

BAYESOWSKIE GRANICZNE FUNKCJE KOSZTU DLA SEKTORA DYSTRYBUCJI ENERGII

JACEK OSIEWALSKI

Katedra Ekonometrii i Badań Operacyjnych
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie
PL 31-510 Kraków, ul. Rakowicka 27
oraz Krakowska Akademia im. Andrzeja Frycza Modrzewskiego
e-mail: eosiewa@cyf-kr.edu.pl

RENATA WRÓBEL-ROTTER

Katedra Ekonometrii i Badań Operacyjnych
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie
PL 31-510 Kraków, ul. Rakowicka 27
e-mail: eewrobel@cyf-kr.edu.pl

Praca przedstawiona na posiedzeniu Komisji Nauk Ekonomicznych i Statystyki Oddziału PAN w Krakowie w dniu 9 grudnia 2008 r.

ABSTRACT

Renata Wróbel-Rotter. *Bayesian frontier cost functions for the electricity distribution sector*. Folia Oeconomica Cracovienisa 2008-2009, 49-50: 47-69.

The paper discusses the application of the Bayesian stochastic frontier cost functions as a tool for assessing and comparing the cost efficiency of firms. The analysis is based on the micro-economic production theory and the concept of inefficiency that is related to the existence of inner mechanisms responsible for observing costs higher than indicated by theory, given technical and economic environment of firms. The stochastic cost frontier allows to estimate individual cost efficiency and to precisely decompose the observed cost into theoretical categories, such as minimal excessive or systematic cost, which play crucial role in assessing the economic behavior of firms. From the empirical perspective the most important is the minimal cost, which denotes the cost that is indispensable to achieve the observed production level given technology, input prices, cost effects of random variability. The Bayesian estimation of stochastic cost frontiers for panel data allows to treat a number of issues unsolved on the classical ground, such as stability of empirical results, assessment of the uncertainty of cost categories and efficiency coefficients. As a fundamental tool for the analysis we present

the Bayesian random effects model with constant efficiency distribution. The methodology is illustrated with the cost function for the 14 firms operating in the electricity distribution sector observed over 6 years.

KEY WORDS — SŁOWA KLUCZOWE

stochastic frontier models, cost efficiency, Bayesian econometrics
stochastyczne modele graniczne, efektywność kosztowa, ekonometria bayesowska

1. WSTĘP

Celem pracy jest prezentacja założeń i wyników analizy kosztów operacyjnych w sektorze dystrybucji energii w Polsce. Stosując bayesowskie wersje tzw. stochastycznych granicznych modeli kosztu dokonujemy oceny efektywności kosztowej wszystkich czternastu spółek dystrybucyjnych na podstawie danych rocznych z lat 2001–2006. Opis działania podmiotów gospodarczych, wykorzystany w badaniach, bazuje na ekonometrycznych modelach procesu produkcyjnego, które powstają w efekcie połączenia mikroekonomicznej teorii kosztu z rozważaniami uwzględniającymi nieefektywność jednostek produkcyjnych (przedsiębiorstw) na skutek niewłaściwego wykorzystania przez nie czynników produkcji

Graniczne modele produkcji lub kosztu były już szeroko wykorzystywane do analizy efektywności działania podmiotów, takich jak: linie lotnicze (Schmidt i Sickles, 1984), szpitale (Koop, Osiewalski i Steel, 1994, 1997), banki i ich oddziały (Marzec i Osiewalski 2003, 2008 oraz bibliografia tam zawarta), biblioteki akademickie i publiczne (Osiewalski i Osiewalska, 2003, 2006), elektrownie i elektrociepłownie (Wróbel-Rotter i Osiewalski, 2002; Wróbel-Rotter, 2004). Wiele zastosowań stochastycznych granicznych modeli produkcji i kosztu (niestandardowych i trudnych do analizy metodami niebayesowskimi) wykorzystuje możliwości wnioskowania bayesowskiego, wspomaganego numerycznie metodami Monte Carlo. Bayesowskie stochastyczne modele graniczne wprowadzili do ekonometrii van den Broeck, Koop, Osiewalski i Steel (1994) oraz Koop, Osiewalski i Steel (1994, 1997), którzy opracowali też metody Monte Carlo umożliwiające uzyskiwanie wyników empirycznych.

Bayesowski graniczny model kosztu zmiennego dla sektora dystrybucji energii został opracowany na zlecenie Urzędu Regulacji Energetyki (Osiewalski i Wróbel-Rotter, 2008), a proponowane metody i uzyskane wyniki stanowią alternatywę wobec tradycyjnych, wielce uproszczonych metod oceny efektywności kosztowej stosowanych uprzednio przez Urząd. Model przyjęty w pracy opisuje zależność kosztu operacyjnego (ponoszonego przez spółkę dystrybucyjną) od dużej liczby czynników o charakterze techniczno-ekonomicznym, które powinny determinować jego poziom, oraz od sposobu zarządzania, reprezentowanego przez zmienną nieobserwowalną (ukrytą) określającą efektywność. Podejście bayesowskie pozwala precyzyjnie określić niepewność

wnioskowania o wpływie wyróżnionych czynników oraz o niesprawności zarządzania (nieefektywności kosztowej). Ocena niepewności wnioskowania jest szczególnie ważna w przypadku małej liczby obserwacji, co ma miejsce w sektorze dystrybucji energii, w którym od 2001 roku działa 14 przedsiębiorstw. Poza samą dziedziną zastosowania, niniejsza praca różni się istotnie od dotychczasowych prac z zakresu bayesowskich granicznych modeli kosztu dzięki zdefiniowaniu nowych kategorii składowych kosztu i dokonaniu ich estymacji.

Następna (druga) część pracy poświęcona jest ogólnej prezentacji stochastycznego modelu granicznego i wskaźnika efektywności kosztowej. W części trzeciej definiujemy kategorie kosztu, jakie można teoretycznie rozważać (i empirycznie szacować) w ramach modelu granicznego. Część czwarta zawiera podstawowe informacje o bayesowskim ujęciu modelowania kosztu i nieefektywności kosztowej na podstawie danych panelowych. W części piątej przedstawiamy wyniki empiryczne, zwracając szczególną uwagę na wrażliwość ocen efektywności na dobór zmiennych objaśniających oraz na niepewność wnioskowania o składowych kosztu obserwowanego. Część szósta zawiera podsumowanie.

2. OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA STOCHASTYCZNEGO MODELU GRANICZNEGO

Model przyjęty do oceny efektywności opisuje zależność obserwowanego kosztu zmiennego przedsiębiorstwa od czynników techniczno-ekonomicznych, kształtujących jego poziom, oraz od niesprawności zarządzania; jest on zapisywany w następującej ogólnej formie (por. Aigner i in., 1977; Meeusen i van den Broeck, 1977; Lovell, 1993; Greene, 1993):

$$C_{it}^{\text{obs.}} = \exp[f(x_{it}, \beta) + v_{it} + u_i]$$

a po obustronnym zlogarytmowaniu przyjmuje postać:

$$y_{it} = f(x_{it}, \beta) + u_i + v_{it}$$

gdzie y_{it} jest zmienną zależną, oznaczającą logarytm kosztu obserwowanego ($C_{it}^{\text{obs.}}$) w i -tym obiekcie ($i = 1, \dots, N$) w okresie t ($t = 1, \dots, T$), x_{it} jest wektorem egzogenicznych zmiennych objaśniających, $f(x_{it}, \beta)$ jest ogólnym oznaczeniem postaci analitycznej funkcji kosztu, β to wektor nieznanych parametrów tej funkcji, v_{it} to zmienna losowa o rozkładzie symetrycznym wokół zera (składnik czysto losowy), ujmująca wpływ czynników przypadkowych oraz błędu pomiaru kosztu, u_i oznacza zmienną losową przyjmującą wyłącznie wartości nieujemne i reprezentującą nieefektywność, suma $u_i + v_{it}$ jest złożonym składnikiem losowym. Zakładamy niezależność stochastyczną wszystkich zmiennych v_{it} i u_i , przyjmując dla v_{it} ten sam rozkład normalny, a dla u_i rozkłady wykładnicze.

W badaniu empirycznym przyjmujemy liniową względem parametrów postać analityczną funkcji f , tj. $f(x_{it}, \beta) = x_{it}\beta$, która może reprezentować model Cobba i Douglasa bądź translogarytmiczny. W przypadku prostszej funkcji Cobba i Douglasa (stosowanej w tej pracy ze względu na małą liczbę obserwacji i dużą liczbę zmiennych) wektor-wiersz x_{it} powinien zawierać logarytmy głównych zmiennych objaśniających krótkookresowy koszt zmienny, tj. wielkości produkcji, cen zmiennych czynników produkcji oraz nakładów czynników stałych. Postać liniowa dla logarytmów wszystkich zmiennych występujących w modelu kosztu jest opisem technologii dualnym wobec funkcji produkcji Cobba i Douglasa, stanowiąc równocześnie aproksymację pierwszego rzędu dla dowolnej gładkiej funkcji kosztu.

Stochastyczna graniczna funkcja kosztu zmiennego jest podstawą do konstrukcji miernika krótkookresowej nieefektywności kosztowej EK_{it} obiektu i w okresie t , określonej jako iloraz minimalnego kosztu zmiennego $C_{it}^{\min} = \exp[f(x_{it}, \beta) + v_{it}]$ (wynikającego z funkcji kosztu i wahań czysto losowych) do kosztu $C_{it}^{\text{obs}} = \exp(y_{it}) = \exp[f(x_{it}, \beta) + u_i + v_{it}]$ rzeczywiście poniesionego przez dany podmiot:

$$EK_{it} = \frac{\exp[f(x_{it}, \beta) + v_{it}]}{\exp[f(x_{it}, \beta) + v_{it} + u_i]} = \frac{C_{it}^{\min}}{C_{it}^{\text{obs}}} = \exp(-u_i),$$

przy czym $EK_{it} = EK_i$ ze względu na stałość u_i w czasie. Założenie w modelu dla danych przekrojowo-czasowych, że u_i jest efektem indywidualnym umożliwia precyzyjną estymację wskaźników efektywności, ponieważ szacując u_i wykorzystujemy obserwacje z kilku lat dla każdego z obiektów (a nie tylko jedną wartość, jak w przypadku danych przekrojowych). Konstrukcja wskaźnika efektywności powoduje, że zawiera się on w przedziale $(0, 1]$ i pozwala na dogodną interpretację: EK_i określa, jaka część kosztu poniesionego przez daną jednostkę w danym okresie jest kosztem uzasadnionym z ekonomicznego punktu widzenia, $(1-EK_i)$ wskazuje, jaka część jest kosztem nadwyżkowym, który mógłby zostać zredukowany.

3. KATEGORIE MODELOWE KOSZTÓW

Stochastyczna graniczna funkcja kosztu jest modelem strukturalnym, przedstawiającym koszt obserwowany i -tego podmiotu w okresie t jako iloczyn trzech czynników:

$$C_{it}^{\text{obs}} = \exp[f(x_{it}, \beta)] \cdot \exp(v_{it}) \cdot \exp(u_i),$$

z których pierwszy reprezentuje teoretyczny koszt graniczny (mikroekonomiczny), drugi — współczynnik zmiany kosztu na skutek uwarunkowań czysto losowych, a trzeci — stopień zwiększenia kosztu na skutek nieefektywno-

ści. Model strukturalny umożliwia definiowanie alternatywnych kategorii teoretycznych kosztu, których estymacja bayesowska (i ocena niepewności związanej z wnioskowaniem) jest w pełni możliwa poprzez brzegowe rozkłady *a posteriori*, a w uproszczonej postaci — poprzez wartości oczekiwane i odchylenia standardowe *a posteriori* kategorii składowych. W ramach rozważanego modelu definiujemy następujące teoretyczne kategorie kosztów:

1. Koszt graniczny (teoretyczny-mikroekonomiczny) *i*-tego obiektu w okresie *t*:

$$C_{it}^{gr} = \exp[f(x_{it}, \beta)],$$

który oznacza wielkość teoretyczną obliczoną na podstawie mikroekonomicznej funkcji kosztu bez uwzględnienia składnika czysto losowego i nieefektywności. Wielkość ta jest znaną funkcją parametrów, określającą teoretyczny koszt niezbędny do uzyskania danej wielkości produkcji, przy ustalonej technologii, cenach zmiennych czynników produkcji i nakładach czynników stałych, z pominięciem wpływu zakłóceń losowych i nieefektywności działania. Z formalnego punktu widzenia, nieznaną wartość kosztu granicznego jest znaną funkcją wektora parametrów strukturalnych β , więc jej rozkład *a posteriori* — o gęstości $p(C_{it}^{gr} | dane)$ — i jego charakterystyki można uzyskać z rozkładu *a posteriori* dla β .

2. Koszt systematyczny *i*-tego obiektu w okresie *t*:

$$C_{it}^{syst} = \exp[f(x_{it}, \beta) + u_i] = \exp[f(x_{it}, \beta)] \cdot \exp(u_i),$$

oznacza teoretyczny koszt mikroekonomiczny $\exp[f(x_{it}, \beta)]$, zwiększony o skutki nieefektywności, wolny natomiast od efektu zakłóceń losowych. Koszt systematyczny to koszt teoretyczny, jaki firma ponosiłaby przy danej technologii, zaobserwowanych poziomach zmiennych objaśniających i przy danym poziomie indywidualnej nieefektywności, ale bez zakłóceń przypadkowych. Różny od jeden iloraz wielkości kosztu obserwowanego i systematycznego jest wynikiem działania czynników określanych jako losowe, zawierających w rzeczywistości również wszystkie inne, drugorzędne wielkości, które nie zostały ujęte wśród zmiennych egzogenicznych przyjętych w modelu, a mają wpływ na kształtowanie się ponoszonego kosztu. Z tego względu dla niektórych przedsiębiorstw koszt obserwowany może być mniejszy od kosztu systematycznego, co oznacza, że czynniki inne niż ujęte w modelu umożliwiają rejestrowanie kosztu niższego niż wynika to z typowych uwarunkowań techniczno-ekonomicznych i danego, indywidualnego poziomu efektywności. Na mocy założeń strukturalnych, oddziaływanie czynników czysto losowych na koszt rzeczywisty jest niezależne od indywidualnej efektywności. Koszt systematyczny jest znaną funkcją zmiennej ukrytej u_i i wektora parametrów β , więc jego rozkład *a posteriori* o gęstości $p(C_{it}^{syst} | dane)$ można uzyskać z łącznego rozkładu *a posteriori* dla β i u_i .

3. Koszt niezbędny (minimalny) i -tego obiektu w okresie t :

$$C_{it}^{\min} = \exp[f(x_{it}, \beta) + v_{it}] = \exp[f(x_{it}, \beta)] \cdot \exp(v_{it}),$$

oznacza koszt teoretyczny obliczony z uwzględnieniem czynników losowych i pominięciem nieefektywności. Określa on minimalny koszt niezbędny do uzyskania obserwowanej wielkości produkcji przy danej technologii, ustalonych cenach czynników produkcji i nieprzewidywalnych dla firmy uwarunkowaniach zewnętrznych (czynnikach losowych). Stanowi podstawę do wyznaczenia wskaźnika indywidualnej krótkookresowej efektywności kosztowej EK_i , przedstawionego w poprzedniej części pracy. Gęstość rozkładu *a posteriori* kosztu niezbędnego $p(C_{it}^{\min} | dane)$ jest uzyskiwana z brzegowej gęstości *a posteriori* wskaźnika $EK_i = \exp(-u_i)$ przez jego przeskalowanie wielkością kosztu obserwowanego ($C_{it}^{\min} = C_{it}^{\text{obs}} \cdot EK_i$).

4. Koszt nadwyżkowy i -tego obiektu w okresie t :

$$C_{it}^{\text{nadw}} = C_{it}^{\text{obs}} - C_{it}^{\min} = C_{it}^{\text{obs}}(1 - EK_i),$$

określony jako różnica między kosztem obserwowanym a kosztem niezbędnym, wynikającym z mikroekonomicznej funkcji kosztu oraz zakłóceń losowych, jest wartością nieuzasadnioną, wynikającą wyłącznie z nieefektywnego działania.

Stosowane przez nas metody wnioskowania bayesowskiego pozwalają na prezentację niepewności związanej z estymacją danej kategorii kosztu za pomocą wykresu jej rozkładu *a posteriori* lub sumarycznie, poprzez tylko dwie liczby: wartość oczekiwaną *a posteriori* (ocenę punktową danej kategorii kosztu) i odchylenie standardowe *a posteriori* (bayesowski miernik błędu szacunku tej kategorii).

Proponowane kategorie modelowe kosztu wynikają bezpośrednio z alternatywnych dekompozycji kosztu obserwowanego na składowe będące wynikiem działania czynników systematycznych, losowych i nieefektywności; zachodzą następujące równości:

$$C_{it}^{\text{obs}} = C_{it}^{\text{gr}} + (C_{it}^{\text{obs}} - C_{it}^{\text{syst}}) + (C_{it}^{\text{syst}} - C_{it}^{\text{gr}}) = C_{it}^{\text{gr}} + RK1_{it} + RK4_{it},$$

$$C_{it}^{\text{obs}} = C_{it}^{\text{gr}} + (C_{it}^{\min} - C_{it}^{\text{gr}}) + (C_{it}^{\text{obs}} - C_{it}^{\min}) = C_{it}^{\text{gr}} + RK2_{it} + RK3_{it},$$

gdzie:

$C_{it}^{\text{syst}} = C_{it}^{\text{obs}} \exp(-v_{it})$, $C_{it}^{\min} = C_{it}^{\text{obs}} EK_i = C_{it}^{\text{gr}} \exp(v_{it})$ i $C_{it}^{\text{gr}} = C_{it}^{\text{syst}} EK_i = C_{it}^{\text{obs}} \exp(-v_{it}) EK_i$; $RK1_{it} = C_{it}^{\text{obs}} - C_{it}^{\text{syst}}$ oznacza różnicę kosztu obserwowanego i systematycznego, określającą zmianę kosztu wynikającą z zakłóceń losowych, obliczaną dla wartości uwzględniających nieefektywność;

$RK2_{it} = C_{it}^{\min} - C_{it}^{\text{gr}} = RK1_{it} \cdot EK_i$ to różnica kosztu minimalnego i granicznego, określająca zmianę kosztu wynikającą z działania czynników losowych, ale obliczona dla kosztu nie zawierającego nieefektywności;

$RK3_{it} = C_{it}^{obs} - C_{it}^{min} = C_{it}^{obs}(1 - EK_i) = C_{it}^{nadm}$ to różnica kosztu obserwowanego i niezbędnego, określająca koszt nadwyżkowy i zawierająca efekt kosztowy zakłóceń losowych;

$RK4_{it} = C_{it}^{syst} - C_{it}^{gr} = C_{it}^{syst}(1 - EK_i)$ określa różnicę między kosztem systematycznym i granicznym, oznaczającą efekt kosztowy nieefektywności przy pominięciu zakłóceń losowych.

Zauważmy na koniec tej części pracy, że dzięki wprowadzeniu nowych kategorii modelowych kosztu indywidualne wskaźniki efektywności kosztowej EK_i oraz wskaźniki RF_{it} , określające względną zmianę kosztu na skutek działania czynników losowych, mogą zostać wyznaczone na równoważne sposoby, odpowiednio:

$$EK_{it} = \frac{C_{it}^{min}}{C_{it}^{obs}} = \frac{C_{it}^{gr}}{C_{it}^{syst}} = \exp(-u_i), \quad RF_{it} = \frac{C_{it}^{obs}}{C_{it}^{syst}} = \frac{C_{it}^{min}}{C_{it}^{gr}} = \exp(v_{it}).$$

4. BAYESOWSKIE GRANICZNE MODELE KOSZTU DLA DANYCH PANELOWYCH

Podstawowym narzędziem przyjętym do uzyskania ocen efektywności kosztowej przedsiębiorstw dystrybucji energii jest bayesowski graniczny model kosztu stosowany dla danych przekrojowo-czasowych. Należy podkreślić, że wykorzystanie danych panelowych do wnioskowania o wskaźnikach efektywności poszczególnych obiektów pozwala na uwzględnienie znacznie szerszego zbioru zmiennych objaśniających i precyzyjniejszy szacunek niż w przypadku danych przekrojowych. Przy tak małej liczbie obiektów, jak w sektorze dystrybucji energii w Polsce po roku 2000, trudno liczyć na uzyskanie wiarygodnych wyników na podstawie danych z jednego roku lub danych uzyskanych przez uśrednienie obserwacji po czasie.

Bayesowskie graniczne funkcje kosztu dla danych panelowych zaproponowali Koop, Osiewalski i Steel (1994, 1997) (zob. też Fernández, Osiewalski i Steel, 1997), definiując m.in. model z losowymi efektami indywidualnymi o wspólnym rozkładzie efektywności (ang. *Common Efficiency Distribution* — CED), wykorzystany w naszych badaniach empirycznych.

Bayesowski graniczny model kosztu, w przypadku nieefektywności traktowanej jako efekt w indywidualny i przy przyjęciu specyfikacji CED, określony jest przez łączny rozkład macierzy obserwacji $Y = [y_{it} \ (i = 1, \dots, N; \ t = 1, \dots, T)]$, wektora zmiennych ukrytych $u = [u_1 \dots u_N]'$, $k + 1$ elementów wektora β , precyzji σ_v^{-2} symetrycznego składnika losowego i parametru φ rozkładu nieefektywności, przy ustalonej macierzy X zmiennych egzogenicznych. Model ten zapisujemy w postaci:

$$p(Y, \beta, \sigma_v^2, u, \varphi | X) = p(\beta, \sigma_v^2, \varphi) \prod_{i=1}^N \left[f_G(u_i | 1, \varphi) \prod_{t=1}^T f_N(y_{it} | x_{it} \beta + u_i, \sigma_v^2) \right] \quad (1)$$

gdzie $f_N(\cdot|a, b)$ i $f_G(\cdot|c, d)$ oznaczają odpowiednio funkcje gęstości: rozkładu normalnego o wartości oczekiwanej a i wariancji b oraz rozkładu gamma o wartości oczekiwanej c/d^2 i wariancji c/d^2 ; $p(\beta, \sigma_v^{-2}, \varphi) = p(\beta)p(\sigma_v^{-2})p(\varphi)$ jest łącznym rozkładem a priori dla β , σ_v^{-2} oraz φ . Zauważmy, że warunkowy względem parametrów rozkład gamma dla u_i to rozkład wykładniczy o wartości oczekiwanej i odchyleniu standardowym $1/\varphi$.

Łączna gęstość a priori jest zdefiniowana jako iloczyn gęstości brzegowych dla β , σ_v^{-2} oraz φ . Dla φ przyjęto rozkład gamma z $c = 1$ i $d = -\ln(r^*)$, czyli wykładniczy o wartości oczekiwanej $-1/\ln(r^*)$, gdzie stała r^* jest medianą a priori efektywności EK_i (van den Broeck, Koop, Osiewalski i Steel, 1994); ustalono $r^* = 0,8$. Dla precyzji symetrycznego składnika losowego σ_v^{-2} założono rozkład z rodziny gamma o gęstości $f_G(\sigma_v^{-2} | g_1/2, g_2/2)$, z $g_1 = NT-k-1$ oraz $g_2 = 10^{-4}$, natomiast dla wektora parametrów strukturalnych β możemy przyjąć rozkład jednostajny (ucięty przez warunki regularności ekonomicznej wynikające z własności funkcji kosztu zmiennego) bądź rozkład normalny o wektorze wartości oczekiwanych a priori β^0 i macierzy precyzji Σ . W naszych badaniach przyjmujemy bardzo rozproszony rozkład $N(0, 10I_{k+1})$, rezygnując z narzucania warunków regularności mikroekonomicznej. Nasz rozkład a priori odzwierciedla więc praktycznie brak wstępnej wiedzy o parametrach innych niż φ .

Łączny rozkład a posteriori dla parametrów i zmiennych ukrytych, uzyskany w modelu bayesowskim (1) i o gęstości proporcjonalnej do (1), jest niestandardowym rozkładem określonym na przestrzeni o wymiarze równym sumie liczby zmiennych ukrytych (czyli obiektów, N) i parametrów. Skomplikowana postać gęstości tego rozkładu nie pozwala na analityczne wyznaczenie momentów i rozkładów brzegowych dla żadnego z parametrów czy efektów indywidualnych występujących w modelu, natomiast umożliwia wyprowadzenie (dla ich ustalonych bloków) układu warunkowych rozkładów a posteriori. Te pełne rozkłady warunkowe są standardowe (gamma, normalne, ucięte normalne), umożliwiając generowanie liczb losowych według schematu Gibbsa, tj. metody z rodziny Monte Carlo łańcuchów Markowa (ang. *Markov Chain Monte Carlo* — MCMC), a w konsekwencji uzyskiwanie prób z łącznego rozkładu a posteriori i łatwe przybliżanie jego charakterystyk. Koop, Steel i Osiewalski (1995) po raz pierwszy pokazali układ pełnych warunkowych rozkładów a posteriori i zastosowali losowanie Gibbsa w bayesowskich modelach granicznych, ukazując przewagę tego podejścia w stosunku do metody Monte Carlo z funkcją ważności (ang. *Monte Carlo Importance Sampling* — MCIS), którą stosowali van den Broeck, Koop, Osiewalski i Steel (1994) w pierwszej pracy z zakresu bayesowskiej analizy efektywności; zob. też Osiewalski i Steel (1998). Podstawy losowania Gibbsa i stosowny kod komputerowy (w języku pakietu GAUSS) opracowali dla modeli z nieujemnymi efektami indywidualnymi (dla danych panelowych) Koop, Osiewalski i Steel (1997); było to podstawą wielu dalszych zastosowań (por. Marzec i Osiewalski, 2003, 2008; Wróbel-Rotter

i Osiewalski, 2002; Osiewalski, 2001), w tym badań empirycznych tej pracy. Teoretyczne uzasadnienie i własności metod MCMC, w tym losowania Gibbsa, prezentuje Tierney (1994); zob. też np. O'Hagan (1994).

5. WYNIKI BADAŃ EMPIRYCZNYCH

Analiza empiryczna została przeprowadzona na danych rocznych pochodzących z czternastu przedsiębiorstw dystrybuujących energię elektryczną (oznaczonych SD01–SD14), obserwowanych w okresie sześciu lat (2001–2006). Podstawowym narzędziem analizy efektywności kosztowej jest bayesowski model o wspólnym rozkładzie efektywności (CED), w którym koszt zmienny opisany jest funkcją Cobba i Douglasa z argumentami oddającymi skalę usług (produkcji) i sieć dystrybucyjną rozważanych podmiotów.

Modelowany koszt zmienny to koszt operacyjny (suma kosztu obrotu i dystrybucji), który obejmuje głównie wynagrodzenia wraz z narzutami oraz wydatki na usługi obce i materiały. Zmienne objaśniające i różne warianty modelu kosztu zostały wyspecyfikowane w konsultacji z ekspertami z Urzędu Regulacji Energetyki (URE), który dostarczył danych.

5.1. Dobór zmiennych objaśniających a pomiar efektywności kosztowej

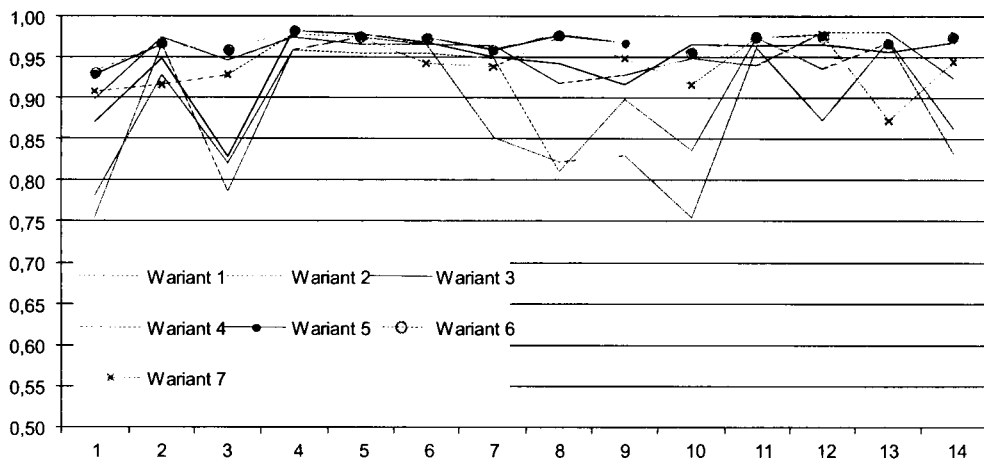
Zbiór czynników wyjaśniających zawiera takie zmienne jak: długość przesyłowych linii napowietrznych i kablowych wysokiego, średniego i niskiego napięcia (WN, SN i nN ujętych w różnych kategoriach), liczba odbiorców i dostawy energii w poszczególnych grupach, zmienne techniczne opisujące sieć: liczba i moc transformatorów oraz liczba stacji elektroenergetycznych. Wstępna lista zmiennych, zaczerpnięta z opracowania URE „Taryfy Spółek Dystrybucyjnych na okres 2002/2003”, posłużyła do budowy konkurencyjnych wariantów granicznej funkcji kosztu, mających na celu ilustrację wrażliwości wnioskowania o wskaźnikach efektywności i parametrach strukturalnych, a w efekcie określenie zmiennych, które mają największy wpływ na kształtowanie się kosztów operacyjnych. Liczba zmiennych w zależności od wariantu modelu waha się w granicach od 11 do 22, zob. tabela 1.

Bayesowskie oceny efektywności obiektów, uzyskane w różnych wariantach modelu kosztu, a także średnie tych ocen, przedstawiono na rycinach 1 i 2. Średni poziom efektywności kosztowej sektora zależy od zbioru zmiennych objaśniających i jest najwyższy w przypadku modeli o dwudziestu i więcej zmiennych; dla tych modeli różnice ocen między obiektami najmniej i najbardziej efektywnym są najmniejsze. Oceny efektywności obiektów 4, 5, 6 i 11 są niewrażliwe na dobór zmiennych, bardzo wrażliwe są oceny obiektów 1, 3, 8

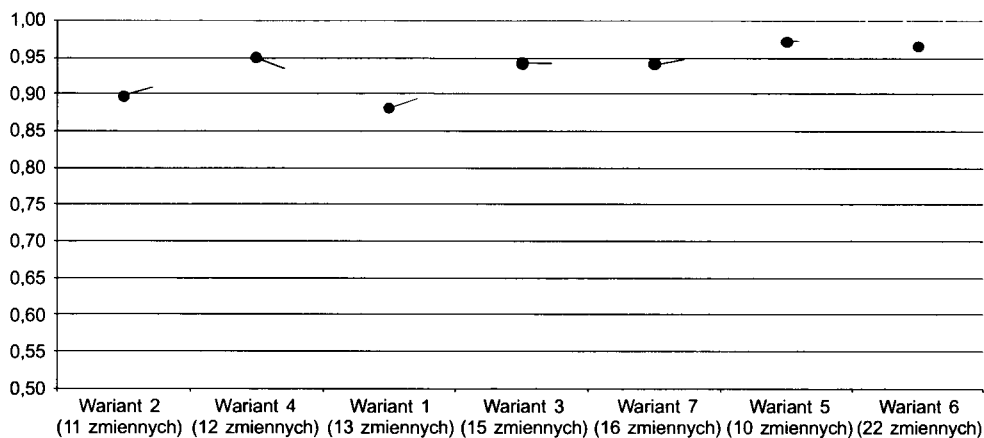
Lista zmiennych objaśniających rozważanych w modelowaniu kosztu operacyjnego

		Wariant 7	Wariant 6	Wariant 5	Wariant 4	Wariant 3	Wariant 2	Wariant 1
1	Całkowita długość linii WN w przeliczeniu na jeden tor linii	km	x	x	x	x	x	x
2	Całkowita długość linii SN w przeliczeniu na jeden tor linii	km			x	x	x	
3	Całkowita długość linii nN w przeliczeniu na jeden tor linii	km			x		x	
4	Długość linii SN napowietrznych w przeliczeniu na jeden tor linii	km	x	x	x			x
5	Długość linii SN kablowych w przeliczeniu na jeden tor linii	km	x	x	x			x
6	Długość linii nN napowietrznych w przeliczeniu na jeden tor linii + długość przyłączy napowietrznych nN	km	x	x	x	x		
7	Długość linii nN kablowych w przeliczeniu na jeden tor linii + długość przyłączy kablowych nN	km	x	x	x	x		
8	Całkowita długość linii nN w przeliczeniu na jeden tor linii + długość przyłączy nN	km						x
9	Całkowita moc transformatorów	MVA			x	x		x
10	Liczba stacji elektroenergetycznych SN i nN	szt.	x	x	x		x	
11	Liczba stacji elektroenergetycznych 110 kV	szt.	x	x	x		x	
12	Moc transformatorów WN/SN	MVA	x	x	x		x	

13	Moc transformatorów SN/nN	MVA	x	x	x			x	
14	Całkowita liczba transformatorów	szt.	x	x	x				x
15	Całkowita liczba stacji elektroenergetycznych	szt.				x	x		x
16	Liczba miejsc dostarczania u odbiorców na WN	szt.	x	x	x	x	x		
17	Liczba odbiorców na SN	szt.	x	x	x	x	x		
18	Liczba odbiorców na nN	szt.				x			
19	Liczba odbiorców na nN w gr. tar. C	szt.	x	x	x		x	x	x
20	Liczba odbiorców na nN w gr. tar. G	szt.	x	x	x		x	x	x
21	Dostawa energii odbiorcom na SN	MWh		x	x	x	x		
22	Dostawa energii na nN	MWh				x			
23	Dostawa energii na nN w gr. tar. C	MWh		x	x		x	x	x
24	Dostawa energii na nN w gr. tar. G	MWh		x	x		x	x	x
25	Dostawa energii odbiorcom na WN	MWh		x	x	x	x		
26	Średnia moc szczytowa netto	MW		x					x
27	Energia pobrana w transzycie ogółem (WN, SN, nN) + Energia wprowadzona z sieci PSE S.A.	MWh		x	x				x
28	Dostawa energii ogółem	MWh	x						
29	Przeciętne zatrudnienie	osoby		x		x			
30	Zmienna czasowa <i>t</i>	lata	x	x	x		x		
Liczba zmiennych w modelu			16	22	20	12	15	11	13



Ryc. 1. Wartości oczekiwane *a posteriori* indywidualnych wskaźników efektywności dla konkurencyjnych wariantów modelu



Ryc. 2. Wartości oczekiwane *a posteriori* średniego wskaźnika efektywności spółek dla konkurencyjnych wariantów modelu w zależności od liczby zmiennych niezależnych

i 10. Wrażliwość ta wynika z uwzględniania w rozbudowanych wariantach modelu zmiennych objaśniających szczególnie ważnych dla niektórych przedsiębiorstw, np. brak w wariantach 1 i 2 zarówno dostawy odbiorcom na WN, jak i liczby miejsc dostarczania, będących szczególnie istotnymi charakterystykami profilu produkcji niektórych spółek, prowadzi do obniżenia wartości tej części ich kosztu, która ma ekonomiczne uzasadnienie w ramach modelu.

Średnia efektywność kosztowa waha się (w zależności od przyjętego zestawu zmiennych egzogenicznych) od 88% ($0,882 \pm 0,052$) do 97% ($0,970 \pm 0,027$), co oznacza, że średnio tylko kilka procent kosztu obserwowanego było kosztem nieuzasadnionym.

Należy pamiętać, że jeśli modelujemy koszt zmienny, obejmujący wynagrodzenia, to powinien być on objaśniany przez wielkości produkcji, ceny czynników zmiennych i nakłady czynników stałych, ale nie przez (zawarty w koszcie) nakład czynnika zmiennego, jakim jest zatrudnienie. Obecność tej zmiennej w wariantach 4 i 6 czyni je trudno interpretowalnymi w świetle teorii kosztu zmiennego¹. Zauważmy, że żaden wariant nie zawiera cen czynników zmiennych (zwłaszcza płac), a zmienne objaśniające (poza zatrudnieniem i zmienną czasową) reprezentują produkcję i czynniki stałe — elementy kapitału rzeczowego. Zleceniodawca nie chciał uwzględniać cen czynników produkcji, co można interpretować jako żądanie analizy kosztu w hipotetycznych warunkach jednakowych cen czynników (płac) dla wszystkich przedsiębiorstw, gdyż regulator nie jest zainteresowany uzasadnianiem wysokich kosztów wysokimi płacami. Przy założeniu funkcji Cobba i Douglasa oznacza to, że efekt cen (stałych po obiektach) ukryty jest w wyrazie wolnym. Ponieważ trudno jest traktować ceny czynników zmiennych (płace) jako stałe w czasie, wyraz wolny powinien być uzupełniony o zmienną czasową, reprezentującą ewentualne trendy w cenach; zmienna ta może również służyć (w sposób uproszczony, lecz uzasadniony krótkim szeregiem czasowym) uwzględnieniu efektów postępu technologicznego. Wpływ (na koszt) wzrostu cen jest dodatni (koszt wzrasta ze wzrostem ceny), natomiast wpływ postępu technologicznego jest ujemny (postęp obniża koszt produkcji). Wariant 5, spełniający postulaty poprawnej ekonomicznie specyfikacji kosztu zmiennego oraz adekwatny ze statystycznego punktu widzenia, stanowi postać ostateczną.

5.2. Wnioskowanie o parametrach funkcji kosztu zmiennego

Tabela 2 przedstawia wartości oczekiwane i odchylenia standardowe *a posteriori* parametrów funkcji kosztu Cobba i Douglasa w wariancie 5. Są one interpretowane jako elastyczności kosztu względem danego czynnika wyjaśniającego i informują, o ile procent byłby wyższy koszt operacyjny, gdyby wybrana zmienna egzogeniczna wzrosła o jeden procent, przy ustalonych wartościach pozostałych czynników. Na uwagę zasługują oceny parametrów przy 4 zmiennych (o numerach z zakresu 21–25) określających dostawy energii, które należy uznać za produkty spółek dystrybucyjnych. Oceny parametrów przy nich są podobne w alternatywnych wariantach modelu, przy czym współczynniki

¹ Przy braku zmiennej płacowej można je uważać za pewne przybliżenia modelu kosztu całkowitego z pracą jako czynnikiem stałym, w którym jednak zbyt wysokie zatrudnienie nie znajdzie odzwierciedlenia w niskiej efektywności. Regulator nie powinien zatem być zainteresowany traktowaniem pracy jako czynnika stałego, gdyż może to zawyżać ocenę efektywności.

Wartości oczekiwane i odchylenia standardowe a posteriori parametrów funkcji kosztu (wariant 5)

Wstępna lista zmiennych		$E(.)$	$D(.)$	\sqrt{NVIF}
0	Wyraz wolny	-1,2489	0,9762	464.9
1	Całkowita długość linii WN w przeliczeniu na jeden tor linii	0,3827*	0,0924	249.7
2	Całkowita długość linii SN w przeliczeniu na jeden tor linii	—	—	
3	Całkowita długość linii nN w przeliczeniu na jeden tor linii	—	—	
4	Długość linii SN napowietrznych w przeliczeniu na jeden tor linii	-0,2063*	0,0600	252.5
5	Długość linii SN kablowych w przeliczeniu na jeden tor linii	-0,0642	0,1029	196.4
6	Długość linii nN napowietrznych w przeliczeniu na jeden tor linii + długość przyłączy napowietrznych nN	0,3643*	0,0630	160.3
7	Długość linii nN kablowych w przeliczeniu na jeden tor linii + długość przyłączy kablowych nN	0,2921*	0,0697	174.9
8	Całkowita długość linii nN w przeliczeniu na jeden tor linii + długość przyłączy nN	—	—	
9	Całkowita moc transformatorów	—	—	
10	Liczba stacji elektroenergetycznych SN i nN	-0,5769*	0,1649	816.0
11	Liczba stacji elektroenergetycznych 110 kV	-0,1441	0,0941	128.2
12	Moc transformatorów WN/SN	-0,1166	0,0990	223.9
13	Moc transformatorów SN/nN	-0,5473*	0,1716	431.6
14	Całkowita liczba transformatorów	0,6050*	0,1161	868.2
15	Całkowita liczba stacji elektroenergetycznych	—	—	
16	Liczba miejsc dostarczania u odbiorców na WN	-0,0148*	0,0064	10.1
17	Liczba odbiorców na SN	0,3453*	0,0603	158.8
18	Liczba odbiorców na nN	—	—	
19	Liczba odbiorców na nN w gr. tar. C	-0,4539*	0,1502	752.2
20	Liczba odbiorców na nN w gr. tar. G	-0,9559*	0,1989	766.3
21	Dostawa energii odbiorcom na SN	-0,1213	0,0625	215.1
22	Dostawa energii na nN	—	—	
23	Dostawa energii na nN w gr. tar. C	1,1919*	0,1351	553.6
24	Dostawa energii na nN w gr. tar. G	0,9436*	0,0974	455.6
25	Dostawa energii odbiorcom na WN	0,0125	0,0083	60.1
26	Średnia moc szczytowa netto	—	—	

Wstępna lista zmiennych		$E(.)$	$D(.)$	\sqrt{NVIF}
27	Energia pobrana w tranzycie ogółem (WN, SN, nN) + Energia wprowadzona z sieci PSE S.A.	-0,0305*	0,0053	67.7
28	Dostawa energii ogółem	—	—	
29	Przeciętne zatrudnienie	—	—	
30	Zmienna czasowa t	0,0035	0,0030	3.9

$E(.)$ — wartość oczekiwana *a posteriori*, $D(.)$ — odchylenie standardowe *a posteriori*.

Objaśnienia: * wartość bezwzględna wartości oczekiwanej jest co najmniej dwukrotnie większa niż odchylenie standardowe.

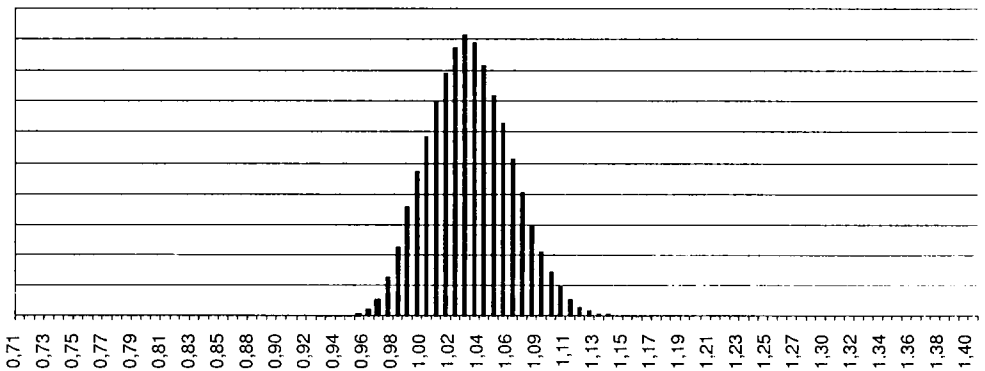
bardzo precyzyjnie szacowane notuje się dla zmiennych charakteryzujących dostawę energii na niskim napięciu (nN), oznaczające wzrost kosztu operacyjnego o około 2% na skutek wzrostu dostawy energii nN o 1%, *ceteris paribus*. Zmienna określająca dostawę energii na wysokim napięciu (WN) ma niewielki, dodatni wpływ na koszt operacyjny (rzędu 0,0125% w odpowiedzi na wzrost dostawy o 1%), zaś wpływ zmiennej opisującej dostawę energii na średnim napięciu (SN) ma znak ujemny we wszystkich przypadkach; parametry te są nieprecyzyjnie szacowane, co może wskazywać na nieistotność wpływu tych zmiennych na koszt operacyjny.

Analogiczną interpretację można przeprowadzić dla każdej z pozostałych zmiennych (z wyjątkiem czasowej, nieistotnej), np. łącznemu wzrostowi liczby odbiorców na nN o 1% odpowiada więcej niż proporcjonalna obniżka kosztu operacyjnego (o ok. 1,4%), wzrostowi liczby odbiorców WN o 1% odpowiada spadek kosztu o ok. 0,015%, zaś zwiększenie liczby odbiorców energii na SN jest związane ze zwiększeniem kosztu o ok. 0,35%. Zwiększenie liczby stacji elektroenergetycznych i mocy transformatorów ma ujemny wpływ na koszt operacyjny, natomiast liczba transformatorów — dodatni. Wszystkie 14 zmiennych (z zakresu 1–20) charakteryzują kapitał rzeczowy przedsiębiorstw dystrybucji energii w różnych jego kategoriach i aspektach. Równoczesne zwiększenie tych 14 zmiennych o 1% jest związane ze zmianą kosztu operacyjnego o -1,09% ($\pm 0,3\%$). Zmienną nr 27 traktujemy też jako nakład czynnika stałego (energia na wejściu systemu); jego wzrost o 1% jest związany ze spadkiem kosztu o ok. 0,03%.

Zauważmy, że suma elastyczności kosztu względem produktów jest odwrotnością (radialnego) współczynnika efektu skali (por. Varian, 1992). W naszym przypadku, w którym badamy koszt zmienny, wartość oczekiwana *a posteriori* sumy tych 4 elastyczności wynosi 2,03 (odchylenie standardowe 0,25), a zatem mamy niski (równy ok. 0,5) poziom malejącego krótkookresowego efektu skali. Przybliżonej oceny całkowitego (długookresowego) efektu skali dokonamy na podstawie formuły:

$$RTS = \frac{1 - \sum \partial \ln VC / \partial \ln K_i}{\sum \partial \ln VC / \partial \ln Q_j},$$

gdzie K jest symbolem nakładu czynnika stałego a Q — wielkości produkcji; zob. Mąrzec i Osiewalski (2008). Wstawiając w miejsce elastyczności ich wartości oczekiwane *a posteriori* z tabeli 2, otrzymujemy $RTS = [1 - (-1,09 - 0,03)] / 2,03 = 1,05$, czyli ocenę wskazującą na stały bądź niewielki rosnący całkowity efekt skali. Histogram na rycinie 3 ukazuje brzegowy rozkład *a posteriori* dla RTS (uzyskany w symulacji MCMC), którego wartość oczekiwana wynosi 1,03 a odchylenie standardowe 0,03. Wnioskowanie o całkowitym efekcie skali jest stosunkowo precyzyjne (wziąwszy pod uwagę, że jest wyznaczany z krótkookresowej funkcji kosztu zmiennego); nie można odrzucić hipotezy, że jest on stały. Jest to bardzo ciekawy wynik modelowania technologii sektora dystrybucji energii w Polsce.



Ryc. 3. Rozkład *a posteriori* długookresowego efektu skali

Należy pamiętać, że obecność w modelu tak wielu merytorycznie powiązanych ze sobą zmiennych objaśniających może skutkować ich (przybliżoną) współliniowością, która prowadzi — przy mało informacyjnym rozkładzie *a priori* parametrów funkcji kosztu — do niskiej precyzji szacunku indywidualnych parametrów. Niebayesowskie mierniki wpływu braku ortogonalności kolumn macierzy X na precyzję szacunku omawia Osiewalski (1992); są to tzw. niescentrowane współczynniki zwiększenia wariancji (*NVIF*) estymatora MNK. Odpowiadają one miernikom bayesowskim dla wariancji warunkowego rozkładu *a posteriori* wektora β przy braku informacji *a priori*. W interpretacji bayesowskiej, $NVIF(c'\beta)$ informuje, ile razy warunkowa wariancja *a posteriori* liniowej kombinacji parametrów regresji liniowej jest większa przy danej macierzy X w stosunku do hipotetycznej macierzy o ortogonalnych kolumnach (ale tej samej długości, co kolumny oryginalne). Podstawą pomiaru odchylenia macie-

rzy X od ortogonalności oraz analizy własności miernika $NVIF$ są niescentrowane współczynniki korelacji, tworzące macierz $R_N = (XW^{-1})'(XW^{-1}) = W^{-1}(X'X)W^{-1}$, gdzie W jest macierzą diagonalną z długościami kolumn macierzy X na przekątnej. W omawianej funkcji kosztu macierz X ma 21 kolumn, więc macierz R_N ma 21 wartości własnych, z których największa to 20,64, zaś najmniejsza to zaledwie $6,377 \cdot 10^{-7}$. Odchylenia od ortogonalności są więc silne; najmniejszy niescentrowany współczynnik korelacji wynosi 0,8162, znaczna ich większość przekracza 0,99. Wzrost warunkowego odchylenia standardowego dla $c'\beta$ na skutek braku ortogonalności zależy od c ; może wynosić od $(20,64)^{-0,5} = 0,22$ raza (zwiększenie precyzji szacunku) do aż $(6,377 \cdot 10^{-7})^{-0,5} = 1252$ razy (ogromny spadek precyzji szacunku). Iloraz pierwiastków kwadratowych największej i najmniejszej wartości własnej, czyli u nas $1252/0,22 = 5689$, pokrywa się z indeksem uwarunkowania macierzy X ; zob. Belsley i in., 1980. Przypomnijmy, że dla indywidualnego współczynnika regresji wzrost precyzji szacunku (na skutek braku ortogonalności) nie jest możliwy, gdyż jego $NVIF$ jest równy odpowiedniemu elementowi z przekątnej macierzy $(R_N)^{-1}$, czyli liczbie nie mniejszej od 1; pierwiastek kwadratowy z $NVIF$ pokazano w ostatniej kolumnie tabeli 2. Na tle stosunkowo silnych zależności między 21 zmiennymi objaśniającymi, uzyskane rozkłady *a posteriori* parametrów funkcji kosztu i ich transformacji wydają się wystarczająco precyzyjne dla potrzeb interpretacji.

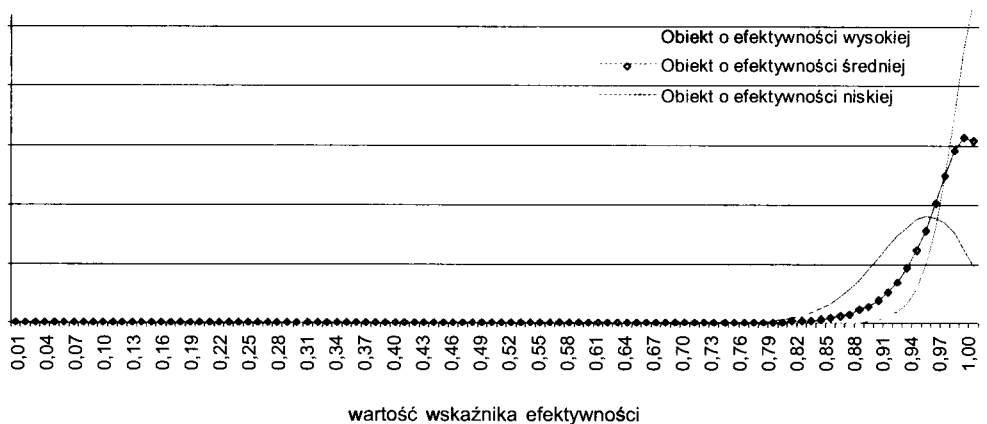
5.3. Wnioskowanie o efektywności i kategoriach modelowych kosztu

Tabela 3 przedstawia uzyskane w wariacie 5 charakterystyki rozkładu *a posteriori* wskaźników efektywności (wartości oczekiwane, odchylenia standardowe) i ranking spółek według malejącej wartości oczekiwanej. Rycina 4 prezentuje brzegowe gęstości *a posteriori* efektywności trzech firm, zajmujących w rankingu miejsca: drugie (SD05), dziewiąte (SD02) i ostatnie (SD03). Wyniki wskazują na dość wysoką precyzję wnioskowania.

Wnioskowanie bayesowskie na podstawie danych przekrojowo-czasowych opiera się na $NT = 84$ obserwacjach ($T = 6$, $N = 14$), co zapewnia stabilność wyników, wykorzystanie całej dostępnej informacji o analizowanych obiektach i umożliwi rozpatrzenie większego zbioru zmiennych egzogenicznych niż w przypadku estymacji na danych przekrojowych ($N = 14$). Ma to istotne znaczenie w przypadku estymacji indywidualnej efektywności, która w przypadku danych przekrojowo-czasowych jest szacowana dla każdego z obiektów na podstawie $T = 6$ obserwacji, natomiast w przypadku danych przekrojowych jedynie na podstawie $T = 1$. Model dla danych przekrojowo-czasowych, wykorzystujący bezpośrednio zmienne egzogeniczne wpływające na poziom kosztu (a nie zmienne agregatowe, stosowane poprzednio przez Regulatora), umożliwi

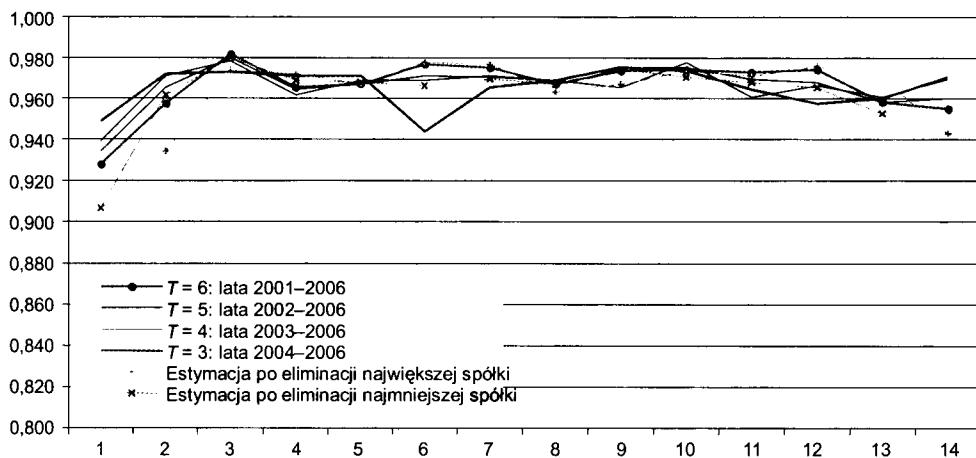
Wyniki w zakresie indywidualnej efektywności kosztowej

Spółka	Wartości oczekiwane <i>a posteriori</i>	Miejsce	Odchylenie standardowe <i>a posteriori</i>
SD01	0,923	13	0,052
SD02	0,954	9	0,034
SD03	0,865	14	0,068
SD04	0,980	1	0,017
SD05	0,979	2	0,019
SD06	0,949	11–12	0,037
SD07	0,949	11–12	0,045
SD08	0,971	4–5	0,025
SD09	0,952	10	0,042
SD10	0,958	8	0,032
SD11	0,971	4–5	0,024
SD12	0,973	3	0,022
SD13	0,965	6–7	0,030
SD14	0,965	6–7	0,026
Średnio	0,954		0,034

Ryc. 4. Rozkład *a posteriori* wskaźników efektywności kosztowej dla wybranych obiektów

wia więc nie tylko określenie ich indywidualnego wpływu na koszt obserwowany, ale również precyzyjną ocenę wskaźników efektywności kosztowej.

Estymację modelu (w wariancie 5) powtórzono na zbiorze danych uzyskanych po eliminacji największej i najmniejszej spółki oraz na zbiorach powstałych po skróceniu szeregu czasowego (np. dla $T = 5$ model oszacowano na podstawie danych od roku 2002 do 2006, dla $T = 4$ od 2003 do 2006 itd., ryc. 5).

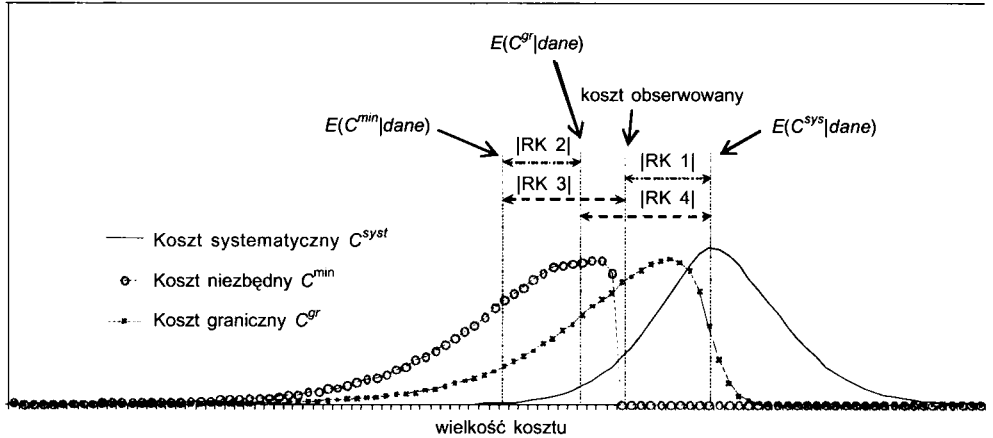


Ryc. 5. Oceny indywidualnych wskaźników efektywności dla modeli szacowanych po ograniczeniu liczby obserwacji w czasie

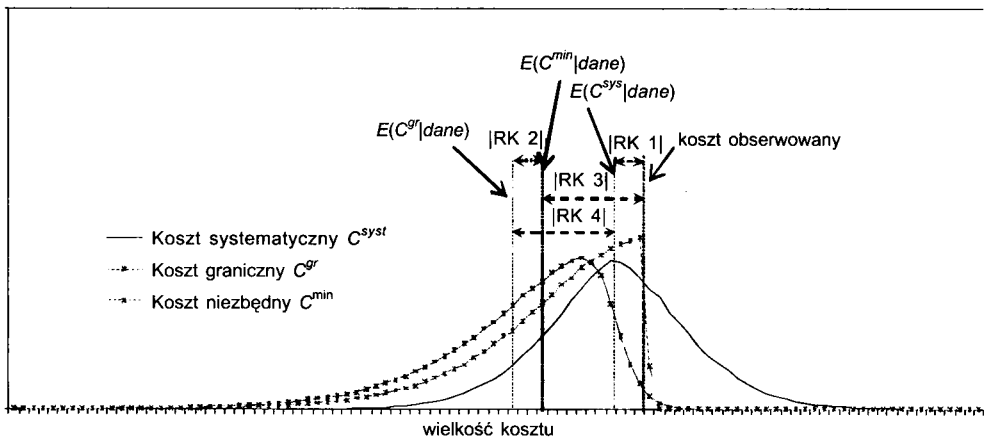
Otrzymane oceny wskaźników efektywności są podobne; świadczy to o stabilności i odporności wyników oraz potwierdza pośrednio poprawność modelu. Ranking spółek nie ulega zasadniczym zmianom; obserwuje się jedynie niewielkie przemieszczenie spółek przy zachowaniu miejsca w grupie efektywniejszych bądź mniej efektywnych obiektów. Do poszczególnych miejsc rankingu nie należy przywiązywać znaczenia, gdyż różnice wartości oczekiwanych *a posteriori* indywidualnych efektywności są niewielkie w stosunku do odchyleń standardowych. Prezentowane wyniki są niewrażliwe na zmiany (w przedziale 0,5–0,95) wartości r^* , tj. kluczowej stałej rozkładu *a priori*.

Obserwowany koszt operacyjny można poddać dekompozycji, wykorzystując koszty teoretyczne wprowadzone w części 3 (graniczny, niezbędny, systematyczny, nadwyżkowy). W roku 2006 średni obserwowany koszt wynosił 308 400 tys. zł, średni koszt systematyczny (zawierający średnią nieefektywność przedsiębiorstw) oszacowany na podstawie modelu, po usunięciu wpływu zakłóceń losowych oraz czynników nie ujętych w modelu, jest równy 303 185 tys. zł (± 6501 tys. zł). Dla części obiektów koszt systematyczny jest wyższy od obserwowanego; w ich przypadku czynniki losowe powodują, że koszt rze-

czywisty jest niższy od kosztu, jaki teoretycznie spółki te powinny ponosić przy danym poziomie działalności i indywidualnej nieefektywności. W pozostałych przypadkach czynniki losowe powodują zwiększenie kosztu obserwowanego w stosunku do systematycznego. Średni poziom kosztu niezbędnego, zawierającego efekt czynników losowych (ale bez nieefektywności), został dla roku 2006 oszacowany na poziomie 296 324 tys. zł (± 9086 tys. zł). Ryciny 6 i 7 prezentują (dla dwóch spółek) brzegowe gęstości *a posteriori* teoretycznych kategorii kosztu; ukazują one, jak nieprecyzyjne (obarczone niepewnością) jest wnioskowanie o tych nieobserwowalnych wielkościach.

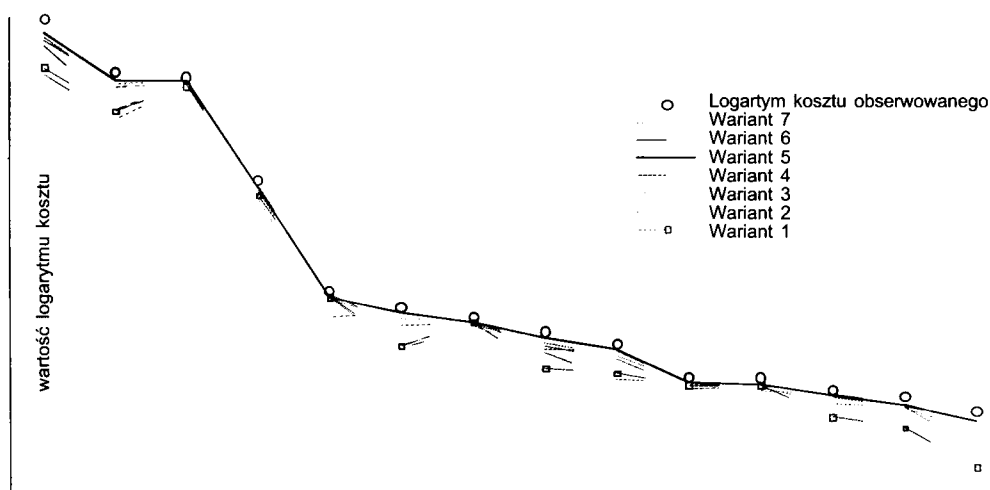


Ryc. 6. Rozkłady *a posteriori* kosztu granicznego, niezbędnego i systematycznego dla SD02 w roku 2006



Ryc. 7. Rozkłady *a posteriori* kosztu granicznego, niezbędnego i systematycznego dla SD06 w roku 2006

Konstrukcja modelu granicznego zapewnia, że przy wyznaczaniu kosztu minimalnego brana jest pod uwagę specyfika funkcjonowania poszczególnych przedsiębiorstw, która może mieć dodatni albo ujemny wpływ na koszt obserwowany. Koszt nadwyżkowy, który powinien zostać zredukowany, jest zdefiniowany jako różnica między kosztem rzeczywistym a kosztem niezbędnym zawierającym efekt wpływu czynników losowych. Ocena kosztu niezbędnego dla konkurencyjnych zestawów zmiennych egzogenicznych (ryc. 8) wykazuje różnice: średni koszt niezbędny dla 2006 waha się w przedziale od 268 593 tys. zł do 296 324 tys. zł, w sytuacji kiedy koszt obserwowany wynosi 308 400 tys. zł. Najbliższy obserwowanemu jest koszt niezbędny w wariancie 5, w którym otrzymano wysokie oceny efektywności kosztowej spółek.



Ryc. 8. Porównanie kosztu obserwowanego w 2006 roku i wartości oczekiwanych *a posteriori* kosztu minimalnego w konkurencyjnych wariantach modelu

6. PODSUMOWANIE

Ocena efektywności działania 14 spółek dystrybucyjnych zaprezentowana w pracy opiera się na modelu ekonometrycznym, opisującym kształtowanie się kosztu operacyjnego w zależności od szeregu czynników o charakterze techniczno-ekonomicznym. Zbiór potencjalnych zmiennych objaśniających zawiera 30 wielkości, które posłużyły do estymacji modelu w konkurencyjnych wariantach, mających na celu analizę wrażliwości wnioskowania o parametrach strukturalnych i wskaźnikach efektywności oraz określenie wpływu poszczególnych zmiennych na poziom kosztu operacyjnego. Uzyskane wyniki są po-

mocne w określeniu (dla każdego z przedsiębiorstw) wartości uzasadnionego kosztu operacyjnego przy danym poziomie działalności.

Zaprezentowany model ekonometryczny dla danych przekrojowo-czasowych pozwala na uwzględnienie podczas estymacji znacznie większej liczby zmiennych niż w przypadku analizy na danych przekrojowych, nie wymagając budowy zmiennych agregatowych, co w konsekwencji nie powoduje utraty dostępnej informacji oraz zapewnia uzyskanie stabilnych wyników. Metody estymacji bayesowskiej pozwalają na estymację dla każdego z obiektów (na podstawie obserwacji z kilku lat) wskaźników efektywności traktowanych jako efekty indywidualne (stałe w czasie), co prowadzi do wiarygodnych i interpretowalnych ekonomicznie rezultatów.

Stochastyczny model graniczny przyjęty w pracy umożliwia precyzyjną dekompozycję kosztu obserwowanego na koszt niezbędny i koszt nadwyżkowy. Koszt niezbędny uwzględnia efekt wynikający z zakłóceń losowych i innych czynników nieuwzględnionych w modelu oraz podstawowy mikroekonomiczny koszt graniczny, stanowiący wielkość uzasadnioną z teoretyczno-ekonomicznego punktu widzenia w celu zapewnienia danego poziomu działalności. Różnica między kosztem obserwowanym a kosztem niezbędnym określa koszt nadwyżkowy, który powinien zostać zredukowany. Indywidualny wskaźnik efektywności jest miarą procentową stopnia uzasadnienia poniesionego kosztu. Należy podkreślić, że model graniczny szacowany technikami bayesowskimi umożliwia obliczenie miar niepewności związanych z estymacją każdej z kategorii kosztów i efektywności, co ma istotne znaczenie praktyczne, gdyż informuje o precyzji wnioskowania.

BIBLIOGRAFIA

- Aigner D., Lovell C.A.K., Schmidt P. 1977. *Formulation and estimation of stochastic frontier production function models*, Journal of Econometrics, 6.
- Belsley D.A., Kuh E., Welsh R.E. 1980. *Regression Diagnostics*, J. Wiley, New York.
- Broeck van den J., Koop G., Osiewalski J., Steel M.F.J. 1994. *Stochastic frontier models: A Bayesian perspective*, Journal of Econometrics, 61.
- Fernández C., Osiewalski J., Steel M.F.J. 1997. *On the use of panel data in stochastic frontier models with improper priors*, Journal of Econometrics, 79.
- Greene W.H. 1993. *The econometric approach to efficiency analysis*, [w:] *The Measurement of Productive Efficiency — Techniques and Applications*, red.: H.O. Fried, C.A.K. Lovell, P.S. Schmidt, Oxford University Press, New York.
- Koop G., Osiewalski J., Steel M.F.J. 1994. *Hospital efficiency analysis through individual effects: A Bayesian approach*", CentER Discussion Paper 9447, Tilburg.
- Koop G., Osiewalski J., Steel M.F.J. 1997. *Bayesian efficiency analysis through individual effects: Hospital cost frontiers*, Journal of Econometrics, 79.
- Koop G., Steel M.F.J., Osiewalski J. 1995. *Posterior analysis of stochastic frontier models using Gibbs sampling*, Computational Statistics, 10.

- Lovell K.C. A. 1993. *Production frontiers and productive efficiency*, [w:] *The Measurement of Productive Efficiency — Techniques And Applications*, red. H.O. Fried, K.C.A. Lovell, S.S. Schmidt, Oxford University Press, New York.
- Marzec J., Osiewalski J. 2003. *Bayesowskie graniczne modele kosztów dla oddziałów banku. Wnioskowanie o efektywności kosztowej i jej determinantach*, Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie, 628.
- Marzec J., Osiewalski J. 2008. *Bayesian inference on technology and efficiency of bank branches*, Bank i Kredyt 39/9.
- Meeusen W., van den Broeck J. 1977. *Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error*, International Economic Review, 8.
- O'Hagan A. 1994. *Bayesian Inference*, Edward Arnold, London.
- Osiewalski J. 1992. *Uogólnione niescentrowane współczynniki zwiększenia wariancji*, Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie, 374.
- Osiewalski J. 2001. *Ekonometria bayesowska w zastosowaniach*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Osiewalski J., Osiewalska A. 2003. *Ocena efektywności kosztowej bibliotek akademickich na podstawie danych przekrojowo-czasowych*, Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie, 628.
- Osiewalski J., Osiewalska A. 2006. *Stochastyczna graniczna funkcja kosztu dla polskich bibliotek publicznych*, [w:] *Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*, red. A. Zeliaś, Akademia Ekonomiczna w Krakowie.
- Osiewalski J., Steel M.F.J. 1998. *Numerical tools for the Bayesian analysis of stochastic frontier models*, Journal of Productivity Analysis, 10.
- Osiewalski J., Wróbel-Rotter R. 1999. *Estymacja granicznych funkcji produkcji i wskaźników technicznej efektywności na podstawie danych przekrojowych*, Przegląd Statystyczny, 46.
- Osiewalski J., Wróbel-Rotter R. 2008. *Model ekonometryczny-narzędzie oceny efektywności spółek dystrybucyjnych kształtowanych w wyniku konsolidacji poziomej (skrót)*, Biuletyn Urzędu Regulacji Energetyki, 2 (58).
- Schmidt P., Sickles R.C. 1984. *Production frontiers and panel data*, Journal of Business and Economic Statistics, 2.
- Tierney L. 1994. *Markov chains for exploring posterior distributions (with discussion)*, Annals of Statistics, 22.
- Varian H.R. 1992. *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton, New York.
- Wróbel-Rotter R. 2004. *Bayesowska analiza kosztu na podstawie stochastycznego granicznego modelu Leontiewa*, Przegląd Statystyczny, 51.
- Wróbel-Rotter R., Osiewalski J. 2002. *Bayesowski model efektów losowych w analizie efektywności kosztowej (na przykładzie elektrowni i elektrociepłowni polskich)*, Przegląd Statystyczny, 49.
- Zellner A. 1971. *An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics*, J. Wiley, New York.