

論文

マネーの中立性

— 日本における実証研究 —

森田 洋二*、 澤田 吉孝**、 宮川 重義*

* 京都先端科学大学名誉教授 ** 京都先端科学大学経済経営学部

Email: morita.yoji@kuas.ac.jp

要 旨

名目マネーが長期的に実質 GDP に影響を及ぼさないことを、マネーの中立性という。日本における長期中立性を実証分析する。King & Watson が 2 変数の SVAR モデルで分析したのと同じモデルを扱う。King & Watson が長期中立性の成り立つパラメータ範囲を示すにとどまったのに対し、本研究では、SVAR モデルのパラメータの直接の推定手法を開発し、長期中立性が棄却されるか否かの判定を具体的に下すことを可能とした。実質 GDP と M3 を扱い、データ区間(1980q1,2007q4)において長期中立性が棄却されることを示した。

キーワード: マネー、長期中立性、SVAR モデル、最尤推定、標準誤差

1. はじめに

長期中立性の仮説とは、マネーストックを恒久的に変化させても、実質の産出のレベルは長期的な影響を受けないことを言う。多くのマクロエコノミストはこの仮説を受け入れており、マネーストックの変化に対して影響を受けない実質経済変数として、実質産出をはじめ、実質消費、実質賃金、実質金利などがこの範疇に入るとみなしている。King & Watson (1997)[1] は、長期中立性の検証の基本的な枠組みを与えた。まず、事前に満たすべき 2 つの条件を設定した。(i) $(\ln(\text{realGNP}), \ln(\text{money}))$ が I(1) に属すること、すなわち、各変数のレベルが非定常で、1 階の階差が定常であること。(ii) 2 つの変数間に共和分が存在しないこと。これらの前提条件の下で、King & Watson は、(1949q1,1990q4)の期間における US データは、システムパラメータの広い範囲でマネーの中立性を棄却しないことを示した。同じ手法を適用して、Serletis & Koustas (1998)[2] は、いくつかの国々におけるマネーの中立性を考察した。大井、白塚、代田 (2004)[3] は、King & Watson の手法を用いて、日本の長期データ(1885,2003)におけるマネーの長期中立性が棄却できないことを示した。

King & Watson の手法は、中立性が棄却される、あるいは棄却されないための、システムパラメータの範囲を提供してくれるが、実際に我々が扱っているシステム（日本）のパラメータがどの値を取っているかを示すものではない。与えられたデータ期間によっては、King & Watson によるパラメータの範囲が、「中立性を棄却できない」という判定を下すには困難であるような状況も起こりうる。本研究では、King & Watson と同じシステムモデルにおいて、彼らの手法を拡張して、構造 VAR の枠組みの中で、システムパラメータを推定する手法を開発した。我々の考察目的は、日本におけるマネーの中立性の検証であり、対象とする変数として、 $(\ln(\text{realGDP}), \ln(M3))$ を採用する。M3 は 1980q1 以降に限定されること、また、各変数が $I(1)$ を満たさなければならないことにより、考察の期間は (1980q1, 2007q4) という比較的短いものとなっている。この期間において、マネーの中立性が棄却されることを示す。

2. データの性質

変数と記号の説明を行う。

$$y_t = 400 * \ln(\text{real GDP}(t)) \quad (1)$$

$$m_t = 400 * \ln(M3(t)) \quad (2)$$

ここで、データは四半期であり、データ期間は(1980q1,2007q4)である。出典は、FRED(Federal Reserve Economic Data, St.Louis,fed)による。

2-1. 単位根テスト(unit root test)

2種類の単位根テストを実行する。ERS テストは帰無仮説を単位根ありと設定する。一方、KPSS テストは定常性ありという帰無仮説を設定する。詳細は付録を参照。テスト結果は、 y_t と m_t のどちらも単位根を有し、 Δy_t と Δm_t のどちらもが定常であることを示している。ここで、 $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ である。したがって、 y_t と m_t は $I(1)$ に属することが示された。

2-2. 共和分テスト(cointegration test)

y_t と m_t の間に共和分があるか否かを、Johansen[4]の共和分テストによって調べる。詳細は付録参照。テストによって、共和分がないことが示された。

3. ダイナミックな連立系モデル

3-1. システムモデル

King & Watson にしたがって、以下の2変数SVAR(structural vector autoregressive)モデルを導入する。

$$\Delta y_t = \lambda_{ym} \Delta m_t + \sum_{j=1}^p \alpha_{j,ym} \Delta m_{t-j} + \sum_{j=1}^p \alpha_{j,yy} \Delta y_{t-j} + \epsilon_t^\eta, \quad (3)$$

$$\Delta m_t = \lambda_{my} \Delta y_t + \sum_{j=1}^p \alpha_{j,mm} \Delta m_{t-j} + \sum_{j=1}^p \alpha_{j,my} \Delta y_{t-j} + \epsilon_t^m, \quad (4)$$

ここで、 ϵ_t^m は、平均ゼロで独立なマネーショック系列を表し、 ϵ_t^η はマネー以外で Δy_t に影響を及ぼすものであり、マネーとは独立な平均ゼロのショック系列を表している。また、 p は遅れ次数で、AIC 規範で定められるものとする。

実際のシステムでは、式(3)と式(4)の右辺に、*const.+lineat trend* の項が入ってくる。そのとき、式(3)の両辺に期待値を掛けて、期待値からの偏差を式の両辺で考えると、偏差 $y_t - E\{y_t\}$ は、式(3)に導入された *const.+lineat trend* の項のみを打ち消し、元の式(3)と同じ係数を有するモデル式となる。式(4)についても $m_t - E\{m_t\}$ を考えれば、同じことになる。結局、平均値からの偏差が満たすべきシステムとして、式(3)、式(4)を扱うことにする。

マネーから産出への長期の弾性値 γ_{ym} は、以下のように計算される。

$$\gamma_{ym} = \frac{\lambda_{ym} + \alpha_{1,ym} + \alpha_{2,ym} + \dots + \alpha_{p,ym}}{1 - (\alpha_{1,yy} + \alpha_{2,yy} + \dots + \alpha_{p,yy})} \quad (5)$$

$X_t = (\Delta y_t, \Delta m_t)'$ 、 $\epsilon_t = (\epsilon_t^\eta, \epsilon_t^m)'$ と定義し、さらに

$$A_0 = \begin{pmatrix} 1 & -\lambda_{ym} \\ -\lambda_{my} & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

と定めると、システムモデル(1),(2)は次のように記述される。

$$A_0 X_t = \sum_{j=1}^p \alpha_j X_{t-j} + \epsilon_t, \quad (7)$$

ϵ_t の共分散行列を

$$\Sigma_\epsilon = \begin{pmatrix} s_1^2 & 0 \\ 0 & s_2^2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

と定めて、式(7)を誘導型(reduced)VAR に書き直す。

$$X_t = \sum_{i=1}^p \Phi_i X_{t-i} + u_t, \quad (9)$$

ここで

$$\Phi_i = -A_0^{-1} \alpha_i, \quad u_t = A_0^{-1} \epsilon_t. \quad (10)$$

残差 $u_t = (u_{1t}, u_{2t})'$ は次の関係式を満たす。

$$\Sigma_u = A_0^{-1} \Sigma_\epsilon (A_0^{-1})' \quad (11)$$

ここで、 Σ_u は u_t の共分散行列である。式(11)は4つの未知変数 ($\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2$) を有するが、左辺の Σ_u は対称行列であるから3つの関係式しか得られない。このままでは、式(11)は解けないことに注意されたい。当然のことながら、式(3)、(4)も解けないことになる。

3-2. γ_{ym} と 95% 信頼区間の推定 (King & Watson)

King & Watson の手法を用いて、式(3)、(4)を考察する。彼らは構造 VAR としてシステムを推定するのでなく、IV 法による推定を行った。

3-2-1. λ_{my} の関数としての γ_{ym} の推定

式(4)において、 λ_{my} を1つの値に固定すると、 $\Delta m_t - \lambda_{my} \Delta y_t$ を $\{\Delta m_{t-j}, \Delta y_{t-j}, j = 1, 2, \dots, p\}$ によって回帰することができる。OLS 推定を用いることができる。ここで得られた残差を IV 変数として式(3)に代入し、式(3)の係数を推定する。得られた係数の値を式(5)に代入すると、 γ_{ym} の推定値が得られる。さらに、式(3)の係数の共分散行列を用いて、 γ_{ym} の標準誤差(standard error)を計算する。式(5)の γ_{ym} を各パラメータに関してテイラー展開して線形項までを拾えば (デルタ手法)、標準誤差が得られる。なお、式(3)、(4)では、遅れ次数は AIC 規範により $p = 3$ と決定された。また、両式ともに右辺第1項に *const. + lineat trend* を入れて、誘導型の VAR の係数を推定した。トレンドを有する平均値からの偏差を改めてモデル式の変数とみなすと、それらの式の係数は、*const. + lineat trend* を入れたモデル式の係数と、*const. + lineat trend* 以外は完全に一致する。 γ_{ym} の計算に不都合は生じない。

λ_{my} を別の値に固定して、上記の推定手順を繰り返すことにより、 λ_{my} の関数としての γ_{ym} が推定され、95% 推定区間が得られる。推定結果を図1に示す。 $\lambda_{my} < 0.2$ の範囲で、 $\gamma_{ym} = 0$ が棄却される (中立性が棄却される) ことが分かる。

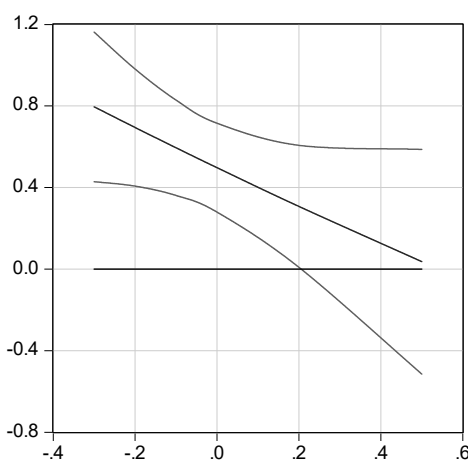


図1. λ_{my} の関数としての γ_{ym} と 95% 信頼区間 ($\gamma_{ym} \pm 2 * s. e.$)

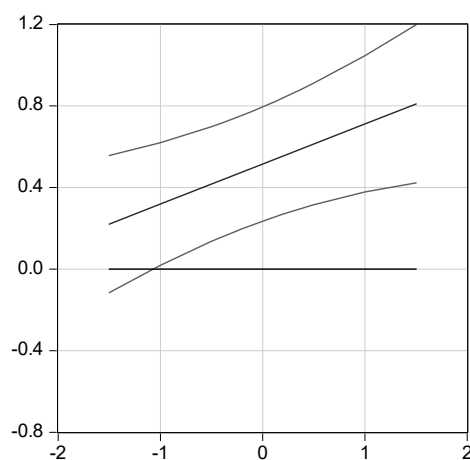


図2. λ_{my} の関数としての γ_{ym} と 95% 信頼区間 ($\gamma_{ym} \pm 2 * s. e.$)

3-2-2. λ_{ym} の関数として γ_{ym} の推定

式(3)において、 λ_{ym} を固定すると、 $\Delta y_t - \lambda_{ym} \Delta m_t$ を $\{\Delta m_{t-j}, \Delta y_{t-j}, j = 1, 2, \dots, p\}$ によって回帰することができる (OLS 推定)。前節と同様に、 γ_{ym} の推定値と、95% 推定期間を得る。 λ_{ym} を別の値に固定して推定手順を繰り返すと、 λ_{ym} の関数としての γ_{ym} が推定され、95% 推定区間が得られる。推定結果を図2に示す。 $\lambda_{ym} > -1.07$ の範囲において、 $\gamma_{ym} = 0$ が棄却される (中立性が棄却される) ことが分かる。

King & Watson の主張では、 λ_{my} や λ_{ym} が経済学的に見て合理的な範囲にあるときには、中立性 ($\gamma_{ym} = 0$) は棄却されないとしている。しかしながら、我々のデータにおいて、 $\gamma_{ym} = 0$ が棄却される範囲 ($\lambda_{my} < 0.2, \lambda_{ym} > -1.07$) が経済学的に合理的でないと判定する確実な根拠も見当たらないようである。そこで、次の章では、SVAR モデルの未知パラメータ ($\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2$) の推定を試みる。具体的に λ_{my} や λ_{ym} の値が求まれば、 $\gamma_{ym} = 0$ が棄却されているか否かは、図1、2上ですぐに判定できるからである。

4. SVAR における ($\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2$) の推定

式(3)、(4)で表される SVAR モデルは、式(11)において、4つの未知数 ($\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2$) と3つの条件という制約を受けている。それゆえ、1つの未知数に具体的な値を設定すると、残り3つの未知数を求めることができる。この手順を使って、4つの未知数相互間の関係を調べることにする。

4-1. ($\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2$) の相互関係

4-1-1. ($\lambda_{ym}, \lambda_{my}$) の関係

λ_{ym} と λ_{my} の各値を適当に与えて、残り3つの未知数を求める。このとき、($\lambda_{ym}, \lambda_{my}$) の関係を図示すると、図3の双曲線となる。漸近線は、 $\lambda_{ym} \cong -53, \lambda_{my} \cong -11$ である。 λ_{ym} と λ_{my} は互いに1価関数であることに注意。マネーの中立性を考えるとき、($\lambda_{ym}, \lambda_{my}$) = (0,0) 近傍が重要となるので、図4で (0,0) 近傍の拡大図を示す。図4では、ほとんどの場合、 λ_{ym} と λ_{my} が互いに異符号であることに注意。

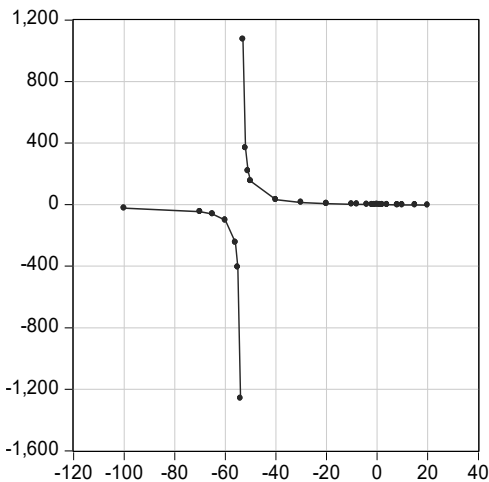


図3. ($\lambda_{ym}, \lambda_{my}$) の関係 (大域的)

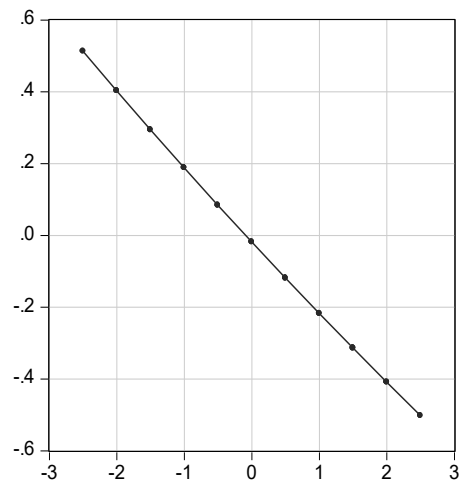


図4. ($\lambda_{ym}, \lambda_{my}$) の関係 ((0,0) 近傍)

4-1-2. $(\lambda_{ym}, \lambda_{my})$ と s_1 の関係

s_1 の値を適当に設定して、残り3つの未知数を求める。そのときの $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}) = (0, 0)$ 近傍の値を図5に示す。 $s_1 = 2.85$ と定めると、 $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}) = (-0.092, 0)$ の1点が定まる。 s_1 の設定値をこれより大きくしていくと、1つの s_1 に対して、2組の $(\lambda_{ym}, \lambda_{my})$ が定まってくる。すなわち、 s_1 は2価関数である。

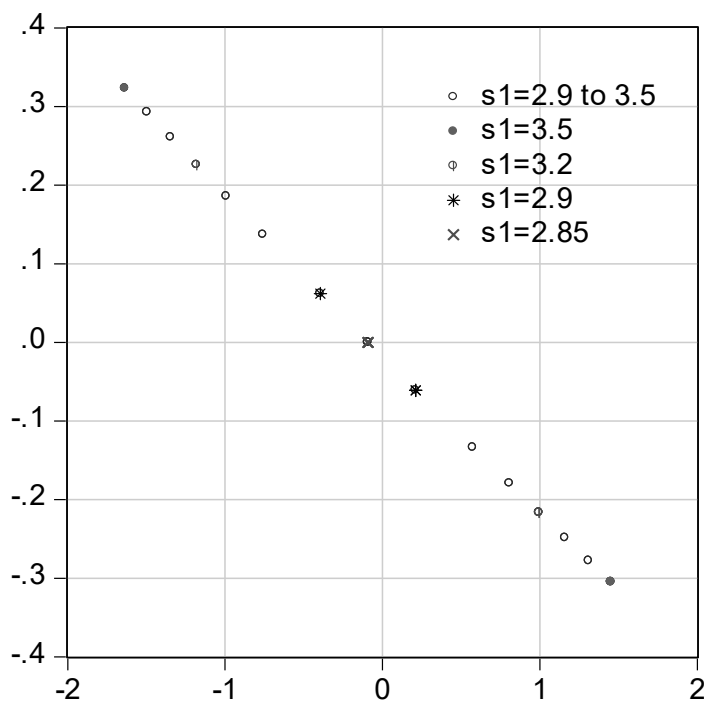


図5. s_1 の関数としての $(\lambda_{ym}, \lambda_{my})$ の値

4-1-3. $(\lambda_{ym}, \lambda_{my})$ と s_2 の関係

s_2 の値を適当に設定して、残り3つの未知数を求める。そのときの $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}) = (0, 0)$ 近傍の値を図6に示す。 $s_2 = 1.29$ と定めると、 $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}) = (0, -0.0187)$ の1点が定まる。 s_2 の設定値をこれより大きくしていくと、1つの s_2 に対して、2組の $(\lambda_{ym}, \lambda_{my})$ が定まってくる。すなわち、 s_2 は2価関数である。

$s_1 = 65.7$, $s_2 = 1100$ として s_1, s_2 にそれぞれの値を設定したとき、各2組の $(\lambda_{ym}, \lambda_{my})$ が定まる。大域的な $(\lambda_{ym}, \lambda_{my})$ 上での s_1, s_2 の2価関数の様子を図7に示す。以上より、

s_1 は、 $\lambda_{ym} = -0.092$ の点を中心とし x 軸方向に対称な点を発生させる2価関数と言える。

s_2 は、 $\lambda_{my} = -0.0187$ の点を中心とし y 軸方向に対称な点を発生させる2価関数と言える。

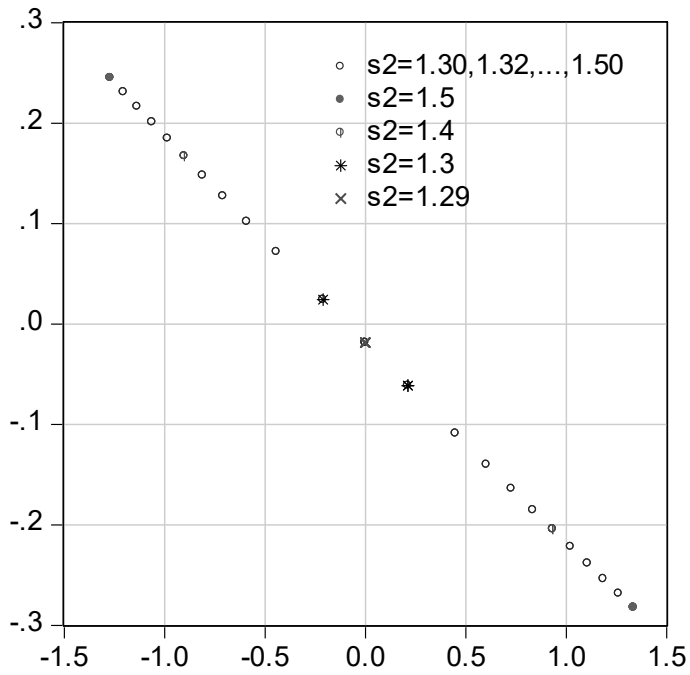


図6. s_2 の関数としての $(\lambda_{ym}, \lambda_{my})$ の値

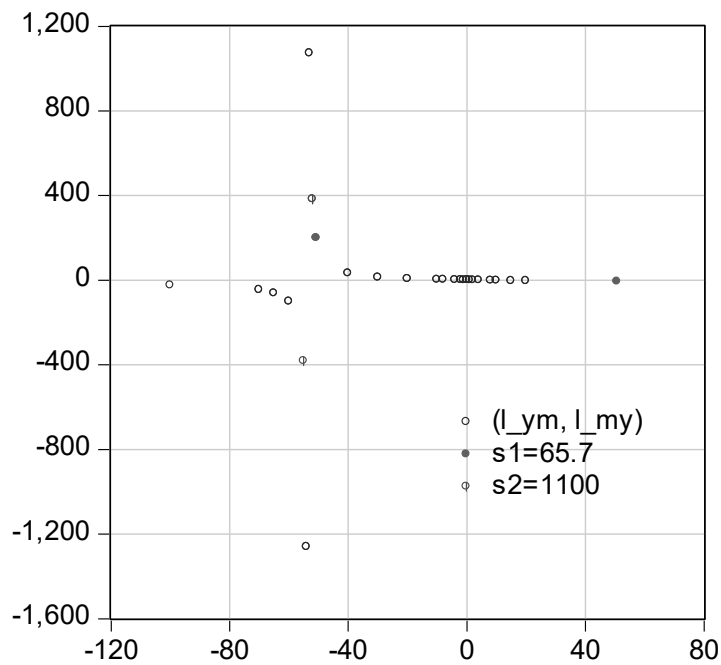


図7. s_1, s_2 の関数としての $(\lambda_{ym}, \lambda_{my})$ の値 (大域的)

4-2. 標準誤差の解析による $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2)$ の推定

s_1 の値 (または s_2 の値) を設定すれば、残りの3つの未知数 $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1)$ (または $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_2)$) は最尤法で決定される。推定された未知数の標準誤差は s_1 (または s_2) の関数であるゆえ、設定した s_1 (または s_2) が真値である場合は、推定された残り3つの未知数の標準誤差が最小になっていると期待できる。 s_1 (または s_2) は2値関数であるから、図5、6に対応して推定値の組を4つに分類する。 $s_1 \rightarrow (\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_2)$ の場合分け、 $s_2 \rightarrow (\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1)$ の場合分けを考える。

(case-i) $s_1 \rightarrow (\lambda_{ym} > -0.09, \lambda_{my} < 0, s_2)$

(case-ii) $s_1 \rightarrow (\lambda_{ym} < -0.09, \lambda_{my} > 0, s_2)$

(case-iii) $s_2 \rightarrow (\lambda_{ym} > -0.09, \lambda_{my} < 0, s_1)$

(case-iv) $s_2 \rightarrow (\lambda_{ym} < -0.09, \lambda_{my} > 0, s_1)$

s_1 を与えた時の(case-i) と(case-ii) における推定値を図8に、 s_2 を与えた時の(case-iii) と(case-iv) における推定値を図9に示す。

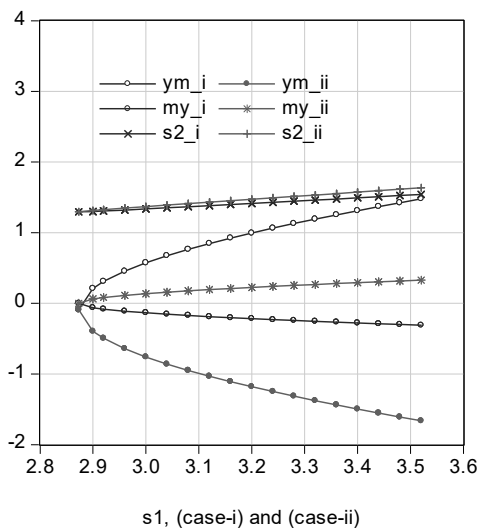


図8. s_1 の関数としての $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_2)$ 、
(case-i)および(case-ii)

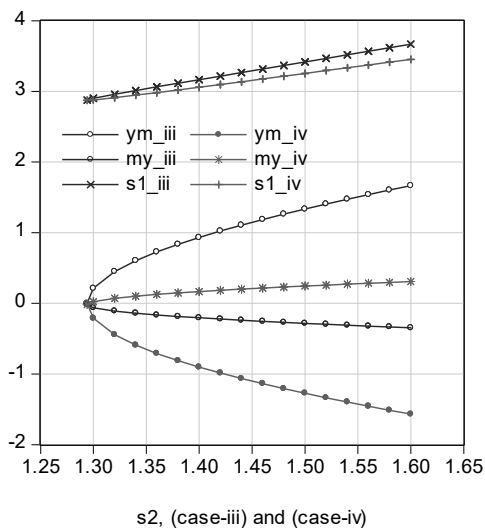


図9. s_2 の関数としての $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1)$ 、
(case-iii)および(case-iv)

4-2-1. $(\lambda_{ym} > -0.09, \lambda_{my} < 0)$ における標準誤差、(case-i)と(case-iii)

(case-i) $se_{ym}, se_{my}, se_{s2}$ を、各々 $\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_2$ の標準誤差とする。 s_1 を適当な分割幅で与えることにする。 s_1 は2値関数であるから、 $\lambda_{ym} > -0.09, \lambda_{my} < 0$ の領域で計算された3変数の標準誤差の各々を、 s_1 の関数として図10に示す。

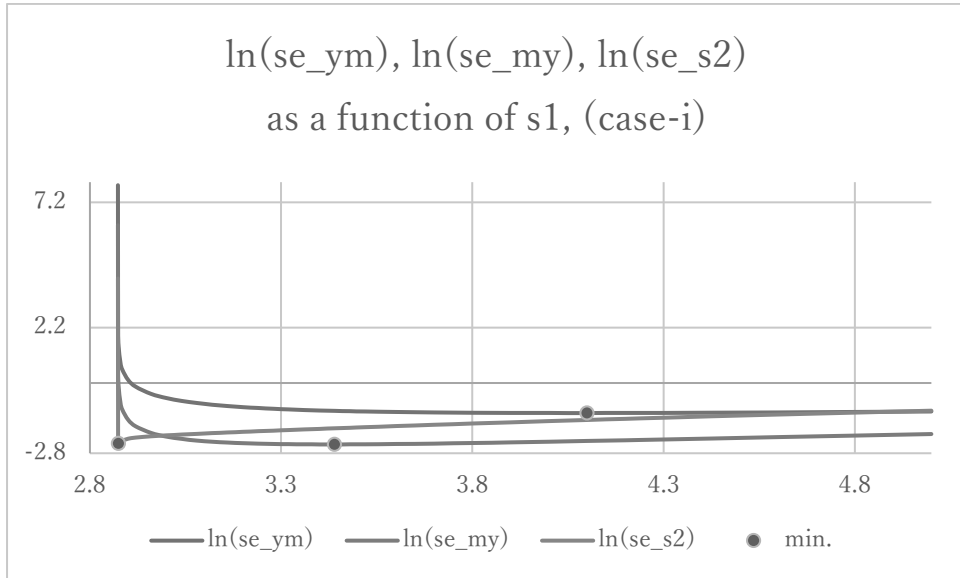


図10. s_1 の関数としての $se_{ym}, se_{my}, se_{s2}$ 、(case-i) $\lambda_{ym} > -0.09$, $\lambda_{my} < 0$

図10では、以下の3つの最小値を見ることができる。

- se_{my} は $s_1 = 3.44$ で最小値を取る ($3.2 < s_1 < 3.8$ の間では、0.04刻みで s_1 を動かす)。
- se_{ym} は $s_1 = 4.10$ で最小値を取る。
- se_{s2} は $s_1 = 2.875$ で最小値を取る。

標準誤差を最小にする s_1 の中で、 se_{my} を最小にする s_1 が真値の推定値であることを我々は主張する。第5章のシミュレーションにおいて、真値が分かっているシステムでデータを発生させ、標準誤差最小の規範で推定すると、上記の結論「 se_{my} を s_1 に関して最小化する場合が真の s_1 を推定」を得る。第5章を参照されたい。

(case-iii) s_2 を適当に与えた時、 $\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1$ が計算され、対応する標準偏差を $se_{ym}, se_{my}, se_{s1}$ とする。(case-i)と同じ変数名 se_{ym}, se_{my} を使っているが、(case-i)では各標準偏差は s_1 の関数、(case-iii)では s_2 の関数であることに注意。 s_2 の与え方は以下のように行うものとする。(case-i)で $s_1 = s_1^{(1)}, s_1^{(2)}, \dots, s_1^{(k)}$ のように k 通りの値を設定したとする。そのとき、推定値として、 $s_2 = s_2^{(1)}, s_2^{(2)}, \dots, s_2^{(k)}$ が得られたものとする。(case-iii)での s_2 は、(case-i)で得られた $s_2 = s_2^{(1)}, s_2^{(2)}, \dots, s_2^{(k)}$ を確定値として与えることにする。2価関数であるから、 $\lambda_{ym} > -0.09$, $\lambda_{my} < 0$ の領域で計算するが、この範囲では、推定値 $\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1$ は(case-i)とまったく同じ値が得られ、標準偏差のみが新しく計算されたものとなっている。3変数の標準偏差の各々を、 s_2 の関数として図11に示す。

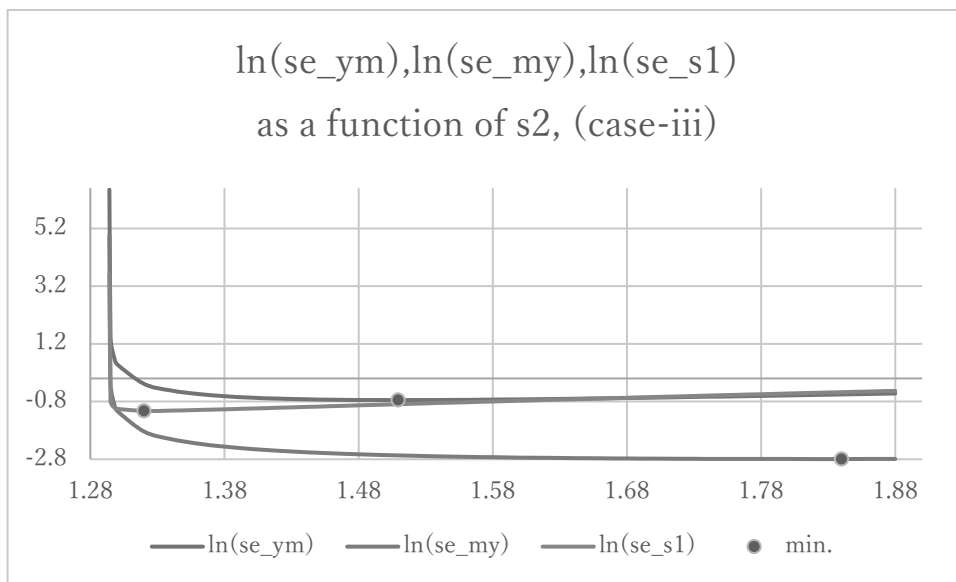


図 11. s_2 の関数としての $se_{ym}, se_{my}, se_{s1}$ 、(case-iii) $\lambda_{ym} > -0.09$, $\lambda_{my} < 0$

図 11 では、以下の 3 つの最小値を見ることができる。

- se_{my} は $s_2 = 1.84$ で最小値を取る。
- se_{ym} は $s_2 = 1.509516$ で最小値を取る ($s_1^{(i)} = 3.44 \leftrightarrow s_2^{(i)} = 1.509516$)。
- se_{s2} は $s_2 = 1.32$ で最小値を取る。

se_{ym} を最小にする s_2 の値が真の推定値となる。第 5 章のシミュレーションを参照されたい。

[(case-i)と(case-iii)の結果] se_{my} を s_1 に関して最小化すること、 se_{ym} を s_2 に関して最小化すること、どちらによっても真の推定値を得る。厳密には両者の推定値は似通ってくるが、一致はしない。今の場合、 s_1 の値の設定の仕方を、少し広めにとること、および、 s_1 による推定値 s_2 を、 s_2 の設定値として再利用したことにより、(case-i)と(case-iii)の推定手法が、同じ推定結果を導出した。

$$(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2) = (1.368308, -0.28889, 3.44, 1.509516) \quad (12)$$

4-2-2. ($\lambda_{ym} < -0.09$, $\lambda_{my} > 0$) における標準誤差、(case-ii)と(case-iv)

(case-ii) s_1 の値を、前節 4-2-1 の場合と同じ値 ($s_1 = s_1^{(1)}, s_1^{(2)}, \dots, s_1^{(k)}$) に設定する。 s_1 は 2 価関数であるから、($\lambda_{ym} < -0.09$, $\lambda_{my} > 0$) の領域で、残りの 3 変数 ($\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_2$) の推定値と標準偏差を求める。 s_1 の値のみ前節と同じであるが、残り 3 変数の推定値と標準誤差は、どれも前節とは異なっている。得られた標準偏差を s_1 の関数として、図 12 に示す。以下の 3 点が読み取れる。

- se_{my} は $s_1 = 3.36$ で最小値を取る。
- se_{ym} は $s_1 = 4.10$ で最小値を取る。
- se_{s2} は $s_1 = 2.92$ で最小値を取る。

前節と同じ推論によって、3つの最小化の中で、 se_{my} を s_1 に関して最小化する場合が真の s_1 を推定していると結論付ける。

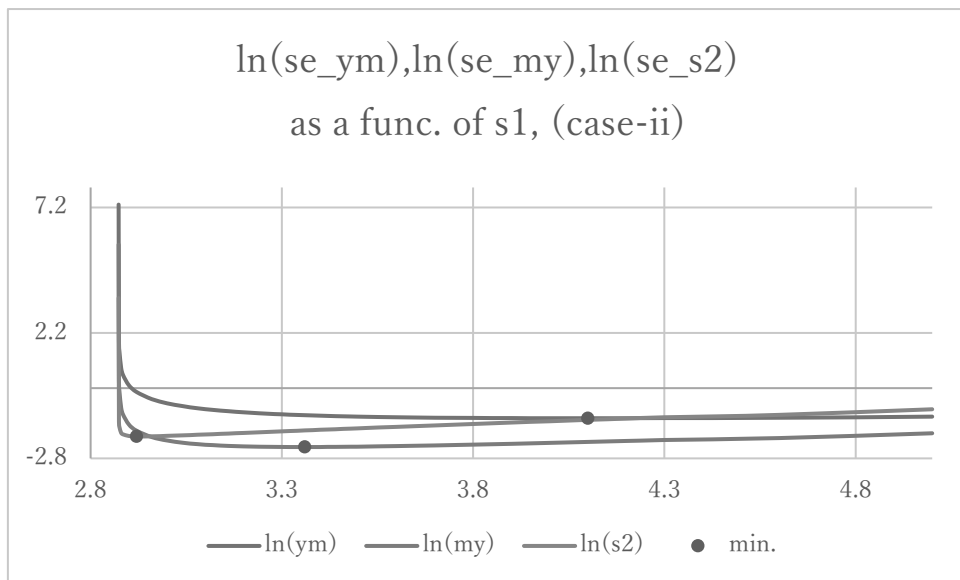


図12. s_1 の関数としての $se_{ym}, se_{my}, se_{s2}$ 、(case-ii) $\lambda_{ym} < -0.09$, $\lambda_{my} > 0$

(case-iv) (case-ii)において s_1 の値を $s_1 = s_1^{(1)}, s_1^{(2)}, \dots, s_1^{(k)}$ と設定したとき、 s_1 は2個関数であるから、 $(\lambda_{ym} < -0.09, \lambda_{my} > 0)$ の領域で s_2 の値が、 $s_2 = s_2^{(1)}, s_2^{(2)}, \dots, s_2^{(k)}$ と推定されたものとする。(case-iv)では、これらの s_2 の値を、確定値として設定して、残り3変数 $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1)$ の推定値と標準偏差を求める。 s_2 の関数として、標準誤差の値を図13に示す。

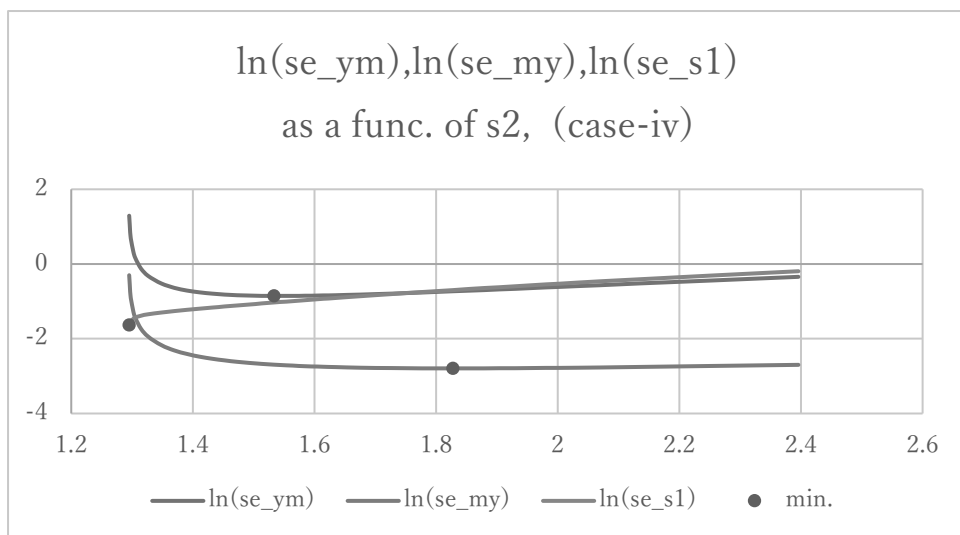


図13. s_2 の関数としての $se_{ym}, se_{my}, se_{s1}$ 、(case-iv) $\lambda_{ym} < -0.09$, $\lambda_{my} > 0$

図 13 では、以下の 3 点の最小値を確認することができる。

- se_my は $s_2 = 1.8277$ で最小値を取る。
- se_ym は $s_2 = 1.5537$ で最小値を取る。
- se_s1 は $s_2 = 1.295$ で最小値を取る。

se_ym を最小にする s_2 の値が求める推定値である。

[(case-ii)と(case-iv)の結果] ($\lambda_{ym} < -0.09$, $\lambda_{my} > 0$) の領域で、 s_1 と s_2 を動かした結果、 se_my を s_1 に関して最小化すること、 se_ym を s_2 に関して最小化すること、どちらによっても真の推定値を得る。 s_1 の値の設定の仕方、少し広めにとること、および、 s_1 による推定値 s_2 を、 s_2 の設定値として再利用したことにより、(case-ii)と(case-iv)の推定手法が、同じ推定結果を導出した。

$$(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2) = (-1.43686, 0.280348, 3.36, 1.553799) \quad (13)$$

4 つの未知数の推定値の候補は、式(12)と式(13)で示されたとおりである。どちらが経済学的に合理的であるかによって、最終判断を下す。バブル経済の時代を含むデータであるから、 $\lambda_{ym} > 0$ が適切である。したがって、式(12)を推定値として採用する。 λ_{my} の値を図 1 に代入、または、 λ_{ym} の値を図 2 に代入すると、どちらの図においても、中立性の仮説 [$\gamma_{ym} = 0$] は棄却される。なお、 λ_{ym} と λ_{my} は、一方を定めると、他方は一意的に定まるので、図 1 と図 2 はどちらか 1 つでよい。 λ_{ym} のほうが γ_{ym} の計算が容易であることを考慮すると、図 1 は不要であり、図 2 だけでよい。

図 10 と図 12 において、水平軸を s_1 から λ_{ym} に変換し、両方の図をまとめて、図 14 に示す。

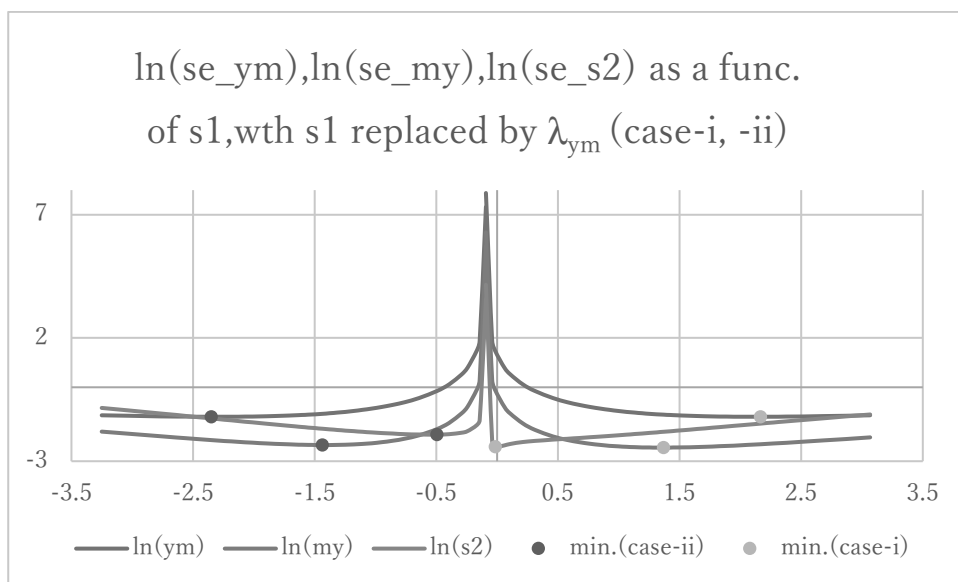


図 14. s_1 の関数としての se_ym, se_my, se_s2 、水平軸 s_1 を λ_{ym} に変換

図11と図13において、水平軸を s_2 から λ_{ym} に変換して、両方の図をまとめたものを、次の図15に表示する。

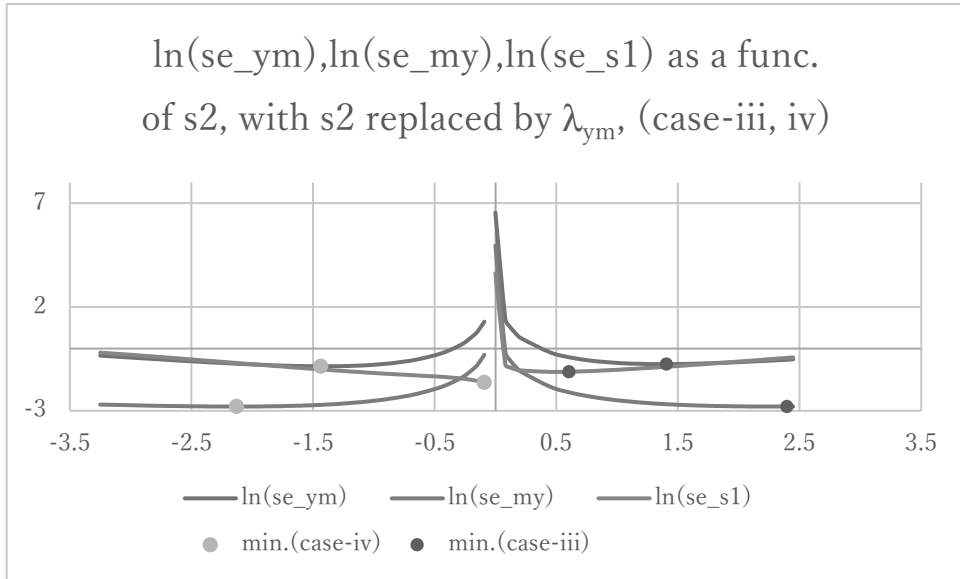


図15. s_2 の関数としての $se_{ym}, se_{my}, se_{s1}$ 、水平軸 s_2 を λ_{ym} に変換

5. シミュレーション

式(7)と式(9)を、誤差項に着目し、さらに const.+trend 項を付けて書き直す。

$$A_0 X_t = c_0 + c_1 * trend + \sum_{j=1}^p \alpha_j X_{t-j} + \begin{pmatrix} s_1 & 0 \\ 0 & s_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_t^\eta \\ \epsilon_t^m \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$X_t = \bar{c}_0 + \bar{c}_1 * trend + \sum_{j=1}^p \bar{\alpha}_j X_{t-j} + A_0^{-1} \begin{pmatrix} s_1 & 0 \\ 0 & s_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_t^\eta \\ \epsilon_t^m \end{pmatrix} \quad (15)$$

式(14)、(15)の両辺に期待値を掛け、元の式から期待値の式を引き算する。 $\bar{X}_t = X_t - E\{X_t\}$ と定義すると、 \bar{X}_t は式(14)、(15)において、const.+trend 項のみを消去し、それ以外の係数の値をそのまま維持した式に変更される。シミュレーションを以下の手順で実行する。

- 未知パラメータの真値を以下のように仮定する。
 $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2) = (1.4, -0.3, 3.5, 1.5)$
- 実データから、式(15)の誘導型 VAR モデルを、 $\bar{c}_0 + \bar{c}_1 * trend$ の項を含めて計算し、係数 $\bar{\alpha}_j$ を入手する。
- $N(0,1)$ となる互いに独立な正規乱数列 $\epsilon_t^\eta, \epsilon_t^m$ を発生させる。
- 仮定されたパラメータの真値を用いて、式(15)の右辺最終項のノイズ成分を計算する。

- 実データから得られた係数の推定値 $\bar{\alpha}_j$ を用いて、上の手順で発生したノイズ項で駆動されるシステム (式(15)) のデータ X_t を発生させる。サンプルサイズを 500 とする。ただし、 $\bar{c}_0 + \bar{c}_1 * trend$ の項は加えない。 X_t を平均値からの偏差とみなしている。
- 得られたデータをもとに se_{my} を s_1 に関して最小化して、推定値を求める。同様に、 se_{ym} を s_2 に関して最小化して、推定値を求める。

ϵ_t^η と ϵ_t^m の共分散行列が以下のようなになった乱数を使用した。

$$cov.(\epsilon_t^\eta, \epsilon_t^m) = \begin{pmatrix} 1.00000045 & 0.0000365 \\ 0.0000365 & 1.00000045 \end{pmatrix}$$

5-1. 確定的に λ_{ym} を与えた時の (λ_{my}, s_1, s_2) の推定

確定的に λ_{ym} を与えた時の (λ_{my}, s_1, s_2) の推定値を λ_{ym} の関数として、図 16 に示す。

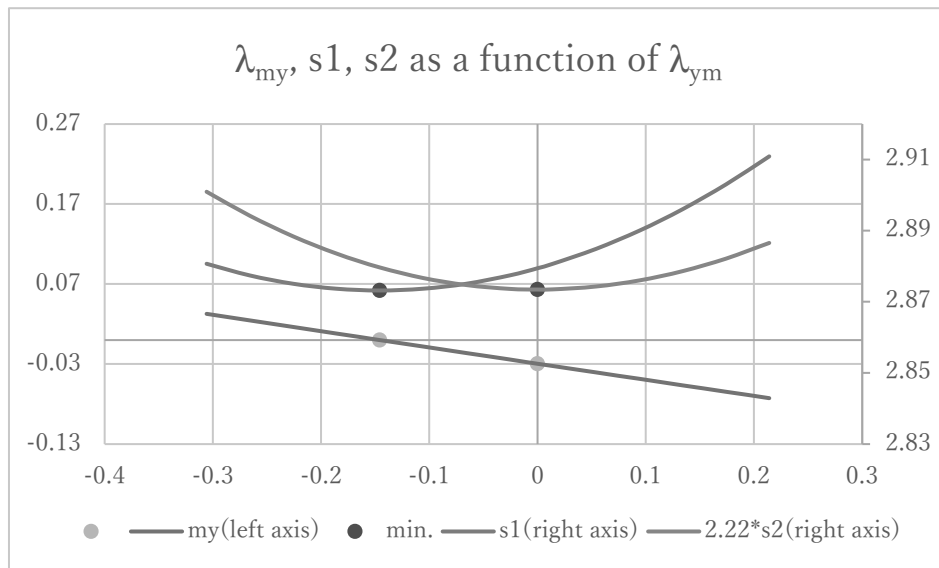


図 16. 確定的に λ_{ym} を与えた時の (λ_{my}, s_1, s_2) の推定値

$\lambda_{ym} = -0.15169$ ($\lambda_{my} = 0$) の時に s_1 が最小になっていることが分かる。また、 s_2 の最小値は $\lambda_{ym} = 0$ の時に実現していることが分かる。

(λ_{my}, s_1, s_2) の標準誤差を λ_{ym} の関数として、図 17 に示す。 se_{s1} の最小値は、 $\lambda_{ym} = -0.15169$ ($\lambda_{my} = 0$) の時に実現しており、 se_{s2} と se_{my} は、どちらも $\lambda_{ym} = 0$ の時に最小となっていることが分かる。したがって、 λ_{ym} を確定的に与えた時、残り 3 変数の標準誤差は、未知パラメータの真値には関与していない。

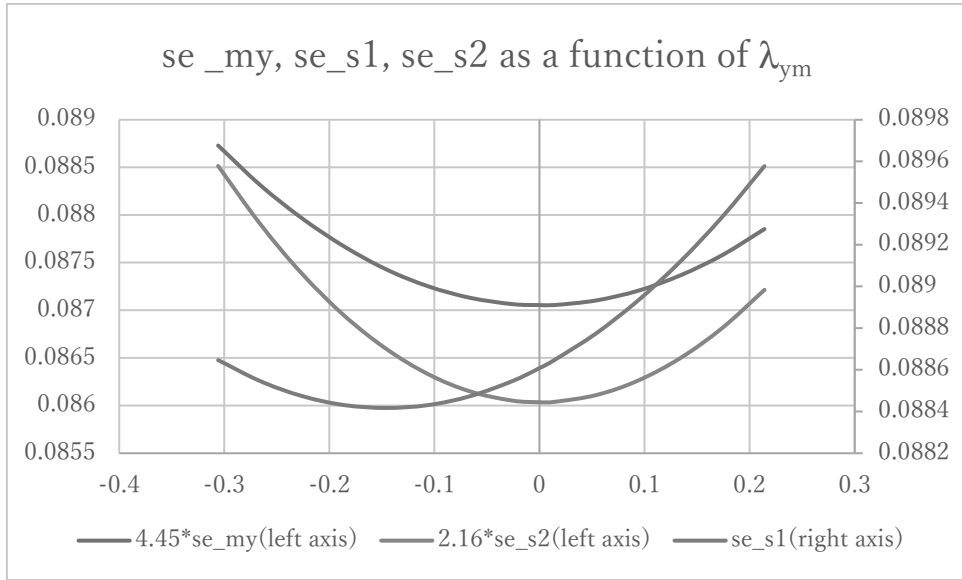


図 17. 確定的に λ_{ym} を与えた時の ($se_{my}, se_{s1}, se_{s2}$)

5-2. 確定的に λ_{my} を与えた時の (λ_{ym}, s_1, s_2) の推定

確定的に λ_{my} を与えた時の (λ_{ym}, s_1, s_2) の推定値を λ_{my} の関数として、図 18 に示す。 $\lambda_{my} = 0$ ($\lambda_{ym} = -0.15169$) の時に s_1 が最小になっていることが分かる。また、 s_2 の最小値は $\lambda_{my} = -0.03027$ ($\lambda_{ym} = 0$) の時に実現していることが分かる。

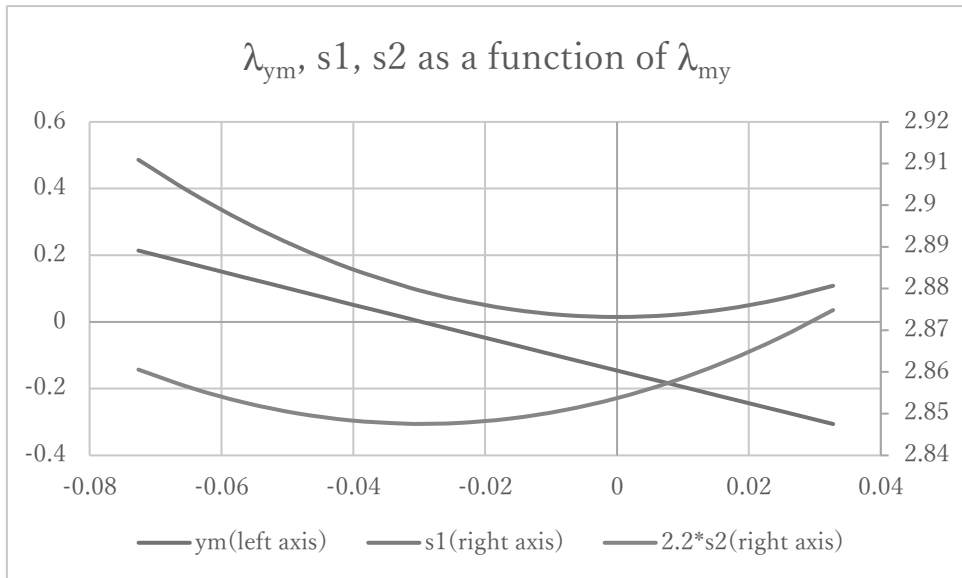


図 18. 確定的に λ_{my} を与えた時の (λ_{ym}, s_1, s_2) の推定値

(λ_{ym}, s_1, s_2) の標準誤差を λ_{my} の関数として、図 19 に示す。 se_{s2} の最小値は、 $\lambda_{my} =$

-0.03207 ($\lambda_{ym} = 0$) の時に実現しており、 se_{s1} と se_{ym} は、どちらも $\lambda_{ym} = -0.15169$ の時に最小となっている。 λ_{my} を確定的に与えた時、残り 3 変数の標準誤差は、真値には関与しない。

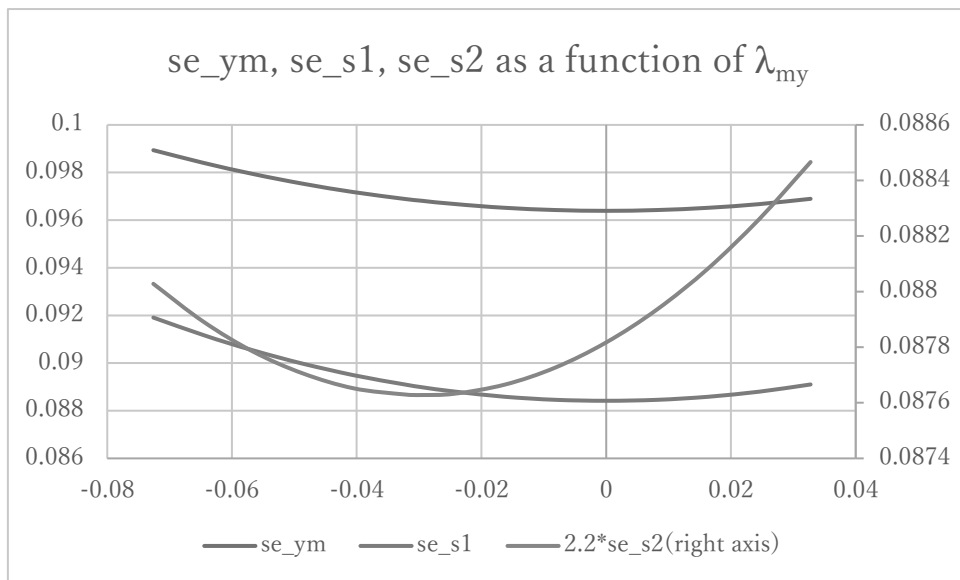


図 19. λ_{my} を与えた時の、 se_{ym} , se_{s1} , se_{s2} の値

5-3. 確定的に s_1 を与えた時の (λ_{ym} , λ_{my} , s_2) の推定

s_1 は 2 価関数であるが、我々の関心のあるのは (case-i) ($\lambda_{ym} > 0.15169, \lambda_{my} < 0$) である。(case-ii) の推定は省略する。確定的に s_1 を与えた時の標準誤差 (se_{ym} , se_{my} , se_{s2}) を図 20 に示す。

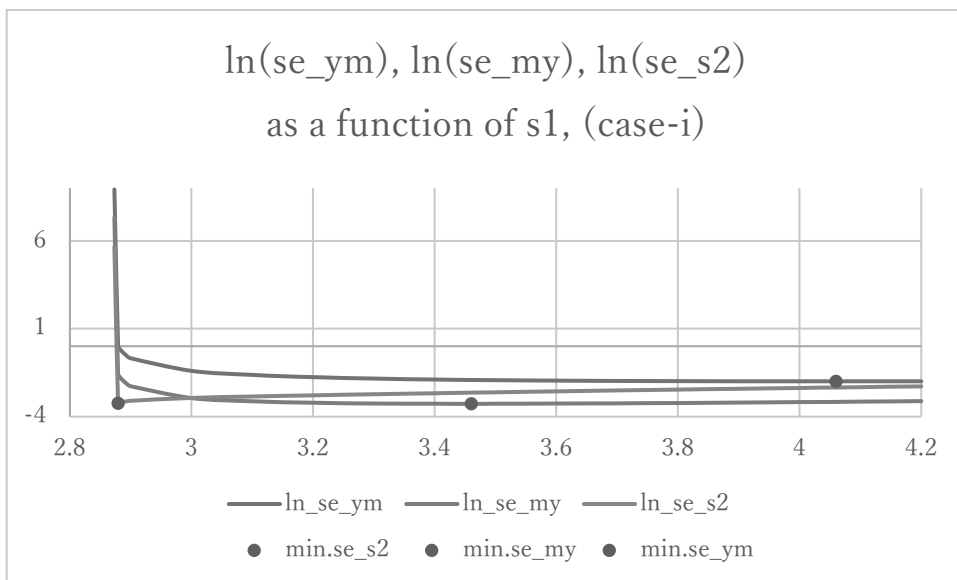


図 20. s_1 を与えた時の、 se_{ym} , se_{my} , se_{s2} の値

図20は3つの最小値を有している。

- se_{s2} は、 $s_1 = 2.897$ において最小値を持つ。このとき、 $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2) = (0, -0.0303, 2.897, 1.291)$ である。一方、図17より、 $\lambda_{ym} = 0$ と与えた時に、 se_{s2} は最小値を有していたので、図21における se_{s2} の最小値を説明することができた。また、 se_{s2} の最小値は、パラメータの真値に関する情報を与えないことが分かる。
- se_{my} は、 $s_1 = 3.474$ において最小値を持つ。このとき、推定値は、 $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2) = (1.336, -0.285, 3.474, 1.5)$ である。真値 $(1.4, -0.3, 3.5, 1.5)$ は、 s_1 による se_{my} の最小化によって推定されていると結論付ける。
- se_{ym} は、 $s_1 = 4.06$ において最小値を持つ。このとき、推定値は、 $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2) = (2.066, -0.4229, 4.06, 1.7199)$ である。 s_1 による se_{ym} の最小化は、真値に関する情報を含まない。

5-4. 確定的に s_2 を与えた時の $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1)$ の推定

s_2 は2価関数であるが、我々の関心のあるのは (case-iii) ($\lambda_{ym} > 0.15169, \lambda_{my} < 0$) である。(case-iv) の推定は省略する。確定的に s_2 を与えた時の標準誤差 ($se_{ym}, se_{my}, se_{s1}$) を図21に示す。

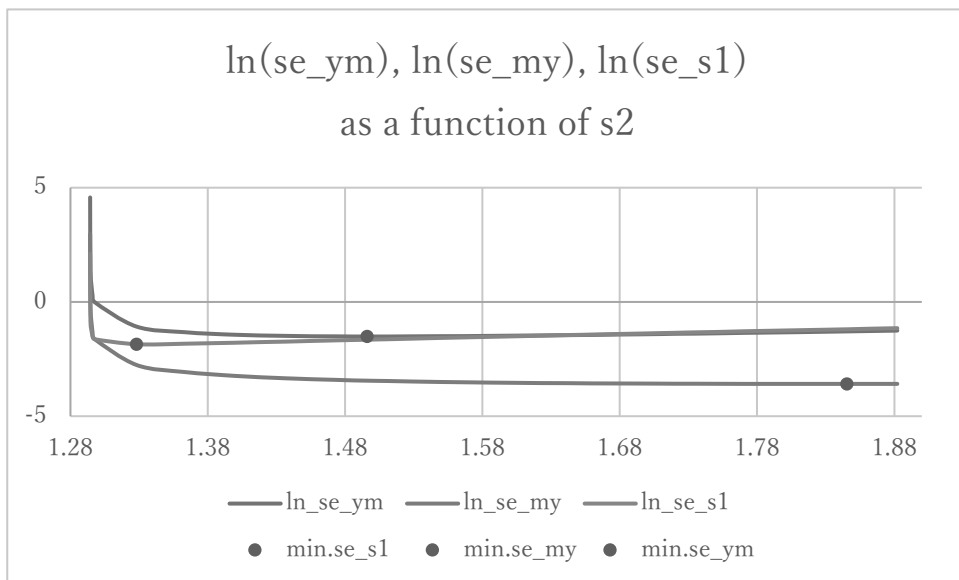


図21. s_2 を与えた時の、 se_{ym} , se_{my} , se_{s1} の値

図21では、3つの最小値が存在する。

- se_{s1} は、 $s_2 = 1.3281$ において最小値を持つ。このとき、 $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2) = (0.5194, -0.1330, 3.0, 1.3281)$ である。一方で、図17より、 $\lambda_{ym} = -0.15169$ ($\lambda_{my} = 0$) と与えた時に、 se_{s1} は最小値を有していたことを考えると、整合的でない。この理由として、図17では、 λ_{ym} を確定的に与えるのに対し、図21で $\lambda_{ym} = -0.15169$ を与える s_2 において、対応

する se_{ym} の値は 1000 を越えている。このような se_{ym} の大きな値に引きずられて、 se_{s1} の最小値がバイアスを受けたものとする。

- se_{ym} は、 $s_2 = 1.496$ において最小値を持つ。このとき、推定値は、 $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2) = (1.363, -0.290, 3.492, 1.496)$ である。真値 $(1.4, -0.3, 3.5, 1.5)$ は、 s_2 による se_{ym} の最小化によって推定されていると結論付ける。
- se_{my} は、 $s_2 = 1.846$ において最小値を持つ。このとき、推定値は、 $(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2) = (2.423, -0.4865, 4.4, 1.846)$ である。 s_2 による se_{my} の最小化は、真値に関する情報を含まない。

シミュレーションの結果をまとめると、

s_1 に関する se_{my} の最小化として、

$$(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2) = (1.336, -0.285, 3.474, 1.5) \quad (16)$$

s_2 に関する se_{ym} の最小化として、

$$(\lambda_{ym}, \lambda_{my}, s_1, s_2) = (1.363, -0.290, 3.492, 1.496) \quad (17)$$

を得る。どちらの推定も、真値 $(1.4, -0.3, 3.5, 1.5)$ をよく推定していると言える。4章の推定手法の有効性が示された。

6. 結 論

日本におけるマネーの長期中立性を考察した。King & Watson の方法を拡張して、2変数の SVAR システムにおいて、未知数 4 つ、誤差共分散の関係式 3 つの問題を解くことに成功した。これによって、King & Watson の手法では、中立性が成り立つためのパラメータの範囲を示すにとどまっていたものが、実際に与えられたマネーシステムにおいて、具体的なシステムパラメータの値を推定することができたので、長期中立性を棄却できるかできないかの判定を下すことを可能にした。(1980q1, 2007q4)において、日本のマネーシステムを、(real GDP, M3)によって考察し、マネーの長期中立性が棄却されることを示した。

我々の手法を USA のデータに適用し、(1960q1, 2019q1)における USA のマネーシステム (real GDP, M3)でも、マネーの長期中立性が棄却されることを確認している (発表準備中)。中立性に関する関連した話題 (Fisher 効果、Phillips 曲線) に関する分析結果も得ており、発表の予定である。

付 録

単位根テスト (表 1) では、2種類のテストを行う。ERS テストは「単位根あり」の帰無仮説を設定し、KPSS テストは定常性の帰無仮説を置くものである。

共和分テスト (表 2) では、2次の確定トレンドをレベル変数が有していると仮定した。 Δy と Δm の unit root test において、両者ともに $c+trend$ の項が検出されたからである。

表1. 単位根テスト

vrbls	ERS(t-stat.)	KPSS(LM-stat.)	<i>c, trend</i>
<i>y</i>	0.775851	1.123203***	<i>c</i>
Δy	-2.947952*	0.111096	<i>c+trend</i>
<i>m</i>	-0.037738	1.121261***	<i>c</i>
Δm	-2.9497*	0.074206	<i>c+trend</i>

*, **, *** means “rejection of null hypothesis” with 10%, 5%, 1% significance level respectively.

表2. Cointegration test (Johansen)

Trace test

Hypo. No. of CEs	Eigenvalue	Trace stat.	0.05 crit. value	Prob.*
None	0.0515	8.6177	18.3977	0.619
At most 1	0.0265	2.9058	3.8415	0.088

Maximum Eigenvalue test

Hypo. No. of CEs	Eigenvalue	Max-Eigen stat.	0.05 crit. value	Prob.*
None	0.0515	5.7112	17.1477	0.8436
At most 1	0.0265	2.9058	3.8415	0.088

*MacKinnon-Hayg-Michelis [5] p-value

参考文献

- [1] King, Robert G., and Mark W. Watson (1997), “Testing Long Run Neutrality,” *Economic Quarterly*, 83 (2), Federal Reserve Bank of Richmond, pp. 69-101.
- [2] Serletis, Apostolos, and Zisimos Koustas (1998), “International Evidence on the Neutrality of Money,” *Journal of Money, Credit, and Banking*, 30 (1), pp. 1-25.
- [3] 大井博之、白塚重典、代田豊一郎 (2004) 「我が国における貨幣の長期中立性について」『金融研究』日本銀行金融研究所, pp.121-160.
- [4] Johansen, Søren (1991), “Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models,” *Econometrica*, 59, pp. 1551-1580.
- [5] MacKinnon, James G., Alfred A. Haug, and Leo Michelis (1999), “Numerical Distribution Functions of Likelihood Ratio Tests for Cointegration,” *Journal of Applied Econometrics*, 14, pp. 563-577.

