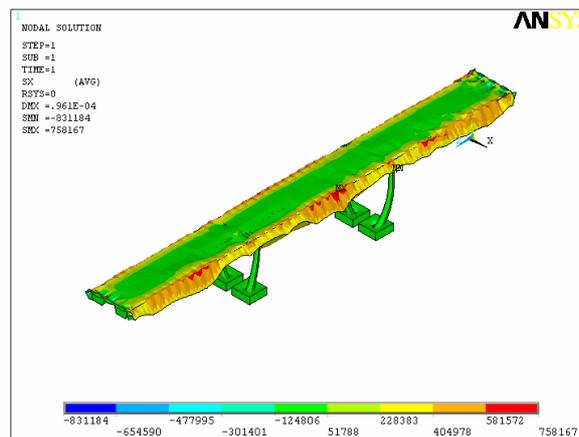


# Estudio por elementos finitos de un puente de carretera



***Autor: Fernando Usón Faci***

**Directora: Amaya Pérez del Palomar Aldea**

**Área de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras**

**Departamento de Ingeniería Mecánica**

**Universidad de Zaragoza**

**Titulación: Ingeniería Técnica Industrial Mecánica**

**2009-2010**

**Zaragoza, septiembre 2010**

# Índice General

1. INTRODUCCIÓN .....	4
1.1. Justificación del Proyecto .....	4
1.2. Actividad fundamental a la que se dedica PRAINSA .....	4
1.3. Objetivo .....	4
1.4. Peticionario y Destinatario .....	5
2. DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA.....	6
2.1. Definición de puente.....	6
2.2. Características del puente estudiado.....	6
2.3. Dibujos de la estructura .....	7
2.4. Introducción de la estructura en el programa .....	9
3. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS .....	13
3.1. Fundamentos y formulación del M.E.F.....	13
3.2. Descripción matemática del método.....	14
3.2.1. Formulación débil .....	15
3.2.2. Discretización del dominio .....	15
3.2.3. Funciones de forma y espacio de la solución.....	17
3.2.4. Resolución de las ecuaciones.....	18
3.2.5. Aproximación del error .....	19
3.3. Cómo trabaja el método de los elementos finitos en la práctica ..20	
3.3.1. Preproceso y generación de la malla.....	21
3.3.2. Cálculo y resolución de sistemas de ecuaciones.....	22
3.3.3. Postproceso.....	22
3.4. Tipos de análisis en ingeniería.....	23
3.4.1. Resultado del método de los elementos finitos.....	23
3.4.2. Limitaciones .....	23

4. MATERIALES Y CONDICIONES DE APOYO .....	25
4.1. Normativa .....	25
4.2. Materiales.....	25
4.2.1. Hormigón .....	25
4.2.2. Acero .....	30
4.3. Condiciones de apoyo.....	35
5. CASOS DE CARGA.....	36
5.1. Pesos y cargas .....	36
5.2. Combinación de acciones .....	37
5.3. Posiciones de la carga puntual.....	40
6. RESULTADOS Y CONCLUSIONES .....	42
6.1. Resultados.....	42
6.1.1. Carga puntual en la posición 1 .....	42
6.1.2. Carga puntual en la posición 2 .....	51
6.1.3. Carga puntual en la posición 3 .....	60
6.2. Cálculo de la armadura de cada uno de los elementos de la estructura.....	69
6.2.1. Proceso de armado .....	69
6.2.2. Armado de las vigas:.....	70
6.2.3. Armado del tablero:.....	72
6.2.4. Armado de las pilas:.....	73
6.3. Conclusiones.....	75
7. ASPECTOS MÁS RELEVANTES DEL DISEÑO DEL PUENTE ..	77
8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	78

## **1. INTRODUCCIÓN**

### **1.1. Justificación del Proyecto**

El presente Proyecto surge a raíz de haber realizado prácticas de empresa en PRAINSA (Prefabricados Agrícolas e Industriales S.A.). Una vez finalizado el periodo de dichas prácticas, se me ofreció la posibilidad de realizar con ellos el proyecto fin de carrera.

### **1.2. Actividad fundamental a la que se dedica PRAINSA**

El Grupo Prainsa, fundado en 1973, aglutina a un conjunto de empresas en torno al eje central de su actividad, el prefabricado de elementos estructurales de hormigón.

- Nombre empresa matriz: **PRAINSA**
- Volumen de facturación: 240 m €
- Volumen de producción m<sup>3</sup> de hormigón: 490.000 m<sup>3</sup>
- Plantilla: 1.700 personas aprox.
- Volumen activos: 60 m €
- Volumen recursos propios: 90 m €

Hoy en día está en disposición de ofrecer a sus clientes un servicio completo para la solución de sus proyectos en cualquier tipo de edificación industrial; centros productivos, centros comerciales, naves de logística, edificios singulares, y grandes obras de infraestructura.

En el ámbito de las infraestructuras, es el principal productor de vigas de Europa, y cuenta con numerosas patentes de soluciones técnicas, así como grúas y camiones más potentes para su manipulación y montaje.

### **1.3. Objetivo**

El objetivo de este proyecto es el cálculo de un puente de hormigón armado. En esta memoria se describe un modelado geométrico del puente, y una simulación por elementos finitos, registrando los valores obtenidos de tensión y deformación, y para finalmente proponer una armadura lo más realista posible.

Se considerarán diferentes hipótesis de carga. Se compararán los resultados obtenidos, y se emplearán los casos más desfavorables para dimensionar la estructura.

La estructura en sí, es un puente de carretera situado en la variante de la carretera A-130 de Monzón a Ontiñena en Pomar de Cinca (Huesca).

El modelado se ha realizado con el programa informático de elementos finitos, Ansys.

#### **1.4. Peticionario y Destinatario**

La realización de este Proyecto ha sido propuesta por la empresa PRAINSA, y aceptado por la EUITIZ a través de la profesora Amaya Pérez del Palomar Aldea, como Proyecto fin de carrera del alumno Fernando Usón Faci.

## **2. DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA**

### **2.1. Definición de puente**

Un **puente** es una construcción, por lo general artificial, que permite salvar un accidente geográfico o cualquier otro obstáculo físico como un río, un cañón, un valle, un camino, una vía férrea, un cuerpo de agua, o cualquier obstrucción. El diseño de cada puente varía dependiendo de su función y la naturaleza del terreno sobre el que el puente es construido.

Su proyecto y su cálculo pertenecen a la ingeniería estructural, siendo numerosos los tipos de diseños que se han aplicado a lo largo de la historia, influidos por los materiales disponibles, las técnicas desarrolladas y las consideraciones económicas, entre otros factores.

La infraestructura de un puente está formada por los estribos o pilares extremos, las pilas o apoyos centrales y los cimientos, que forman la base de ambos. La superestructura consiste en el tablero o parte que soporta directamente las cargas y las armaduras, constituidas por vigas, cables, o bóvedas y arcos que transmiten las cargas del tablero a las pilas y los estribos.

### **2.2. Características del puente estudiado**

Según el sistema estructural predominante, los puentes pueden ser isostáticos o hiperestáticos.

En este caso, la estructura analizada es un puente isostático, y es aquel cuyos tableros son estáticamente independientes uno de otro y, a su vez, independientes, desde el punto de vista de flexión, de los apoyos que los sostienen.

Aunque esto nunca será cierto al menos que se quisiera lograr con mucho empeño, todos los elementos de un puente no podrán ser isostáticos, ya que, por ejemplo, un tablero apoyado de un puente, está formado por un conjunto altamente hiperestático de losa de calzada, vigas y diafragmas transversales (separadores), cuyo análisis estático es complicado de realizar.

El análisis de la estructura objeto de esta memoria de cálculo se ha abordado mediante la técnica de los elementos finitos.

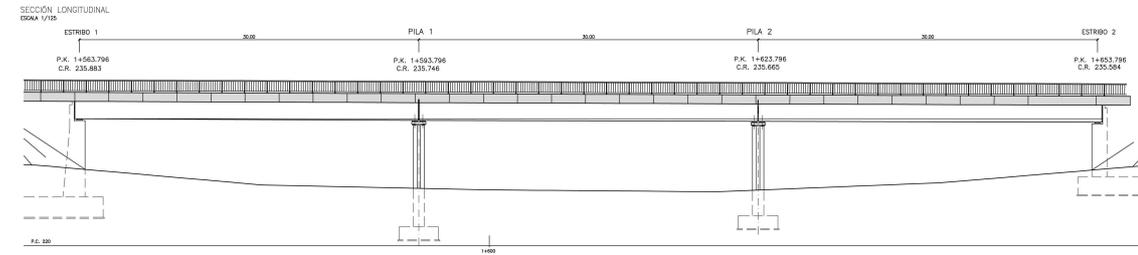
El comportamiento de todos los elementos ha sido considerado elástico y lineal.

En cuanto a las dimensiones, la estructura tiene una longitud total de 91 metros; formada por una losa de 10 metros de ancho; seis vigas tipo BU-150, cuatro de ellas con una longitud de 30.35 metros, y las otras dos de 29.90 metros; y cuatro pilas octogonales, dos de 10.79 metros de altura, y las otras dos de 9.01 metros.

### 2.3. Dibujos de la estructura

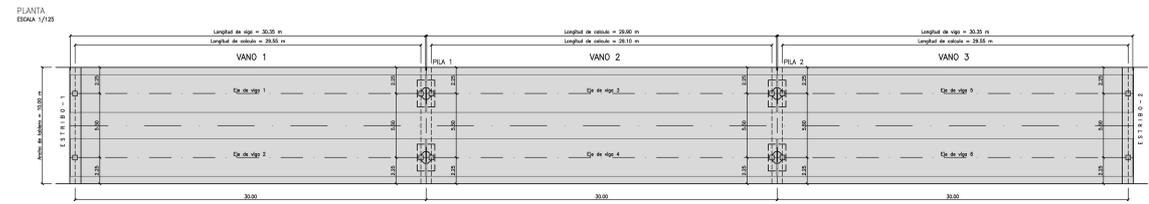
A continuación se ilustra las partes que conforman el puente:

#### SECCIÓN LONGITUDINAL:



**Figura 2-1: sección longitudinal**

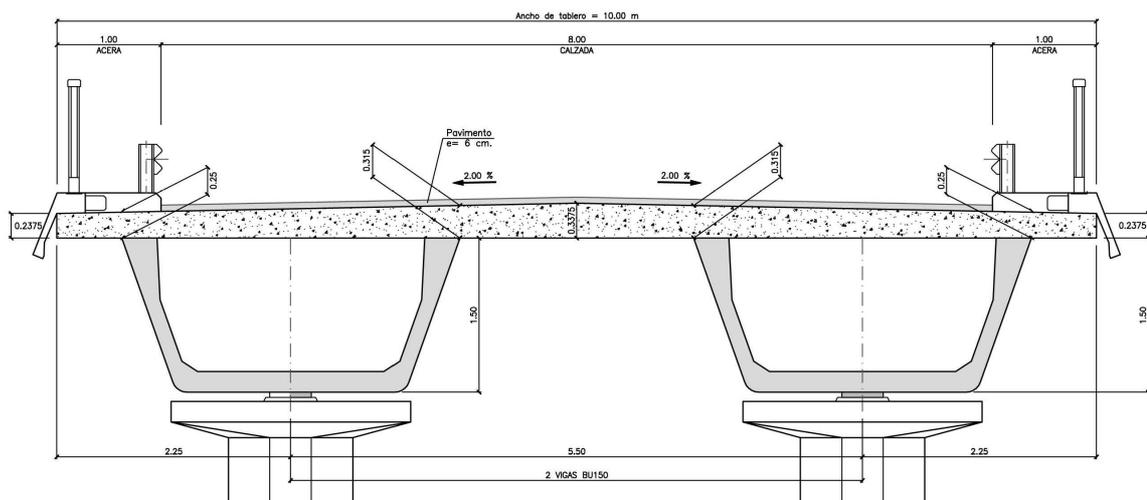
#### PLANTA:



**Figura 2-2: planta**

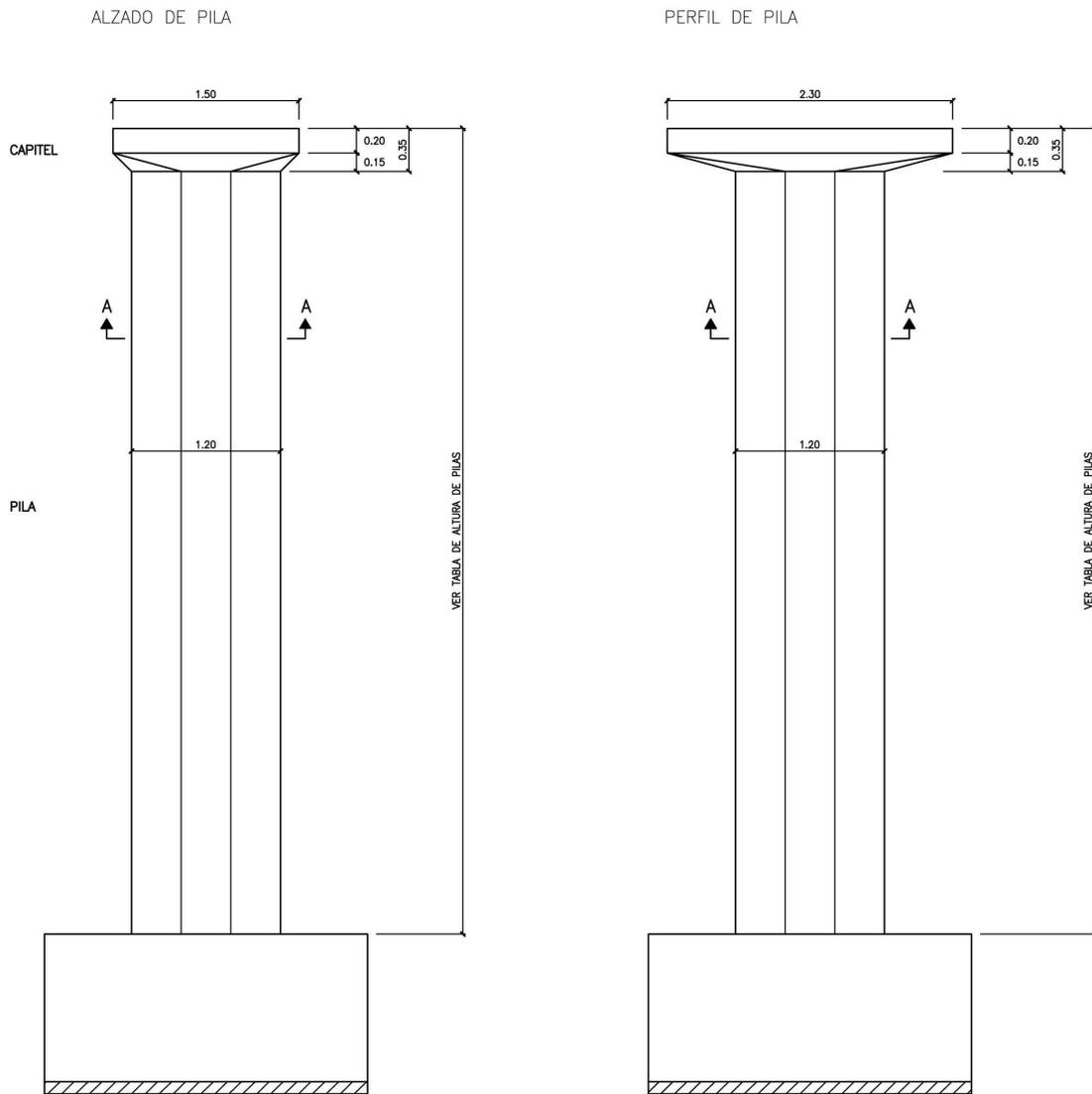
#### SECCIÓN TRANSVERSAL:

SECCIÓN TRANSVERSAL



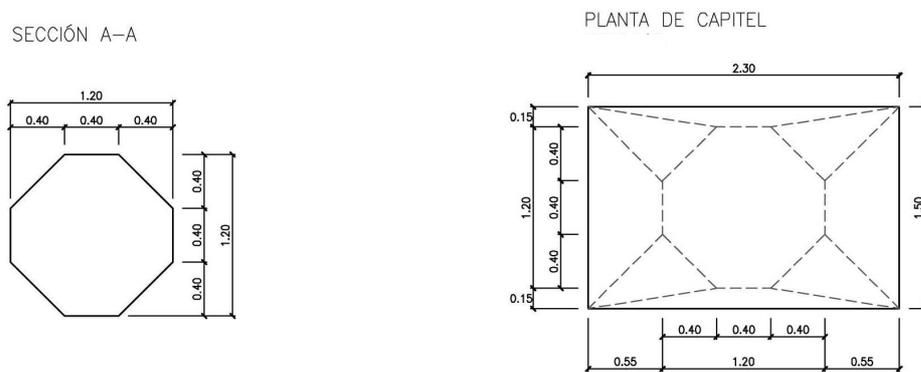
**Figura 2-3: sección transversal**

ALZADO Y PERFIL DE PILA:



*Figura 2-4: alzado y perfil de pila*

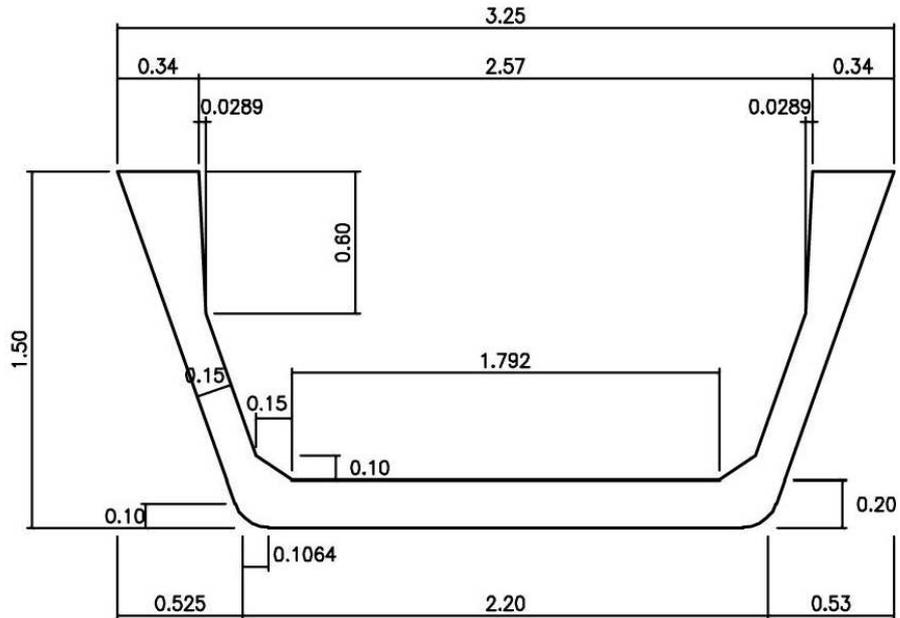
SECCIÓN DE PILA Y PLANTA DE CAPITEL:



*Figura 2-5: sección de pila y planta de capitel*

DEFINICIÓN GEOMÉTRICA DE VIGA:

DEFINICION GEOMETRICA  
VIGA BU-150

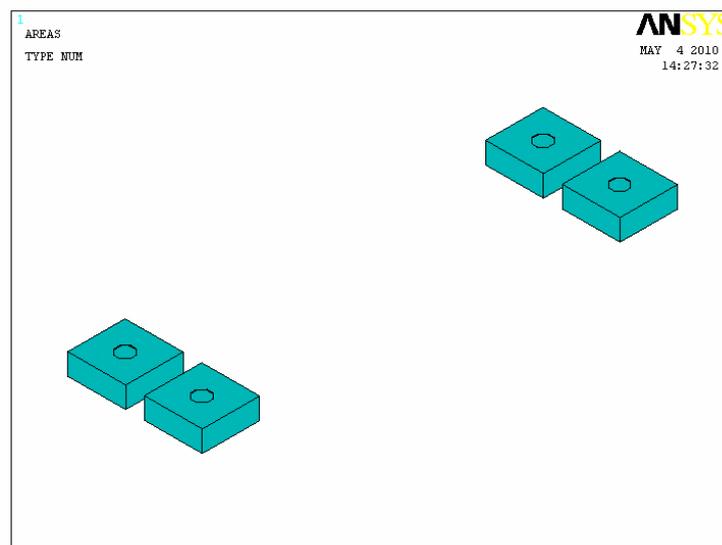


*Figura 2-6: definición geométrica viga BU-150*

**2.4. Introducción de la estructura en el programa**

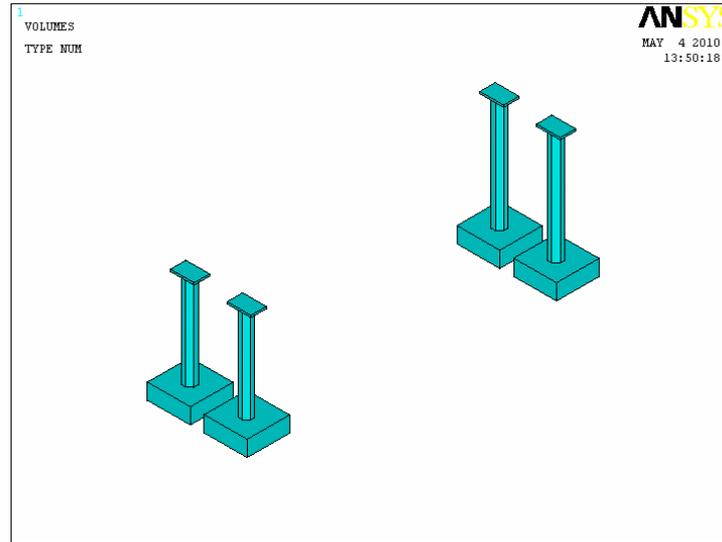
El proceso de creación de la estructura en el programa informático fue el siguiente:

1.- Introducción de los cimientos



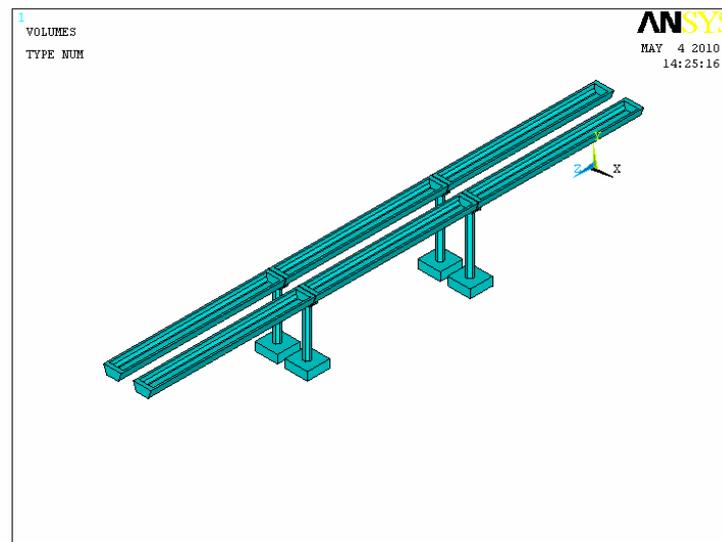
*Figura 2-7: cimentos*

2.- Colocación de las pilas sobre los cimientos



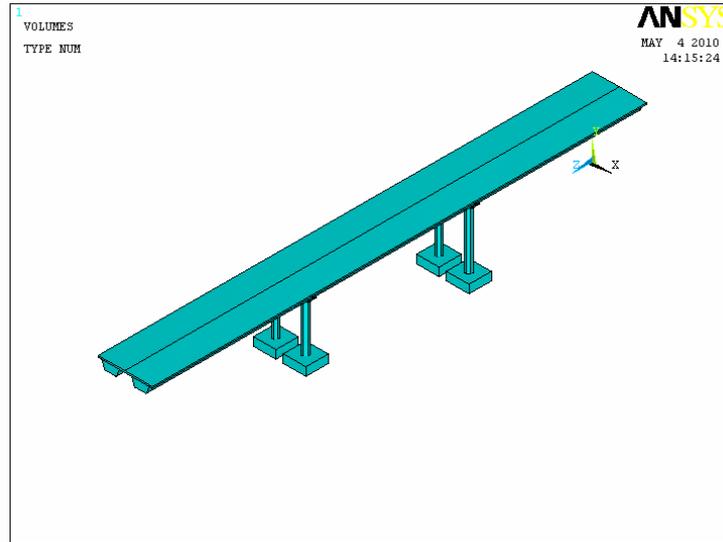
*Figura 2-8: pilas*

3.- Colocación de las vigas sobre los apoyos de las pilas



*Figura 2-9: vigas*

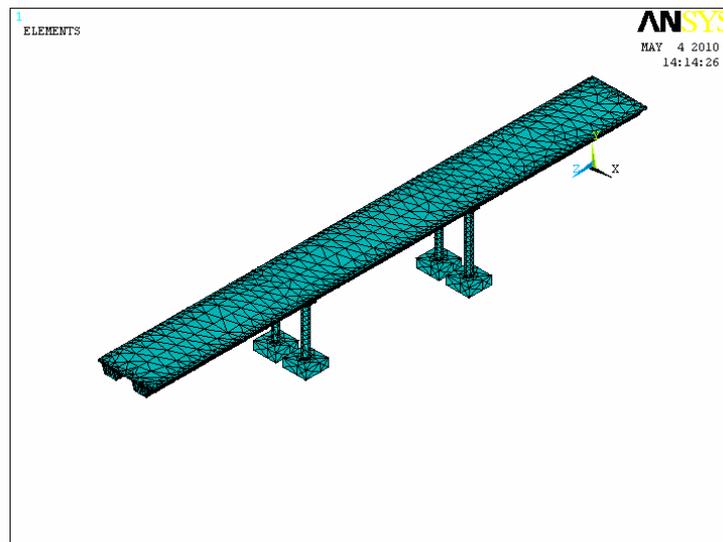
#### 4.- Formación del tablero sobre las vigas



*Figura 2-10: tablero*

#### 5.- Mallado de la estructura

Una vez introducida la geometría completa del puente, deberemos mallar la estructura completa. La estructura ha sido mallada con elementos tetraédricos (solid 187), tal y como se muestra:



*Figura 2-11: mallado de la estructura*

## 6.- Propiedades mecánicas

- El módulo de elasticidad o módulo de Young (E) se define como la pendiente de la parte lineal-elástica del diagrama tensión-deformación unitaria

$$E = \frac{\sigma_{prom}}{\varepsilon_{prom}}$$

y en el hormigón que estamos empleando tiene un valor de 38 GPa aprox.

- El coeficiente de Poisson es la relación existente entre la deformación unitaria promedio axial y la deformación unitaria promedio transversal

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{t\_prom}}{\varepsilon_{a\_prom}}$$

y en el hormigón adquiere un valor de 0.2.

## 7.- Condiciones de apoyo

Una vez introducidas las propiedades mecánicas, y antes de colocar las acciones sobre la estructura, se deberán impedir los giros y desplazamientos necesarios de cada elemento de la estructura, tal y como se explicará en el punto 4.3.

## 8.- Acciones sobre la estructura

Finalmente, se introducirán las combinaciones de acciones más desfavorables (explicado a continuación en el punto 5.2.), y se estudiarán diferentes casos según la posición de la carga puntual equivalente a la posición de un vehículo (explicado a continuación en el punto 5.3.).

### **3. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS**

#### **3.1. Fundamentos y formulación del M.E.F.**

El **método de los elementos finitos** (MEF en castellano o FEM en inglés) es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.

El MEF está pensado para ser usado en computadoras y permite resolver ecuaciones diferenciales asociadas a un problema físico sobre geometrías complicadas. El MEF se usa en el diseño y mejora de productos y aplicaciones industriales, así como en la simulación de sistemas físicos y biológicos complejos. La variedad de problemas a los que puede aplicarse ha crecido enormemente, siendo el requisito básico que las ecuaciones constitutivas y ecuaciones de evolución temporal del problema a considerar sean conocidas de antemano.

El MEF permite obtener una solución numérica aproximada sobre un cuerpo, estructura o dominio (medio continuo) —sobre el que están definidas ciertas ecuaciones diferenciales en forma débil o integral que caracterizan el comportamiento físico del problema— dividiéndolo en un número elevado de subdominios no-intersectantes entre sí denominados «elementos finitos». El conjunto de elementos finitos forma una partición del dominio también denominada discretización. Dentro de cada elemento se distinguen una serie de puntos representativos llamados «nodos». Dos nodos son adyacentes si pertenecen al mismo elemento finito; además, un nodo sobre la frontera de un elemento finito puede pertenecer a varios elementos. El conjunto de nodos considerando sus relaciones de adyacencia se llama «malla».

Los cálculos se realizan sobre una malla de puntos (llamados nodos), que sirven a su vez de base para discretización del dominio en elementos finitos. La generación de la malla se realiza usualmente con programas especiales llamados generadores de mallas, en una etapa previa a los cálculos que se denomina pre-proceso. De acuerdo con estas relaciones de adyacencia o conectividad se relaciona el valor de un conjunto de variables incógnitas definidas en cada nodo y denominadas grados de libertad. El conjunto de relaciones entre el valor de una determinada variable entre los nodos se puede escribir en forma de sistema de ecuaciones lineales (o linealizadas). La matriz de dicho sistema de ecuaciones se llama matriz de rigidez del sistema. El número de ecuaciones de dicho sistema es proporcional al número de nodos.

Típicamente el método de los elementos finitos se programa computacionalmente para calcular el campo de desplazamientos y, posteriormente, a través de relaciones cinemáticas y constitutivas las deformaciones y tensiones respectivamente, cuando se trata de un problema de mecánica de sólidos deformables o más generalmente un problema de mecánica de medios continuos. El método de los elementos finitos es muy usado debido a su generalidad y a la facilidad de introducir dominios de cálculo complejos (en dos o tres dimensiones). Además el método es fácilmente adaptable a problemas de transmisión de calor, de mecánica de fluidos para calcular campos de velocidades y presiones (mecánica de fluidos

computacional, CFD) o de campo electromagnético. Dada la imposibilidad práctica de encontrar la solución analítica de estos problemas, con frecuencia en la práctica ingenieril los métodos numéricos y, en particular, los elementos finitos, se convierten en la única alternativa práctica de cálculo.

Una importante propiedad del método es la convergencia; si se consideran particiones de elementos finitos sucesivamente más finas, la solución numérica calculada converge rápidamente hacia la solución exacta del sistema de ecuaciones.

### 3.2. Descripción matemática del método

El desarrollo de un algoritmo de elementos finitos para resolver un problema definido mediante ecuaciones diferenciales y condiciones de contorno requiere en general cuatro etapas:

1. El problema debe reformularse en forma variacional.
2. El dominio de variables independientes (usualmente un dominio espacial para problemas dependientes del tiempo) debe dividirse mediante una partición en subdominios, llamados elementos finitos. Asociada a la partición anterior se construye un espacio vectorial de dimensión finita, llamado espacio de elementos finitos. Siendo la solución numérica aproximada obtenida por elementos finitos una combinación lineal en dicho espacio vectorial.
3. Se obtiene la proyección del problema variacional original sobre el espacio de elementos finitos obtenido de la partición. Esto da lugar a un sistema con un número de ecuaciones finito, aunque en general con un número elevado de ecuaciones incógnitas. El número de incógnitas será igual a la dimensión del espacio vectorial de elementos finitos obtenido y, en general, cuanto mayor sea dicha dimensión tanto mejor será la aproximación numérica obtenida.
4. El último paso es el cálculo numérico de la solución del sistema de ecuaciones.

Los pasos anteriores permiten construir un problema de cálculo diferencial en un problema de álgebra lineal. Dicho problema en general se plantea sobre un espacio vectorial de dimensión no-finita, pero que puede resolverse aproximadamente encontrando una proyección sobre un espacio subespacio de dimensión finita, y por tanto con un número finito de ecuaciones (aunque en general el número de ecuaciones será elevado típicamente de miles o incluso centenares de miles). La discretización en elementos finitos ayuda a construir un algoritmo de proyección sencillo, logrando además que la solución por el método de elementos finitos sea generalmente exacta en un conjunto finito de puntos. Estos puntos coinciden usualmente con los vértices de los elementos finitos o puntos destacados de los mismos. Para la resolución concreta del enorme sistema de ecuaciones algebraicas en general pueden usarse los métodos convencionales del álgebra lineal en espacios de dimensión finita.

En lo que sigue  $d$  es la dimensión del dominio,  $n$  el número de elementos finitos y  $N$  el número de nodos total.

### 3.2.1. Formulación débil

La formulación débil de una ecuación diferencial permite convertir un problema de cálculo diferencial formulado en término de ecuaciones diferenciales en términos de un problema de álgebra lineal planteado sobre un espacio de Banach, generalmente de dimensión no finita, pero que puede ser aproximado por un sistema finito de ecuaciones algebraicas.

Dada una ecuación diferencial lineal de la forma:

$$\mathfrak{L}(u) = f \quad (1)$$

Donde la solución es una cierta función definida sobre un dominio  $d$ -dimensional  $\Omega \subset \mathfrak{R}^d$ , y se han especificado un conjunto de condiciones de contorno adecuadas, puede suponerse que la función buscada es un elemento de un espacio de funciones o espacio de Banach  $V$  y que la ecuación (2) es equivalente a:

$$A(u) = f, \quad \begin{cases} u \in V & f \in V' \\ A: V \rightarrow V' & A \in \mathfrak{L}(V, V') \end{cases} \quad (2a)$$

Donde  $V'$  es el espacio dual de  $V$ , la forma variacional débil se obtiene buscando la única solución  $u \in V$  tal que:

$$a(u, v) = \langle f, v \rangle, \quad \forall v \in V \quad \text{donde} \quad \begin{cases} a(u, v) = \langle Au, v \rangle \\ \langle f, v \rangle = \int_{\Omega} f v \cdot d\Omega \end{cases} \quad (2b)$$

Cuando el operador lineal es un operador elíptico, el problema se puede plantear como un problema de minimización sobre el espacio de Banach.

### 3.2.2. Discretización del dominio

Dado un dominio  $\Omega \subset \mathfrak{R}^d$  con una frontera continua en el sentido de Lipschitz una partición en  $n$  "elementos finitos", es una colección de  $n$  subdominios  $\{\Omega^{(e)}\}_{e=1}^n$  que satisface:

1.  $\Omega = \bigcup_{e=1}^n \Omega^{(e)}$
2. Cada  $\Omega^{(e)}$  es un conjunto compacto con una frontera Lipschitz-continua.
3.  $int(\Omega^{(i)}) \cap int(\Omega^{(j)}) = 0, \quad i \neq j$

Usualmente por conveniencia práctica y sencillez de análisis, todos los "elementos finitos" tienen la misma "forma", es decir, existe un dominio de referencia  $\hat{\Omega} \subset \mathfrak{R}^d$  y una colección de funciones biyectivas:

$$\{F^{(e)} \mid F^{(e)} : \hat{\Omega} \rightarrow \Omega^{(e)}\}$$

Este dominio de referencia se suele llamar frecuentemente también dominio isoparamétrico. En los análisis 2D ( $d = 2$ ) el dominio de referencia  $\hat{\Omega}$  se suele tomar como un triángulo equilátero o un cuadrado, mientras que en los análisis 3D ( $d = 3$ ), el dominio de referencia típicamente es un tetraedro o un hexaedro. Además sobre cada elemento se considerarán algunos puntos especiales, llamados nodos y que generalmente incluirán los vértices del elemento finito y se requerirá la condición adicional de que dos elementos adyacentes compartan los nodos sobre el subconjunto  $\Omega^{(i)} \cap \Omega^{(j)}$ , es decir:

$$x \in \Omega^{(i)} \cap \Omega^{(j)} \wedge (x \in \text{nod}(\Omega^{(i)})) \Rightarrow (x \in \text{nod}(\Omega^{(j)}))$$

Una vez definida la partición en elementos finitos, se define sobre cada elemento un espacio funcional de dimensión finito, usualmente formado por polinomios. Este espacio funcional servirá para aproximar localmente la solución del problema variacional. El problema variacional en su forma débil se plantea sobre un espacio de dimensión no-finita, y por tanto la función buscada será una función de dicho espacio. El problema en esa forma exacta es computacionalmente inabordable, así que en la práctica se considerará un subespacio de dimensión finita  $V^h$  del espacio vectorial original  $V$ . Y en lugar de la solución exacta de (2b) se calcula la proyección de la solución original sobre dicho subespacio vectorial de dimensión finita, es decir, se resolverá numéricamente el siguiente problema:

$$a(u^h, v^h) = \langle f, v^h \rangle, \quad \forall v^h \in V^h \quad (2c)$$

Donde:

$u^h = \prod_e(u) \in V^h$ , es la solución aproximada.

$\prod_e : V \rightarrow V^h$   $V^h \subset V$  es el proyector ortogonal del espacio original sobre el subespacio vectorial asociado a la discretización.

Si la discretización es suficientemente fina y el espacio funcional finito sobre cada elemento está bien escogido, la solución numérica obtenida aproximará razonablemente bien la solución original. Eso implicará en general considerar un número muy elevado de elementos finitos y por tanto un subespacio de proyección de dimensión elevada. El error entre la solución exacta y la solución aproximada puede acotarse gracias al lema de Céa, que en esencia afirma que la solución exacta y la solución aproximada satisfacen:

$$\|u - u^h\|_V \leq c \inf_{v^h \in V^h} \|u - v^h\|_V$$

Es decir, el error dependerá ante todo de lo bien que el subespacio vectorial asociado a la discretización en elementos finitos  $V^h$  aproxime el espacio vectorial original  $V$ .

### 3.2.3. Funciones de forma y espacio de la solución

Existen muchas formas de elegir un conjunto de funciones que formen una base vectorial sobre la que aproximar la solución exacta del problema. Desde un punto de vista práctico resulta útil definir un espacio vectorial  $\hat{X}$  de dimensión finita definido sobre el dominio de referencia  $\hat{\Omega}$  formado por todos los polinomios de grado igual o inferior a cierto grado:

$$P^n(\Omega) \subset \hat{X}$$

Entonces mediante las aplicaciones que aplican el dominio de referencia a cada elemento finito se define el espacio vectorial  $V^h \subset V$  que servirá para aproximar la solución como:

$$V^h = \{v^h \in V \mid \forall e : v^h \circ F^{(e)} \in \hat{X}\} \quad (3)$$

Cuando  $F^{(e)}$  es una función lineal y el espacio  $\hat{X}$  está formado por polinomios entonces la restricción de  $v^h \in V^h$  es también un polinomio. El espacio vectorial  $\hat{X}$  es un espacio polinómico en que la base de dicho espacio está formada por funciones de forma  $\hat{N}_i$ , que dado el conjunto de nodos del dominio de referencia se definen como:

$$\hat{N}_i(\xi_j) = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

Esto permite definir de manera unívoca unas funciones de forma sobre el dominio real sobre el que se define el problema:

$$\forall \xi \in \hat{\Omega} : \hat{N}_i(\xi) = (N_i^{(e)} \circ F^{(e)})(\xi)$$

Estas funciones se pueden extender a todo el dominio, gracias a que el conjunto de subdominios o elementos finitos constituye una partición de todo el dominio:

$$N_i : \Omega \rightarrow \mathfrak{R}^d, \quad \forall x \in \Omega^{(e)} \subset \Omega : N_i(x) = N_i^e(x)$$

Las **funciones de forma** permiten proyectar sobre el espacio de elementos finitos cualquier función definida sobre el dominio original mediante el proyector  $\Pi^h$ :

$$(\Pi^h v)(\cdot) = \sum_{i=1}^n v(x_i) N_i(\cdot) \in V^h \quad (4)$$

### 3.2.4. Resolución de las ecuaciones

Fijada una base asociada a una determinada discretización del dominio, como por ejemplo la dada por las funciones  $N_i(x)$  la forma débil del problema, (cuando la función  $a(\cdot, \cdot)$  es bilineal) puede escribirse como una ecuación matricial simple:

$$a(u^h, v^h) = \langle f, v^h \rangle, \quad \forall v^h \in V^h, \Rightarrow \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij}(u^h)_i (v^h)_j = \sum_{j=1}^N (f)_j (v^h)_j$$

Donde  $N$  es el número de nodos. Agrupando los términos y teniendo en cuenta que  $v^h$  es arbitrario y que por tanto la ecuación anterior debe cumplirse para cualquier valor de dicho vector arbitrario se tiene que:

$$\sum_{j=1}^N \left( \sum_{i=1}^N a_{ij}(u^h)_i - (f)_j \right) (v^h)_j = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^N a_{ij}(u^h)_i - (f)_j = 0 \Rightarrow Ku - f = 0$$

Este es la forma común del sistema de ecuaciones de un problema de elementos asociados a una ecuación diferencial lineal, no dependiente del tiempo. Para resolver numéricamente el sistema de ecuaciones, que usualmente consta de miles o incluso centenares de miles de ecuaciones se requieren algoritmos eficientes que optimicen el número de operaciones que debe realizarse y ahorren memoria.

En general las complicaciones computacionales que deben resolverse en la resolución numérica son:

1. El cálculo de la matriz de coeficientes  $K=a_{ij}$ , esto generalmente requiere integración numérica aproximada lo cual es una nueva fuente de errores en el cálculo por el MEF.
2. El uso de un método eficiente para resolver el sistema de ecuaciones obtenido. Por ejemplo el método de Cramer es totalmente impracticable para  $N \geq 27!$ , un ordenador de unos 10 GFlops tardaría más de 2 años en resolver el sistema por dicho método, mientras que si se usa el método de eliminación gaussiana tardaría menos de una diez milésima de segundo.

Para entender la necesidad de la integración numérica necesitamos ver qué forma tiene típicamente la forma débil del problema, expresada en términos de los subdominios o elementos finitos. Esa forma débil involucra integrales de la forma:

$$\int_{\Omega} f \cdot d\Omega = \sum_{e=1}^n \int_{\Omega^{(e)}} f \cdot d\Omega = \sum_{e=1}^n \int_{\hat{\Omega}} (f \circ F^{(e)}) J_{F^{(e)}} d\hat{\Omega} \approx \sum_{m=1}^{N_{PI}} w_m \hat{f}(\xi_m) J_{F^{(e)}}(\xi_m)$$

Donde:

$\Omega \subset \mathfrak{R}^d$  son el dominio sobre el que se plantea el problema.

$\Omega^{(e)}, \hat{\Omega}$ , representan a cada uno de los elementos finitos y al dominio isoparamétrico que da la forma de los elementos finitos.

$f : \mathfrak{R}^d \rightarrow \mathfrak{R}, \hat{f} := f \circ F^{(e)}$ , representan la función que debe integrarse y su expresión sobre el dominio isoparamétrico.

$F^{(e)} : \hat{\Omega} \rightarrow \Omega^{(e)}$ , la aplicación que relaciona el dominio isoparamétrico con cada elemento finito.

$w_m, \xi_m$ , son los pesos y los puntos de integración usados para integración gaussiana.

$n, n_{PI}$ , son el número total de elementos y el número de puntos de integración por elemento.

### 3.2.5. Aproximación del error

De acuerdo con el lema de Ceá (LC) el error cometido en la aproximación de una solución exacta mediante elementos finitos viene acotada por el error de aproximación, es decir, la solución obtenida mediante el MEF es, tanto más buena cuanto mejor sea la aproximación  $V^h \subset V$ . A continuación acotamos este error de aproximación que acotará el error de la solución de elementos finitos.

Para ello necesitamos definir el diámetro de cada subdominio o elemento finito:

$$h_e = \text{diam}(\Omega^{(e)}) = \max \{ \|x - y\| : x, y \in \Omega^{(e)} \} \quad h := \max_e |h_e|$$

$h$  es una medida de la finura de la discretización es el máximo de los anteriores valores. Puede comprobarse que el error de aproximación (y por tanto el error de la solución mediante elementos finitos) viene acotada por:

$$\|u - u^h\|_V = \|u - \Pi^h u\|_V \leq C_1 h^{k+1-m} |u|_{k+1, \Omega}, \quad u \in V \subset H^{k+1}(\Omega)$$

Donde:

$u, u^h$ , son respectivamente la solución exacta y la solución obtenida mediante elementos finitos.

$C_1$ , es un número real que depende de la forma del dominio, entre otros factores.

$H^{k+1}(\Omega)$ , es el  $k+1$ -ésimo espacio de Sobolev de funciones sobre el dominio  $\Omega$ .

$|u|_{k+1, \Omega}$ , es la seminorma dada por:

$$|u|_{k+1, \Omega} = \sum_{|\alpha|=k+1} \|D^\alpha u\|_{L^2(\Omega)}$$

siendo  $\alpha$  un multiíndice y  $D^\alpha u$  la derivada parcial de  $u$  asociada al mismo. La norma del espacio  $L^2(\Omega)$ .

### 3.3. Cómo trabaja el método de los elementos finitos en la práctica

El MEF es un método numérico de resolución de ecuaciones diferenciales. La solución obtenida por MEF es sólo aproximada, coincidiendo con la solución exacta sólo en un número finito de puntos llamados **nodos**. En el resto de puntos que no son nodos, la solución aproximada se obtiene interpolando a partir de los resultados obtenidos para los nodos, lo cual hace que la solución sea sólo aproximada debido a ese último paso.

El MEF convierte un problema definido en términos de ecuaciones diferenciales en un problema en forma matricial que proporciona el resultado correcto para un número finito de puntos e interpola posteriormente la solución al resto del dominio, resultando finalmente sólo una solución aproximada. El conjunto de puntos donde la solución es exacta se denomina conjunto nodos. Dicho conjunto de nodos forma una red, denominada malla formada por retículos. Cada uno de los retículos contenidos en dicha malla es un "elemento finito". El conjunto de nodos se obtiene dividiendo o discretizando la estructura en elementos de forma variada (pueden ser superficies, volúmenes y barras).

Desde el punto de vista de la programación algorítmica modular las tareas necesarias para llevar a cabo un cálculo mediante un programa MEF se dividen en:

- **Preproceso**, que consiste en la definición de geometría, generación de la malla, las condiciones de contorno y asignación de propiedades a los materiales y otras propiedades. En ocasiones existen operaciones de regularización de la malla y preconditionamiento para garantizar una mejor aproximación o una mejor convergencia del cálculo.

- **Cálculo**, el resultado del preproceso, en un problema simple no-dependiente del tiempo, permite generar un conjunto de  $N$  ecuaciones y  $N$  incógnitas, que puede ser resuelto con cualquier algoritmo para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Cuando el problema a tratar es un problema no-lineal o un problema dependiente del tiempo a veces el cálculo consiste en una sucesión finita de sistemas de  $N$  ecuaciones y  $N$  incógnitas que deben resolverse uno a continuación de otro, y cuya entrada depende del resultado del paso anterior.
- **Postproceso**, el cálculo proporciona valores de cierto conjunto de funciones en los nodos de la malla que define la discretización, en el postproceso se calculan magnitudes derivadas de los valores obtenidos para los nodos, y en ocasiones se aplican operaciones de suavizado, interpolación e incluso determinación de errores de aproximación.

### 3.3.1. Preproceso y generación de la malla

La malla se genera y ésta en general consta de miles (e incluso centenares de miles) de puntos. La información sobre las propiedades del material y otras características del problema se almacena junto con la información que describe la malla. Por otro lado las fuerzas, los flujos térmicos o las temperaturas se reasignan a los puntos de la malla. A los nodos de la malla se les asigna una densidad por todo el material dependiendo del nivel de la tensión mecánica u otra propiedad. Las regiones que recibirán gran cantidad de tensión tienen normalmente una mayor densidad de nodos (densidad de malla) que aquellos que experimentan poco o ninguno. Puntos de interés consisten en: puntos de fractura previamente probados del material, entrantes, esquinas, detalles complejos, y áreas de elevada tensión. La malla actúa como la red de una araña en la que desde cada nodo se extiende un elemento de malla a cada nodo adyacente. Este tipo de red vectorial es la que lleva las propiedades del material al objeto, creando varios elementos.

Las tareas asignadas al preproceso son:

1. El continuo se divide, mediante líneas o superficies imaginarias en un número de elementos finitos. Esta parte del proceso se desarrolla habitualmente mediante algoritmos incorporados a programas informáticos de mallado durante la etapa de preproceso.
2. Se supone que los elementos están conectados entre sí mediante un número discreto de puntos o “nodos”, situados en sus contornos. Los desplazamientos de estos nodos serán las incógnitas fundamentales del problema, tal y como ocurre en el análisis simple de estructuras por el método matricial.
3. Se toma un conjunto de funciones que definan de manera única el campo de desplazamientos dentro de cada “elemento finito” en función de los desplazamientos nodales de dicho elemento. Por ejemplo el campo de desplazamientos dentro de un elemento lineal de dos nodos podría venir definido por:  $u = N_1 u_1 + N_2 u_2$ , siendo  $N_1$  y  $N_2$  las funciones comentadas (funciones de forma) y  $u_1$  y  $u_2$  los desplazamientos en el nodo 1 y en el nodo 2.

4. Estas funciones de desplazamientos definirán entonces de manera única el estado de deformación del elemento en función de los desplazamientos nodales. Estas deformaciones, junto con las propiedades constitutivas del material, definirán a su vez el estado de tensiones en todo el elemento, y por consiguiente en sus contornos.

5. Se determina un sistema de fuerzas concentradas en los nodos, tal que equilibre las tensiones en el contorno y cualesquiera cargas repartidas, resultando así una relación entre fuerzas y desplazamientos de la forma  $F = k \cdot u$ , que como vemos es similar a la del cálculo matricial.

### **3.3.2. Cálculo y resolución de sistemas de ecuaciones**

En un problema mecánico lineal no-dependiente del tiempo, como un problema de análisis estructural estático o un problema elástico, el cálculo generalmente se reduce a obtener los desplazamientos en los nodos y con ellos definir de manera aproximada el campo de desplazamientos en el elemento finito.

Cuando el problema es no-lineal en general la aplicación de las fuerzas requiere la aplicación incremental de las fuerzas y considerar incrementos numéricos, y calcular en cada incremento algunas magnitudes referidas a los nodos. Algo similar sucede con los problemas dependientes del tiempo, para los que se considera una sucesión de instantes, en general bastante cercanos en el tiempo, y se considera el equilibrio instantáneo en cada instante. En general estos dos últimos tipos de problemas requieren un tiempo de cálculo sustancialmente más elevado que en un problema estacionario y lineal.

### **3.3.3. Postproceso**

Actualmente, el MEF es usado para calcular problemas tan complejos, que los ficheros que se generan como resultado del MEF tienen tal cantidad de datos que resulta conveniente procesarlos de alguna manera adicional para hacerlos más comprensible e ilustrar diferentes aspectos del problema. En la etapa de post-proceso los resultados obtenidos de la resolución del sistema son tratados, para obtener representación gráficas y obtener magnitudes derivadas, que permitan extraer conclusiones del problema.

El post-proceso del MEF generalmente requiere software adicional para organizar los datos de salida, de tal manera que sea más fácilmente comprensible el resultado y permita decidir si ciertas consecuencias del problema son o no aceptables. En el cálculo de estructuras por ejemplo, el post-proceso puede incluir comprobaciones adicionales de si una estructura cumple los requisitos de las normas pertinentes, calculando si se sobrepasan tensiones admisibles, o existe la posibilidad de pandeo en la estructura.

### 3.4. Tipos de análisis en ingeniería

El programador puede insertar numerosos algoritmos o funciones que pueden hacer al sistema comportarse de manera lineal o no lineal. Los sistemas lineales son menos complejos y normalmente no tienen en cuenta deformaciones plásticas. Los sistemas no lineales toman en cuenta las deformaciones plásticas, y algunos incluso son capaces de verificar si se presentaría fractura en el material.

Algunos tipos de análisis ingenieriles comunes que usan el método de los elementos finitos son:

- **Análisis estructural** consiste en modelos lineales y no lineales. Los modelos lineales usan parámetros simples y asumen que el material no es deformado plásticamente. Los modelos no lineales consisten en tensionar el material más allá de sus capacidades elásticas. La tensión en el material varía con de deformación.
- **Análisis vibracional** es usado para probar el material contra vibraciones aleatorias, choques e impactos. Cada uno de estos incidentes puede actuar en la frecuencia natural del material y puede causar resonancia y el consecuente fallo.
- **Análisis de fatiga** ayuda a los diseñadores a predecir la vida del material o de la estructura, enseñando el efecto de los ciclos de carga sobre el espécimen. Este análisis puede mostrar las áreas donde es más posible que se presente una grieta. El fallo por fatiga puede también enseñar la tolerancia al fallo del material.

#### 3.4.1. Resultado del método de los elementos finitos

Las grandes ventajas del cálculo por ordenador se pueden resumir en:

- Hace posible el cálculo de estructuras que, bien por el gran número de operaciones que su resolución presenta (entramados de muchos pisos, por ejemplo) o por lo tedioso de las mismas (entramados espaciales, por ejemplo) las cuales eran, en la práctica, inabordables mediante el cálculo manual.
- En la mayoría de los casos reduce a límites despreciables el riesgo de errores operativos.

#### 3.4.2. Limitaciones

En general el MEF tal como se usa actualmente tiene algunas limitaciones:

- El MEF calcula soluciones numéricas concretas y adaptadas a unos datos particulares de entrada, no puede hacerse un análisis de sensibilidad sencillo que permita conocer como variará la solución si alguno de los parámetros se altera ligeramente. Es decir, proporciona sólo respuestas numéricas cuantitativas concretas no relaciones cualitativas generales.

- El MEF proporciona una solución aproximada cuyo margen de error en general es desconocido. Si bien algunos tipos de problemas permiten acotar el error de la solución, debido a los diversos tipos de aproximaciones que usa el método, los problemas no-lineales o dependientes del tiempo en general no permiten conocer el error.
- En el MEF la mayoría de aplicaciones prácticas requiere mucho tiempo para ajustar detalles de la geometría, existiendo frecuentemente problemas de mal condicionamiento de las mallas, desigual grado de convergencia de la solución aproximada hacia la solución exacta en diferentes puntos, etc. En general una simulación requiere el uso de numerosas pruebas y ensayos con geometrías simplificadas o casos menos generales que el que finalmente pretende simularse, antes de empezar a lograr resultados satisfactorios.

## **4. MATERIALES Y CONDICIONES DE APOYO**

### **4.1. Normativa**

Las normativas empleadas son las nombradas a continuación:

- *Instrucción sobre las Acciones a considerar en el proyecto de Puentes de carretera (IAP-98).*

La presente Instrucción determina las clases de acciones, los coeficientes de ponderación y las combinaciones de acciones que deberán tenerse en cuenta para el proyecto de puentes de carretera cuyas luces sean inferiores a doscientos metros (<200 m).

- *Instrucción de Hormigón Estructural (EHE).*

La presente Instrucción es aplicable a las estructuras y elementos de hormigón estructural, incluyendo en esta definición el hormigón en masa, armado o pretensado, cuando la acción del pretensado se introduce mediante el empleo de armaduras activas de acero situadas dentro del canto del elemento.

Esta Instrucción supone que el proyecto, construcción y control de las estructuras que constituyen su campo de aplicación serán llevados a cabo por técnicos y operarios con los conocimientos necesarios y la experiencia suficiente. Además, se da por hecho que dichas estructuras estarán destinadas al uso para el que hayan sido construidas y serán adecuadamente conservadas.

### **4.2. Materiales**

#### **4.2.1. Hormigón**

##### **CARACTERÍSTICAS DEL HORMIGÓN:**

Resistencia característica de proyecto,  $f_{ck}$  es el valor que se adopta en el proyecto para la resistencia a compresión, como base de los cálculos. Se denomina también resistencia característica especificada o resistencia de proyecto.

Resistencia característica real,  $f_{c,real}$  de obra es el valor que corresponde al cuantil del 5 por 100 en la distribución de resistencia a compresión del hormigón colocado en obra.

Resistencia característica estimada,  $f_{c,est}$  es el valor que estima o cuantifica la resistencia característica real de obra a partir de un número finito de resultados de ensayos normalizados de resistencia a compresión, sobre probetas tomadas en obra. Abreviadamente se puede denominar resistencia característica.

Si no se dispone de resultados de ensayos, podrá admitirse que la resistencia característica inferior a tracción  $f_{ct,k}$  (correspondiente al cuantil del 5 por 100) viene dada, en función de la resistencia característica de proyecto a compresión  $f_{ck}$ , por la fórmula:

$$f_{ct,k} = 0.21 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

Los valores de la resistencia media a tracción  $f_{ct,m}$  y resistencia característica superior a tracción (correspondiente al cuantil del 95 por 100)  $f_{ct,k 0,95}$  pueden estimarse, a falta de resultados de ensayos, mediante:

$$f_{ct,m} = 0.30 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

$$f_{ct,k 0,95} = 0.39 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

En todas estas expresiones,  $f_{ct,k}$ ,  $f_{ck}$ ,  $f_{ct,m}$  y  $f_{ct,k 0,95}$  están expresadas en N/mm<sup>2</sup>.

En la presente Instrucción, la expresión resistencia característica a tracción se refiere siempre, salvo que se indique lo contrario, a la resistencia característica inferior a tracción  $f_{ct,k}$ .

#### TIPIFICACIÓN DE LOS HORMIGONES:

Los hormigones se tipificarán de acuerdo con el siguiente formato (lo que deberá reflejarse en los planos de proyecto y en el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares del proyecto):

T - R / C / TM / A

donde:

- |    |  |
|----|--|
| T  | Indicativo que será HM en el caso de hormigón en masa, HA en el caso de hormigón armado y HP en el de pretensado |
| R  | Resistencia característica especificada, en N/mm <sup>2</sup>  |
| C  | Letra inicial del tipo de consistencia   |
| TM | Tamaño máximo del árido en milímetros  |
| A  | Designación del ambiente   |

En cuanto a la resistencia característica especificada, se recomienda utilizar la siguiente serie: 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50

En la cual las cifras indican la resistencia característica especificada del hormigón a compresión a 28 días, expresada en N/mm<sup>2</sup>.

La resistencia de 20 N/mm<sup>2</sup> se limita en su utilización a hormigones en masa.

El hormigón que se prescriba deberá ser tal que, además de la resistencia mecánica, asegure el cumplimiento de los requisitos de durabilidad (contenido mínimo de cemento y relación agua/cemento máxima) correspondientes al ambiente del elemento estructural.

#### DOCILIDAD DEL HORMIGÓN:

La docilidad del hormigón será la necesaria para que, con los métodos previstos de puesta en obra y compactación, el hormigón rodee las armaduras sin solución de continuidad con los recubrimientos exigibles y rellene completamente los encofrados sin que se produzcan coqueras.

La docilidad del hormigón se valorara determinando su consistencia por medio del ensayo de asentamiento, según UNE-EN 12350-2.

Las distintas consistencias y los valores límite del asentamiento del cono, serán los siguientes:

Tipo de consistencia	Asentamiento en cm
Seca (S)	0-2
Plástica (P)	3-5
Blanda (B)	6-9
Fluida (F)	10-15
Líquida (L)	16-20

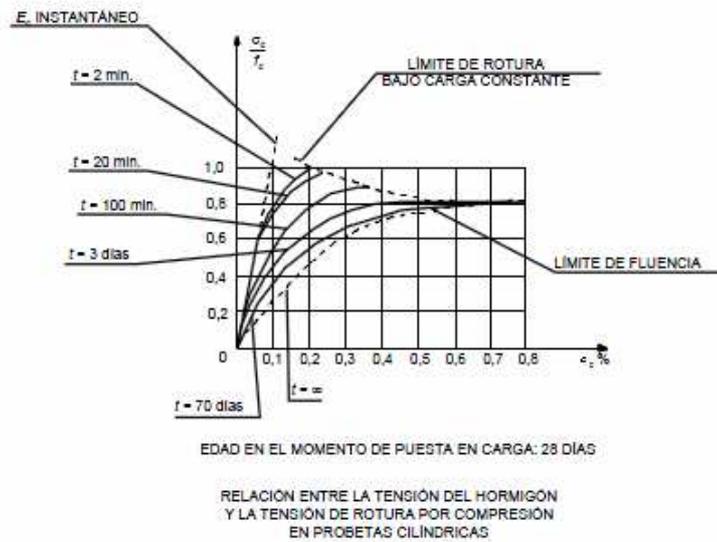
Salvo en aplicaciones específicas que así lo requieran, se evitara el empleo de las consistencias seca y plástica. No podrá emplearse la consistencia líquida, salvo que se consiga mediante el empleo de aditivos superplastificantes.

En todo caso, la consistencia del hormigón que se utilice será la especificada en el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares, definiendo aquella por su tipo o por el valor numérico de su asentamiento en cm.

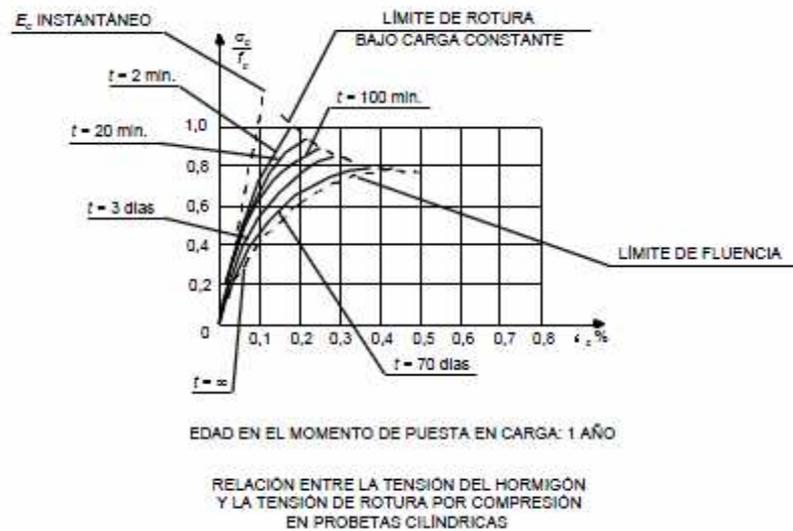
#### DIAGRAMA TENSION-DEFORMACIÓN CARACTERÍSTICO DEL HORMIGÓN:

El diagrama característico tensión-deformación del hormigón depende de numerosas variables: edad del hormigón, duración de la carga, forma y tipo de la sección, naturaleza de la sollicitación, tipo de árido, estado de humedad, etc.

Dada la dificultad de disponer del diagrama tensión-deformación del hormigón, aplicable al caso concreto en estudio, a efectos prácticos pueden utilizarse diagramas característicos simplificados.



**Gráfica 1: diagrama tensión-deformación a 28 días**



**Gráfica 2: diagrama tensión-deformación a 1 año**

RESISTENCIA DE CÁLCULO DEL HORMIGÓN:

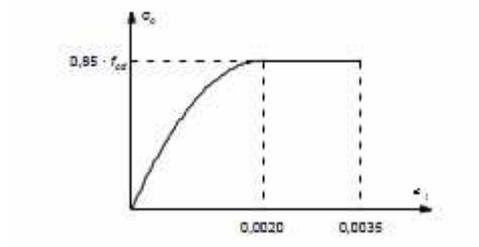
Se considerará como resistencia de cálculo del hormigón (en compresión  $f_{cd}$  o en tracción  $f_{ct,d}$ ) el valor de la resistencia característica de proyecto  $f_{ck}$  correspondiente, dividido por un coeficiente parcial de seguridad  $\gamma_c$ .

DIAGRAMA TENSION-DEFORMACIÓN DE CÁLCULO DEL HORMIGÓN:

Para el cálculo de secciones sometidas a sollicitaciones normales, en los Estados Límite Últimos se adoptará uno de los diagramas siguientes:

a) Diagrama parábola rectángulo

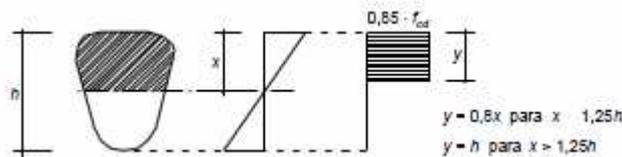
Está formado por una parábola de segundo grado y un segmento rectilíneo. El vértice de la parábola se encuentra en la abscisa 2 por 1.000 (deformación de rotura del hormigón a compresión simple) y el vértice extremo del rectángulo en la abscisa 3,5 por 1.000 (deformación de rotura del hormigón en flexión). La ordenada máxima de este diagrama corresponde a una compresión igual a  $0,85 f_{cd}$  siendo  $f_{cd}$  la resistencia de cálculo del hormigón a compresión.



**Gráfica 3: diagrama de cálculo parábola rectángulo**

b) Diagrama rectangular

Formado por un rectángulo cuya altura  $y$  se da en función de la profundidad del eje neutro  $x$  (para el caso habitual  $x \leq h$  es  $y=0,8x$ ) y cuya anchura es  $0,85 f_{cd}$ .



**Gráfica 4: diagrama de cálculo rectangular**

c) Otros diagramas de cálculo, como los parabólicos, birrectilíneos, trapezoidales, etc.

Se aceptarán siempre que los resultados con ellos obtenidos concuerden, de una manera satisfactoria, con los correspondientes a los de la parábola-rectángulo o queden del lado de la seguridad.

### TIPOS DE HORMIGÓN EMPLEADOS EN ESTE PROYECTO:

Los tipos de hormigones usados en este proyecto han sido:

a) En vigas: HA / 50 / F / 12 / IIa

Se trata de un hormigón armado, de una resistencia específica de 50 N/mm<sup>2</sup>, de un tipo de consistencia fluida, con un tamaño de árido no mayor a 12 mm y con una designación de ambiente para exteriores en ausencia de cloruros, y expuestos a lluvia en zonas con precipitación media anual superior a 600 mm.

b) En pilas: HA / 50 / F / 12 / IIa

Se trata de un hormigón armado, de una resistencia específica de 50 N/mm<sup>2</sup>, de un tipo de consistencia fluida, con un tamaño de árido no mayor a 12 mm y con una designación de ambiente para exteriores en ausencia de cloruros, y expuestos a lluvia en zonas con precipitación media anual superior a 600 mm.

c) En losa: HA / 30 / B / 20 / IIa

Se trata de un hormigón armado, de una resistencia específica de 50 N/mm<sup>2</sup>, de un tipo de consistencia blanda, con un tamaño de árido no mayor a 20 mm y con una designación de ambiente para exteriores en ausencia de cloruros, y expuestos a lluvia en zonas con precipitación media anual superior a 600 mm.

#### **4.2.2. Acero**

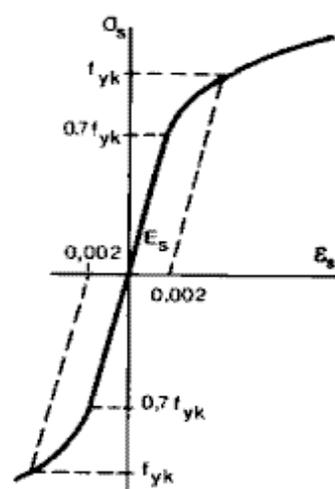
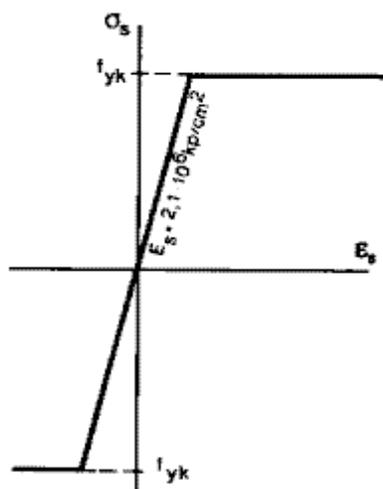
### DIAGRAMAS TENSIÓN-DEFORMACIÓN DEL ACERO:

Diagrama tensión-deformación de proyecto es el que se adopta como base de los cálculos, asociado en esta Instrucción a un nivel de confianza del 95 por 100.

Diagrama característico tensión-deformación del acero en tracción es aquel que tiene la propiedad de que los valores de la tensión, correspondientes a deformaciones no mayores de 10 por 1.000, presentan un nivel de confianza del 95 por 100 con respecto a los correspondientes valores obtenidos en ensayos de tracción realizados según la Norma UNE 36.401/81.

En compresión puede adaptarse el mismo diagrama que en tracción.

A falta de datos experimentales precisos, puede suponerse que el diagrama característico adopta la forma de las gráficas 5 y 6 según se trata de aceros con o sin escalón de cedencia netamente marcado, respectivamente, pudiendo tomarse estos diagramas como diagramas de proyecto si se adoptan los valores tipificados del límite elástico.



**Gráfica 5 acero con escalón de cedencia    Gráfica 6 sin escalón de cedencia**

En la Gráfica 6, la rama de tracción a partir del valor 0,7 f<sub>yk</sub> se define mediante la expresión:

$$\text{para } \sigma_s \geq 0,7 \cdot f_{yk}; \epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + \left( \frac{\sigma_s}{f_{yk}} - 0,7 \right)^5$$

La rama de compresión es simétrica de la de tracción respecto al origen.

**RESISTENCIA DE CÁLCULO DEL ACERO:**

Se considerará como resistencia de cálculo del acero f<sub>yd</sub> el valor:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

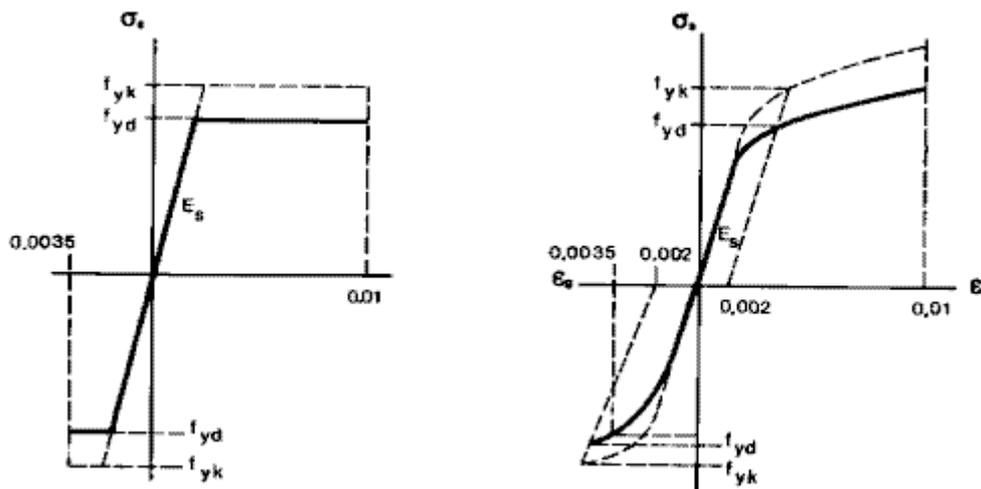
En donde f<sub>yd</sub> es el límite elástico de proyecto y γ<sub>s</sub> es el coeficiente de minoración. La expresión indicada es válida tanto para tracción como para compresión.

**DIAGRAMA DE CÁLCULO DE TENSIÓN-DEFORMACIÓN DEL ACERO:**

El diagrama de cálculo tensión-deformación del acero (en tracción o en compresión) se deduce del diagrama de proyecto mediante una afinidad oblicua, paralela a la recta de Hooke de razón 1 / γ<sub>s</sub>.

Cuando se utilizan los diagramas de las figuras figura 5 y figura 6 se obtienen los diagramas de cálculo de las figuras figura 7 y figura 8.

Se admite el empleo de diagramas simplificados de cálculo, de tipo birrectilíneo u otros, siempre que su uso conduzca a resultados que queden del lado de la seguridad o estén suficientemente avalados por la experiencia.



**Gráfica 7: El diagrama de cálculo tensión-deformación del acero en tracción**  
**Gráfica: 8 en compresión**

GENERALIDADES:

Los productos de acero que pueden emplearse para la elaboración de armaduras pasivas pueden ser:

- Barras rectas o rollos de acero corrugado soldable.
- Alambres de acero corrugado o grafilado soldable.
- Alambres lisos de acero soldable.

Los alambres lisos solo pueden emplearse como elementos de conexión de armaduras básicas electrosoldadas en celosía.

Los productos de acero para armaduras pasivas no presentaran defectos superficiales ni grietas.

Las secciones nominales y las masas nominales por metro serán las establecidas en la tabla 6 de la UNE EN 10080. La sección equivalente no será inferior al 95,5 por 100 de la sección nominal.

Se entiende por diámetro nominal de un producto de acero el número convencional que define el círculo respecto al cual se establecen las tolerancias. El área del mencionado círculo es la sección nominal.

Se entiende por sección equivalente de un producto de acero, expresada en centímetros cuadrados, el cociente de su peso en Newtons por 0,077 (7,85 si el peso se expresa en gramos) veces su longitud en centímetros. El diámetro del círculo cuya área es igual a la sección equivalente se denomina diámetro equivalente. La determinación de la sección equivalente debe realizarse después de limpiar cuidadosamente el producto de acero para eliminar las posibles escamas de laminación y el óxido no adherido firmemente.

Se considerará como límite elástico del acero para armaduras pasivas,  $f_y$ , el valor de la tensión que produce una deformación remanente del 0,2 por 100.

El proceso de fabricación del acero será una elección del fabricante.

#### BARRAS Y ROLLOS DE ACERO CORRUGADO SOLDABLE:

A los efectos de la Instrucción EHE, sólo podrán emplearse barras o rollos de acero corrugado soldable que sean conformes con UNE EN 10080.

Los posibles diámetros nominales de las barras corrugadas serán los definidos en la serie siguiente, de acuerdo con la tabla 6 de la UNE EN 10080:

6 – 8 – 10 - 12 - 14 - 16 - 20 – 25 - 32 y 40 mm.

Salvo en el caso de mallas electrosoldadas o armaduras básicas electrosoldadas en celosía, se procurará evitar el empleo del diámetro de 6 mm cuando se aplique cualquier proceso de soldadura, resistente o no resistente, en la elaboración o montaje de la armadura pasiva.

#### ARMADURAS PASIVAS:

Se entiende por armadura pasiva el resultado de montar, en el correspondiente molde o encofrado, el conjunto de armaduras normalizadas, armaduras elaboradas o ferrallas armadas que, convenientemente solapadas y con los recubrimientos adecuados, tienen una función estructural.

Las características mecánicas, químicas y de adherencia de las armaduras pasivas serán las de las armaduras normalizadas o, en su caso, las de la ferralla armada que las componen.

Los diámetros nominales y geometrías de las armaduras serán las definidas en el correspondiente proyecto.

### MALLAS ELECTROSOLDADAS:

Se entiende por malla electrosoldada la armadura formada por la disposición de barras corrugadas o alambres corrugados, longitudinales y transversales, de diámetro nominal igual o diferente, que se cruzan entre si perpendicularmente y cuyos puntos de contacto están unidos mediante soldadura eléctrica, realizada en un proceso de producción en serie en instalación industrial ajena a la obra, que sea conforme con lo establecido en UNE-EN 10080.

Las mallas electrosoldadas serán fabricadas a partir de barras corrugadas o alambres corrugados, que no se mezclaran entre si y deberán cumplir las exigencias establecidas.

### FERRALLA ARMADA:

Se define como:

- armadura elaborada, cada una de las formas o disposiciones de elementos que resultan de aplicar, en su caso, los procesos de enderezado, de corte y de doblado a partir de acero corrugado o, en su caso, a partir de mallas electrosoldadas.

- ferralla armada, el resultado de aplicar a las armaduras elaboradas los correspondientes procesos de armado, bien mediante atado por alambre o mediante soldadura no resistente.

### ACERO EMPLEADO EN ESTE PROYECTO:

El tipo de acero corrugado que emplearemos en este proyecto es el designado como B500S, y sus características son las siguientes:

- Designación: B 500 S
- Límite elástico,  $f_y$  (N/mm<sup>2</sup>):  $\geq 500$
- Carga unitaria de rotura,  $f_s$  (N/mm<sup>2</sup>):  $\geq 500$
- Alargamiento de rotura,  $\epsilon_{u,5}$  (%):  $\geq 12$
- Alargamiento total bajo carga máxima en acero suministrado en barra,  
 $\epsilon_{m\acute{a}x}$  (%):  $\geq 5.0$
- Alargamiento total bajo carga máxima en acero suministrado en rollo,  
 $\epsilon_{m\acute{a}x}$  (%):  $\geq 7.5$
- Relación  $f_s/f_y$ :  $\geq 1.05$

### 4.3. Condiciones de apoyo

Las condiciones de apoyo, ya sea empotramientos o articulaciones, se logran por medio de un adecuado sistema de cimentación y del suelo en sí.

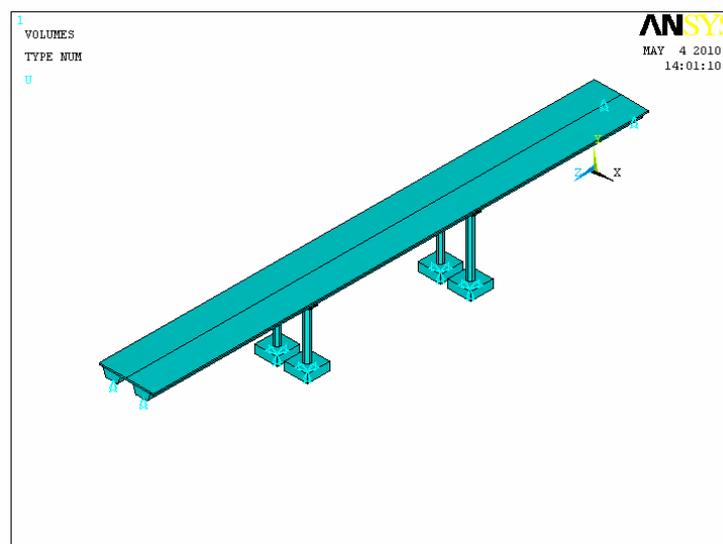
Las estructuras modeladas con empotramientos exigen que la cimentación sea capaz de absorber cualquier tipo de rotación. Como es sabido, el suelo es un material que no aguanta esfuerzos de tracción, por lo tanto, en el caso de cimientos superficiales sobre suelos poco compresibles, los momentos se pueden absorber con una transmisión no uniforme de los esfuerzos de contacto con el suelo; en el caso de suelos compresibles, esta hipótesis no es suficiente para asegurar que no se presentará ladeo de la fundación, en este caso se recomienda lograr la estabilidad al vuelco por medio de vigas de amarre o cualquier otro elemento que pueda dar reacción de par. En todos los casos se recomienda construir la cimentación a cierta profundidad y colocar un lleno estructural sobre ella de tal manera que se ayude a impedir la rotación.

Así pues, en el programa se han impedido los giros y los desplazamientos de los cimientos.

Las pilas van empotradas en la cimentación, con lo que los desplazamientos también están impedidos.

En cuanto a las vigas, están biapoyadas sobre las pilas y/o los estribos, por tanto sólo está impedido el desplazamiento vertical, el del eje Y. No están unidas entre sí, y sólo están apoyadas por sus extremos, y ésta es la razón por la que el puente se considera teóricamente isostático.

El tablero, en cambio, una vez armado y hormigonado, se convierte en una losa de enormes dimensiones “anclada” a la parte superior de las seis vigas.



*Figura 4-1: condiciones de apoyo*

## 5. CASOS DE CARGA

### 5.1. Pesos y cargas

Los datos que se exponen a continuación han sido extraídos de la empresa PRAINSA:

- Peso específico del hormigón armado o pretensado:	$\gamma_h = 2.50 \text{ T/m}^3$
- Peso barrera:	$P_{\text{barrera}} = 1.00 \text{ T/m}$
- Peso acera:	$P_{\text{aceras}} = 0.5 \text{ T/m}^2$
- Peso pavimento:	$P_{\text{pav}} = 0.240 \text{ T/m}^2$
- Peso vigas:	$P_{\text{vigas}} = 2.4541 \text{ T/m}$
- Sobrecarga repartida debida al tráfico:	$S_{\text{tráfico}} = 0.40 \text{ T/m}^2$
- Sobrecarga en aceras:	$S_{\text{aceras}} = 0.40 \text{ T/m}^2$
- Sobrecarga máxima en vigas:	$S_{\text{vigas}} = 64.54 \text{ T}$
- Sobrecarga puntual debida al tráfico:	$P_{\text{puntual}} = 60 \text{ T}$
- Sobrecarga nieve:	$S_N = 0.05 \text{ T/m}^2$
- Sobrecarga viento:	$S_V = 0.456 \text{ T/m}$
- Longitud total del tablero:	$L = 91 \text{ m}$
- Ancho total del tablero:	$A = 10 \text{ m}$
- Espesor del tablero:	$e = 0.29 \text{ m}$
- Anchura del firme pavimentado:	$A_{\text{pav}} = 8 \text{ m}$
- Área de las pilas:	$A_{\text{pilas}} = 1.12 \text{ m}^2$

### ACERAS:

$$\begin{aligned} PP_{\text{acera}} &= 1 \text{ T/m} * 91 \text{ m} = 91 \text{ T} \\ PP_{\text{barrera}} &= 0.5 \text{ T/m}^2 * 91 \text{ m} * 1 \text{ m} = 45 \text{ T} \\ PP_{\text{total}} &= 136 \text{ T} \\ P_{\text{sobrecarga uso}} &= 0.40 \text{ T/m}^2 * 91 \text{ m} * 1 \text{ m} = 36.4 \text{ T} \\ P_{\text{sobrecarga nieve}} &= 0.05 \text{ T/m}^2 * 91 \text{ m} * 1 \text{ m} = 4.55 \text{ T} \end{aligned}$$

Los pesos propios y de sobrecarga calculados arriba, corresponden sólo a un lado de la acera, por tanto habrá que multiplicarlos por 2 a la hora de introducirlos en el programa.

### TABLERO:

$$\begin{aligned} PP_{\text{tablero}} &= \text{Vol. losa} * \gamma_h = 91 \text{ m} * 10 \text{ m} * 0.29 \text{ m} * 2.50 \text{ T/m}^3 = 659.75 \text{ T} \\ PP_{\text{pavimento}} &= 8 \text{ m} * 0.240 \text{ T/m}^2 = 174.72 \text{ T} \\ PP_{\text{total}} &= 834.42 \text{ T} \\ P_{\text{sobrecarga uso}} &= 0.40 \text{ T/m}^2 * 91 \text{ m} * 8 \text{ m} = 291.2 \text{ T} \\ P_{\text{sobrecarga nieve}} &= 0.05 \text{ T/m}^2 * 91 \text{ m} * 10 \text{ m} = 45.5 \text{ T} \end{aligned}$$

**VIGAS:**

Vigas exteriores de longitud 30.35 metros:

$$PP_{\text{vigas}} = 2.4541 \text{ T/m} \cdot 30.35 \text{ m} = 74.48 \text{ T}$$

Vigas centrales de longitud 29.9 metros:

$$PP_{\text{vigas}} = 2.4541 \text{ T/m} \cdot 29.9 \text{ m} = 73.3775 \text{ T}$$

Carga permanente sobre todas las vigas = 184.57 T

$$P_{\text{sobrecarga uso}} = 64.54 \text{ T}$$

**PILAS:**

Pilas de altura 10.79 metros:

$$PP_{\text{Pilas}} = A_{\text{pilas}} \cdot H_{\text{pilas}} \cdot \gamma_h = 1.12 \text{ m} \cdot 10.79 \text{ m} \cdot 2.50 \text{ T/m}^3 = 30.212 \text{ T}$$

$$P_{\text{sobrecarga viento}} = 0.456 \text{ T/m} \cdot 10.79 \text{ m} = 4.92 \text{ T}$$

Pilas de altura 9.01 metros:

$$PP_{\text{Pilas}} = A_{\text{pilas}} \cdot H_{\text{pilas}} \cdot \gamma_h = 1.12 \text{ m} \cdot 9.01 \text{ m} \cdot 2.50 \text{ T/m}^3 = 25.228 \text{ T}$$

$$P_{\text{sobrecarga viento}} = 0.456 \text{ T/m} \cdot 9.01 \text{ m} = 4.108 \text{ T}$$

**5.2. Combinación de acciones**

El valor de cálculo de los efectos de las acciones correspondiente a una situación persistente o transitoria, se determina mediante combinaciones de acciones a partir de la expresión:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

$G_{k,j}$  = valor representativo de cada acción permanente.

$Q_{k,1}$  = valor característico de la acción variable dominante.

$\psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$  = valores de combinación de las acciones variables concomitantes con la acción variable dominante.

**Consideraciones:**

- Se realiza una mayoración de acciones (Estados Límites Últimos) de Nivel de control intenso, cuyos coeficientes son:

- Permanentes:  $\gamma_G = 1.35$

- Variable:  $\gamma_Q = 1.50$

- El coeficiente  $\psi_0$  tendrá siempre un valor de 0.6, según la Instrucción IAP.

- Viento: Su valor sólo será relevante en las pilas.

- Nieve: Al estar situado el puente a una altitud de 273 metros sobre el nivel del mar, se considera una sobrecarga de nieve de  $0.05 \text{ T/m}^2$ , que sólo tendremos en cuenta en el tablero.

- No se tiene en cuenta la acción del pretensado.

**ACERAS:**

Hipótesis de carga con viento predominante:

$$1.35 \cdot 136 + 1.5 \cdot 0 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 36.4 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 4.55) = 220.455 \text{ T} \approx 2204550 \text{ N}$$

Hipótesis de carga con sobrecarga de uso predominante:

$$1.35 \cdot 136 + 1.5 \cdot 36.4 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 0 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 4.55) = 242.295 \text{ T} \approx 2422950 \text{ N}$$

Hipótesis de carga con nieve predominante:

$$1.35 \cdot 136 + 1.5 \cdot 4.55 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 0 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 36.4) = 223.185 \text{ T} \approx 2231850 \text{ N}$$

**TABLERO:**

Hipótesis de carga con viento predominante:

$$1.35 \cdot 834.42 + 1.5 \cdot 0 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 291.2 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 36.4) = 1421 \text{ T} \approx 14213070 \text{ N}$$

Hipótesis de carga con sobrecarga de uso predominante:

$$1.35 \cdot 834.42 + 1.5 \cdot 291.2 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 0 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 36.4) = 1596 \text{ T} \approx 15960270 \text{ N}$$

Hipótesis de carga con nieve predominante:

$$1.35 \cdot 834.42 + 1.5 \cdot 36.4 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 0 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 291.2) = 1443 \text{ T} \approx 14431470 \text{ N}$$

**VIGAS:**Vigas exteriores de longitud 30.35 metros:

Hipótesis de carga con viento predominante:

$$1.35 \cdot (74.48 + 184.57) + 1.5 \cdot 0 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 64.54 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 0) = \\ = 407.8035 \text{ T} \approx 4078035 \text{ N}$$

Hipótesis de carga con sobrecarga de uso predominante:

$$1.35 \cdot (74.48 + 184.57) + 1.5 \cdot 64.54 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 0 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 0) = \\ = 446.52 \text{ T} \approx 4465200 \text{ N}$$

Hipótesis de carga con nieve predominante:

$$1.35 \cdot (74.48 + 184.57) + 1.5 \cdot 0 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 64.54 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 0) = \\ = 407.8035 \text{ T} \approx 4078035 \text{ N}$$

Vigas centrales de longitud 29.9 metros:

Hipótesis de carga con viento predominante:

$$1.35 \cdot (73.3775 + 184.57) + 1.5 \cdot 0 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 64.54 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 0) = \\ = 406.99 \text{ T} \approx 4019900 \text{ N}$$

Hipótesis de carga con sobrecarga de uso predominante:

$$1.35 \cdot (73.3775 + 184.57) + 1.5 \cdot 64.54 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 0 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 0) = \\ = 445.034 \text{ T} \approx 4450340 \text{ N}$$

Hipótesis de carga con nieve predominante:

$$1.35 \cdot (73.3775 + 184.57) + 1.5 \cdot 0 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 64.54 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 0) = \\ = 406.99 \text{ T} \approx 4019900 \text{ N}$$

### **PILAS:**

Pilas de altura 10.79 metros:

Hipótesis de carga con viento predominante:

$$1.35 \cdot (30.12 + 252.33) + 1.5 \cdot 4.92 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 64.54 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 0) = \\ = 446.7735 \text{ T} \approx 4467735 \text{ N}$$

Hipótesis de carga con sobrecarga de uso predominante:

$$1.35 \cdot (30.12 + 252.33) + 1.5 \cdot 64.54 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 4.92 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 0) = \\ = 482.669 \text{ T} \approx 4826697 \text{ N}$$

Hipótesis de carga con nieve predominante:

$$1.35 \cdot (30.12 + 252.33) + 1.5 \cdot 0 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 4.92 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 64.54) = \\ = 443.8215 \text{ T} \approx 4438215 \text{ N}$$

Pilas de altura 9.01 metros:

Hipótesis de carga con viento predominante:

$$1.35 \cdot (25.22 + 252.33) + 1.5 \cdot 4.108 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 64.54 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 0) = \\ = 438.9405 \text{ T} \approx 4389405 \text{ N}$$

Hipótesis de carga con sobrecarga de uso predominante:

$$1.35 \cdot (25.22 + 252.33) + 1.5 \cdot 64.54 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 4.108 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 0) = \\ = 475.1997 \text{ T} \approx 4751997 \text{ N}$$

Hipótesis de carga con nieve predominante:

$$1.35 \cdot (25.22 + 252.33) + 1.5 \cdot 0 + (1.5 \cdot 0.6 \cdot 4.108 + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 64.54) = \\ = 436.4757 \text{ T} \approx 4364757 \text{ N}$$

### **TABLA RESUMEN SITUACIONES MÁS DESFAVORABLES**

Aceras	242.295 T $\approx$ 2422950 N
Tablero	1596 T $\approx$ 15960270 N
Vigas de 30,35 m	446.52 T $\approx$ 4465200 N
Vigas de 29,9 m	445.034 T $\approx$ 4450340 N
Pilas de 10,79 m	482.669 T $\approx$ 4826697 N
Pilas de 9,01 m	475.1997 T $\approx$ 4751997 N

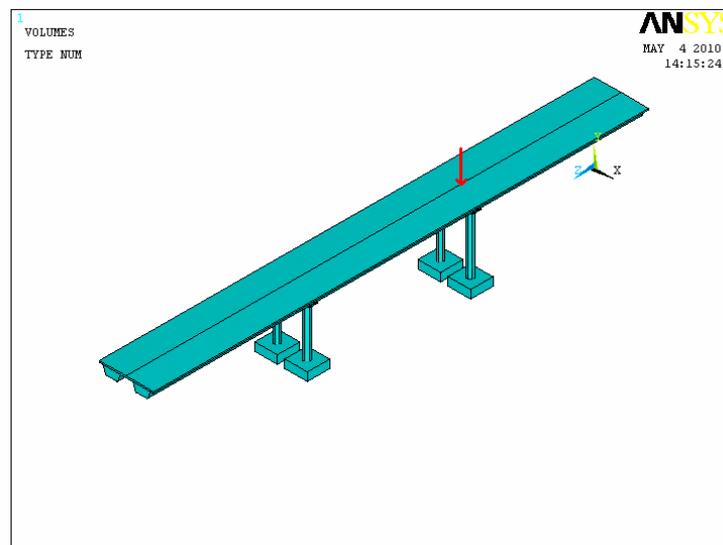
Una vez calculada la combinación más desfavorable, introduciremos los valores de cargas en la estructura. El valor del peso propio de cada elemento del puente (tablero, vigas o pilas), se repartirá de forma uniforme a lo largo del mismo, y las cargas permanentes se repartirán en su cara superior. Posteriormente se procederá a colocar una carga puntual de 60 toneladas en diferentes posiciones del tablero.

### 5.3. Posiciones de la carga puntual

Una vez la estructura esté sometida a las acciones del peso propio y cargas permanentes, se realizará el estudio de la misma con la colocación de una carga puntual de 60 T, correspondiente al peso de un vehículo atravesando el puente. Se ha intentado buscar tres posiciones distintas de la carga que pudieran ser lo más desfavorables posibles para la estructura.

#### POSICIÓN NÚMERO 1:

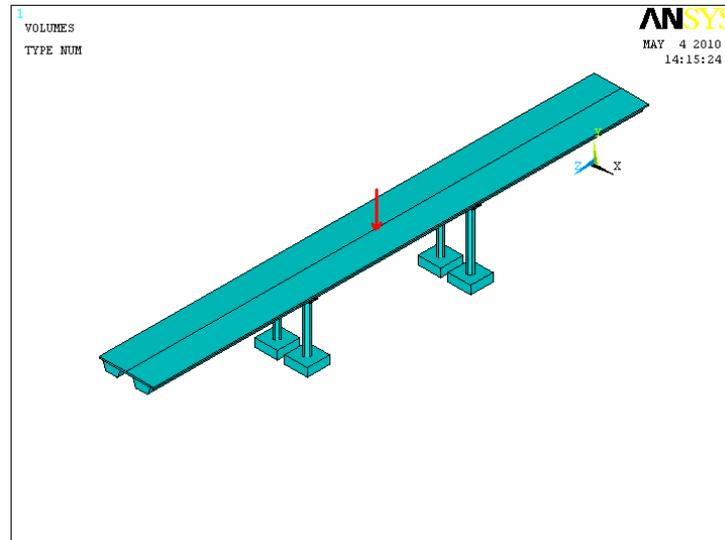
La posición número 1 ha sido elegida por estar situada justo encima de las pilas de mayor altura. Se estudiará así si las pilas absorben un mayor impacto por parte de la carga o no.



*Figura 5-1: carga en la posición número 1*

### POSICIÓN NÚMERO 2:

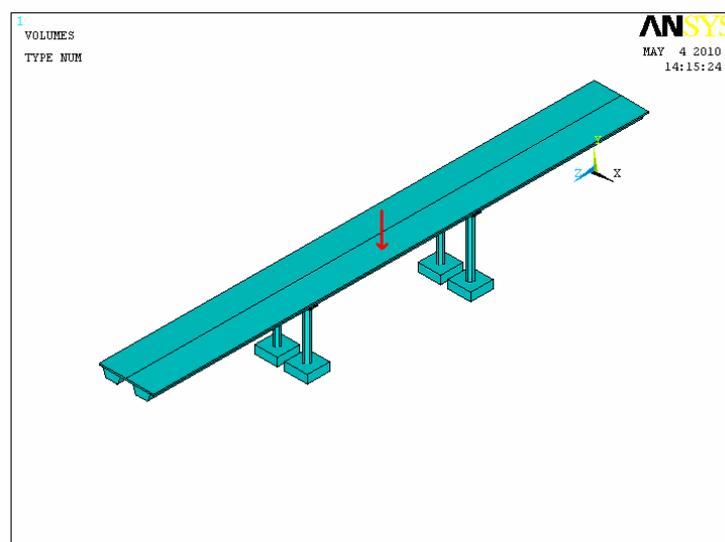
La posición número 2 se sitúa en el centro del segundo vano, entre las dos vigas, en la posición más alejada posible de cualquier punto de apoyo, donde teóricamente se producirán unos momentos mayores.



*Figura 5-2: carga en la posición número 2*

### POSICIÓN NÚMERO 3:

La posición número 3 se sitúa en el centro del segundo vano, pero esta vez encima de una de las vigas, y así se podrá comprobar cuánto sufre la viga por su centro.



*Figura 5-3: carga en la posición número 3*

## **6. RESULTADOS Y CONCLUSIONES**

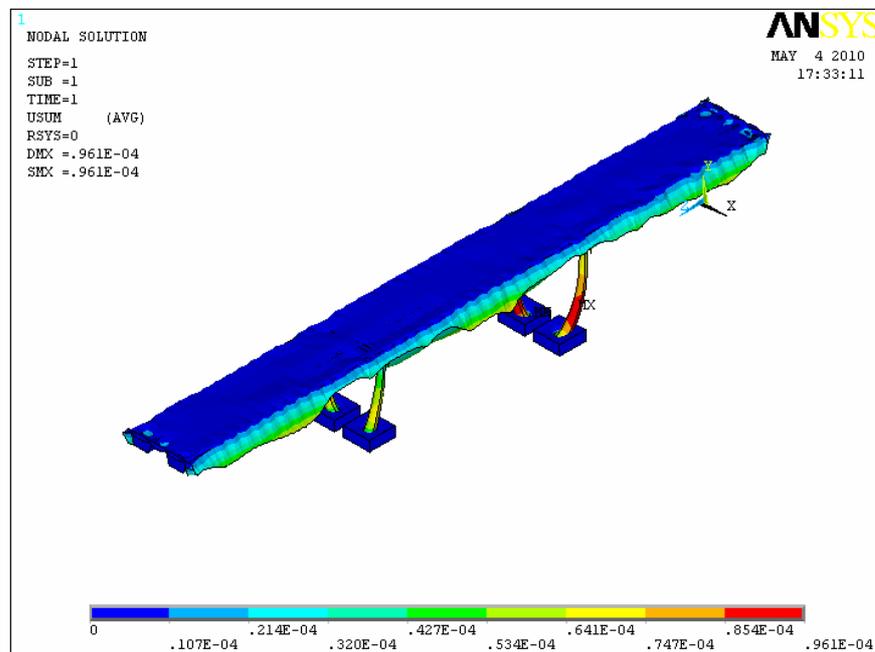
### **6.1. Resultados**

Los resultados que nos interesa obtener, son los de los desplazamientos de la estructura y los de tensión a tracción en los ejes de flexión (“X” y “Z” en nuestro caso), porque a partir de ellos se podrá realizar la armadura de la misma. Los resultados han sido los siguientes:

#### **6.1.1. Carga puntual en la posición 1:**

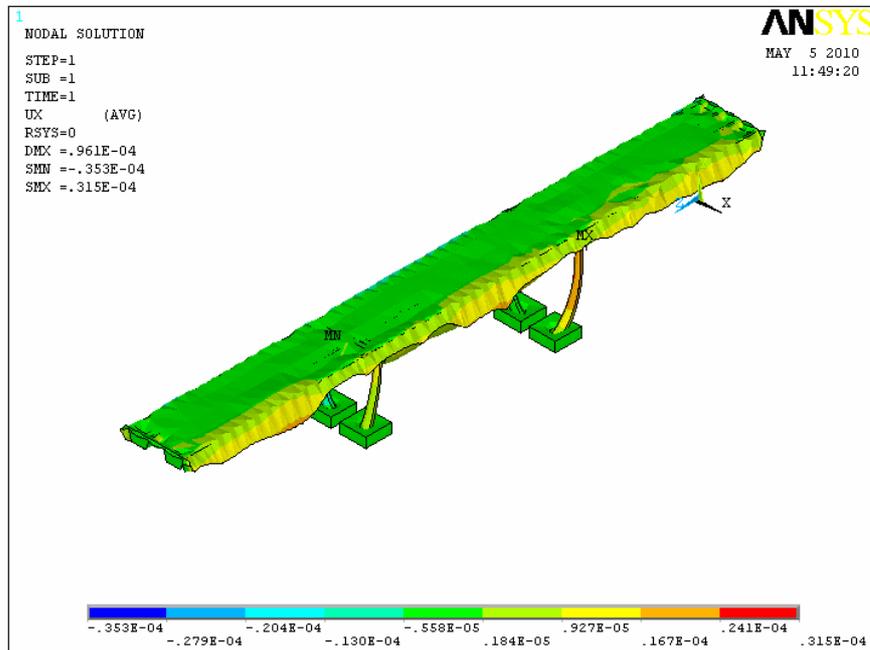
##### RESULTADOS EN LA ESTRUCTURA COMO CONJUNTO:

$$\mu_{\text{máx total en 1}} = 0.961 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.0961 \text{ mm}$$



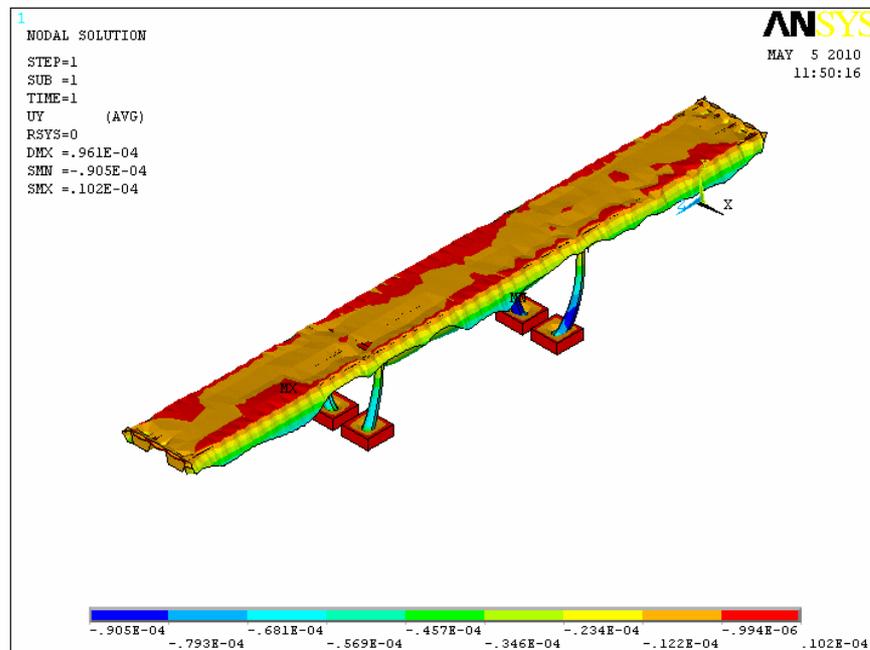
**Figura 6-1: desplazamiento máximo total en la posición 1 de carga**

$$\mu_{\text{máx } x \text{ en } 1} = 0.315 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.0315 \text{ mm}$$



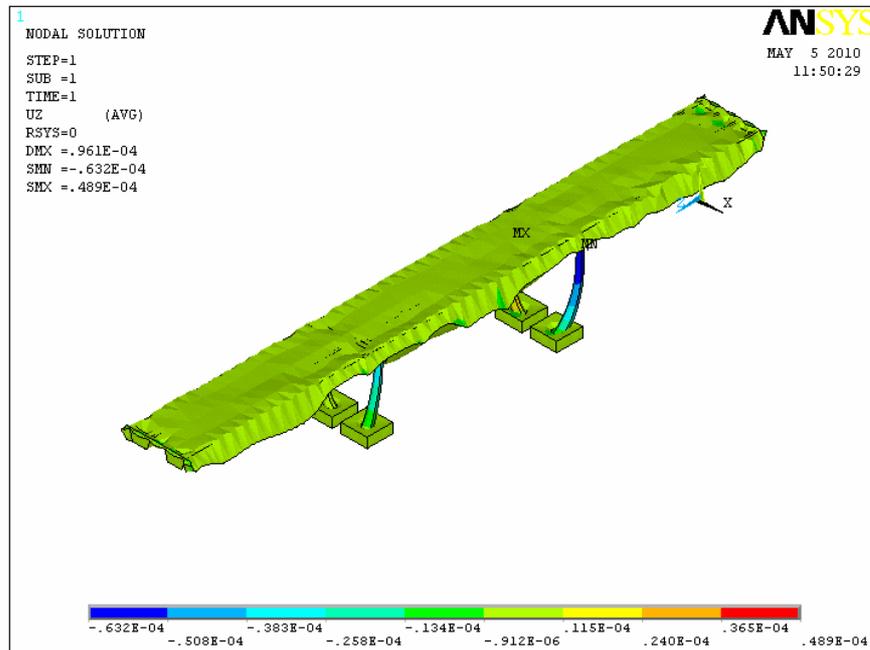
*Figura 6-2: desplazamiento máximo en x en la posición 1 de carga*

$$\mu_{\text{máx } y \text{ en } 1} = 0.102 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.0102 \text{ mm}$$



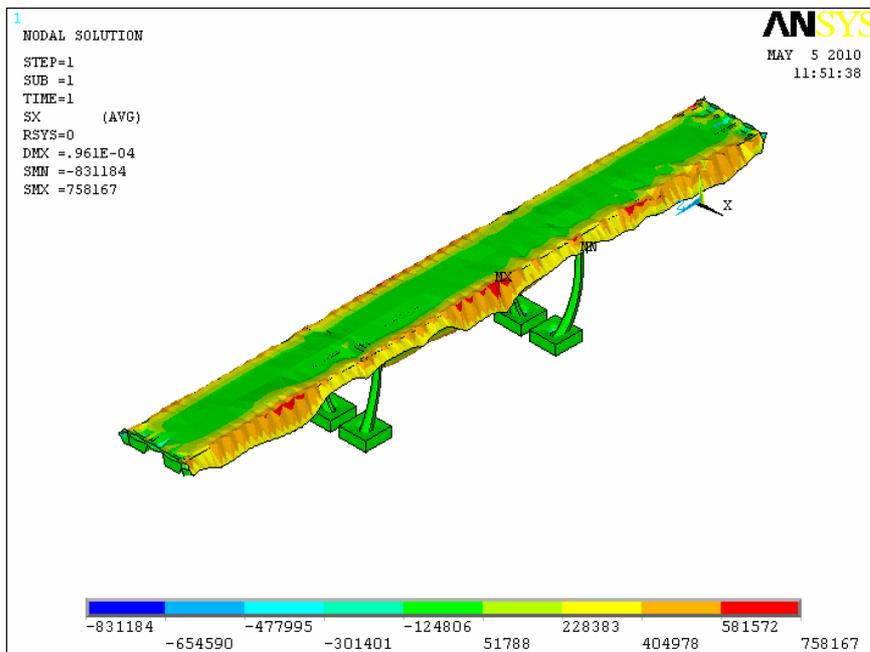
*Figura 6-3: desplazamiento máximo en y en la posición 1 de carga*

$$\mu_{\text{máx } z \text{ en } 1} = 0.489 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.0489 \text{ mm}$$



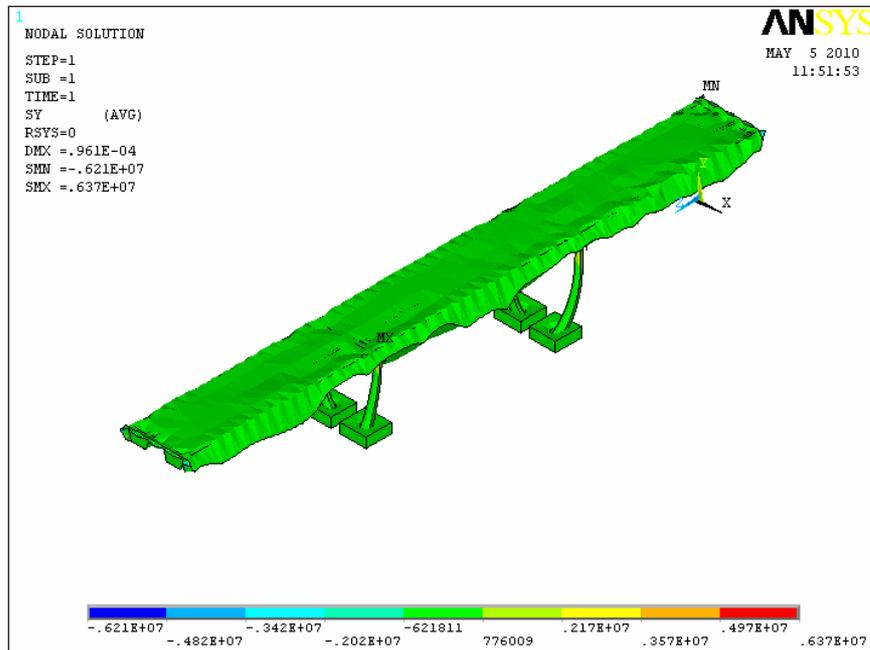
*Figura 6-4: desplazamiento máximo en z en la posición 1 de carga*

$$\sigma_{\text{máx } x \text{ en } 1} = 758167 \text{ N/m}^2 = 75.8167 \text{ T/m}^2$$



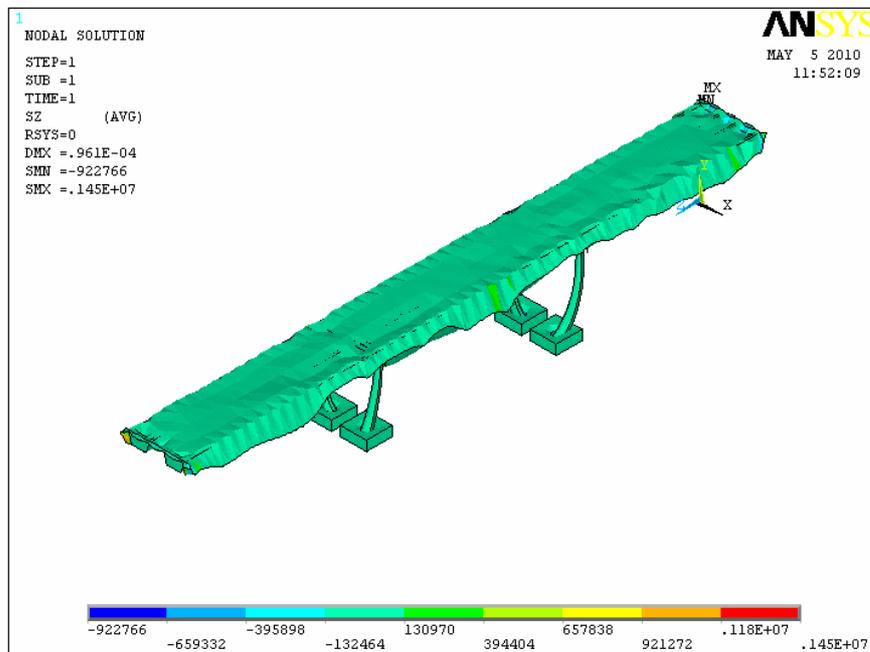
*Figura 6-5: tensión máxima en x en la posición 1 de carga*

$$\sigma_{\text{máx y en 1}} = 0.637 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 637 \text{ T/m}^2$$



*Figura 6-6: tensión máxima en y en la posición 1 de carga*

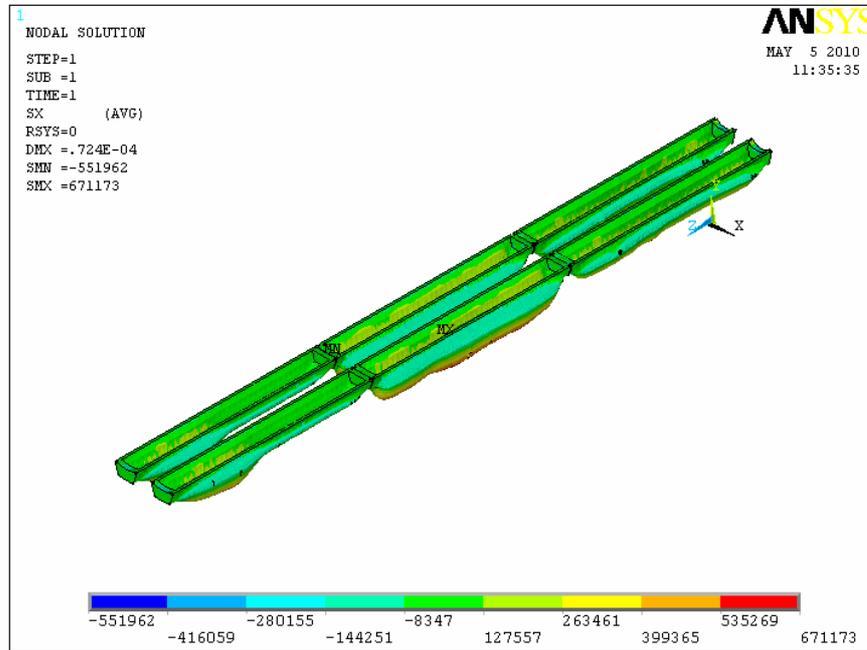
$$\sigma_{\text{máx z en 1}} = 0.145 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 145 \text{ T/m}^2$$



*Figura 6-7: tensión máxima en z en la posición 1 de carga*

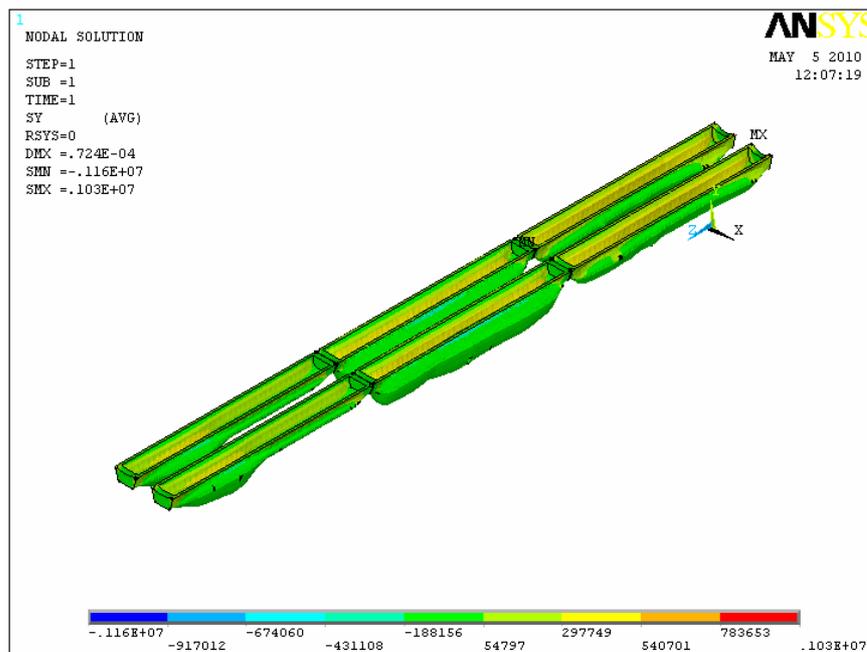
TENSIÓN EN LAS VIGAS:

$$\sigma_{\text{máx } x} \text{ en vigas } 1 = 671137 \text{ N/m}^2 = 67.1137 \text{ T/m}^2$$



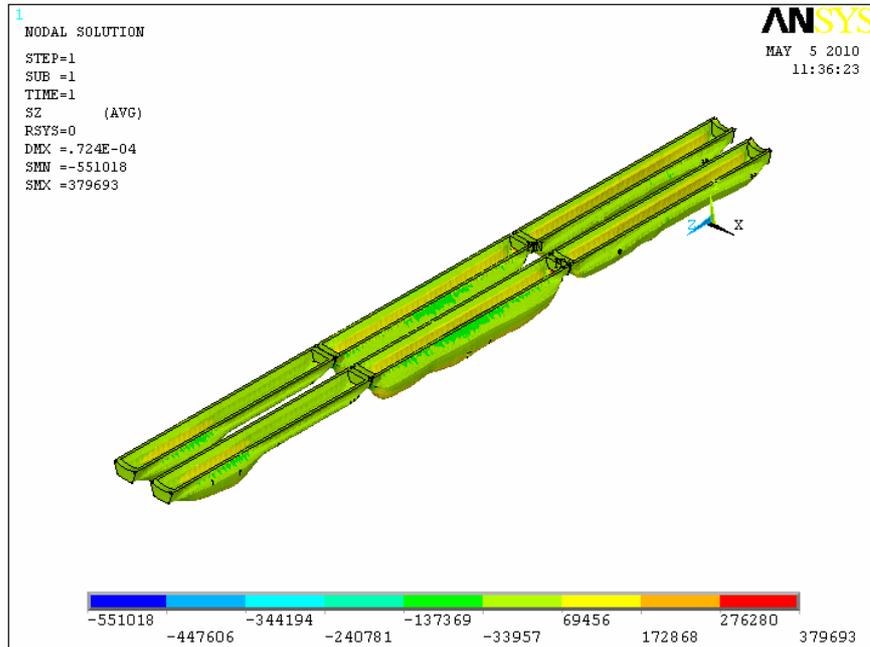
*Figura 6-8: tensión máxima en x en vigas en la posición 1 de carga*

$$\sigma_{\text{máx } y} \text{ en vigas } 1 = 0.103 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 103 \text{ T/m}^2$$



*Figura 6-9: tensión máxima en y en vigas en la posición 1 de carga*

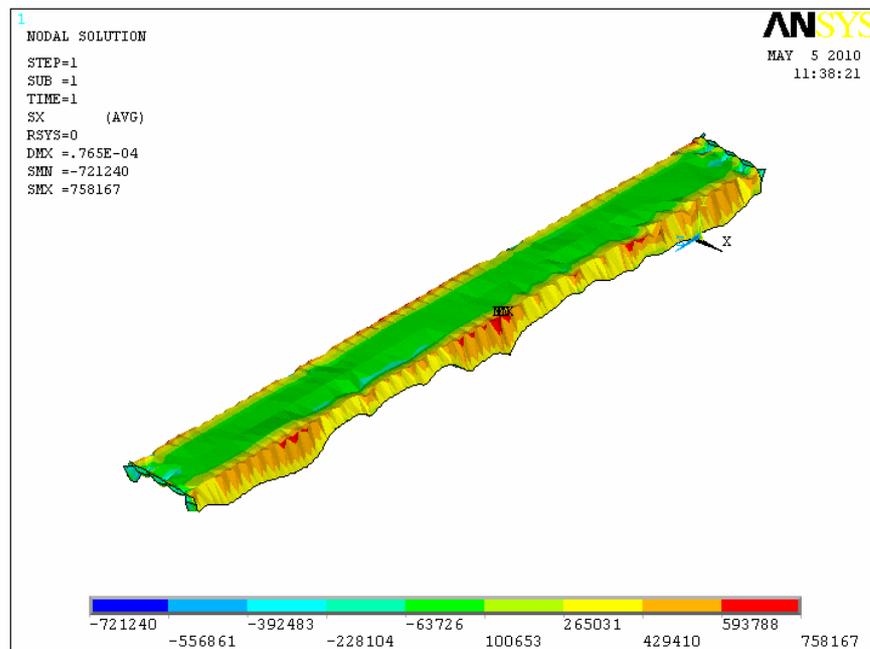
$$\sigma_{\text{máx } z \text{ en vigas } 1} = 379693 \text{ N/m}^2 = 37.9693 \text{ T/m}^2$$



*Figura 6-10: tensión máxima en z en vigas en la posición 1 de carga*

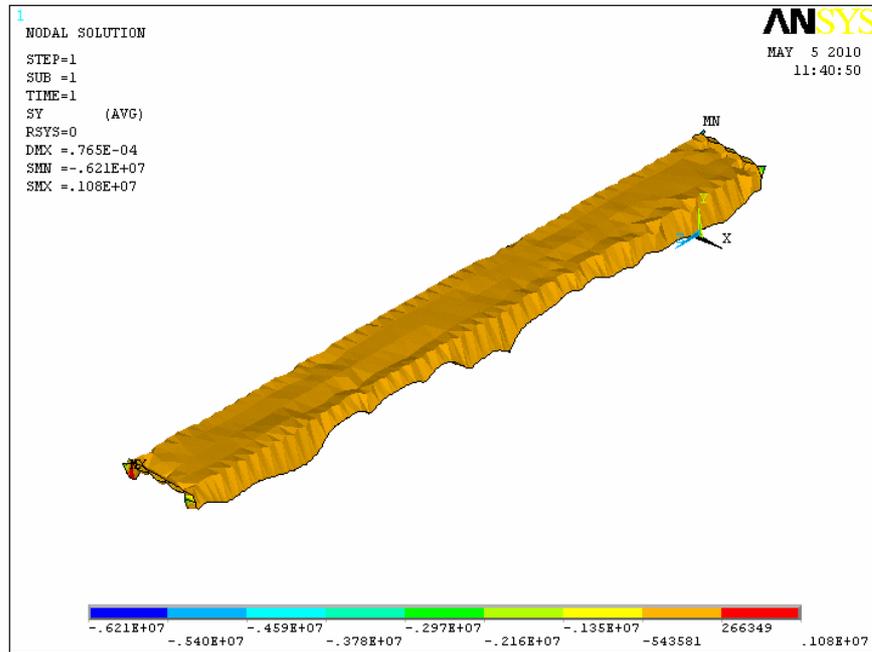
TENSIÓN EN EL TABLERO:

$$\sigma_{\text{máx } x \text{ en tablero } 1} = 758167 \text{ N/m}^2 = 75.8167 \text{ T/m}^2$$



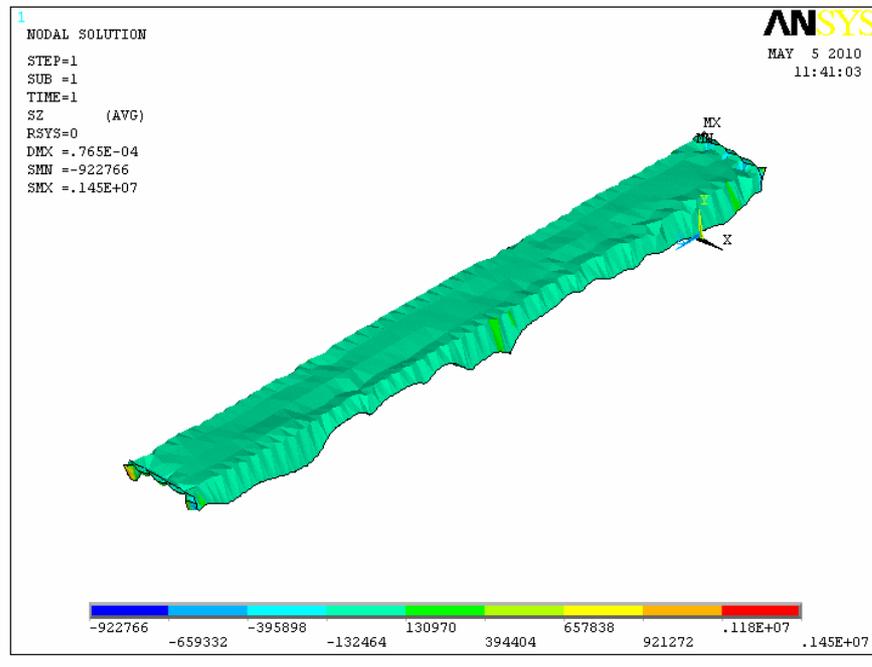
*Figura 6-11: tensión máxima en x en tablero en la posición 1 de carga*

$$\sigma_{\text{máx y en tablero 1}} = 0.108 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 108 \text{ T/m}^2$$



**Figura 6-12: tensión máxima en y en tablero en la posición 1 de carga**

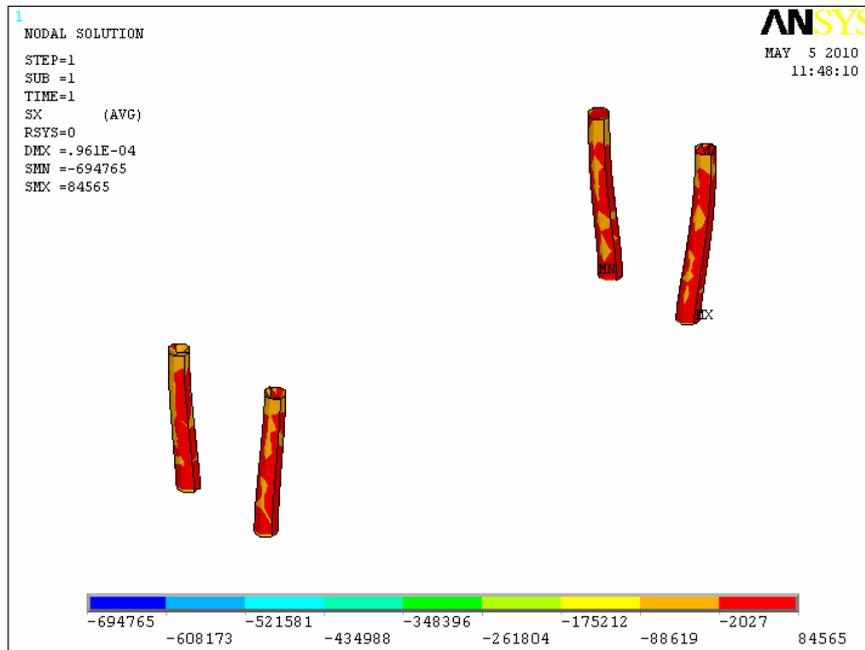
$$\sigma_{\text{máx z en tablero 1}} = 0.145 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 145 \text{ T/m}^2$$



**Figura 6-13: tensión máxima en z en tablero en la posición 1 de carga**

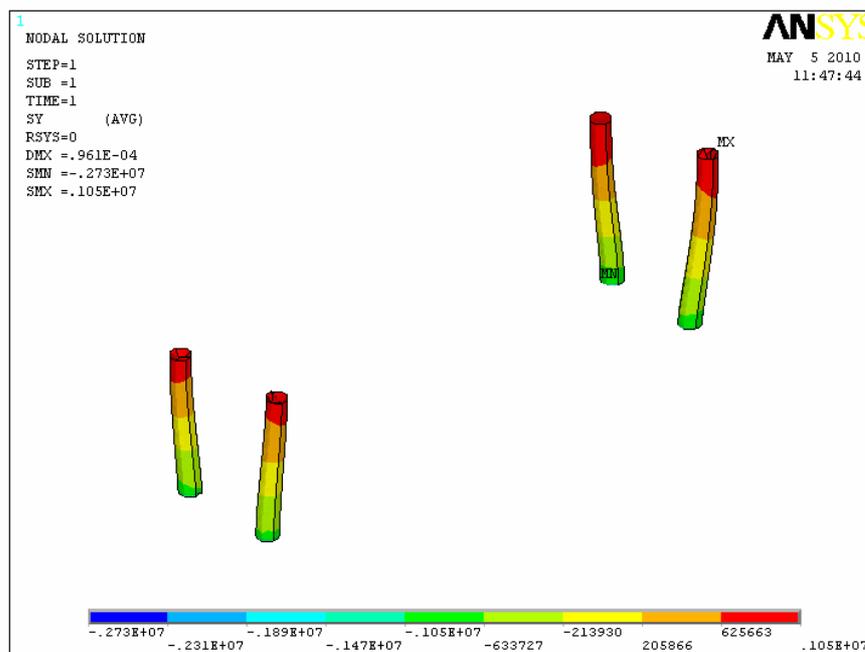
TENSIÓN EN LAS PILAS:

$$\sigma_{\text{máx } x} \text{ en pilas } 1 = 84565 \text{ N/m}^2 = 84.565 \text{ T/m}^2$$



*Figura 6-14: tensión máxima en x en pilas en la posición 1 de carga*

$$\sigma_{\text{máx } y} \text{ en pilas } 1 = 0.105 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 105 \text{ T/m}^2$$



*Figura 6-15: tensión máxima en y en pilas en la posición 1 de carga*

$$\sigma_{\text{máx } z} \text{ en pilas } 1 = 95051 \text{ N/m}^2 = 9.5051 \text{ T/m}^2$$

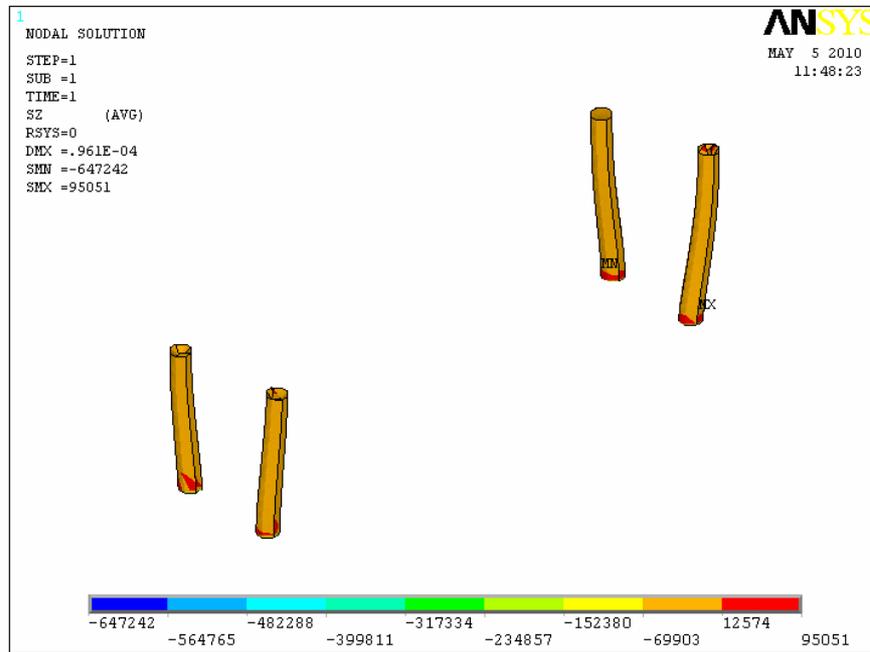


Figura 6-16: tensión máxima en z en pilas en la posición 1 de carga

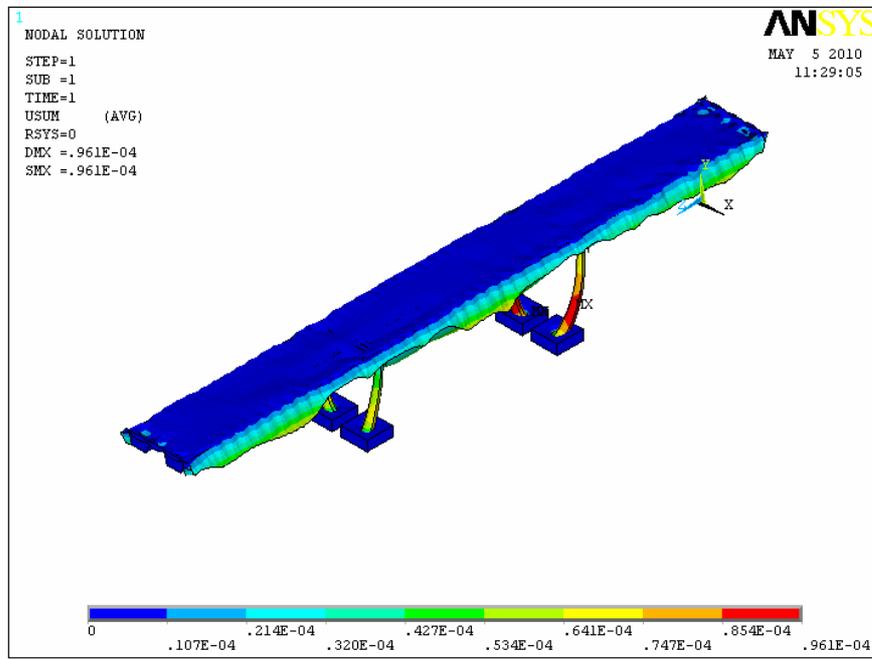
### TABLA RESUMEN POSICIÓN 1

	Conjunto		Vigas		Tablero		Pilas	
	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín
$\mu_{\text{máx total}}$ (m)	$0.961 \cdot 10^{-4}$	0	-	-	-	-	-	-
$\mu_{\text{máx x}}$ (m)	$0.315 \cdot 10^{-4}$	$-0.353 \cdot 10^{-4}$	-	-	-	-	-	-
$\mu_{\text{máx y}}$ (m)	$0.102 \cdot 10^{-4}$	$-0.905 \cdot 10^{-4}$	-	-	-	-	-	-
$\mu_{\text{máx z}}$ (m)	$0.489 \cdot 10^{-4}$	$-0.632 \cdot 10^{-4}$	-	-	-	-	-	-
$\sigma_{\text{máx x}}$ (N/m <sup>2</sup> )	758167	-831184	671173	-551962	758167	-721240	84565	-694765
$\sigma_{\text{máx y}}$ (N/m <sup>2</sup> )	$0.637 \cdot 10^7$	$-0.621 \cdot 10^7$	$0.103 \cdot 10^7$	$-0.116 \cdot 10^7$	$0.108 \cdot 10^7$	$-621 \cdot 10^7$	$0.105 \cdot 10^7$	$-0.273 \cdot 10^7$
$\sigma_{\text{máx z}}$ (N/m <sup>2</sup> )	$0.145 \cdot 10^7$	-922766	379693	-551018	$0.145 \cdot 10^7$	-922766	95051	-647242

**6.1.2. Carga puntual en la posición 2:**

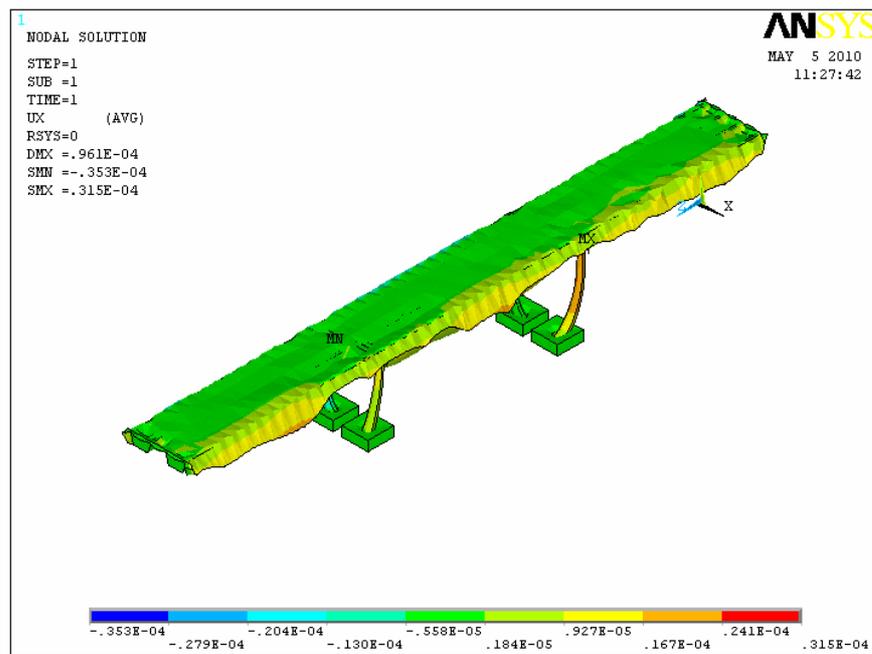
RESULTADOS EN LA ESTRUCTURA COMO CONJUNTO:

$\mu_{\text{máx total en 2}} = 0.961 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.0961 \text{ mm}$



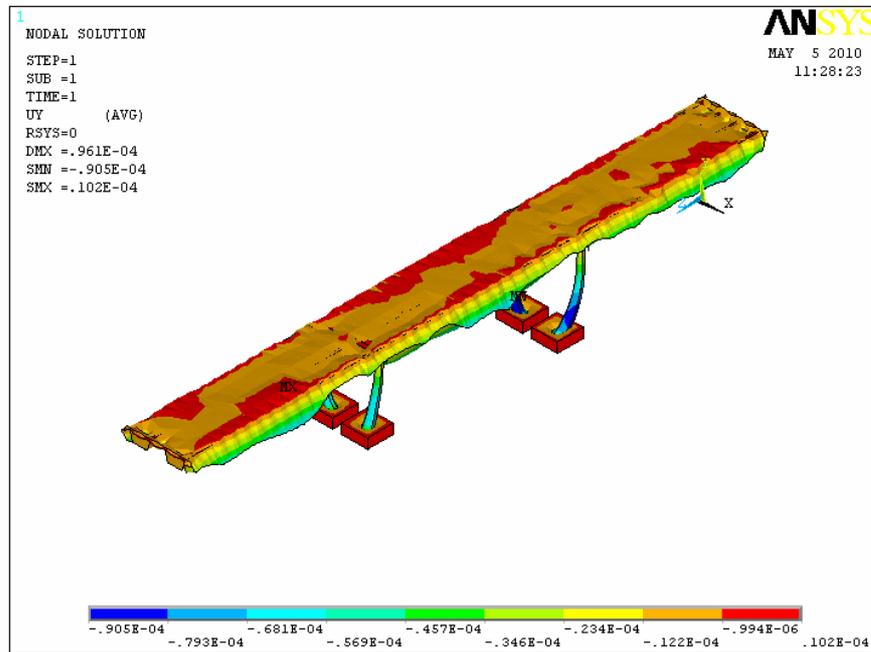
*Figura 6-17: desplazamiento máximo total en la posición 2 de carga*

$\mu_{\text{máx x en 2}} = 0.315 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.0315 \text{ mm}$



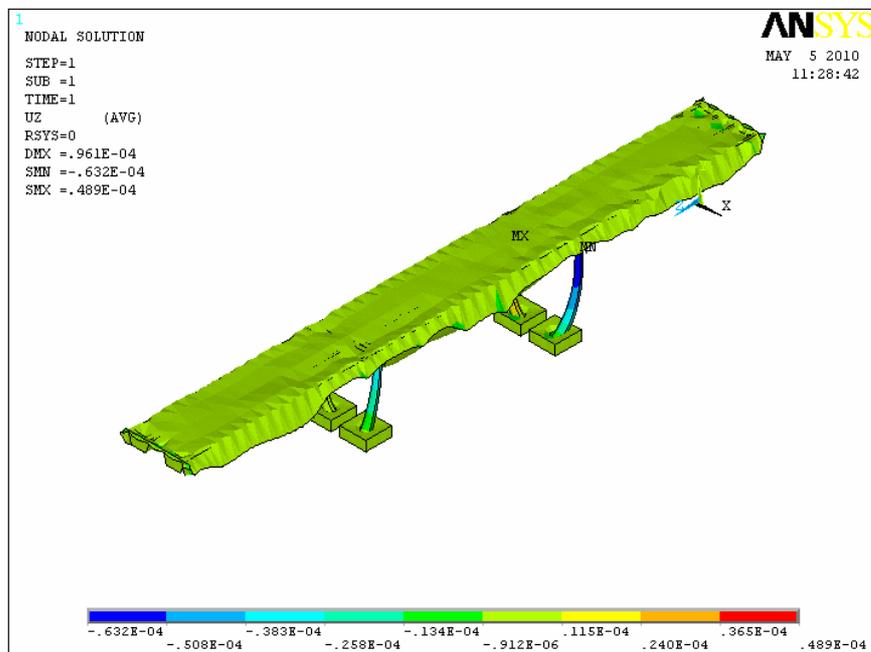
*Figura 6-18: desplazamiento máximo en x en la posición 2 de carga*

$$\mu_{\text{máx y en 2}} = 0.102 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.0102 \text{ mm}$$



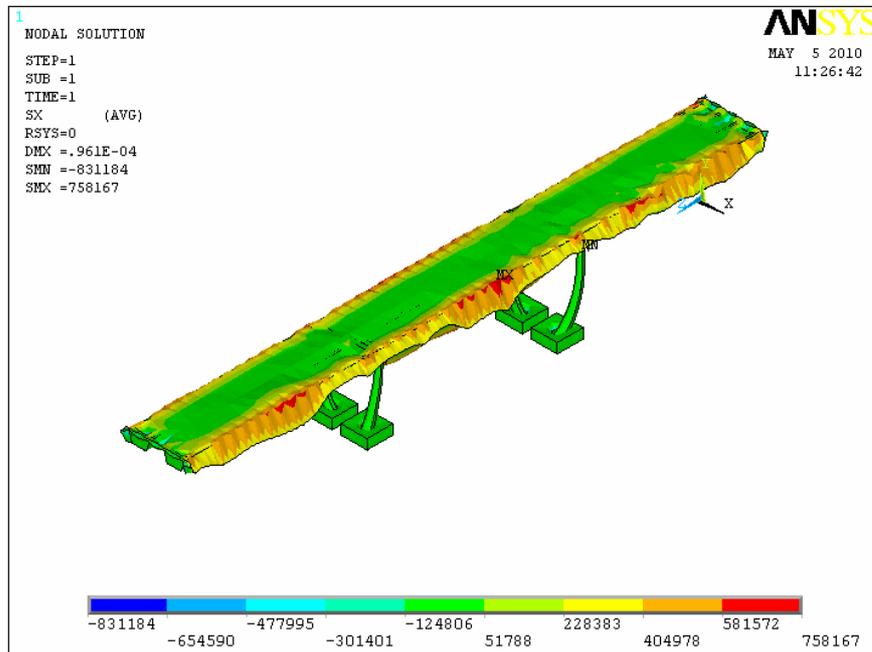
**Figura 6-19: desplazamiento máximo en y en la posición 2 de carga**

$$\mu_{\text{máx z en 2}} = 0.489 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.0489 \text{ mm}$$



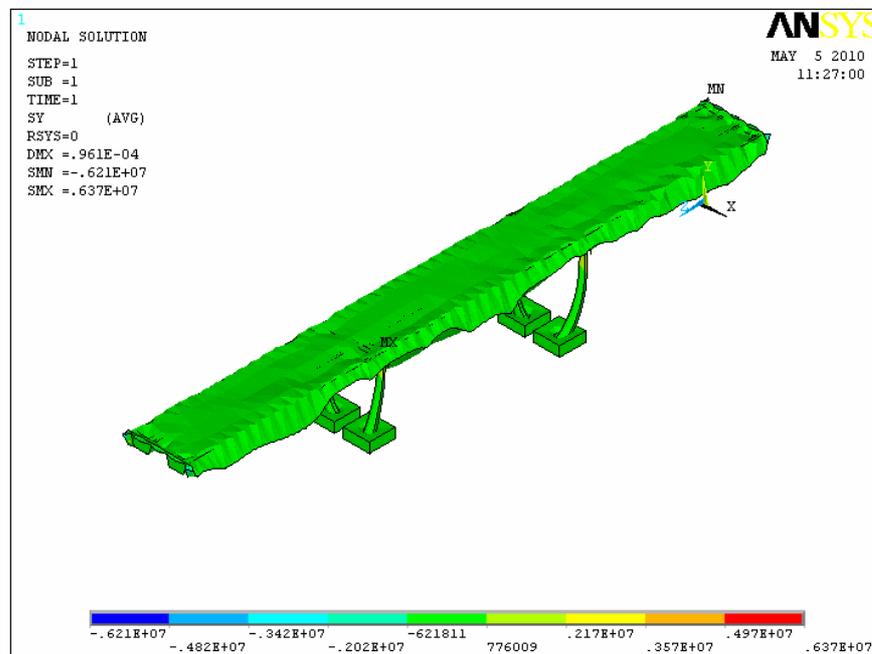
**Figura 6-20: desplazamiento máximo en z en la posición 2 de carga**

$$\sigma_{\text{máx } x \text{ en } 2} = 758167 \text{ N/m}^2 = 75.8167 \text{ T/m}^2$$



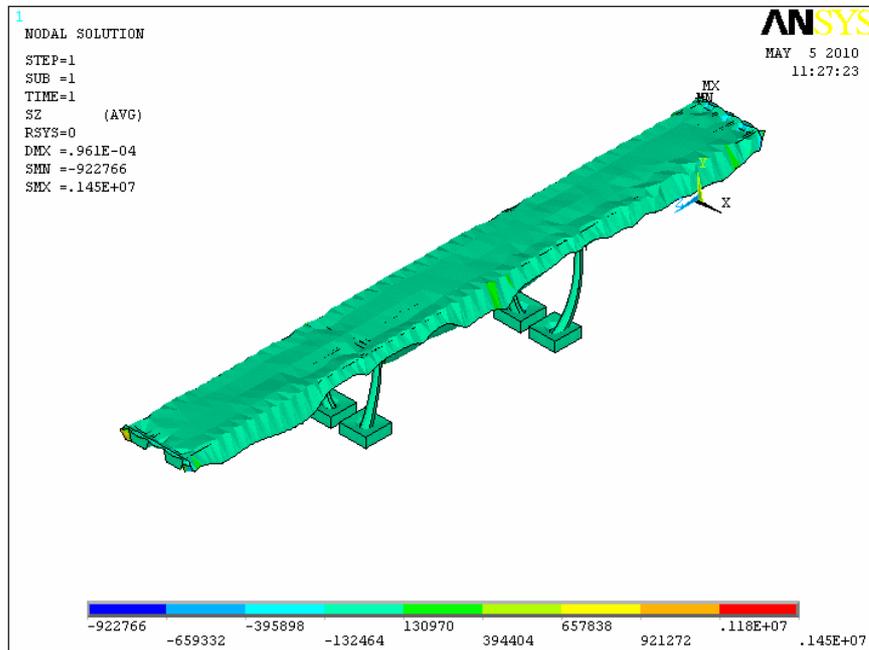
*Figura 6-21: tensión máxima en x en la posición 2 de carga*

$$\sigma_{\text{máx } y \text{ en } 2} = 0.637 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 637 \text{ T/m}^2$$



*Figura 6-22: tensión máxima en y en la posición 2 de carga*

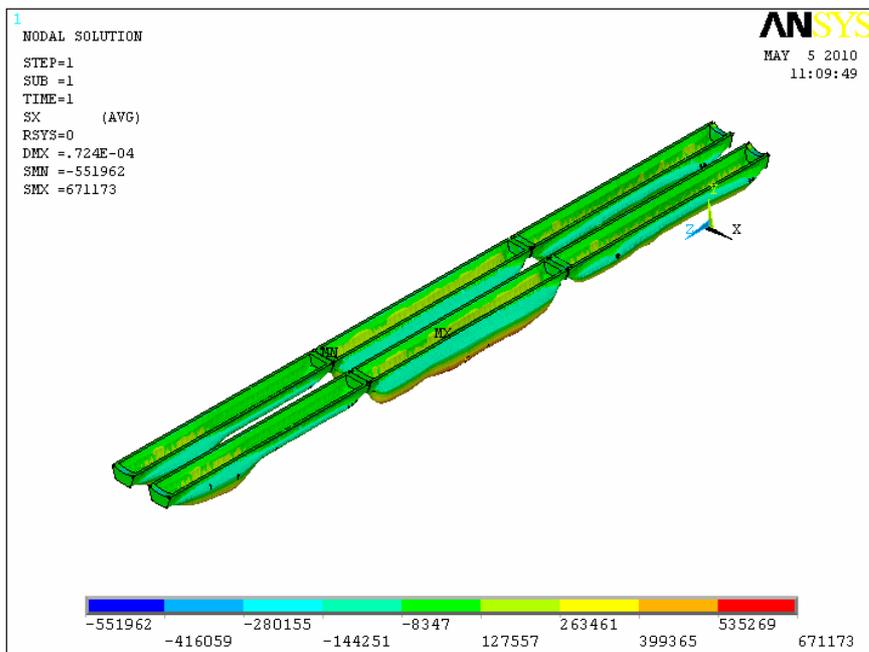
$$\sigma_{\text{máx } z \text{ en } 2} = 0.145 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 145 \text{ T/m}^2$$



**Figura 6-23: tensión máxima en z en la posición 2 de carga**

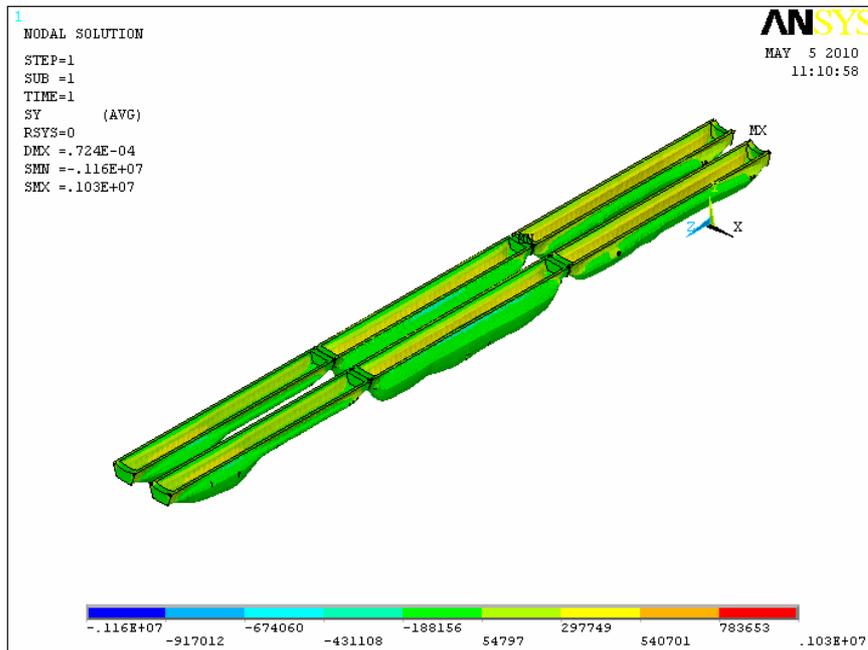
TENSIÓN EN LAS VIGAS:

$$\sigma_{\text{máx } x \text{ en vigas } 2} = 671173 \text{ N/m}^2 = 67.1173 \text{ T/m}^2$$



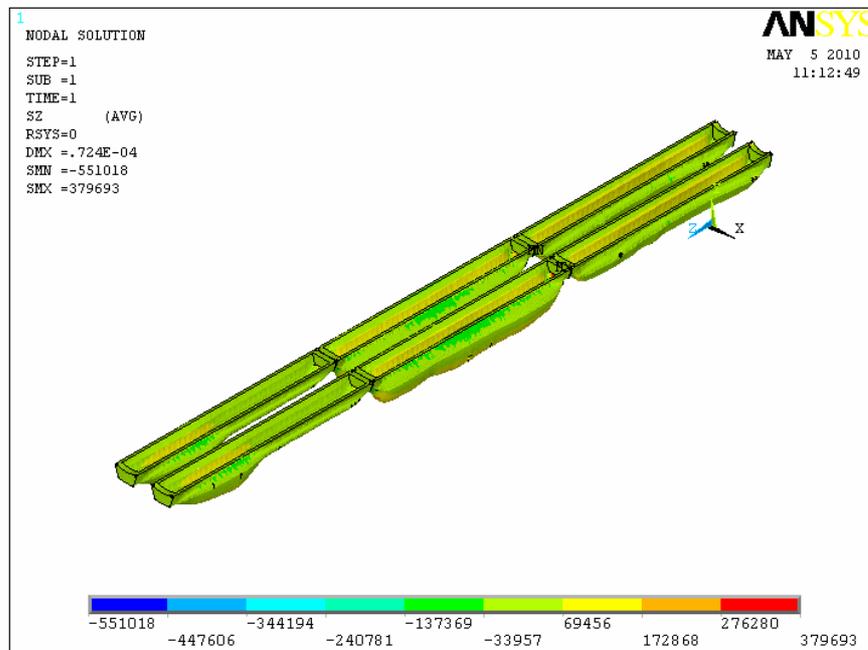
**Figura 6-24: tensión máxima en x en vigas en la posición 2 de carga**

$$\sigma_{\text{máx y}} \text{ en vigas 2} = 0.103 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 103 \text{ T/m}^2$$



**Figura 6-25: tensión máxima en y en vigas en la posición 2 de carga**

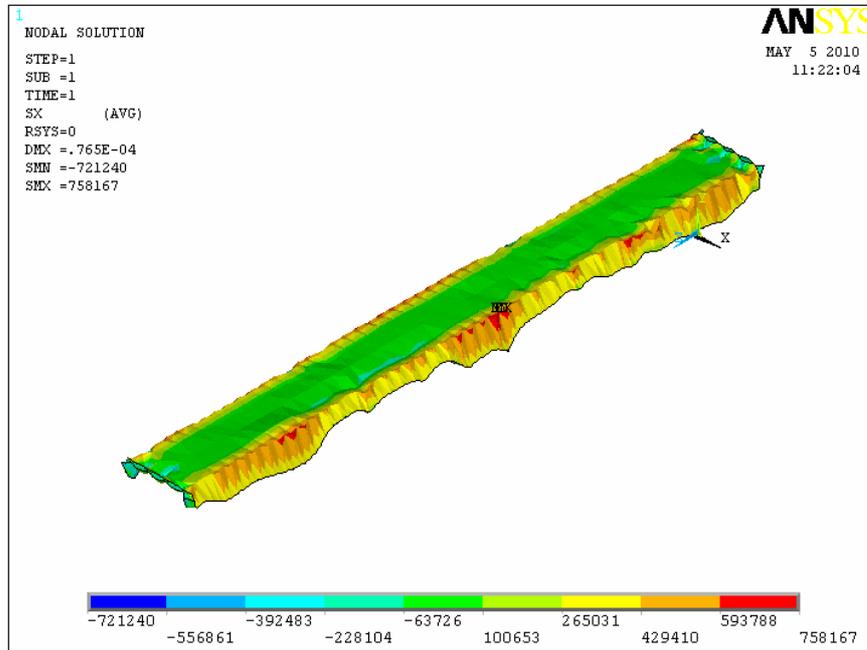
$$\sigma_{\text{máx z}} \text{ en vigas 2} = 379693 \text{ N/m}^2 = 37.9693 \text{ T/m}^2$$



**Figura 6-26: tensión máxima en z en vigas en la posición 2 de carga**

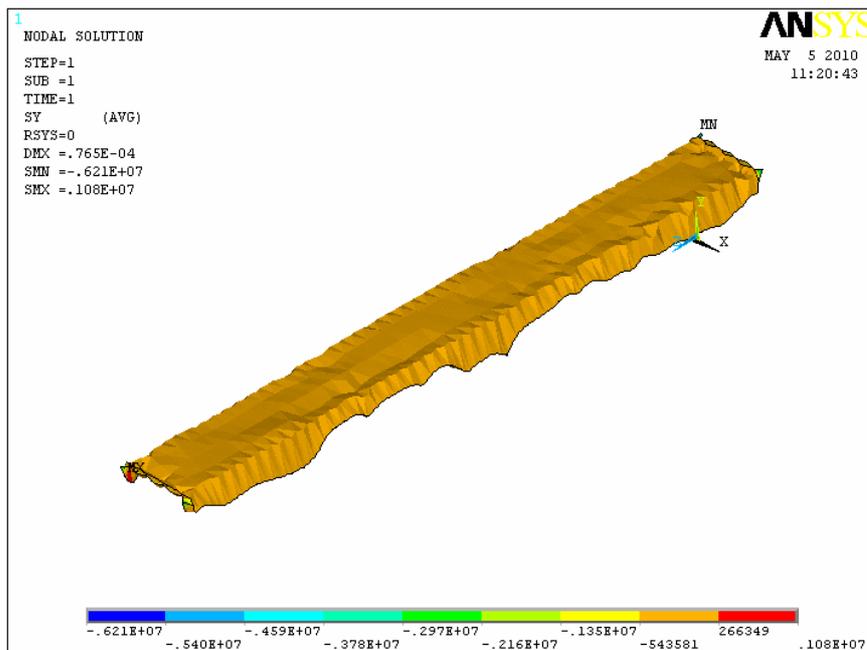
TENSIÓN EN EL TABLERO:

$$\sigma_{\text{máx } x} \text{ en tablero 2} = 758167 \text{ N/m}^2 = 75.8167 \text{ T/m}^2$$



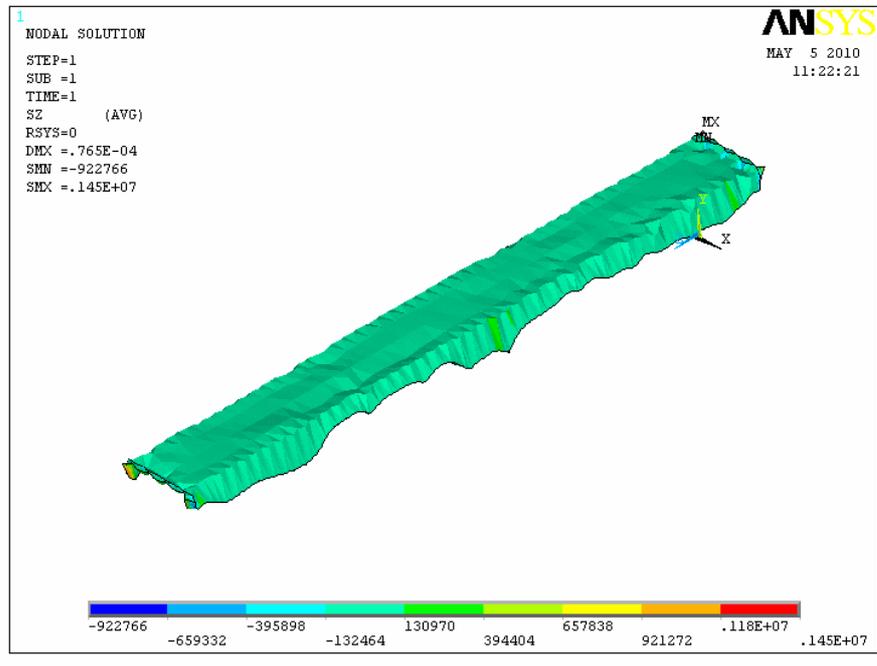
*Figura 6-27: tensión máxima en x en tablero en la posición 2 de carga*

$$\sigma_{\text{máx } y} \text{ en tablero 2} = 0.108 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 108 \text{ T/m}^2$$



*Figura 6-28: tensión máxima en y en tablero en la posición 2 de carga*

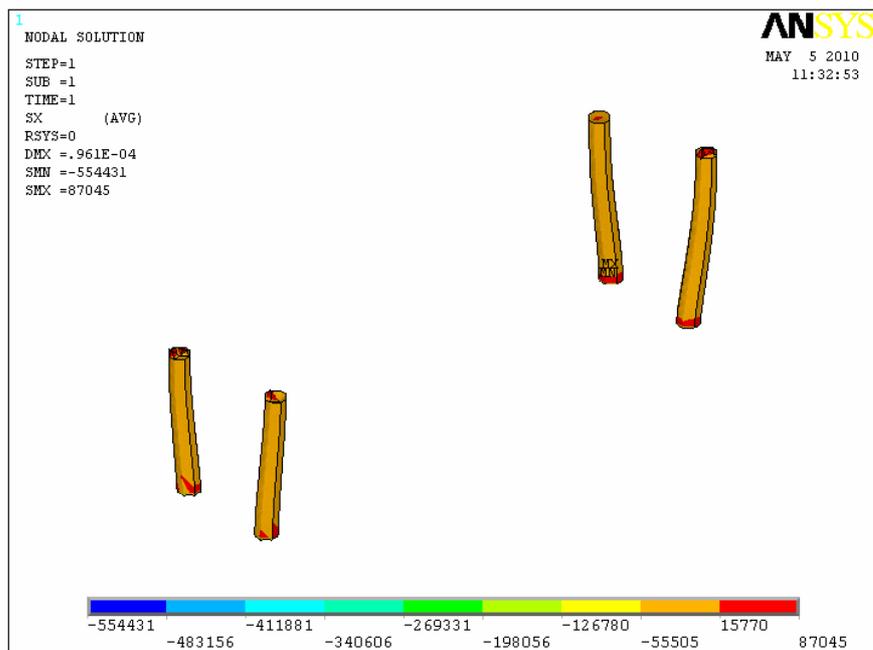
$$\sigma_{\text{máx } z} \text{ en tablero } 2 = 0.145 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 145 \text{ T/m}^2$$



**Figura 6-29: tensión máxima en z en tablero en la posición 2 de carga**

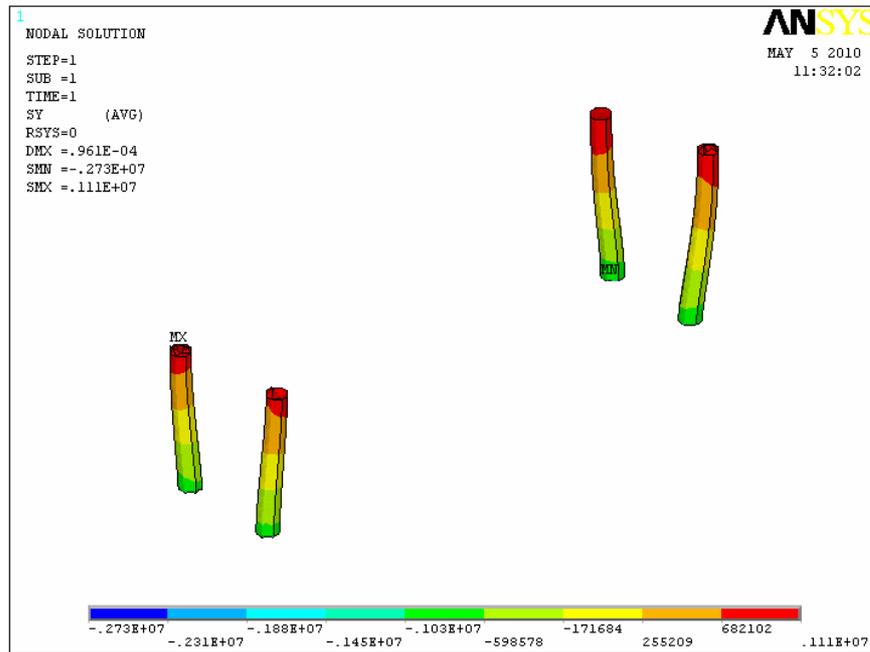
TENSIÓN EN LAS PILAS:

$$\sigma_{\text{máx } x} \text{ en pilas } 2 = 87045 \text{ N/m}^2 = 8.7045 \text{ T/m}^2$$



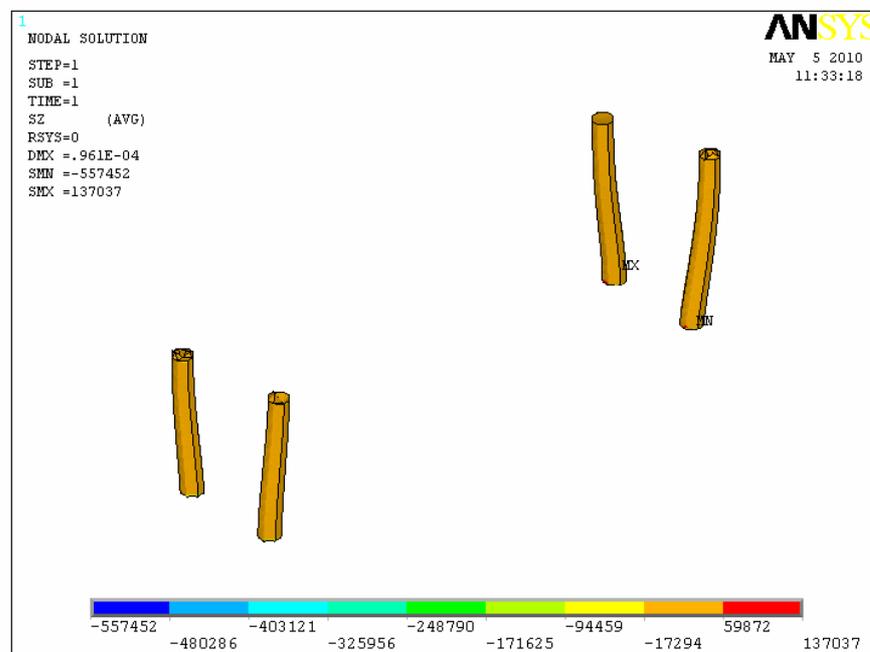
**Figura 6-30: tensión máxima en x en pilas en la posición 2 de carga**

$$\sigma_{\text{máx y en pilas 2}} = 0.111 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 111 \text{ T/m}^2$$



**Figura 6-31: tensión máxima en y en pilas en la posición 2 de carga**

$$\sigma_{\text{máx z en pilas 2}} = 137037 \text{ N/m}^2 = 13.7037 \text{ T/m}^2$$



**Figura 6-32: tensión máxima en z en pilas en la posición 2 de carga**

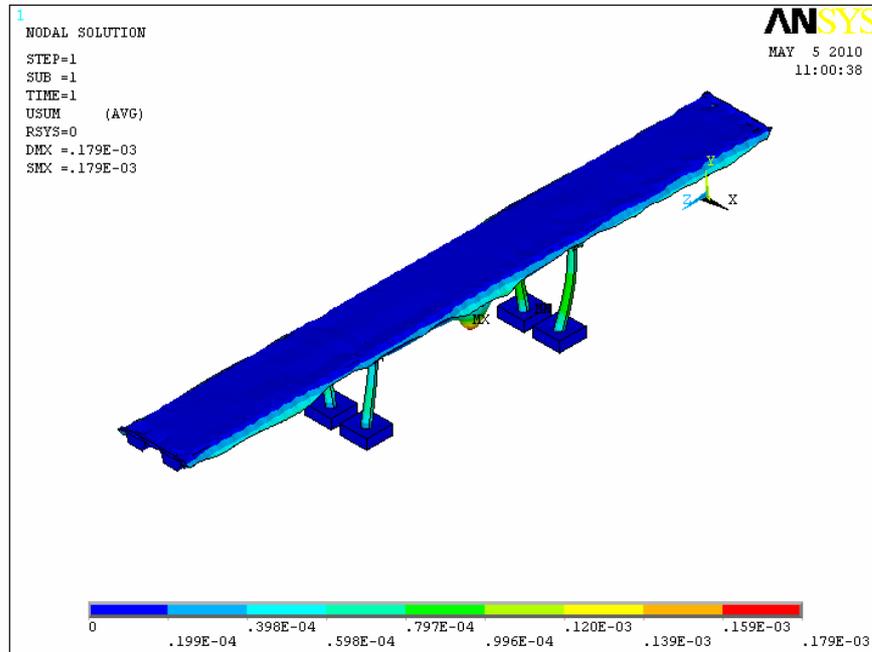
**TABLA RESUMEN POSICIÓN 2**

	Conjunto		Vigas		Tablero		Pilas	
	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín
$\mu_{\text{máx total}}$ (m)	$0.961 \cdot 10^{-4}$	0	-	-	-	-	-	-
$\mu_{\text{máx x}}$ (m)	$0.315 \cdot 10^{-4}$	$-0.353 \cdot 10^{-4}$	-	-	-	-	-	-
$\mu_{\text{máx y}}$ (m)	$0.102 \cdot 10^{-4}$	$-0.905 \cdot 10^{-4}$	-	-	-	-	-	-
$\mu_{\text{máx z}}$ (m)	$0.489 \cdot 10^{-4}$	$-0.632 \cdot 10^{-4}$	-	-	-	-	-	-
$\sigma_{\text{máx x}}$ (N/m <sup>2</sup> )	758167	-831184	671173	-551962	758167	-721240	87045	-554431
$\sigma_{\text{máx y}}$ (N/m <sup>2</sup> )	$0.637 \cdot 10^7$	$-0.621 \cdot 10^7$	$0.103 \cdot 10^7$	$-0.116 \cdot 10^7$	$0.108 \cdot 10^7$	$-0.621 \cdot 10^7$	$0.111 \cdot 10^7$	$-0.273 \cdot 10^7$
$\sigma_{\text{máx z}}$ (N/m <sup>2</sup> )	$0.145 \cdot 10^7$	-922766	379693	-551018	$0.145 \cdot 10^7$	-922766	137037	-557452

**6.1.3. Carga puntual en la posición 3:**

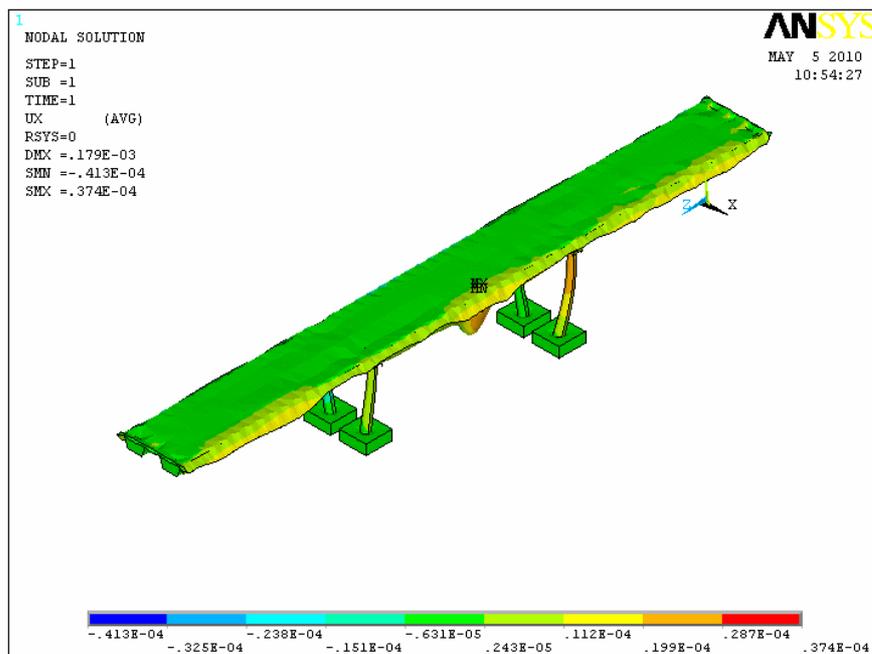
RESULTADOS EN LA ESTRUCTURA COMO CONJUNTO:

$\mu_{\text{máx total en 3}} = 0.179 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0.179 \text{ mm}$



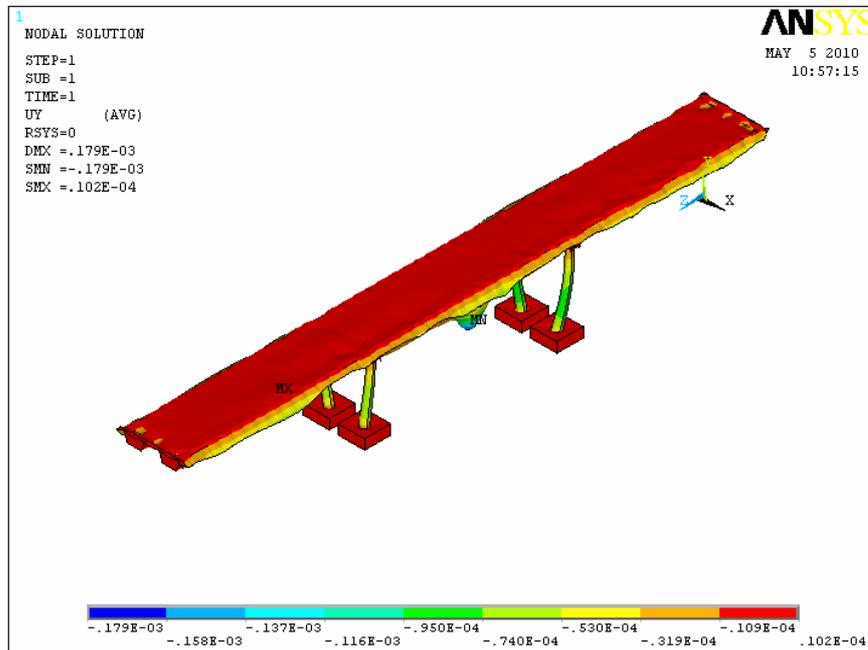
*Figura 6-33: desplazamiento máximo total en la posición 3 de carga*

$\mu_{\text{máx x en 3}} = 0.374 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.0374 \text{ mm}$



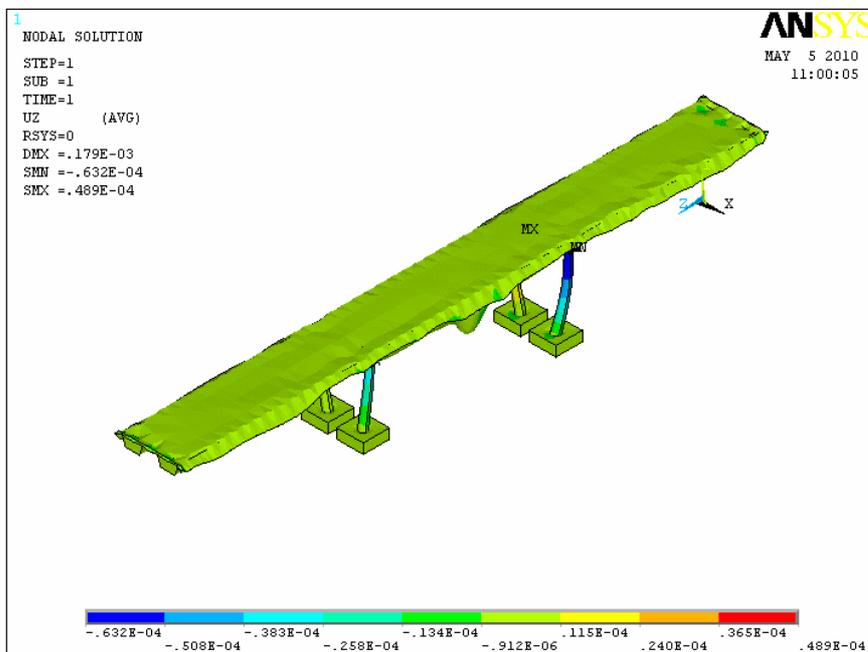
*Figura 6-34: desplazamiento máximo en x en la posición 3 de carga*

$$\mu_{\text{máx y en 3}} = 0.102 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.0102 \text{ mm}$$



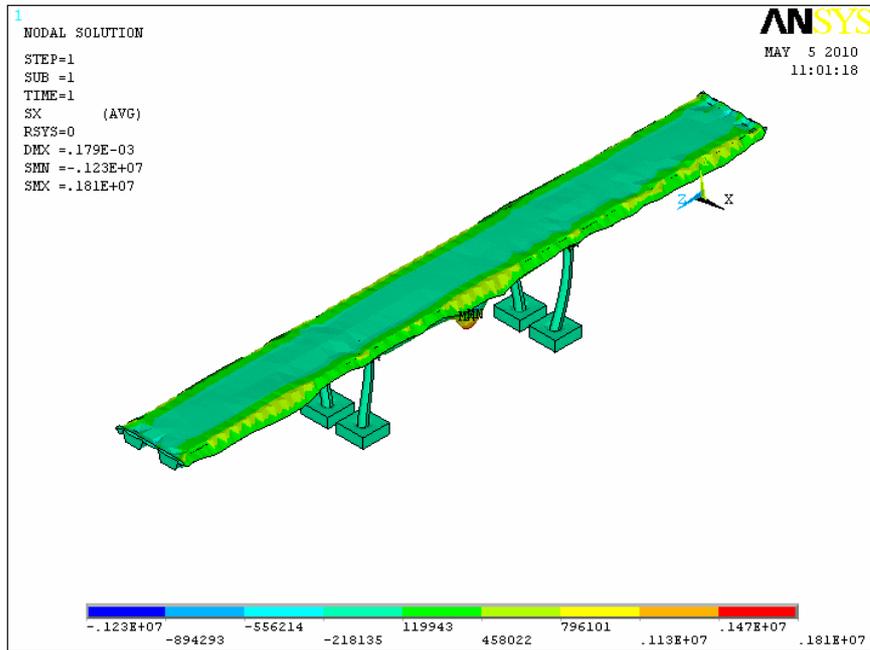
*Figura 6-35: desplazamiento máximo en y en la posición 3 de carga*

$$\mu_{\text{máx z en 3}} = 0.489 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.0489 \text{ mm}$$



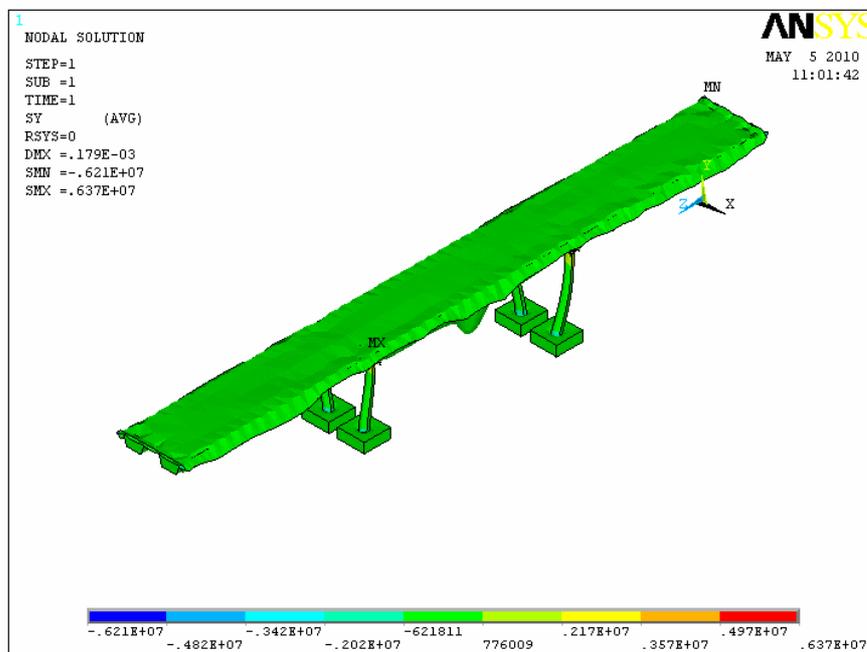
*Figura 6-36: desplazamiento máximo en z en la posición 3 de carga*

$$\sigma_{\text{máx } x \text{ en } 3} = 181 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 181 \text{ T/m}^2$$



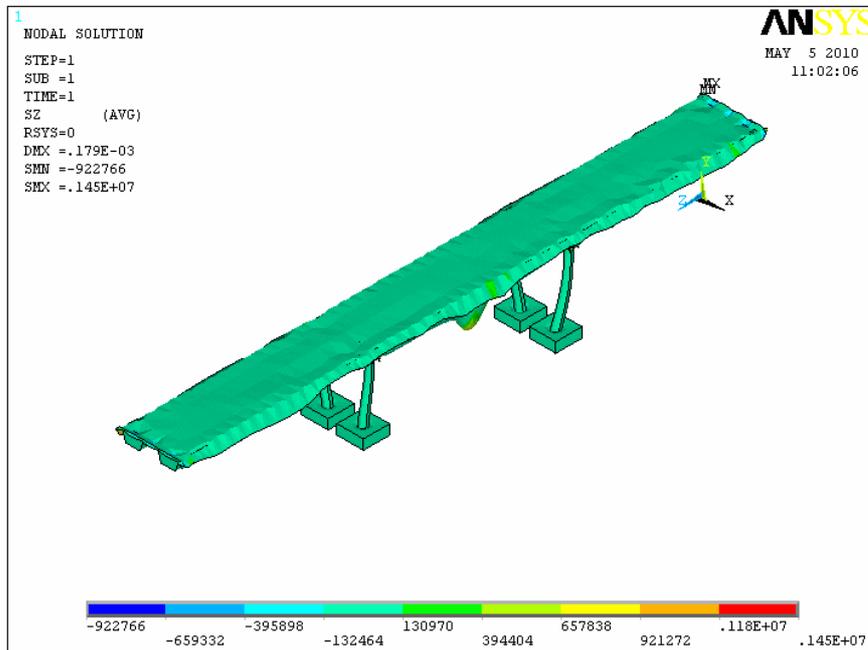
*Figura 6-37: tensión máxima en x en la posición 3 de carga*

$$\sigma_{\text{máx } y \text{ en } 3} = 0.637 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 637 \text{ T/m}^2$$



*Figura 6-38: tensión máxima en y en la posición 3 de carga*

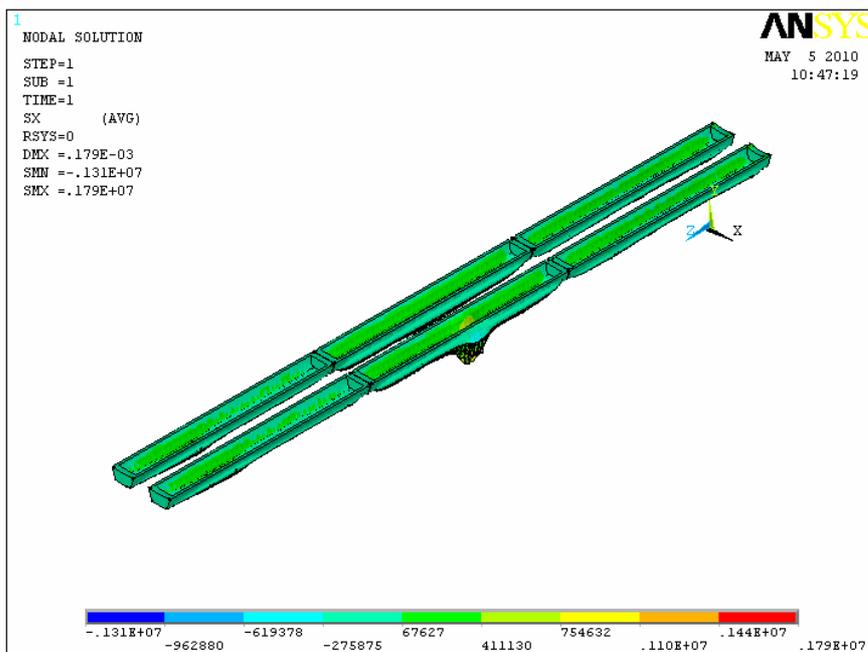
$$\sigma_{\text{máx } z \text{ en } 3} = 0.145 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 145 \text{ T/m}^2$$



*Figura 6-39: tensión máxima en z en la posición 3 de carga*

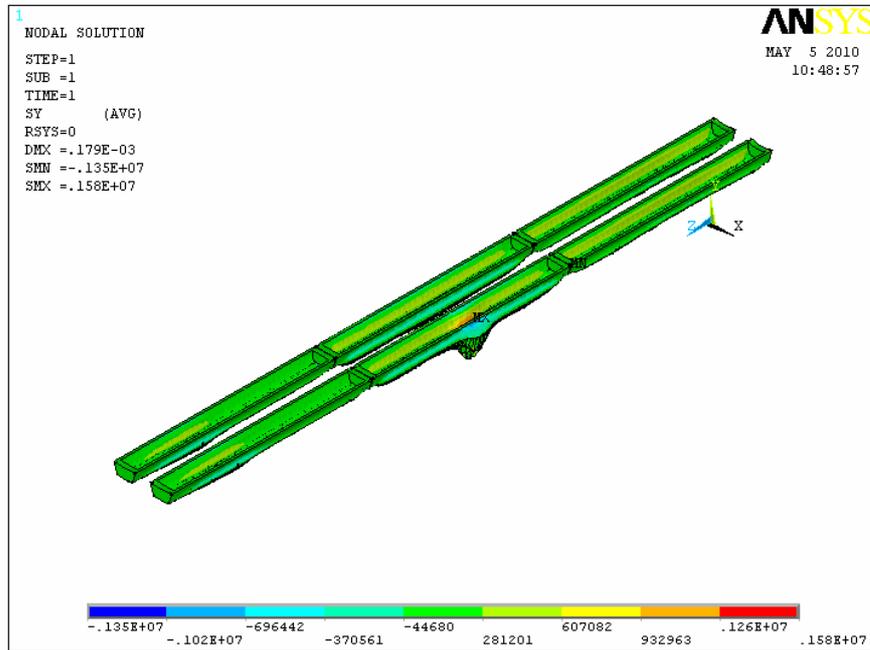
TENSIÓN EN LAS VIGAS:

$$\sigma_{\text{máx } x \text{ en vigas } 3} = 179 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 179 \text{ T/m}^2$$



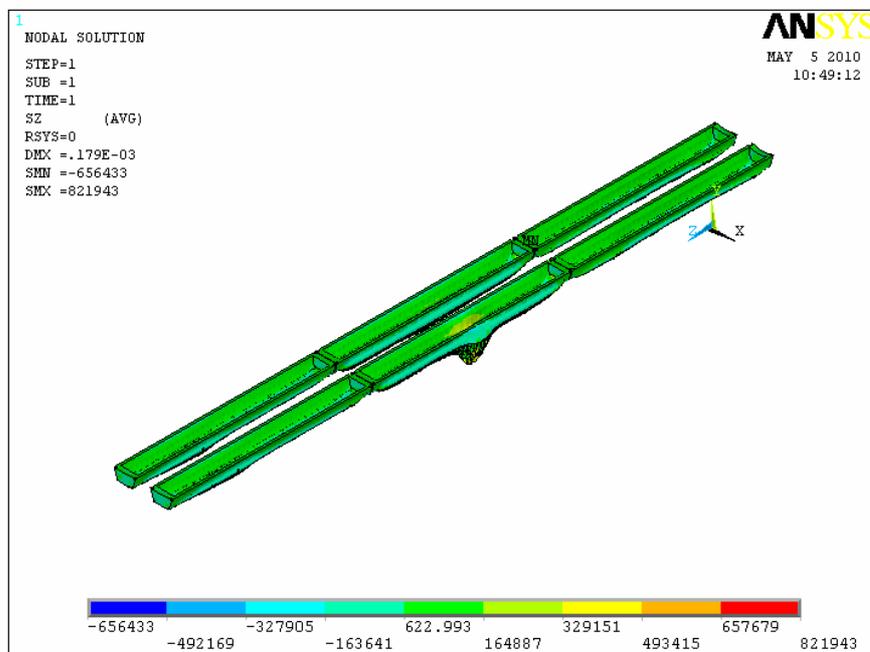
*Figura 6-40: tensión máxima en x en vigas en la posición 3 de carga*

$$\sigma_{\text{máx y}} \text{ en vigas } 3 = 158 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 158 \text{ T/m}^2$$



*Figura 6-41: tensión máxima en y en vigas en la posición 3 de carga*

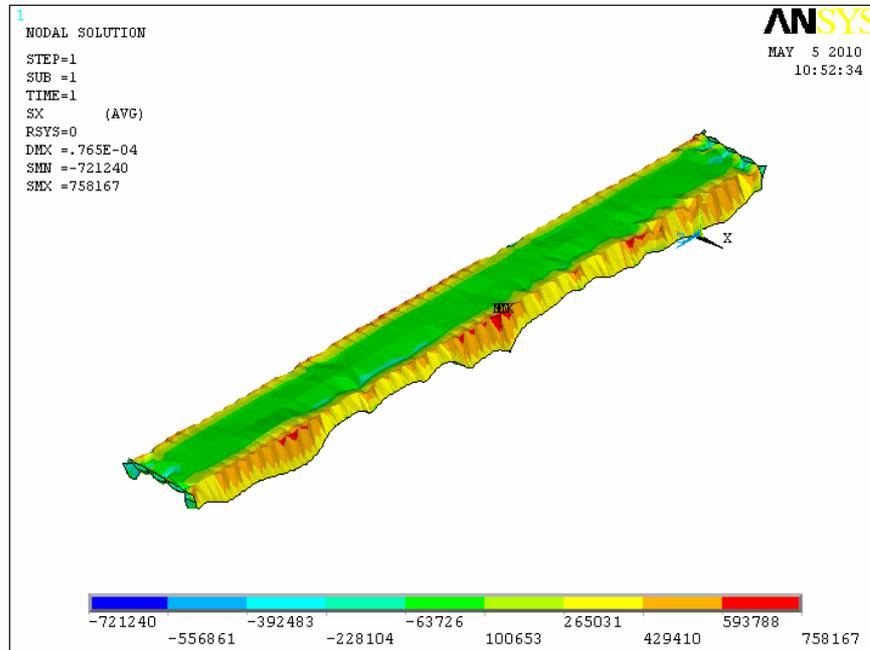
$$\sigma_{\text{máx z}} \text{ en vigas } 3 = 821943 \text{ N/m}^2 = 82.1943 \text{ T/m}^2$$



*Figura 6-42: tensión máxima en z en vigas en la posición 3 de carga*

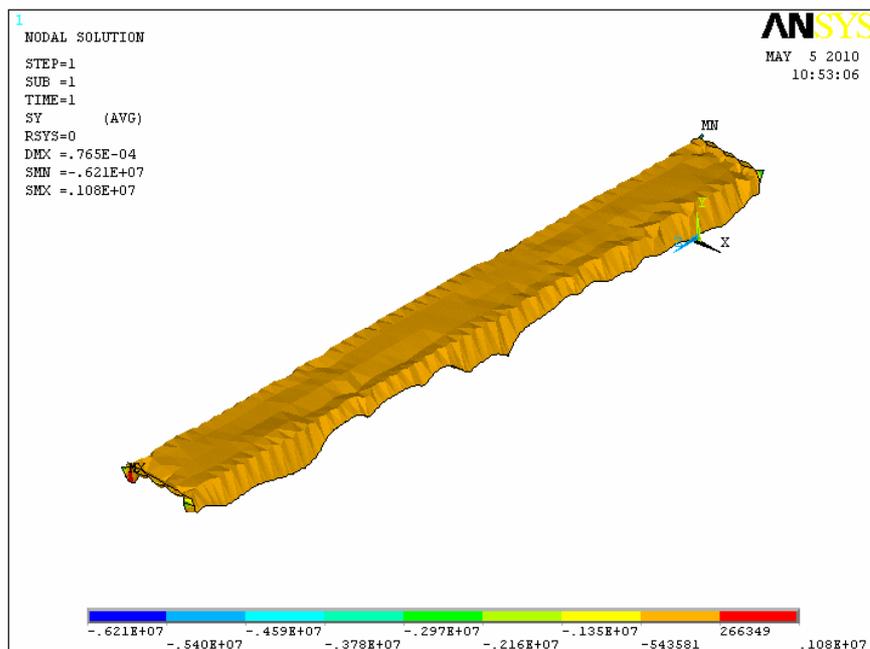
TENSIÓN EN EL TABLERO:

$$\sigma_{\text{máx } x} \text{ en tablero 2} = 758167 \text{ N/m}^2 = 75.8167 \text{ T/m}^2$$



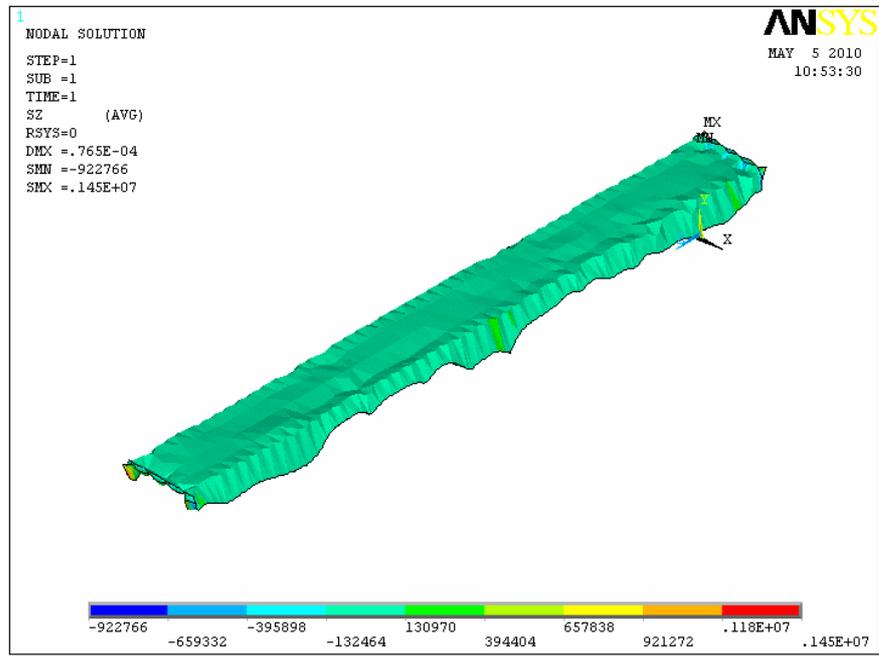
*Figura 6-43: tensión máxima en x en tablero en la posición 3 de carga*

$$\sigma_{\text{máx } y} \text{ en tablero 2} = 0.108 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 108 \text{ T/m}^2$$



*Figura 6-44: tensión máxima en y en tablero en la posición 3 de carga*

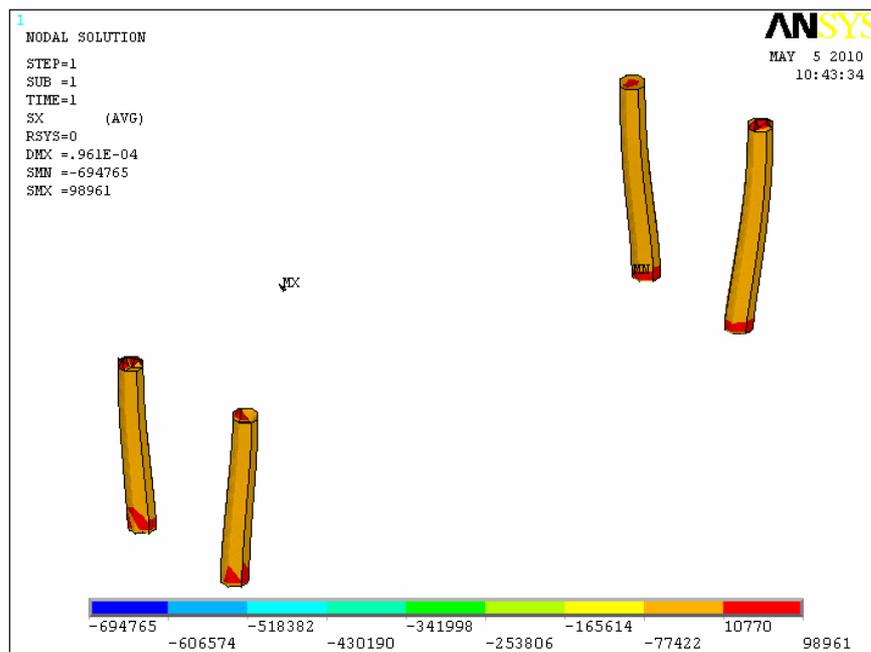
$$\sigma_{\text{máx } z \text{ en tablero } 2} = 0.145 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 145 \text{ T/m}^2$$



**Figura 6-45:** tensión máxima en z en tablero en la posición 3 de carga

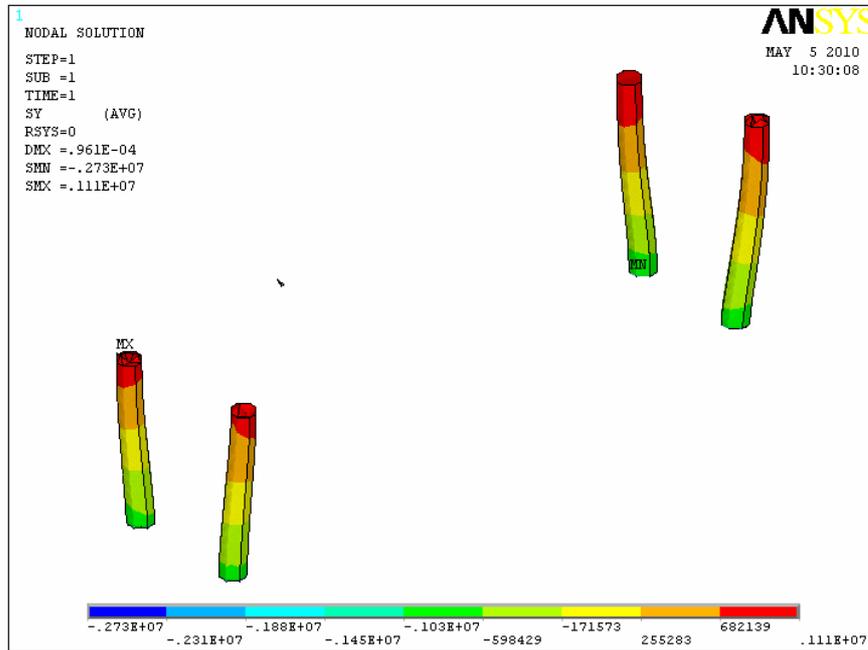
TENSIÓN EN LAS PILAS:

$$\sigma_{\text{máx } x \text{ en pilas } 3} = 98961 \text{ N/m}^2 = 9.8961 \text{ T/m}^2$$



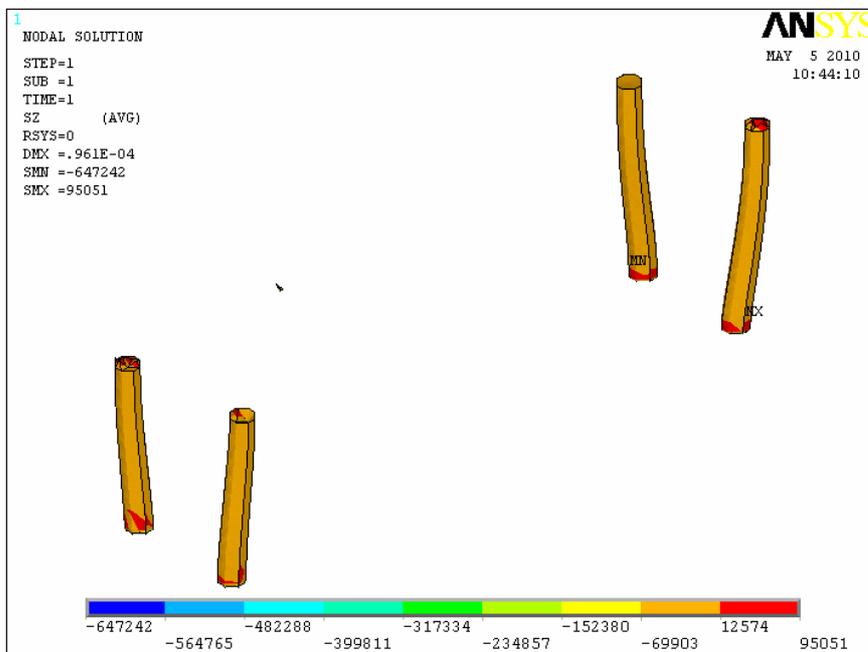
**Figura 6-46:** tensión máxima en x en pilas en la posición 3 de carga

$$\sigma_{\text{máx y en pilas 3}} = 0.111 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 111 \text{ T/m}^2$$



**Figura 6-47: tensión máxima en y en pilas en la posición 3 de carga**

$$\sigma_{\text{máx z en pilas 3}} = 95051 \text{ N/m}^2 = 9.5051 \text{ T/m}^2$$



**Figura 6-48: tensión máxima en z en pilas en la posición 3 de carga**

**TABLA RESUMEN POSICIÓN 3**

	Conjunto		Vigas		Tablero		Pilas	
	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín
$\mu_{\text{máx total}}$ (m)	$0.179 \cdot 10^{-3}$	0	-	-	-	-	-	-
$\mu_{\text{máx x}}$ (m)	$0.374 \cdot 10^{-4}$	$-0.413 \cdot 10^{-4}$	-	-	-	-	-	-
$\mu_{\text{máx y}}$ (m)	$0.102 \cdot 10^{-4}$	$-0.179 \cdot 10^{-3}$	-	-	-	-	-	-
$\mu_{\text{máx z}}$ (m)	$0.489 \cdot 10^{-4}$	$-0.632 \cdot 10^{-4}$	-	-	-	-	-	-
$\sigma_{\text{máx x}}$ (N/m <sup>2</sup> )	$0.181 \cdot 10^7$	$-0.123 \cdot 10^7$	$0.179 \cdot 10^7$	$-0.131 \cdot 10^7$	758167	-721240	98961	-694765
$\sigma_{\text{máx y}}$ (N/m <sup>2</sup> )	$0.637 \cdot 10^7$	$-0.621 \cdot 10^7$	$0.158 \cdot 10^7$	$-0.135 \cdot 10^7$	$0.108 \cdot 10^7$	$-0.621 \cdot 10^7$	$0.111 \cdot 10^7$	$-0.273 \cdot 10^7$
$\sigma_{\text{máx z}}$ (N/m <sup>2</sup> )	$0.145 \cdot 10^7$	-922766	821943	-656433	$0.145 \cdot 10^7$	-922766	95051	-647242

## 6.2. Cálculo de la armadura de cada uno de los elementos de la estructura

### 6.2.1. Proceso de armado

Para el armado de los elementos de la estructura emplearemos los valores máximos de tracción a través de la fórmula:

$$\sigma = \frac{N}{A} - \frac{M}{I} y \quad (1)$$

donde el término  $\frac{N}{A}$  lo anularemos por ser más desfavorable el estado de flexión.

Por tanto, la fórmula quedará reducida a:

$$\sigma = \frac{M}{I} y \quad (2)$$

donde:  $\sigma$  = tensión

I = inercia

M = momento flector

Para simplificar un poco los cálculos, no se calculará la armadura necesaria para todo el elemento (salvo que se diga lo contrario), si no que tomaremos un rectángulo de un metro de longitud por el espesor de dicho elemento, y la cantidad de acero necesario en esta porción la multiplicaremos por la longitud total del elemento. Así pues, la inercia la calcularemos de la siguiente manera:

$$I = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 1 \cdot e^3 = \frac{1}{12} e^3 \quad (3)$$

donde: I = inercia

b = 1 m

h = e = espesor del elemento

Introducimos la fórmula de la Inercia (3) en la fórmula de la Tensión (2), y nos queda como resultado:

$$\sigma = \frac{M}{W} \quad (4)$$

Teniendo las consideraciones iniciales de 1 metro de longitud, el momento resistente (W) nos queda:

$$W = \frac{e^2}{6} \quad (5)$$

A partir de (4), tomando las tensiones máximas y calculando el momento resistente de cada elemento, obtendremos el Momento directo ( $M_d$ ). Lo calcularemos dos veces, para el eje X y para el eje Z.

Para saber cuánta cantidad de acero es necesaria, utilizaremos la hipótesis de Cuantía Mínima, donde:

$$\rightarrow u_s > 0.04 u_c$$

$$u_c = f_{cd} \cdot b \cdot h = f_{cd} \cdot 1 \cdot e \quad (6)$$

donde se considera como resistencia de cálculo del hormigón  $f_{cd}$  el valor:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (7)$$

siendo  $f_{ck}$  el límite elástico característico y  $\gamma_c$  el coeficiente parcial de seguridad.

Siguiendo con la hipótesis de Cuantía Mínima, calculamos la flexión simple sin armadura a compresión mediante:

$$u_s = u_c \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_d}{u_c \cdot d}} \right) \quad (8)$$

donde  $M_d$  es el Momento directo calculado anteriormente y  $d$  es la distancia mínima que debe haber entre la armadura de la estructura y el exterior. El término  $d$  tendrá un valor de 25 mm en las vigas y en la losa, y de 50 mm en las pilas.

Por otro lado,  $u_s$  también se puede poner de la forma:

$$u_s = A \cdot f_{yd} \quad (9)$$

donde  $A$  es el área mínima de acero necesario en la armadura, y  $f_{yd}$  es la resistencia de cálculo del acero, con un valor de:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (10)$$

siendo  $f_{yk}$  el límite elástico característico y  $\gamma_s$  el coeficiente parcial de seguridad.

Igualando (8) y (9), despejamos el área necesaria de acero, y se propone una posible armadura con diferentes diámetros.

### 6.2.2. Armado de las vigas:

$$W = \frac{e^2}{6} = \frac{0.2^2}{6} = 6.67 \cdot 10^{-3} m^3$$

**Eje X) → M<sub>d</sub>**

$$M_d^x = \sigma_x \cdot W = 179 T/m^2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-3} = 1.19393 Tm$$

**Hormigón:**

$$f_{ck} = 5000 \text{ T/m}^2$$

$$\gamma_c = 1.5$$

$$u_c = f_{cd} \cdot b \cdot h = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b \cdot h = \frac{5000 \text{ T/m}^2}{1.5} \cdot 1 \text{ m} \cdot 0.2 \text{ m} = 666.67 \text{ T}$$

$$u_s = u_c \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_d}{u_c \cdot d}} \right) = 666.67 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 1.19393}{666.67 \cdot 0.025}} \right) = 49.60 \text{ T}$$

**Acero:**

$$F_{yk} = 50000 \text{ T/m}^2$$

$$\gamma_s = 1.15$$

$$49.60 \text{ T} = A \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50000 \text{ T/m}^2}{1.15}$$

$$\text{donde } A = 1.1408 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 = 11.4085 \text{ cm}^2$$

Utilizando acero de diámetro 10 mm = 1 cm  $\rightarrow$  Área =  $\pi \cdot 0.5^2 = 0.785 \text{ cm}^2$   
Con lo que resulta que necesitamos 14.52 barras/m \* 30 m  $\approx$  436 barras.

**Eje Z)  $\rightarrow$   $M_d^z$** 

$$M_d^z = \sigma_z \cdot W = 82.1943 \text{ T/m}^2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-3} = 0.5482 \text{ Tm}$$

**Hormigón:**

$$f_{ck} = 5000 \text{ T/m}^2$$

$$\gamma_c = 1.5$$

$$u_s = u_c \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_d}{u_c \cdot d}} \right) = 666.67 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 0.5482}{666.67 \cdot 0.025}} \right) = 22.30 \text{ T}$$

**Acero:**

$$F_{yk} = 50000 \text{ T/m}^2$$

$$\gamma_s = 1.15$$

$$22.30 \text{ T} = A \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50000 \text{ T/m}^2}{1.15}$$

$$\text{donde } A = 5.1295 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 5.1295 \text{ cm}^2$$

Utilizando acero de diámetro 8 mm = 0.8 cm  $\rightarrow$  Área =  $\pi * 0.4^2 = 0.5 \text{ cm}^2$   
 Con lo que resulta que necesitamos 10.2 barras/m \* 2.2 m  $\approx$  23 barras.

### 6.2.3. Armado del tablero:

$$W = \frac{e^2}{6} = \frac{0.29^2}{6} = 0.014 \text{ m}^3$$

**Eje X)  $\rightarrow$   $M_d^x$**

$$M_d^x = \sigma_x * W = 75.8167 \text{ T/m}^2 * 0.014 = 1.0627 \text{ Tm}$$

**Hormigón:**

$$f_{ck} = 3000 \text{ T/m}^2$$

$$\gamma_c = 1.5$$

$$u_c = f_{cd} \cdot b \cdot h = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b \cdot h = \frac{3000 \text{ T/m}^2}{1.5} \cdot 1 \text{ m} \cdot 0.29 \text{ m} = 580 \text{ T}$$

$$u_s = u_c \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_d^x}{u_c \cdot d}} \right) = 580 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 1.0627}{580 \cdot 0.025}} \right) = 44.37 \text{ T}$$

**Acero:**

$$F_{yk} = 50000 \text{ T/m}^2$$

$$\gamma_s = 1.15$$

$$44.37 \text{ T} = A \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50000 \text{ T/m}^2}{1.15}$$

$$\text{donde } A = 1.02 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 10.2 \text{ cm}^2$$

Utilizando acero de diámetro 16 mm = 1.6 cm  $\rightarrow$  Área =  $\pi * 0.8^2 = 2.01 \text{ cm}^2$   
 Con lo que resulta que necesitamos 5.07 barras/m \* 91 m  $\approx$  460 barras.

**Eje Z)  $\rightarrow$   $M_d^z$**

$$M_d^z = \sigma_z * W = 145 \text{ T/m}^2 * 0.014 = 2.03 \text{ Tm}$$

**Hormigón:**

$$f_{ck} = 3000 \text{ T/m}^2$$

$$\gamma_c = 1.5$$

$$u_s = u_c \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_d}{u_c \cdot d}} \right) = 580 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 2.03}{580 \cdot 0.025}} \right) = 87.85 T$$

**Acero:**

$$F_{yk} = 50000 T/m^2$$

$$\gamma_s = 1.15$$

$$87.85 T = A \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50000 T / m^2}{1.15}$$

$$\text{donde } A = 2.02 \cdot 10^{-3} m^2 = 20.2 cm^2$$

Utilizando acero de diámetro 20 mm = 2 cm  $\rightarrow$  Área =  $\pi \cdot 1^2 = 3.14 cm^2$

Con lo que resulta que necesitamos 6.42 barras/m \* 10 m  $\approx$  65 barras.

**6.2.4. Armado de las pilas:**

El estudio del armado de las pilas también lo haremos a flexión, obviando el término N/A, porque representa la compresión, y el hormigón trabaja en excelentes condiciones sometido a compresión.

En este caso, en vez de realizar el estudio sobre una porción rectangular del elemento, directamente calcularemos el armado para toda la sección de la pila.

$$W = 0.185 \cdot d^3 = 0.185 \cdot 1.2^3 = 0.31968 m^3$$

**Eje Y)  $\rightarrow$  M<sub>d</sub><sup>y</sup>**

$$M_{d}^y = \sigma_y \cdot W = 111 T/m^2 \cdot 0.31968 = 35.4844 Tm$$

**Hormigón:**

$$f_{ck} = 5000 T/m^2$$

$$\gamma_c = 1.5$$

$$u_c = f_{cd} \cdot A = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot A = \frac{5000 T / m^2}{1.5} \cdot 1.12 m^2 = 3733.33 T$$

$$u_s = u_c \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_d}{u_c \cdot d}} \right) = 3733.33 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 35.4844}{3733.33 \cdot 0.05}} \right) = 794.15 T$$

**Acero:**

$$F_{yk} = 50000 T/m^2$$

$$\gamma_s = 1.15$$

$$794.15 T = A \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50000T / m^2}{1.15}$$

donde  $A = 0.01826 \text{ m}^2 = 182.6 \text{ cm}^2$

Utilizaremos barras de 32 mm de diámetro, en una configuración de 3 barras por esquina del octógono, es decir, un total de 24 barras por pila.

$$3 \cdot 8 \cdot \pi \cdot 1.6^2 = 193.02 \text{ cm}^2,$$

que es un valor muy próximo al obtenido con los datos del programa.

### **TABLA RESUMEN**

	<b>TABLERO</b>	<b>VIGAS</b>	<b>PILAS</b>
<b>Eje x</b>	460 Ø16 mm	436 Ø 10 mm	-
<b>Eje y</b>	-	-	24 Ø 32 mm
<b>Eje z</b>	65 Ø 20 mm	23 Ø 8 mm	-

### 6.3. Conclusiones

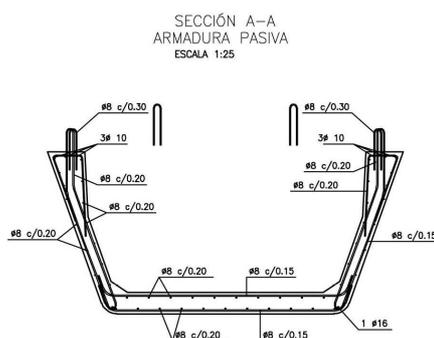
#### VIGAS:

Para el armado en el eje X de las vigas, se emplearon 436 barras de diámetro 10 mm, mientras que en PRAINSA emplearon 432 barras con una combinación de diámetros de 8, 10 y 12 mm, como muestra la figura 6-48:



**Figura 6-48: semi-sección longitudinal por fondo de viga de la armadura pasiva**

Para el armado del eje X de las vigas, se emplearon 23 barras de diámetro 8 mm, mientras que en PRAINSA se emplearon 21 barras del mismo diámetro, tal y como muestra la figura 6-49:



**Figura 6-49: sección transversal de viga de la armadura pasiva**

#### LOSA:

Para el ferrallado de la losa se han empleado:

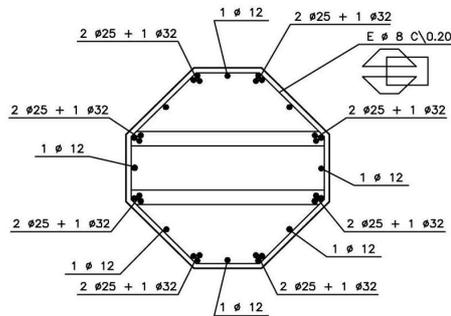
- para el eje X): 460 barras de diámetro 16 mm.
- para el eje Z): 65 barras de diámetro 20 mm.

No disponemos de valores reales para comparar, puesto que el hormigonado in-situ no es un trabajo que atañe directamente a la empresa PRAINSA, aunque sí nos ha orientado acerca de los diámetros aproximados a utilizar.

#### PILAS:

Por la complejidad de las pilas, para su armado, la empresa ha aconsejado utilizar una armadura lo más parecida posible a las fichas de información técnica existentes en su base de datos.

Dicha armadura tiene una superficie total 151,92 cm<sup>2</sup> y la componen 8 barras de diámetro 32 mm (1 barra en cada esquina del octógono), 16 barras de diámetro 25 mm (2 barras en cada esquina del octógono), y 8 barras de diámetro 12 mm (1 en el centro de cada pared del octógono), tal y como muestra la figura siguiente:



**Figura 6-50: sección transversal de pila de la armadura pasiva**

Con los cálculos de esta memoria, el área mínima de la armadura es de 182.6 cm<sup>2</sup>, proponiendo un armado de 3 barras por esquina de diámetro 32 mm.

## **7. ASPECTOS MÁS RELEVANTES DEL DISEÑO DEL PUENTE**

La idea de este Proyecto era el diseño y cálculo de una estructura prefabricada de obra civil.

El objetivo se consiguió mediante el programa de modelado de elementos finitos Ansys. Al principio el programa tiene una cierta complejidad en su manejo, pero en pocas sesiones se convierte en un programa muy intuitivo de manejar, en el que rápidamente se puede construir una estructura, introducir sus características, condiciones y cargas, para estar en condiciones de calcular.

Una característica destacable a la hora de la colocación de la carga puntual es, que no influye mucho en qué vano ponerla por la similitud de las vigas. En este puente existen dos longitudes distintas de vigas, cuya diferencia no supera el medio metro, y en una estructura de más de 90 metros, la diferencia de resultados es mínima. Además, tenemos que tener en cuenta, que el sistema que hemos empleado para el cálculo (elementos finitos), es un método aproximado, de modo que no va a arrojar una solución exacta.

En cuanto a los resultados, los valores obtenidos en este Proyecto, no difieren en exceso de los realizados por la empresa PRAINSA con el método del emparrillado.

Se puede comprobar, cómo las armaduras calculadas en esta memoria son muy similares a las finalmente utilizadas en la realidad.

Las principales razones para comprender la diferencia de resultados, son:

- La simplificación del análisis de la estructura, obviando el pretensado de los elementos prefabricados, y no teniendo en cuenta las vibraciones que se puedan producir por el tráfico rodado, sólo la carga de los vehículos.
- PRAINSA realiza un estudio más detallado y más preciso con sus propios programas, modificados exclusivamente para el cálculo de elementos de hormigón.

Aún con todo, a pesar de tratarse del estudio de una estructura de tan enormes dimensiones, los cálculos realizados en este Proyecto se acercan mucho a la realidad.

## **8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

[1] Instrucción sobre las Acciones a considerar en el proyecto de Puentes de carretera (IAP-98).

[2] Instrucción de Hormigón Estructural (EHE).

[3] Documentación interna de PRAINSA.

[4] Dres. Juan José del Coz Díaz / Fco. José Surez Domínguez. Manual “Introducción al Programa ANSYS”, E.T.S. Ingenieros Industriales de Gijón.

[5] Ramón Argüelles Alvarez. “Fundamentos de Elasticidad y su Programación por Elementos Finitos”. Bellisco, Madrid. 1992.

[6] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor. “El Método de los Elementos Finitos”. Vols 1 y 2 CIMNE-Mc Graw Hill, 1994.

[7] E. Oñate. “Cálculo de Estructuras por el Método de los Elementos Finitos”. CIMNE, Barcelona. 1995

[8] Apuntes de las asignaturas: “Elasticidad y Resistencia de Materiales” y “Teoría de Estructuras y Construcciones Industriales”

Internet:

[9] <http://www.miliarium.com/monografias/Puentes/TiposPuentes.asp>

[10] [http://es.wikipedia.org/wiki/Hormig%C3%B3n\\_armado](http://es.wikipedia.org/wiki/Hormig%C3%B3n_armado)