



Escuela de
Ingeniería y Arquitectura
Universidad Zaragoza



PROYECTO FIN DE CARRERA

Modelado numérico de un filtro antitrombo



Área de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Departamento de Ingeniería Mecánica

Escuela de Ingeniería y Arquitectura. Universidad de Zaragoza
Ingeniería Industrial

Autor: Beatriz Lucea Sanz
Director: Mauro Malvè
Ponente: Estefanía Peña Baquedano
Zaragoza, Agosto 2011

*Dedicado a mi familia y a Oscar.
Gracias por vuestro apoyo.*

Agradecimientos

Quiero aprovechar estas líneas para mostrar mi más sincera gratitud a todas las personas que me han ayudado y apoyado durante la realización de este Proyecto.

En primer lugar y de forma muy especial a Mauro Malvè, director de este proyecto, por la confianza que depositó en mí desde el primer día, por su amabilidad, interés, por su permanente disposición a la hora de ayudarme y por su labor de dirección a lo largo del mismo.

Del mismo modo, querría dar las gracias al resto de componentes del Área de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, en especial a Estefanía Peña y a Miguel Angel Martínez por su ayuda, interés y amabilidad.

No quisiera terminar sin dedicar unas palabras de agradecimiento a Oscar, por su apoyo incondicional durante estos años y porque sin su ayuda no lo hubiera conseguido. Por último a mis padres y a mi hermano, por sus consejos, su cariño, por su gran paciencia y por su comprensión.

A todos ellos, gracias.

Índice general

1. Introducción	7
1.1. Objeto del proyecto	7
1.2. Alcance del proyecto	7
1.3. Justificación del proyecto	9
2. El sistema cardiovascular	11
2.1. La trombosis	11
2.2. Filtro de vena cava	14
2.3. El sistema cardiovascular	16
2.4. Vasos sanguíneos, propiedades	19
2.5. El flujo sanguíneo, propiedades	20
3. Modelado geométrico y proceso de cálculo	23
3.1. Modelado de los filtros	23
3.2. Modelado de la vena cava	27
3.3. Discretización espacial del modelo: mallado	28
3.4. Casos a estudio	30
3.4.1. Filtro de Günther-Tulip de 4 patas	31
3.4.2. Filtro de Günther-Tulip de 12 patas	35
3.5. Modelo numérico	40
3.6. Proceso de cálculo y condiciones de contorno	42
3.7. Resultados a obtener	43
4. Análisis de los resultados	45
4.1. Filtro Günther-Tulip de 4 patas	45
4.2. Filtro Günther-Tulip de 12 patas	52
5. Conclusiones y líneas futuras	59
5.1. Conclusiones	59
5.2. Líneas futuras	60

A. Bases biológicas	69
A.1. Introducción	69
A.2. Los primeros filtros de vena cava	71
A.3. Tipos de filtros	72
A.4. Complicaciones	74
A.5. La sangre como fluido	76
A.6. Modelización del flujo sanguíneo en vasos	80
A.7. Modelo reológico para el flujo sanguíneo	84
B. Ecuaciones fundamentales de la dinámica de fluidos	89
B.1. Ecuaciones fundamentales	89
B.1.1. Ecuación de conservación de la masa	89
B.1.2. Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento	91
B.2. Ecuaciones de Navier-Stokes	96
C. Ecuaciones que rigen el proceso de cálculo (MEF)	103
C.1. Métodos de soluciones numéricas, CFD	103
C.2. Discretización mediante elementos finitos	105
C.3. Discretización mediante volúmenes finitos	109
D. Ampliación de los resultados	113
D.1. Filtro Günther-Tulip de 4 patas	113
D.2. Filtro Günther-Tulip de 12 patas	119

Capítulo 1

Introducción

1.1. Objeto del proyecto

El objetivo principal del presente proyecto es el desarrollo de un modelo numérico para el estudio de la funcionalidad de un dispositivo antitrombo colocado sobre la vena cava inferior. Concretamente se realizará el estudio de dos tipologías diferentes del filtro comercial Günther-Tulip.

1.2. Alcance del proyecto

El presente proyecto se enmarca dentro del proyecto de investigación CCYT DPI 2010-20746-C03-01. En particular, es uno de los primeros estudios que se realiza sobre dispositivos antitrombóticos. Debido a ello, en el presente proyecto se han llevado a cabo los primeros pasos necesarios para un posterior análisis del dispositivo más exhaustivo.

En el proyecto se va a realizar un estudio de las posibles modificaciones que el filtro pueda ocasionar sobre la vena cava inferior. Para ello se va a modelar tanto la geometría del filtro como la del vaso y el flujo sanguíneo, se van a realizar diversas mallas de elementos finitos que nos permitirán hacer un análisis de la influencia del tipo de discretización en los resultados numéricos y por último se van a ejecutar diferentes simulaciones que nos permitirán analizar los resultados, estudiar si existe algún tipo de deterioro sobre la pared de la vena y observar las ventajas y desventajas de cada una de las geometrías. Además, los cálculos se realizarán mediante un código comercial, ANSYS CFX, y se analizará si éste es idóneo para la resolución de este tipo de problemas.

En cuanto a la geometría del filtro, se trata de un dispositivo cónico con patas equidistantes entre si dejando un espacio en el centro donde quedarán atrapados los trombos. En particular, se van a modelar dos geometrías de filtro diferentes. La primera de todas corresponde con el filtro Günther-Tulip estándar formado por cuatro patas y la segunda corresponde con su variante formada por doce patas. En la figura 1.1 se pueden ver las características de la segunda geometría que se va a estudiar. En cuanto a la geometría de la pared arterial será modelada en primera aproximación como un cilindro perfecto.



Figura 1.1: Filtro de Günther-Tulip de 12 patas

Se van a modelar las geometrías, partiendo desde los modelos reales, usando el programa Rhinoceros que permite el modelado en 3D de dichas geometrías y la exportación de estas a un programa que permite su discretización espacial.

En cuanto a las diversas mallas de elementos finitos, se van a realizar usando elementos tetraédricos mediante el programa ANSYS ICEM CFD que permite crear y editar mallas para su posterior cálculo. Además, se va a realizar un análisis de sensibilidad que permita obtener una discretización en la que los resultados sean independientes del tamaño de los elementos.

Por último, el cálculo se realizará mediante el método de elementos y volúmenes finitos gracias al programa comercial ANSYS CFX y se visualizarán las variables fluido-dinámicas más relevantes.

En la memoria y anexos se desarrollan tanto el proceso de diseño como el proceso de cálculo, se muestran y analizan los resultados obtenidos y se da una visión genérica del fondo médico del problema.

1.3. Justificación del proyecto

Una de las complicaciones más graves de la trombosis venosa profunda en extremidades inferiores es el tromboembolismo pulmonar (TEP), el cual constituye una enfermedad grave, frecuente y de difícil manejo. Además es una enfermedad potencialmente mortal, siendo la tercera causa de muerte en hospitales y con una incidencia de 10 casos por cada 100.000 habitantes. El TEP es el resultado de la obstrucción de la circulación arterial pulmonar debido a un coágulo en movimiento, formado principalmente en las venas profundas de las extremidades inferiores.

La terapia más habitual es la administración de fibrinolíticos (heparinas), pero en determinados casos esta terapia se encuentra contraindicada. En estos casos, inicialmente se recurría a la interrupción del flujo sanguíneo en la vena cava inferior mediante la ligadura de este vaso o mediante clips externos. Posteriormente, el tratamiento fue reemplazo por la colocación de un filtro de vena cava.

La misión de estos filtros consiste en la captura de los trombos. Se basan en la interrupción parcial del flujo en el vaso y en ellos se establece un equilibrio entre la captura de coágulos y el paso del flujo sanguíneo a través, antes y después de la captura. Su colocación se realiza mediante cirugía mínimamente invasiva e insertándolos por vía femoral o yugular mediante guía por imagen y ayudándose de un catéter.

La motivación por la cual se realiza este estudio es debida a que la colocación de este filtro modifica sustancialmente las condiciones del flujo sanguíneo en el entorno del dispositivo, así como en la zona de contacto con la pared del vaso. En particular, se estudiarán los posibles problemas o efectos post-implantación en el interior del vaso sanguíneo centrándose el estudio en analizar si existe algún tipo de deterioro sobre la pared de la vena, en estudiar los cambios en valor absoluto y en distribución espacial de la tensión a cortante sobre la pared del vaso y en ver la influencia que tienen sobre el flujo sanguíneo dichos dispositivos.

Otra de las motivaciones que da lugar a la realización de este proyec-

to es el hecho de que apenas existan estudios precedentes de este tipo de dispositivos. Debido a ello, surge la necesidad de iniciar un estudio en este campo dando los primeros pasos necesarios y definiendo un código comercial de cálculo idóneo para este tipo de estudio. Todo ello permitirá un posterior análisis más exhaustivo.

Existen dos tipos de filtros, permanentes y temporales o recuperables. Hoy en día, los filtros recuperables están sustituyendo a los filtros permanentes debido a las complicaciones que éstos causan a largo plazo. Por ese motivo se va a centrar el estudio en un filtro recuperable, el filtro Günther-Tulip, analizándose dos geometrías distintas de éste.

Capítulo 2

El sistema cardiovascular

2.1. La trombosis

La trombosis consiste en un trastorno vascular que se presenta cuando se desarrolla un trombo, o masa de sangre coagulada, que bloquea de forma parcial o total el interior de un vaso sanguíneo.

Las piernas contienen dos grupos principales de venas, las superficiales, ubicadas en la capa grasa debajo de la piel, y las profundas, localizadas en los músculos. Cuando el coágulo se forma en las venas profundas se le conoce como trombosis venosa profunda (TVP) (Ver figura 2.1).

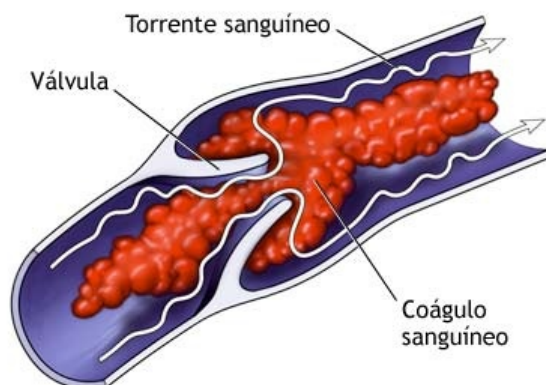


Figura 2.1: Trombo venoso

La TVP es potencialmente peligrosa ya que una parte o todo el trombo se puede desprender, desplazarse por el torrente sanguíneo, fijarse en una arteria pulmonar y en consecuencia obstruir el flujo sanguíneo. A un trombo en movimiento se le denomina émbolo [16].

Su incidencia es de un 30 % en pacientes que son intervenidos quirúrgicamente y hasta un 50 % en pacientes que son sometidos a prótesis de cadera o rodilla. La incidencia de la TVP en la población se ha estimado en 1 por cada 1.000 habitantes por año [1].

El tromboembolismo pulmonar (TEP) es el resultado de la obstrucción de la circulación arterial pulmonar debido a un émbolo (Ver figura 2.2). La gravedad de la embolia pulmonar depende del tamaño y la cantidad de émbolos. Un émbolo pulmonar grande puede obstruir toda o casi toda la sangre que va desde el lado derecho del corazón a los pulmones y, por lo tanto, puede causar rápidamente la muerte. Se trata por lo tanto de una enfermedad potencialmente mortal cuyo diagnóstico no es fácil. Hoy en día el TEP es un problema de salud muy importante ya que es la tercera causa de muerte en hospitales, tiene una incidencia de 10 casos por cada 100.000 habitantes y sin un tratamiento adecuado tiene una mortalidad del 30 % [2].

Más del 70 % de los pacientes con TEP presentan TVP. Algunas de las principales causas que contribuyen al desarrollo de la TVP son entre otras: fracturas en la pelvis o las piernas, hipercoagulabilidad asociada con algunas formas de cáncer, retardo del flujo sanguíneo debido a un reposo prolongado

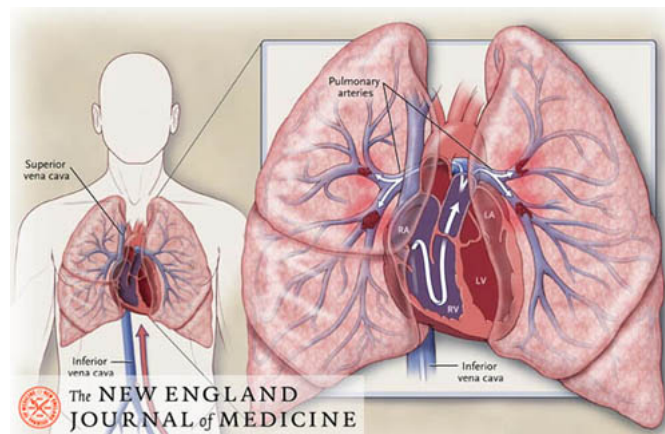


Figura 2.2: Tromboembolismo pulmonar

en cama, cirugías recientes, sobre todo de cadera o de rodilla y producción excesiva de glóbulos rojos en la médula ósea, lo que hace que la sangre esté más espesa y más lenta de lo normal [16], [17].

El principal tratamiento de la TEP consiste en suministrar anticoagulantes. Fundamentalmente se utilizan heparinas de bajo peso molecular ya que tienen una vida media más larga, provocan menos hemorragias, tienen una relación dosis respuesta más predecible y una mayor seguridad y eficacia. En casos graves de TEP masivos y hemodinámicamente inestables el tratamiento consiste en la fibrinólisis. Estos fármacos disuelven los coágulos con mayor rapidez que las heparinas de bajo peso molecular, pero por el contrario, el riesgo de hemorragia es mayor y el coste económico es más elevado [1].

No obstante, existen circunstancias en las que los tratamientos citados no son eficaces, por lo que en estos casos, se recurre a la implantación de un filtro de vena cava inferior. Las principales circunstancias en las cuales son indicados dichos filtros es cuando se presentan TEP recurrentes por fallo en la anticoagulación, cuando hay contraindicación absoluta en el uso de anticoagulantes, cuando se producen hemorragias debido al uso de los anticoagulantes o en caso de TEP masivos con gran repercusión hemodinámica y shock [1].

Tradicionalmente, antes de la aparición de los filtros, se recurría a la interrupción del flujo sanguíneo en la vena cava inferior mediante la ligadura de este vaso. Posteriormente se reemplazó este tratamiento por el de la interrupción parcial del flujo mediante clips externos. Finalmente, siguiendo con la idea de la interrupción parcial del flujo, se introdujeron en el mercado los filtros de vena cava, los cuales se insertaban inicialmente mediante técnicas quirúrgicas y posteriormente percutáneamente mediante técnicas mínimamente invasivas.

Estos filtros han demostrado ser seguros y efectivos para la prevención y el tratamiento de la TEP cuando el tratamiento mediante anticoagulantes está contraindicado o ha fallado [10].

2.2. Filtro de vena cava

Este proyecto va a estar centrado en el tratamiento mediante filtros. Un filtro de vena cava es un dispositivo, que una vez colocado en el vaso, evita la migración de émbolos. Pueden ser colocados en la vena cava inferior o superior para atrapar los émbolos e interrumpir su curso antes de alcanzar el corazón y los pulmones. Existen varios diseños de filtros en el mercado como pueden ser, entre otros, el filtro Greenfield, el Vena Tech, el Simon-Nitinol y el Günther-Tulip [18].

La mayor parte de estos filtros tienen forma cónica, lo que les permite establecer un balance entre la captura de coágulos y el paso del flujo sanguíneo a través, antes y después de la captura. De este modo consiguen evitar que un émbolo formado en la pelvis o en las extremidades inferiores llegue al pulmón.

A finales de los años 60 aparece el primer filtro, el filtro de Mobin-Uddin. Debido a las graves complicaciones que este filtro ocasionaba en los pacientes fue retirado del mercado. Fue en 1972 cuando aparece el filtro Greenfield, el cual se sigue utilizando hoy en día. Estos filtros han sido modificados, permitiendo en la actualidad su inserción mediante técnicas mínimamente invasivas.

La colocación de estos filtros se realiza mediante guía por imagen a través de las venas yugulares, subclavias o femorales ayudándose de un catéter. Mediante el catéter se hace avanzar el filtro hasta la vena cava inferior donde, una vez colocado, se abre y se adhiere a las paredes del vaso. Al abrirse y adherirse a las paredes del vaso, las patas del filtro chocan contra el vaso pudiendo dañarlo [22].

Existen dos tipos de filtros, permanentes y temporales o recuperables. Los filtros temporales han ido sustituyendo a los filtros permanentes, ya que evitan las complicaciones a largo plazo que presentan los dispositivos permanentes y su eficacia a la hora de prevenir la embolia pulmonar es similar a la de estos. Los filtros temporales son extraídos mediante un catéter especial que se hace avanzar hasta el sitio donde se encuentra el filtro. Estos filtros disponen de un pequeño gancho o bulbo en un extremo, el cual permite cogerlo mediante el catéter y extraerlo del cuerpo. Según las recomendaciones de los fabricantes deben extraerse tras un tiempo máximo de permanencia de 14 días. Después de diversos estudios a cerca del tiempo de permanencia máximo de un filtro en el cuerpo humano se ha observado que pueden llegar a permanecer 90 días pudiendo extraerse sin gran dificultad, aunque, estos

estudios siguen sin ser concluyentes [10].

Algunas de las ventajas que presentan los filtros de vena cava son las siguientes [22]:

- No se necesita incisión quirúrgica, sólo un pequeño corte en la piel que no necesita suturas para cerrarse.
- Permite evitar los efectos secundarios de los anticoagulantes.

Por el contrario, algunas de las desventajas que presenta la utilización de este tipo de dispositivos son las siguientes [22]:

- Cualquier procedimiento en el cual se penetra la piel conlleva un riesgo de infección.
- Existe un muy bajo riesgo de reacción alérgica.
- Cualquier procedimiento que implique la colocación de un catéter en un vaso sanguíneo conlleva ciertos riesgos como pueden ser daño del vaso, hematoma o sangrado e infección.
- Existe una posibilidad de que el filtro pueda alojarse en un sitio incorrecto, cambiar de posición o lesionar un órgano cercano.
- El filtro puede separarse y pasar hasta el corazón o los pulmones causando lesión o muerte.
- Muy raramente los filtros se llenan tanto de coágulos que impiden el paso de todo el flujo sanguíneo en el vaso causando hinchazón en las piernas.
- En algunos casos, los filtros recuperables no pueden extraerse.

2.3. El sistema cardiovascular

El sistema cardiovascular está formado por el corazón y los vasos sanguíneos (arterias, capilares y venas). Su función consiste en distribuir los nutrientes y el oxígeno a las células y recoger los desechos metabólicos que se han de eliminar después por los riñones, en la orina, y por el aire exhalado en los pulmones, rico en dióxido de carbono. De toda esta labor se encarga la sangre, que está circulando constantemente [20].

El corazón es un órgano que posee paredes musculares y cuya función consiste en bombear la sangre por todo el cuerpo. Se encuentra situado en el espacio que queda entre los pulmones, el esternón, la columna vertebral y el diafragma, donde apoya.

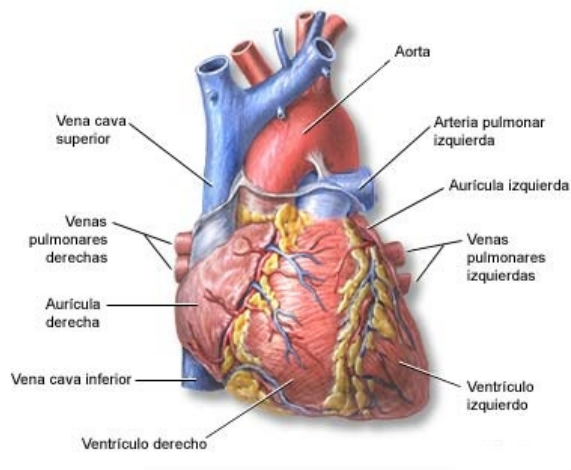


Figura 2.3: Representación de la estructura del corazón

Posee cuatro cavidades, dos aurículas (derecha e izquierda) y dos ventrículos (derecho e izquierdo). Los ventrículos están separados por un tabique llamado septum o tabique interventricular y las aurículas están separadas por otro tabique más delgado que se llama septum interauricular o tabique interauricular. Las aurículas están separadas de los ventrículos por unas válvulas. Entre la aurícula derecha (AD) y el ventrículo derecho (VD) se encuentra la válvula tricúspide y entre la aurícula izquierda (AI) y el ventrículo izquierdo (VI) se encuentra la válvula mitral [19]. En la imagen 2.3 se pueden ver cada una de las cavidades por las que está constituida el corazón.

La sangre rica en CO_2 es recogida de todo el organismo por la vena cava inferior y la vena cava superior, que desembocan en la AD. De la AD la sangre pasa al VD por la válvula tricúspide y luego se dirige a la arteria pulmonar, que se divide en dos ramas para llevar la sangre desoxigenada a los pulmones, donde se oxigenará y saldrá por las venas pulmonares hacia la AI. La sangre rica en oxígeno pasa de la AI al VI por la válvula mitral, y sale del corazón por la arteria aorta para irrigar y oxigenar todo el cuerpo, comenzando así un nuevo ciclo [19].

Los vasos sanguíneos (arterias, capilares y venas) son conductos musculares elásticos que se encargan de distribuir y recoger la sangre de todos los rincones del cuerpo (Ver figura 2.4) [26]. Se denominan arterias a aquellos vasos que llevan la sangre desde el corazón hasta los distintos órganos. Las grandes arterias que salen desde los ventrículos del corazón se van ramificando y haciéndose cada vez más finas hasta que se convierten en capilares. Los capilares son vasos tan finos que en ellos se realiza el intercambio gaseoso y de sustancias entre la sangre y los tejidos. Una vez que se ha realizado el intercambio a través de la red capilar, los capilares se van uniendo en las vénulas y venas mediante las cuales la sangre regresa a las aurículas del corazón [20].

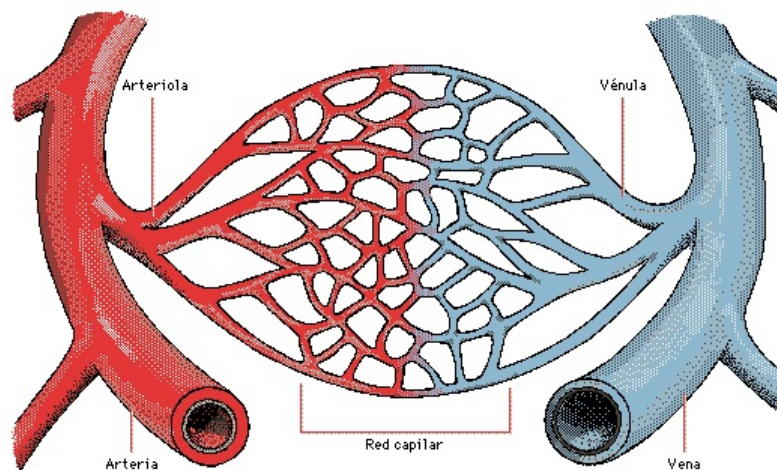


Figura 2.4: Representación de la estructura de los vasos sanguíneos

Existen dos tipos de circulación sanguínea, la circulación mayor o sistémica, y la circulación menor o pulmonar.

La circulación mayor se encarga de distribuir la sangre oxigenada por todo el organismo. Se inicia con el paso de la sangre oxigenada, proveniente de los pulmones, a la aurícula izquierda a través de las venas pulmonares. Desde allí, mediante la válvula mitral, pasa al ventrículo izquierdo y luego a la arteria aorta desde donde llega a cada uno de los rincones del cuerpo humano mediante las sucesivas ramificaciones.

La circulación menor presenta un menor recorrido que la circulación mayor y se encarga de distribuir la sangre rica en CO_2 por los pulmones para ser oxigenada. Se inicia con la llegada de la sangre procedente de todo el organismo a la aurícula derecha a través de la vena cava superior y de la vena cava inferior. Cuando la aurícula se contrae impulsa la sangre a través de la válvula tricúspide hacia el ventrículo derecho. Por último, la contracción de este ventrículo conduce la sangre hacia los pulmones donde es oxigenada de nuevo.

El ciclo cardíaco comprende un período de contracción denominado sísto-

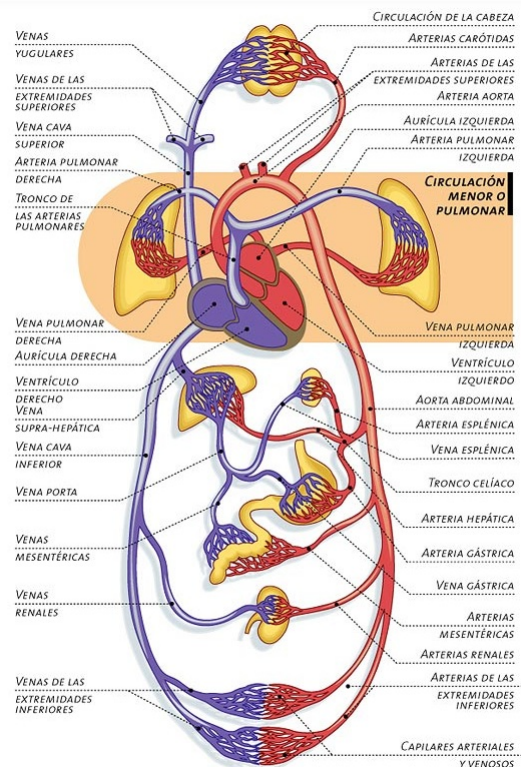


Figura 2.5: Sistema cardiovascular

le, durante el cual el corazón se vacía de sangre, seguido de un período de dilatación denominado diástole, durante el cual el corazón se llena de sangre. Las válvulas de las que dispone evitan que la circulación de la sangre se produzca en sentido contrario [26]. El corazón junto con los vasos sanguíneos constituyen el sistema cardiovascular. El sistema cardiovascular junto con la sangre constituye el aparato circulatorio. Todas las partes que componen el sistema cardiovascular se pueden ver en la figura 2.5.

2.4. Vasos sanguíneos, propiedades

Hay tres tipos de vasos sanguíneos, las arterias, las venas y los capilares sanguíneos [21].

Las arterias son todos los vasos que salen del corazón y que transportan sangre oxigenada, a excepción de las arterias pulmonares. Las arterias están formadas por tres capas, una interna o endotelial (intima), una media formada por fibras musculares y elásticas y una externa (adventicia) (Ver figura 2.6). La capa muscular está muy desarrollada y permite el control del flujo y la presión. Son muy elásticas, lo cual les permite convertir el flujo a impulsos del corazón en un flujo continuo. Además, en los primeros tramos, son bastante gruesas para poder soportar la presión. La arteria principal es la aorta, ésta sale del ventrículo izquierdo en forma de arco, del cual se originan

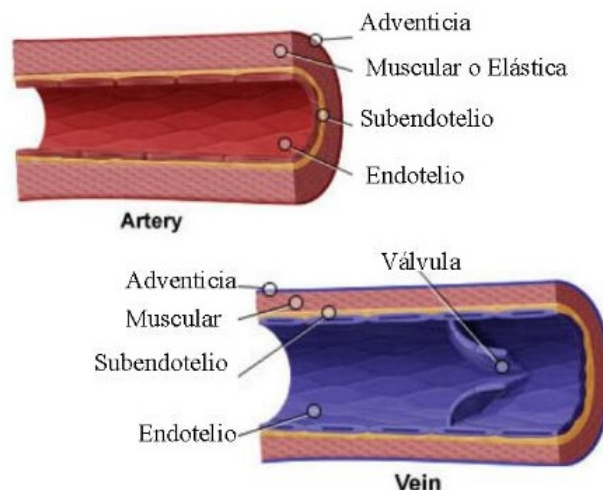


Figura 2.6: Estructura de las arterias y venas

las arterias que van al cuello, cabeza y miembros superiores. Posteriormente desciende a lo largo de la columna vertebral por la cavidad torácica y el abdomen terminando en las dos arterias ilíacas que van a los miembros inferiores. Al pasar por cada cavidad del cuerpo se subdivide para llegar a los distintos órganos [26].

Las venas son todos los vasos que entran en el corazón transportando la sangre rica en dióxido de carbono, a excepción de las venas pulmonares. Son de menor espesor que las arterias. Las venas más grandes son las venas cavas que son el resultado de la unión del resto de las venas. A diferencia de las arterias, están formadas por dos capas, una interna o endotelial (intima) y otra externa (adventicia) formada por fibras musculares elásticas (Ver figura 2.6). Son menos elásticas que las arterias pero más distensibles. Además, la capa muscular no es tan fuerte como la de las arterias ya que la sangre que retorna al corazón no lleva tanta presión. Están provistas de válvulas que permiten el flujo de la sangre hacia el corazón pero no en dirección opuesta [21], [26].

Los capilares son vasos muy delgados en los que se dividen las arterias y penetran por todos los órganos del cuerpo. Al unirse de nuevo forman las venas. Están formados por una sola capa de células endoteliales que permite el intercambio de sustancias entre la sangre y el plasma. En ellos la sangre que llega está oxigenada y la que sale es rica en dióxido de carbono, excepto en los pulmones [21].

Las venas cavas son las dos venas mayores del cuerpo y ambas desembocan en la aurícula derecha del corazón. La vena cava superior o descendente es la encargada de recibir la sangre de la mitad superior del cuerpo mientras que la vena cava inferior o ascendente se encarga de recoger la sangre de los órganos situados por debajo del diafragma [20].

2.5. El flujo sanguíneo, propiedades

La sangre es el fluido fundamental del aparato circulatorio. Circula por las venas y las arterias del cuerpo humano. Este movimiento de circulación se debe a la actividad coordinada del corazón, los pulmones y las paredes de los vasos sanguíneos [26].

Está compuesta por una disolución compleja dentro de la cual se encuen-

tran elementos de naturaleza celular como son los glóbulos blancos, glóbulos rojos y plaquetas que fluyen gracias al plasma. Más del 99% de las células que componen la sangre son glóbulos rojos. El volumen de sangre en un varón adulto es de unos 5 litros y un poco menos en la mujer. Al ser una mezcla bifásica su densidad es superior a la del agua [23].

El plasma está compuesto en un 90% por agua y el resto por diversas sustancias disueltas como sales minerales, proteínas, azúcares, grasas, etc facilitando la circulación de muchos factores indispensables que forman la sangre.

Las principales funciones de la sangre consisten en el transporte de oxígeno, indispensable para todas las células del organismo, desde los pulmones hasta cada uno de los elementos celulares, el transporte de las sustancias alimenticias desde los órganos de la digestión o de reserva hasta todos los tejidos con necesidades energéticas, el transporte de sales minerales y de vitaminas, la conducción de las hormonas desde sus glándulas de origen hasta sus centros de reacción, el suministro de agua a todas las células, la creación y transporte de los anticuerpos, la eliminación del dióxido de carbono y otros productos tóxicos y el mantenimiento de la temperatura corporal a un nivel óptimo para la vida [23].

La sangre no es bombeada en un sistema rígido y cerrado. Los vasos varían constantemente de volumen y una parte de ellos tiene fugas, las arterias y las venas pueden dilatarse y encogerse y las entradas y salidas de las redes venosas se abren y cierran. El diámetro de los vasos sanguíneos aumenta al elevarse la presión interna ya que estos son distensibles. La distensibilidad vascular es lo que aumenta el volumen cuando se produce un aumento de presión de 1 mm Hg [27].

Además, para circular con rapidez a través de los capilares, la sangre ha de bombearse a una cierta presión. La presión sanguínea se debe a la fuerza de los latidos del corazón y a la resistencia de las arterias. La sangre circula desde los lugares de mayor presión hasta los lugares de menor presión.

Las partículas suspendidas que forman parte de la sangre, al rozar entre ellas durante su movimiento, van a dar lugar a la aparición de una resistencia al avance del flujo produciendo disipación de energía. A esta resistencia se le denomina viscosidad [28].

El hematocrito es el porcentaje de la sangre que está constituido por

células y en un hombre normal es del 42 % mientras que en una mujer tiene un valor promedio de 38 %. El hematocrito tiene un efecto directo sobre la viscosidad de la sangre. Otro factor que afecta a la viscosidad de la sangre es tanto la concentración como los tipos de proteína que hay en el plasma, aunque estos efectos tienen mucha menor importancia que la que tiene el hematocrito. Si aumenta el hematocrito aumenta el roce entre las partículas por lo que aumenta la viscosidad, es decir, la sangre se hace más densa. Además si aumenta el hematocrito disminuye el flujo sanguíneo por lo que se debe aumentar el trabajo cardíaco de bombeo. La viscosidad de la sangre para un hematocrito normal es aproximadamente 3 veces la viscosidad del agua, pero cuando el hematocrito aumenta hasta 60 o 70, la viscosidad de la sangre puede llegar a ser hasta 10 veces la del agua y su circulación por los vasos se podrá retrasar considerablemente [24].

El flujo sanguíneo es el volumen de sangre que pasa por un punto determinado durante un período de tiempo determinado, éste se puede calcular mediante la ley de Ohm.

La velocidad media del flujo sanguíneo es inversamente proporcional al área de la sección transversal en el punto considerado. Por lo tanto, la velocidad media del flujo intravascular es elevada en la aorta, declina paulatinamente en los vasos menores y es mínima en los capilares. Esta velocidad media aumenta de nuevo cuando la sangre entra en las venas y es relativamente elevada en la vena cava, aunque no tanto como en la aorta.

Por último hay que considerar que el gradiente de presión que origina el movimiento del flujo sanguíneo no es constante, sino que depende del tiempo. Debido a esto, la velocidad del flujo alcanza rápidamente un máximo durante el período de sístole y posteriormente disminuye gradualmente hasta el final del período de diástole. El gradiente de presión se comporta como una función periódica por lo que el flujo sanguíneo es un flujo pulsátil durante el ciclo cardíaco. Además, la presión no es una función periódica simple por lo que debe ser estudiada como la suma de series de Fourier. El carácter pulsátil del flujo sanguíneo se encuentra muy marcado en la aorta y va decreciendo en las arterias periféricas [25], [28].

Capítulo 3

Modelado geométrico y proceso de cálculo

3.1. Modelado de los filtros

Se van a modelar dos filtros diferentes temporales o recuperables de Günther-Tulip. Para ello se va a partir de los modelos reales y mediante el programa Rhinoceros se va realizar la geometría. Este programa permite modelar geometrías en 3D y exportarlas a un programa que permita su discretización espacial.

La geometría de ambos filtros es muy similar, ambos se basan en una forma cónica que les permite atrapar los coágulos. Además, constan de patas equidistantes entre si acabadas en un pequeño gancho, lo que les permite anclarse a la vena cava, una cabeza cilíndrica que agrupa todas las patas y un pequeño gancho colocado en la cabeza cilíndrica que permite la extracción del filtro. La principal diferencia entre ambos es el número de patas de las que disponen, el primer filtro analizado dispone de 4 patas de diámetro 0,4 mm y el segundo filtro analizado dispone de las mismas 4 patas de diámetro 0,4 mm y de 8 patas secundarias de diámetro 0,15 mm dando un total de 12 patas.

Las dos geometrías se han realizado teniendo en cuenta que el filtro se encuentra insertado en el interior de la vena cava por lo que el ángulo de apertura se ha ajustado de manera que las patas del filtro queden en contacto con la pared del vaso. Para la vena cava se ha supuesto un diámetro de 20 mm [6], por lo que la distancia entre las patas principales será la correspondiente al diámetro de ésta.

Para realizar la geometría del primer filtro se han tomado las dimensiones de una de las patas del modelo real y se han dibujado en Rhinoceros las diversas curvas que la constituyen. En la figura 3.1 se pueden observar tanto las medidas como las curvas base que componen una de las patas. A partir de las curvas base se ha modelado en 3D una de ellas.

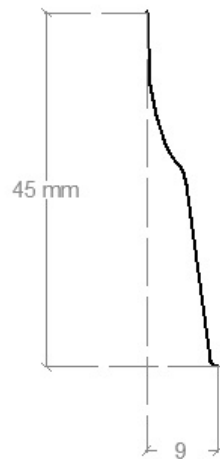


Figura 3.1: Curvas base de una de las patas principales

Todas las patas del filtro son idénticas, por lo que una vez modelada una de ellas se han colocado las restantes rotando la pata creada sobre el eje principal 90 grados, de manera que las patas se encuentran dispuestas de forma equidistante. Posteriormente las 4 patas se han agrupado mediante un cilindro de 1,5 mm de diámetro y de 3 mm de altura y por último se ha modelado el gancho que permite la extracción del filtro. En la figura 3.2 se puede ver el modelo en 3D del filtro de 4 patas de Günther-Tulip y en la figura 3.3 se pueden ver las dimensiones que éste tiene.

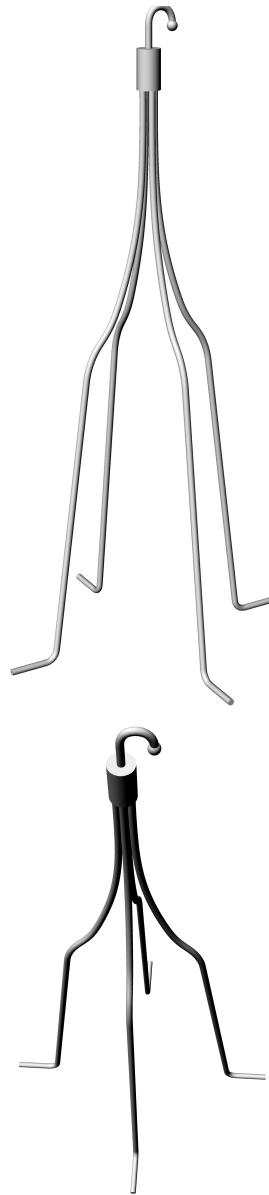


Figura 3.2: Vistas del modelo de filtro de 4 patas creado con Rhinoceros

La geometría del segundo filtro se ha realizado partiendo del filtro anterior y añadiéndole las 8 patas secundarias. Estas patas se han modelado del mismo modo que las patas principales, partiendo de las medidas reales y dibujando las curvas bases que las componen. Al igual que las patas principales, las 8 patas secundarias son todas iguales por lo que una vez creada una de ellas se disponen las restantes mediante rotación respecto al eje principal.

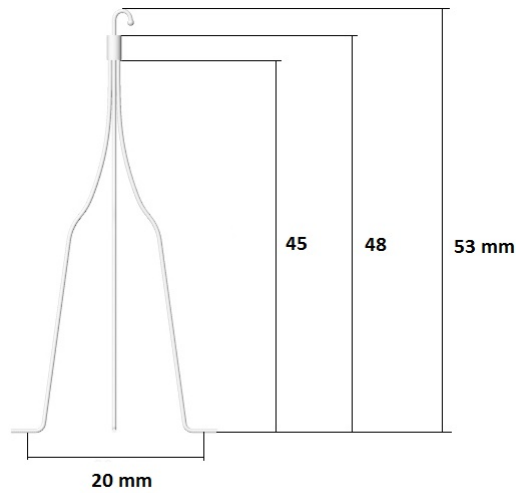


Figura 3.3: Medidas del filtro de Günther-Tulip de 4 patas

Su longitud medida desde la base de la cabeza cilíndrica es de 3,5 cm. Como se ha dicho anteriormente, el ángulo de apertura se ha modelado suponiendo que el filtro se encuentra colocado en el interior de la vena cava. En el caso de las patas secundarias, estas se han modelado suponiendo que no contactan con la pared del vaso. La misión de estas patas consiste en atrapar coágulos más pequeños.

En la figura 3.4 se puede apreciar el modelo en 3D del filtro de Günther-Tulip con 12 patas.

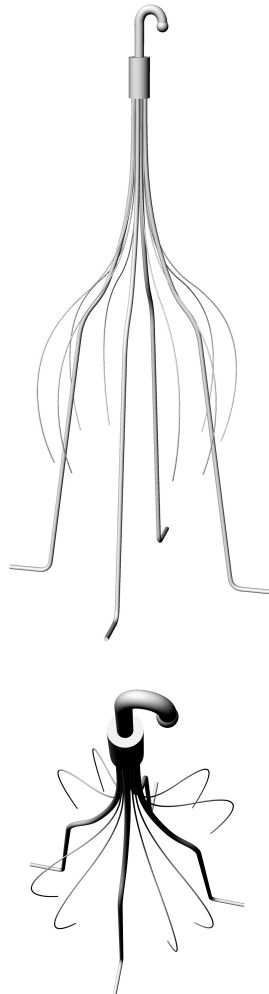


Figura 3.4: Vistas del modelo de filtro de 12 patas creado con Rhinoceros

3.2. Modelado de la vena cava

En particular se va a estudiar en este proyecto la vena cava inferior. Como una primera aproximación la vena cava se va a modelar como un cilindro perfecto con paredes rígidas y el filtro se va a disponer centrado en el interior de la misma.

El tamaño de la vena cava es diferente en cada paciente ya que depende del volumen de fluido circulante en su interior, de las fases de la respiración y de la función cardíaca, por lo que se va a utilizar un diámetro de vena cava

medio de $20 \pm 1,06$ mm [6], [10]. Aunque el 3% de los pacientes tienen un tamaño medio de 28 mm siendo considerada como megacava [36].

La longitud de la vena cava es otro factor importante a tener en cuenta ya que el flujo sanguíneo es afectado por la presencia del filtro, por lo que a la entrada se puede suponer que el flujo intravascular se encuentra totalmente desarrollado pero a la salida del filtro, como se verá posteriormente, el flujo se encuentra perturbado sobretodo por la cabeza del dispositivo. Para poder analizar el efecto del filtro e imponer la condición de flujo desarrollado, durante el proceso de mallado se crearán extensiones de la vena cava con la longitud suficiente. La longitud de la vena cava usada va a ser de 60 mm y comprende únicamente el filtro. La distancia entre la cabeza del filtro y la salida del flujo es de 2 mm y la distancia entre la base del filtro y la entrada del flujo es de 7 mm (Ver figura 3.5). Esta última distancia es mayor para permitir que la malla se desarrolle perfectamente en la zona de contacto de las patas con la pared del vaso.

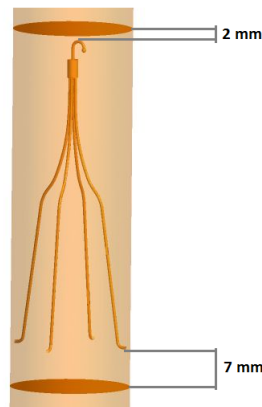


Figura 3.5: Distancias del filtro a la entrada y salida del flujo

3.3. Discretización espacial del modelo: mallado

Una vez modelada la geometría en 3D se va a proceder al diseño de diversas mallas de elementos finitos mediante el programa ANSYS ICEM CFD que permite crear y editar mallas para su posterior cálculo.

Se van a crear 4 mallas diferentes para cada una de las geometrías. Esto nos permite analizar la influencia del tipo de discretización en los resultados numéricos y así poder seleccionar una malla que permita obtener resultados que sean independientes del número de elementos de la malla.

Las mallas han sido creadas con elementos tetraédricos ya que ANSYS ICEM CFD permite crearlos de manera automática a partir de las superficies de la geometría y posteriormente permite su refinamiento. Debido a la complejidad de la geometría es más sencillo mallar con este tipo de elementos que con elementos hexaédricos ya que para ello es necesario crear bloques y posteriormente ajustarlos a la geometría dada. Este procedimiento resulta sencillo y preciso para geometrías más simples [35]. Además, al realizar un análisis fluido los elementos tetraédricos proporcionan buenos resultados, mientras que si se realizase un análisis de sólido sería conveniente utilizar elementos hexaédricos.

Todas las mallas se han realizado de manera similar. En los lugares en los que se necesita mayor precisión de cálculo o en los que se prevé que el cálculo puede ser más dificultoso, como puede ser la zona de contacto de las patas con la pared del vaso, la malla tiene una mayor densidad de elementos. Por el contrario, en las zonas que son menos relevantes para el cálculo, como pueden ser las zonas de entrada y salida del flujo, la densidad de elementos es menor agilizando así el proceso de cálculo.

Para poder obtener una mayor o menor densidad de elementos se ha dividido la geometría en diversas curvas y superficies a las que se han asignado diferentes tamaños de elementos en función de la precisión que se requiera en ellos. Las superficies por las que está compuesta el filtro de 4 patas son el inlet, superficie de entrada del flujo, outlet, superficie de salida del flujo, el cilindro que compone la vena cava y el filtro. En cuanto a las curvas por las que está formado cabe destacar las curvas de la intersección de las patas con con la pared del vaso.

En la figura 3.6 se pueden ver las superficies en las que ha sido dividida la geometría siendo:

- 1: Outlet o superficie de salida
- 2: Cilindro que forma la vena cava
- 3: Filtro

- 4: Inlet o superficie de entrada

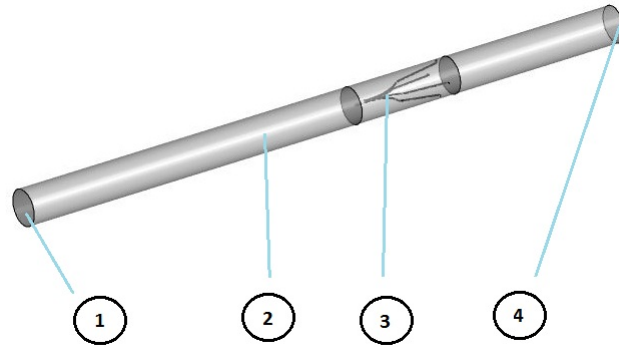


Figura 3.6: Superficies que componen la geometría del filtro

Como se ha dicho anteriormente, la longitud de la vena cava que forma parte de la geometría comprende únicamente el filtro. En la entrada, se ha supuesto que el flujo se encuentra completamente desarrollado, para ello es necesario crear una extensión de la vena. En la salida, también es necesario crear otra extensión debido a que sino, la condición de contorno impuesta fuerza la zona de interés. Para realizar estas extensiones se ha extruido la malla creada una longitud de 5 veces el diámetro en la zona de la entrada, es decir, 100 mm y una longitud de 10 veces el diámetro en la zona de salida, es decir, 200 mm. Estas extensiones también se pueden ver en la figura 3.6.

3.4. Casos a estudio

En este apartado se pueden ver las imágenes de las diversas mallas de elementos finitos que se van a utilizar para realizar un análisis de sensibilidad. En ambas geometrías se ha procedido del mismo modo, se ha partido de una malla gruesa que se adapta bien a la geometría y se ha ido refinando obteniendo al final una malla con una gran densidad de elementos.

El refinamiento de la malla se ha realizado variando el tamaño máximo de los elementos pero no de manera aleatoria, sino que siempre se ha variado en las mismas superficies y en el mismo orden de magnitud. De esta manera se ha ido controlando el número total de elementos evitando que éste fuera excesivo ya que daría lugar a un cálculo muy pesado. Esto nos permite obtener mallas proporcionales cada vez más finas y llegar a un equilibrio entre el número de elementos y el tiempo de cálculo.

3.4.1. Filtro de Günther-Tulip de 4 patas

En esta serie de mallas las superficies más relevantes, es decir, las que más influyen en el total de elementos, son tanto el cilindro como el filtro por lo que estas serán las variables que se irán variando para obtener un mayor refinamiento de la malla.

- Malla de 918.000 elementos

Para realizar la primera malla se ha utilizado un tamaño máximo de elemento de 2 mm para la superficie del cilindro y de 0,3 mm para el filtro, este valor permite que la malla se ajuste bastante bien a la geometría del dispositivo. En la figura 3.7 se puede ver el mallado del filtro, en él se observa que el tamaño de los elementos reproduce bastante bien a la geometría.

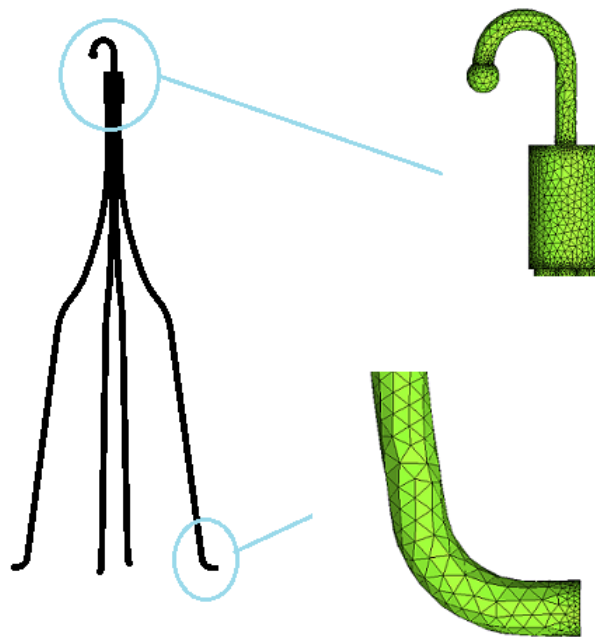


Figura 3.7: Detalle del mallado del filtro en la malla de 918.000 elementos

También se ha utilizado un tamaño máximo de elemento de 1 mm tanto en el inlet como en el outlet ya que la precisión requerida ahí es menor y de 0,05 mm para las curvas de intersección de las patas con el cilindro en las que la precisión requerida es mayor. El detalle de la zona de la intersección se muestra más detalladamente en la figura 3.8 donde se observa que el tamaño

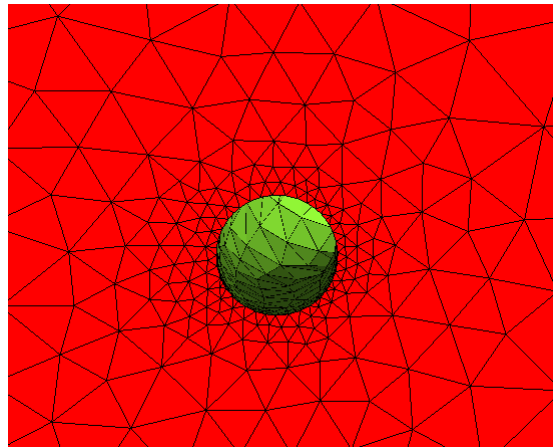


Figura 3.8: Ampliación de la zona de contacto de las patas con la pared del vaso

de los elementos es menor en la zona próxima a la curva de intersección y poco a poco se va produciendo un incremento del tamaño.

Con todo ello se obtiene una malla de 918.206 elementos y 274.050 nodos como se puede ver en la figura 3.9.

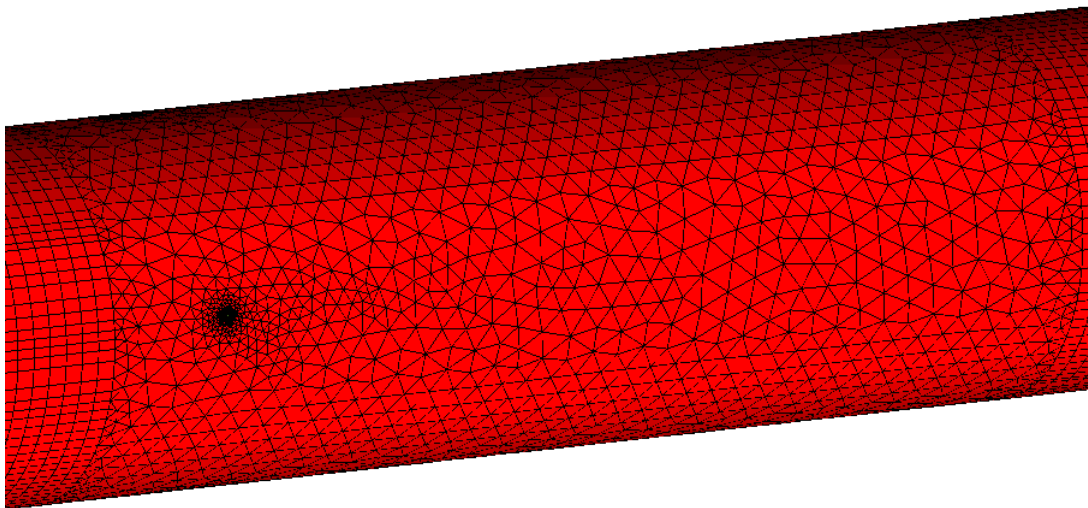


Figura 3.9: Malla de 918.000 elementos

- Malla de 2.000.000 elementos

Como se ha dicho anteriormente, las superficies que más influyen en el tamaño de la malla son tanto el cilindro como el filtro por lo que serán estas en las que se varíe el tamaño máximo del elemento. Para realizar esta segunda malla se va a utilizar un tamaño máximo de 1,25 mm para la superficie del cilindro y uno de 0,15 mm para el filtro dando lugar a una malla de 2.028.506 elementos y 498.231 nodos.

- Malla de 4.900.000 elementos

En la tercera malla el tamaño máximo de la superficie del cilindro es de 1,1 mm y el del filtro de 0,1 mm. Para que la reducción sea proporcional y aumente la densidad de los elementos en la pared del cilindro, se ha reducido el tamaño del elemento en el inlet y en el outlet. Se ha pasado de un valor de 1 mm a un valor de 0,8 mm ya que manteniendo el valor de 1 mm se producía una reducción de los elementos en todo el volumen del cilindro concentrándose estos entorno al filtro e incluso dando lugar a un número excesivo de elementos. Mediante estos tamaños de elementos se obtiene una malla de 4.921.938 elementos y 1.240.471 nodos.

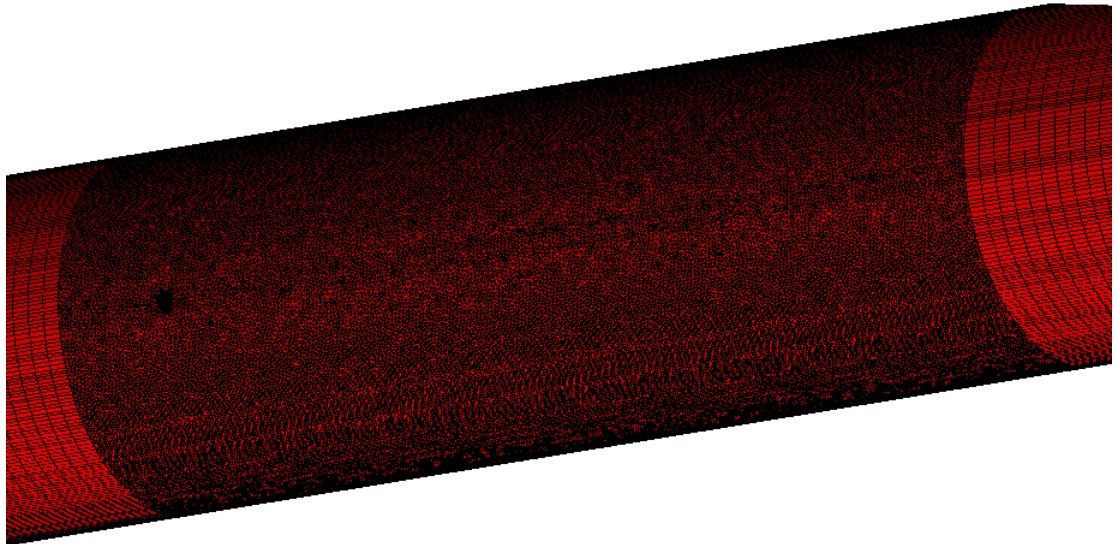
- Malla de 9.200.000 elementos

Figura 3.10: Malla de 9.200.000 elementos

Por último, se va a utilizar un tamaño máximo de elemento en el cilindro de 0,3 mm y de 0,06 mm en el filtro. Al igual que en el caso anterior también es necesario reducir el tamaño del elemento en el inlet y en el outlet por lo que se va a usar un tamaño de 0,4 mm. Todo esto da lugar a la malla más fina de todas que contiene 9.276.165 elementos y 2.790.786 nodos. En la figura 3.10 se pueden observar las características de esta malla.

Como se puede ver, la densidad de elementos de esta malla es bastante mayor que la de la malla inicial por lo que es de esperar que con ella ya no se observen cambios en los resultados. La segunda y tercera malla tienen densidades de elementos intermedias. En la figura 3.11 se puede ver en detalle el mallado del filtro, el cual tiene una mayor densidad de elementos dando lugar a que la malla se ajuste perfectamente a la geometría.

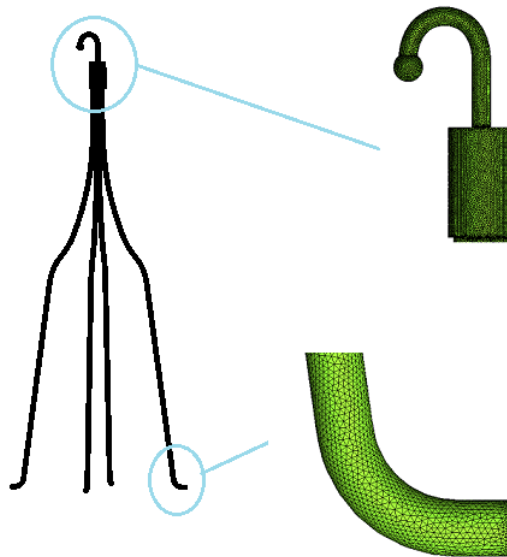


Figura 3.11: Detalle del mallado del filtro en la malla de 9.200.000 elementos

Además, para poder observar mejor las características de cada malla se ha realizado un corte en el mismo punto en cada una de ellas. En la figura 3.12 se pueden ver los cortes realizados en las distintas mallas. En ellos se puede observar que la densidad de elementos es cada vez mayor, concentrándose estos entorno a la pared del cilindro y entorno a las patas del filtro que son los lugares en los que se prevén dificultades en el cálculo. De este modo se han obtenido 4 mallas proporcionales sin un número excesivo de elementos que dificulte su cálculo. Cabe esperar que cuanto mayor sea

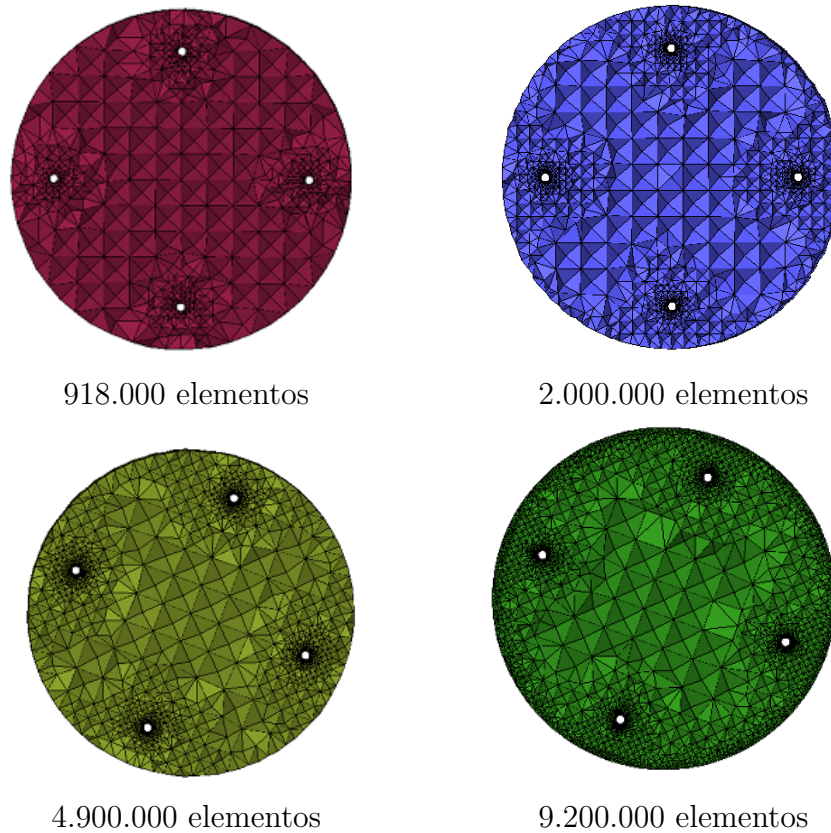


Figura 3.12: Cortes de las distintas mallas

el número de elementos mejor será la aproximación de los resultados y más rápida se producirá la convergencia, aunque por contrapartida el tiempo de cálculo aumente notablemente. También se ha de tener en cuenta que existe un número de elementos límite. No siempre un mayor número de elementos proporciona mejores resultados, ya que llega un momento en que el tamaño de los elementos es tan pequeño que empiezan a aparecer errores numéricos.

3.4.2. Filtro de Günther-Tulip de 12 patas

En esta serie de mallas, al igual que pasaba con las del filtro de 4 patas, las superficies más relevantes son tanto el cilindro como el filtro. Pero en este caso, al ser las patas secundarias bastante más delgadas que las principales será necesario un elemento de menor tamaño en ellas que en las patas principales para que la malla reproduzca bien la geometría. Debido a ello, se va a crear una nueva superficie que comprenderá las patas secundarias y

también será una superficie relevante en la que se irá variando el tamaño de los elementos para obtener mallas cada vez más finas.

- **Malla de 2.700.000 elementos**

Para crear la primera malla se va a utilizar un tamaño máximo de 2 mm en la superficie del cilindro, de 0,25 mm en el filtro, de 0,1 mm en las patas secundarias y de 1 mm tanto en el inlet como en el outlet. Esto dará lugar a una malla de 2.780.806 elementos y 701.764 nodos. En la figura 3.13 se pueden ver las características de esta malla.

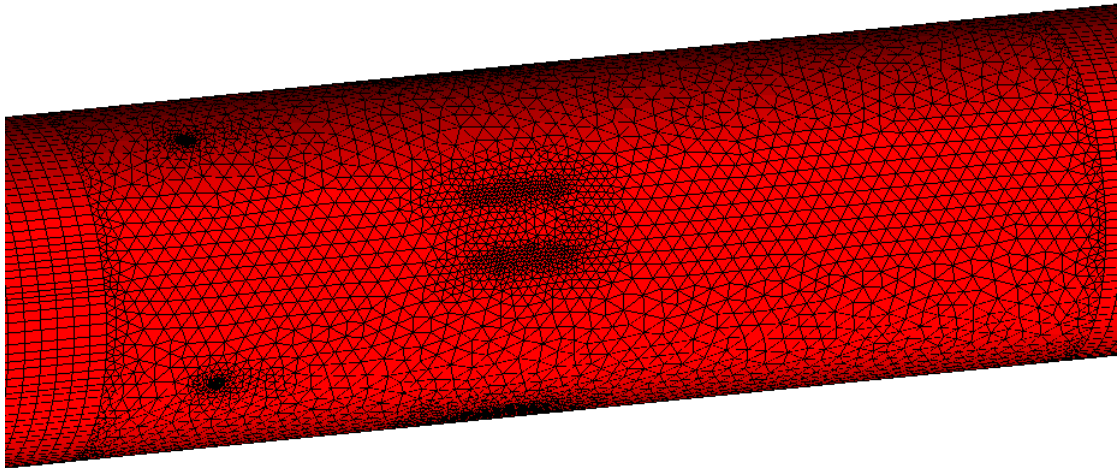


Figura 3.13: Malla de 2.700.000 elementos del filtro de 12 patas

Esta malla es bastante más fina que la primera malla creada para el filtro de 4 patas aunque el tamaño de los elementos sea similar. Esto es debido a la superficie de las patas secundarias, ya que al ser muy delgadas requieren un tamaño inicial de elemento muy bajo dando lugar a un aumento notable del número de elementos. En la figura 3.14 se puede ver el detalle del mallado del filtro.

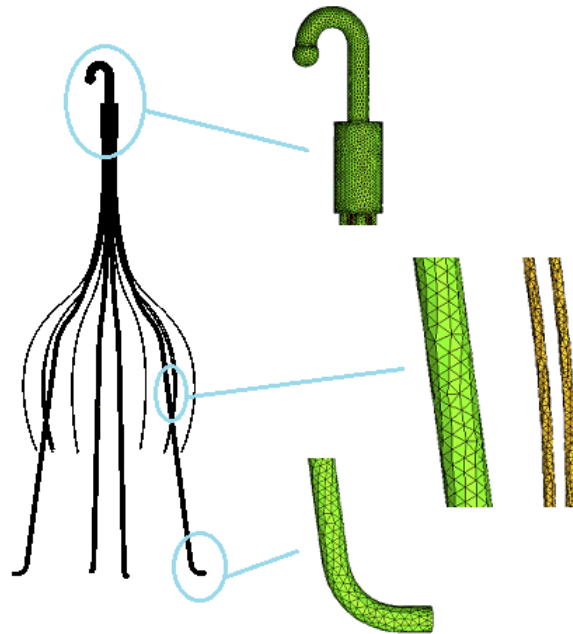


Figura 3.14: Detalle del mallado del filtro de 12 patas en la malla de 2.700.000 elementos

- **Malla de 3.900.000 elementos**

Para realizar esta segunda malla se ha utilizado un tamaño máximo de 1,5 mm para el cilindro, de 0,15 mm para el filtro y de 0,07 mm para las patas secundarias dando lugar a una malla de 3.964.045 elementos y 806.168 nodos.

- **Malla de 7.200.000 elementos**

En la tercera malla se ha usado un tamaño máximo de 1,2 mm para el cilindro, de 0,15 mm para el filtro y de 0,03 mm para las patas secundarias. Al no variar el tamaño del filtro, ya que los elementos ya son suficientemente pequeños, es necesario reducir el tamaño del inlet y outlet hasta 0,8 mm y así se obtendrá una malla proporcional a las anteriores de 7.240.550 elementos y de 1.632.934 nodos.

- Malla de 9.500.000 elementos

Por último, para crear la malla más fina se ha utilizado un tamaño máximo de 0,5 mm para el cilindro, de 0,1 mm para el filtro, de 0,3 mm para las patas secundarias y de 0,5 mm para el inlet y el outlet dando lugar a una malla de 9.525.262 elementos y de 2.040.648 nodos. En la figura 3.15 se pueden ver las características de esta malla.

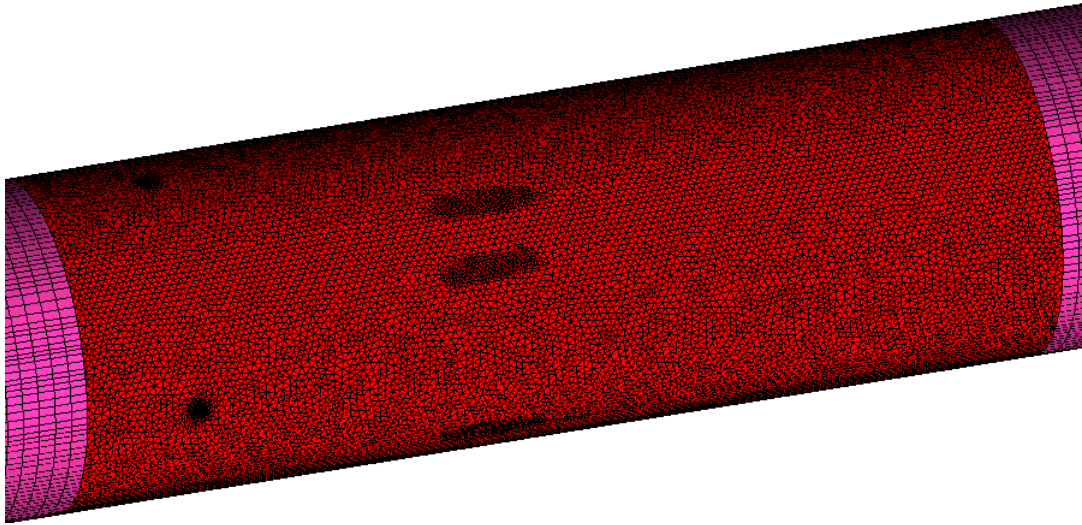


Figura 3.15: Malla de 9.500.000 elementos del filtro de 12 patas

En la figura 3.16 se puede ver más en detalle el mallado del filtro y la mayor densidad de elementos que se obtiene con esta malla. La segunda y tercera malla tienen una densidad de elementos intermedia.

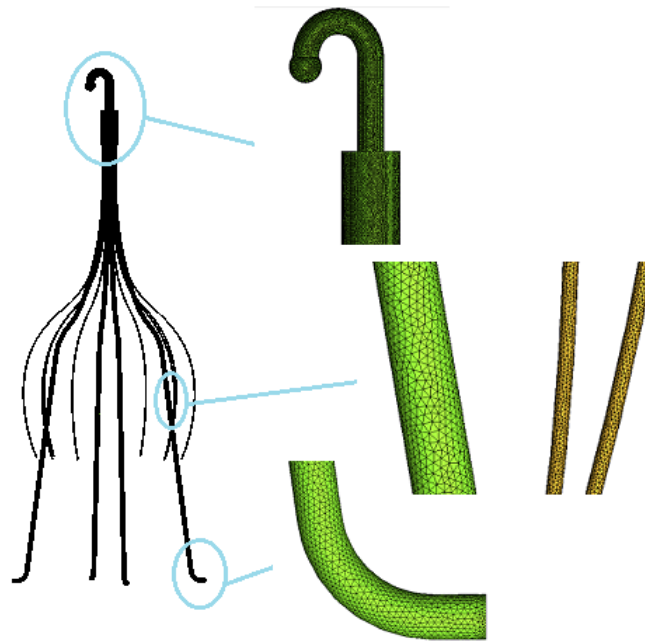


Figura 3.16: Detalle del mallado del filtro de 12 patas en la malla de 9.500.000 elementos

Al igual que con el filtro de 4 patas se ha realizado el mismo corte en cada una de las mallas para poder apreciar mejor la distribución de los elementos. En la figura 3.17 se puede ver dicho corte en las distintas mallas. En ellos se ve como hay una mayor densidad de elementos entorno a la pared del cilindro y entorno a las patas conforme aumenta el número de elementos.

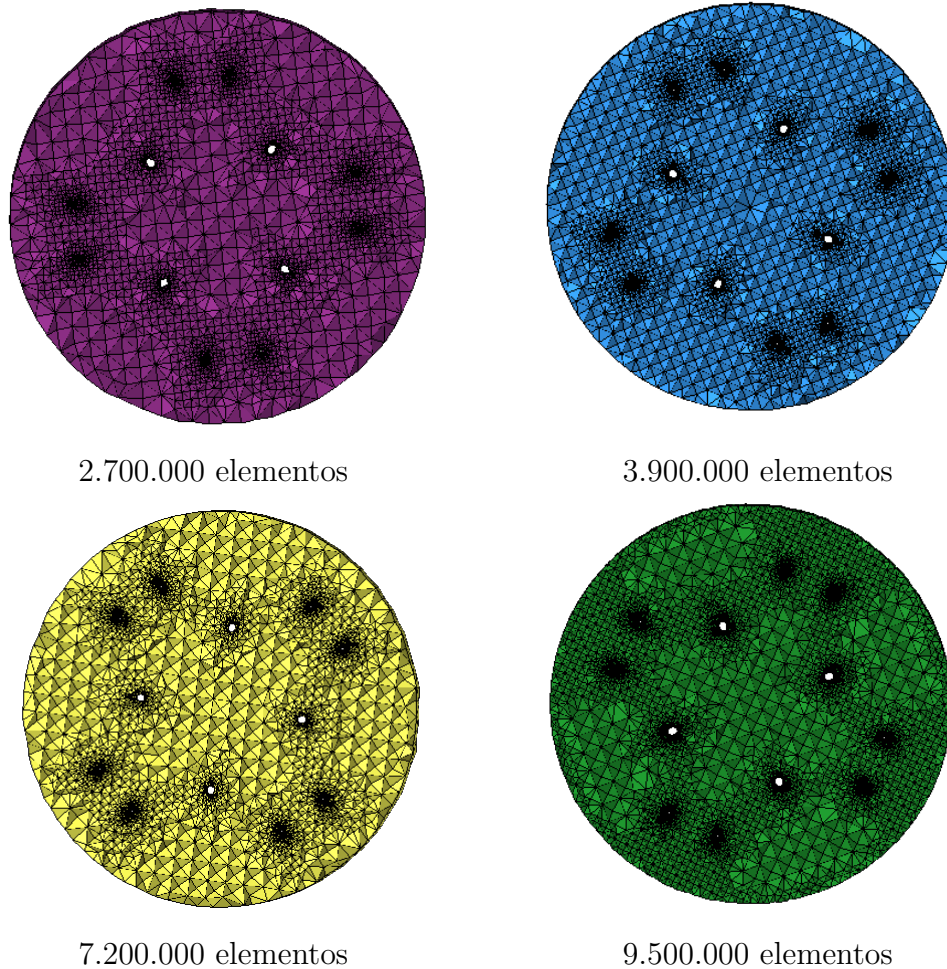


Figura 3.17: Cortes de las distintas mallas para el filtro de 12 patas

3.5. Modelo numérico

El análisis del flujo sanguíneo es relativamente complejo ya que es un flujo pulsátil, que discurre por un circuito cerrado de tubos distensibles con múltiples ramificaciones y cuyo calibre es variable. Además, se ha de tener en cuenta que la sangre es un fluido pseudoplástico, con propiedades no lineales, ya que está compuesta por un sistema bifásico de líquido y células. Debido a esto se van a utilizar modelos simplificados.

En primer lugar se va a considerar la sangre como un fluido incompresible con una densidad constante de 1050 kg/m^3 [3]. Al considerar la sangre como

incompresible, ésta cumple el principio de continuidad que indica que el volumen de fluido que pasa por una determinada sección es siempre el mismo y por lo tanto el caudal se mantiene constante. De esto se deduce que al aumentar el diámetro de la sección, la velocidad del flujo sanguíneo disminuye y por el contrario, si disminuye el diámetro de la sección, la velocidad del flujo aumenta. La velocidad media en la vena cava inferior se va a suponer de 0,3 m/s [5].

En segundo lugar, la sangre se va a modelar como un flujo viscoso ya que está compuesta por partículas suspendidas que, al rozar entre ellas durante su movimiento, da lugar a la aparición de una resistencia al avance del flujo. Esta resistencia del flujo a fluir se denomina viscosidad. En cuanto a su comportamiento reológico, la sangre se comporta como un fluido pseudoplástico pero debido a la complejidad que esto supone se va a modelar como un fluido newtoniano. En los fluidos newtonianos la relación entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación se mantiene constante a lo largo del tiempo, siendo la viscosidad la constante que las relaciona. Debido a esto se va a utilizar un valor constante de viscosidad de valor 0,003528 kg/m s [4].

También se puede considerar que el flujo sanguíneo es un flujo laminar en el que la velocidad de las partículas es prácticamente nula en las paredes del vaso, debido al efecto de la viscosidad, mientras que la velocidad en las capas más alejadas, las capas centrales, va aumentando. Esto da lugar a un perfil parabólico de velocidades. El flujo laminar ocurre hasta que se alcanza una cierta velocidad. A esa velocidad, o por encima de ella, el flujo es turbulento. En la figura 3.18 se pueden ver los perfiles de flujo para ambos regímenes. Para determinar si un flujo es laminar o turbulento se usa el número de Reynolds.

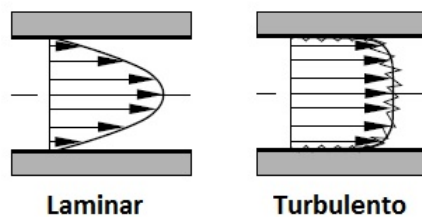


Figura 3.18: Flujo en régimen laminar y en régimen turbulento

En el proyecto se van a utilizar los siguientes datos:

- Diámetro de la vena cava inferior: $D = 20 \text{ mm}$.
- Velocidad del flujo sanguíneo $v = 0,3 \text{ m/s}$.
- Densidad del flujo sanguíneo $\rho = 1050 \text{ kg/m}^3$.
- Viscosidad del flujo sanguíneo $\mu = 0,003528 \text{ kg/ms}$.

Esto da lugar al siguiente número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu} = \frac{1050 \cdot 0,3 \cdot 0,02}{0,003528} = 1785,71 \quad (3.1)$$

Como se puede observar el número de Reynolds es menor que el Reynolds crítico, cuyo valor es 2300 [7], por lo que el flujo sanguíneo en la vena cava inferior se encuentra en régimen laminar.

Por último se va a considerar que el flujo sanguíneo es un flujo unidireccional, es decir, que el campo de velocidades está formado por una única componente ya que se puede simular su comportamiento como el de los líquidos en tubos rígidos.

Con todo ello se va a proceder al cálculo bajo las hipótesis de que el flujo sanguíneo se comporta como un fluido incompresible, newtoniano, unidireccional y en régimen laminar. Esto simplificará notablemente el cálculo.

3.6. Proceso de cálculo y condiciones de contorno

Una vez que todas las mallas han sido creadas, estas van a ser exportadas al programa ANSYS CFX el cual nos permitirá proceder a su cálculo mediante el método de elementos finitos y volúmenes finitos bajo las hipótesis definidas anteriormente. CFX es un programa comercial cuyo cálculo se basa en el método CFD y permite simular un flujo fluido en un entorno virtual.

El proceso de cálculo se divide en tres partes. La primera parte consiste en importar la malla creada mediante ANSYS ICEM CFD, crear el dominio de trabajo, imponer las condiciones de contorno para poder resolver el problema y establecer los criterios de convergencia.

El dominio de trabajo usado es un dominio fluido en régimen laminar y estacionario. Se va a definir un fluido con las características definidas anteriormente para simular el comportamiento del flujo sanguíneo.

Las condiciones de contorno que se van a imponer son la velocidad tanto a la entrada como a la salida. Esta velocidad será, como se ha dicho anteriormente, de 0,3 m/s en las dos superficies ya que se ha supuesto que al no haber pérdidas y la sección permanecer constante, la velocidad no varía. Además, también se va a imponer la condición de pared no deslizante tanto en la superficie del cilindro como en la superficie del filtro.

En cuanto a los criterios de convergencia se van a imponer 150 iteraciones y un error de $1e-8$.

La segunda parte consiste en la resolución del problema fluido mediante el código comercial ANSYS CFX. Este código permite la resolución de las ecuaciones fluidas mediante el método de los volúmenes finitos. En particular, transforma las ecuaciones diferenciales que rigen el problema, ecuaciones de Navier-Stokes, en un conjunto de ecuaciones algebraicas y lleva a cabo una aproximación de la función incógnita. Dependiendo del número de elementos utilizados en la discretización el coste computacional será más o menos pesado [31].

Por último, una vez que el cálculo ha finalizado se procederá a la fase del postproceso donde se analizarán los resultados obtenidos. En esta fase ANSYS CFX nos permite, entre otros, visualizar los resultados, obtener las líneas de flujo, los perfiles de velocidad y la tensión cortante sobre la pared del vaso.

3.7. Resultados a obtener

Una vez que ya se ha procedido al cálculo de las diferentes mallas siguiendo el proceso descrito anteriormente se va a proceder al análisis de los resultados. Dicho análisis se va a llevar a cabo para las dos geometrías de filtro de las que se dispone para poder observar las diferencias que existen entre ambos.

Se va a realizar un análisis de los resultados obtenidos en función del número de elementos de las distintas mallas para poder obtener un resultado independiente de estos. Es decir, se va a desarrollar un análisis de sensibili-

dad de las diferentes discretizaciones. Para ello se van a extraer los perfiles de velocidad a lo largo de dos líneas significativas de una sección y se van a graficar cada uno de ellos de manera superpuesta observando las diferencias existentes entre cada uno de ellos.

Una vez realizado el análisis de sensibilidad se seleccionará una discretización con la que se garantice que los resultados son independientes del tamaño del elemento. Mediante dicha malla de elementos finitos se procederá a la representación de las variables fluido-dinámicas de mayor relevancia.

Se van a representar las líneas de flujo a lo largo de la vena cava para poder ver cómo la presencia del dispositivo en el interior del vaso perturba el flujo sanguíneo.

Por último se va a visualizar la tensión tangencial a lo largo de la pared del vaso para poder ver que zonas son las más afectadas por la presencia del filtro.

Capítulo 4

Análisis de los resultados

4.1. Filtro Günther-Tulip de 4 patas

Se va realizar un estudio de sensibilidad de los resultados en función del tamaño de los elementos de las diferentes mallas. Para ello, como se ha dicho anteriormente, se van a representar los perfiles de velocidad de las diferentes discretizaciones a lo largo de dos líneas. La primera línea pasa por las patas y la segunda línea pasa entre ellas, como se puede ver en la figura 4.1.

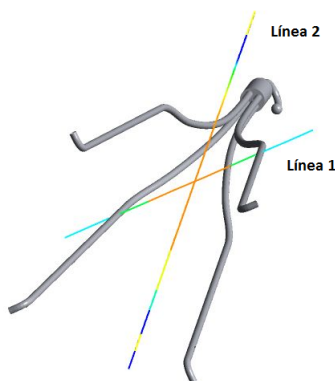


Figura 4.1: Posición de las líneas de estudio de los perfiles de velocidad

En la figura 4.2 se encuentran graficados los perfiles de velocidad para las diferentes mallas a lo largo de la línea 1. Se observa que la velocidad es nula en los extremos y poco a poco va aumentando hasta alcanzar un valor de aproximadamente 0,24 m/s. A partir de ahí va disminuyendo haciéndose cero en las patas y volviendo de nuevo a aumentar alcanzando el máximo en el centro del perfil con un valor aproximado de 0,4 m/s.

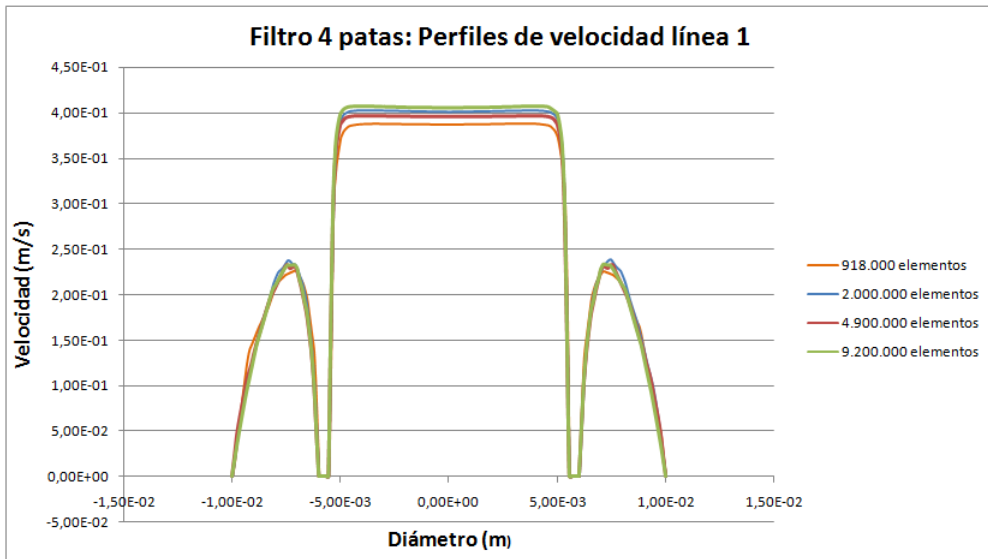


Figura 4.2: Filtro 4 patas: Perfiles de velocidad a lo largo de la línea 1

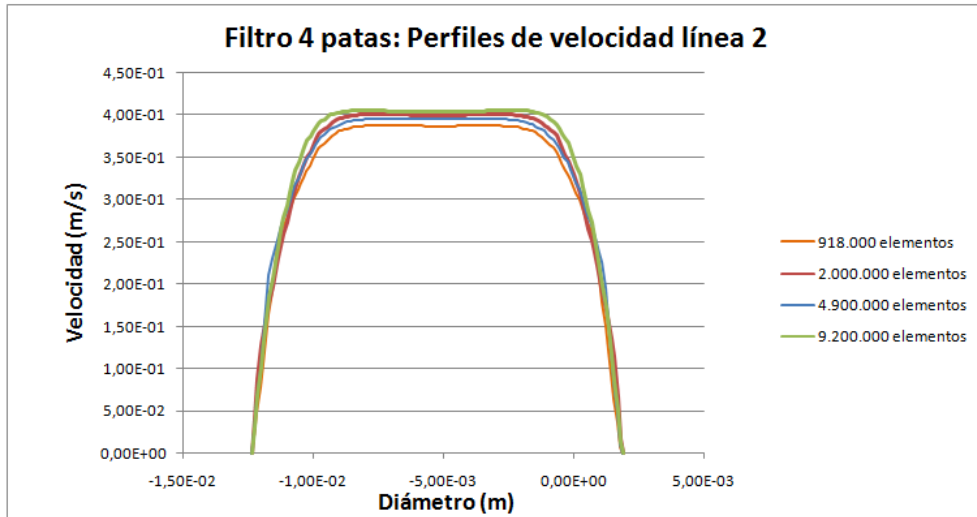


Figura 4.3: Filtro 4 patas: Perfiles de velocidad a lo largo de la línea 2

En la figura 4.3 se encuentran representados los perfiles de velocidad de las diferentes mallas a lo largo de la línea 2. Tanto estos perfiles como los anteriores, debido a la presencia del filtro, presentan una zona plana en el centro de la sección como demuestra el estudio realizado por Swaminathan, Hu y Patel [6]. Para poder observar mejor las características que adopta el perfil de velocidad en la zona plana del centro de la sección se ha realizado una ampliación de estos como se muestra en la figura 4.4.

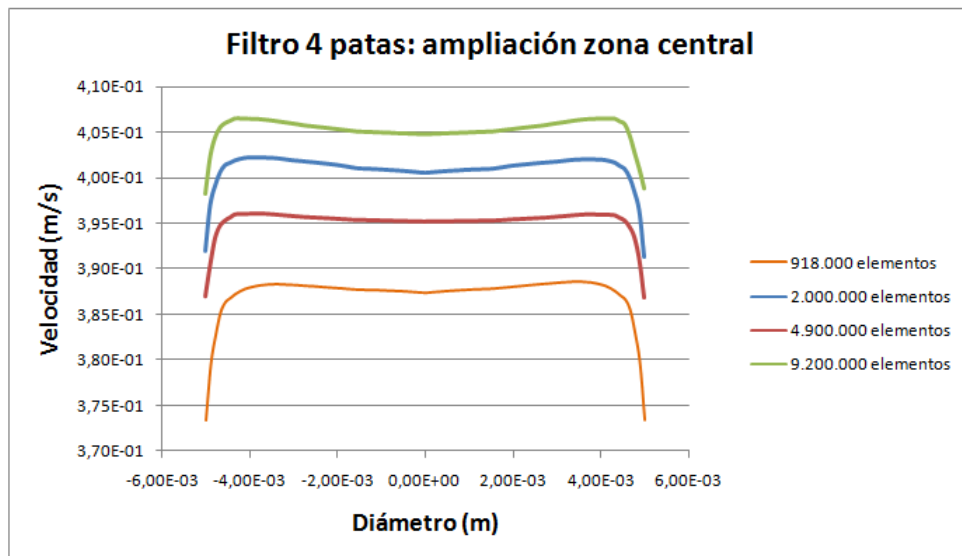


Figura 4.4: Filtro 4 patas: Perfiles de velocidad en la zona central de la sección

Se observa que los perfiles de velocidad en verdad no son planos en la zona central, sino que presentan una ligera curvatura hacia el interior. Es decir, se alcanza un máximo de velocidad en los extremos y poco a poco esta velocidad va disminuyendo. Este comportamiento es debido a la presencia del filtro, ya que el flujo intravascular al encontrar un obstáculo en su recorrido tiende a disminuir su velocidad en esa zona y a fluir a su alrededor.

En la ampliación también se puede ver que, la malla con la que se obtiene un mayor valor de velocidad en el centro es con la malla más fina. Además, también se puede observar que con la malla de 2.000.000 de elementos se alcanza un valor de velocidad en el centro mayor que con la de 4.900.000 elementos. Esto es debido a que los elementos centrales son de menor tamaño en la primera malla, mientras que en la segunda, los elementos se han concen-

trado más en la pared y en las patas haciendo que los centrales sean de mayor tamaño. Se han sacrificado los elementos centrales en favor de los perimetrales, ya que una malla con elementos pequeños tanto en el perímetro como en el centro, daría lugar a un gran número de elementos y en ella el cálculo sería excesivamente pesado, como ocurre con la malla de 9.200.000 elementos.

En el perfil de velocidad obtenido con la malla más fina, 9.200.000 elementos, se observa que a penas hay diferencias con respecto a los anteriores. Debido a ello esta discretización no aporta nada más que tiempo de cálculo más elevado. Se van a tomar estos resultados como base para calcular las diferencias porcentuales entre los perfiles de velocidad obtenidos con las restantes mallas.

Por el contrario, la malla de 918.000 elementos no tiene un coste computacional elevado pero, como se observa en los perfiles de velocidad, no se puede afirmar que los resultados que se obtienen mediante dicha malla sean independientes del tamaño de los elementos ya que se observan pequeñas diferencias con respecto a las discretizaciones restantes. El error relativo que se comete usando esta discretización respecto de la más fina es de un 4,32 %. Tomando como base un error máximo entre un 1 % y un 2 % esta malla queda descartada del estudio.

La malla de 4.900.000 elementos tiene un error relativo respecto de la más fina es de un 2,39 % por lo que también queda descartada del estudio.

Según lo dicho anteriormente, la discretización que se va a elegir como base para el cálculo numérico es la de 2.000.000 de elementos ya que con ella se llega a un óptimo entre el tiempo de cálculo y la independencia de los resultados. El error relativo que se comete usando esta malla respecto de la más fina es de un 1,05 %, por lo que se puede decir que con ella se obtienen resultados independientes del tamaño del elemento sin llegar a tener un coste computacional elevado.

Una vez elegida la malla de cálculo se va a representar la magnitud de la velocidad en 4 secciones diferentes a lo largo del filtro para ver como se desarrolla el flujo en su paso a través. Se van a estudiar 4 secciones representativas, una a la entrada del filtro, 2 secciones intermedias y una en la salida. Las 4 secciones de estudio se pueden ver en la figura 4.5.

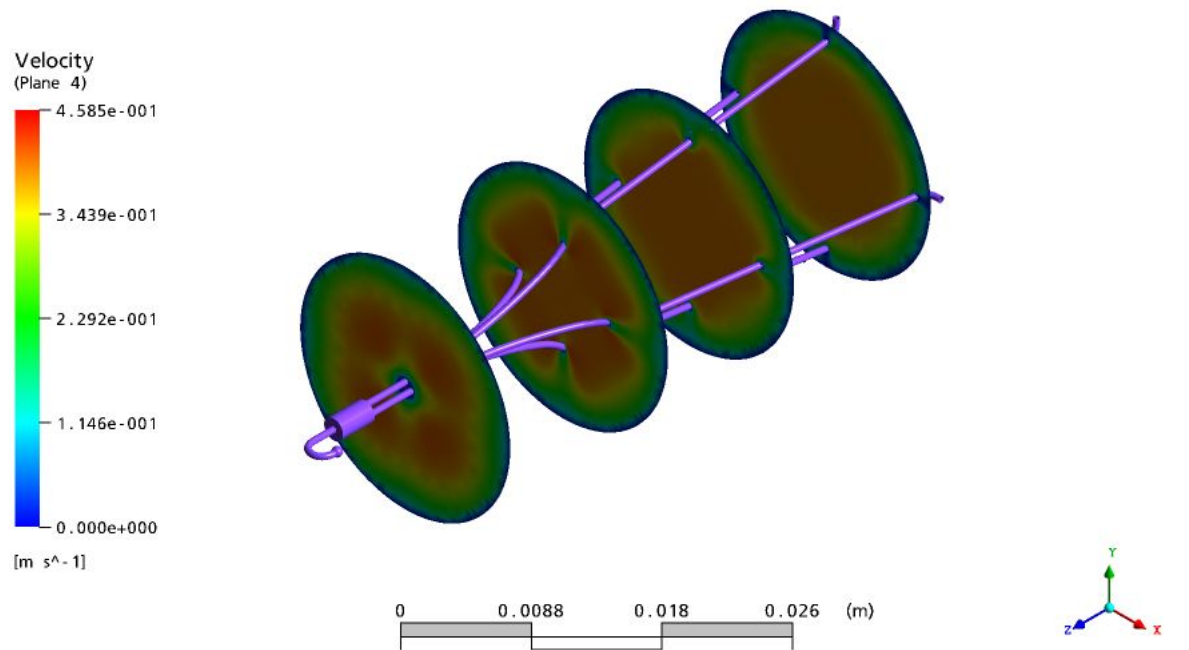


Figura 4.5: Magnitudes de velocidad a lo largo de diferentes secciones

En la imagen 4.6 se pueden ver más en detalle cada una de las secciones. Como se puede observar, la velocidad es nula tanto en la pared del vaso como en el perímetro del dispositivo debido a la imposición de la condición de contorno de pared no deslizante. En la primera sección apenas se nota la influencia de éste ya que corresponde a la sección de entrada donde las patas del filtro, en las que la velocidad es nula, se encuentran próximas a la pared del vaso. En la segunda y tercera sección ya se puede apreciar más el efecto de la presencia del dispositivo. En la tercera sección se puede ver como el flujo sanguíneo empieza a fluir entre las patas del filtro. Por el contrario, en la cuarta sección, correspondiente a la salida del flujo, se observa como las 4 regiones de velocidad más elevada, zona naranja en las figuras 4.5 y 4.6, se

unen dando lugar a que el máximo de velocidad no se produzca en el centro de la sección, como ocurría en las secciones anteriores, sino que se produzca en las zonas de unión. (Ver figura 4.6)

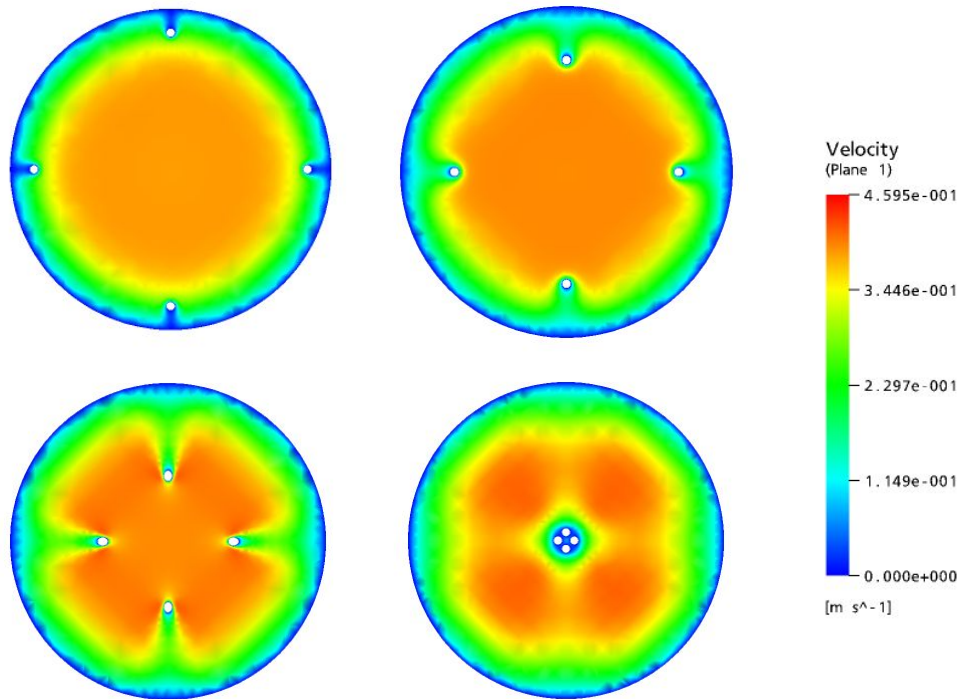


Figura 4.6: Magnitudes de velocidad en las diferentes secciones

Según lo comentado anteriormente y observando las diferentes secciones, la zona en la que más afecta la presencia del dispositivo es en la zona de la cabeza. En esta zona se produce la máxima velocidad llegando incluso a ser ésta mayor que la alcanzada en la zona de entrada.

Al igual que se ha hecho con las magnitudes de velocidad, se han representado las isolíneas en las mismas 4 secciones, como se puede ver en la figura 4.7.

En la imagen 4.8 se pueden observar las líneas del flujo sanguíneo a lo largo de todo el dispositivo. Se puede ver que a la entrada, las líneas de flujo apenas varían su trayectoria debido a la presencia del filtro. Por el contrario, a medida que el flujo intravascular va avanzando a lo largo de la vaso, se van produciendo pequeñas desviaciones, siendo estas más acentuadas en la zona de la cabeza del filtro y en la zona de curvatura de las patas.

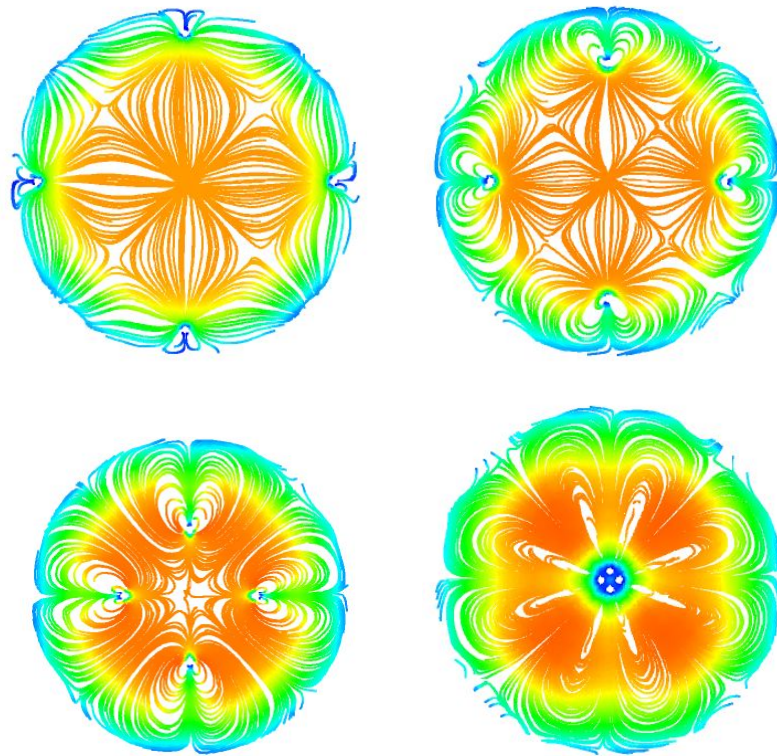


Figura 4.7: Isolíneas en las diferentes secciones

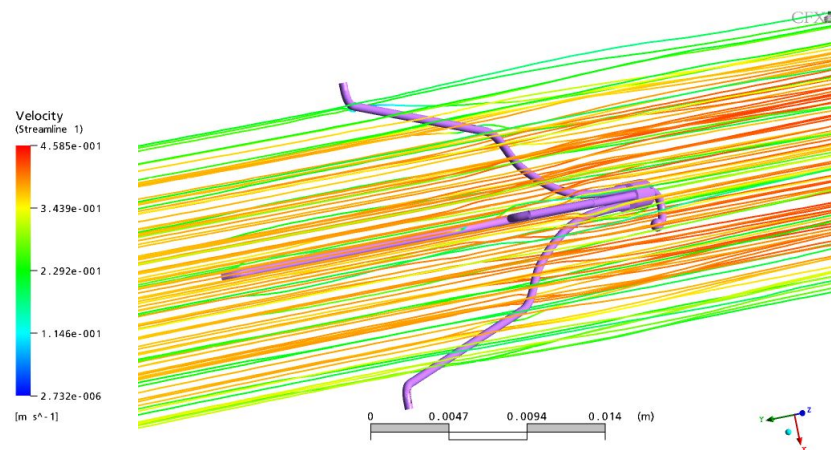


Figura 4.8: Líneas de flujo en 3D a lo largo del filtro

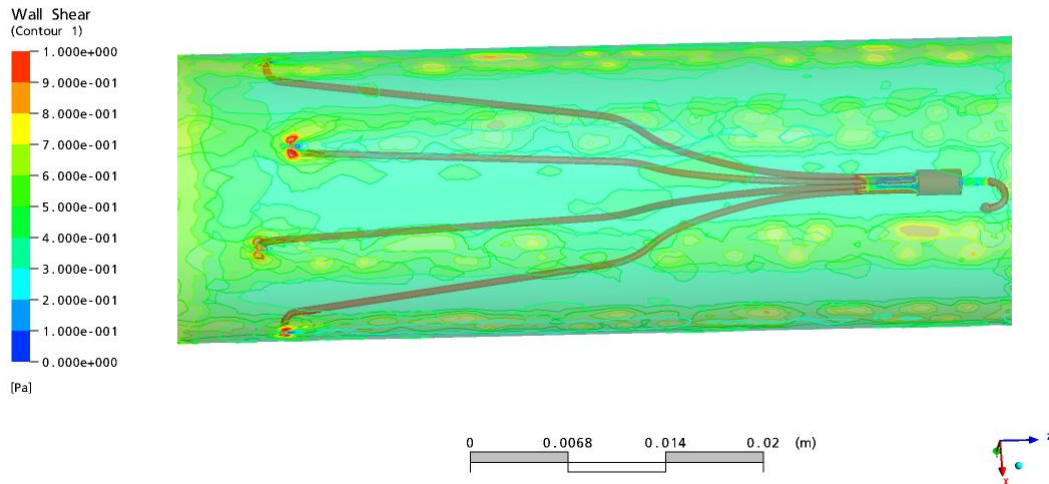


Figura 4.9: Tensión tangencial a lo largo de la pared del vaso

Por último se ha visualizado la tensión tangencial a lo largo de la pared del vaso, esta se muestra en la figura 4.9. Como se puede ver, el efecto más importante a tener en cuenta es que en la zona de contacto del dispositivo con la pared de la vena se alcanzan elevados valores de tensión tangencial. Esto es debido a que tiene lugar tanto una concentración de tensiones como unos elevados gradientes de velocidad. Es esta zona la que más perjudicada se encuentra debido a la presencia del filtro. También se puede observar que la tensión tangencial es elevada en la superficie del filtro debido a los elevados gradientes de velocidad que tienen lugar en esa región.

4.2. Filtro Günther-Tulip de 12 patas

En este caso se ha procedido de igual modo que con el caso anterior. Primero se han representado los perfiles de velocidad en las mismas dos líneas que antes para seleccionar una malla independiente del número de elementos. En las figuras 4.10 y 4.11 se encuentran representados los perfiles de velocidad de las distintas mallas para las líneas 1 y 2 respectivamente.

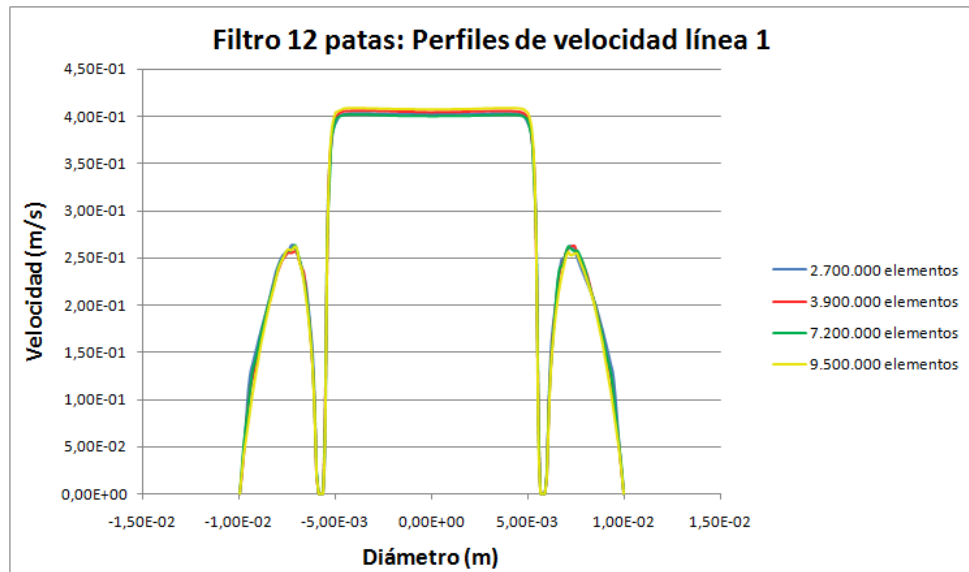


Figura 4.10: Filtro 12 patas: Perfiles de velocidad a lo largo de la línea 1

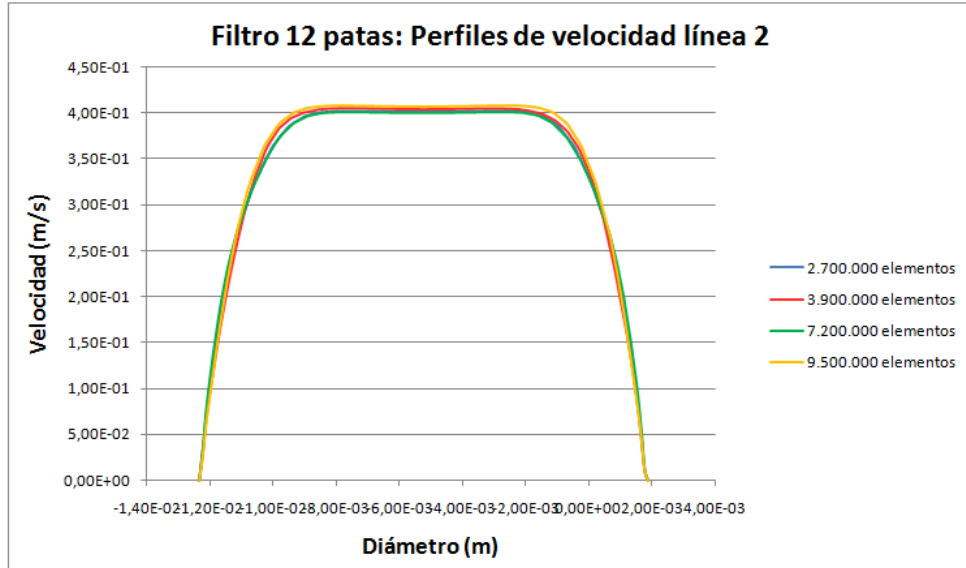


Figura 4.11: Filtro 12 patas: Perfiles de velocidad a lo largo de la línea 2

Los perfiles de velocidad para el filtro de 12 patas son iguales que los obtenidos anteriormente con el filtro de 4 patas ya que las líneas sobre las cuales se han obtenido son las mismas que en el caso anterior. Si se tomase una línea que pasase por las patas secundarias, estos perfiles serían distintos. En la sección donde se encuentran las patas, el perfil de velocidad parte de un valor nulo en los extremos, correspondientes a la pared del vaso, y poco a poco la velocidad va aumentando hasta alcanzar un valor aproximado de 0,26 m/s, ligeramente superior al alcanzado con el dispositivo anterior. A partir de ahí la velocidad disminuye, haciéndose cero en las patas y volviendo de nuevo a aumentar alcanzando el máximo en el centro de la sección, cuyo valor es aproximadamente de 0,4 m/s. En particular, estos perfiles presentan una forma plana en el centro de la sección debido a la presencia del dispositivo.

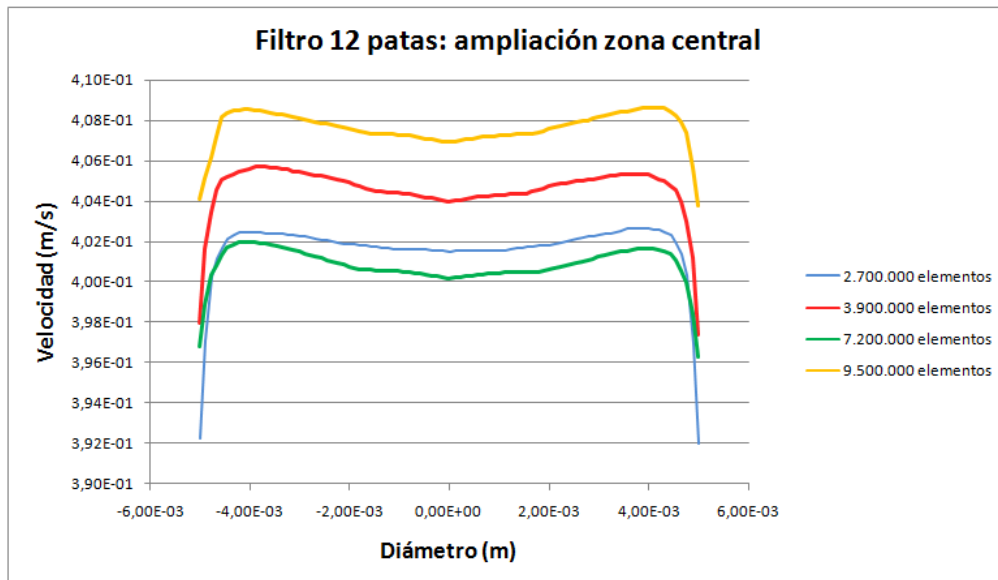


Figura 4.12: Filtro 12 patas: perfiles de velocidad en la zona central de la sección

En la figura 4.12 se ha representado una ampliación de la zona plana que presentan los perfiles de velocidad para poder ver mejor las diferencias entre ellos. Al igual que ocurría con el dispositivo de 4 patas, los perfiles presentan, en la zona central, un máximo de velocidad en los extremos y una menor velocidad en el centro debido a la presencia del filtro.

También se observa que la velocidad en el centro de la sección en la malla de 7.200.000 elementos es la menor de todas. Esto es debido a que los elementos centrales en esta discretización son mayores que en las restantes. La discretización de la geometría se ha realizado de manera automática debido a la complejidad que esta presenta. Debido a este método de discretización es muy difícil controlar el tamaño exacto de los elementos y su distribución espacial. En particular en este caso, los elementos se han concentrado alrededor de las patas y de la pared dando lugar a que los centrales sean de mayor tamaño.

En el perfil obtenido mediante la malla más fina, 9.500.000 elementos, apenas se observan diferencias con respecto a los perfiles anteriores. Por ello se va a tomar como base para el cálculo de las diferencias porcentuales entre los perfiles de velocidad. El principal inconveniente que presenta esta discretización es el coste computacional, ya que éste es demasiado elevado. Se requiere llegar a un compromiso entre el tiempo de cálculo y el tamaño de los elementos por lo que esta discretización se va a descartar.

En cuanto a la discretización de 7.200.000 elementos en los perfiles se observa que existen pequeñas diferencias con respecto a los demás por lo que no se puede afirmar que se garantice la independencia de los resultados. El error relativo respecto de la malla más fina es de un 1,66 %, por lo que tomando como base un error máximo de un 1 % esta malla se va a descartar del estudio.

Por último, con la malla de 2.700.000 elementos el tiempo de cálculo no es elevado pero el error relativo respecto de la más fina es de un 1,32 % por lo que también se va a eliminar del estudio.

Según lo expuesto anteriormente, la discretización elegida como base de cálculo es la de 3.900.000 elementos. Con ella se obtiene un compromiso entre el coste computacional y el tamaño de los elementos. El error relativo respecto de la malla más fina es de un 0,73 %, menor que el 1 % tomado como base, por lo que se puede decir que con esta discretización se garantiza que los resultados sean independientes del tamaño de los elementos.

Se van a estudiar las magnitudes de velocidad en las mismas 4 secciones que para el filtro de 4 patas, estas secciones se pueden ver en la figura 4.13.

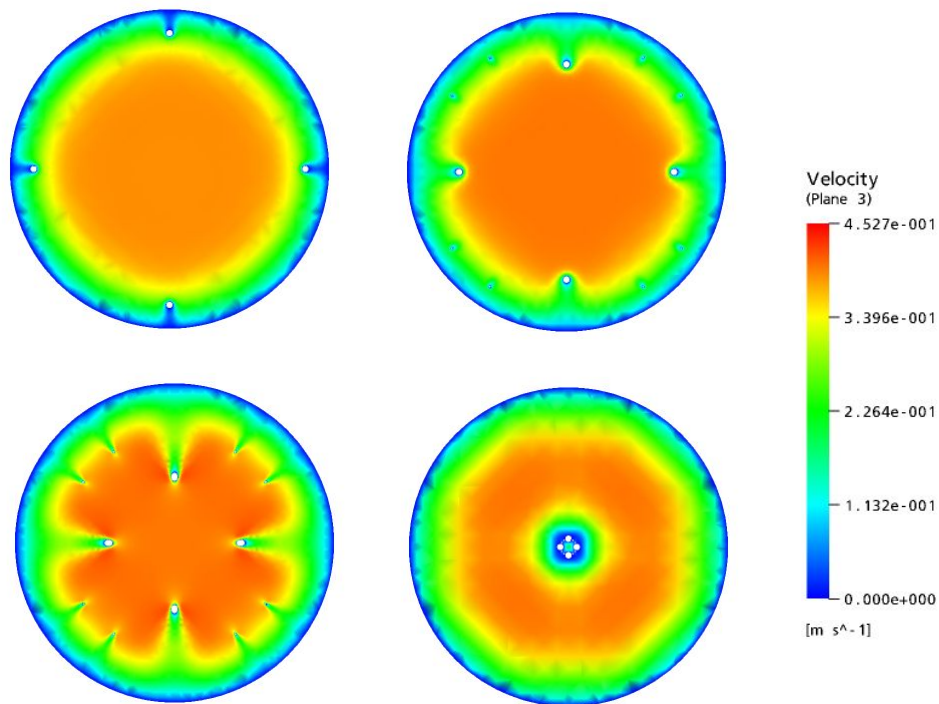


Figura 4.13: Magnitudes de velocidad en las diferentes secciones

Como se puede ver, las secciones donde mayor es la influencia del filtro son la tercera y la cuarta sección, correspondientes a la zona de salida del flujo. En la tercera sección se aprecia notablemente el efecto de las patas secundarias que, junto con las patas principales, hacen que el flujo sanguíneo presente más regiones de elevada velocidad.

En la figura 4.14 se han representado las isolíneas en las diferentes secciones.

También se han representado las líneas de flujo a lo largo del dispositivo y la tensión tangencial a lo largo de la pared del vaso, como se puede ver en las figuras 4.15 y 4.16 respectivamente.

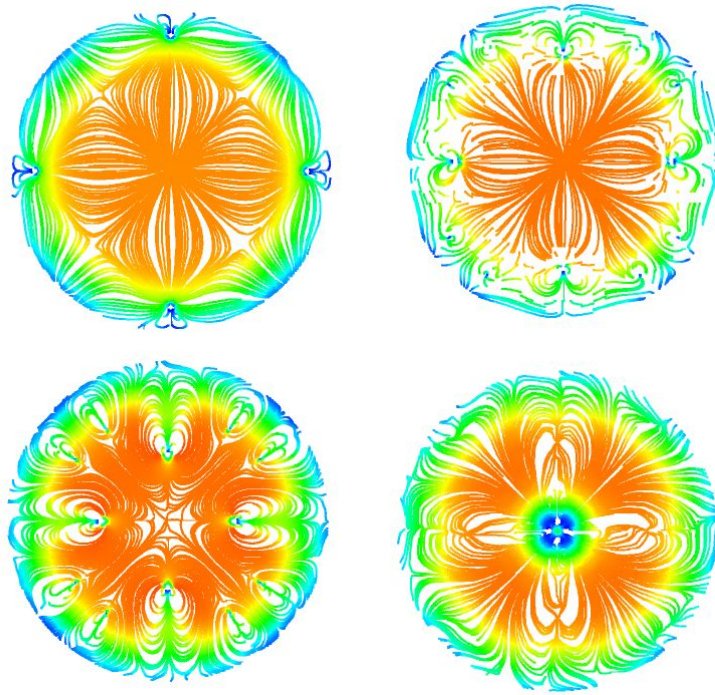


Figura 4.14: Isolíneas en las diferentes secciones

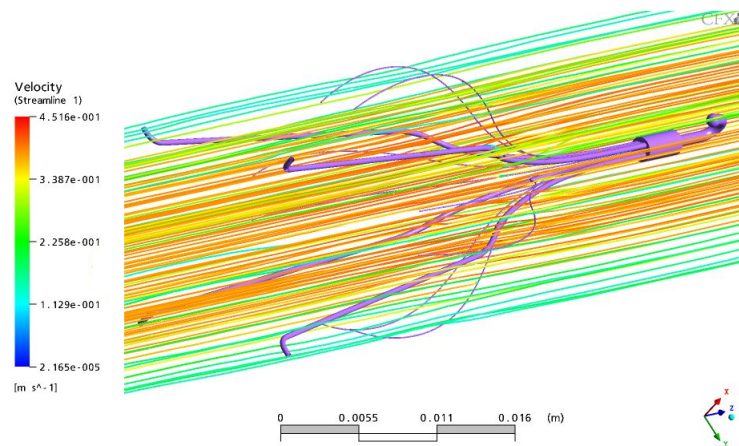


Figura 4.15: Líneas de flujo 3D a lo largo del filtro

En cuanto a la tensión tangencial se puede ver que en con este tipo de geometría la pared del vaso sanguíneo se ve más afectada. En este caso, no sólo se ve afectada la zona de unión del filtro con la pared, sino que

también se ven afectadas las zonas del vaso que se encuentran próximas a las patas secundarias. Esto es debido a que las patas secundarias, al encontrarse próximas a la pared, dan lugar a que se produzca una concentración de las tensiones. Pero es en la zona de la unión donde se alcanza la tensión tangencial máxima.

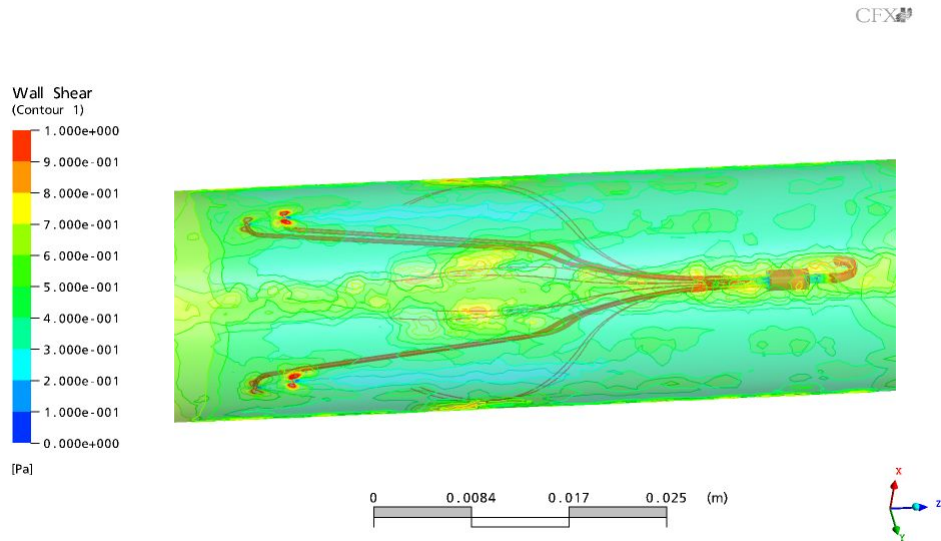


Figura 4.16: Tensión tangencial a lo largo de la pared del vaso

Capítulo 5

Conclusiones y líneas futuras

5.1. Conclusiones

El presente proyecto se enmarca dentro del proyecto de investigación CCYT DPI 2010-20746-C03-01.

Es uno de los primeros estudios que se realiza sobre dispositivos anti-trombóticos. Debido a ello, en el presente proyecto se han llevado a cabo los primeros pasos necesarios para un posterior análisis del dispositivo más exhaustivo.

En primer lugar se han desarrollado los modelos geométricos, partiendo de los dispositivos reales, de dos configuraciones diferentes del filtro temporal Günther-Tulip. En segundo lugar se ha realizado un análisis de sensibilidad para asegurar la independencia de los resultados respecto de la malla computacional. Por último, usando el código comercial ANSYS CFX se han realizado simulaciones fluido-dinámicas para comprobar si el código usado es idóneo para la realización de estas tareas.

Una vez finalizado el proyecto se pueden extraer las siguientes conclusiones:

Como era de esperar, la presencia del filtro da lugar a una perturbación en el flujo sanguíneo. En ambos filtros las líneas de flujo se ven modificadas por la presencia de éste, siendo estas más acentuadas en el caso del filtro de 12 patas. Gracias a que la geometría del filtro esta formada por curvas suaves estas perturbaciones en las líneas de flujo no son muy grandes. Fundamentalmente se dan en las zonas de curvatura y en la zona del gancho, donde la

geometría presenta curvas más pronunciadas.

La principal consecuencia debido a la presencia del filtro es el efecto que éste causa sobre la pared del vaso. Este efecto es más acentuado en el caso del filtro de 12 patas, ya que debido a la proximidad de las patas secundarias a la pared, en estas zonas también se ve afectado el vaso. La tensión tangencial en la zona de unión de las patas con la vena, en el filtro de 4 patas es de aproximadamente 1,2 Pa mientras que en el filtro de 12 patas es de 1,4 Pa. Además, el filtro de 12 patas da lugar a una tensión tangencial de aproximadamente 0,9 Pa en la zona de las patas secundarias.

En cuanto a la velocidad del flujo, con el filtro de 4 patas se produce un aumento de la velocidad en la entrada de aproximadamente el 33,8 % mientras que con el filtro de 12 patas este aumento es del 34,6 %. Además, en la salida del filtro, al unirse las distintas zonas de velocidad máxima, se produce también un aumento de velocidad para el filtro de 4 patas. A la salida, en este filtro la velocidad ha aumentado un 34,57 %. Por el contrario, analizando la misma sección para el filtro de 12 patas la velocidad ha aumentado un 32 %.

El programa comercial ANSYS CFX ha demostrado ser válido para la realización del cálculo fluido-dinámico del problema.

5.2. Líneas futuras

Trás la realización de este proyecto se puede decir que la investigación sobre los filtros recuperables de vena cava debe continuar mediante la aplicación de mejoras.

Este proyecto se caracteriza por ser uno de los primeros estudios que se llevan a cabo en este campo de investigación. Además, como se ha dicho anteriormente, se ha basado en partir desde cero y realizar unos primeros cálculos fluido-dinámicos sobre el tema.

Una vez llegado a este punto del estudio se debería proseguir realizando un análisis tanto de la interacción fluido-estructura como de sólido. En un estudio previo [37] se simulaban los procesos de colocación y de extracción analizando los diferentes estados tensionales que se producían sobre la vena cava. Por lo que una de las posibles líneas futuras consistiría en simular la apertura del filtro en el interior del vaso y estudiar el choque de las patas del

dispositivo contra la pared de la vena cava.

Además, todo esto corresponden a modelos teóricos, por lo que otra de las posibles líneas de investigación consistiría en realizar un análisis CFD de ambos dispositivos en el interior de venas cava reales. Para ello se necesitaría disponer de datos clínicos de pacientes específicos para poder modelar diferentes geometrías de venas cava.

Bibliografía

- [1] Tromboembolismo pulmonar:
<http://www.fisterra.com/guias2/tep.asp>
- [2] Artículo trombosis venosa profunda:
<http://www.fisterra.com/guias2/tvp.asp>
- [3] Ryo Torii, Nigel B. Wood, Nearchos Hadjiloizou, Andrew W. Dowsey, Andrew R. Wright, Alun D. Hughes, Justin Davies, Darrel P. Francis, Jamil Mayet, Guang-Zhong Yang, Simon A. McG. Thom, X. Yun Xu. Fluid-structure interaction analysis of a patient-specific right coronary artery with physiological velocity and pressure waveforms. 2009.
- [4] Anil K. Joshi, Richard L. Leask, Jerry G. Myers, Matadial Ojha, Jagdish Butany, C. Ross Ethier. Arteriosclerosis, thrombosis, and vascular biology. 2004.
- [5] Velocidad del flujo sanguíneo en la vena cava:
<http://www.rccc.eu/ppc/eco2/ecoflujos.htm>
- [6] T. N. Swaminathan, Howard H. Hu, Aalpen A. Patel. Numerical Analysis of the Hemodynamics and Embolus Capture of a Greenfield Vena Cava Filter. 2006.
- [7] Herbert Oertel. Prandtl's Essentials of Fluid Mechanics. Springer. 2004
- [8] Young T, Tang H, Aukes J, Hughes R. Filtros en la vena cava para la prevención de la embolia pulmonar. 2008.
- [9] Interrupción de la vena cava:
<http://www.iqb.es/cardio/trombosis/tratamientos/cava02.htm>
- [10] Miguel Ángel de Gregorio, Alicia Laborda, María Teresa Higuera, Fernando Lostale, Javier Gómez-Arrue, Carolina Serrano, Miguel Angel Martínez y Américo Vilorio. ¿Cuál es el tiempo límite para retirar un filtro

de vena cava? Filtros opcionales de vena cava inferior: recuperación 90 días después de su implantación. Modelo ovino. 2007.

- [11] Los primeros filtros:
http://www.drscope.com/pac/cardiologia/c1/c1_pag58.htm
- [12] Rocío Sánchez C, Alejandro Murúa A, Carlos Fonfach Z, Cristián Jara D, Sebastián Soto G. Interrupción percutánea de vena cava inferior. 2008
- [13] Barbara M. Johnston, Peter R. Johnston, Stuart Corney, David Kilpatrick. Non-Newtonian blood flow in human right coronary arteries: steady state simulations. 2004.
- [14] Sangho Kim. A Study of Non-Newtonian Viscosity and Yield Stress of Blood in a Scanning Capillary-Tube Rheometer. Tesis doctoral, 2002.
- [15] Shewaferaw S. Shibeshi, William E. Collins. The Rheology of Blood Flow in a Branched Arterial System. 2006.
- [16] Enfermedades cardiovasculares:
http://www.msd.es/publicaciones/mmerck_hogar/seccion_03/seccion_03_030.html
- [17] Trombosis venosa profunda:
<http://www.nlm.nih.gov/medlineplus/spanish/ency/article/000156.htm>
- [18] Intervenciones-Filtros de vena cava:
http://www.drgarciamonaco.com.ar/filtros_venacava.php
- [19] Anatomía del sistema cardiovascular:
www.laenfermeria.es/apuntes/otros/anatomia/cardiovascular.doc
- [20] Conceptos básicos del sistema cardiovascular:
<http://www.anatomiahumana.ucv.cl/efi/modulo24.html>
- [21] Aparato circulatorio:
<http://www.centros6.pntic.mec.es/cea.pablo.guzman/cc.../aparatocirculatorio.ppt>
- [22] Colocación y extracción de un filtro de vena cava:
<http://www.radiologyinfo.org/sp/info.cfm?pg=venacavafilter>
- [23] La sangre, componentes y enfermedades:
<http://www.mailxmail.com/curso-sangre-componentes-enfermedades>

- [24] El sistema circulatorio como sistema de tubos:
<http://fluidos.eia.edu.co/hidraulica/articulos/flujoentuberias/circulatorio/circulatorio.html>
- [25] La sangre como flujo pulsátil:
http://mazinger.sisib.uchile.cl/repositorio/lb/ciencias_quimicas_y_farmaceuticas/steinera/parte04/02e.html
- [26] Conceptos básicos del aparato circulatorio:
<http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~29701428/salud/circu.htm>
- [27] Distensibilidad vasos sanguíneos:
<http://es.scribd.com/doc/35698689/Distensibilidad-vascular-y-funciones-de-los-sistemas-arterial-y-venoso>
- [28] Silvia Giménez de Urtasun, Estudio paramétrico con interacción fluidoestructura de la bifurcación de la arteria coronaria izquierda. Proyecto fin de carrera, 2010.
- [29] Manuel M.Sanchez Nieto. Mecánica de fluidos general. Ed, Universidad Politécnica de Cartagena. Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial, 2007.
- [30] ANSYS CFX INTRODUCTION. User Manual
- [31] ANSYS CFX-Solver Theory Guide. User Manual
- [32] J.H.Ferziger, M.Peric. Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer, 2002.
- [33] O.C.Zienkiewicz, R.L.Taylor. El método de los elementos finitos. Volumen 1: Formulación básica y problemas lineales. McGraw-Hill, 1994.
- [34] Juan Tomás Celigueta Lizarza. Método de los Elementos Finitos para Análisis Estructural. Ed: UNICOPIA.C.B, 2008.
- [35] ANSYS ICEM CFD/AI Environment 10.0 User Manual.
- [36] José Luis Ríos Reina, Carlos Alberto Vargas González. Filtros en vena cava inferior. ACTA MÉDICA GRUPO ÁNGELES. Volumen 4, No. 2, abril-junio 2006.
- [37] Santiago Lerga Martínez. Simulación numérica del comportamiento de dispositivos intravasculares antitrombos para vena cava. Proyecto fin de carrera, 2009.

Apéndices

Apéndice A

Bases biológicas

A.1. Introducción

Inicialmente, en la década de los años 1930-1940, el tratamiento de la TEP consistía en la interrupción del flujo sanguíneo en la vena cava inferior mediante la ligadura de este vaso. Este método se usó en paralelo con la terapia mediante heparinas, la cual se empezó a utilizar en 1935. El principal inconveniente de este procedimiento era su alta incidencia de edema en las extremidades inferiores. Además presentaba un riesgo de mortalidad operatoria del 14 % y ocurría embolia pulmonar todavía en un 6 % (debido al desarrollo de una gran circulación colateral) con embolia mortal en un 2 % [8].

En la década de los años 60 aparecen varios métodos para llevar a cabo la interrupción parcial del flujo sanguíneo en la vena cava inferior. Estos métodos pretendían atrapar los émbolos sin llegar a bloquear el flujo sanguíneo dentro del vaso. Estos procedimientos incluían la sutura parcial y la colocación de clips externos. Con estos métodos se logró disminuir la mortalidad y la incidencia del TEP recurrente, sin embargo, se producían lesiones y como consecuencia obstrucción venosa en el 30, 40 % de los pacientes. Además su colocación requería la realización de una laparotomía, procedimiento de alto riesgo [36].

A finales de los años 60 aparece el filtro de Mobin-Uddin. Este dispositivo en forma de paraguas venía a reemplazar los procedimientos quirúrgicos citados anteriormente mediante la obstrucción parcial del vaso, evitando así el paso del émbolo hacia el pulmón y permitiendo el paso del flujo sanguíneo a través de él. Algunos de los problemas que presentó este filtro es tanto la obstrucción de la vena cava inferior como el desplazamiento proximal de este

produciendo la muerte del paciente. Debido a estas complicaciones graves se retiraron del mercado aunque marcaron un precedente para definir las características de un filtro ideal.

En 1972 el filtro de Greenfield fue introducido en el mercado. El material utilizado en estos primeros filtros fue acero inoxidable y estos ya tenían forma de cono y pequeños ganchos en las patas que permitían fijar el filtro a la pared del vaso. El principal inconveniente era su inserción, esta se realizaba mediante venotomía. En 1984 se describió una técnica que permitía la colocación percutánea del filtro Greenfield y no por venotomía. La ventaja de la colocación percutánea permitió reducir los costes, mejorar la facilidad en su colocación y aumentar la comodidad y aceptación por el paciente. A pesar de haberse mejorado la técnica de inserción del filtro, otro de los inconvenientes era el material. Al estar hechos de acero inoxidable era necesario para su colocación un dilatador venoso de gran tamaño. Esta situación se resolvió al introducir el filtro de Greenfield de titanio [18].

Posteriormente han ido surgiendo diversos tipos de filtro aunque es el filtro Greenfield, junto con el de nido de pájaro los más usados.

Las características que debería disponer un filtro ideal son las siguientes:

- Tener la capacidad de atrapar émbolos con la mínima interrupción del flujo.
- No ser trombogénico, ser biocompatible y mantener sus características a lo largo del tiempo.
- Ser del calibre adecuado al diámetro de la vena cava inferior.
- Ser de colocación sencilla y de fácil recuperación.
- Fijación segura a la vena cava sin dañar el tejido.
- No ser ferromagnético.
- Bajo coste.

A.2. Los primeros filtros de vena cava

La sombrilla de Mobin-Uddin fue el primer filtro que salió al mercado (Ver figura A.1). Se fabricó en dos tamaños, de 23 mm y de 28 mm. Inicialmente tenía una mortalidad y una recurrencia de la TEP de un 0,8% y de un 3% respectivamente. Sin embargo, posteriormente, se dieron recurrencias globales de la TEP entre un 9% y un 12% y obstrucciones de la vena cava inferior con un 53–65%. Pero la complicación de mayor importancia de este filtro era el desplazamiento proximal, el cual ocasionaba la muerte del paciente. Por todo esto el filtro se acabó retirando del mercado aunque marcó las bases para definir las características de los filtros posteriores [18].



Figura A.1: Filtro de Mobin-Uddin

Poco después apareció el filtro Greenfield (Ver figura A.2). La geometría de este filtro consiste en 6 patas de diámetro 0.45 mm conectadas a una cabeza y equidistantes entre si. La separación entre las patas da lugar a un espacio en el centro de 2 mm y de 6 mm en la base. Esto le permite atrapar coágulos de hasta 3 mm. La longitud de cada una de las patas es aproximadamente de 5 cm y cada una de ellas tiene un característico diseño en zigzag. El final de cada una de las patas es en forma de pequeño gancho, lo cual permite enganchar el filtro a la pared de la vena. La cabeza del filtro ha ido cambiando con los años. Hoy en día existen dos tipos de filtro, el stainless steel Greenfield filter (SSGF) y el Titanium Greenfield filter (TGF). El primero dispone de un pequeño agujero en el centro de la cabeza mientras que el segundo no dispone del cable de guiado ni del agujero [6].

Con este filtro se consiguió una baja mortalidad operatoria (0,2%) mientras que la tasa de embolismo recurrente siguió siendo similar a la del filtro

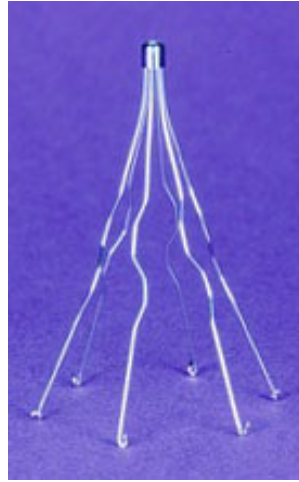


Figura A.2: Filtro de Greenfield

Mobin-Uddin. La principal ventaja del filtro Greenfield es que mantiene la permeabilidad de la vena cava inferior evitando así el desarrollo de venas colaterales que puenteen el dispositivo [37].

A parte del filtro Greenfield se han ido desarrollando diferentes tipos de filtros, la utilización de uno u otro depende del método de inserción y de las características del paciente.

A.3. Tipos de filtros

Como se ha dicho anteriormente, existen dos tipos de dispositivos, permanentes y temporales o recuperables. Los filtros temporales han ido sustituyendo poco a poco a los filtros permanentes debido a las complicaciones que estos últimos causan a largo plazo.

Los filtros permanentes son aquellos que una vez desplegados permanecen in situ de por vida. El principal inconveniente que presentan estos filtros es que se recubren de endotelio y con el tiempo se acaban incorporando a la pared del vaso sanguíneo. Además, la presencia definitiva de un cuerpo extraño en la vena cava provoca la trombosis de ésta con una frecuencia entre un 8 y un 32 %, lo cual exigiría el tratamiento mediante anticoagulantes de por vida. Debido a esto, se han ido desarrollando recientemente filtros temporales o recuperables los cuales presentan claros beneficios clínicos [10].

Debido a los avances tecnológicos y a la competitividad comercial han surgido una gran variedad de filtros permanentes tales como el filtro Greenfield, el nido de pájaro o el Simon-Nitinol.

Los filtros temporales son aquellos que pueden retirarse en un determinado intervalo de tiempo, especificado por el fabricante. Tienen una configuración similar a los filtros permanentes y previenen la embolia pulmonar en un corto período de tiempo de forma similar a éstos. La principal diferencia que presentan es que poseen un pequeño gancho que permite capturarlos y extraerlos de forma fácil y segura. Algunos de los filtros temporales son el Günther-Tulip, representado en la figura A.3, y el filtro de Bard.



Figura A.3: Filtro de Günther-Tulip

Para evitar que los filtros temporales migren, al igual que los dispositivos permanentes, poseen unos pequeños ganchos de sujeción que penetran en la pared de la vena cava. Esta agresión producida en el endotelio da lugar a una reacción fibrosa que tiende a englobar las patas del filtro en la propia pared de la vena, lo que dificulta o impide su extracción. Por lo que el principal problema que presentan estos dispositivos es cuál es el período máximo de tiempo que pueden permanecer en el interior del cuerpo humano para posteriormente ser extraídos sin dificultad y sin ocasionar graves problemas.

Además, hay que asegurar la correcta implantación de este tipo de filtros evitando la angulación y evitando que el garfio superior entre en contacto con la pared del vaso, lo cual dificultaría mucho la recuperación del dispositivo.

La imposibilidad de llevar a cabo la extracción del filtro haría necesaria el uso de anticoagulación de por vida para evitar los riesgos de trombosis de la vena cava.

Hoy en día se ignora cuál es el tiempo ideal de permanencia de un filtro, a demás no se conoce ningún filtro de los comercializados en la actualidad que pueda retirarse tras cualquier período. Para el filtro Günther-Tulip la recomendación inicial de los fabricantes era de un máximo de 14 días, esta recomendación era avalada por trabajos de experimentación tanto en perros como en cerdos. En ellos se observó que la recuperación del filtro resultaba dificultosa más allá de los 14 días aunque esta dificultad podía ser debida al pequeño diámetro de la vena cava de los animales utilizados en el estudio [10].

Por otra parte, se han realizado diversos estudios para establecer el tiempo de recuperación, como el llevado a cabo por Gregorio, Laborda, etc [10], dándose en algunos casos tiempos de recuperación superiores a los 100 días. Aunque aún así, ninguno de estos estudios es concluyente en cuanto al máximo tiempo de recuperación por lo que deberían hacerse más estudios en animales de experimentación para conocer el tiempo máximo de permanencia de los filtros y para establecer la fuerza de rotura de la vena cava en el momento de la recuperación.

También existe un tercer modelo de filtro, éstos quedan conectados a través de un catéter o guía con el exterior y permanecen en la vena cava durante un período breve de tiempo, inferior a 15 días, siendo necesario extraerlos pasado ese tiempo. Estos dispositivos no han logrado una buena aceptación ni un uso masivo debido principalmente a la rápida endotelización que se produce. Esta endotelización precoz podría producir una lesión en la vena cava al extraer el dispositivo o una trombosis extensa de la misma debido al daño endotelial y un TEP secundario. Además, estos dispositivos requieren de un sistema complejo para su extracción.

A.4. Complicaciones

Las complicaciones de los filtros de vena cava inferior son infrecuentes. Las más importantes son la migración del dispositivo, la trombosis en el sitio de punción y la trombosis de la vena cava. La recurrencia de TEP es cercana al 3% y se presenta por lo general durante los primeros meses posteriores al implante del dispositivo [12], [18].

Las complicaciones pueden producirse en tres situaciones:

Durante la inserción:

- Deformación del filtro.
- Fractura del filtro.
- Apertura incorrecta.
- Implante incorrecto.
- Embolia proximal grave.

En el sitio de la punción:

- Hematoma.
- Fistulas arteriovenosas.
- Neumotórax.

Inherentes al filtro:

- Migración.
- Angulación.
- Oclusión completa de la vena cava inferior.
- Lesión endotelial y hemorragia.
- Infección.
- Estenosis de la vena cava.

A.5. La sangre como fluido

El flujo sanguíneo es el volumen de sangre que pasa por un punto determinado de la circulación durante un tiempo fijo. El flujo sanguíneo global en un adulto en reposo es de unos 5 l/minuto. Éste es, además, el denominado gasto cardíaco ya que constituye el volumen de sangre impulsado por cada ventrículo en una unidad de tiempo [24].

El flujo a través de un vaso sanguíneo depende de dos factores, la diferencia de presión entre los dos extremos del vaso, que es la fuerza que empuja la sangre por el mismo y la dificultad de la circulación a través del vaso, conocida como resistencia vascular.

El flujo a través del vaso se puede calcular mediante la ley de Ohm, que indica que el flujo sanguíneo es directamente proporcional a la diferencia de presión e inversamente proporcional a la resistencia (Ecuación A.1). Por lo tanto, para determinar el flujo sanguíneo no es importante conocer el valor total de las presiones, pero es fundamental conocer la diferencia entre éstas ya que será la encargada de empujar el flujo desde el lugar de mayor presión hasta el lugar de menor presión:

$$Q = \frac{\Delta P}{R} \quad (\text{A.1})$$

Siendo ΔP la diferencia de presión entre los dos extremos del vaso, Q el flujo y R la resistencia ofrecida por las paredes del vaso.

La velocidad media de un flujo es inversamente proporcional al área de la sección transversal en el punto considerado y se puede expresar según la ecuación A.2. Por lo tanto, la velocidad media del flujo sanguíneo es elevada en la aorta, aproximadamente de 0,2m/s [13], declina paulatinamente en los vasos menores y es mínima en los capilares.

$$Q = A \cdot v \quad (\text{A.2})$$

Siendo Q el flujo sanguíneo, A el área del vaso sanguíneo y v la velocidad del flujo intravascular.

El flujo de la sangre en los vasos, como el de los líquidos en los tubos rígidos y estrechos, normalmente es laminar. Dentro de un vaso sanguíneo, una capa infinitamente delgada de sangre, en contacto con la pared del vaso,

no se mueve, la siguiente capa hacia adentro tiene una velocidad pequeña, la siguiente una velocidad mayor, etc. hasta que la velocidad es máxima en el centro de la corriente. A este fenómeno se le denomina flujo laminar, en el que las velocidades del flujo serán casi nulas en las capas más cercanas a las paredes de los vasos debido al efecto de la viscosidad, mientras que las capas más alejadas de las paredes alcanzarán una velocidad mayor que el resto de las capas produciendo un perfil parabólico de velocidades como se puede ver en la figura A.4.

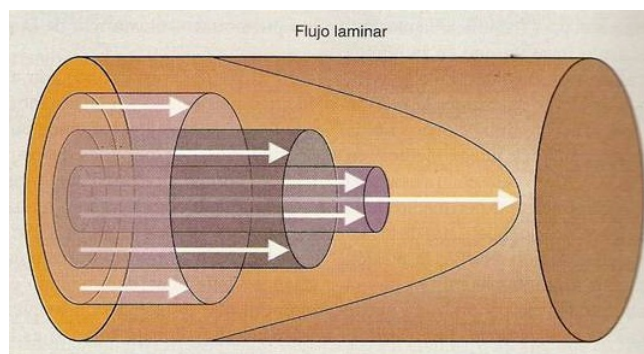


Figura A.4: Régimen laminar

Por el contrario, cuando el flujo supera una determinada velocidad, se considera flujo turbulento, en el que se producen generalmente remolinos denominados corrientes parásitas. Las situaciones en las que se produce el flujo turbulento es cuando la rapidez del flujo sanguíneo es muy intensa, cuando se produce una obstrucción de un vaso, cuando hay un giro brusco o cuando el flujo pasa por encima de una superficie más rugosa. En estas situaciones la sangre circula contra una resistencia mucho mayor que la que existe en régimen laminar ya que los remolinos hacen que aumente la fricción en el interior del vaso. Este perfil de velocidades se puede ver en la figura A.5.

Para poder determinar si un flujo es laminar o turbulento se utiliza el número de Reynolds. El número de Reynolds compara la fuerzas convectivas con las fuerzas viscosas según la ecuación A.3.

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu} \quad (\text{A.3})$$

Siendo ρ la densidad del flujo sanguíneo, v la velocidad del flujo sanguíneo

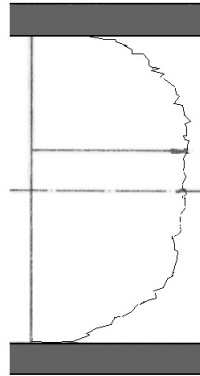


Figura A.5: Régimen turbulento

en el vaso, D el diámetro del vaso y μ la viscosidad del flujo intravascular.

Números de Reynolds altos indican que las fuerzas de inercia son dominantes en el flujo por lo que el flujo se encontrará en régimen turbulento. Por el contrario, para números de Reynolds bajos las fuerzas viscosas serán dominantes por lo que el flujo será laminar. En la aorta y en la arteria pulmonar el número de Reynolds puede elevarse durante la fase de vaciamiento de los ventrículos dando lugar a una intensa turbulencia. Sin embargo, en los vasos pequeños, el número de Reynolds casi nunca llega a tener el valor suficiente para causar turbulencia [24].

Se ha demostrado en numerosos experimentos que la transición de flujo laminar a flujo turbulento tiene lugar para aproximadamente el mismo número de Reynolds. El valor numérico del número de Reynolds crítico en el que ocurre la transición es 2300. Por lo que, para flujos en los que $Re < Re_{critico}$ son flujos laminares y para flujos en los que $Re > Re_{critico}$ son flujos turbulentos [7].

Una primera clasificación de los fluidos es en función de la viscosidad. En ocasiones es útil suponer que el fluido no tiene viscosidad, en estos casos se denomina fluido ideal. Por el contrario, hay flujos en los que la viscosidad es el efecto dominante, a estos se les denomina flujos viscosos.

Como se ha explicado anteriormente, el factor que en mayor medida afecta a la viscosidad de la sangre es la concentración de glóbulos rojos, hematocrito, y muy secundariamente el contenido en proteínas. Como se puede ver en

Figura 11. Relación entre viscosidad sanguínea y hematocrito.

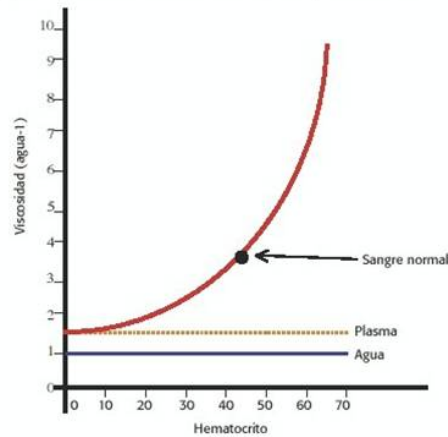


Figura A.6: Relación entre viscosidad y hematocrito

la figura A.6 si aumenta el hematocrito, aumenta la capacidad de transporte de oxígeno pero también aumenta la viscosidad del flujo por lo que disminuye el flujo dando lugar a un aumento de la presión y del gasto cardíaco.

Los fluidos también se pueden clasificar en función de su comportamiento reológico, es decir, de la curva esfuerzo frente a velocidad de deformación. En la figura A.7 se muestran las curvas de esfuerzo frente a velocidad de deformación representativas de varios fluidos tipos. Estos fluidos reciben sus nombres en función de su curva.

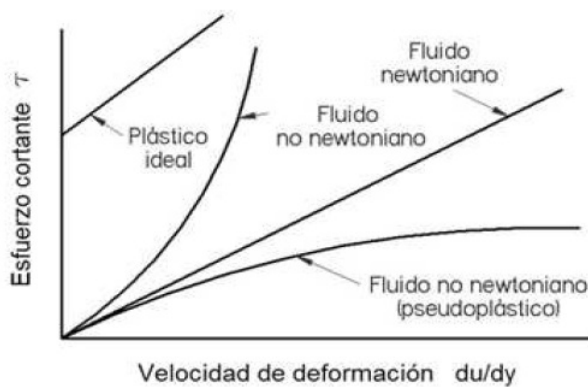


Figura A.7: Reograma: relación entre esfuerzo y velocidad de deformación

Los fluidos newtonianos son aquellos que tienen una relación constante entre el esfuerzo y la velocidad de deformación, sus curvas son por tanto rectas. Además, empiezan a deformarse en cuanto sufren un esfuerzo, por lo que la recta pasa por el origen. La pendiente de la recta es la viscosidad, según la ecuación A.4:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} \quad (\text{A.4})$$

En los fluidos newtonianos la viscosidad puede considerarse constante con el tiempo. Todos los fluidos que no muestran este comportamiento lineal se llaman fluidos no-newtonianos. En los fluidos no-newtonianos la viscosidad varía con la temperatura y con el esfuerzo que se aplica, por lo que éstos no tienen un valor definido de viscosidad.

Los fluidos pseudoplásticos se caracterizan porque el esfuerzo necesario para deformarlos no aumenta proporcionalmente con la velocidad de deformación, sino que aumenta más lentamente. La sangre, al ser una mezcla bifásica, tiene un comportamiento pseudoplástico, mientras que el plasma, al ser mayormente agua, tiene un comportamiento newtoniano.

A.6. Modelización del flujo sanguíneo en vasos

Se van a modelar las ecuaciones que rigen el comportamiento del flujo sanguíneo considerando, según lo expuesto anteriormente, que es un fluido laminar, newtoniano, incompresible y unidireccional. Los principios físicos y las ecuaciones aplicables a la descripción del comportamiento de los líquidos en los tubos rígidos también pueden ser usadas para explicar el comportamiento de la sangre en los vasos [29].

La característica básica de un flujo unidireccional es que el campo de velocidad puede expresarse mediante una sola componente. En este dominio, es uno de los pocos en los que es posible obtener soluciones exactas de las ecuaciones de Navier-Stokes.

Se va a considerar un fluido unidireccional en el eje x , por lo tanto las componentes v y w de la velocidad son nulas. Según esta hipótesis, la ecuación de continuidad se reduce a:

$$\nabla \cdot u = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.5})$$

Las ecuaciones de cantidad de movimiento también se simplifican considerablemente. En la dirección x, la ecuación de cantidad de movimiento es la siguiente:

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ & = F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Introduciendo las condiciones de contorno que implica el flujo unidireccional, la ecuación de cantidad de movimiento en el eje x se puede expresar de la siguiente manera:

$$\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{A.7})$$

Mientras que las ecuaciones de cantidad de movimiento en las restantes direcciones, al ser $v = w = 0$, se reducen a:

$$0 = \frac{\partial p}{\partial y} \quad (\text{A.8})$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (\text{A.9})$$

Las ecuaciones A.8 y A.9 expresan que la presión motriz es constante en las direcciones perpendiculares al flujo cuando se da flujo unidireccional. Además, también se puede observar que el gradiente de p en la dirección del flujo no depende ni de y ni de z. Mientras que de las ecuaciones A.5 y A.7 se deduce que el gradiente de p tampoco depende de x, por lo que al no ser función de ninguna de las coordenadas espaciales, sólo es función del tiempo, lo cual permite calcularlo en cada instante como un simple cociente incremental:

$$P_L(t) = -\frac{dp}{dx} = \frac{p_1 - p_2}{L} \quad (\text{A.10})$$

Donde p_1 y p_2 son las presiones motrices en dos puntos separados una distancia L en la dirección del flujo.

Por lo tanto, el campo de velocidad queda definido mediante una sola ecuación, correspondiente a la conservación de cantidad de movimiento a lo largo del conducto:

$$\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = P_L + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{A.11})$$

Se va a particularizar la ecuación A.11 para el caso de Hagen-Poiseuille, en el que se considera un flujo estacionario en un conducto recto de sección circular en el que existe un gradiente de presión motriz entre los extremos. Al ser un flujo estacionario la ecuación A.11 se reduce a:

$$P_L + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (\text{A.12})$$

Considerando que en un tubo circular el movimiento presentará simetría axial, las variables del flujo solo dependen de la distancia al eje del tubo, R . Para analizar el flujo se van a utilizar coordenadas cilíndrico-polares, siendo x la coordenada axial y r la coordenada radial. La ecuación A.12 de cantidad de movimiento en dirección x y en coordenadas cilíndrico-polares queda:

$$P_L + \frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = 0 \quad (\text{A.13})$$

Que integrando una vez queda:

$$r \frac{du}{dr} = \frac{-P_L}{\mu} \frac{r^2}{2} + C_1$$

La primera condición de contorno a emplear consiste en considerar, que por simetría, la velocidad alcanza su máximo en el eje, es decir, en $r = 0$, por lo que su derivada primera deberá ser nula, $du/dr = 0$. Esto da lugar a que $C_1 = 0$. Integrando de nuevo se obtiene el siguiente perfil de velocidades:

$$u(r) = \frac{-P_L}{2\mu} \frac{r^2}{2} + C_2$$

La segunda condición de contorno implica que en la pared, $r = R$, la velocidad es nula, $u = 0$, por lo que $C_2 = P_L R^2 / 4\mu$. Esto da lugar a que el perfil de velocidades en el conducto sea:

$$u(r) = \frac{P_L}{4\mu} (R^2 - r^2) \quad (\text{A.14})$$

La expresión A.14 recibe el nombre de corriente de Hagen-Poiseuille y se caracteriza por tener un perfil de velocidades parabólico que alcanza su máximo en el centro del tubo ($r = 0$), donde la velocidad vale:

$$u_{max} = \frac{R^2}{4\mu} P_L \quad (\text{A.15})$$

El flujo se puede obtener integrando el perfil de velocidades sobre la sección del tubo:

$$Q = \int_{A_c} \mathbf{u} \mathbf{d}\mathbf{s} = \int_0^R u 2\pi r dr = \frac{\pi P_L R^4}{8\mu} \quad (\text{A.16})$$

Como se observa, el flujo es proporcional al gradiente de presión por unidad de longitud y al radio de la tubería a la cuarta. Además, también puede escribirse como:

$$Q = \frac{P_L}{K} \implies K = \frac{8\mu}{\pi R^4}$$

Siendo K la resistencia del flujo.

La velocidad media en la sección se obtiene dividiendo el flujo por el área:

$$u_{med} = \frac{Q}{A_c} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{P_L R^2}{8\mu} = \frac{u_{max}}{2} \quad (\text{A.17})$$

Estas ecuaciones de Hagen-Poiseuille sólo son válidas para flujo laminar en el interior de una tubería. Cuando la velocidad del fluido aumenta, se observa que no se cumple la ecuación de Hagen-Poiseuille ya que el flujo pasa de estar en régimen laminar a régimen turbulento, por lo que las partículas en lugar de desplazarse en láminas concéntricas, se desplazan formando torbellinos. Esto da lugar a que aumente la resistencia al paso del flujo y a que se modifique la forma de la curva del perfil de velocidad que se aplanan por el frente de avance.

A.7. Modelo reológico para el flujo sanguíneo

La sangre está compuesta de elementos formes, como son los glóbulos rojos, glóbulos blancos y las plaquetas, suspendidos en plasma. La mayor parte de los elementos formes son glóbulos rojos por lo que estos influyen notablemente en las características del flujo sanguíneo. Debido a esto, la sangre no se comporta como un fluido newtoniano, sino que se comporta como un fluido pseudoplástico en el que la viscosidad aumenta conforme disminuye la velocidad de deformación.

Conforme aumenta la viscosidad se generan mayores fuerzas de fricción entre las partículas. Estas dan lugar a que aparezcan tensiones tangenciales en el vaso sanguíneo. Se define la tasa de corte o gradiente de deformación $\dot{\gamma}$ como la tasa de cambio de deformación y la relación entre la tensión tangencial y el gradiente de deformación es la viscosidad.

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} \quad (\text{A.18})$$

Existen muchas ecuaciones empíricas para definir las propiedades de la viscosidad de la sangre. En general, estos modelos se pueden dividir entre modelos newtonianos y modelos no-newtonianos. Entre los modelos no-newtonianos existen diferentes variantes, como pueden ser la Ley de la Potencia, el modelo de Casson y el modelo de Carreau, estos son los más usados y proporcionan un valor variable de viscosidad.

Para un fluido newtoniano se cumple la siguiente expresión:

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} \quad (\text{A.19})$$

Los tres principales factores que influyen en las propiedades de la viscosidad de la sangre son el plasma, el hematocrito y la agregación de los glóbulos rojos. Los dos últimos contribuyen fundamentalmente al comportamiento no-newtoniano de la sangre.

El plasma es el líquido en el que se encuentran suspendidos los elementos formes que constituyen la sangre. Está compuesto mayoritariamente por agua, por lo que su comportamiento es claramente newtoniano. Su comportamiento afecta a la viscosidad de la sangre principalmente para elevadas tasas de corte. En la figura A.8 se puede ver el comportamiento newtoniano

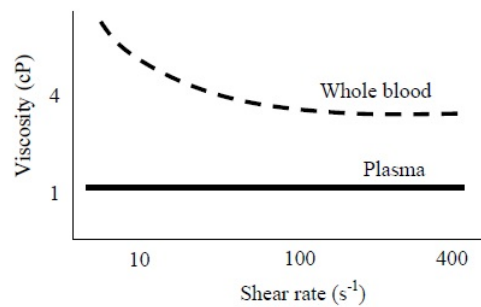


Figura A.8: Comparación entre el comportamiento newtoniano del plasma y el no-newtoniano de la sangre

del plasma frente al comportamiento pseudoplástico de la sangre.

El hematocrito, como se ha dicho anteriormente, constituye el porcentaje de volumen ocupado por los glóbulos rojos. Estos son los elementos formes mayoritarios que forman parte de la sangre, por lo que este indicador es el que más influye en la viscosidad del flujo sanguíneo.

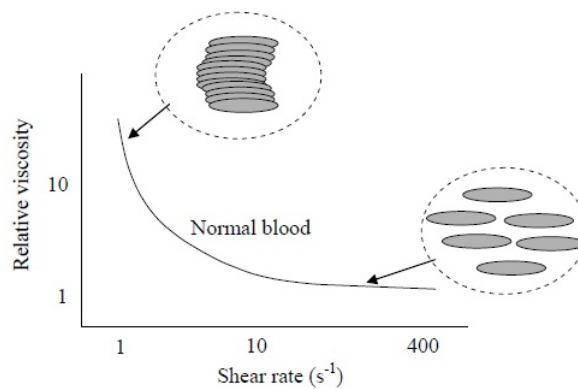


Figura A.9: Relación entre la viscosidad y la formación de agregados

La agregación de los glóbulos rojos es el principal factor que da lugar al comportamiento pseudoplástico de la sangre. Debido a que los glóbulos rojos carecen de núcleo, cuando se encuentran juntos y a bajas tasas de corte, estos se agregan formando rouleaux. En la figura A.9 se muestra la relación entre

la viscosidad de la sangre y la formación de agregados.

La formación de agregados aumenta para tasas de corte bajas. Los agregados distorsionan el flujo sanguíneo haciendo que sea necesario un mayor consumo de energía, es decir, aumentando la viscosidad de la sangre. Conforme aumenta la tasa de corte, los agregados tienden a romperse dando lugar a una mayor fluidez del flujo sanguíneo, es decir, a una disminución de la viscosidad. Para tasas de corte entre $0,01$ y 100 s^{-1} , la sangre se comporta como un líquido pseudoplástico, es decir, su viscosidad aumenta a medida que aumenta la tensión tangencial. Para tasas de corte superiores a 100 s^{-1} la viscosidad de la sangre alcanza un valor constante de aproximadamente $0,035 \text{ Pa}$, por lo que se comporta como un fluido newtoniano.

A continuación se van a explicar los tres modelos que describen el comportamiento no-newtoniano más usados: [13], [14], [15]

- Ley de la Potencia:

Es uno de los modelos más ampliamente usados el cual se describe según la siguiente ecuación:

$$\tau = m \cdot \left(\frac{d\gamma}{dt} \right)^n \quad (\text{A.20})$$

Donde m y n son constantes del modelo. La constante m es una medida de la consistencia del fluido, es decir, cuanto mayor es m más viscoso es el fluido. Por el contrario, la constante n es una medida del grado de comportamiento no-newtoniano. Puede tomar valores entre 0 y 1, cuanto más cercana a 0 esté más pronunciado será su comportamiento no-newtoniano. Los valores de estas constantes dependen de la proporción en la que se encuentren los constituyentes de la sangre. Generalmente la constante m adquiere el valor de $0,035 \text{ Pa}$ y n de $0,6$. Además, la viscosidad en el modelo de la ley de potencia puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\mu = m \cdot \left(\frac{d\gamma}{dt} \right)^{n-1} \quad (\text{A.21})$$

Si $n < 1$ el fluido tiene un comportamiento pseudoplástico, mientras que si $n = 1$ el fluido tiene un comportamiento newtoniano y la viscosidad adquiere un valor constante de $0,035 \text{ Pa}$.

- Modelo de Casson:

Este modelo está basado en un modelo de interacción entre la fase líquida y sólida de una suspensión bifásica. Además, experimentalmente se ha demostrado que la sangre requiere de un esfuerzo de corte inicial para empezar a fluir. La ley de la potencia no tiene en cuenta este esfuerzo de corte inicial mientras que el modelo de Casson sí. La viscosidad en el modelo de Casson viene dada por la siguiente ecuación:

$$\mu = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \frac{\sqrt{\eta \cdot \tau_0}}{\sqrt{\dot{\gamma}}} + \eta \quad (\text{A.22})$$

Donde τ_0 es el esfuerzo de corte inicial y η es la constante reológica del modelo de Casson. Ambos valores dependen de los valores de hematocrito y generalmente toman los siguientes valores: $\tau_0 = 0,005 \text{ N}$ y $\eta = 0,0035 \text{ Pa}$.

- Modelo de Carreau:

La viscosidad según el modelo de Carreau viene dada por la siguiente expresión:

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)[1 + (\lambda\dot{\gamma})^2]^{\frac{(n-1)}{2}} \quad (\text{A.23})$$

Siendo μ_0 y μ_∞ los valores límites de viscosidad, λ la constante de tiempo de relajación y n el coeficiente de la ley de potencia. Generalmente los valores usados son los siguientes: $\lambda = 3,313 \text{ s}$, $n = 0,3568$, $\mu_0 = 0,56 \text{ Pa}$ y $\mu_\infty = 0,035 \text{ Pa}$.

Este modelo tiende al modelo newtoniano para tasas de corte elevado pero siempre por encima del valor aceptado de 100 s^{-1} . Además, es el que mejor reproduce los datos experimentales.

Apéndice B

Ecuaciones fundamentales de la dinámica de fluidos

B.1. Ecuaciones fundamentales

El análisis del flujo se puede llevar a cabo mediante ecuaciones fundamentales, basadas principalmente en la conservación de masa, los momentos y la energía. A partir de estas ecuaciones surgen las ecuaciones de Navier-Stokes, también llamadas ecuaciones generales de la Mecánica de Fluidos, las cuales serán explicadas más adelante [7], [28], [29].

B.1.1. Ecuación de conservación de la masa

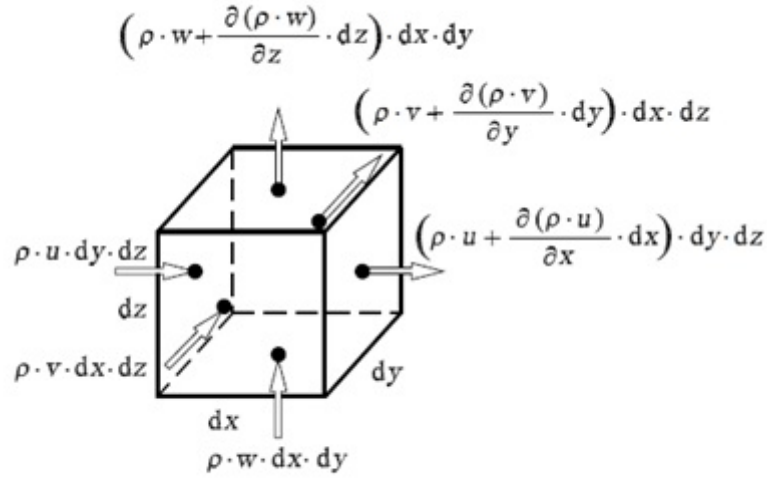
El principio de conservación de la masa consiste en que la masa total de un sistema cerrado, el cual no intercambia masa con su entorno ni contiene fuentes ni sumideros, permanece constante con el tiempo, es decir:

$$\frac{dM}{dt} = 0$$

La ecuación de conservación se puede formular como:

$$\begin{aligned} & \textit{Variación de masa en un volumen fluido} \\ & = \sum \textit{flujos másicos entrantes al volumen fluido} \\ & - \sum \textit{flujos másicos salientes del volumen fluido} \end{aligned}$$

La figura B.1 muestra un elemento diferencial de volumen dV , cuyos lados son dx , dy , dz . El flujo másico entrante por el lado izquierdo (ρu) cambia de posición desde x hasta $x + dx$ produciendo una variación en el flujo másico de valor $\partial(\rho u) \cdot dx$.

Figura B.1: Flujo másico en un elemento diferencial de volumen dV

Por lo que el flujo másico saliente del elemento diferencial de volumen en el eje x a través de la superficie $dy dz$ es:

$$\left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right) dy dz \quad (\text{B.1})$$

En las restantes direcciones se obtienen expresiones análogas tomando como superficies $dx dz$ para el eje y , $dx dy$ para el eje z .

Según la ecuación de conservación, la variación de masa en un volumen fluido corresponde a la diferencia entre el flujo másico entrante y el flujo másico saliente, por lo que formulando este principio y según la ecuación B.1, la cual representa el flujo másico saliente, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz = & \\ & (\rho u - (\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx)) dy dz + \\ & (\rho v - (\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dy)) dx dz + \\ & (\rho w - (\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dz)) dx dy \end{aligned}$$

Lo que conduce a la ecuación de conservación de la masa o ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (\text{B.2})$$

Que en forma diferencial queda:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{B.3})$$

Para un fluido incompresible, cuya densidad es constante, la ecuación de conservación se simplifica a:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \implies \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (\text{B.4})$$

Siendo ∇ el operador nabla:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)^T$$

B.1.2. Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

Se va a analizar esta situación como en el caso anterior, partiendo de un elemento diferencial de volumen y estudiando la variación de momento que se produce en su interior. El momento es el producto de la masa por la velocidad. El momento del fluido que se encuentra en el interior del elemento diferencial de volumen es $\rho dx dy dz \mathbf{v}$ y su variación se puede escribir como:

$$\frac{\partial(\rho dx dy dz \mathbf{v})}{\partial t} = \frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} dx dy dz$$

Inicialmente se va a restringir el estudio al eje x , en el cual, el flujo de momento que entra a través de la superficie $dy dz$ es:

$$(\rho u) u dy dz = \rho u u dy dz$$

El valor $\rho u u$ cambia su valor a lo largo de la dirección x , por lo que el flujo de momento que sale del elemento de volumen a través de la superficie derecha $dy dz$ es:

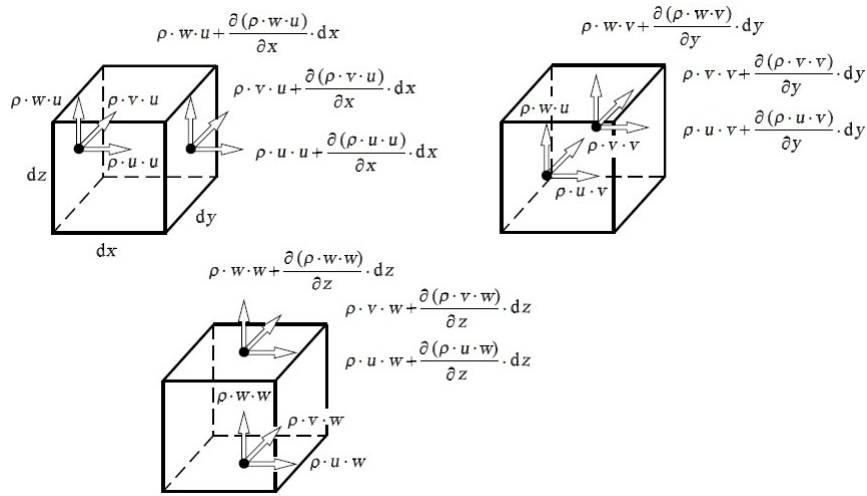


Figura B.2: Flujos de momentos en un elemento diferencial de volumen dV

$$\left(\rho u u + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} dx \right) dy dz$$

En las restantes direcciones se obtienen expresiones análogas tomando como superficies $dx dz$ para el eje y , $dx dy$ para el eje z y tomando las componentes de velocidad adecuadas, v y z respectivamente. En la figura B.2 se pueden observar los tres flujos de momentos que se obtienen en cada una de las superficies del elemento diferencial de volumen.

En este caso, los flujos de momento que entran o salen del elemento diferencial de volumen no son las únicas causas que ocasionan la variación de momento en el interior del elemento diferencial. Considerando que la resultante de las fuerzas aplicadas en cada porción de fluido no es nula y según la segunda Ley de Newton podemos obtener lo siguiente:

$$\sum_i \mathbf{F}_i = \frac{d}{dt} \int_{x=V} \rho \mathbf{v} dV$$

Siendo \mathbf{F}_i las fuerzas que pueden actuar sobre un sistema fluido. Estas fuerzas pueden ser fuerzas de volumen o fuerzas de superficie, es decir:

$$\sum_i \mathbf{F}_i = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_v$$

En primer lugar se estudian las fuerzas de superficie. Dichas fuerzas son ejercidas por la materia que está en contacto directo con la superficie considerada. La fuerza de superficie total que actúa sobre un volumen de fluido V limitado por una superficie cerrada S se obtiene como la suma de todas las fuerzas diferenciales que actúan sobre todos los elementos de área que envuelven el fluido.

$$\mathbf{F}_S = \int_S d\mathbf{F}_S$$

La fuerza elemental se calcula como el producto de la fuerza por unidad de superficie \mathbf{f}_s por el área ds sobre la cual actúa. En el caso más general, la fuerza por unidad de superficie depende del punto del fluido, del tiempo y de la dirección de la normal \mathbf{n} de la superficie, es decir, de la orientación que tenga el elemento diferencial de área.

$$d\mathbf{F}_S = \mathbf{f}_s \cdot ds$$

Mediante la figura B.3 se van a calcular las fuerzas por unidad de superficie que actúan sobre un volumen fluido. Estas fuerzas se pueden desglosar

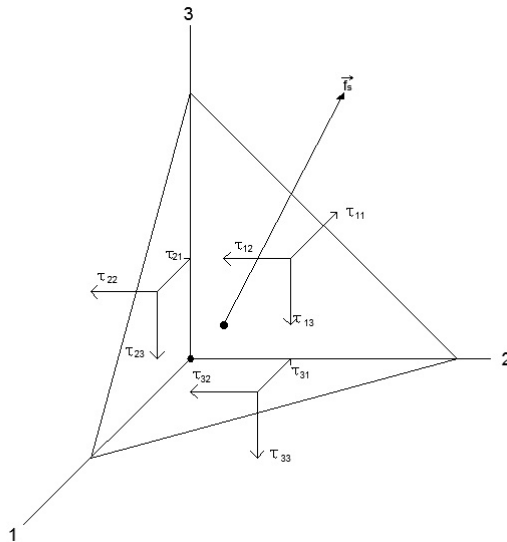


Figura B.3: Fuerzas sobre un tetraedro diferencial de fluido aislado de su entorno

en tres ecuaciones escalares teniendo en cuenta que la fuerza sobre cada cara proyectada puede expresarse como la suma de los esfuerzos elementales según las direcciones de referencia, es decir:

$$\mathbf{f}_S(\mathbf{n}_i) = \tau_{i1} \mathbf{n}_1 + \tau_{i2} \mathbf{n}_2 + \tau_{i3} \mathbf{n}_3$$

Siendo el primer subíndice la dirección normal a la superficie de apoyo y el segundo subíndice la dirección del esfuerzo considerado.

El sistema de ecuaciones escalares se puede escribir en notación vectorial de la siguiente forma:

$$\mathbf{f}_S = \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} \quad (\text{B.5})$$

Donde $\boldsymbol{\tau}$ es un tensor de segundo orden denominado tensor de esfuerzos y dado por:

$$\begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Las componentes de la diagonal principal representan fuerzas de tracción o compresión, en función de su signo. El resto de componentes representan esfuerzos cortantes. Además, el tensor de esfuerzos es simétrico por lo que $\tau_{ij} = \tau_{ji}$.

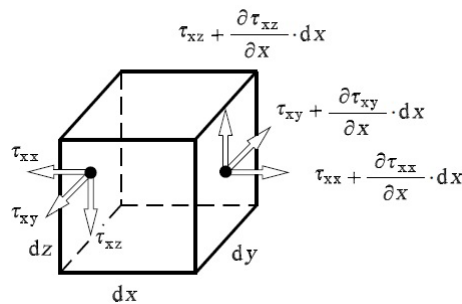


Figura B.4: Tensiones normales y tangenciales en un elemento diferencial de volumen dV

Al igual que ocurre con el flujo de momento, las tensiones cambian su valor a lo largo de cada una de las direcciones como se puede observar en la figura B.4.

En cuanto a las fuerzas de volumen, la fuerza de gravedad es la más importante, aunque también se encuentran entre ellas las fuerzas eléctricas y las fuerzas magnéticas, entre otras. La fuerza de volumen total que actúa sobre un volumen de fluido V limitado por una superficie cerrada S se obtiene como suma de todas las fuerzas elementales que actúan sobre todas las partículas fluidas según la expresión:

$$\mathbf{F}_V = \int_V d\mathbf{F}_V$$

En general se puede decir que:

Variación de momento en un volumen fluido

$$\begin{aligned} &= \sum \text{flujos momento entrantes al volumen fluido} \\ &- \sum \text{flujos momento salientes del volumen fluido} \\ &+ \sum \text{tensiones normales y tangenciales sobre el elemento de volumen} \\ &+ \sum \text{fuerzas de volumen sobre la masa del elemento de volumen} \end{aligned}$$

Por lo que formulando queda:

Eje x:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = & \left(\rho \cdot u \cdot u - \left(\rho \cdot u \cdot u + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot u)}{\partial x} \cdot dx \right) \right) \cdot dy \cdot dz \\ & + \left(\rho \cdot u \cdot v - \left(\rho \cdot u \cdot v + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot v)}{\partial y} \cdot dy \right) \right) \cdot dx \cdot dz \\ & + \left(\rho \cdot u \cdot w - \left(\rho \cdot u \cdot w + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot w)}{\partial z} \cdot dz \right) \right) \cdot dx \cdot dy \\ & + F_x \cdot dx \cdot dy \cdot dz \\ & + \left(-\tau_{xx} + \left(\tau_{xx} + \frac{\partial(\tau_{xx})}{\partial x} \cdot dx \right) \right) \cdot dy \cdot dz \\ & + \left(-\tau_{yx} + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial(\tau_{yx})}{\partial y} \cdot dy \right) \right) \cdot dx \cdot dz \\ & + \left(-\tau_{zx} + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial(\tau_{zx})}{\partial z} \cdot dz \right) \right) \cdot dx \cdot dy \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Simplificando la ecuación B.7 queda:

Eje x:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot w)}{\partial z} \\ = F_x + \frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

En el resto de los ejes se obtienen expresiones similares:

Eje y:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot v \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot v \cdot w)}{\partial z} \\ = F_y + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Eje z:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot w \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot w \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w \cdot w)}{\partial z} \\ = F_z + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Las ecuaciones B.8, B.9, B.10 son las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento.

En forma diferencial se pueden expresar del siguiente modo:

$$\nabla \cdot \tau + \mathbf{F}_v = \frac{\partial(\rho \cdot \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \mathbf{v}\mathbf{v}) \quad (\text{B.11})$$

B.2. Ecuaciones de Navier-Stokes

Como se ha dicho anteriormente, las ecuaciones de Navier-Stokes están constituidas por el conjunto de leyes de conservación de las magnitudes fluidas y todas las relaciones constitutivas necesarias para cerrar el problema.

Dichas ecuaciones forman un sistema cerrado que permite determinar los valores de todas las magnitudes fluidas.

Se van a obtener estas ecuaciones partiendo de la ley de conservación de la cantidad de movimiento a la cual se le va a añadir el efecto de la viscosidad del fluido [7], [29]. El efecto de la viscosidad queda presente en el tensor de esfuerzos por lo que inicialmente se va a analizar la variación del tensor de esfuerzos debido a los efectos de la viscosidad.

Un fluido no admite esfuerzos cortantes sin deformarse continuamente por lo que la deformación continua implica movimiento. De esto se deduce que si un fluido esta en reposo no puede haber esfuerzos cortantes, por lo que los términos del tensor de esfuerzos que se encuentran fuera de la diagonal principal serán nulos $\tau_{ij} = 0$ si $i \neq j$. Además, por convención, en la mayor parte de los casos un fluido estático soporta esfuerzos de compresión, por lo que se suele escribir:

$$\tau_{ij} = -p \cdot \delta_{ij} \quad (\text{B.12})$$

Siendo δ_{ij} el tensor delta de Kronecker cuyo valor es uno cuando los subíndices son iguales y cero cuando son distintos. En notación matricial el tensor delta de Kronecker coincide con la matriz unitaria. Escribiendo el tensor completo queda:

$$\begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix} \quad (\text{B.13})$$

Además, la presión se puede escribir como la media de los tres esfuerzos normales con signo negativo, el cual indica que la presión actúa en el sentido opuesto a la tensión normal:

$$p = -\frac{\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz}}{3} \quad (\text{B.14})$$

En cambio, en un fluido en movimiento sí que aparecen esfuerzos cortantes de manera que el tensor de esfuerzos puede tener sus 6 componentes distintas de cero. Por simplicidad, el tensor de esfuerzos dinámico se construye a partir del término estático, debido a la presión, sumándole un término dinámico τ' denominado tensor de esfuerzos viscosos, el cual representa la contribución debida al movimiento del fluido, es decir:

$$\tau = -p \cdot \mathbf{I} + \tau' \quad (\text{B.15})$$

Las tensiones normales τ_{xx}, τ_{yy} y τ_{zz} pueden dividirse en dos partes, la parte debida a la presión y la contribución debida a la fricción del fluido σ_{xx}, σ_{yy} y σ_{zz} :

$$\tau_{xx} = \sigma_{xx} - p \quad \tau_{yy} = \sigma_{yy} - p \quad \tau_{zz} = \sigma_{zz} - p \quad (\text{B.16})$$

Insertando la ecuación B.16 en las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento, B.8, B.9, B.10 se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot w)}{\partial z} \\ = F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot v \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot v \cdot w)}{\partial z} \\ = F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot w \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot w \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w^2)}{\partial z} \\ = F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

Además, los fluidos, como consecuencia de las débiles interacciones entre sus partículas presentan un comportamiento especial ante esfuerzos tangenciales. En los fluidos las fuerzas internas se reducen a la fricción, cuya acción es disipadora de energía. Ante una fuerza de cizalla impuesta externamente las partículas fluidas se ponen en movimiento unas respecto a otras generándose una fricción creciente con la velocidad de deformación hasta igualar a la tensión cortante externa. La relación entre la tensión cortante y la velocidad de deformación para un fluido Newtoniano viene dada por la *Ley de Viscosidad de Newton*.

$$\tau_{ik} = \mu \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \quad (\text{B.20})$$

Siendo μ la constante de proporcionalidad. Dicha constante es una propiedad física exclusiva de los fluidos que recibe el nombre de viscosidad dinámica.

Además, para un fluido Newtoniano también se cumple:

$$\sigma_{xx} = 2 \cdot \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{B.21})$$

$$\sigma_{yy} = 2 \cdot \mu \cdot \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{B.22})$$

$$\sigma_{zz} = 2 \cdot \mu \cdot \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (\text{B.23})$$

Introduciendo las ecuaciones B.20, B.21, B.22, B.23, junto con la condición de simetría, en las ecuaciones obtenidas a partir de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento B.17, B.18, B.19 se obtienen las ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot w)}{\partial z} \\ & = F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \cdot \left(2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \\ \\ & \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot v \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot v \cdot w)}{\partial z} \\ & = F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \cdot \left(2 \cdot \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \\ \\ & \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot w \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot w \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w^2)}{\partial z} \\ & = F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \cdot \left(2 \cdot \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Para un fluido incompresible, como se ha dicho anteriormente, se cumple la ecuación B.4, $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, la cual simplifica las ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\begin{aligned}
& \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(v \cdot u)}{\partial y} + \frac{\partial(w \cdot u)}{\partial z} \right) \\
& \quad = F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} [2 \cdot \mu \frac{\partial u}{\partial x}] \\
& \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \\
& \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(u \cdot v)}{\partial x} + \frac{\partial(v \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(w \cdot v)}{\partial z} \right) \\
& \quad = F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \\
& \quad + \frac{\partial}{\partial y} [2 \cdot \mu \cdot \frac{\partial v}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right]
\end{aligned} \tag{B.25}$$

$$\begin{aligned}
& \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(u \cdot w)}{\partial x} + \frac{\partial(v \cdot w)}{\partial y} + \frac{\partial(w \cdot w)}{\partial z} \right) \\
& \quad = F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \\
& \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} [2 \cdot \mu \frac{\partial w}{\partial z}]
\end{aligned}$$

Para un fluido incompresible y asumiendo que la viscosidad es constante las ecuaciones se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
& \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\
& \quad = F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)
\end{aligned} \tag{B.26}$$

$$\begin{aligned}
& \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\
& \quad = F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)
\end{aligned} \tag{B.27}$$

$$\begin{aligned}
& \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\
& \quad = F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)
\end{aligned} \tag{B.28}$$

Las ecuaciones de Navier-Stokes en forma diferencial quedan:

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = \mathbf{F} - \nabla p + \mu \cdot \Delta \mathbf{v} \quad (\text{B.29})$$

Siendo ∇p el gradiente de p , $(\mathbf{v} \cdot \nabla)$ el producto escalar del vector velocidad y el operador matemático nabla y $\Delta \mathbf{v}$ el operador matemático de Laplace aplicado sobre el vector velocidad.

$$\begin{aligned} \nabla p &= \left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right)^T \\ \mathbf{v} \cdot \nabla &= u \cdot \frac{\partial}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial}{\partial z} \\ \Delta \mathbf{v} &= \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial z^2} \end{aligned}$$

La ecuación de continuidad, B.2, junto con las ecuaciones de Navier-Stokes, B.26, B.27, B.28, forman un sistema diferencial, no lineal de segundo orden con 4 ecuaciones y 4 incógnitas, u, v, w, p . El sistema puede ser resuelto aplicando las condiciones de contorno adecuadas para cada tipo de problema. Si se utiliza un fluido compresible, la densidad pasa a ser una nueva incógnita por lo que es necesario añadir una ecuación adicional que es la ecuación de conservación de la energía.

Apéndice C

Ecuaciones que rigen el proceso de cálculo (MEF)

C.1. Métodos de soluciones numéricas, CFD

El cálculo de las simulaciones se ha realizado mediante CFD (Computational Fluid Dynamics), el cual es una herramienta que permite simular, entre otros, el comportamiento de sistemas fluidos. Esta herramienta trabaja resolviendo las ecuaciones del flujo fluido en la región de estudio bajo unas condiciones de contorno específicas definidas sobre el dominio de trabajo [30].

La CFD es una técnica que puede ser usada en una gran variedad de campos, como puede ser, para el cálculo de ventilación, en procesos de combustión, en procesos de transferencia de calor, para estudios biomédicos, etc.

Como se ha dicho anteriormente, las ecuaciones que describen el comportamiento fluido son las ecuaciones de Navier-Stokes. Estas son ecuaciones diferenciales que no tienen una solución general analítica exceptuando en casos especiales. Para poder obtener una solución numérica es necesario usar métodos de discretización que aproximan las ecuaciones diferenciales por un sistema de ecuaciones algebraicas que pueden ser resueltas por un ordenador [30], [32].

A pesar de las ventajas que estos métodos numéricos ofrecen, hay que tener en cuenta que la solución numérica obtenida es una aproximación de la solución exacta, ya que se han realizado numerosas aproximaciones tanto en las ecuaciones de partida, como en la discretización y generalmente se resuelven usando métodos iterativos.

Las principales limitaciones de este método son las siguientes [32]:

- Las ecuaciones que gobiernan el problema generalmente no tienen solución exacta, por eso se aplican aproximaciones o modelos. Incluso si la ecuación exacta es resoluble, es necesario la utilización de modelos para reducir el coste computacional.

- La exactitud de la solución numérica obtenida dependerá de la calidad de la discretización usada. Los errores de discretización serán menores cuanto mayor sea la precisión en la discretización pero esto da lugar a un aumento tanto en el tiempo como en el coste de cálculo de la solución. Por eso es necesario llegar a un compromiso.

- Por último hay que tener en cuenta que los métodos de resolución directos son muy caros por lo que se suelen usar métodos iterativos. El problema de estos métodos son los errores que ocasionan si la iteración es parada antes de tiempo. Sólo si el proceso de cálculo se mantiene durante un gran período de tiempo se podrá obtener la solución exacta.

Existen diferentes métodos que aproximan las ecuaciones diferenciales por ecuaciones algebraicas aunque los más importantes son el de diferencias finitas, el de volúmenes finitos y el de elementos finitos. Cada uno de estos métodos conduce a la misma solución si la discretización usada es suficientemente fina. El más usado y con el que trabaja ANSYS CFX es el método de volúmenes finitos.

El primer paso para resolver este tipo de problemas consiste en realizar la discretización de la región de estudio. La localización discreta, donde las variables van a ser calculadas, va a ser definida mediante una malla numérica que consiste en la representación de la geometría del dominio donde el problema va a ser resuelto. Esta malla va a dividir el dominio en un número finito de subdominios. Existen programas concretos que permiten la generación de mallas. En este proyecto se ha usado el programa ANSYS ICEM CFD.

Existen diferentes tipos de mallas, como son mallas estructuradas, mallas estructuradas en bloques y mallas no estructuradas. Estas últimas son las más usadas ya que pueden ser generadas automáticamente. Se usan sobretodo para geometrías complejas y para su cálculo mediante elementos o volúmenes finitos. Los elementos o volúmenes de control, en este tipo de mallas, pueden no tener ninguna forma aunque generalmente se usan triángulos

o cuadriláteros en 2D y tetraedros y hexaedros en 3D [32].

La principal ventaja de este tipo de malla es su flexibilidad para adaptarse a la geometría, pero su principal inconveniente es que esta flexibilidad da lugar a una estructura de datos irregular. Debido a esto la matriz de ecuaciones algebraicas no suele tener una estructura regular por lo que es necesario reordenar los puntos antes de proceder al cálculo, por ello los cálculos con este tipo de discretización son más lentos.

Una vez realizada la discretización se debe elegir el tipo de aproximación y por último el criterio de convergencia.

C.2. Discretización mediante elementos finitos

Este tipo de discretización surge partiendo de la idea de dividir un problema complejo en sus componentes individuales o elementos cuyo comportamiento pueda conocerse sin dificultad y a continuación reconstruir el sistema original para estudiarlo a partir de esos componentes individuales.

Cuando se obtiene un modelo mediante un número finito de elementos bien definidos se le llama problema discreto. Por el contrario, cuando la división se da de manera indefinida y se obtienen infinitos elementos, el problema queda expresado mediante ecuaciones diferenciales y se le llama problema continuo. La resolución de los problemas continuos sólo puede llevarse a cabo mediante manipulaciones matemáticas [33].

El método de elementos finitos es un método general para la obtención de soluciones aproximadas para problemas de contorno definidos mediante ecuaciones diferenciales. Consiste en transformar las ecuaciones diferenciales que definen el problema en un conjunto de ecuaciones algebraicas. Se basa en aproximar la función incógnita y en la formulación débil del problema, [33], [34].

Para ello se basa en la división del dominio en un número finito de subdominios denominados elementos mediante los cuales se va a aproximar la solución del problema. Dichos elementos se definen mediante un número discreto de puntos denominados nodos que conectan entre si los elementos. Sobre

estos nodos se van a calcular las incógnitas del problema, que por ejemplo, en el caso de problemas estructurales son los desplazamientos.

La formulación débil en la que se basa el método de elementos finitos consiste en rebajar la derivada de la función incógnita. El planteamiento débil de un caso genérico se resuelve a continuación:

Se tiene la siguiente ecuación diferencial:

$$-u''(x) + u(x) = x \quad 0 < x < 1$$

Con las siguientes condiciones de contorno:

$$u(0) = u(1) = 0$$

Primero se multiplica por una función vectorial arbitraria de ponderación, v y se integra en el dominio del problema:

$$\int_0^1 -u''v dx + \int_0^1 uv dx = \int_0^1 xv dx$$

Integrando por partes el primer término e imponiendo las condiciones de contorno se obtiene:

$$\int_0^1 u'v' dx + \int_0^1 uv dx = \int_0^1 xv dx \quad (\text{C.1})$$

Este es el problema débil, cuya solución es igual que la del problema inicial.

El problema inicial se integra tantas veces como se quiera reducir el orden de la derivada de la función incógnita. Para que el problema débil sea resoluble la función incógnita tiene que ser derivable hasta el orden k y la función arbitraria tiene que tener derivadas continuas hasta el orden k . Además, las condiciones se deben imponer a priori ya que sino no sería posible encontrar una solución.

Una vez que se ha realizado el planteamiento débil del problema se pasa a aplicar el método de elementos finitos, es decir, se aproxima la incógnita mediante la aproximación de Galerkin, es decir, mediante pequeños trozos

de rectas.

La aproximación de Galerkin es la siguiente:

$$u \sim \mathbf{u} = u_1\varphi_1 + u_2\varphi_2 + \dots + u_n\varphi_n = \sum_{i=1}^n u_i\varphi_i \quad (\text{C.2})$$

Siendo φ_i funciones de aproximación que forman una base. El principal problema del método es la definición de esta base de funciones y la búsqueda de las coordenadas u_i de la solución aproximada en ella.

Sustituyendo la aproximación de Galerkin (C.2) en el problema débil (C.1) y considerando n funciones v_j linealmente independientes, se obtiene el siguiente problema discreto:

$$\sum_{i=1}^n u_i \int_0^1 [\varphi'_i v'_j + \varphi_i v_j] dx = \int_0^1 x v_j dx$$

Por lo que resulta un sistema de n ecuaciones con n incógnitas que también se puede expresar de manera matricial:

$$\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{f}$$

Las funciones de aproximación, φ_i , y las funciones de ponderación, v_i , son idénticas y polinómicas. Además, cada función φ_i se considera adscrita a un punto P del dominio y a un grado de libertad.

Cada φ_i toma valor 1 en el nudo y en el grado de libertad al que se adscribe y cero en el resto. Esto hace que los coeficientes u_i pasen a tener sentido físico, ya que van a ser el valor de la función incógnita en dicho nudo y según el grado de libertad correspondiente. Además se puede pasar el proceso de aproximación de la función incógnita a nivel elemental ya que dentro de un elemento las únicas φ_i no nulas son las correspondientes a los nudos de dicho elemento.

Se puede decir que las etapas para realizar un cálculo mediante elementos finitos son las siguientes:

- Discretización adecuada del dominio (número, tamaño, tipo y situación de los elementos).

- Cálculo de propiedades elementales.
- Ensamblaje de vectores y matrices elementales.
- Imposición de las condiciones de contorno.
- Solución del sistema de ecuaciones y obtención de los valores de los grados de libertad en los nudos.
- Cálculo de variables auxiliares.

La principal dificultad del método es decidir qué elemento elegir para cada caso en concreto. En la práctica, los elementos más utilizados son los triángulos CST y LST y los cuadriláteros bilineal y Serendip. En la figura C.1 se puede ver un elemento triangular con una de sus funciones de interpolación y en la figura C.2 se puede ver un elemento cuadrilátero de Serendip [34].

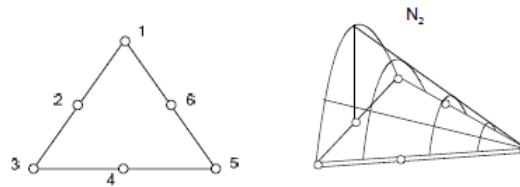


Figura C.1: Triángulo LST y función de interpolación en el nodo 2

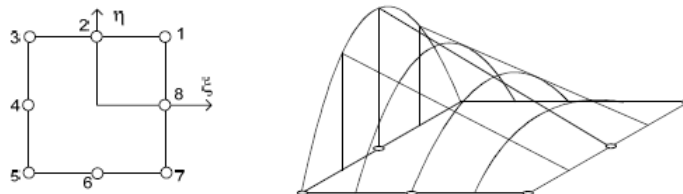


Figura C.2: Cuadrilátero de Serendip y función de interpolación en un nodo central

La elección del tipo de elemento depende de cada caso en particular, los elementos cuadriláteros son preferibles a los triángulos, en el caso de análisis de sólidos, ya que mejoran la convergencia para el mismo número de grados de libertad, sin embargo, son menos flexibles para reproducir contornos complicados [34].

C.3. Discretización mediante volúmenes finitos

Como se ha dicho anteriormente, las ecuaciones de Navier-Stokes, que rigen el comportamiento fluido, sólo tienen solución analítica para fluidos simples bajo condiciones ideales. Si se quiere obtener una solución de estas ecuaciones para un fluido real se deben adoptar aproximaciones numéricas que transformen las ecuaciones diferenciales en un conjunto de ecuaciones algebraicas para posteriormente ser resueltas mediante métodos numéricos.

En este proyecto se ha usado el programa ANSYS CFX para resolver el problema fluido. Este programa utiliza como método numérico una discretización mediante volúmenes finitos. El método de volúmenes finitos se basa en usar la forma integral de las ecuaciones de conservación, en dividir el dominio en un número finito de volúmenes de control y en aplicar las ecuaciones de conservación en cada uno de los volúmenes de control [32].

En el centro de cada volumen de control se encuentra un nodo sobre el que se van a calcular los valores de las variables. Además las integrales de superficie y de volumen van a ser aproximadas dando lugar a una ecuación algebraica por cada volumen de control.

Este método puede ser usado para cualquier tipo de malla, por lo que es apropiado para geometrías complejas.

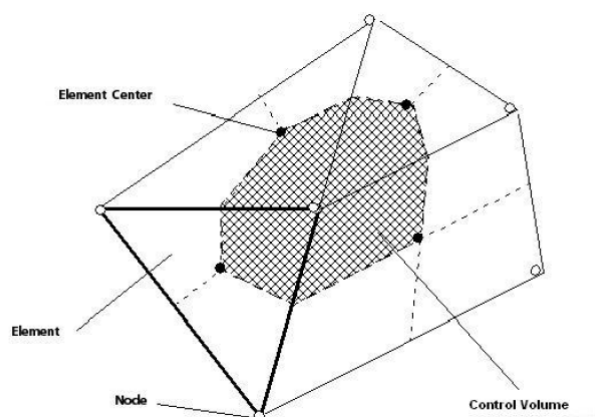


Figura C.3: Definición del volumen de control

La discretización numérica, basada en el método de volúmenes finitos, llevada a cabo por el programa ANSYS CFX se va a explicar a continuación [31].

En primer lugar, una vez que el dominio se ha discretizado mediante una malla tridimensional, esta va a ser usada por el programa para crear volúmenes finitos. En la figura C.3 se puede ver la definición de un volumen de control en un caso sencillo en 2D. Todas las variables y las propiedades del fluido se encuentran almacenadas en los nodos, es decir, en los vértices de la malla, alrededor de los cuales se va a crear un volumen de control.

Las ecuaciones de Navier-Stokes expresadas en manera diferencial pueden ser transformadas en ecuaciones en forma integral mediante el teorema de la divergencia de Gauss. Es con las ecuaciones en forma integral con las que se va a trabajar discretizando previamente las integrales de volumen y de superficie.

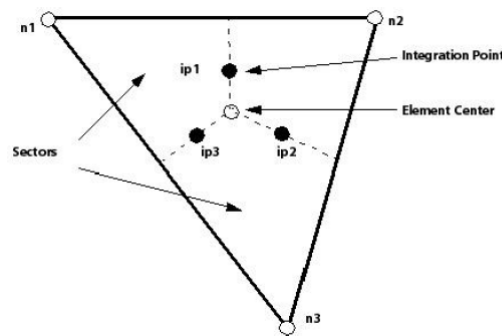


Figura C.4: Elemento de la malla

En la figura C.4 se puede ver uno de los elementos de la malla. Las ecuaciones de volumen van a ser discretizadas en el interior de cada sector del elemento de volumen mientras que las ecuaciones de superficie van a ser discretizadas en los puntos de integración, localizados en el centro de cada segmento de superficie.

La función incógnita se encuentra almacenada en cada uno de los nodos. Para poder evaluar todos los términos de ésta se realiza una aproximación de la función incógnita en los puntos de integración. ANSYS CFX utiliza para ello funciones de forma de elementos finitos. Las funciones de forma se expresan de la siguiente manera:

$$\phi = \sum_{i=1}^{N \text{ nodes}} N_i \phi_i \quad (\text{C.3})$$

Donde N_i es la función de forma para el nodo i y ϕ_i es el valor de la variable en el nodo i .

La principal propiedad de las funciones de forma es:

$$\sum_{i=1}^{N \text{ nodes}} N_i = 1 \quad (\text{C.4})$$

Siendo en el nodo j :

$$\begin{aligned} N_i &= 1 & \text{si } i &= j \\ N_i &= 0 & \text{si } i &\neq j \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Para discretizar el dominio se pueden usar diferentes elementos, como pueden ser tetraedros o hexaedros. En este caso se van a usar tetraedros. En la figura C.5 se puede ver un elemento tetraédrico.

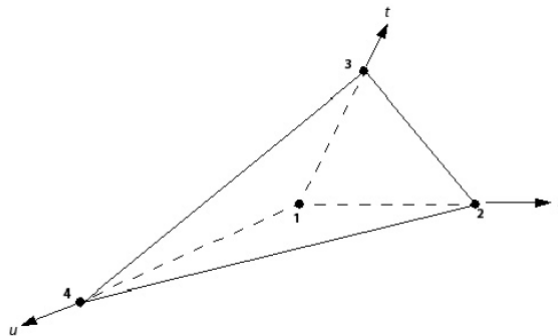


Figura C.5: Elemento tetraédrico

Las funciones de forma para cada uno de los nodos son las siguientes:

$$\begin{aligned}N_1(s, t, u) &= 1 - s - t - u \\N_2(s, t, u) &= s \\N_3(s, t, u) &= t \\N_4(s, t, u) &= u\end{aligned}\tag{C.6}$$

Apéndice D

Ampliación de los resultados

D.1. Filtro Günther-Tulip de 4 patas

En la figura D.1 se puede ver la magnitud de la velocidad a lo largo de todo el dominio estudiado. En la imagen se observa que la sección donde la influencia del filtro es mayor es en la zona de la cabeza del dispositivo. Esto es debido a que en ella se produce la unión de las distintas velocidades del flujo sanguíneo.

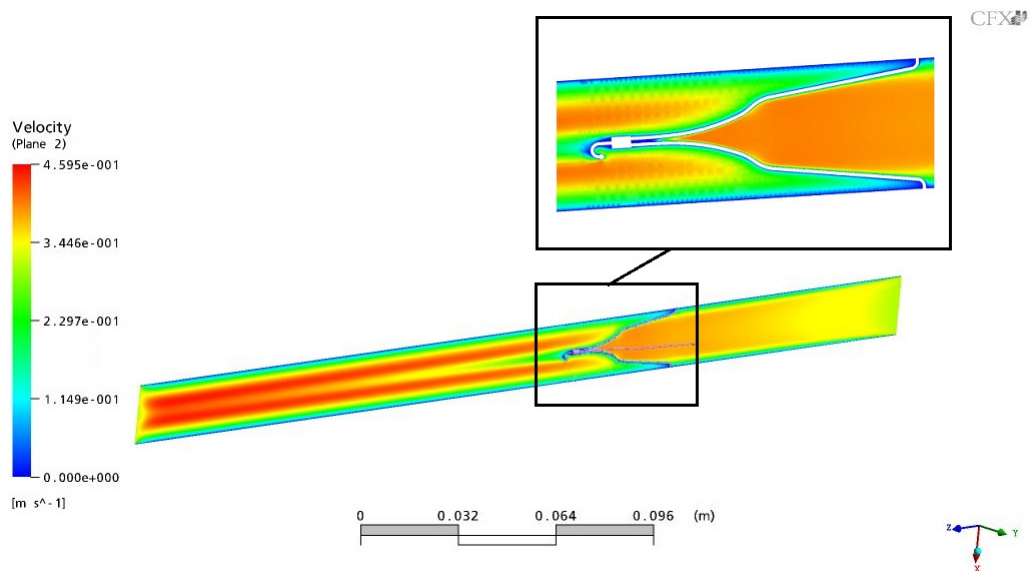


Figura D.1: Magnitud de velocidad a lo largo de todo el dominio

Al igual que con la magnitud de velocidad, en la figura D.2 se pueden ver las líneas de flujo 3D a lo largo de todo el dominio.

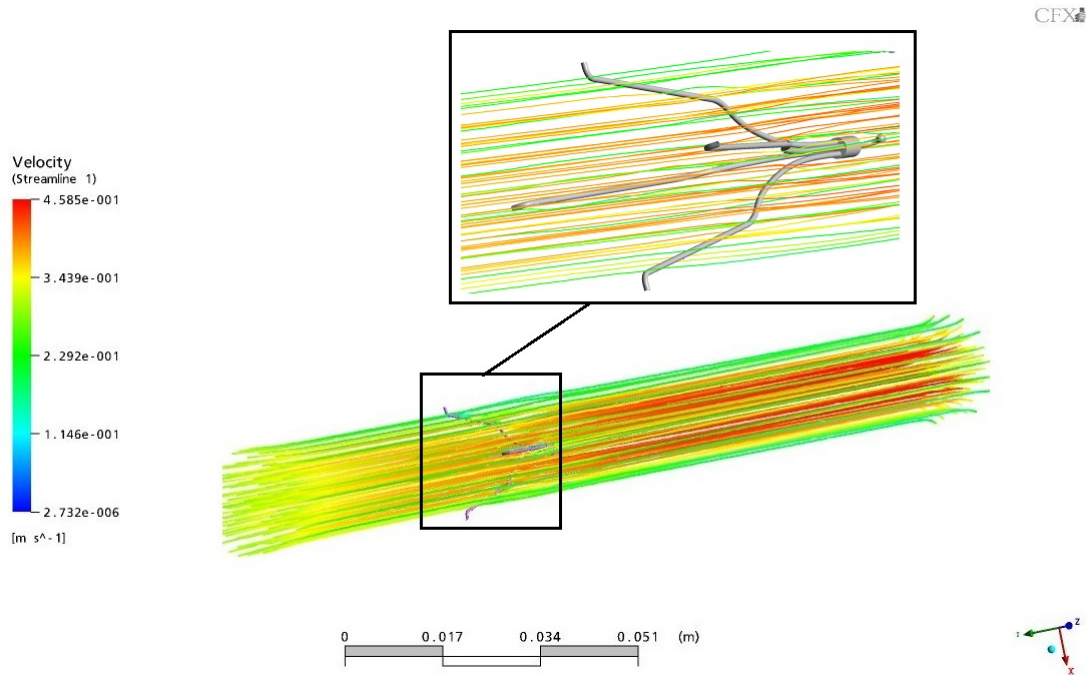


Figura D.2: Líneas de flujo en 3D a lo largo de todo el dominio

Para resolver el problema, se ha utilizado el código comercial ANSYS CFX, el cual sigue un proceso de cálculo iterativo para obtener una solución del problema fluido. Este proceso iterativo, al imponer condiciones de contorno de velocidad, consiste en suponer un valor inicial de presión y mediante él calcular las ecuaciones que rigen el comportamiento fluido. Debido a esto, el valor de presión que se obtiene mediante el programa bajo estas condiciones de contorno no es correcto. Por el contrario, la caída de presión proporcionada por el programa sí que es calculada correctamente. Por ello se ha realizado, para la malla seleccionada, una simulación aplicando como condición de contorno una presión a la salida de 13.300 Pa. Se pueden ver en las figuras D.3 y D.4 el campo de presión en la zona del filtro y a lo largo de todo el dominio, respectivamente.

Se observa que la presión a la entrada es mayor y poco a poco ésta va disminuyendo, en el sentido en que avanza el flujo sanguíneo, produciéndose una variación de presión de 80 Pa.

Con esta condición de contorno también se aprecia como tanto la presión intravascular como la variación de presión son calculadas de forma correcta por el código comercial usado.

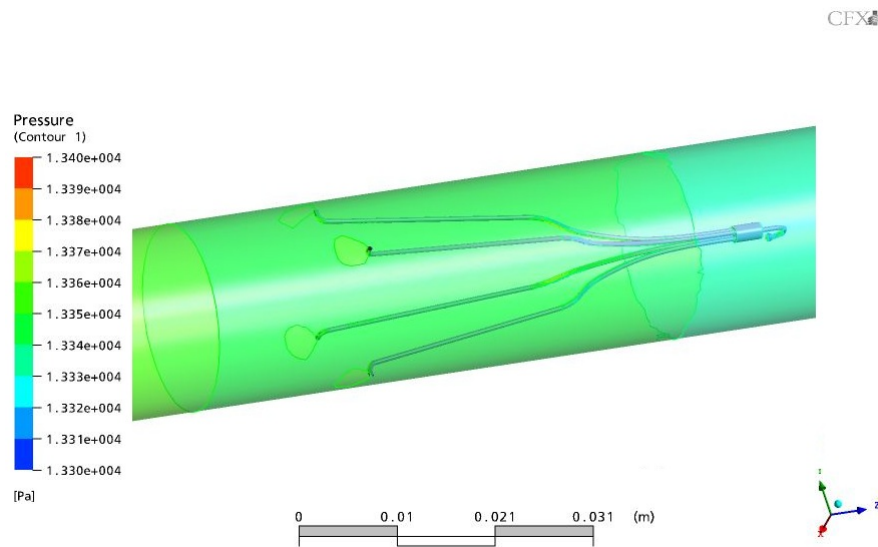


Figura D.3: Campo de presión a lo largo del filtro

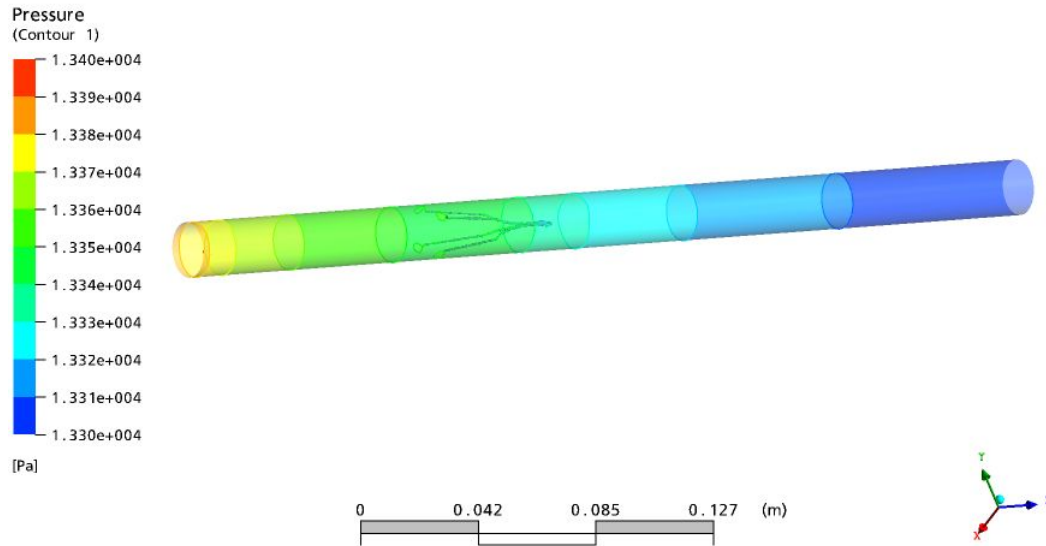


Figura D.4: Campo de presión a lo largo del dominio

- Comparativa entre la malla más fina y la malla más gruesa

Se va a realizar una comparativa de los resultados obtenidos con la malla más gruesa, 918.000 elementos, y con la malla más fina, 9.200.000 elementos. En la figura D.5 se encuentran las magnitudes de velocidad calculadas mediante ambas mallas. Sólo se han representado las dos secciones en las que la presencia del filtro ocasiona una mayor influencia en el flujo sanguíneo. Estas son las correspondientes a la zona de salida.

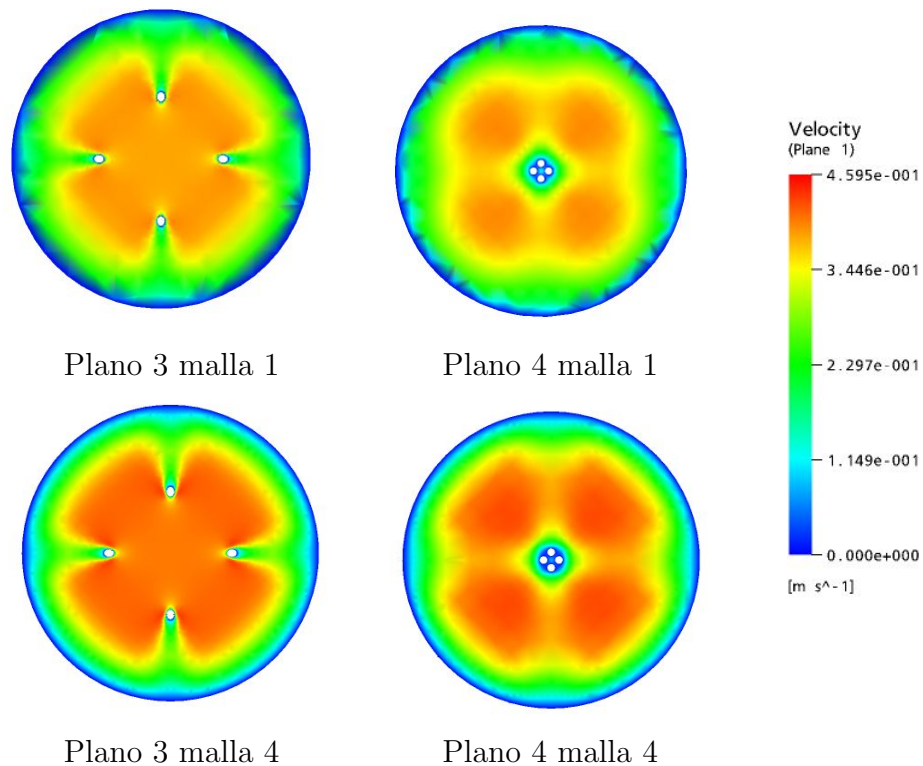
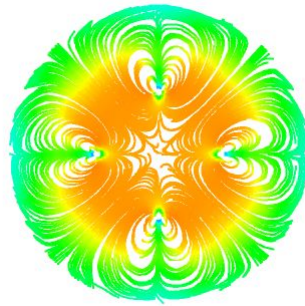
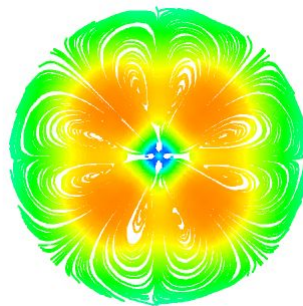


Figura D.5: Magnitudes de velocidad en las mallas de 918.000 elementos y de 9.200.000 elementos

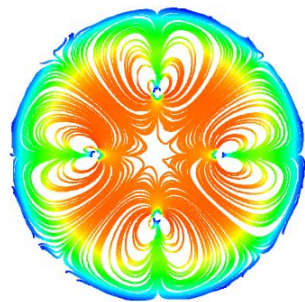
Como se puede ver, las diferencias son notables, los valores de velocidad que se obtienen con cada una de las mallas son diferentes. Este efecto sobretodo ocurre en la pared del vaso y en el centro de la sección. La pared de la vena era una de las superficies relevantes donde se ha ido bajando el número de elementos para obtener una mayor precisión en los cálculos. En la malla más gruesa, los elementos de la periferia son más grandes que en la malla más fina, donde los elementos de la periferia son notablemente más pequeños. Lo mismo ocurre con la zona central. Debido a esto, se puede ver que con la malla más gruesa la zona de velocidad nula en la pared del vaso es mayor y la velocidad máxima alcanzada es menor que con la malla más fina.



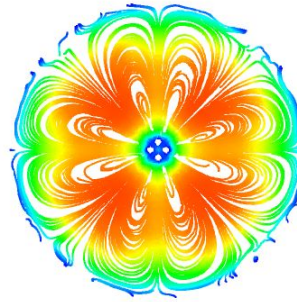
Plano 3 malla 1



Plano 4 malla 1



Plano 3 malla 4



Plano 4 malla 4

Figura D.6: Isolíneas en las mallas de 918.000 elementos y de 9.200.000 elementos

Esta comparativa también se ha realizado con las isolíneas como se puede ver en la figura D.6.

D.2. Filtro Günther-Tulip de 12 patas

En la figura D.7 se puede ver la magnitud de la velocidad a lo largo de todo el dominio. Se observa, tal y como se ha dicho anteriormente, que la zona en la que más influye el filtro es en la zona de salida, ya que es en ella dónde se produce la unión de las distintas velocidades del flujo sanguíneo.

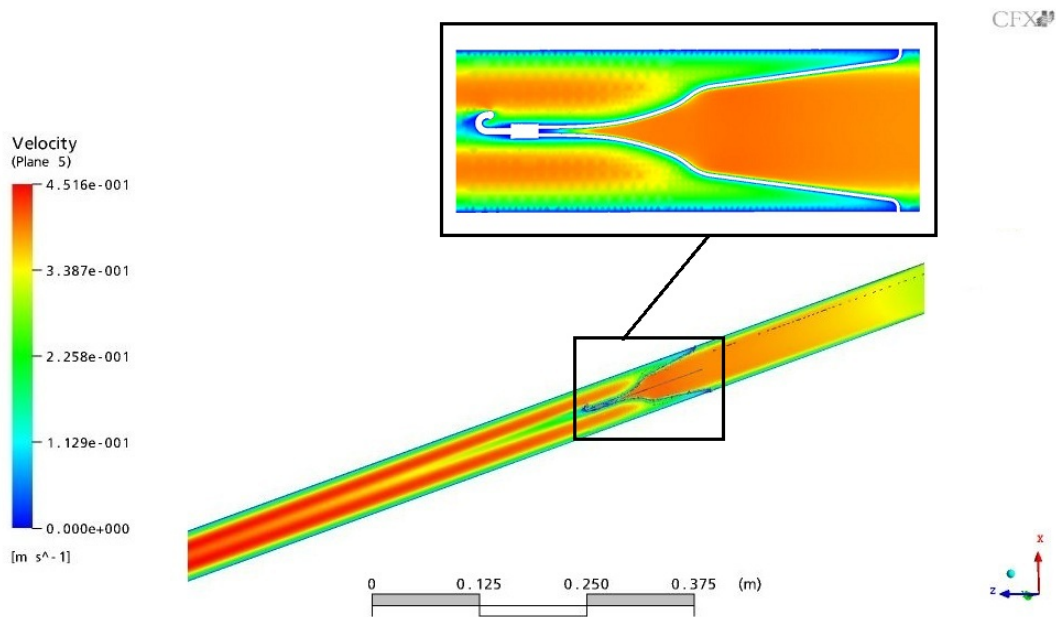


Figura D.7: Magnitud de velocidad a lo largo de todo el dominio

Al igual que se ha hecho con la magnitud de velocidad, también se han representado las líneas del flujo sanguíneo en 3D a lo largo de todo el dominio, como se observa en la figura D.8.

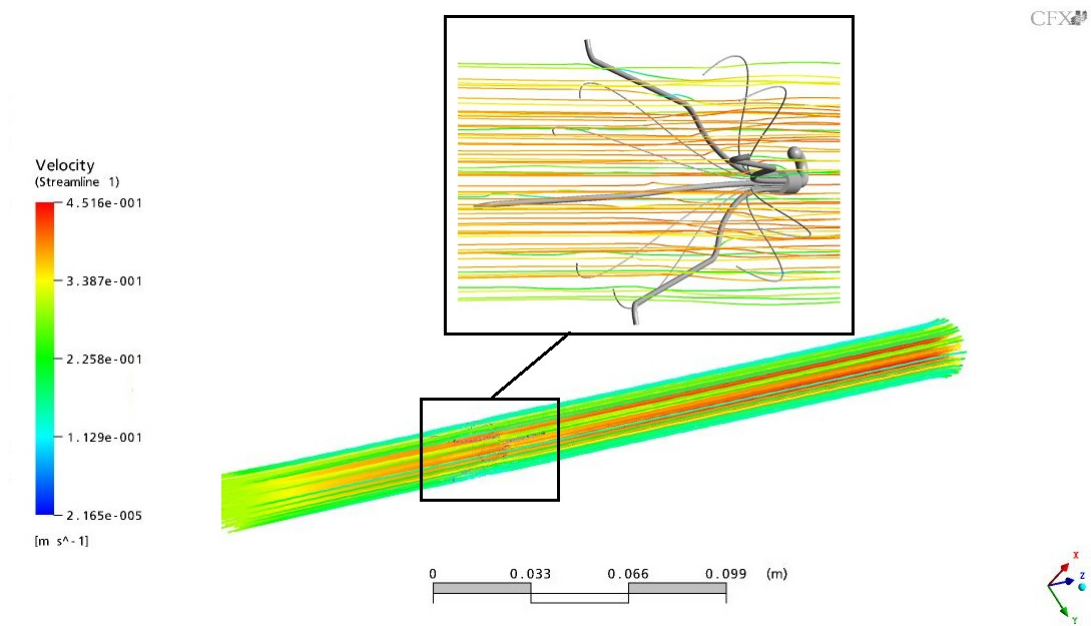


Figura D.8: Líneas de flujo en 3D a lo largo de todo el dominio

Como se ha explicado anteriormente, es necesario realizar una simulación imponiendo condiciones de presión si se quiere obtener correctamente el valor de la presión. Trás la realización de esta simulación se ha obtenido el campo de presiones a lo largo del dominio. Según se observa en la figura D.9, se produce una disminución de la presión en el sentido de avance del flujo sanguíneo de valor 80 Pa, igual que en el caso anterior.

Se puede ver que imponiendo la condición de contorno de presión el valor absoluto de ésta que se obtiene mediante este código es el correcto, es decir, equivale al valor fisiológico.

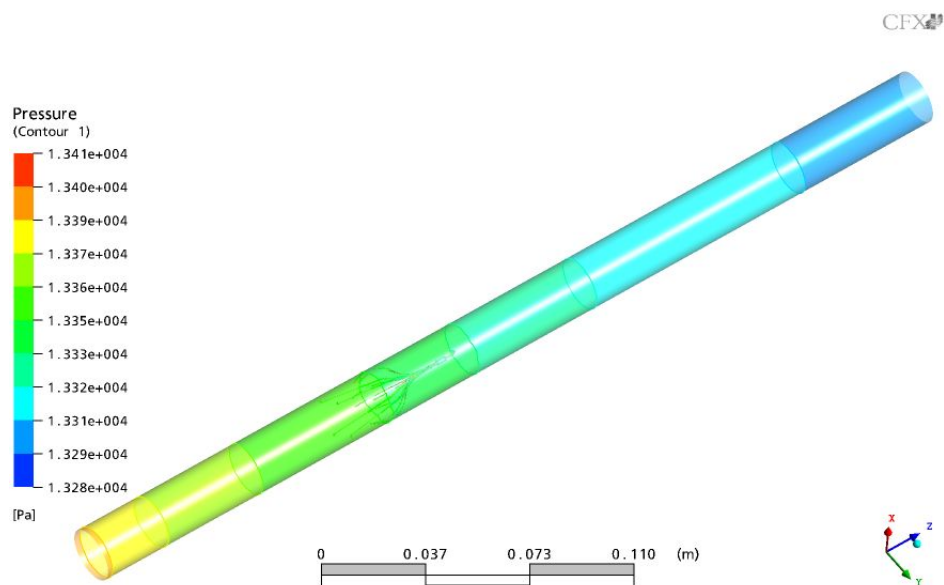


Figura D.9: Campo de presión a lo largo del vaso

- Comparativa entre la malla más fina y la malla más gruesa

También se ha realizado una comparativa entre la malla más gruesa, 2.700.000 elementos, y la malla más fina, 9.500.000 elementos. En la figura D.10 se han representado las magnitudes de velocidad correspondientes a las secciones de salida, ya que es en ellas donde se observa una mayor perturbación del flujo intravascular debido a la presencia del dispositivo.

Como se puede ver existen diferencias entre los valores de velocidad calculados con cada una de las mallas. Sobretudo estas diferencias se observan en las velocidades máximas y mínimas. Con la discretización más gruesa la velocidad máxima alcanzada es menor que con la discretización más fina. Este hecho también se puede observar en los perfiles de velocidad representados en las figuras 4.10 y 4.11.

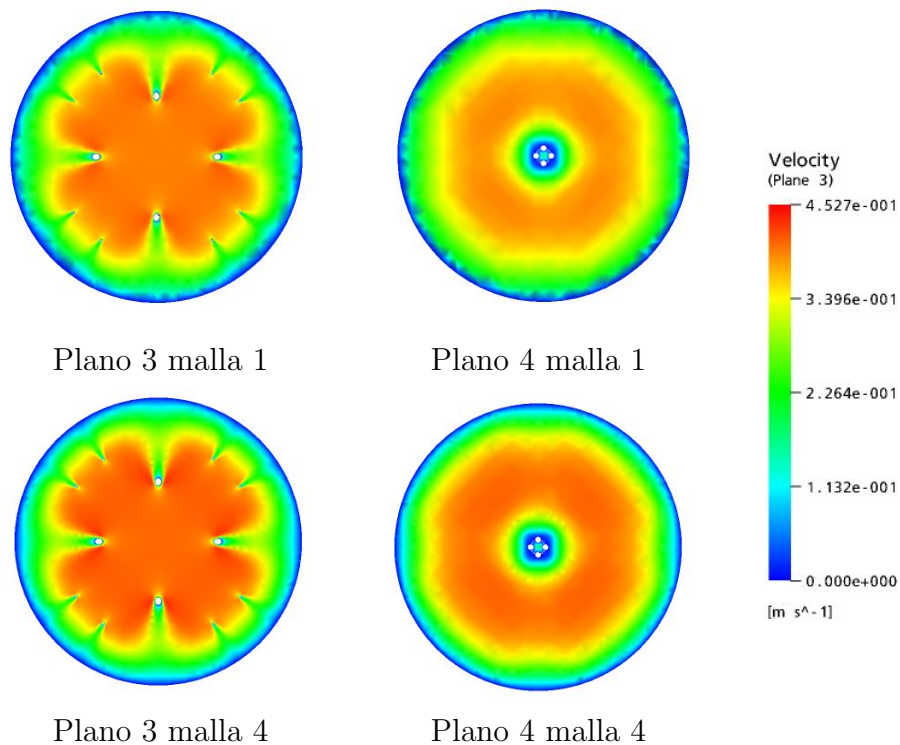
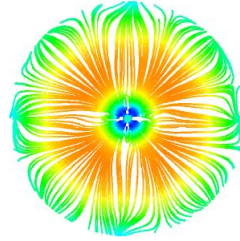


Figura D.10: Magnitudes de velocidad en las mallas de 2.000.000 y de 9.500.000 elementos

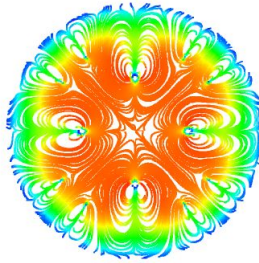
Al igual que se ha hecho con las magnitudes de velocidad, también se ha realizado la comparativa entre la malla más fina y la malla más gruesa mediante las isolíneas. Esta comparación se puede ver en la figura D.11.



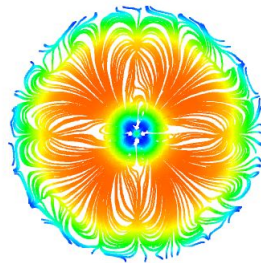
Plano 3 malla 1



Plano 4 malla 1



Plano 3 malla 4



Plano 4 malla 4

Figura D.11: Isolíneas en las mallas de 2.000.000 y de 9.500.000 elementos

- Comparativa entre las dos geometrías de filtro

Por último se ha realizado una comparación entre las dos geometrías del filtro recuperable de Günther-Tulip. Esta comparativa se ha realizado con las discretizaciones elegidas para el estudio (2.000.000 elementos para el dispositivo de 4 patas y 3.900.000 para el dispositivo de 12 patas). En la figura D.12 se pueden ver las magnitudes de velocidad en las secciones de salida para ambos dispositivos. La principal diferencia observada es que mediante el filtro de 12 patas se alcanzan velocidades mayores en el centro de la sección que mediante el de 4 patas. Además el mayor número de patas da lugar a que el flujo intravascular se divida en un mayor número de corrientes.

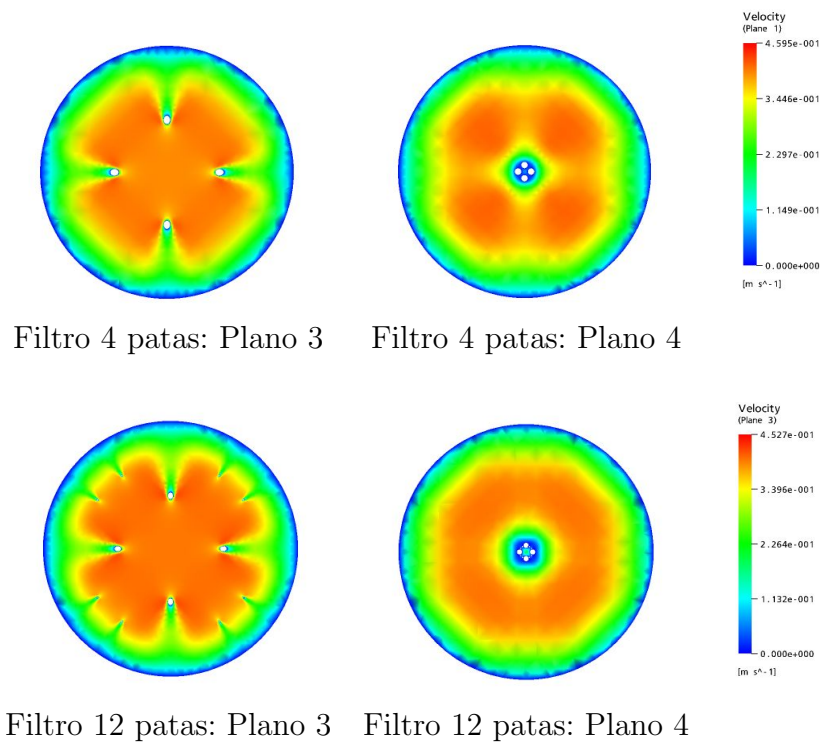
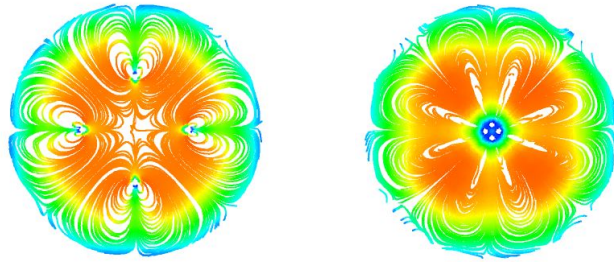
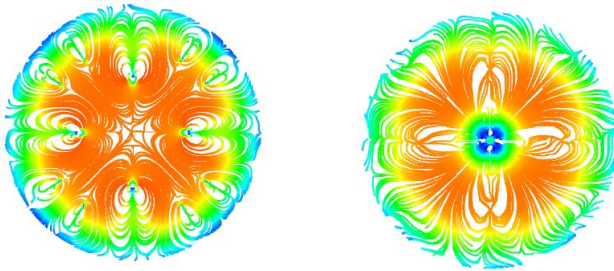


Figura D.12: Magnitudes de velocidad para ambas geometrías de filtro

En la figura D.13 se puede ver la comparativa realizada entre las dos geometrías mediante las isolíneas.



Filtro 4 patas: Plano 3 Filtro 4 patas: Plano 4

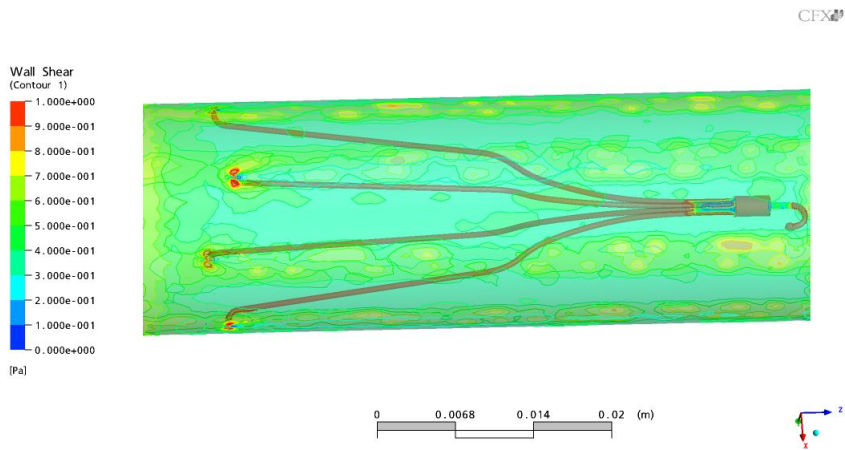


Filtro 12 patas: Plano 3 Filtro 12 patas: Plano 4

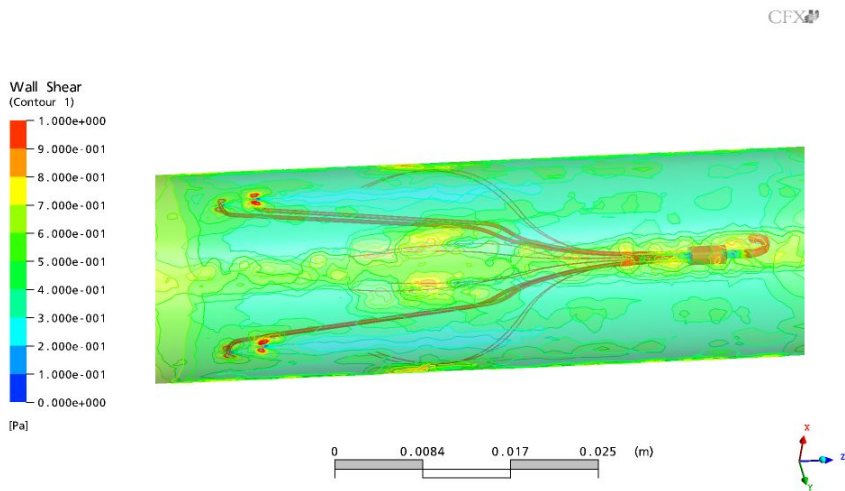
Figura D.13: Isolíneas para ambas geometrías de filtro

También se ha representado una comparación realizada mediante la tensión tangencial a lo largo de la pared del vaso, como se puede observar en la figura D.14. Como era de esperar, el filtro de 12 patas afecta más a la pared de la vena que el filtro de 4 patas. La pared del vaso se ve principalmente afectada, en ambas geometrías, en la zona de unión del dispositivo con la vena cava, pero en el caso del filtro de 12 patas, el vaso también se ve afectado en la región correspondiente a las patas secundarias. Esto es debido a que estas se encuentran muy próximas a la pared dando lugar a que se produzca un incremento de las tensiones.

En el caso del dispositivo de 4 patas se alcanzan tensiones tangenciales de 1,2 Pa en las zonas de contacto del filtro con el vaso, mientras que en el caso del dispositivo de 12 patas se alcanzan tensiones tangenciales de 1,4 Pa. Además, en el caso del filtro de 12 patas se alcanza un valor de tensión tangencial en la zona de las patas secundarias de 0,9 Pa.



Tensión tangencial en el filtro de 4 patas



Tensión tangencial en el filtro de 12 patas

Figura D.14: Tensión tangencial para ambas geometrías de filtro

