Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika *ISBN: 978-602-6122-20-9*
hal 966-977 November 2016 *http://jurnal.fkip.uns.ac.id*

TARGET BERORIENTASI METODE CABANG DAN BATAS UNTUK OPTIMISASI GLOBAL

Mochamad Suyudi[1], Sisilia Sylviani[2]

[1,2] **Departmen Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran**
moch.suyudi@gmail.com

Abstrak: Fokus utama dari penulisan ini adalah pencarian metode terbaik untuk menyelesaikan permasalahan traveling salesman problem dengan menggunakan solusi masalah clique maksimum dengan menggunakan metode cabang dan batas. Permasalahan TSP (Traveling Salesman Problem) adalah permasalahan dimana seorang salesman harus mengunjungi semua kota dimana tiap kota hanya dikunjungi sekali, dan dia harus mulai dari dan kembali ke kota asal. Tujuannya adalah menentukan rute dengan jarak total atau biaya yang paling minimum. Permasalahan TSP merupakan permasalahan yang memang mudah untuk diselesaikan dengan algoritma Brute Force, tetapi hal itu hanya dapat dilakukan dengan jumlah kota atau simpul yang tidak banyak. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan dikaji pencarian penyelesaian masalah TSP dengan menggunakan masalah clique maksimum dengan menggunakan metode cabang dan batas.

Kata kunci: *Traveling Salesman Problem*, Cabang dan Batas

PENDAHULUAN

Traveling Salesman Problem (TSP) adalah salah satu masalah optimasi kombinatorial yang paling banyak dipelajari. Pernyataannya ini tampak sederhana, namun tetap salah satu masalah yang paling menantang dalam Riset Operasional. Ratusan artikel telah ditulis pada TSP. Buku yang disunting oleh Lawler, *et al.* (1985) memberikan survei mendalam dan komprehensif dari semua hasil penelitian besar sampai tanggal tersebut. Tujuan dari makalah survei ini adalah untuk menyajikan gambaran terpadu dari beberapa yang terbaik algoritma yang tepat dan perkiraan sejauh dikembangkan untuk TSP. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan dikaji pencarian penyelesaian masalah TSP dengan menggunakan metode cabang dan batas untu optimisasi global (Strickland: 2008).

Misalkan $G = (V, A)$ adalah graf di mana V adalah himpunan n verteks. E adalah himpunan dari edge-edge, dan misalkan $C = (c_{ij})$ adalah jarak (atau cost) matriks yang terkait dengan E. TSP terdiri dari menentukan sirkuit jarak minimum yang melewati setiap verteks sekali dan hanya sekali. Sirkuit seperti ini dikenal sebagai tur atau sirkuit Hamilton (atau siklus). Dalam beberapa aplikasi, C juga dapat diartikan sebagai matriks biaya atau perjalanan waktu. Ini akan berguna untuk membedakan antara kasus di mana C (atau masalah) adalah simetris, yaitu ketika $c_{ij} = c_{ji}$ untuk semua $i, j \in V$, dan kasus di mana itu adalah asimetris. Juga, C dikatakan memenuhi ketidaksamaan segitiga jika dan hanya jika $c_{ij} + c_{jk} \geq c_{ik}$ untuk semua i, $j, k \in V$. Hal ini terjadi di masalah Euclidean, yaitu ketika V adalah himpunan titik-titik di $\mathbb{R}^2$ dan c_{ij} adalah jarak garis lurus antara i dan j. **(**Gilbert: 1992, Wilson: 1996).

METODE PENELITIAN

Langkah-langkah yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut

- Masasalah TSP
- Menentukan metode untuk solusi TSP
- Metode yang digunakan adalah Cabang dan Batas
- Mengaitkan masalah TSP dengan metode Cabang dan batas untuk menentukan solusi masalah TSP.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian ini akan dibahas dalam dua bagian, yaitu pendekatan menggunakan metode Cabang dan Batas dan Solusi Menggunakan Metode Cabang dan Batas.

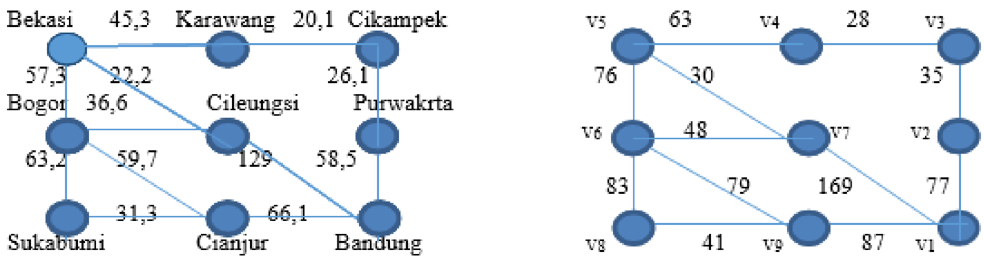
A. Pendekatan Menggunakan Cabang dan Batas

Metode yang akan digunakan pada penelitian ini untuk memecahkan masalah adalah Metode Cabang dan Batas(Branch and Bound). Istilah Branch and Bound mengacu pada semua metode pencarian ruang keadaan di mana semua anak-anak dari *E*-verteks yang dihasilkan sebelum verteks hidup lainnya dapat menjadi *E*-verteks. *E*-verteks adalah verteks, yang sedang dikeluarkan. Kondisi jarak pohon dapat diperluas dalam metode apapun yaitu BFS atau DFS. Keduanya dimulai dengan akar verteks dan menghasilkan verteks lain. Sebuah verteks yang telah dihasilkan dan semua yang anaknya belum diperluas disebut *live-vertex*. Sebuah verteks disebut verteks mati, yang telah dihasilkan, tetapi tidak dapat dikembangkan lebih lanjut. Konsep verteks mati akan melahirkan sebuah konsep baru yang dikenal sebagai *backtracking*. Yang mengatakan bahwa setelah verteks dilalui akan menjadi verteks mati dan masih belum dapat menemukan solusinya. Jadi harus kembali ke induknya dan melintasi nya (parent) anak-anak lain untuk solusi. Jika tidak memiliki anak lagi *unexpended* maka kita perlu untuk mencapai induknya (*grand parent* verteks mati) dan memperluas anak dan sebagainya. Kemudian melakukannya sampai mendapatkan solusi atau pohon lengkap dilalui. Dalam metode ini pada setiap verteks pohon perlu memperluas verteks yang paling menjanjikan, berarti memilih verteks yang menjanjikan dan mengekspansinya untuk mendapatkan solusi optimal. Jadi untuk mengekspansi harus dimulai dari akar pohon (Winston: 2004, Tucker: 2002).

Metode ini akan diterapkan, jika seseorang melakukan touring menggunakan mobil pribadi pada 9 kota di Jawa Barat dimulai dari kota Bandung, Purwakarta, cikampek, Karawang, Bekasi, Bogor, Sukabumi, Cianjur, Cileungsi, dan kembali ke Bandung. Seperti terlihat pada gambar peta Jawa Barat di bawah ini.

Gambar 1. Peta Jalur antar Kota Jawa Barat

Dari Gambar 1. Peta jalur 9 kota di Jawa Barat dibuat graf, dan diberi bobot tiap jalur untuk jarak dalam km pada Gambar 2.a dan biaya BBM Premium pada Gambar 2.b.



(2.a) (2.b)

Gambar (2.a) Graf jarak antar kota dalam km, (2.b) Graf berbobot biaya BBM

Untuk perhitungan biaya BBM Premium saat ini Rp. 6.550,00, dan rata-rata mobil menghabis kan BBM per liter adalah 5 km, diperlihatkan pada tabel di bawah ini.

Tabel 1. Jarak antara kota dan bobot biaya BBM.

Jalur Kota	**Jarak Antar Kota(Km)**	**BBM terpakai(liter)**	**Bobot(Biaya BBM) Rp.**
Bandung-Purwakarta	58,5	11,70	76.635 = 77.000
Purwakarta-Cikampek	26,1	5,22	34.191 = 35.000
Cikampek-Karawang	20,1	4,20	27.510 = 28.000

Karawang-Bekasi	45,3	9,60	62.880 = 63.000
Bekasi-Bogor	57.3	11,46	75.173 = 76.000
Bekasi-Cileungsi	22,2	4,44	29.082 = 30.000
Bogor-Cileungsi	36,6	7,32	47.946 = 48.000
Bogor-Sukabumi	63,2	12,64	82.792 = 83.000
Bogor-Cianjur	59,7	11,94	78.207 = 79.000
Sukabumi-Cianjur	31,1	6,26	40.937,5= 41.000
Cianjur-Bandung	66,1	13,22	86.591 = 87.000
Cileungsi-Bandung	129	25,8	168.990 = 169.000

B. Solusi Menggunakan MetodeCabang dan Batas(Branch and Bound)

Input untuk metode ini adalah matriks biaya, yang disusun sesuai dengan ketentuan:

$$C_{ij} = \begin{cases} \infty, & \text{jika tidak ada lintasan langsung dari } V_i \text{ ke } V_j \\ \mathrm{W_{ij}}, & \text{jika ada lintasan langsung dari } V_i \text{ ke } V_j \end{cases}$$

Sementara memecahkan masalah, pertama kita mempersiapkan kondisi ruang pohon (*State space tree*), yang mewakili semua kemungkinan solusi. Dalam masalah ini |V| = 9. Yang merupakan jumlah total verteks pada graf atau kota-kota di peta. *Input* larik untuk metode ini diberikan oleh

$$\text{Matriks biaya} = \begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \\ v_9 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & v_6 & v_7 & v_8 & v_9 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \infty & 77 & \infty & \infty & \infty & \infty & 169 & \infty & 87 \\ 77 & \infty & 35 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 35 & \infty & 28 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 28 & \infty & 63 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 63 & \infty & 76 & 30 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 76 & \infty & 48 & 83 & 79 \\ 169 & \infty & \infty & \infty & 30 & 48 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 83 & \infty & \infty & 41 \\ 87 & \infty & \infty & \infty & \infty & 79 & \infty & 41 & \infty \end{pmatrix} \end{array}$$

Langkah 1: Mengurangi setiap baris dan kolom sedemikian rupa bahwa harus ada setidaknya satu nol di setiap baris dan kolom. Untuk melakukan hal ini, kita perlu mengurangi nilai minimum dari setiap elemen dalam setiap baris dan kolom.

a) Setelah mengurangi baris:

$$v_1 \quad v_2 \quad v_3 \quad v_4 \quad v_5 \quad v_6 \quad v_7 \quad v_8 \quad v_9$$

$$\text{Matriks biaya } = \begin{array}{l} Kurangi\ 77\ v_1 \\ Kurangi\ 35\ v_2 \\ Kurangi\ 28\ v_3 \\ Kurangi\ 28\ v_4 \\ Kurangi\ 30\ v_5 \\ Kurangi\ 48\ v_6 \\ Kurangi\ 30\ v_7 \\ Kurangi\ 41\ v_8 \\ Kurangi\ 41\ v_9 \end{array} \begin{pmatrix} \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty & 92 & \infty & 10 \\ 42 & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 7 & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & \infty & 35 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 33 & \infty & 46 & 0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 28 & \infty & 0 & 35 & 31 \\ 139 & \infty & \infty & \infty & 0 & 18 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 42 & \infty & \infty & 0 \\ 46 & \infty & \infty & \infty & \infty & 38 & \infty & 0 & \infty \end{pmatrix}$$

b) Setelah mengurangi kolom ke-2 dengan 42 dan kolom ke-7 dengan 18:

Matriks biaya $= M_1$

Jadi total biaya yang diharapkan pada akar verteks adalah jumlah dari semua pengurangan. Total biaya yang diharapkan memperluas akar verteks L(1) = 77 + 35 + 28 + 28 + 30 + 48 + 30 + 41 + 41+ 42 + 18 = 418. Karena harus merencanakan jalan mulai dari v_1, untuk v_1 akan menjadi akar pohon dan itu akan menjadi verteks yang pertama yang diperluas.

Langkah 2: Pilih akar verteks v_1 sehingga verteks berikutnya akan diperluas setiap verteks dari v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9. Jadi harus mengetahui memperluas biaya setiap verteks. Jadi mana yang akan menjadi minimum dan akan diperluas lebih jauh. Prosedur akan diulangi untuk setiap verteks untuk mencari ekspansi biaya pengeluaran.

Rumus untuk mencari biaya adalah:

L(vertex) = L(parent vertex) + Parent(i, j) + total biaya pengurangan.

a) Mendapatkan biaya dengan memperluas menggunakan matriks biaya untuk verteks 2 di pohon:

Didapat biaya total memperluas verteks 2, L(2) = L (1) + M_1(1,2) + r = 418 + 0 + 0 = 418.

b) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 3 di pohon: Jadi biaya total dari ekspansi verteks 3, L(3)=L(1)+M_1(1,3) + r = 418+ ∞ + 35 = ∞

c) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 4 dalampohon:

Didapat biaya total dari ekspansi verteks 4, L(4)= L(1) + M_1(1,4) + r=418 + ∞ +7= ∞.

d) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 5 dalam pohon:

Didapat biaya total dari ekspansi verteks 5, L(5)= L(1)+M_1(1,5) + r = 418 + ∞ + 7 = ∞.

e) Mendapatka biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 6 dalam pohon:

Didapat biaya total dari ekspansi verteks 6,

$L(6) = L(1) + M_1(1,6) + r = 418 + \infty + 7 = \infty$.

f) Mendapatka biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 7 dalam pohon:

Didapat biaya total dari ekspansi verteks 7 adalah

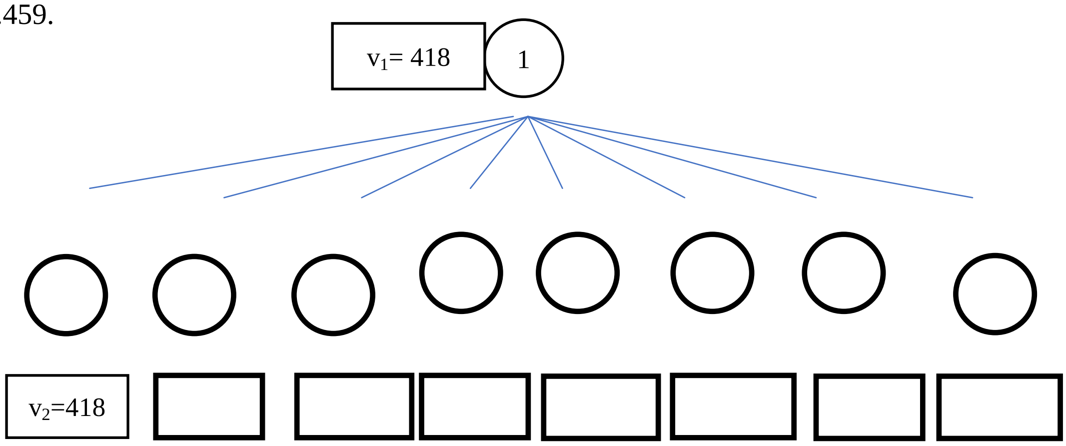
$L(7) = L(1) + M_1(1,7) + r = 418 + 92 + 7 + 28 + 28 = 573$.

g) Mendapatka biaya dengan ekspansi matriks biaya untuk verteks 8 dalam pohon:

Didapat biaya total dari ekspansi verteks 8, $L(8) = L(1) + M_1(1,8) + r = 418 + \infty + 7 + 4 = \infty$.

h) Mendapatka biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 9 dalam pohon:

Jadi biaya total dari ekspansi verteks 9, $L(9) = L(1) + M_1(1,9) + r = 418 + 10 + 7 + 24$ =.459.



Sekarang memiliki dua verteks v_2 dan v_9 yang dapat dipilih. Misalkan memilih v_9 sebagai verteks berikutnya. Jadi akan memperluas pohon pada verteks 9, milik v_9. Sampai sekarang dua verteks telah dilalui v_1 dan v_9. Jadi kita harus mencari tahu verteks berikutnya yang akan dilalui.

Langkah 3: Pilih v_9 sebagai verteks berikutnya yang akan di perluas. Jadi M_9 akan bekerja sebagai matriks masukan untuk langkah ini. Dan memiliki 7 verteks yang masih harus dilalui. Jadi dapat memperluas v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, dan v_8 sebagai verteks berikutnya. Jadi dengan menggunakan metode yang sama akan menemukan biaya ekspansi masing-masing verteks tersebut.

a) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 10 dalam pohon:

Didapat biaya total dari ekspansi verteks 10, $L(10) = L(9) + M_9(9,2) + 35 = 459 + \infty + 35 = \infty$.

b) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 11 dalam pohon:
   Didapat biaya total dari ekspansi verteks 11, $L(11) = L(9) + M_9(9,3) + 35 = 459 + \infty + 35 + 35 = \infty$.

c) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 12 dalam pohon:
   Didapat biaya total dari ekspansi verteks 12, $L(12) = L(9) + M_9(9,4) + 35 = 459 + \infty+35= \infty$.

d) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 13 dalam pohon: Didapat biaya total dari ekspansi verteks 13, $L(13) = L(9) + M_9(9,5) + 35 = 459 + \infty + 35 = \infty$.

e) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 14 dalam pohon:
   Didapat biaya total dari ekspansi verteks 14, $L(14) = L(9) + M_9(9,6) + 35 = 459 + 20 + 35 = 514$.

f) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 15 dalam pohon:
   Didapat biaya total dari ekspansi verteks 14,
   $L(15) = L(9) + M_9(9,7) + 35 = 459 + \infty + 28 + 28 + 35= \infty$.

g) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 16 dalam pohon:
   Didapat biaya total dari ekspansi verteks 16,
   $L(16) = L(9) + M_9(9,8) + 0 = 459 + 0 + 0 = 459$.

Langkah 4: Pada langkah verteks 16 ini, v_8 adalah verteks yang paling memungkinkan dipilih, karena memberikan biaya perjalanan minimum. Jadi akan memperluas lebih jauh. Dan memiliki 6 verteks yang masih harus dilalui. Jadi dapat memperluas v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, dan v_7 sebagai verteks berikutnya.

Jadi dengan menggunakan metode yang sama kita akan menemukan biaya ekspansi masing-masing verteks tersebut.

a) Mendapatka biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk vertex 17 dalam pohon: Didapat Biaya Total memperluas verteks 17, $L(17) = L\ (16) + M_{16}(8,2) + r = 459 + \infty + 0 = \infty$.

b) Mendapatka biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 18 dalam pohon:

Didapat biaya total dari ekspansi verteks 18, $L(18) = L(16) + M_{16}(8,3) + r = 459 + \infty + 35 = \infty$.

c) Mendapatka biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 19 dalam pohon:

Didapat biaya total memperluas verteks 19, $L(19) = L\ (16) + M_{16}(8,4) + r = 459 + \infty + 0 = \infty$.

d) Mendapatka biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 20 dalam pohon:

Jadi total biaya memperluas verteks 20, $L(20) = L(16) + M_{16}(8,5) + r = 459 + \infty + 0 = \infty$.

e) Mendapatka biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 21 dalam pohon:

Didapat biaya total memperluas verteks 21, $L(21) = L(16) + M_{16}(8,6) + r = 459 + 0 + 0 = 459$.

f) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 22 dalam pohon:

Didapat biaya total memperluas verteks 22, $L(22) = L(16) + M_{16}(8,7) + r = 459 + \infty + 28 + 28 = \infty$.

Langkah 5: Berikut v_6 adalah verteks yang paling mungkin dipilih yang memberikan biaya minimum. Sekarang M_{21} menjadi matriks masukan untuk langkah ini. Jadi akan memperluas lebih jauh. Dan memiliki 5 verteks yang masih harus dilalui. Jadi dapat memperluas v_2, v_3, v_4, v_5, dan v_7 sebagai verteks berikutnya.Jadi dengan menggunakan metode yang sama kita akan menemukan biaya ekspansi masing-masing verteks tersebut.

a) Mendapatka biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 23 dalam pohon:

Didapat biaya total memperluas verteks 23, $L(23) = L(21) + M_{21}(6,2) + r = 459 + \infty + 0 = \infty$.

b) Mendapatka biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 24 dalam pohon:

Didapat biaya total memperluas verteks 24, $L(24) = L(21) + M_{21}(6,3) + r = 459 + \infty + 35 = \infty$.

c) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 25 dalam pohon:

Didapat biaya total memperluas verteks 25, $L(25) = L(21) + M_{21}(6,4) + r = 459 + \infty + 0 = \infty$.

d) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 26 dalam pohon:

Didapat biaya total memperluas verteks 25, $L(26) = L(21) + M_{21}(6,5) + r = 459 + 28 + 97= 584$.

e) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 27 dalam pohon:

Didapat biaya total memperluas verteks 27, $L(27) = L(21) + M_{21}(6,7) + r = 459 + 0 + 0 = 459$.

Langkah 6: Berikut v_7 adalah verteks yang paling mungkin dipilih yang memberikan biaya minimum. Sekarang M_{27} menjadi matriks masukan untuk langkah ini. Jadi akan memperluas lebih jauh. Dan memiliki 4 verteks yang masih harus dilalui. Jadi dapat memperluas v_2, v_3, v_4, dan v_5 sebagai verteks berikutnya.

Jadi dengan menggunakan metode yang sama kita akan menemukan biaya ekspansi masing-masing verteks tersebut.

a) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 28 dalam pohon:

Didapat biaya total memperluas verteks 28, $L(28) = L(27) + M_{27}(7,2) + r = 459 + \infty + 33+ 35 = \infty$.

b) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 29 dalam pohon:

Didapat biaya total memperluas verteks 29, $L(29) = L(27) + M_{27}(7,3) + r = 459 + \infty + 33+ 35 = \infty$.

c) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 30 dalam pohon: Didapat biaya total memperluas verteks 30, $L(30) = L(27) + M_{27}(7,4) + r = 459 + \infty + 35 = \infty$.

c) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 31 dalam pohon: Didapat biaya total memperluas verteks 31, $L(31) = L(27) + M_{27}(7,5) + r = 459 + 0 + 33 = 492$.

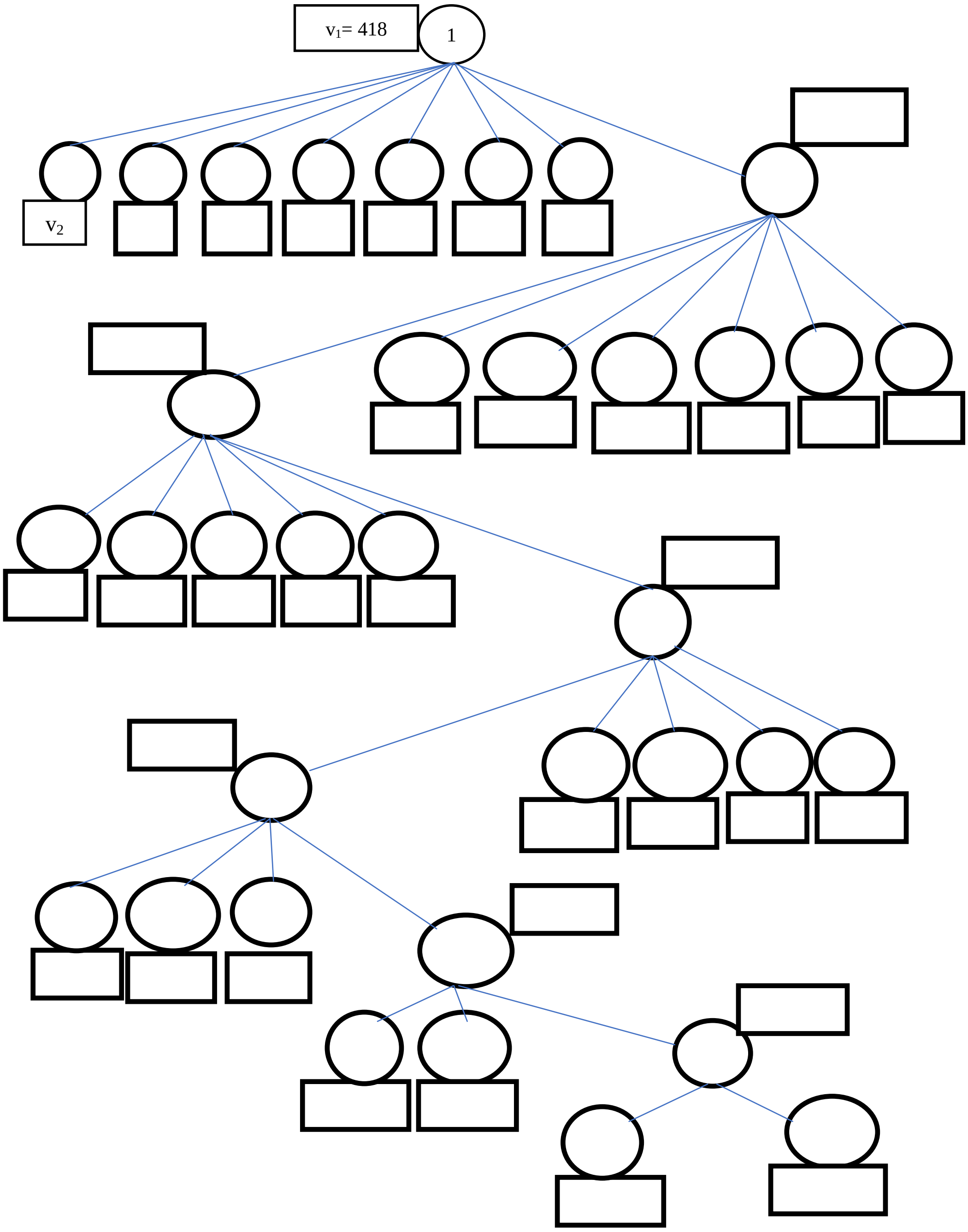
Langkah 7: Berikut v_5 adalah verteks yang paling mungkin dipilih yang memberikan biaya minimum. Sekarang M_{31} menjadi matriks masukan untuk langkah ini. Jadi akan memperluas lebih jauh. Dan memiliki 3 verteks yang masih harus dilalui. Jadi dapat memperluas v_2, v_3, dan v_4 sebagai verteks berikutnya.

Jadi dengan menggunakan metode yang sama kita akan menemukan biaya ekspansi masing-masing verteks tersebut.

a) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk vertex 32 dalam pohon:
   Didapat biaya total memperluas verteks 32, $L(32) = L(31) + M_{31}(5,2) + r = 492 + \infty + 0 = \infty$.
b) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk vertex 33 dalam pohon:
   Didapat biaya total memperluas verteks 33, $L(33) = L(31) + M_{31}(5,3) + r = 492 + \infty + 0 = \infty$.
c) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk vertex 34 dalam pohon:
   Didapat biaya total memperluas verteks 34, $L(34) = L(31) + M_{31}(5,4) + r = 492 + 0 + 0 = 492$.

Langkah 8: Berikut v_4 adalah vertex yang paling mungkin dipilih sehingga akan memperluas verteks ini lebih lanjut. Jadi M_{34} menjadi matriks masukan untuk langkah ini. Sekarang dihadapkan dengan dua vertex yang belum dilalui adalah v_2, dan v_3. Jadi dengan menggunakan metode yang sama kita akan menemukan biaya ekspansi masing-masing verteks tersebut.

a) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 35 dalam pohon:
   Didapat biaya total memperluas verteks 35, $L(35) = L(34) + M_{34}(4,2) + r = 492 + \infty + 0 = \infty$.
b) Mendapatkan biaya menggunakan ekspansi matriks biaya untuk verteks 36 dalam pohon: Didapat biaya total memperluas verteks 36, $L(36) = L(34) + M_{34}(4,3) + r = 492 + 0 + 0 = 492$.



Berikut v_3 adalah yang paling mungkin dipilih untuk memperluas verteks berikutnya. Sekarang dihadapkan dengan hanya satu verteks yang belum dilalui yaitu v_2. Kemudian tour selesai sehingga akan kembali ke vertex v_1. Jadi urutan traversal adalah:

$$v_1 \xrightarrow{87} v_9 \xrightarrow{41} v_8 \xrightarrow{83} v_6 \xrightarrow{48} v_7 \xrightarrow{30} v_5 \xrightarrow{63} v_4 \xrightarrow{28} v_3 \xrightarrow{35} v_2 \xrightarrow{77} v_1$$

Jadi biaya total dari perjalanan pada graf adalah: $87 + 87 + 83 + 48 + 30 + 63 + 28 + 35 + 77 = 492$. Berarti, seseorang tour dimulai dari kota:

Bandung $\longrightarrow$ Cianjur $\longrightarrow$ Sukabumi $\longrightarrow$ Bogor $\longrightarrow$ Cileungsi $\longrightarrow$ Bekasi $\longrightarrow$ Karawang $\longrightarrow$ Cikampaek $\longrightarrow$ Purwakarta $\longrightarrow$ Bandung.

Sehingga biaya total perjalanan adalah Rp 492.000,00 (Biaya total perkiraan BBM Premium yang terpakai seluruh perjalanan).

SIMPULAN

Metode yang diusulkan, yang menggunakan Branch & Bound, adalah lebih baik karena mempersiapkan matriks dalam langkah-langkah yang berbeda. Pada setiap langkah matriks biaya dihitung. Dari mulai titik awal untuk mengetahui bahwa apa yang dapat menjadi biaya minimum tour. Biaya pada tahap awal masih belum pasti tetapi memberikan beberapa gagasan karena biaya didekati. Pada setiap langkah diberikan alasan yang kuat bahwa verteks mana yang harus dilalui berikutnya dari verteks yang belum dilalui. Dalam hal ini untuk memberikan ekspansi biaya verteks tertentu. Sehingga memberikan biaya total dari perjalanan.

DAFTAR PUSTAKA

Gilbert, Laporte. (1992). The traveling Salesman Problem: An Overview of Exact and Approximate Algorithms. *European Journal of Operational Research 59(!992)321-247*.

Strickland, D. M. (2008). Teaching Note—Using the Maximum Clique Problem to Motivate Branch-and-Bound. INFORMS Transactions on Education 8(2), pp. 96–99.

Tucker, A. (2002). Applied Combinatorics. Wiley, New York.

Wilson, R. (1996). Introduction to Graph Theory. Pearson Education, Harlow, England.

Winston, W. (2004). Operations Research_ Applications and Algorithms. Duxbury, Belmont, CA.