo 59.1.4, recoge que los cálices deben ser capaces de transferir los esfuerzos axiales, cortantes y momentos flectores del pilar a la cimentación.

En cuanto al primer factor, el nudo tenderá hacia un comportamiento como empotramiento cuanto mayor sea dicha profundidad.

En cuanto al segundo, las paredes del interior del cáliz pueden ser lisas o dentadas, siendo las primeras las más habitualmente empleadas en edificación agroindustrial, debido a la complejidad que supone la realización del dentado.

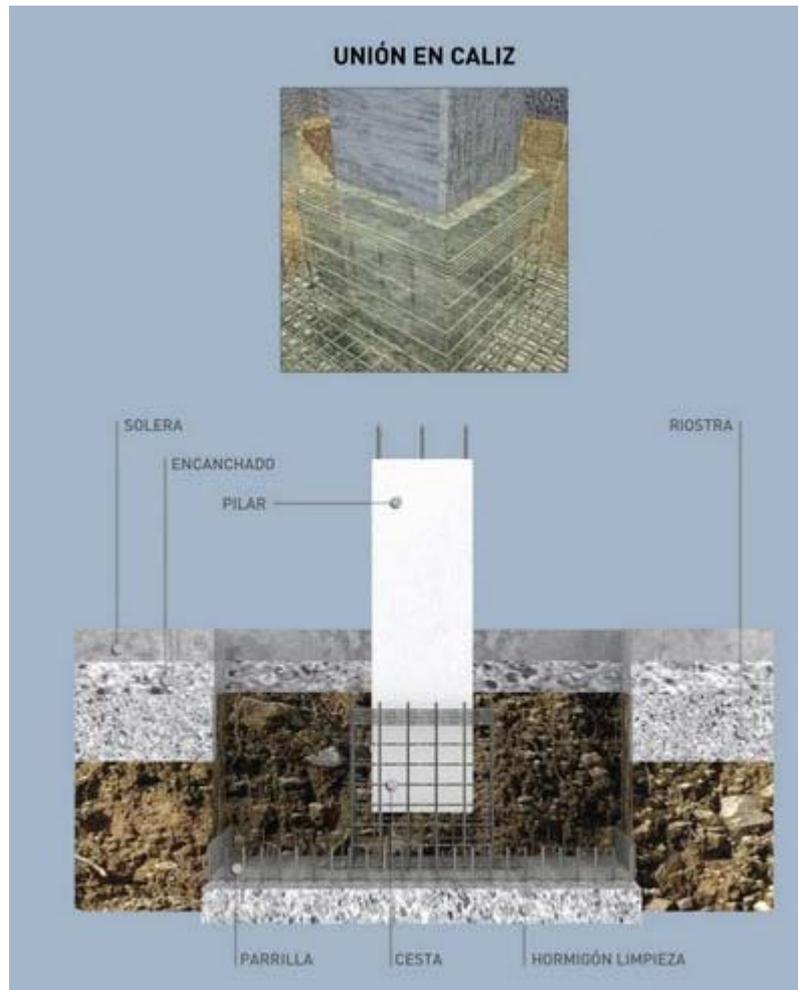


Figura 1.- Esquema unión pilar-zapata por el sistema de cáliz.

1.2.- EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS.

Con anterioridad a la aparición de las primeras herramientas de simulación por el Método de los Elementos Finitos (MEF en castellano o FEM en inglés), en torno a la década de los 50, la definición de estructuras metálicas complejas se realizaba a partir de la resolución analítica de ecuaciones diferenciales, lo que se convirtió rápidamente en un problema al presentarse casos complejos y difíciles de resolver.

A comienzos del siglo XX investigadores como Castigliano, Rayleigh y Ritz desarrollaron una metodología para predecir el desplazamiento de una estructura basándose en ecuaciones de funciones de forma de sistemas sencillos de carga, siendo estos resueltos por una minimización de la energía. El trabajo desarrollado por el matemático Richard Courant a mediados de la década de los 50 del siglo XX permitió sentar las bases de la resolución de sistemas estructurales mediante la implementación de la notación matricial y su resolución algebraica.

Con la llegada de los centros de cálculo y los primeros programas comerciales en los años 60, el MEF, a la vez que se populariza en la industria, refuerza sus bases teóricas en los centros universitarios.

En los años 70, se produce un incremento espectacular de la bibliografía sobre el método así como la extensión del método a otros problemas no lineales. Se estudian nuevos tipos de elementos y se sientan sus bases matemáticas.

Por último, a partir de la década de los 80, con la generalización de los ordenadores personales, se extiende el uso de los programas comerciales que se especializan en diversos campos de aplicación del MEF, instaurándose el uso de pre y postprocesadores gráficos que realizan el mallado y la representación gráfica de los resultados.

Su desarrollo desde los años 50 hasta la actualidad ha sido constante y ahora puede considerarse como el método numérico más extendido en diversos campos de la ingeniería.

El método de los elementos finitos (MEF) es, básicamente, un procedimiento numérico para la resolución de ecuaciones diferenciales. Una de sus aplicaciones en ingeniería es la determinación de la distribución de tensiones y deformaciones en un sólido continuo elástico. Los casos particulares de estos problemas pueden variar de sistemas bidimensionales de tensión y deformación plana, pasando por sólidos de revolución, flexión de placas y láminas, hasta el análisis más general de sólidos tridimensionales. Otras aplicaciones del MEF son el cálculo de transferencia de calor, fenómenos de ondas, etc.

Básicamente, el MEF consiste, en su formulación física, en la distribución del dominio espacial, ya sea uni, bi o tridimensional, en una serie de dominios de geometría simple, a los que se denomina elementos (figura 2). Estos elementos se encuentran definidos por una serie de puntos que definen su geometría y que se denominan nodos. En el interior de cada elemento se interpola una función de desplazamientos que se formula en función de los valores de éstos que existen en los nodos.

Sobre estos elementos se aplican las ecuaciones de compatibilidad y comportamiento, obteniendo una relación entre la fuerza aplicada sobre los elementos y los desplazamientos de los nodos. Esta relación se expresa mediante la matriz elemental, que depende del número de nodos, situación de éstos, material utilizado, geometría de los elementos y tipo de problema que se analiza.

Dependiendo del tipo de formulación del problema se determina si el problema es lineal (elasticidad lineal) o no lineal (grandes desplazamientos o deformaciones con comportamiento del material complejo).

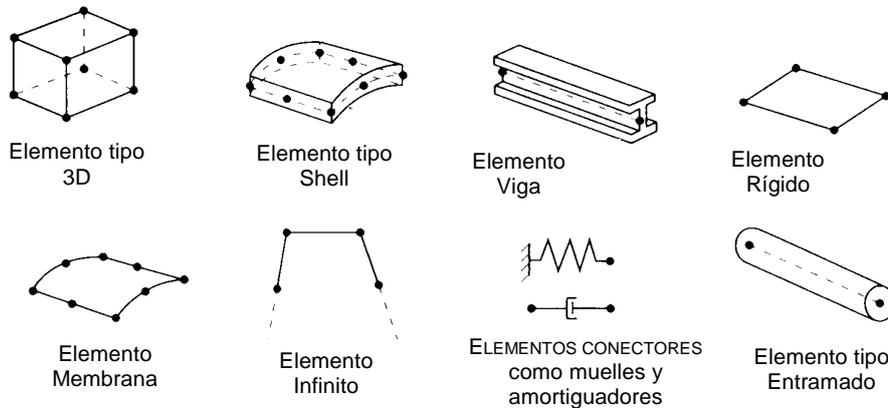


Figura 2.- Tipos de elementos más comunes en un software MEF comercial.

El proceso de cálculo detallado con el MEF se resume en:

1. Planteamiento de continuidad de desplazamientos y equilibrio de fuerza entre elementos.
2. Sistema de ecuaciones globales de la estructura.
3. Tipo de formulación inicial (lineal o no lineal).
4. Resolución.
5. Obtención de desplazamientos nodales (incógnitas básicas).
6. Obtención de otras variables como tensiones y deformaciones.

La aproximación de elementos finitos no requiere la selección del tipo de ecuación que será usada para modelar la estructura. Los códigos disponibles en el mercado han definido previamente los elementos para los cuales la matriz de rigidez elemental ha sido resuelta, necesitando únicamente el conocimiento de las características concretas de los elementos.

De esta forma el usuario necesita únicamente definir el tipo de elemento a utilizar y seguir el procedimiento siguiente:

- 1.- Decidir previamente la geometría requerida para modelar el problema:
 - 1D: cables y vigas.
 - 2D: tensión o deformación plana.
 - 2D: axisimetría: láminas y sólidos de revolución.
 - 3D: láminas y sólidos.
- 2.- Seleccionar el tipo de elemento y formular la matriz de rigidez si se requiere (figura 3).
- 3.- Definir la matriz que relaciona las deformaciones del elemento con los desplazamientos nodales $\{B\}$.
- 4.- Definir la matriz de la ley constitutiva $\{D\}$.
- 5.- Aplicar una rutina numérica cuadrática para evaluar la rigidez del elemento sobre el volumen de la forma:

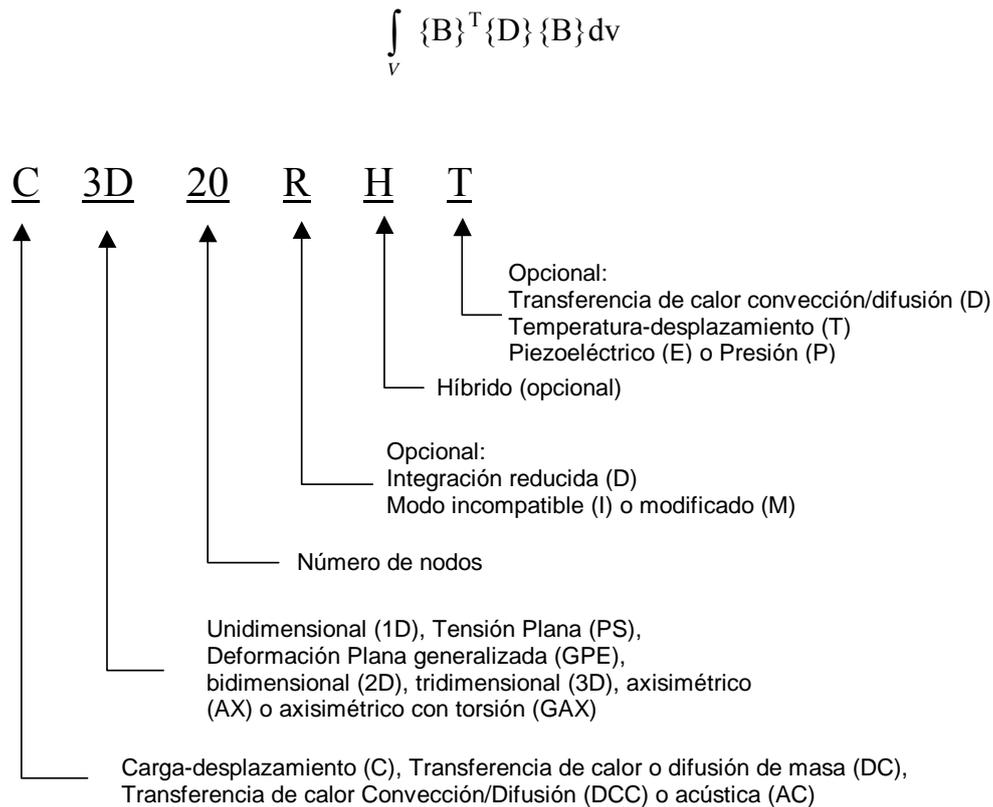


Figura 3.- Ejemplo de definición de elementos unidimensionales, bidimensionales, tridimensionales o axisimétricos en Abaqus.

Así, el MEF consiste en dividir un medio continuo en un número finito de partes cuyo comportamiento se especifica con un número finito de parámetros. Se pasa de un sistema con infinitos grados de libertad a otro con un número finito de grados, con similares propiedades físicas y geométricas, en el que las ecuaciones de equilibrio se pueden expresar mediante un sistema algebraico de ecuaciones simultáneas con un determinado número de incógnitas, obteniéndose la solución del sistema completo mediante el ensamblaje de las soluciones para cada elemento finito.

Para ello existe una amplia variedad de programas comerciales. En la mayoría de los casos siguen el proceso de modelización siguiente:

- 1.- Discretización de la geometría de una malla.
- 2.- Definición de las localizaciones de los nodos de los elementos.
- 3.- Refinado del mallado en las zonas de concentración de tensiones.
- 4.- Definición de las propiedades locales del elemento:
 - Anisótropo
 - Isótropo
 - Ortótropo
- 5.- Completado lo anterior, obtención de la matriz de rigidez del elemento.
- 6.- Transformación de la matriz de rigidez local del elemento en coordenadas globales.
- 7.- Ensamblaje de la matriz de rigidez superponiendo las matrices de rigidez globales de los elementos.

8.- Definición de las condiciones de contorno aplicadas al sistema y del vector de fuerzas nodales $\{F\}$, así como los desplazamientos, nodos fijos, contactos, cargas, temperatura, etc.

9.- Resolución del conjunto de ecuaciones algebraicas lineales resultante usando los métodos apropiados.

10.- Resolución de tensiones y deformaciones locales de elementos. Cálculo de tensiones y deformaciones en lámina y comparación con el criterio de rotura.

11.- Una vez que se han establecido las características de los nodos o los elementos, las ecuaciones individuales deben ensamblarse para formar un sistema global de ecuaciones que describa la respuesta general del sistema. Este ensamblaje da lugar a un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales cuya forma básica es la siguiente:

$$[K]\{u\} = \{f\},$$

donde:

$[K]$ es una matriz de rigidez del sistema ($n \times n$).

$\{u\}$ es un vector ($n \times 1$) que habitualmente representa las deflexiones del sistema que normalmente son desconocidas.

$\{f\}$ es un vector ($n \times 1$) que normalmente son las cargas aplicadas, las cuales son conocidas.

En el caso concreto del software utilizado para este trabajo, el procedimiento para la simulación de la estructura modelizada se refleja en la figura 4.

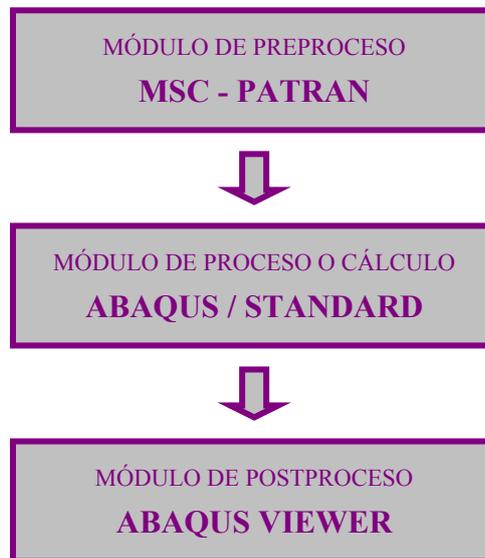


Figura 4.- Proceso de resolución de un problema mediante MEF.

2.- OBJETIVOS.

El objetivo de este trabajo es analizar el grado de rigidez de la unión del pilar de hormigón prefabricado a la zapata por el sistema de cáliz de superficies lisas mediante un modelo numérico realizado en elementos finitos.

Para ello se comprobará la validez de un modelo realizado por el método de elementos finitos de la unión entre el pilar de hormigón prefabricado y la zapata aislada mediante el sistema de cáliz de superficies lisas, a distintas profundidades de empotramiento.

Para ello, los resultados obtenidos en el modelo en elementos finitos propuesto se compararán frente a los métodos teóricos clásicos de cálculo en construcción.

El presente Trabajo Fin de Master se realiza como paso previo al inicio de una Tesis Doctoral cuya base de partida será el modelo propuesto.

3.- MATERIAL Y MEDIOS.

3.1.- SOFTWARE.

Para la realización de los modelos en elementos finitos, el cálculo de los modelos resultantes y el análisis posterior de los resultados obtenidos en el cálculo, el software utilizado ha sido:

PATRAN 2007 r2.

Se utilizó este software para el mallado de los modelos, durante el cual también se introducen las características de los materiales, aplicación de cargas, y condiciones de contorno o frontera.

ABAQUS 6.7-1.

Se utilizó este software para el cálculo de los modelos obtenidos en Patran, y el análisis de resultados. Este último se realiza específicamente con el módulo Abaqus Viewer del software.

MICROSOFT OFFICE 2003.

Se utilizó este paquete ofimático para la edición y redacción del trabajo.

S.O.

Ante la incertidumbre de funcionamiento de las versiones utilizadas de Patran y Abaqus bajo distintas versiones del S.O. Windows, se realizó el trabajo utilizando el sistema operativo Windows XP.

3.2.- HARDWARE.

Todos los procesos realizados con el software descrito se realizaron en un equipo PC de las siguientes características:

Procesador: INTEL C2 QUAD Q8400 2'66 GHz.

RAM: 2 X DDR2 2GB.

TARJETA GRÁFICA: VGA PCIE GF 9500 GT 1GB.

Con respecto a la RAM, hay que advertir que la versión de Windows XP utilizada es la de 32 bits, por lo que en realidad tan sólo son útiles 3 GB de los 4 GB con los que cuenta el equipo. Aún así, el procesador y memoria RAM disponibles son suficientes para ejecutar el proceso más restrictivo (el cálculo en Abaqus de la matriz de rigidez resultante del análisis del modelo en Patran) con tiempos de procesos de cálculo relativamente abordables, en torno a cuatro horas en el modelo más desfavorable.

4.- METODOLOGÍA.

4.1.- CARACTERÍSTICAS DEL MODELO.

Para la modelización objeto de este trabajo se partió de un modelo real dentro de los parámetros usuales de dimensiones y cargas soportadas para este tipo de estructuras.

Los materiales, su disposición y las características constructivas del conjunto también son los habitualmente utilizados en la realidad, a excepción del nudo superior del pilar, que se modeliza como libre (permitiendo los seis grados de libertad) con objeto de estudiar el comportamiento de la flecha de la pieza.

Para poder asimilar el comportamiento del modelo a la realidad, en las condiciones de servicio bajo las que se encuentra una obra ejecutada, se modelizó una masa de terreno rodeando la zapata, con el fin de que quede contemplado el efecto de dicho terreno en el conjunto del modelo.

4.2.- DIMENSIONES Y DISPOSICIONES CONSTRUCTIVAS.

Las dimensiones generales del modelo, cuya geometría se refleja en la figura 5 son:

PILAR:

Sección de hormigón:

Sección cuadrada de dimensiones $a = 400$ mm. y $b = 400$ mm.

Altura libre $l = 5.000$ mm. por encima de la cara superior de la zapata.

Armaduras:

Armadura longitudinal: 16 barras de acero de $\varnothing 20$ mm. dispuestas con una separación $s = 75$ mm. y con un recubrimiento $r = 50$ mm. hasta la cara libre del pilar.

Armadura transversal: estribos de acero de $\varnothing 16$ mm. dispuestos a lo largo de toda la longitud del pilar con una separación $s = 250$ mm. y con un recubrimiento $r = 50$ mm. hasta la cara libre del pilar.

VAINA DE CEMENTO:

Vaina de recubrimiento de mortero de cemento de espesor $e = 50$ mm. rodeando la base del pilar en toda su profundidad de empotramiento, tanto por sus caras laterales como por su base.

ZAPATA:

Zapata de hormigón armado de dimensiones:

Base de dimensiones: $a_1 = 2.500$ mm. $a_2 = 2.500$ mm.

Altura: variable en función de la profundidad de empotramiento, entre $h = 1.250$ mm. y $h = 750$ mm.

Armaduras:

Armadura de base de zapata: parrilla de 25 X 25 barras de acero de \varnothing 16 mm. dispuestas con una separación $s = 100$ mm. y con distancias de recubrimiento $r = 50$ mm.

Centrada en su cara superior se sitúa la vaina de cemento, en el interior de la cual se dispone el pilar.

Embutida en su interior se dispone la armadura del cáliz.

ARMADURA DE CÁLIZ:

Se disponen embutidas en el interior de la zapata a una distancia de recubrimiento $r = 50$ mm. desde la superficie exterior de todas las caras de la vaina de mortero.

Armadura longitudinal: 24 barras de acero de \varnothing 16 mm. dispuestas con una separación $s = 100$ mm. y un recubrimiento $r = 50$ mm. hasta la superficie interior del hueco del cáliz.

Armadura transversal: estribos de acero de \varnothing 8 mm. en toda la longitud de la armadura de cáliz, con una separación $s = 100$ mm. y un recubrimiento $r = 50$ mm. hasta la superficie interior del hueco del cáliz.

Armadura de base de cáliz: parrilla de 7 X 7 barras de acero de \varnothing 10 mm. dispuestas con una separación $s = 100$ mm. y un recubrimiento $r = 50$ mm. hasta la superficie interior de la base del hueco del cáliz.

HORMIGÓN DE LIMPIEZA:

Capa de una altura $h = 100$ mm. de hormigón bajo la base de la zapata.

TERRENO:

Recubrimiento de terreno alrededor de la zapata hasta completar una dimensiones de:

Base: 4.600 mm. x 4.600 mm.

Altura: 1.950 mm.

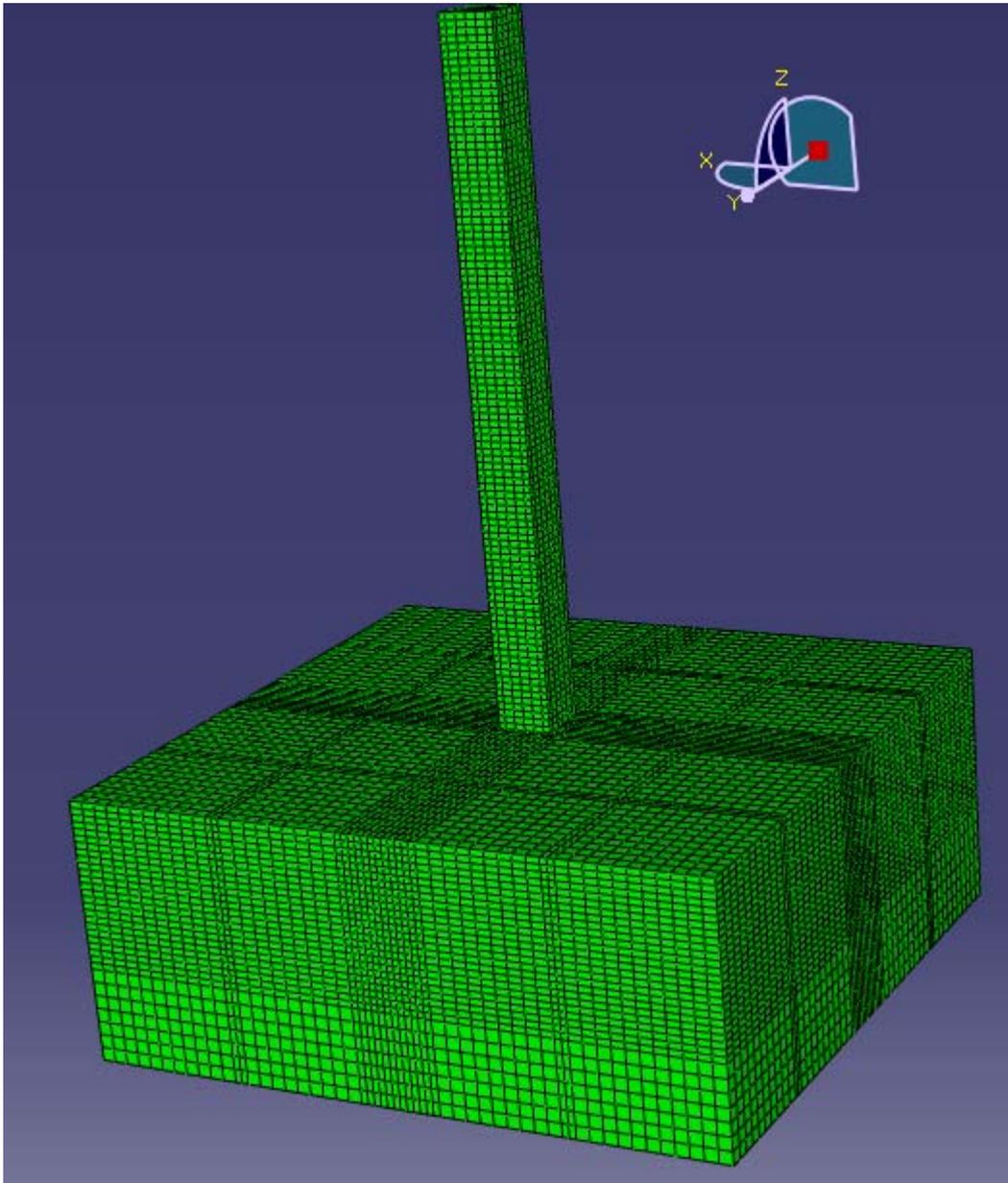


Figura 5.- Geometría del modelo.

4.3.- MATERIALES.

En cuanto a los materiales constitutivos del modelo, su descripción y características se reflejan en la tabla 1.

Tabla 1.- Materiales y características.

MATERIAL	Módulo de elasticidad (E)	Coefficiente de Poisson (v)	Densidad (ρ)
ACERO	210.000	0'3	$7'8 \cdot 10^{-6}$
HORMIGÓN H25	29.670	0'2	$2'3 \cdot 10^{-6}$
CEMENTO	25.000	0'2	$2'3 \cdot 10^{-6}$
TERRENO	60	0'4	$1'6 \cdot 10^{-6}$
UNIDADES	N/mm ²		Kg/mm ³

4.4.- PROFUNDIDAD DE EMPOTRAMIENTO Y CARGAS EXTERIORES.

Se realizaron modelos con un total de 6 profundidades de empotramiento distintas (60, 50, 40, 30, 20 y 10 cm.) del pilar en el interior de la zapata.

Las cargas exteriores consideradas son una carga única de axil de 200 KN, uniformemente repartida en la superficie de la cara superior del pilar, y una serie de 6 casos de cargas de viento (2, 3, 4, 5 y 6 KN/m.) uniformemente repartida en la superficie de una de las caras exteriores del pilar.

Las profundidades de empotramiento y estados de cargas contemplados se reflejan en la tabla 2.

Tabla 2.- Profundidades de empotramiento y estados de cargas.

PROFUNDIDAD (cm.)	CARGA AXIL (KN)	CARGA VIENTO (KN/m.)
10	200	2
20		3
30		4
40		5
50		6
60		

5.- MODELIZACIÓN EN ELEMENTOS FINITOS.

La construcción del modelo en elementos finitos en el software Patran supone la discretización de un sólido en un gran número de elementos unidos por nodos comunes entre ellos. Realizada esta primera discretización, el resultado es que los sólidos quedan modelizados mediante una malla compuesta por tantos elementos como el usuario quiera definir. Sobre estos elementos se aplican las cargas y fuerzas exteriores actuantes sobre el modelo, y se establecen las condiciones de contorno, que suponen restricciones a las que dichos elementos están sometidos. Además, las características y propiedades de cada elemento quedan definidas al asignar a cada uno de ellos un material constitutivo, junto con sus propiedades.

En los modelos realizados, cada uno de los sólidos interactúa con los adyacentes de diversas maneras: o bien se sitúa uno dentro de otro (caso de las armaduras); o bien están ligados entre sí (caso de la vaina y la zapata) y por tanto comparten sus nodos adyacentes; o bien están en contacto a través de superficies lisas, sin estar ligados entre sí, por lo que pueden deslizarse y desplazarse el uno respecto del otro. En este caso, la modelización correcta de las condiciones de este contacto entre superficies será determinante para que el modelo numérico se corresponda con la realidad física.

En los puntos siguientes, se realiza una descripción de los pasos seguidos para la modelización, y de las condiciones y parámetros tenidos en cuenta en cada uno de ellos.

5.1.- CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES.

En la realidad, los materiales que componen el modelo realizado son: hormigón para la zapata y el pilar, mortero de cemento para la vaina, acero para las armaduras y terreno natural para el terreno.

El comportamiento de todos ellos en la práctica es elasto-plástico, de tal modo que sometidos a fuerzas estáticas externas crecientes, se comportan en una primera fase de manera elástica, para después, superado un determinado límite, sufrir deformaciones en el dominio plástico hasta alcanzar la rotura.

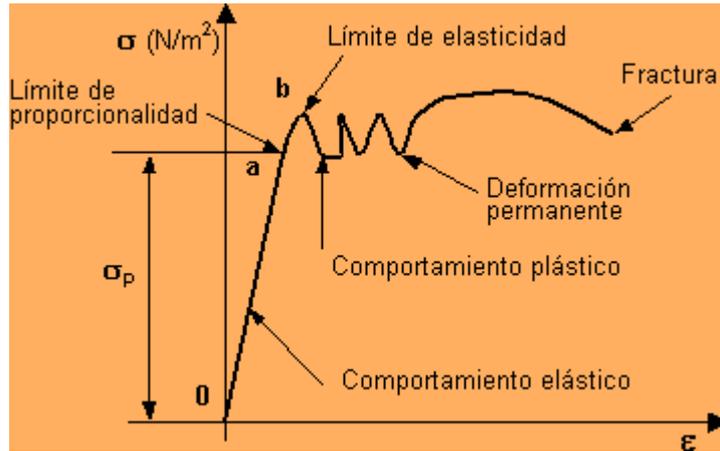
Los límites entre uno y otro estado se determinan empíricamente mediante ensayos de tracción.

De este modo, un sólido sometido a una fuerza externa creciente, pasa por las siguientes fases hasta alcanzar la rotura:

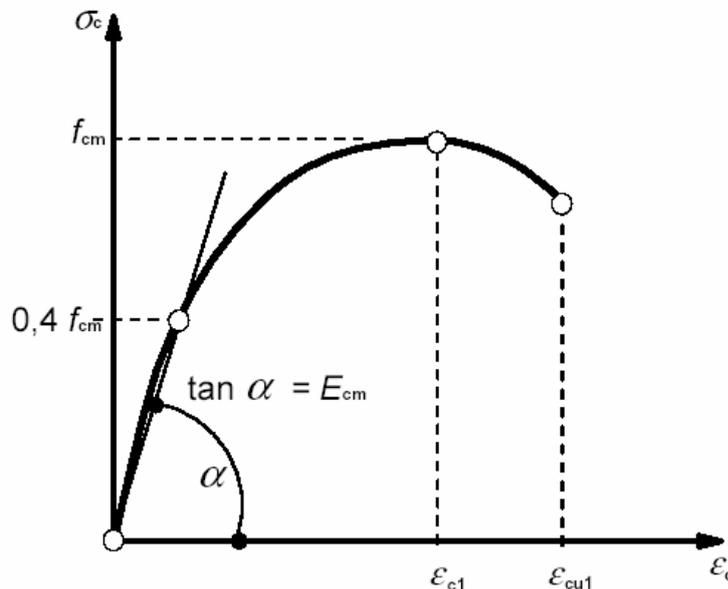
1ª fase elástica: se caracteriza porque las deformaciones unitarias son proporcionales a las fuerzas actuantes, y porque una vez la fuerza deja de actuar, el sólido recupera su forma inicial indeformada. El límite superior que delimita esta región se denomina límite elástico del material. En esta fase los materiales sometidos a fuerza exteriores presentan un comportamiento lineal que cumple la Ley de Hooke.

2ª fase plástica: a partir del límite elástico, las deformaciones no son proporcionales a las fuerzas actuantes, y una vez éstas dejan de actuar, el sólido no recupera su forma original, permaneciendo deformado. El material continuará deformándose hasta que se alcance su límite de rotura, momento en el que colapsa y se rompe.

Cada una de estas fases se representa en diagramas tensión-deformación. Los correspondientes al acero y al hormigón se incluyen en la figura 6.



(a)



(b)

Figura 6.- Diagramas tensión-deformación del acero (a) y del hormigón (b).

En condiciones reales, si bien el comportamiento del acero se ajusta al gráfico anterior, en el caso del hormigón se dan ciertas particularidades que hacen que su comportamiento en el dominio elástico no se corresponda exactamente con el ideal descrito anteriormente. En primera instancia, las características del propio material, formado por cemento y árido, hacen que el módulo de elasticidad longitudinal pueda adoptar distintos valores en el interior de la pieza. Salvando del lado de la seguridad este aspecto, surge otro condicionante que todavía distorsiona más el comportamiento del material, y es que el hormigón sometido a grandes momentos tiende a la fisuración, esto es, sus partículas se separan formándose discontinuidades entre ellas. Este fenómeno altera por completo las leyes generales de distribución de tensión y el comportamiento ideal elástico del material en las zonas afectadas.

Por otra parte, sometida la estructura a cargas de servicio, se darán puntos de ella en los que, tanto para el acero como para el hormigón, se supere el límite elástico del material, y éste pase a deformarse plásticamente, y por tanto de una manera no lineal.

La bibliografía consultada muestra como las modelizaciones realizadas suelen considerar el comportamiento no lineal del material tanto para el acero como para el hormigón (Fernandes Canha, 2004; Canha y col. 2009; Magdy El-Sheikh y col, 2000) para la obtención de resultados acordes al comportamiento real de la estructura. En el caso de la obtención de modelos de partida, sin embargo, si que se realiza la modelización considerando comportamiento elástico (Fernandes Canha, 2004) tanto para su validación inicial bajo cargas por debajo del límite elástico, como para analizar su comportamiento con respecto a variaciones de diversos parámetros.

Dado el objetivo final del presente trabajo, se analizarán los modelos obtenidos considerando que los materiales tienen un comportamiento lineal, siempre por debajo de su límite elástico.

Esta decisión se justifica por dos motivos: el primero es que bajo las cargas a las que se someten los modelos no se rebasa el límite elástico teórico de los materiales bajo el criterio de tensión de Von Misses salvo en unos pocos nodos a las menores profundidades de empotramiento; el segundo es que la validación de los modelos se realiza con respecto a los métodos clásicos lineales de cálculo, en los que se considera a los materiales trabajando por debajo de su límite elástico.

Se considera que bajo estos parámetros, el modelo validado sirve como punto de partida para realizar trabajos futuros más complejos, en los que se tenga en cuenta el comportamiento no lineal de los materiales.

Tras estas premisas iniciales, las propiedades de los materiales modelizados introducidas en el software Patran se reflejan en la tabla 3.

Tabla 3.- Materiales y sus propiedades.

MATERIAL	Módulo de elasticidad (E)	Coefficiente de Poisson (ν)	Densidad (ρ)
ACERO	210.000	0'3	$7'8 \cdot 10^{-6}$
HORMIGÓN H25	29.670	0'2	$2'3 \cdot 10^{-6}$
CEMENTO	25.000	0'2	$2'3 \cdot 10^{-6}$
TERRENO	60	0'4	$1'6 \cdot 10^{-6}$
UNIDADES	N/mm ²		Kg/mm ³

5.2.- MALLADO DEL MODELO. MODELIZACIÓN DE LOS SÓLIDOS MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS.

Los elementos de cada una de las partes en que se divide el modelo se agrupan en Grupos, a los que se asocian los elementos que los constituyen, el material de que se componen, y las propiedades que los caracterizan.

Las barras de acero que constituyen las armaduras se modelizan mediante elementos barra con una dimensión, introduciendo el radio y orientación como propiedades. Estas barras se insertan en los sólidos haciendo la equivalencia de sus nodos extremos con los nodos de los elementos de los sólidos a los que quedan ligados.

Se escoge este tipo de elemento porque, al igual que le ocurre a Canha (Fernandes Canha, 2004), la elevada dificultad de modelizar las barras de acero mediante elementos sólidos dentro de otros hace inviable su aplicación en modelos con elevadas tasas de armadura. Otra de las posibilidades contempladas fue utilizar la aplicación de tasas de armadura de que dispone el software Patran, pero también en este caso Canha (Fernandes Canha, 2004) apunta que puede llevar a resultados poco fiables en función de la discretización adoptada.

Los sólidos se modelizan mediante elementos hexaédricos sólidos en tres dimensiones unidos entre sí por sus nodos o vértices. Las dimensiones de estos elementos están condicionadas por las necesidades de mallado, marcadas a su vez por los recubrimientos y la disposición de las armaduras. La malla se refinó a un mayor detalle en las zonas donde se precisaba mayor precisión, especialmente en la zona de la unión del pilar a la zapata, ya que en modelos previos realizados antes del definitivo se constató que un mallado deficiente en esta zona da lugar a imprecisión en los resultados.

En total, se definieron 11 grupos de elementos. Un resumen de sus características se refleja en la tabla 4.

Tabla 4.- Grupos y sus características.

Grupo	Material	Geometría elemento	Tipo de elemento	Comportamiento
Armaduras (6 grupos)	Acero	Barra 1D.	Bar 1D: B21, B31	Elástico-lineal
Hormigón limpieza	Hormigón	Hexaedro 3D	Hex 8: C3D8	Elástico-lineal
Pilar	Hormigón	Hexaedro 3D	Hex 8: C3D8	Elástico-lineal
Terreno	Hormigón	Hexaedro 3D	Hex 8: C3D8	Elástico-lineal
Vaina de mortero	Hormigón	Hexaedro 3D	Hex 8: C3D8	Elástico-lineal
Zapata	Hormigón	Hexaedro 3D	Hex 8: C3D8	Elástico-lineal

En cuanto al mallado final de los distintos Grupos, se refleja en las figuras 7 a 13.

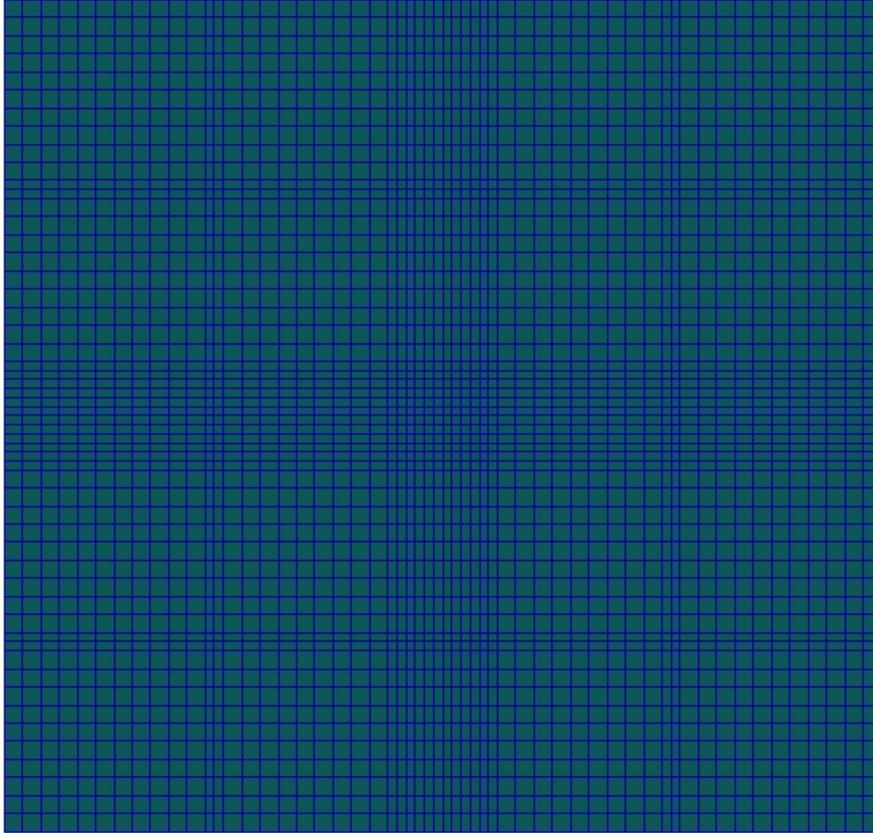


Figura 7.- Mallado geométrico de partida.

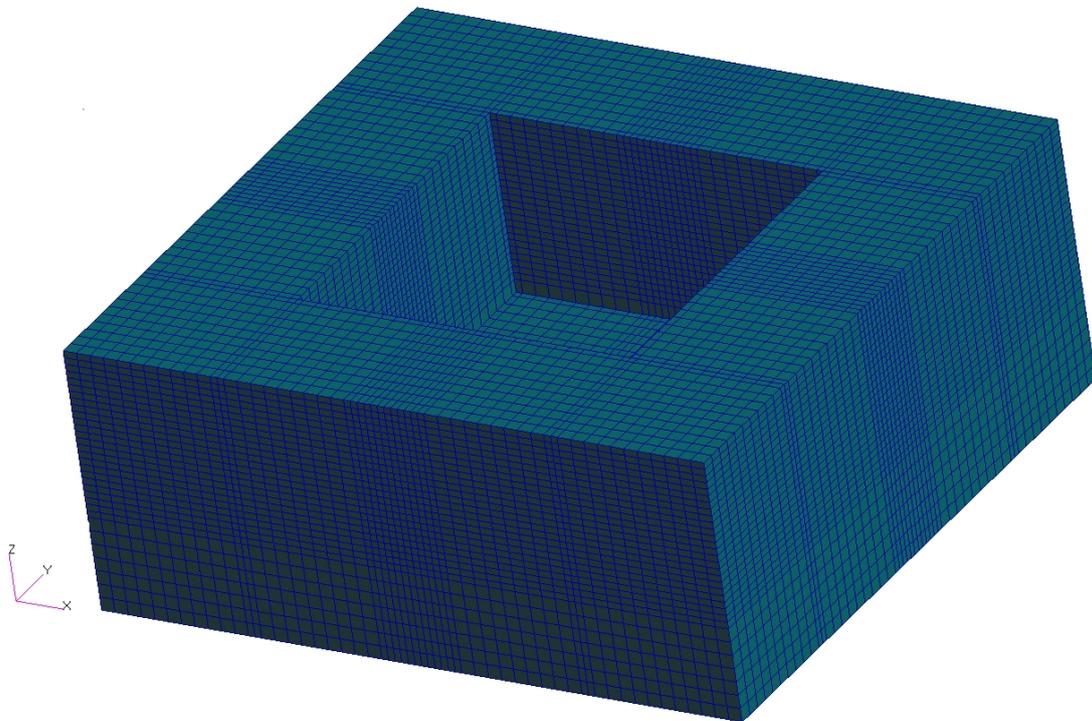


Figura 8.- Detalle del mallado del grupo terreno.

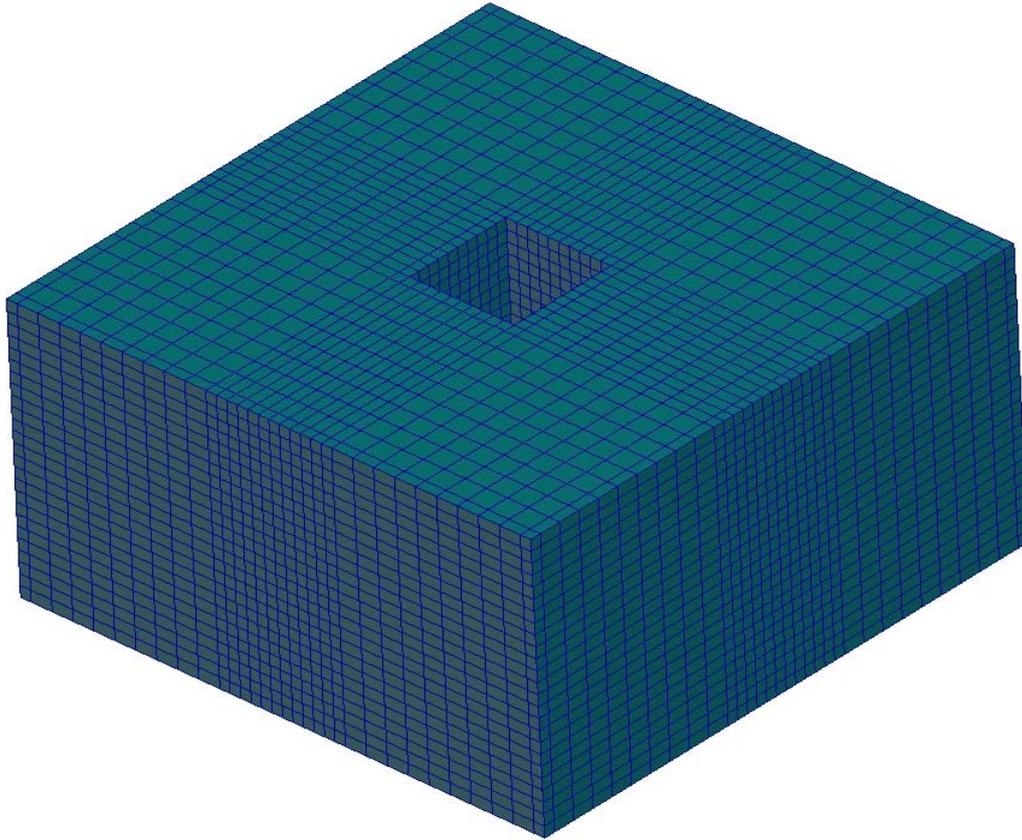


Figura 9.- Detalle del mallado del grupo zapata.

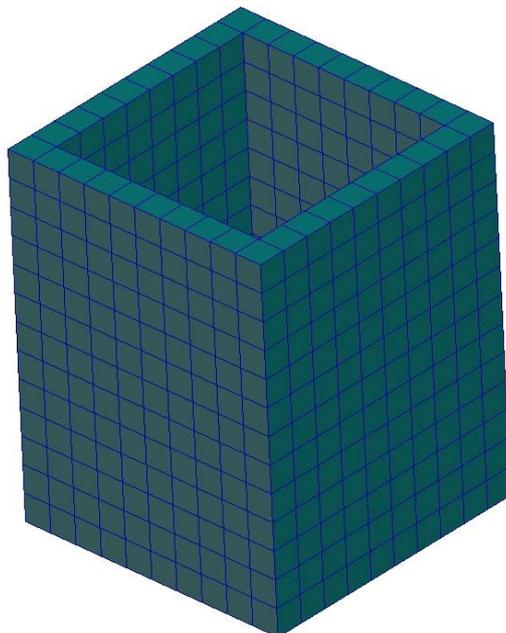


Figura 10.- Detalle del mallado del grupo vaina de cemento.

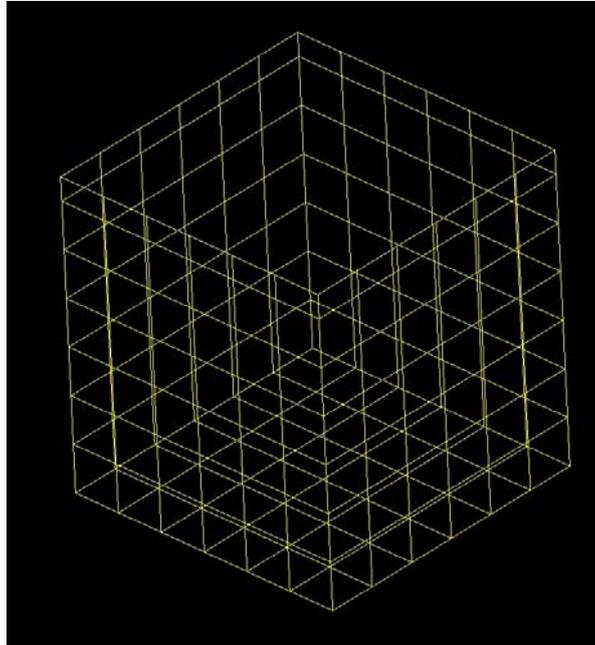


Figura 11.- Detalle del mallado del armado de la vaina de cemento.

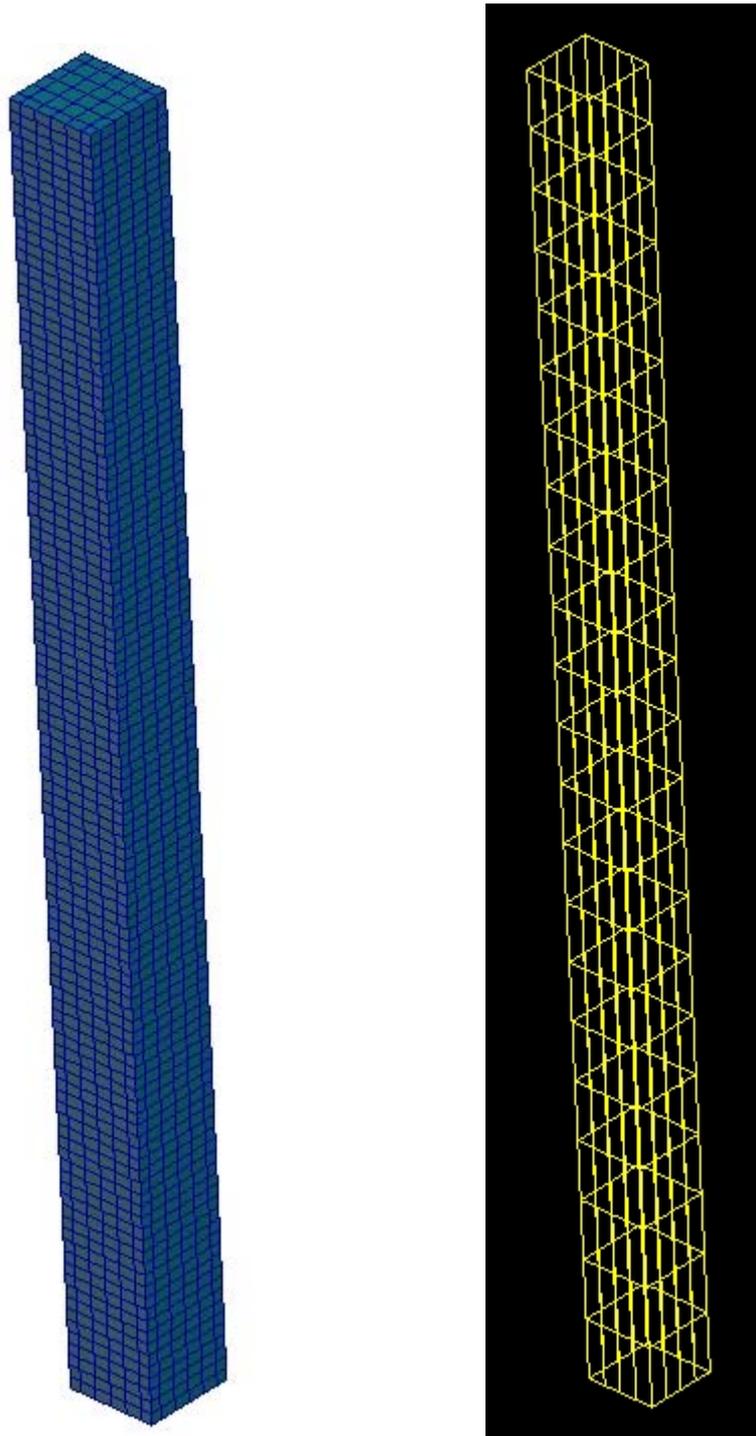


Figura 12.- Detalle del mallado del grupo pilar y su armado.

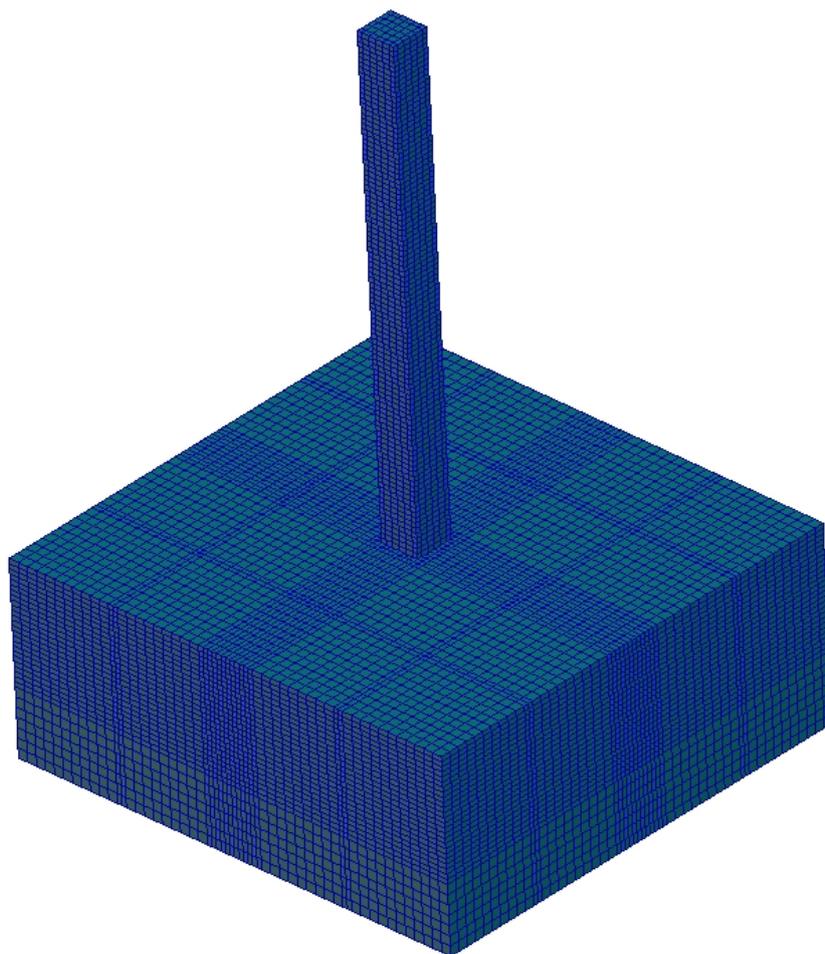


Figura 13. Detalle del modelo completo.

5.3.- ACCIONES EXTERIORES.

El objetivo principal de este trabajo es realizar la validación del modelo propuesto con respecto a los métodos lineales clásicos de cálculo. Para ello, se debe estudiar el comportamiento del modelo frente a la acción de una serie de fuerzas exteriores que permita obtener los valores de tensión y desplazamiento que se producen en las secciones de referencia estudiadas y comparar esos valores con los obtenidos en el modelo clásico.

Por lo tanto, se evalúa el comportamiento del modelo sometido a cargas axil y de viento.

Las direcciones de aplicación de las fuerzas son las utilizadas para el cálculo real, y su magnitud está dentro de valores usuales a los que están sometidos este tipo de estructuras.

Ya que ambas cargas se consideran como uniformemente repartidas en toda su superficie de actuación, para alcanzar la máxima precisión posible en el reparto de fuerzas en dicha superficie, no se modelizan como cargas puntuales aplicadas en los nodos de los elementos, si no que se transforman en presiones actuando en toda su superficie de actuación.

De este modo:

- La carga axil se aplica en la superficie superior del extremo libre del pilar, de dimensiones 400 mm. x 400 mm.

- La carga de viento se aplica en una de las caras del pilar, de dimensiones 400 mm. x 5.000 mm.

Dentro de los casos de carga considerados, se obtuvo un caso para cada uno de los modelos sin ninguna carga aplicada, esto es, con carga de axil y de viento iguales a cero. El motivo, como se verá en el correspondiente apartado, es conseguir un modelo que contemple tan solo el peso propio de los materiales de la estructura.

En la tabla 5 se reflejan las cargas que combinadas entre sí se aplican a los modelos, así como su conversión a unidades de presión:

Tabla 5.- Cargas y su transformación a presión.

AXIL KN	PRESIÓN AXIL N/mm ²	VIENTO KN/m	PRESION VIENTO N/mm ²
0	0	0	0
200	1'25	2	0'005
		3	0'0075
		4	0'01
		5	0'0125
		6	0'015

5.4.- CONDICIONES DE CONTORNO.

5.4.1.- RESTRICCIONES EN DESPLAZAMIENTOS.

En el caso de desplazamientos en nudos, el modelo de cálculo clásico de un pilar empotrado establece la restricción de desplazamientos nulos en la base del pilar.

El modelo obtenido en elementos finitos, sin embargo, más acorde con la realidad física, no establece esta condición, ya que lo que precisamente se quiere modelizar es la interacción entre los elementos que constituyen la unión del pilar a la zapata. En condiciones reales, los nodos de la base del pilar no están estrictamente empotrados, esto es, no tienen limitados a cero sus seis grados de libertad, si no que, sometidos a fuerzas exteriores, los materiales se deformarán movilizand o esfuerzos hasta alcanzar de nuevo el equilibrio estático.

Por lo tanto, en el modelo no se restringen los desplazamientos en ningún nodo del pilar o la zapata.

No obstante, para mantener el equilibrio es necesario restringir los desplazamientos en la frontera del modelo. Por tanto, a los nodos de los laterales y la base del terreno se les impone desplazamientos y giros nulos en los tres ejes de coordenadas.

El modelo numérico así planteado, además, presenta una mejora con respecto a los consultados en bibliografía, en los que no se introduce una masa de terreno rodeando la zapata.

5.4.2.- CONTACTO ENTRE LAS SUPERFICIES DE UNIÓN.

En este tipo de uniones, una vez ejecutada la unión en obra, se establece un contacto entre la base del pilar empotrado y la vaina que lo rodea. Las condiciones y características con que este contacto se materialice en la realidad condicionarán el comportamiento de la unión en cuanto a la transmisión de esfuerzos y a los desplazamientos producidos. En esencia, lo que determina el contacto establecido, junto con la profundidad de empotramiento, no es más que la rigidez de la unión, y por tanto su capacidad para transmitir o no momentos a la zapata. Cuanto menores sean los desplazamientos, relativos o no, que permita el contacto, mayor será la rigidez del nudo, y por tanto mayores los momentos transmitidos. En la medida en que el contacto sea menos restrictivo para los desplazamientos, mayores serán los desplazamientos y menores los momentos transmitidos, ya que la deformación del material absorberá parte de las sollicitaciones. Un nudo rígido es aquel que mantiene las posiciones relativas de las barras desarrollando momentos flectores, mientras que uno articulado no las mantiene, por lo que los momentos flectores no se transmiten. Aun así, en la práctica no existen los comportamientos perfectos y se debe considerar los nudos como semirrígidos.

En este sentido, junto con las condiciones de contacto, otro parámetro determinante para la rigidez de la unión es la profundidad de empotramiento del pilar en la zapata. La influencia de estas dos variables determinará el grado de rigidez del nudo.

En el caso de pilares prefabricados de hormigón unidos a la zapata mediante cáliz, la interacción entre la base del pilar y el material de relleno se establece a través del contacto entre las superficies exteriores del pilar que se introducen en el cáliz y las correspondientes del material de relleno.

Las condiciones en las que se establezca este contacto darán lugar a comportamientos del modelo que pueden ser muy diferentes entre sí, dependiendo de la rigidez conseguida en el nudo, y de las fuerzas actuantes en el interior de la unión.

La interacción entre las superficies en contacto en este tipo de unión ha sido estudiada por varios autores, si bien es un aspecto que todavía no ha sido suficientemente investigado, y pocos modelos teóricos han sido propuestos, a pesar de ser un sistema constructivo ampliamente utilizado.

En todos los casos, la primera clasificación, que resulta determinante para el comportamiento de la unión, se da entre superficies de contacto lisas o rugosas.

En general, se acepta que en las superficies con suficiente rugosidad el equilibrio de fuerzas se mantiene por la movilización de esfuerzos cortantes entre ambas superficies, mientras que en las superficies lisas las fuerzas exteriores son equilibradas por las fuerzas de rozamiento entre superficies (figura 14). En este caso, es el coeficiente de fricción entre dichas superficies lo que determina la mayor o menor rigidez del nudo, los esfuerzos en la unión y la transmisión de tensiones en la zona de contacto.

En este sentido, el código brasileño (NBR-9062/85) establece que si el contacto se establece entre superficies lisas la profundidad mínima para considerar el nudo empotrado ($2 \cdot h$ (pilar)) es mayor que en el caso de superficies rugosas ($1'6 \cdot h$ (pilar)).

La mayor precisión en el comportamiento del contacto se describe en (Fernandes Canha, 2004) donde se considera que entre las superficies en contacto se generan presiones de contacto que son las que dan lugar a la aparición de fuerzas de rozamiento.

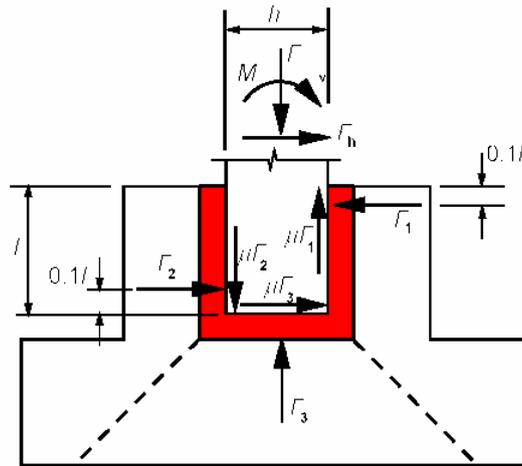


Figura 14.- EHE-08. Fuerzas de fricción en las superficies de contacto en un sistema pilar-vaina con superficies lisas.

Por otro lado, la mayor controversia entre autores se da en considerar o no la posibilidad de deslizamientos entre superficies. Las consecuencias de lo anterior son importantes, puesto que en el caso de rechazar la posibilidad de deslizamientos, la fuerza de rozamiento queda definida por el producto entre el coeficiente de rozamiento estático y la fuerza normal a la superficie, mientras que en el otro caso, entraría en juego el coeficiente de rozamiento dinámico entre superficies.

En este caso, la realidad en este tipo de uniones demuestra que sí se pueden producir estos deslizamientos entre las superficies en contacto.

En cuanto al coeficiente de rozamiento, un coeficiente de fricción $\mu = 0$ resultaría en una fuerza de rozamiento también nula, considerando que $F_r = \mu \cdot F_n$. Esto es, no se produciría rozamiento, y por tanto se produciría deslizamiento libre entre superficies hasta que sea impedido por el confinamiento del pilar. Por el contrario, un coeficiente de rozamiento $\mu = 1$, daría como resultado una fuerza de rozamiento igual a la fuerza F_n ejercida sobre la superficie, esto es, que el cuerpo siempre estará en equilibrio bajo cualquier fuerza. En la teoría, se puede dar el caso de que el coeficiente de rozamiento sea mayor de 1, si se producen fenómenos de adherencia. Este caso se produce cuando se ponen en contacto superficies de hormigón con superficies de materiales como el caucho. Coeficientes de rozamiento entre 0 y 1 darán lugar a todo el abanico de situaciones intermedias.

En la bibliografía consultada, el rango de coeficientes de rozamiento varía entre 0'3 y 1. En el caso de superficies lisas, se acepta en muchos casos (Fernandes Canha, 2004) como válido un coeficiente $\mu = 0'6$. La propia Fernandes Canha (Fernandes Canha, 2004) concluye que la mejor correlación entre el modelo numérico y el experimental se da con este coeficiente. Otras normas (EHE-08, 2008; EUROCODE-2, 2002) aceptan como válido un valor mínimo de $\mu = 0'3$.

Para las superficies rugosas, en general, se fija un coeficiente $\mu = 1$.

En el caso del presente trabajo la validación inicial del modelo se realizará considerando un coeficiente de rozamiento $\mu = 0'6$.

Otra de las características del contacto establecido es la posibilidad de separación entre las superficies del pilar y el material de relleno. Las condiciones de ejecución de la unión obligan a colocar el pilar en el interior del hueco practicado en la zapata y rellenar el espacio sobrante con el material de relleno. Una vez terminada la

estructura, las cargas de viento cíclicas y la propia contracción del material de relleno pueden provocar ligeros desplazamientos relativos (Fernandes Canha, 2004), del orden de micras o decenas de micras, y por tanto una ligera separación entre superficies, sobre todo en zonas como bordes o esquinas. A efectos prácticos, sin embargo, esta separación no altera significativamente los resultados tras el cálculo, por lo que no se ha limitado en los modelos.

Bajo estas premisas, se plantearon tres variantes distintas del modelo para comparar entre sí.

En el primer caso, denominado modelo VAINA, los contactos se suponen entre superficies lisas de materiales deformables. Los nodos entre ambas superficies no son equivalentes, por lo que la separación y el deslizamiento no están impedidos. Los parámetros de la modelización en Patran de estos contactos se reflejan en la tabla 6.

En el segundo caso, denominado modelo LIGADO, Patran contempla la posibilidad de modelizar los contactos como ligados (tied) una vez definidas las superficies de contacto. En este caso las superficies son lisas y los materiales deformables, pero en el cálculo del modelo Abaqus considera que los nodos en contacto se desplazan a la vez.

En el tercer caso, denominado modelo MONOLÍTICO, se realizó un modelo monolítico, en el que se realizó la equivalencia entre todos los nodos de los contactos, por lo que en la práctica, los elementos del modelo constituyen un mismo sólido. Con la profundidad de empotramiento suficiente, este modelo es el que más se acerca a un empotramiento perfecto teórico del pilar a la zapata.

Tabla 6.- Parámetros de los contactos en el modelo VAINA.

Tipo de contacto	General
Tipo de deslizamiento	Pequeño
Comportamiento de las superficies	Duro
Coefficiente de fricción	0'6

En cuanto a los posibles errores en los modelos por penetración de los nodos de la superficie “maestra” a través de la superficie “esclava”, Fernandes Canha (Fernandes Canha, 2004) las limita a 0'001 mm. y no encuentra diferencias significativas en el comportamiento del contacto.

En los modelos obtenidos, se realizó una comprobación de la influencia de este parámetro en los resultados obtenidos para el mismo modelo limitando y no limitando la penetración de nodos a través de la normal a la superficie de contacto.

En el primer caso, esta limitación se establece activando la capacidad CONTROL ON en el preprocesamiento con Patran. En el posterior cálculo, el software Abaqus establece restricciones a los desplazamientos entre nodos que limitan, por debajo de determinados valores, tanto la separación entre nodos como la posibilidad de que un nodo se introduzca dentro del elemento contiguo. Tras el análisis de resultados, se observa como en el caso de no activar este control, se llega a producir penetración, que en los nudos esquina del contacto alcanza un valor de 0'017 mm.

En el segundo caso, la penetración está fuertemente limitada y la modelización de ambas superficies de contacto es más precisa, en el sentido de que la modelización consigue que deslicen entre sí sin producirse apenas penetración.

En cualquier caso, analizados los resultados obtenidos con las dos opciones, se observó que no se producen diferencias significativas a efectos prácticos en cuanto a flecha, tensiones, y distribución de tensiones en las secciones de referencia. De hecho,

los valores resultantes en uno y otro caso son prácticamente idénticos, por lo que a efectos del presente trabajo se puede afirmar que la activación o no de este control no tiene ningún efecto en los resultados obtenidos.

5.5.- PROFUNDIDADES DE EMPOTRAMIENTO.

Junto con las condiciones del contacto entre superficies, es el parámetro que determina la mayor o menor rigidez del nudo, y por tanto su comportamiento más cercano a un empotramiento o a una articulación.

Una mayor profundidad de empotramiento limita los desplazamientos y giros que se dan en el interior de la base empotrada del pilar, mientras que profundidades de empotramiento menores tenderán hacia el comportamiento articulado del nudo. En una articulación pura (que al igual que un empotramiento puro, no se da nunca en la realidad) la transmisión de momentos será nula.

En este tipo de estructuras, las distintas normas internacionales fijan profundidades mínimas a partir de las cuales el pilar se puede considerar empotrado. Por su parte, las investigaciones realizadas por distintos autores también dan recomendaciones de proyecto en este sentido.

Para el caso de superficies lisas, la EHE-08 española, considera una profundidad mínima de $1'2 \cdot h$, siendo h el canto del pilar; el código brasileño NBR-9062/85 exige una profundidad de $2 \cdot h$ en el caso grandes excentricidades, y de $1'5 \cdot h$ en el caso de pequeñas excentricidades; Leonhardt y Mönnig (Leonhardt y Mönnig, 1977), elevan los valores anteriores a $2 \cdot h$ y $2'8 \cdot h$, respectivamente, mientras que Osanai y col (Osanai, 1997) fija un valor mínimo de $1'5 \cdot h$ en cualquier caso. La norma italiana CNR-10025/98 no distingue entre superficies lisas o rugosas y exige profundidades de $1'2 \cdot h$ para pequeñas excentricidades y $2 \cdot h$ para grandes.

En España, la práctica común en proyectos es fijar una profundidad mínima de $1'5 \cdot h$.

En el presente trabajo, por tanto, la profundidad máxima de los modelos se adopta inicialmente de $1'5 \cdot h$ el canto del pilar. Dado que el pilar tiene una sección de 400 mm. X 400 mm. la mayor profundidad de empotramiento del pilar en la vaina es de 600 mm. A partir de ésta, se disminuye la altura de introducción del pilar de 100 mm. en 100 mm. para estudiar el comportamiento del modelo.

5.6.- CONSIDERACIÓN DEL PESO PROPIO DE LOS MATERIALES.

La densidad de los materiales se introduce en Patran junto con las demás variables del modelo. Sin embargo, para que el cálculo considere el peso propio de la estructura, se debe introducir también la fuerza de la gravedad que actúa sobre la masa de los elementos definidos. En este caso, por lo tanto, además de las cargas actuantes sobre el modelo, se introduce aquella como fuerza volumétrica actuando en la dirección del eje z con un valor de $-9'8 \text{ N}$, que se aplicarán uniformemente en toda la masa del modelo.

5.7.- MODELOS OBTENIDOS.

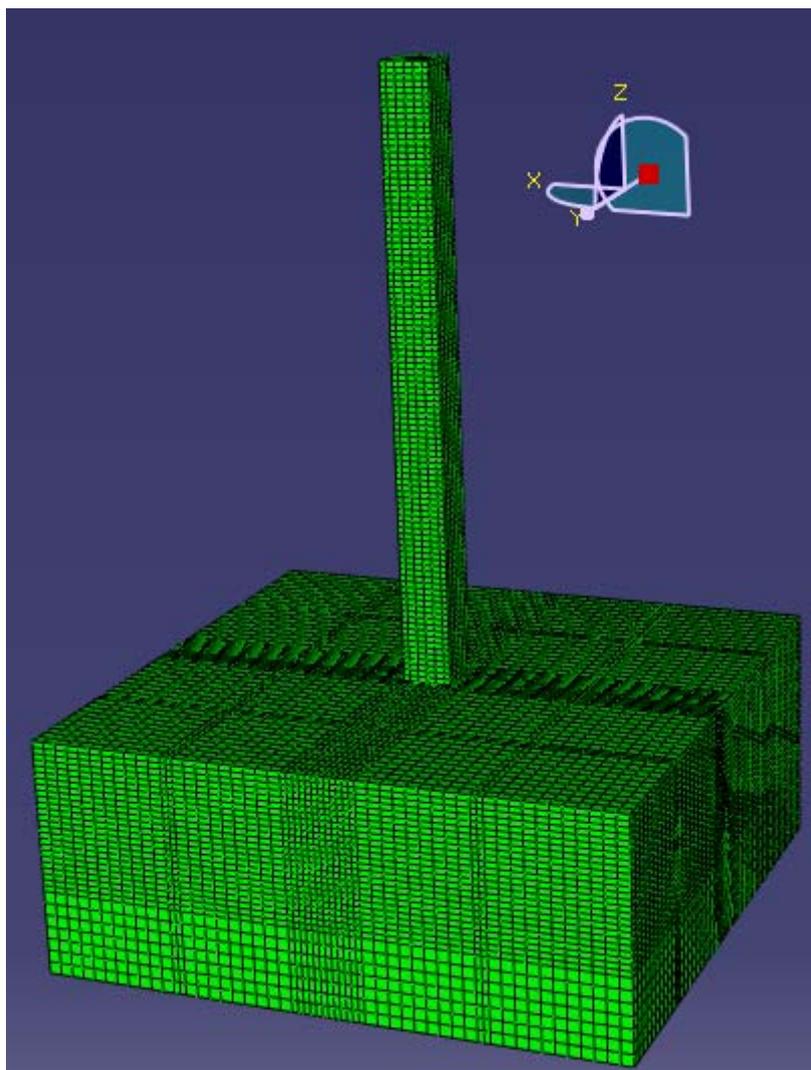
Con el fin de poder efectuar comparaciones entre distintas condiciones de unión entre el pilar y la zapata, se realizó un total de tres modelos de partida con una profundidad de empotramiento de 600 mm. A partir de estos, se obtuvieron modelos con el resto de profundidades de empotramiento para cada caso.

Sobre todos ellos se aplican los casos de carga deseados, y se varían los parámetros de los contactos establecidos, tal y como se refleja en el punto 5.4.2.

Los modelos planteados permitirán, además, variar las propiedades de los materiales (en cuanto a su módulo de Young, coeficiente de Poisson y densidad), y los diámetros de las barras de armado, así como el coeficiente de rozamiento entre las superficies en contacto.

El modelo con mayor profundidad de empotramiento se compone de un total de 104.176 elementos.

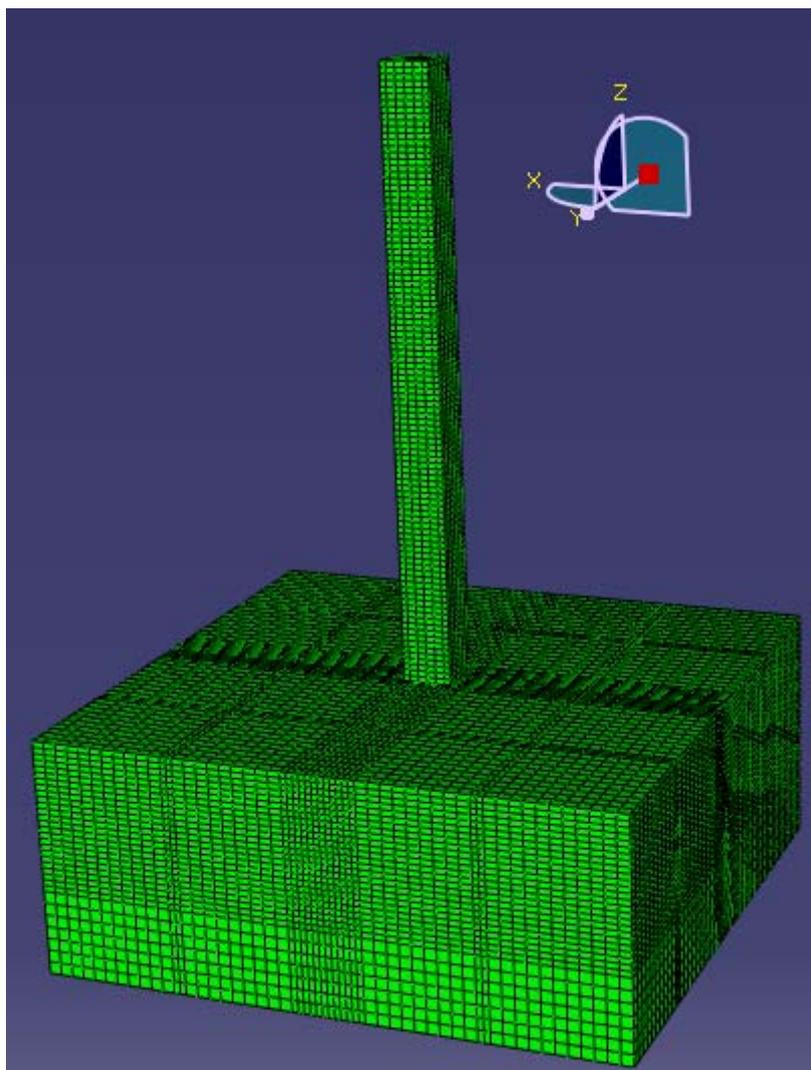
Las características de cada modelo se reflejan en las figuras 15 a 17.



CONTACTO	SUPERFICIES LISAS	$\mu = 0'6$
----------	-------------------	-------------

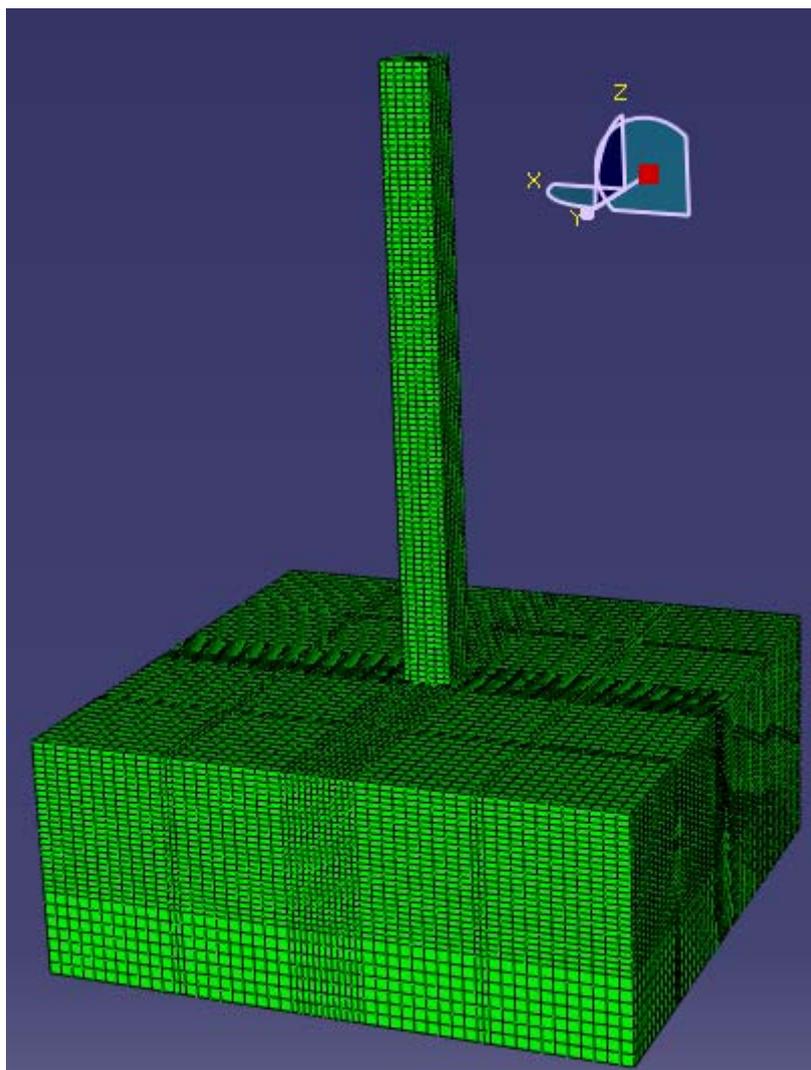
GRUPO ELEMENTOS	TIPO ELEMENTO	MATERIAL	Módulo de elasticidad (E)	Coefficiente de Poisson (v)	Densidad (ρ)
ARMADURAS	Bar12	ACERO	210.000	0'3	$7'8 \cdot 10^{-6}$
ZAPATA PILAR	Hex8	HORMIGÓN H25	29.670	0'2	$2'3 \cdot 10^{-6}$
VAINA	Hex8	MORTERO CEMENTO	25.000	0'2	$2'3 \cdot 10^{-6}$
TERRENO	Hex8	TERRENO	60	0'4	$1'6 \cdot 10^{-6}$
UNIDADES			N/mm ²		Kg/mm ³

Figura 15.- Modelo vaina. Características.



CONTACTO		SUPERFICIES LIGADAS		NODOS CONTIGUOS LIGADOS	
GRUPO ELEMENTOS	TIPO ELEMENTO	MATERIAL	Módulo de elasticidad (E)	Coefficiente de Poisson (ν)	Densidad (ρ)
ARMADURAS	Bar12	ACERO	210.000	0'3	$7'8 \cdot 10^{-6}$
ZAPATA PILAR	Hex8	HORMIGÓN H25	29.670	0'2	$2'3 \cdot 10^{-6}$
VAINA	Hex8	MORTERO CEMENTO	25.000	0'2	$2'3 \cdot 10^{-6}$
TERRENO	Hex8	TERRENO	60	0'4	$1'6 \cdot 10^{-6}$
UNIDADES			N/mm ²		Kg/mm ³

Figura 16.- Modelo ligado. Características.



CONTACTO		MONOLÍTICO		NODOS EQUIVALENTES	
GRUPO ELEMENTOS	TIPO ELEMENTO	MATERIAL	Módulo de elasticidad (E)	Coefficiente de Poisson (ν)	Densidad (ρ)
ARMADURAS	Bar12	ACERO	210.000	0'3	$7'8 \cdot 10^{-6}$
ZAPATA PILAR	Hex8	HORMIGÓN H25	29.670	0'2	$2'3 \cdot 10^{-6}$
VAINA	Hex8	MORTERO CEMENTO	25.000	0'2	$2'3 \cdot 10^{-6}$
TERRENO	Hex8	TERRENO	60	0'4	$1'6 \cdot 10^{-6}$
UNIDADES			N/mm ²		Kg/mm ³

Figura 17.- Modelo monolítico. Características.

5.8.- POSTPROCESO.

Tras el análisis efectuado por Patran, este programa devuelve un fichero de texto con toda la información del modelo. Este fichero es compatible con otros softwares de cálculo como el Abaqus, que es el utilizado para realizar el cálculo de la matriz resultante. El tratamiento de resultados se realiza con el módulo Viewer del propio Abaqus.

Una vez obtenido el fichero de texto de Patran, este puede ser editado para particularizar las variables introducidas en el modelo sin necesidad de realizar una nueva modelización con Patran.

6.- VALIDACIÓN DEL MODELO.

6.1.- CONSIDERACIONES PREVIAS.

Se comparan los valores obtenidos en los modelos en elementos finitos frente a los obtenidos por los métodos clásicos de cálculo de estructuras, entendiéndose por tales (Calavera, 2000) aquellos que se basan en la hipótesis de que el material que constituye la estructura cumple las leyes de Hooke y de Bernouilli. Son por tanto métodos de cálculo en el dominio elástico, bajo las hipótesis de relación lineal entre momentos y curvaturas, y de proporcionalidad entre solicitaciones y deformaciones.

Como se detallará en los puntos siguientes, hay que advertir de nuevo que las simplificaciones asumidas en estos métodos, sobre todo el hecho de considerar comportamiento elástico (y por tanto lineal) de los materiales de la estructura, difiere sustancialmente de la realidad.

Es en este punto, de hecho, donde radica la diferencia fundamental entre los resultados obtenidos por los métodos analíticos clásicos y los modernos modelos numéricos basados en elementos finitos, cuando en éstos se introduce el comportamiento plástico de los materiales. Aún así, durante años los primeros han sido la base del cálculo de estructuras, y su validez queda sancionada por la experiencia práctica.

Dado que el objetivo principal del presente trabajo es conseguir una primera validación entre los métodos clásicos con el modelo en elementos finitos, se ha de asumir para el segundo la hipótesis de comportamiento elástico de los materiales. Por tanto, los materiales se modelizan como elásticos.

6.2.- VALIDACIÓN DEL MODELO RESPECTO AL ESFUERZO AXIL.

6.2.1.- CONSIDERACIONES PREVIAS.

Para comprobar la validez del modelo en elementos finitos con respecto al axil aplicado, se parte del estado de carga axil considerado (200 KN) y se compara la tensión debida a dicho axil, obtenida en el modelo en elementos finitos, con la obtenida en el modelo teórico.

Hay que partir de la base de que el modelo clásico utilizado (modelo de viga empotrada en un extremo y libre en el otro) presenta algunas simplificaciones importantes con respecto a una estructura real como la modelizada con el método de elementos finitos:

a) el modelo clásico no contempla el peso propio de los materiales de la estructura (en este caso del pilar), lo que sí tiene en cuenta el modelo de elementos finitos, realizado teniendo en cuenta las condiciones reales de la pieza. Para minimizar el error resultante se puede realizar una corrección sencilla que consiste en restar, en cada nodo de la sección considerada, las tensiones obtenidas en el modelo con carga axil de las correspondientes a un modelo que considere sólo el peso propio de la estructura.

Así, tomando como modelo de partida el modelo a validar, se realiza un nuevo cálculo con las mismas características, pero sin carga de axil ni viento, tan solo considerando el peso propio de los materiales.

Las tensiones obtenidas en el modelo con carga axil se reducen con las obtenidas en el modelo sin carga axil (que contempla tan solo el peso propio de la estructura), y las tensiones resultantes se comparan con las obtenidas en el modelo clásico, ya que, en definitiva, y por aplicación del principio de superposición, se han obtenido bajo las mismas condiciones teóricas.

b) el modelo clásico considera la sección de la pieza compuesta por un único material homogéneo, por lo que la sección es uniforme en toda su superficie. En el modelo en elementos finitos las secciones de la pieza se han modelizado teniendo en cuenta sus características reales, por lo que, exceptuando los recubrimientos superior e inferior, todas las secciones transversales del pilar están compuestas por dos materiales: el hormigón del pilar, y las barras de acero que constituyen las armaduras de refuerzo.

Las diferencias en el módulo de elasticidad en los materiales en el interior del sólido hacen que la tensión absorbida por cada uno de ellos, considerando una misma deformación, sea distinta, dependiendo de las características de cada material. Por tanto, la carga axil a la que está sometida cada sección será absorbida por el hormigón y el acero de manera no uniforme, lo que dará como resultado que las superficies ocupadas dentro de la sección por uno y otro material estarán sometidas a distinta tensión en función de su módulo de elasticidad longitudinal. Dado que el módulo de elasticidad del acero es mucho mayor que el del hormigón, y su superficie dentro de la sección mucho menor, ante una misma deformación, la tensión a la que esté sometido el acero será mucho mayor que la tensión a la que esté sometido el hormigón dentro de la sección.

c) En el modelo clásico de cálculo, se presupone que el principio de Saint-Venant es aplicable a todas las secciones de la pieza, y no se tienen en cuenta los efectos locales sobre las tensiones que se producen en las secciones cercanas a los puntos de aplicación de las fuerzas o contactos exteriores.

En la realidad de un sólido elástico sometido a cargas exteriores, se produce un reparto de tensiones en los puntos interiores del sólido situados en la zona cercana a la aplicación de una fuerza, contacto, apoyo, variación de sección, etc.

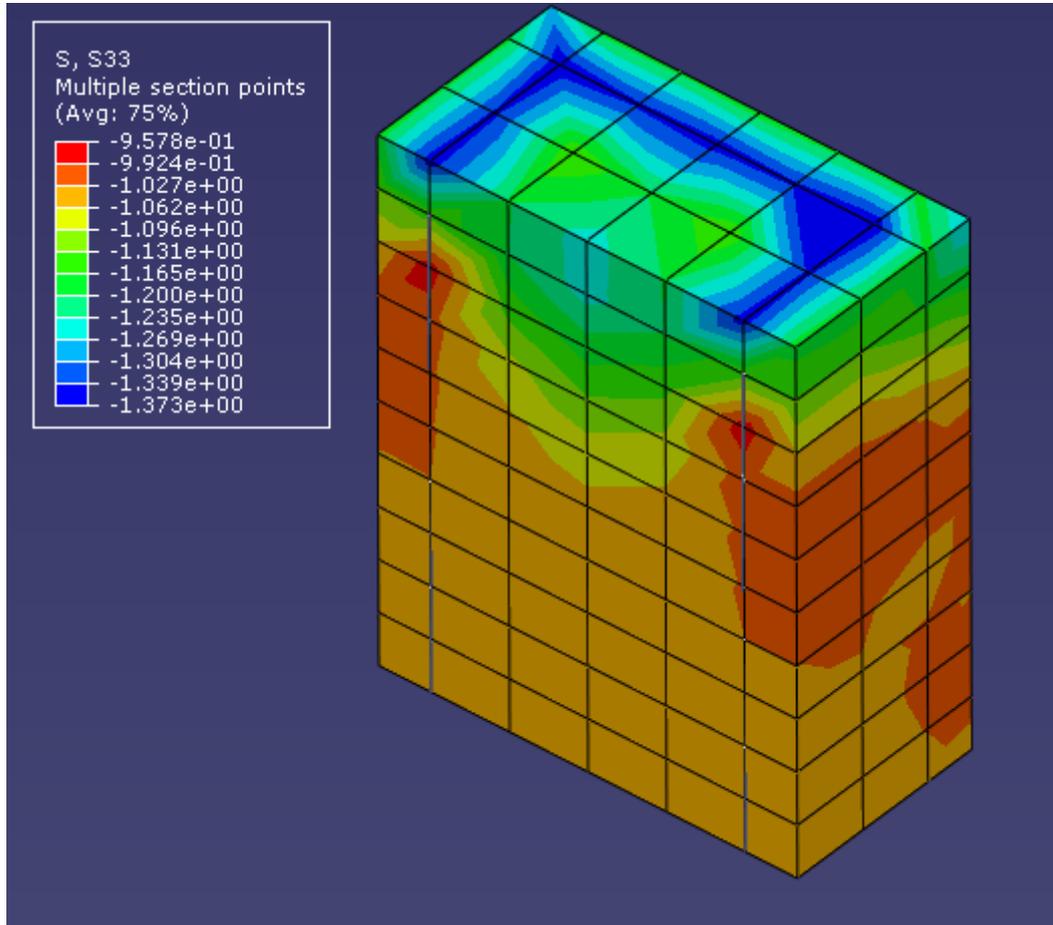
El modelo en elementos finitos, a diferencia de los modelos clásicos de cálculo, obtiene los valores reales de tensión en cada nodo o elemento del sólido, reflejando los efectos locales de las acciones anteriores, obteniéndose en cada sección una distribución de tensiones en forma de superficie curva, que es lo que se produce en la realidad.

En este sentido, el principio de Saint Venant establece que, en un sólido elástico, a partir de una distancia suficiente (que en el caso de un pilar de hormigón es aproximadamente el canto h de la sección) de los puntos en los que está aplicado un determinado sistema de fuerzas, las tensiones y las deformaciones son prácticamente iguales para todos los sistemas de fuerzas que sean estáticamente equivalentes al dado (Ortiz Berrocal, 2.007). Concretando para el caso del pilar en estudio, este principio implica que los efectos locales de la carga de axil aplicada en la cabeza del pilar sólo afectan a una zona localizada a una distancia h aproximadamente igual a la sección transversal de la pieza.

Analizando los resultados obtenidos en los modelos de elementos finitos se observa (figura 18) como se cumple el principio de Saint Venant. En la cabeza del pilar, en cuya sección superior se aplica uniformemente repartida la carga axil de 200 KN, se observa como se produce una distribución irregular de tensiones en forma de superficie curva, que se debe a las diferentes características de los materiales de la sección y a la posición que ocupa cada elemento de la sección en relación al resto. Esta distribución se

transmite a las secciones cercanas de forma decreciente con la distancia a la sección superior del pilar donde la carga de axil está aplicada.

A partir de una determinada sección, situada a una distancia aproximada igual al canto del pilar, la distribución de tensiones en la sección se convierte en uniforme para cada material.



**Figura 18.- Distribución irregular de tensiones debidas al axil en cabeza de pilar.
Detalle de la sección media del pilar.**

Teniendo en cuenta todo lo anterior, y en especial para evitar los efectos locales en las secciones cercanas a la superior del pilar, en los modelos se evalúan las tensiones debidas al axil en una sección de referencia situada a una distancia $l = 1.000$ mm. de la base del pilar. En cada caso el modelo utilizado es el que tiene una profundidad de empotramiento de 60 cm. y está sometido a una carga axil de 200 KN, sin carga de viento.

6.2.2.- CÁLCULO DE LA TENSIÓN EN EL MODELO TEÓRICO.

En un primer modelo teórico, sin considerar el peso propio de la estructura, y considerada la sección homogénea y compuesta sólo por hormigón, la tensión debida al axil se obtiene de la expresión:

$$\sigma(N/mm^2) = \frac{N(N)}{A(mm^2)}$$

Donde N es la carga axil y A la sección geométrica considerada. La tensión media obtenida en este caso es:

$$\sigma(N/mm^2) = \frac{N(N)}{A(mm^2)} = \frac{200.000N}{160.000mm^2} = 1'25N/mm^2$$

En términos de cargas, la expresión anterior implica que la carga de axil de 200.000 N es absorbida íntegramente por la tensión de 1'25 N/mm² a la que está sometida la sección de hormigón.

6.2.3.- TENSIÓN EN EL MODELO EN ELEMENTOS FINITOS.

En el modelo de elementos finitos, con secciones compuestas por dos materiales de módulos de elasticidad longitudinal distintos, la carga axil será absorbida por los dos materiales en distinta proporción, por lo que estarán sometidos a distinta tensión.

Así, el equilibrio de fuerzas vendrá definido por:

$$N = A_s \cdot \sigma_s + A_c \cdot \sigma_c$$

Donde:

N: carga axil.

A_s: superficie de hormigón.

σ_s: tensión del hormigón.

A_c: superficie de acero.

σ_c: tensión del acero.

Por lo tanto, el esfuerzo axil al que está sometida la sección será:

$$N (N) = A_s (mm^2) \cdot \sigma_s (N/mm^2) + A_c (mm^2) \cdot \sigma_c (N/mm^2)$$

Por otro lado, la superficie ocupada por cada material dentro de la sección geométrica es la reflejada en la tabla 7.

Tabla 7.- superficie ocupada por cada material dentro de la sección geométrica.

MATERIAL	ACERO	HORMIGÓN
A geométrica (mm ²)	5.026'55	154.973'45
E (N/mm ²)	210.000	29.670

Por lo tanto, la ecuación anterior resulta en la forma:

$$200.000 N = 154.973'45 mm^2 \cdot \sigma_s (N/mm^2) + 5.026'55 mm^2 \cdot \sigma_c (N/mm^2)$$

En los modelos en elementos finitos, se evaluó la tensión de compresión en los elementos sólidos del pilar de hormigón y en los elementos barra de las barras de acero de la armadura longitudinal, en la sección de referencia indicada anteriormente.

Obteniendo los valores medios de tensión en los modelos, medidos en los nodos de la superficie de la sección en el caso de elementos sólidos de hormigón, y en el eje local x (que corresponde al global z) en el caso de elementos barra de acero, se obtienen los resultados reflejados en la tabla 8:

Tabla 8.- Tensión en la sección debida a una carga axil del 200 KN. en cabeza de pilar.

MODELO	VAINA	LIGADO	MONOLITICO
σ_c (N/mm ²)	- 1'10	- 1'10	- 1'10
$\sigma_{c.pp}$	- 0'08	- 0'08	- 0'08
$\sigma_c - \sigma_{c.pp}$	- 1'02	- 1'02	- 1'02
σ_s (N/mm ²)	- 7'81	- 7'81	- 7'81
$\sigma_{s.pp}$	- 0'57	- 0'57	- 0'57
$\sigma_s - \sigma_{s.pp}$	- 7'24	- 7'24	- 7'24

Donde:

σ_i corresponde a la tensión obtenida en los modelos calculados teniendo en cuenta la fuerza axil y el peso propio de la estructura.

$\sigma_{i.pp}$ corresponde a la tensión obtenida en los modelos calculados teniendo en cuenta tan solo el peso propio de la estructura, sin carga axil.

Se observó que las tensiones de compresión en los nodos de la sección en estudio aún mantenían pequeñas variaciones a partir de la tercera cifra decimal. También se observa que la tensión de compresión que soportan los elementos de la sección no presenta diferencias significativas entre modelos, como se refleja en la tabla 8, donde los valores son idénticos para todos los modelos aproximando a la segunda cifra decimal.

Así pues, el esfuerzo axil N que soporta cada material de la sección es:

$$N_c = 154.973'45 \text{ mm}^2 \cdot (\sigma_c - \sigma_{c.pp}) \text{ (N/mm}^2\text{)}.$$

$$N_s = 5.026'55 \text{ mm}^2 \cdot (\sigma_s - \sigma_{s.pp}) \text{ (N/mm}^2\text{)}.$$

Siendo el esfuerzo axil total soportado por la sección, sin considerar el peso propio de la estructura:

$$N = 154.973'45 \text{ mm}^2 \cdot (\sigma_c - \sigma_{c.pp}) \text{ (N/mm}^2\text{)} + 5.026'55 \text{ mm}^2 \cdot (\sigma_s - \sigma_{s.pp}) \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

Sustituyendo en la ecuación anterior, para todos los modelos analizados, se obtiene:

$$154.973'45 \text{ mm}^2 \cdot 1'02 \text{ (N/mm}^2\text{)} + 5.026'55 \text{ mm}^2 \cdot 7'24 \text{ (N/mm}^2\text{)} = 194.465'14 \text{ N.}$$

6.2.4.- VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

A tenor de los puntos anteriores, se llega a la conclusión de que el error entre el modelo numérico y el modelo teórico es:

$$error(\%) = \frac{N_{numérico} - N_{teórico}}{N_{teórico}} = \frac{194.465'14 - 200.000}{200.000} \cdot 100 = -2'8\%$$

Admitiendo un error máximo entre el método de elementos finitos y el teórico del 10%, se puede concluir, a tenor de los resultados expuestos, que el modelo en elementos finitos es válido para evaluar la tensión de compresión debida al axil en todos los casos analizados.

6.3.- VALIDACIÓN DEL MODELO RESPECTO A LOS MOMENTOS.

6.3.1.- CONSIDERACIONES PREVIAS.

Para comprobar la validez del modelo en elementos finitos con respecto a las cargas de viento aplicadas, se parte del estado de carga de viento de 6 KN/m, uniformemente repartidas a lo largo del pilar, en todos los casos sin aplicar carga axil, y se comparan las tensiones debidas a dichas cargas, obtenidas en el modelo en elementos finitos, con las tensiones teóricas obtenidas en el modelo teórico en dos dimensiones.

Al igual que en el caso de la tensión de compresión debida al axil, hay que partir de la base de que el modelo clásico utilizado (modelo de viga empotrada) presenta algunas simplificaciones importantes con respecto a una estructura real como la modelizada con el método de elementos finitos.

a) el modelo clásico no contempla el peso propio de los materiales de la estructura (en este caso del pilar), lo que si tiene en cuenta el modelo en elementos finitos, realizado teniendo en cuenta las condiciones reales de la pieza. Para minimizar el error resultante se puede realizar una corrección sencilla que consiste en restar, en cada nodo de la sección considerada, las tensiones obtenidas en el modelo con carga de viento de las correspondientes a un modelo que considere solo el peso propio de la estructura.

Así, tomando como modelo de partida el modelo a comparar, se realiza un nuevo cálculo con las mismas características, pero sin carga de viento ni axil, tan solo considerando el peso propio de los materiales.

Las tensiones obtenidas en el modelo con carga de viento se reducen con las obtenidas en el modelo sin carga de viento (que contempla tan solo el peso propio de la estructura), y las tensiones resultantes se comparan con las obtenidas en el modelo clásico, ya que, en definitiva, y por aplicación del principio de superposición, se han obtenido bajo las mismas condiciones teóricas.

b) el modelo clásico considera la sección de la pieza compuesta por un único material homogéneo, por lo que la sección es uniforme en toda su superficie. En el modelo en elementos finitos las secciones de la pieza se han modelizado teniendo en cuenta sus características reales, por lo que, exceptuando los recubrimientos superior e

inferior, todas las secciones transversales del pilar están compuestas por dos materiales: el hormigón del pilar, y las barras de acero que constituyen las armaduras de refuerzo.

Las diferencias en el módulo de elasticidad en los materiales en el interior del sólido hacen que la tensión absorbida por cada uno de ellos sea distinta, dependiendo de las características de cada material. Por tanto, las fuerzas axiales que produce en la sección la carga de viento a la que está sometida el pilar serán absorbidas por el hormigón y el acero de manera no uniforme, lo que dará como resultado que las superficies ocupadas dentro de la sección por uno y otro material estarán sometidas a distinta tensión en función de su módulo de elasticidad longitudinal. Dado que el módulo de elasticidad del acero es mucho mayor que el del hormigón, y su superficie dentro de la sección mucho menor, la tensión a la que esté sometido el acero será mucho mayor que la tensión a la que esté sometido el hormigón dentro de la sección.

c) En el modelo clásico de cálculo, se presupone que el principio de Saint-Venant es aplicable a todas las secciones de la pieza, y no se tienen en cuenta los efectos locales sobre las tensiones que se producen en las secciones cercanas a los puntos de aplicación de las fuerzas o contactos exteriores, o por cambios bruscos en la geometría de la estructura.

En la realidad de un sólido elástico sometido a cargas exteriores, se produce un reparto de tensiones en los puntos interiores del sólido situados en la zona cercana a la aplicación de la fuerza, contacto, apoyo, variaciones de sección, etc.

El modelo en elementos finitos, a diferencia de los modelos clásicos de cálculo, obtiene los valores reales de tensión en cada nodo o elemento del sólido, reflejando los efectos locales de las acciones anteriores, obteniéndose en este caso en cada sección estudiada una distribución de tensiones en forma de superficie curva, que es lo que se produce en la realidad.

En este sentido, el principio de Saint Venant establece que, en un sólido elástico, a partir de una distancia suficiente (que en el caso de un pilar de hormigón es aproximadamente el canto h de la sección) de los puntos en los que está aplicado un determinado sistema de fuerzas, las tensiones y las deformaciones son prácticamente iguales para todos los sistemas de fuerzas que sean estáticamente equivalentes al dado. Concretando para el caso del pilar en estudio, este principio implica que los efectos locales debidos a la geometría y a los contactos en la base del pilar sólo afectan a una zona localizada a una distancia h aproximadamente igual a la sección transversal de la pieza.

Analizando los resultados obtenidos en los modelos de elementos finitos se observa como se cumple el principio de Saint Venant. En la base del pilar, en la que se producen un cambio brusco en la geometría y la aparición de fuerzas de rozamiento por fricción, se observa que la distribución de tensiones, en forma de superficie curva, se aleja del modelo teórico, llegando la sección a desarrollar esfuerzos un 20% superiores a los teóricos.

A partir de esta sección la distribución de tensiones en la sección se aproxima paulatinamente al modelo teórico hasta llegar a una determinada sección donde se alcanzan diferencias menores al 10%.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, en los modelos se evalúan las tensiones debidas a las cargas de viento en una sección de referencia situada a una distancia $l = 1.000$ mm. de la base del pilar (entendiendo por base la rasante del pilar con la vaina). En cada caso el modelo utilizado es el que tiene una profundidad de empotramiento de 600 mm. y está sometido a una carga de viento de 6 KN/m, uniformemente repartida en toda la longitud libre del pilar, sin carga axil.

6.3.2.- CÁLCULO DE LA TENSIÓN EN EL MODELO TEÓRICO.

En un primer modelo teórico, sin considerar el peso propio de la estructura, y considerada la sección homogénea y compuesta sólo por hormigón, las tensiones axiales, resultante de las cargas de viento sobre el pilar, a las que está sometida la sección de referencia siguen una distribución triangular desde la fibra neutra hasta la fibra más alejada de ella. La fibra neutra, además, se corresponde con el eje medio de la sección en la dirección considerada, que es también, uno de sus ejes principales de inercia.

El valor de la tensión en la fibra neutra es igual a 0, mientras que en la fibra más alejada se da el mayor valor de tensión. En esta fibra se producirá, también, el mayor valor del momento para la sección considerada. En el modelo clásico, esta tensión máxima se obtiene de la expresión:

$$\sigma(N/mm^2) = \frac{M(mm \cdot N)}{W_{xx}(mm^3)}$$

Obteniéndose el momento en cada sección, en el caso de un pilar empotrado en un extremo y libre en otro, con la expresión:

$$M(mm \cdot N) = \frac{q(N) \cdot x^2(mm)}{2}$$

Teniendo en cuenta, además, que el momento resistente W_{xx} de la sección de referencia en el modelo teórico es:

$$W_{xx}(mm^3) = \frac{b(mm) \cdot h^3(mm^3)}{12 \cdot i(mm)}$$

se obtiene un valor de tensión máxima en dicha fibra de:

$$\sigma_1(N/mm^2) = \frac{M}{W_{xx}} = \frac{\frac{q(N) \cdot x^2(mm)}{2}}{\frac{b(mm) \cdot h^3(mm^3)}{12 \cdot i(mm)}} = \frac{6 \cdot 4.000^2}{2 \cdot 400 \cdot 400^3} = \frac{4'8 \cdot 10^7 mm \cdot N}{1'067 \cdot 10^7 mm^3} = 4'5 N/mm^2$$

Así, los valores máximo y mínimo de la distribución triangular de tensiones son:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 4'5 N/mm^2. \\ \sigma_2 &= 0 N/mm^2. \end{aligned}$$

Por otra parte, el esfuerzo resultante de dichas tensiones en la superficie de la sección será:

$$N = \int \sigma dA$$

expresión que en el caso concreto de la zona comprimida de dicha sección, con una distribución de secciones triangular y una anchura b, resulta:

$$N = \int \sigma dA = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{\text{máx}} \cdot i \cdot b$$

$$N(N) = \int \sigma dA = \frac{1}{2} \cdot 4'5 \text{ (N/mm}^2\text{)} \cdot 200 \text{ mm.} \cdot 400 \text{ mm.} = 180.000 \text{ N.}$$

En términos de cargas, la expresión anterior implica que la fuerza axial de 180.000 N es absorbida íntegramente por la distribución de tensiones a la que está sometida la sección comprimida de hormigón.

6.3.3.- TENSIÓN EN EL MODELO EN ELEMENTOS FINITOS.

En el modelo en elementos finitos, con secciones compuestas por dos materiales de módulos de elasticidad longitudinal distintos, la fuerza axial anterior será absorbida por los dos materiales en distinta proporción, por lo que estarán sometidos a distinta tensión.

Así, el equilibrio de fuerzas vendrá definido por:

$$N = \int \sigma_s dA_s + \int \sigma_c dA_c$$

Donde:

N: esfuerzo axial.

A_s: superficie de hormigón.

σ_s: tensión del hormigón.

A_c: superficie de acero.

σ_c: tensión del acero.

En los modelos en elementos finitos, es posible consultar la tensión a la que está sometido cada elemento en la sección de referencia.

De este modo, la expresión anterior se convierte en:

$$N = \sum (\sigma_{si} \cdot A_{si}) + \sum (\sigma_{ci} \cdot A_{ci})$$

Por lo tanto, se evaluó la tensión axial en los centroides de cada uno de los elementos sólidos del pilar de hormigón y de los elementos barra de las barras de acero de la armadura longitudinal, en la sección de referencia indicada anteriormente.

Obtenidos estos valores de tensión, se multiplica cada uno de ellos por la superficie del elemento sobre la que actúan, obteniéndose así el esfuerzo N al que están sometidos cada uno de los elementos de la sección. Realizando el sumatorio de todos ellos se obtiene el esfuerzo total en toda la superficie comprimida de la sección.

Al igual que en el caso del modelo teórico, todo lo anterior se especifica únicamente en la zona comprimida de la sección de referencia, obteniéndose los resultados reflejados en la tabla 9.

Tabla 9.- Tensión en la sección debida al momento para una carga de viento en pilar de 6 KN/m.

MODELO	VAINA	LIGADO	MONOLITICO
$\sum (\sigma_{ci} \cdot A_{ci})$ (N)	148.661'13	148.677'42	152.355'13
$\sum (\sigma_{ci} \cdot A_{ci})_{pp}$ (N)	6.482'88	6.482'88	6.482'88
$\sum c - \sum c_{pp}$	142.178'25	142.194'54	145.872'25
$\sum (\sigma_{si} \cdot A_{si})$ (N)	37.073'24	37.067'42	37.057'53
$\sum (\sigma_{si} \cdot A_{si})_{pp}$ (N)	1.620'22	1.620'22	1.620'22
$\sum s - \sum s_{pp}$	35.453'02	35.447'20	35.437'31

Donde:

$\sum s$ corresponde al esfuerzo obtenido en los modelos calculados teniendo en cuenta la fuerza axil y el peso propio de la estructura.

$\sum s_{pp}$ corresponde al esfuerzo obtenido en los modelos calculados teniendo en cuenta tan solo el peso propio de la estructura, sin carga axil.

Así, el esfuerzo ejercido por la zona comprimida de la sección de referencia es, en cada modelo:

$$\sum c - \sum c_{pp} = [\sum (\sigma_{ci} \cdot A_{ci}) - \sum (\sigma_{ci} \cdot A_{ci})_{pp}] + [\sum (\sigma_{si} \cdot A_{si}) - \sum (\sigma_{si} \cdot A_{si})_{pp}]$$

Sustituyendo en la ecuación anterior, se obtienen los valores de la tabla 10.

Tabla 10.- Esfuerzos axiales en la sección de referencia para una carga de viento en pilar de 6 KN/m.

MODELO	VAINA	LIGADO	MONOLITICO
N (N)	177.631'27	177.641'74	181.309'56

Admitiendo el equilibrio estático de la sección, los resultados obtenidos para la sección comprimida serán igualmente válidos, pero de signo contrario, para la sección traccionada, por lo que se puede validar el modelo teniendo en cuenta tan solo los resultados obtenidos para la sección comprimida.

6.3.4.- VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

El error entre los modelos numéricos y el teórico se calcula con la expresión:

$$error(\%) = \frac{N_{numérico} - N_{teórico}}{N_{teórico}} \cdot 100$$

A tenor de los resultados anteriores, se llega a la conclusión de que el error entre el modelo teórico y los modelos en elementos finitos es el reflejado en la tabla 11.

Tabla 11.- error entre modelos numéricos y teórico respecto al esfuerzo axial debido al momento.

MODELO	VAINA	LIGADO	MONOLITICO
Error (%)	-1'32	- 1'33	0'73

Admitiendo un error máximo entre el método de elementos finitos y el teórico del 10%, se puede concluir, a tenor de los resultados expuestos, que el modelo en elementos finitos es válido para evaluar la tensión axial debida a la carga de viento en la sección de referencia para todos los casos analizados.

6.4.- APLICACIÓN DEL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN A LA VALIDACIÓN DEL MODELO EN ELEMENTOS FINITOS.

El principio de superposición de Euler establece que, bajo determinadas condiciones, dos campos de deformaciones se pueden combinar por superposición directa, y que el orden de aplicación no tiene ningún efecto sobre el estado final.

Suponiendo un sistema formado por una barra de material elástico-lineal, isótropo, homogéneo, sometido a pequeñas deformaciones, y bajo la acción de una carga axial F , se comprueba que:

- a) sometida a una carga F_1 , la barra sufre un alargamiento u_1 debido a una deformación uniforme ε_1 producida por la carga F_1 .
- b) sometida a una carga F_2 , la barra sufre un alargamiento u_2 debido a una deformación ε_2 producida por la carga F_2 .

Si ahora se aplican las cargas anteriores actuando a la vez, aplicándose primero la carga F_1 y a continuación y sin descargar previamente, la carga F_2 , hablando en términos de deformaciones y desplazamientos se comprueba como el desplazamiento final será:

$$u = u_1 + \varepsilon_2 \cdot (L + u_1) = u_1 + \varepsilon_2 \cdot (L + \varepsilon_1 \cdot L) = u_1 + \varepsilon_2 \cdot L + \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot L$$

y teniendo en cuenta que el producto $\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2$ es despreciable, y que $u_2 = \varepsilon_2 \cdot L$, resulta que:

$$u = u_1 + u_2.$$

En el caso del estudio de problemas estructurales, según el Principio de Superposición enunciado por Euler, en un sistema sometidos a cargas exteriores y compuesto por materiales elásticos, con pequeños desplazamientos, y en el que los desplazamientos y las tensiones sean proporcionales a las cargas que los producen, los desplazamientos totales y las tensiones totales, resultantes de la aplicación de varias cargas, serán la suma de los desplazamientos y de las tensiones originadas por cada una de las cargas, aplicadas por separado. Así, el desplazamiento o tensión total en un punto de una estructura sometida a varias cargas se puede determinar sumando los desplazamientos o esfuerzos que ocasiona cada una de las cargas que actúan por separado.

Para que el principio de superposición sea válido, se deben cumplir las siguientes condiciones:

a) Proporcionalidad entre tensiones y deformaciones, es decir, una relación lineal en el comportamiento del material sobre el que actúan las cargas. Es necesario que exista una relación lineal entre cargas, esfuerzos y desplazamientos. Por lo tanto, el material estructural debe comportarse de manera elástico-lineal de acuerdo a la ley de Hooke. Para un amplio rango de tensiones y deformaciones, en los materiales elásticos la tensión es proporcional a la deformación (es decir, que las componentes de los tensores de deformación y tensión están relacionadas linealmente). Siempre que la fuerza aplicada genere tensiones por debajo del límite de fluencia del material y se mantenga la dirección y punto de aplicación de la fuerza, existirá una proporcionalidad lineal entre las tensiones y las deformaciones.

b) la geometría de la estructura no debe sufrir cambios importantes cuando se aplican las cargas. Si las fuerzas sobre los cuerpos son moderadas y las deformaciones resultan pequeñas, entonces los desplazamientos de los puntos del sólido resultan casi-proporcionales a las deformaciones. Por el contrario, si los desplazamientos son grandes, entonces cambian considerablemente la posición y orientación de las cargas y el principio de superposición no se puede aplicar.

Todas estas condiciones se dan en el modelo estudiado, formado por materiales que se consideran homogéneos, isótropos, con comportamiento elástico, sometidos a tensiones por debajo de su límite elástico, y a pequeños desplazamientos relativos.

Para corroborar esta hipótesis, se realiza en cada modelo una comprobación analizando los valores de tensiones obtenidas en un nodo específico de la sección de referencia, en concreto en el nodo central de la fibra exterior de la sección en la dirección positiva del eje X (figura 19). La comparación se realiza en una sección lo suficientemente alejada de la base del pilar (a una altura de $h = 1.000$ mm. de la misma) como para no estar afectada por los efectos locales que las fuerzas de fricción o los contacto puedan producir.

Se compara la tensión obtenida en ese nodo bajo los estados de cargas reflejados en la tabla 12.

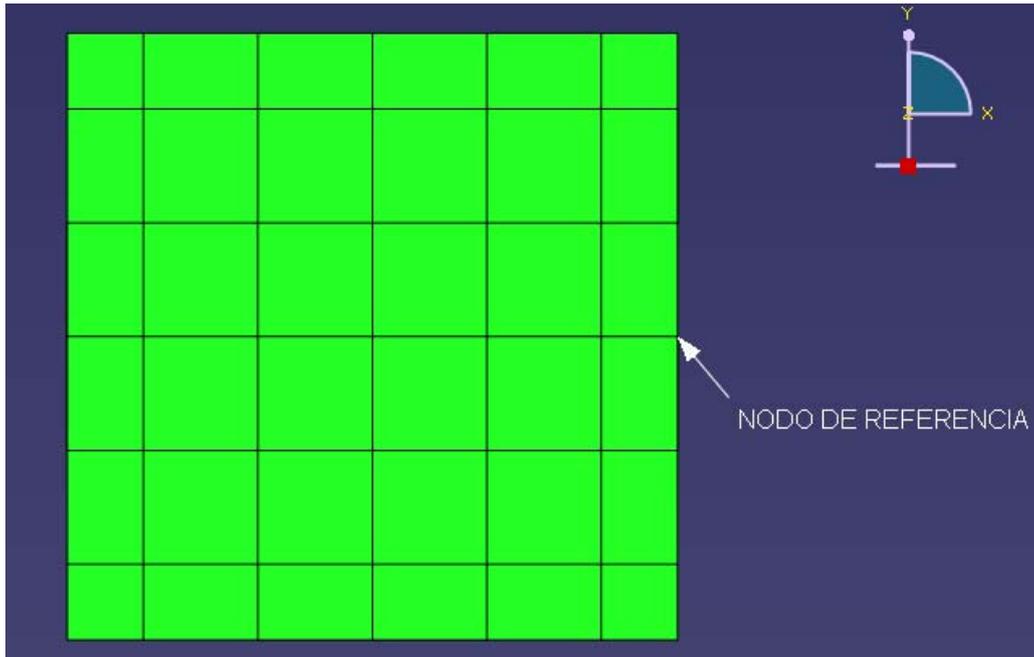


Figura 19.- Nodo de referencia.

Tabla 12.- Estados de carga en la validación del principio de superposición.

ESTADO DE CARGA	AXIL (KN)	VIENTO (KN/m)
1	200	0
2	0	6
3	200	6

Posteriormente se halla la suma de tensiones de los estados 1 y 2, y se compara con la obtenida en el estado 3. Si el principio de superposición se cumple, la diferencia entre los dos valores anteriores no debe diferir significativamente. Los resultados obtenidos se reflejan en las tablas 13 a 15.

El modelo escogido es el de máxima profundidad de empotramiento ($l_{emb} = 600 \text{ mm.}$) en los tres casos, y el análisis se realiza para todas las componentes de la tensión, las tres normales y las tres tangentes al nodo respecto de sus ejes de coordenadas.

Tabla 13.- Modelo VAINA. Comprobación del principio de superposición.

ESTADO	AXIL	VIENTO	S_{11}	S_{22}	S_{33}	S_{12}	S_{13}	S_{23}
1	200	0	-0'0006	-0'0035	-1'1043	0	0'0003	0
2	0	6	0'0979	-0'0986	-3'4177	0	0'0282	0
3	200	6	0'0946	-0'0929	-4'3465	0	0'0272	0
1+2			0'0973	-0'0951	-4'5220	0	0'0279	0
Error (%)			2'86	2'38	4'04	0	2'57	0

Tabla 14.- Modelo LIGADO. Comprobación del principio de superposición.

ESTADO	AXIL	VIENTO	S ₁₁	S ₂₂	S ₃₃	S ₁₂	S ₁₃	S ₂₃
1	200	0	-0'0006	-0'0030	-1'1043	0	-0'0003	0
2	0	6	0'0979	0'0987	-3'4171	0	0'0291	0
3	200	6	0'0969	0'0952	-4'4302	0	0'0277	0
1+2			0'0973	0'0957	-4'5214	0	0'0288	0
Error (%)			0'4128	0'5252	2'0586	0	3'9711	0

Tabla 15.- Modelo MONOLÍTICO. Comprobación del principio de superposición.

ESTADO	AXIL	VIENTO	S ₁₁	S ₂₂	S ₃₃	S ₁₂	S ₁₃	S ₂₃
1	200	0	-0'0006	-0'0035	-1'1043	0	-0'0003	0
2	0	6	0'0979	0'0987	-3'4171	0	0'0290	0
3	200	6	0'0970	0'0952	-4'4303	0	0'0276	0
1+2			0'0973	0'0952	-4'5214	0	0'0287	0
Error (%)			0'3196	0	2'0563	0	3'9855	0

Aceptando el criterio de error menor al 10% para validar los resultados, en todos los casos se concluye que se cumple el Principio de Superposición para la validación de los modelos.

6.5.- VALIDACIÓN DEL MODELO FRENTE A LA FLECHA MÁXIMA.

6.5.1.- CONSIDERACIONES PREVIAS.

Para comprobar la validez del modelo en elementos finitos con respecto a los desplazamientos en la cabeza del pilar, se evalúa la flecha obtenida en los modelos bajo las cinco cargas de viento consideradas de 2, 3, 4, 5 y 6 KN/m, uniformemente repartidas a lo largo del pilar, en todos los casos sin aplicar carga axil, y se compara dicha flecha con la teórica obtenida mediante el método clásico de cálculo en dos dimensiones.

Al igual que en los casos anteriores, hay que partir de la base de que el modelo clásico utilizado (modelo de viga empotrada) presenta algunas simplificaciones importantes con respecto a una estructura real como la modelizada con el método en elementos finitos.

En lo que afecta al cálculo de los desplazamientos a lo largo del pilar, el modelo teórico considera todas sus secciones compuestas por un único material homogéneo, que en este caso es hormigón, sin tener en cuenta el acero de las barras de armadura. Por lo tanto, los valores del módulo de elasticidad longitudinal (E) y del momento de inercia (I) de la sección introducidos en la fórmula serán los correspondientes a una sección homogénea de hormigón. En el modelo en elementos finitos, sin embargo, las secciones de la pieza se han modelizado teniendo en cuenta sus características reales, por lo que, exceptuando los recubrimientos superior e inferior, todas las secciones transversales del pilar están compuestas por dos materiales: el hormigón del pilar, y las barras de acero que constituyen las armaduras de refuerzo.

6.5.2.- CÁLCULO DE LA FLECHA MÁXIMA EN EL MODELO TEÓRICO.

En el modelo clásico de cálculo en 2 dimensiones la flecha máxima se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$f(mm) = \frac{q(N/mm) \cdot l^4(mm^4)}{8 \cdot E(N/mm^2) \cdot I(mm^4)}$$

Donde:

f = flecha en mm.

q = carga de viento en N/mm.

l = longitud del pilar en mm⁴.

E = módulo de elasticidad longitudinal del material en N/mm².

I = momento de inercia de la sección en mm⁴.

Por lo tanto, la flecha máxima en cabeza del pilar para cada una de las cargas de viento consideradas será la reflejada en la tabla 16.

Tabla 16.- Flecha máxima. Modelo teórico.

q (N/mm)	2	3	4	5	6
Flecha (mm)	2'47	3'70	4'94	6'17	7'41

6.5.3.- FLECHA MÁXIMA EN EL MODELO EN ELEMENTOS FINITOS.

Para evaluar la flecha se evalúa el desplazamiento en el eje X obtenido en los nodos de la sección superior del pilar, en la fibra opuesta a la cara de aplicación de la carga de viento. Los modelos comparados son los que tienen una profundidad de empotramiento del pilar en el interior de la zapata de 600 mm.

Para los distintos estados de cargas considerados los resultados obtenidos para los distintos modelos son los reflejados en las tablas 17 a 19:

Tabla 17.- Flecha máxima. Modelo VAINA.

q (KN/m)	Flecha (mm.)		Error (%)
	MEF	modelo clásico.	
2	2'49	2'47	0'81
3	4'14	3'70	11'89
4	5'53	4'94	11'94
5	6'92	6'17	12'16
6	8'31	7'41	12'15

Tabla 18.- Flecha máxima. Modelo LIGADO.

q (KN/m)	Flecha (mm.)		Error (%)
	MEF	modelo clásico.	
2	2'32	2'47	- 6'07
3	3'48	3'70	- 5'95
4	4'64	4'94	- 6'07
5	5'80	6'17	- 6'00
6	6'96	7'41	- 6'07

Tabla 19.- Flecha máxima. Modelo MONOLÍTICO.

q (KN/m)	Flecha (mm.)		Error (%)
	MEF	modelo clásico.	
2	2'33	2'47	- 5'67
3	3'54	3'70	- 4'32
4	4'72	4'94	- 4'45
5	5'90	6'17	- 4'38
6	7'08	7'41	- 4'45

6.5.4.- VALIDACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

A la vista de los resultados se comprueba como, admitiendo un error inferior al 10%, los modelos LIGADO y MONOLÍTICO quedan validados con respecto a los desplazamientos en el eje X en la cabeza del pilar. Sin embargo, se comprueba como el modelo VAINA presenta una diferencia en la determinación de la flecha algo superior al 10% con respecto al método teórico clásico.

En el caso del modelo VAINA, se realizó un modelo aumentando el coeficiente de rozamiento hasta un valor de 1, obteniéndose diferencias menores que en el caso anterior, pero también por encima del 10%.

A la vista de los resultados anteriores, se realizaron otros dos modelos aumentando la profundidad de empotramiento a $l_{emb} = 700$ mm. y $l_{emb} = 800$ mm. Las diferencias aún eran superiores al 10% en el primer caso, mientras que resultaron inferiores al 10% para una profundidad de empotramiento de $l_{emb} = 800$ mm.

Si se considera que, en el modelo numérico, el nudo se asimila a un empotramiento a esta última profundidad, ésta resulta en $l_{emb} = 2 \cdot h$ para el modelo VAINA, siendo h el canto del pilar, lo que difiere de la recomendada en la mayoría de normas internacionales y por las investigaciones previas disponibles en bibliografía, excepto para el modelo propuesto por Leonhardt y Mönnig (Leonhardt y Mönnig, 1977). Del mismo modo se aleja de la práctica constructiva en nuestro país, donde de forma general se acepta como suficiente una profundidad de empotramiento de $1'5 \cdot h$.

En cualquier caso, la flecha máxima obtenida queda por debajo del límite de deformación de $L/500$ impuesto en la EHE-08.

Los resultados anteriores, sin embargo, no resultarían coherentes con los correspondientes a la tensión debida al momento flector, donde todos los modelos se ajustaban al modelo teórico con errores por debajo del 10%.

7.- ANÁLISIS DEL GRADO DE RIGIDEZ DE LA UNIÓN DEL PILAR PREFABRICADO A LA ZAPATA POR EL SISTEMA DE CÁLIZ.

7.1.- DESPLAZAMIENTOS EN EL PILAR.

Una vez obtenido un modelo numérico válido para el estudio del comportamiento de esta unión, se realiza un primer análisis de la rigidez de la unión en función de la profundidad de empotramiento y las cargas aplicadas, y con respecto a los desplazamientos en el pilar.

De acuerdo a El-Sheikh, M. y col. (2000), en “Moment rotation behavior of unbonded post-tensioned precast concrete beam-column connections”, la rigidez de un nudo se puede estimar estudiando la fuerza aplicada frente al desplazamiento producido (figura 20). El nudo será tanto más rígido cuanto menor sea el desplazamiento producido por incremento de la fuerza aplicada. La rigidez se estima con la pendiente en la curva, siendo mayor cuanto mayor sea dicha pendiente.

Un nudo con comportamiento cercano al empotramiento perfecto será aquel en el que la recta de la figura tienda a la verticalidad, mientras que si tiende hacia una articulación perfecta, la recta tenderá a la horizontalidad.

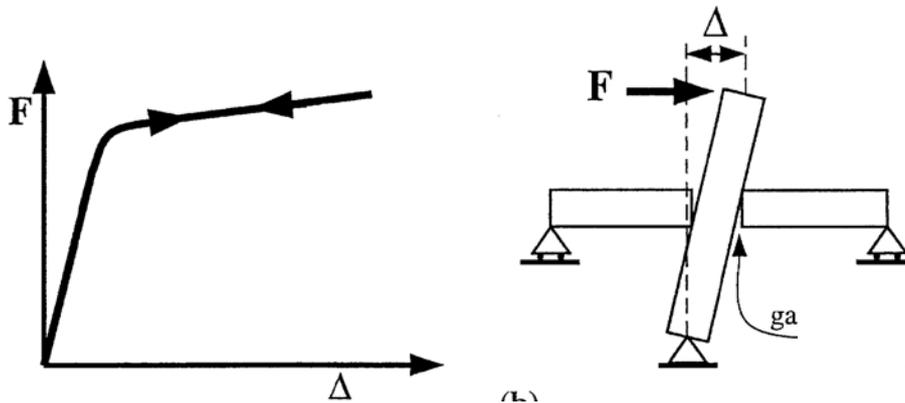
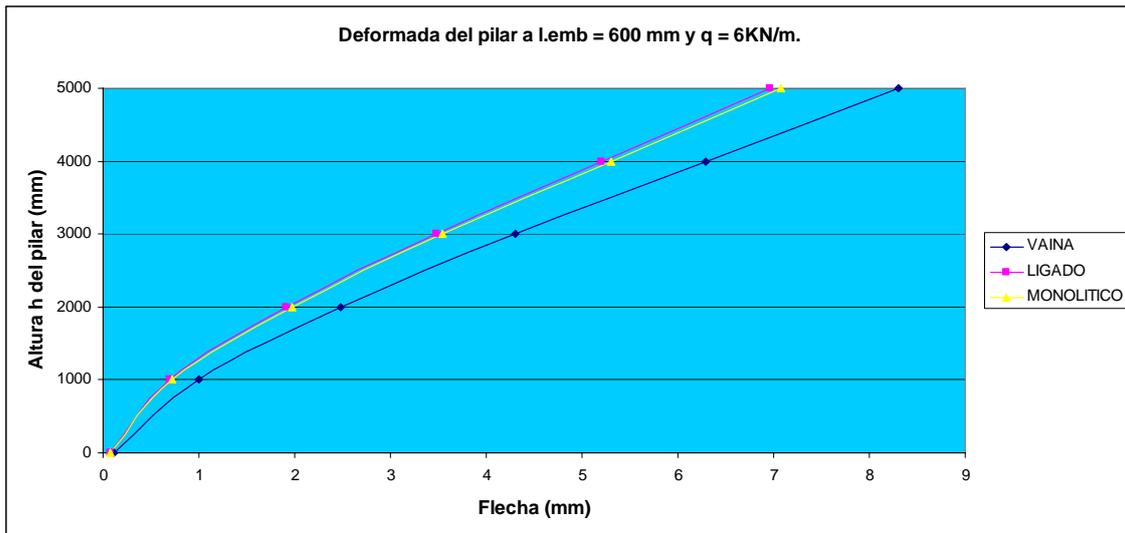


Figura 20.- Diagrama fuerza (F) – desplazamiento (Δ).

En los modelos obtenidos, la primera diferencia clara con respecto a la deformada del pilar se establece en el tipo de unión entre el pilar y la vaina. En la gráfica 1 se representa la deformada del pilar para cada uno de los modelos a una profundidad de introducción del pilar en la vaina de $l_{emb} = 600$ mm. y una carga de viento $q = 6$ KN/m. Se aprecia como en los modelos MONOLÍTICO y LIGADO el pilar sufre una menor deformación que en el modelo VAINA (con un coeficiente de rozamiento de 0'6).

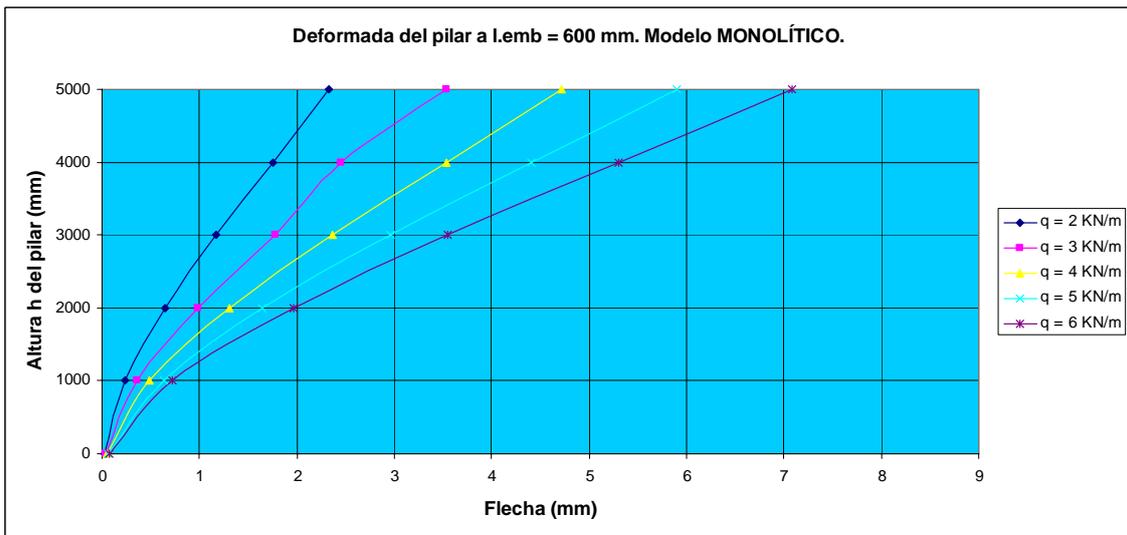
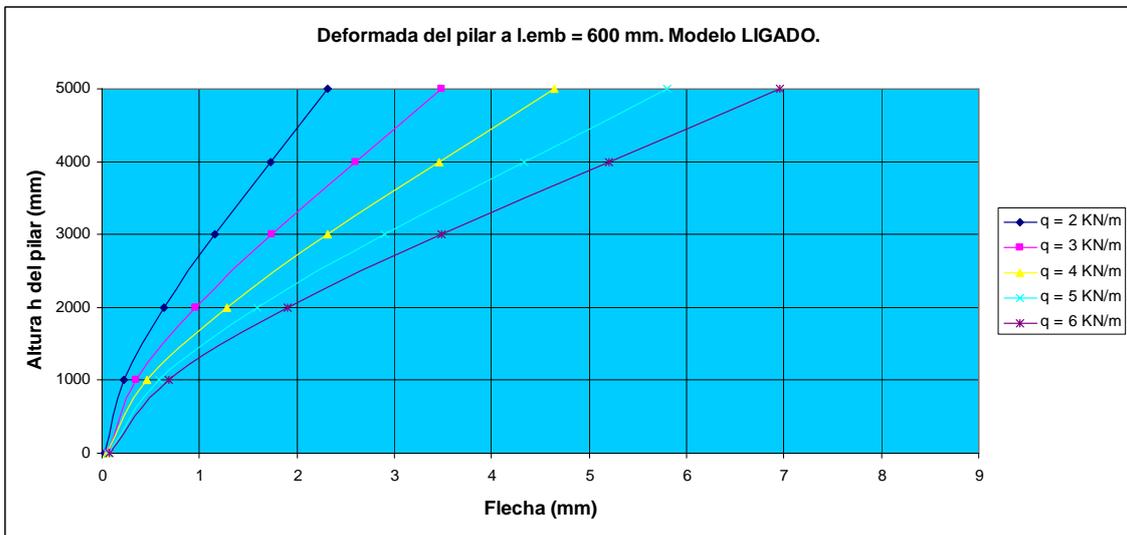
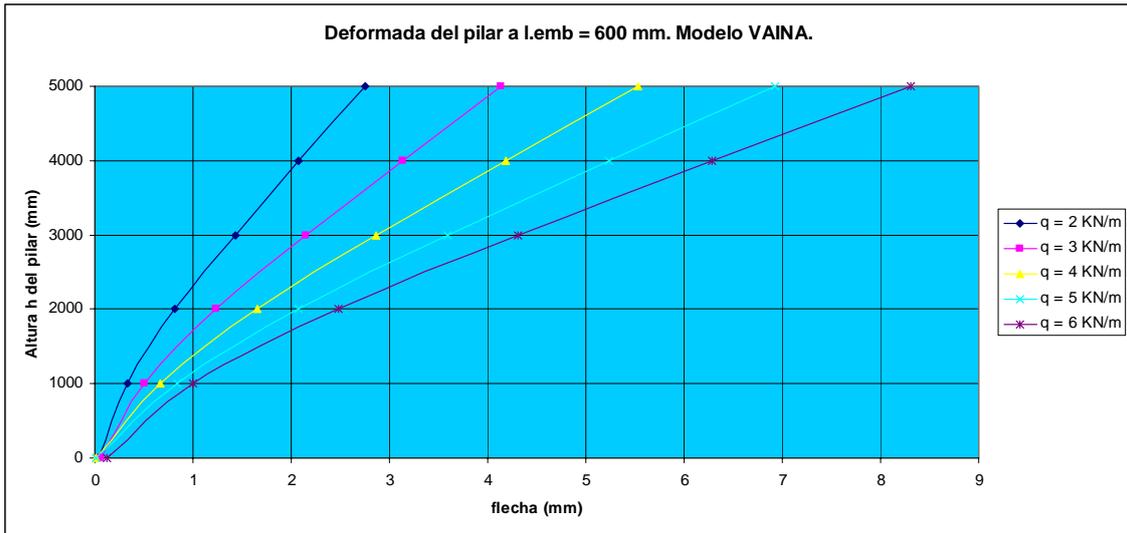
Por lo tanto, la unión en los modelos MONOLÍTICO y LIGADO es la que presenta una mayor rigidez con respecto al parámetro analizado (deformación del pilar), y la que en ambos casos se puede considerar más cercana al modelo teórico de empotramiento clásico. En el momento en que la unión deja de ser monolítica o ligada, y pasa a ser una interacción entre dos piezas individuales a través de contactos entre sus superficies, lo que ocurre en el modelo VAINA, se comprueba como aumenta la flecha del pilar, y por lo tanto, disminuye la rigidez de la unión.



Gráfica 1.- Deformada del pilar a una profundidad de empotramiento $L_{emb} = 600$ mm. y sometido a una carga de viento $q = 6$ KN/m.

En cuanto a las cargas de viento aplicadas, se observa (gráfica 2) como para el mismo incremento de carga, los desplazamientos en los modelos MONOLÍTICO y LIGADO son relativamente mucho menores comparados con el modelo VAINA, lo que también implica que la rigidez de la unión es mucho mayor en los modelos MONOLÍTICO y LIGADO con respecto al modelo VAINA.

Dentro del modelo VAINA, además, esta tendencia se acentúa con la profundidad de empotramiento (gráfica 3), de tal manera que el aumento unitario de la carga de viento provoca incrementos crecientes de desplazamiento en el pilar. Observando la gráfica se observa además como a profundidades entre 300 mm. y 600 mm. los desplazamientos son relativamente mucho menores que entre 300 mm. y 100 mm. Esta diferencia de comportamiento se explicaría porque a partir de 300 mm. de enterramiento, el confinamiento del pilar dentro de la vaina proporciona suficiente rigidez a la unión como para limitar las deformaciones frente al incremento de carga de viento, con lo que en esta zona el nudo tendería hacia el empotramiento. A profundidades por debajo de 300 mm., sin embargo, la unión pasa a comportarse como articulada incluso frente a cargas de viento bajas.

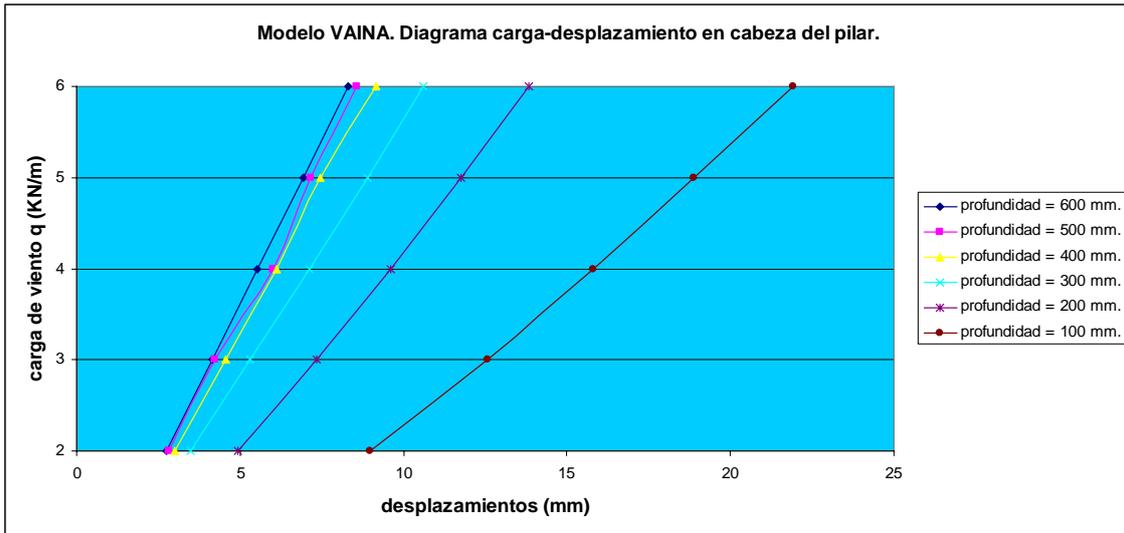


Gráfica 2.- Deformadas del pilar a una profundidad de empotramiento $l_{emb} = 600$ mm. y distintas cargas de viento q para los modelos VAINA, LIGADO y MONOLÍTICO.

El segundo parámetro que condiciona la deformación del pilar es la profundidad del empotramiento.

Para analizar este caso, partiendo del modelo VAINA, con un coeficiente de rozamiento entre superficies de $\mu = 0,6$, se analizan las variaciones en los desplazamientos en el pilar en función de la profundidad de empotramiento y de las cargas de viento aplicadas.

En la gráfica 3 se reflejan los desplazamientos en cabeza de pilar para este modelo para todos los casos de cargas de viento aplicadas y para todas las profundidades de empotramiento.



Gráfica 3.- Diagrama carga-desplazamiento en cabeza del pilar para el modelo VAINA sometido a distintas cargas de viento y distintas profundidades de empotramiento.

De la observación de la gráfica se concluye que para la misma profundidad los desplazamientos son casi linealmente proporcionales a la carga de viento que los provocan, y que a mayor profundidad de empotramiento, menores son los incrementos en los desplazamientos en cabeza de pilar frente al incremento de carga de viento.

Además, se comprueba como el cambio drástico entre un comportamiento más cercano al empotramiento y un comportamiento más cercano a la articulación se produce entre $l_{emb} = 300$ mm. y $l_{emb} = 200$ mm. En la tabla 20 se reflejan las diferencias en % entre flechas máximas en cabeza de pilar en cada profundidad con respecto a la anterior para una carga de 6 KN/m, y se comprueba como la unión pierde paulatinamente su comportamiento empotrado al disminuir la profundidad, apreciándose un salto relativo entre $l_{emb} = 400$ mm. y $l_{emb} = 300$ mm. y un salto completamente definido entre $l_{emb} = 300$ mm. y $l_{emb} = 200$ mm. Esta parece ser la región donde la unión pasa de un comportamiento más cercano al empotramiento a un comportamiento más cercano a la articulación.

Los resultados obtenidos coinciden con los obtenidos por Armesto (Armesto, 2009), que también sitúan la zona de transición de un comportamiento a otro entre las profundidades $l_{emb} = 300$ mm. y $l_{emb} = 200$ mm.

Tabla 20.- Modelo VAINA. Incremento de flecha en función de la profundidad de empotramiento y una carga $q = 6 \text{ KN/m}$.

Profundidad de enterramiento (mm.)	Flecha máxima (mm)	Δ flecha (%)
600	8,31	--
500	8,58	3,25
400	9,17	6,88
300	10,62	15,81
200	13,85	30,41
100	21'90	58'13

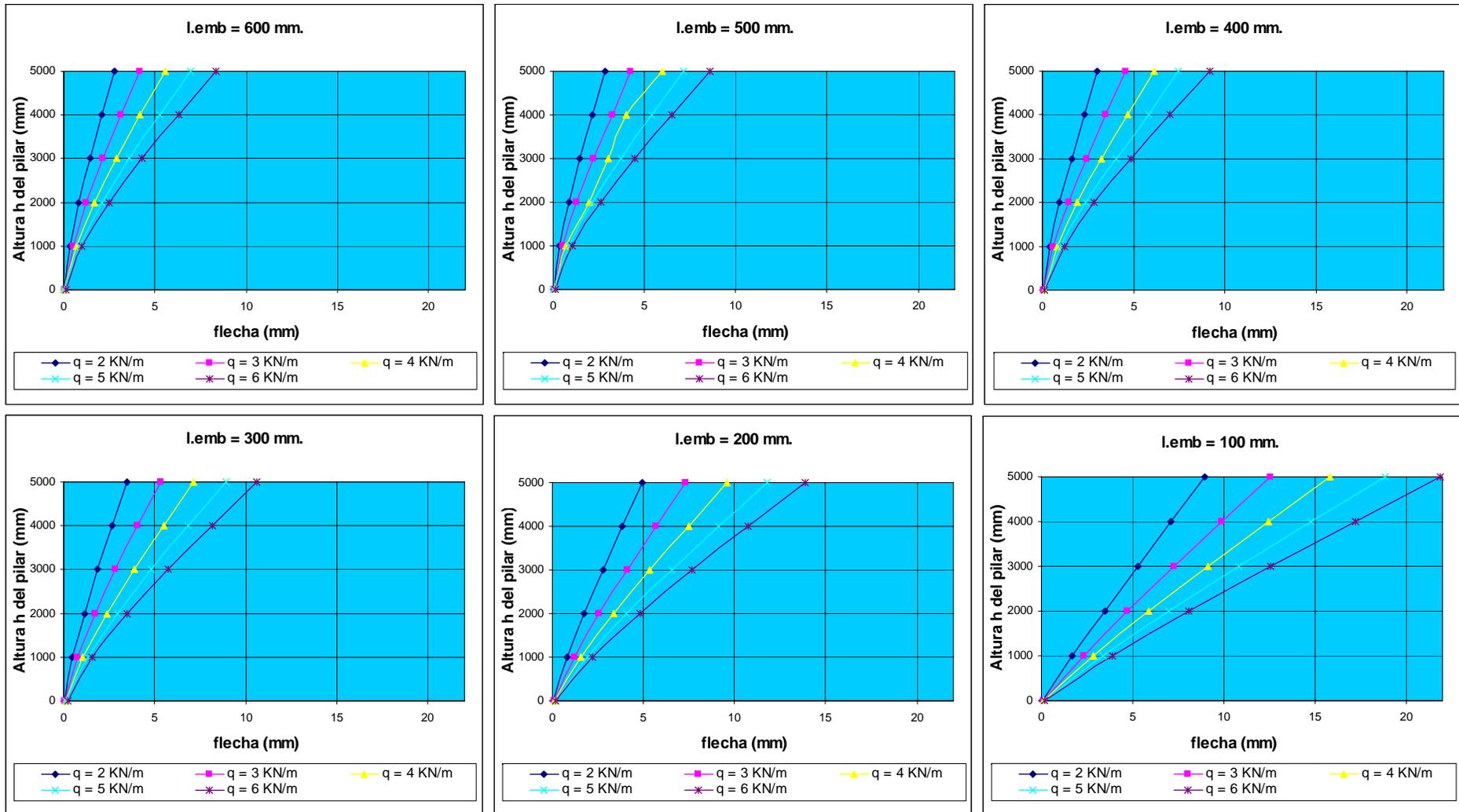
Además, observando más detenidamente la evolución de la deformada del pilar bajo distintas cargas de viento según disminuye su profundidad de introducción en la vaina (Gráfica 4) se observa como a medida que dicha profundidad es menor, mayores son los desplazamientos en el pilar, y que éstos son mucho más acusados desde la profundidad de empotramiento $l_{emb} = 300 \text{ mm}$. en adelante. Esta tendencia confirmaría que en esta región se produce un cambio de un comportamiento más cercano al empotramiento, hacia uno más cercano a la articulación.

En la gráfica 5 se refleja la variación de flecha producida para cada caso de carga de viento a las distintas profundidades de empotramiento, y se observa como, para la misma carga de viento, los desplazamientos son relativamente mucho más acusados a profundidades iguales o menores a $l_{emb} = 300 \text{ mm}$.

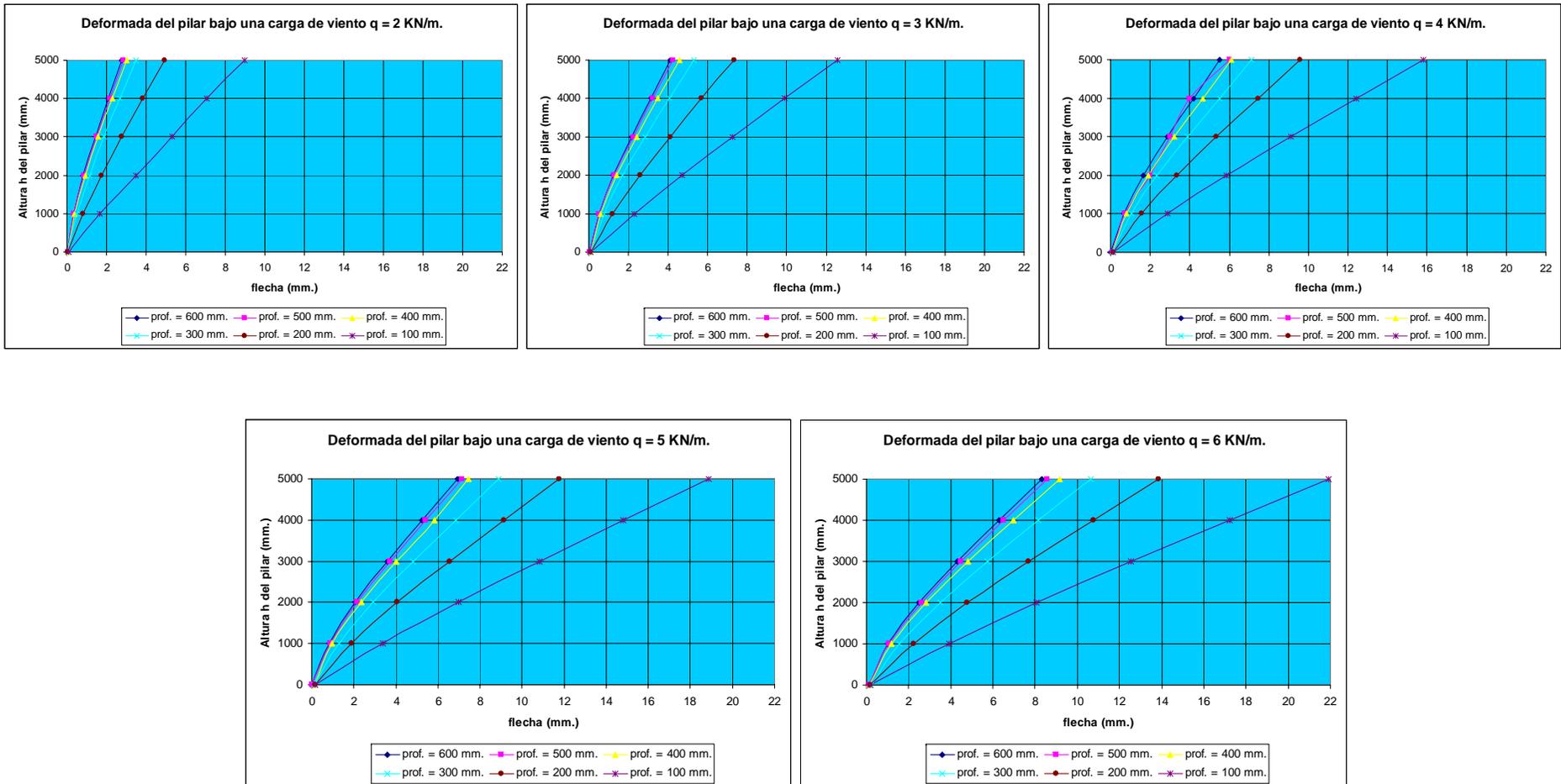
El hecho de que, al incrementar la carga de viento, la variación de la flecha sea relativamente menor entre las profundidades $l_{emb} = 600 \text{ mm}$. y $l_{emb} = 300 \text{ mm}$. en comparación con la misma variación a profundidades entre $l_{emb} = 300 \text{ mm}$. y $l_{emb} = 100 \text{ mm}$. indica que hasta la profundidad de empotramiento $l_{emb} = 300 \text{ mm}$. el nudo mantiene la suficiente rigidez como para que el aumento de carga de viento no produzca aumentos significativos de las deformaciones. El confinamiento del pilar, por lo tanto, mantendría el carácter predominante del comportamiento empotrado de la unión hasta esa profundidad. Por debajo de $l_{emb} = 300 \text{ mm}$., sin embargo, los incrementos de carga de viento, como se aprecia en la gráfica, producen efectos significativos en las deformaciones, y por lo tanto, la unión pasaría a adoptar un comportamiento articulado aún con cargas de viento relativamente bajas.

La pendiente de las deformadas cerca del origen también indica una mayor articulación a profundidades menores, ya que mientras a mayores profundidades la pendiente tiende a la verticalidad, se observa como según disminuye la profundidad de empotramiento, la pendiente de la deformada, sobre todo en la zona inmediatamente superior a la salida de la vaina, se abate alejándose cada vez más de la vertical.

Hay que advertir que, como se detalla en el apartado 6.5.4, la profundidad a la que este modelo puede considerarse estrictamente empotrado con respecto a la flecha es $l_{emb} = 800 \text{ mm}$. Sin embargo, para analizar su tendencia al empotramiento o articulación es igualmente válido considerar el rango de profundidades de 600 mm . a 100 mm . reflejados en la gráfica.



Gráfica 4.- Modelo VAINA. Deformadas del pilar bajo distintas cargas de viento y a distintas profundidades de empotramiento.



Gráfica 5.- Modelo VAINA. Deformadas del pilar para cada caso de carga de viento y a distintas profundidades de empotramiento.

7.2.- DESPLAZAMIENTOS EN LA ZONA ENTERRADA DEL PILAR.

Analizando las deformaciones en la parte enterrada del pilar, se comprueba como en los modelos MONOLÍTICO y LIGADO se producen menores desplazamientos en la zona del pilar introducida en la vaina con respecto al modelo VAINA (gráfica 6). Este dato vuelve a corroborar la mayor rigidez del nudo en los modelos MONOLÍTICO Y LIGADO con respecto al modelo VAINA.



Gráfica 6.- Deformaciones en el interior de la base del pilar a una profundidad de empotramiento $l_{emb} = 600\text{ mm}$. y sometido a una carga de viento $q = 6\text{ KN/m}$.

Con respecto a las cargas aplicadas, se observa como incrementos en la carga de viento producen mayores desplazamientos también en esta zona (gráfica 7).

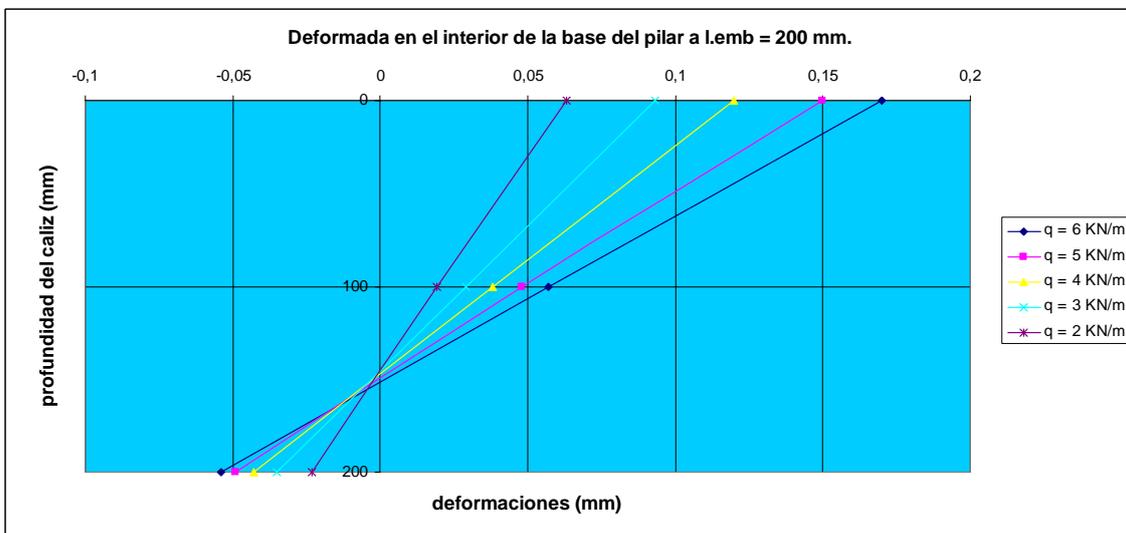


Gráfica 7.- Modelo VAINA. Desplazamientos en el interior de la base del pilar a una profundidad de empotramiento $l_{emb} = 600\text{ mm}$. y distintas cargas de viento.

En cuanto a la profundidad de empotramiento, las gráficas 8 y 9 reflejan los desplazamientos producidos para el modelo VAINA, sometido a distintas cargas de viento, a una profundidad de enterramiento de 600 mm. y 200 mm. respectivamente. Se comprueba como los desplazamientos en el primer caso, son mucho menores que en el segundo. Este dato corrobora que la rigidez de la unión es menor cuanto menor sea la profundidad de enterramiento del pilar en la vaina.



Gráfica 8.- Modelo VAINA. Desplazamientos en el interior de la base del pilar a una profundidad de empotramiento $l_{emb} = 600$ mm. y distintas cargas de viento.



Gráfica 9.- Modelo VAINA. Desplazamientos en el interior de la base del pilar a una profundidad de empotramiento $l_{emb} = 200$ mm. y distintas cargas de viento.

Además, en el caso concreto de $l_{emb} = 200$ mm. se aprecia como se producen desplazamientos negativos en la base del pilar, lo que concuerda con los resultados de Armesto (Armesto, 2009).

8.- CONCLUSIONES.

- Los modelos MONOLÍTICO y LIGADO se comportan como empotramientos frente al método clásico de cálculo para una profundidad de introducción del pilar en la vaina de $l.emb = 600$ mm.

- El modelo VAINA con superficies lisas propuesto se aleja ligeramente según el criterio “flecha” del modelo de empotramiento clásico para una profundidad de empotramiento $l.emb = 600$ mm.

- En el modelo anterior, la profundidad a la que el pilar se puede considerar empotrado bajo todos los criterios es $l.emb = 800$ mm., lo que resulta en $l.emb = 2 \cdot h$. Esta profundidad de empotramiento es superior, excepto en el caso de la norma brasileña NBR-9062/85 y la propuesta por Leonhardt y Mönnig (Leonhardt y Mönnig, 1977), a la profundidad de empotramiento propuesta en la normativa internacional y en las investigaciones previas disponibles en bibliografía.

- A pesar de lo anterior, sin embargo, el modelo propuesto se puede considerar un buen punto de partida para estudiar el comportamiento de la unión con la variación de un parámetro determinado manteniendo fijos el resto.

- Los factores determinantes que definen el comportamiento de la unión en los modelos son: el tipo y las condiciones de la unión que se establecen entre el pilar y la vaina, y la profundidad de introducción del pilar en la vaina.

- Los desplazamientos en el pilar en todos los modelos son mayores cuanto mayores las cargas de viento aplicadas, y menores cuanto mayor la profundidad de empotramiento.

- La unión en el modelo MONOLÍTICO, asimilable a un empotramiento, y en el modelo LIGADO, con nodos ligados en la superficie de contacto, se comportan de manera más rígida que en el modelo VAINA, con nodos independientes en las superficies de contacto.

- La rigidez de la unión disminuye con la profundidad de empotramiento, produciéndose una diferencia clara y marcada a partir de una profundidad de empotramiento $l.emb = 300$ mm. Esta es la región donde el nudo pasa de un comportamiento que tiende al empotramiento a un comportamiento que tiende a la articulación.

9.- BIBLIOGRAFÍA.

ARMESTO PLAJA, Mar. 2009. Análisis del grado de rigidez de la unión pilar-zapata aislada, basado en el método de los elementos finitos. Proyecto Fin de Carrera. EPSH. Universidad de Zaragoza.

CALAVERA RUIZ, José and INTEMAC. 1998; 2000. Proyecto y Cálculo De Estructuras De Hormigón. Anon. Madrid: INTEMAC Instituto Técnico de Materiales y Construcciones.

EHE-08. Ministerio de Fomento. 2008. “Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08)”

EL-SHEIKH, Magdy; PESSIKI, Stephen; SAUSE, Richard y LU, Le-Wu. 2000. Moment rotation behavior of unbonded post-tensioned precast concrete beam-column connections. ACI Structural Journal, V.97, nº 1.

Eurocode 2: Design of concrete structures -Part 1: General rules and rules for Buildings. 2002.

FERNANDES CANHA. 2004. estudo teórico-experimental da ligação pilar-fundação por meio de cálice em estruturas de concreto pré-moldado. Tesis Doctoral. Río de Janeiro.

FERNANDES CANHA, Rejane Martins; BOTTEGA EBELING, Eimair; HOMCE DE CRESCE EL DEBS, Ana Lúcia; EL DEBS, Mounir Khalil. 2009. Analysing the base of precast column in socket foundations with smooth interfaces. (2009). Materials and Structures, nº 31. pp. 725-737.

FERNANDES CANHA, Rejane Martins; DE BORJA JAGUARIBE JR., Kenneth; HOMCE DE CRESCE EL DEBS, Ana Lúcia; EL DEBS, Mounir Khalil. 2009. Analysis of the behaviour of transverse walls of socket base connections. (2009). Engineering Structures, nº 31. pp 788-798.

LEONHARDT, Fritz; MÖNNIG, Eduard. 1977. Hormigón pretensado. Proyecto y Construcción. Ed. Instituto Eduardo Torroja. Madrid.

NBR-9062/85. 1985. Proyecto y ejecución de estructuras de hormigón prefabricado. Río de Janeiro, ASOCIACIÓN BRASILEÑA DE NORMAS TÉCNICAS.

ORTÍZ BERROCAL, Luis. 2007. Resistencia De Materiales. 3ª ed. Anon. Madrid etc.: McGraw-Hill/Interamericana.

OSANAI, Yutaka; WATANABE, Fumio y OKAMOTO, Shin. 1996. Stress transfer mechanism of socket base connections with precast concrete columns. ACI Structural Journal, V.93, nº 3.