

Modelo de lógica difusa para pronosticar la inflación en Colombia

Una Tesis Presentada Para Obtener El Título De
Magister en Economía Aplicada
Universidad Eafit, Medellín

Carlos Esteban Santiago Molina

Asesor: Álvaro Hurtado Rendón

Septiembre 2019

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo abordar la discusión del problema inflacionario en Colombia a través de un modelo alternativo que permite realizar estimaciones en condiciones de incertidumbre esto es a través de un modelo de lógica difusa. Para esto se realiza una contextualización de las diferentes teorías que explican el proceso inflacionario y adicionalmente se plantea el por qué se considera la inflación como una variable de incertidumbre para lo cual y de acuerdo a teoría se definen las variables que afectan el ciclo inflacionario en Colombia y se realiza una estimación a través de un modelo de lógica difusa, los resultados muestran que los problemas económicos como lo es el cálculo de la inflación pueden ser tratados a través de este tipo de metodologías.

Lista de tablas

Tabla 1: Variación de crecimiento Latinoamérica (Fraga, 2004)	23
Tabla 2: Tasas de inflación en Latinoamérica (Fraga, 2004).....	23
Tabla 3: Eventos de crisis por década en Latinoamérica (Fraga, 2004)	24
Tabla 4: Brecha del Producto, (Elaboración propia)	29
Tabla 5: Variación anual de la inflación, fuente (DANE, 2019).	30
Tabla 6: Variación de tipo de cambio anual Colombia (Banco de la República , 2019)..	32
Tabla 7: Variación mensual ONI, periodo 2010-2018 (National Oceanic and Atmospheric Administration, NOAA, 2019)	35
Tabla 8: Variables de entrada y funciones de membresía (Elaboración propia)	36
Tabla 9: Reglas de inferencia difusa (Elaboración propia).....	37
Tabla 10: Inflación anual en Colombia (observada) frente a estimación modelo difuso .	39

Gráficos

Gráfico 1: Inflación en Colombia, fuente (DANE, 2019)	24
Gráfico 2: Sistema de pronóstico de inflación Banco de la República, fuente (Gomez, Uribe, & Vargas, 2002).....	26
Gráfico 3: Funciones de membresía Brecha del PIB (Cálculos propios)	30
Gráfico 4: Funciones de membresía inflación (Cálculos propios).....	31
Gráfico 5: Funciones de membresía tipo de cambio (Cálculos propios).....	33
Gráfico 6: Condiciones climáticas del niño, periodo octubre 2018- abril 2019 (Food and Agriculture Organization of the United Nations, 2019)	34
Gráfico 7: ONI Período 1955-2019, fuente (National Oceanic and Atmospheric Administration, NOAA, 2019)	35
Gráfico 8: Funciones de membresía ONI (Cálculos propios).....	36
Gráfico 9: Sistema de control difuso para la inflación en Colombia (Herramienta Matlab, elaboración propia)	38
Gráfico 10: Inflación observada frente a la inflación estimada modelo difuso	39
Gráfico 11: Función de pertenencia Triangular, fuente (Zimmermann, 2001).....	47
Gráfico 12: Función de pertenencia Singleton, fuente (Zimmermann, 2001)	47
Gráfico 13: Función de pertenencia L-Función, fuente (Zimmermann, 2001).....	48
Gráfico 14: Función de pertenencia Gamma, fuente (Zimmermann, 2001).....	48
Gráfico 15: Función de pertenencia Gamma Lineal, fuente (Zimmermann, 2001).....	49
Gráfico 16: Función de pertenencia Trapezoidal, fuente (Zimmermann, 2001)	49
Gráfico 17: Función de pertenencia S, fuente (Zimmermann, 2001)	50
Gráfico 18: Función de pertenencia Gaussiana, fuente (Zimmermann, 2001).....	51
Gráfico 19: Función de pertenencia Seudo – Exponencial, fuente (Zimmermann, 2001) 51	
Gráfico 20: Numero borroso triangular (Elaboración propia)	52
Gráfico 21: Mecánica de un Sistema Difuso (Elaboración propia)	56
Gráfico 22: Variable lingüística con sus respectivas funciones de membresía (Elaboración propia).....	58

Preliminares

Planteamiento del problema

De manera general, la inflación ha sido definida como el incremento generalizado y sostenido del nivel de precios en una economía, este suceso económico sus causas y efectos han sido uno de los principales debates en el ámbito de la macroeconomía a través de la historia. Por un lado, está la teoría monetarista (Friedman, 1970), la Inflación proveniente de choques en la demanda (Keynes J. M., 1936) y la inflación proveniente de choques en la oferta entre otros.

El desarrollo de todos estos postulados económicos ha demostrado que el proceso inflacionario conlleva un alto grado de incertidumbre dados los diferentes procesos económicos que se generan alrededor de este fenómeno, en donde al igual que en muchos problemas económicos se ha tratado de realizar estimaciones sobre su comportamiento futuro para lo cual generalmente se emplean modelos cerrados en donde mediante el uso de postulados se realizan afirmaciones para realizar pronósticos, donde los diferentes agentes económicos son considerados seres racionales que toman decisiones futuras de acuerdo con la información que poseen. Sin embargo, en situaciones de incertidumbre, estos supuestos pueden presentar restricciones. Knight (1921), afirma que en incertidumbre los individuos no poseen información con la cual basar sus decisiones por lo cual el supuesto de racionalidad debe ser replanteado.

De otro lado, el premio nobel de economía Kahneman (2003) realiza un importante avance en investigación psicológica aplicada a la economía denominada prospect theory, donde afirma que la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre el ser humano se desvía de los principios de probabilidad clásica y de racionalidad económica toda vez que en tales circunstancias aplica reglas de dedo o toma atajos heurísticos.

Es en este contexto, donde resulta pertinente abordar el proceso inflacionario a través de una metodología que permita realizar estimaciones sobre variables que conllevan un alto grado de incertidumbre.

La lógica difusa, concepto introducido por Zadeh (1965) permite solucionar problemas matemáticos sobre los cuales se tiene un alto grado de incertidumbre. Afirma que la lógica difusa es una metodología que proporciona una manera simple de obtener una conclusión a partir de información vaga, ambigua, imprecisa, con ruido o incompleta.

Medina Hurtado (2006) afirma que los sistemas de la lógica borrosa al ser más flexibles y aceptar la imprecisión, la subjetividad y la vaguedad (incertidumbre) de los datos, permiten obtener soluciones efectivas para apoyar la acertada toma de decisiones, ya que brinda la

capacidad de extraer datos de forma práctica, y a través de las capacidades analíticas y la experiencia de los evaluadores.

La Lógica difusa permite en este orden de ideas, realizar una interpretación de un suceso que contiene datos imprecisos por medio de un conjunto de herramientas formales para su tratamiento. Para esto la lógica difusa utiliza información de tipo lingüística con lo cual se hacen razonamientos con cierto grado de aproximación y así poder realizar una inferencia sobre el problema en cuestión.

El diseño de modelos de lógica difusa parten de la teoría de conjuntos difusos (Zadeh, 1965), antes de esta teoría se tenía que de acuerdo a la teoría de conjuntos clásica un elemento se puede asociar a un conjunto determinado A a través de la pertenencia o no pertenencia, es decir existen dos posibilidades, x pertenece a A la cual puede ser expresada mediante la función característica $\mu_A(x) = 1$ y x no pertenece a A , $\mu_A(x) = 0$.

En la teoría de conjuntos borrosos o difuso un elemento tiene un grado de pertenencia continuo comprendido entre 0 y 1, siendo 0 la no pertenencia y 1 el mayor grado de pertenencia del elemento al conjunto, es decir que en la teoría de conjuntos borrosos un elemento puede o no pertenecer completamente a un conjunto de acuerdo al grado de pertenencia asignado, en este orden de ideas Zadeh logró ampliar la teoría clásica de conjuntos con lo cual logra incrementar el número de posibilidades y poder operar con predicados vagos o incertidumbre.

La teoría de conjuntos difusos resulta ser eficiente en eventos donde no siempre se tienen soluciones exactas, de otro lado suelen ser usados generalmente para tratar problemas con alto grado de complejidad situación que se presenta generalmente en problemas de tipo económico, todo esto teniendo presente que el análisis de la ciencia económica parte de la lógica clásica o bivalente la cual parte del uso de modelos estadísticos y de probabilidad lo cuales en condiciones de incertidumbre pueden presentar restricciones (Shepherd & K.C Shi, 1998).

A través de los modelos de lógica difusa se puede realizar un análisis con la posibilidad de dar más valores de verdad a un problema en cuestión frente a los enunciados clásicos de pertenencia o no pertenencia ya que esta, permite una mayor asignación de valores de pertenencia.

De igual forma, la lógica difusa permite tratar modelos con variables cuyo comportamiento es desconocido situación que como se comentó anteriormente se presenta de manera recurrente en problemas económicos.

Se plantea por lo anterior, abordar el problema del proceso inflacionario a través de un modelo alternativo a la teoría actual que permita realizar estimaciones en situaciones de incertidumbre. Cabe resaltar que, la lógica difusa no reemplaza el supuesto de racionalidad económica, pero si resulta ser una herramienta útil para realizar inferencia

sobre eventos económicos en condiciones de incertidumbre dado que permite su tratamiento.

Justificación

En época reciente la inflación se ha convertido en una de las principales variables económicas de estudio dada la importancia que esta tiene sobre el ciclo económico, puesto que el no control de esta ha conllevado a profundas crisis económicas. Es así como la mayoría de los bancos centrales de economía abierta han diseñado su política monetaria con base en el control de la inflación, comúnmente llamada política monetaria de inflación objetivo. Para el caso de Colombia, este modelo fue implementado hacia finales del año 1999 luego de poner final al sistema de banda cambiaria que se tenía en ese entonces.

De acuerdo con el Banco de la República (2019), las decisiones en cuanto a política monetaria que realiza la Junta Directiva del Banco de la República son regidas bajo el esquema de inflación objetivo, las cuales buscan mantener una estabilidad de precios a su vez que propenden por el máximo crecimiento del producto y el empleo.

En la ejecución de la política monetaria el Banco de la República realiza un monitoreo constante de todas las variables que pueden afectar la economía con el objetivo de tomar las decisiones de política de la mejor manera posible. Si bien es cierto luego de la implementación del modelo de inflación objetivo, Colombia ha presentado una inflación relativamente estable, el Banco de la República reconoce que en la mayoría de los casos es difícil predecir el origen, efecto, persistencia y magnitud de choques externos que en determinados momentos afectan las decisiones del Banco y con ello desempeño económico.

Estos choques pueden provenir de movimientos de flujos de capital producidos por cambios de postura de política monetaria de otros bancos centrales, variaciones de precios de commodities, efecto climático entre otras, situación que se puede describir como el grado de incertidumbre que conllevan los procesos económicos en general.

En este orden de ideas y dada la importancia que tiene la medición de la inflación, se plantea un modelo de lógica difusa para la estimación de la inflación en Colombia que permita la cuantificación de variables como tipo de cambio y variación del clima. Estos modelos permiten abordar problemas en donde hay sistemas muy complejos, poco entendibles y en donde un resultado aproximado puede ser considerado.

Toda vez que en general los diferentes problemas en economía son abordados a través de modelos de regresión. Sin embargo, su modelación resulta ser muy compleja y difícil de comprender, pues requieren de una modelación matemática y estadística robusta y programas computacionales costosos (Shepherd & K.C Shi, 1998).

En el presente trabajo se pretende desarrollar una alternativa, más accesible para realizar estimación sobre el comportamiento de la inflación en Colombia.

Objetivos

Objetivo General

Proponer un modelo de lógica difusa para la estimación de la inflación a un año en Colombia que permita entender de una manera más fácil el comportamiento de dicha variable para la toma de decisiones de los agentes económicos.

Objetivos Específicos

Realizar una contextualización de la inflación y su importancia en el ciclo económico para Colombia.

Identificar cuáles son las principales variables que afectan el comportamiento de la inflación en Colombia.

Explicar por qué la inflación puede ser una variable incierta y como diferentes autores han abordado el problema.

Desarrollar un modelo (Matlab) de control difuso que permita realizar inferencia sobre la inflación en Colombia y que facilite la toma de decisiones de los agentes económicos.

Antecedentes

Una aproximación al concepto de incertidumbre es el desconocimiento sobre un evento futuro y al cuál no se le ha asignado una probabilidad de ocurrencia, situación sobre la cual no se tiene un número significativo de observaciones previas y no hay un claro conocimiento sobre su comportamiento futuro o eventos únicos sobre los cuales no se tiene registro. Heisenberg (1927), premio nobel de física enunció el principio de incertidumbre en el cual afirma que es imposible medir simultáneamente y con precisión absoluta el valor de la posición y el momento de un sistema físico al mismo tiempo.

Zimmermann (2001), afirma que la incertidumbre implica que en una situación cierta un individuo no dispone de suficiente información en términos cualitativos ni cuantitativos para describir y predecir de manera determinista y numérica un sistema su comportamiento y sus características. Las principales causas sobre incertidumbre pueden provenir de la carencia de información que se tiene al respecto de determinado evento sobre el cual no es posible determinar los diferentes estados, o por el contrario abundancia de información en

la cual no es posible de acuerdo a la capacidad humana de recibir y procesar de manera simultánea la gran cantidad de información recibida, o de pruebas contradictorias es decir que puede haber gran cantidad de información disponible que apunta a un determinado comportamiento de un sistema pero también información que apunta a otro comportamiento, por último también el autor destaca que también la incertidumbre puede venir de la ambigüedad, medición y creencias que se forman al respecto del resultado final de un determinado evento.

Keynes (1921) realiza su definición sobre la incertidumbre, donde ataca la teoría de la probabilidad clásica. El autor afirma que los modelos econométricos tradicionales presentan restricciones en condiciones de incertidumbre ya que las variables de entrada quedan mal especificadas dado que no se conoce con certeza la estimación de estas, lo que conlleva a que el modelo no se defina de manera correcta.

Por su parte, Knight (1921) afirma que en incertidumbre los individuos no poseen información sobre la cual basar su decisión, por lo cual el supuesto de racionalidad debe ser replanteado. El principio de racionalidad económica enuncia que el individuo toma su mejor decisión dentro de un conjunto de posibilidades todo esto con el fin de maximizar sus beneficios, de igual manera las expectativas racionales hablan de que el individuo utiliza toda la información disponible para realizar inferencia sobre el futuro y a partir de esto definen su comportamiento.

Keynes (1936, 1937) realiza una contextualización sobre la incertidumbre. Afirma, siguiendo a Ros (2012), el hecho de que el futuro es desconocido tiene varias consecuencias: la primera es que en nuestras decisiones le damos poco peso a lo que puede suceder en el futuro lejano. Ello se debe a que entre más lejano es el periodo futuro considerado, menos sabemos sobre él y menos podemos aplicar cálculos probabilísticos. Podemos tener una noción (subjetiva) de la distribución de probabilidades de los eventos en el futuro cercano. Entre más lejano el futuro, menos pensamos que sabemos sobre la distribución de probabilidades. Además, sabemos que sabremos más acerca de este periodo futuro a medida que pase el tiempo, de manera que podemos posponer nuestra decisión. Una segunda consecuencia es que tendemos a usar el presente y el pasado reciente como una guía para adivinar el futuro a menos que tengamos buenas razones para no hacerlo, a pesar de lo endeble que resulta este procedimiento. Un tercer efecto de la incertidumbre es que dependemos de las opiniones de otros (de la opinión promedio) para formular nuestra mejor opinión sobre el futuro. El llamado concurso de belleza al que se refiere Keynes es el mejor ejemplo de este comportamiento.

Sobre la teoría de expectativas racionales Muth (1961) en su artículo sobre las expectativas racionales y la teoría del movimiento de los precios afirma que para explicar de manera bastante simple cómo se forman las expectativas, avanzamos en la hipótesis de que son esencialmente las mismas que las predicciones de la teoría económica relevante. En particular, la hipótesis afirma que la economía en general no desperdicia información, y que las expectativas dependen específicamente de la estructura de todo el sistema. Los

métodos de análisis, que son apropiados en condiciones especiales, se describen en el contexto de un mercado aislado con un retraso de producción fijo. El valor interpretativo de la hipótesis se ilustra mediante la introducción de la especulación de productos en el sistema.

Basu (1984) afirma sobre el concepto de racionalidad ha sido definido como una elección en términos de alguna preferencia binaria implícita. Sin embargo, el autor plantea se enfoca en permitir que la relación de preferencia binaria sea borrosa. A su vez conceptos de la lógica de conjuntos borrosa son usados para formalizar diferentes nociones de racionalidad, incluyendo los grados de racionalidad. En la economía del bienestar los cuasi-ordenamientos han sido utilizados para capturar las imprecisiones inherentes de los juicios del valor humano. En muchas situaciones una herramienta más apropiada para esto pueden ser los ordenamientos difusos.

Es en este contexto en donde la economía se convierte en un campo de especial interés para la aplicación de la lógica difusa, en donde los sistemas de inferencia difusos resultan ser útiles en la modelación de problemas con un alto grado de incertidumbre, pues la aplicación de esta herramienta, permite de una manera apropiada realizar la estimación de modelos con variables que no se encuentran bien especificadas, que contienen un alto grado de incertidumbre en su definición y rango de valores, con información subjetiva e incompleta, situación que se presenta de manera frecuente en problemas económicos como lo es el cálculo de la inflación.

Para realizar una primera aproximación de cómo pueden ser abordados los problemas económicos a través de la lógica difusa, considere por ejemplo que en la teoría macroeconómica la tasa de desempleo en equilibrio está definida en 5%, o definida en un rango entre 4% y 7%. En ambos casos, el equilibrio se define por unos valores dados y cualquier tasa de desempleo dada se encuentra dentro o no en los valores especificados.

La lógica difusa por su parte permite que un determinado valor este parcialmente contenido es decir que una tasa de desempleo de equilibrio del 4% puede ser considerada parcialmente como la tasa de desempleo en equilibrio, pero también puede ser considerada como una tasa de desempleo por debajo del punto de equilibrio, es decir permite más valores de verdad que los dados en la teoría de probabilidad clásica (verdadero, falso) a un enunciado o evento.

En el campo de la economía diversos trabajos se han realizado utilizando modelos de lógica difusa. Shepherd y K.C Shi (1998) muestran que los modelos de lógica difusa tienen un potencial considerable como complemento de los métodos tradicionales de estimación lineal y no lineal, para lo cual emplearon un modelo de lógica difusa para estimar los salarios reales en Estados Unidos. El método implicó la identificación y estimación de una serie de reglas descritas por relaciones lineales en EE. UU., las cuales fueron ponderadas de acuerdo con la posición de las variables de entrada en su respectiva función de membresía de control difuso. En este sentido el comportamiento de cualquier sistema lineal o no lineal

es por lo tanto aproximado vía interpolaciones a través de regiones locales en el modelo. En el modelo se concluye de acuerdo con los autores que las relaciones de desempleo y tendencia con el salario real son básicamente no lineales.

Por su parte Stojić (2012) presenta un modelo para evaluar los niveles de desarrollo económico de países y regiones usando lógica difusa, el modelo fue probado en 19 países miembros y aspirantes de la Unión Europea. El modelo presenta una manera alternativa de medir los niveles de desarrollo a través de la aplicación de la teoría de conjuntos difusa a través de las variables de entrada: Población, crecimiento y tasa de desempleo.

Kukal y Quang (2014) exponen como un modelo de lógica difusa puede ser aplicado en la política monetaria en un régimen de inflación objetivo para el caso del Banco Nacional de la República Checa en los periodos comprendidos entre 2000 y 2011. Los autores plantean un modelo a través del cual se pueden convertir los principios de la política monetaria cuantitativa en términos de la variación de los tipos de interés de la política conducida por el Banco Central a través de la lógica difusa, en respuesta a que según los autores si bien es cierto cualitativamente la mayoría de las reglas de política monetaria son sensatas y ampliamente aceptadas, el mecanismo subyacente que controla las actividades económicas no es exactamente cuantificable por lo cual la ejecución de la política monetaria por parte del banco central sigue siendo una cuestión intuitiva en vez de un problema matemáticamente bien definido.

Marco Teórico

Teorías sobre el ciclo inflacionario

Las causas y consecuencias de la inflación sobre el ciclo económico han sido cuestión de análisis por muchos economistas a través del tiempo. Al respecto de esto, resulta complejo determinar una única explicación del por qué se genera dicho fenómeno, como bien lo plantean las diferentes teorías económicas un proceso inflacionario puede provenir de choques provenientes de la demanda o de la oferta, desbalances fiscales o bien ser un efecto monetario, entre otras causas.

El inicio de las diferentes teorías que hablan sobre el proceso inflacionario se remonta a la teoría cuantitativa del dinero, en donde los cambios en el nivel general de los precios de una economía están determinados principalmente por cambios en la cantidad de dinero circulante, la teoría cuantitativa del dinero o bien llamado monetarismo clásico fue centro de análisis del siglo XX.

Sobre este postulado Fisher (1911a), fue el primer economista en desarrollar de manera formal la teoría cuantitativa del dinero a través de la ecuación de intercambio:

$$MV = PY$$

En donde (M) es la cantidad de dinero en una economía, (V) la velocidad de circulación del dinero, (P) el nivel de precios y (Y) nivel de ingreso.

La ecuación planteada, relaciona que la demanda agregada medida por el nivel de ingreso (Y) depende directamente de la cantidad de dinero (M), en este orden de ideas aumentos en la cantidad de dinero generan un exceso de liquidez el cual incentiva a los individuos a comprar más bienes y servicios, en este punto y dado que la economía tiende a estar en su máximo potencial en el corto plazo los factores productivos no alcanzan a compensar ese exceso de demanda se produce un aumento generalizado de los precios.

Así pues, dado que (Y) es considerada como una variable constante determinada por el pleno empleo y la velocidad de circulación de dinero (V) depende del hábito de pago de los individuos y del desarrollo de la banca en cuanto a agilidad en las transacciones financieras situaciones que son consideradas de igual forma como constantes, se tiene que cambios en la cantidad de dinero (M) se traducen en cambios en el nivel de precios (P).

La cantidad de dinero en una economía (M) es determinada por la autoridad monetaria es decir que es una variable independiente dada por las decisiones de política monetaria, para mantener la igualdad en la ecuación de cambios, Fisher argumentaba que variaciones en (M) conllevan a variaciones en el nivel de precios (P).

En otras palabras, se tiene que:

$$\pi = \frac{dM/dt}{M} + \frac{dV/dt}{V} - \frac{dY/dt}{Y}$$

Donde (π) es la inflación, $\frac{dM/dt}{M}$ es la tasa de crecimiento de dinero, $\frac{dV/dt}{V}$ es la tasa de crecimiento de velocidad de dinero, y $\frac{dY/dt}{Y}$ es la tasa de crecimiento de la economía y dado que $\frac{dV/dt}{V}$ y $\frac{dY/dt}{Y}$ son definidas como variables constantes de acuerdo a los clásicos por lo anteriormente descrito, la inflación va estar explicada por cambios en la cantidad de dinero, es decir: $\pi = \frac{dM/dt}{M}$

Una variación al desarrollo de la teoría cuantitativa de dinero planteado por Irvin Fisher se dio proveniente de la escuela de Cambridge, por los economistas Marshall (1879) y Pigou (1917), conocido como el enfoque de Cambridge.

En esta teoría se argumentaba que el nivel de precios de una economía dependía de la demanda que había por dinero, en este orden de ideas el enfoque de Cambridge se centraba

en analizar el comportamiento del individuo en cuanto a que fracción de dinero debía mantener, es decir un enfoque que adiciona conceptos microeconómicos.

El enfoque de Cambridge plantea que el nivel de precios estaba relacionado con i) la demanda de saldos monetarios que llevan a cabo los individuos como proporción de su nivel de ingreso y del cual desean disponer en un periodo de tiempo, ii) la oferta de dinero de acuerdo con la política monetaria y, iii) el equilibrio entre la demanda y oferta de saldos monetarios.

Este enfoque argumentaba que el desequilibrio que se da entre la oferta y demanda de dinero provenía de los cambios en el nivel de precios.

Se tiene que:

$$M^d = kY_n$$

En donde, (M^d) es la demanda de saldos reales, (k) proporción de renta nacional que los individuos desean mantener como saldos reales y (Y_n) es la renta nacional nominal.

La renta nacional es el valor monetario de la producción del país (Y *real*) multiplicando por el nivel de precios (P) se tiene que $Y_n = PY$, en ese orden de ideas se tiene que y partiendo del equilibrio donde la oferta de dinero es igual a la demanda de dinero es decir que:

$$M^d = M^s$$

Por lo cual se tiene:

$$M^s = k(PY)$$

Despejando:

$$P = M/kY$$

De acuerdo con la teoría y dado que (k) es una variable constante que no tiene cambios en el corto plazo pues obedece al desarrollo de la banca y sistemas de pago, (Y) es el nivel del producto en pleno empleo, en este orden de ideas, el nivel de precios va a depender del comportamiento de la demanda de dinero es decir $P = f(M)$.

De la teoría cuantitativa planteada por Irvin Fisher y del enfoque de la escuela de Cambridge, como conclusión se afirma que el nivel de precios de una economía dependía directamente de la cantidad de dinero circulante del cual era responsable la autoridad monetaria.

En este sentido cambios en la inflación eran directamente proporcionales a cambios en la oferta monetaria. Así pues, un incremento en la base monetaria genera una devaluación de la moneda lo que implica un mayor aumento de la demanda que conlleva a un incremento en el nivel general de precios de la economía este razonamiento tenía como base que los mercados eran eficientes por lo cual tendían hacia el pleno empleo y había flexibilidad de precios y salarios.

Posteriormente John Maynard Keynes plantea su teoría sobre el proceso inflacionario, en donde realizó una importante crítica a la teoría cuantitativa, al cuestionar la eficiencia de los mercados argumentando fallas en el mismo, esto debido a los momentos de crisis económica vividos durante los años treinta en los cuales las diferentes teorías económicas planteadas a la fecha no lograban dar una explicación de los sucesos económicos presentados.

Keynes (1936) explica que los mercados no eran eficientes, es decir que no siempre tendían al pleno empleo y que los mismos podían tener puntos de equilibrio económico diferentes al del pleno empleo.

Se tiene que la producción de bienes y servicios dada por las empresas genera un ingreso para la sociedad del mismo valor de la producción, este ingreso puede ser destinado al consumo o al ahorro. En un modelo económico básico la demanda es igual al consumo más la inversión, sin embargo y de acuerdo con la ley de Say, para que todo el ingreso sea transformado en demanda el ahorro debe ser igual a la inversión.

Teniendo presente que el ahorro y la inversión se da a través de dos mecanismos diferentes es decir el ahorro de los individuos y la inversión de las empresas, el medio para que el ahorro y la inversión se encuentren en equilibrio es a través del nivel de tipos de interés.

Sin embargo, Keynes argumenta que el mercado de tipos de interés no siempre se encuentra en equilibrio de hecho este solo se da en un solo punto y es cuando la economía se encuentra en pleno empleo. Para explicar esto, argumenta que la inversión de las empresas depende del costo del capital el cual está directamente relacionado con el nivel de tipos de interés. Sin embargo, el nivel de tipos de interés va a depender de la expectativa que se tiene sobre este mercado que de acuerdo con Keynes se comporta por el libre juego de la oferta y demanda del mercado monetario, es decir de la percepción que los individuos tengan sobre el comportamiento de los tipos de interés que los va a llevar a realizar su ahorro en títulos que les proporciona una determinada renta (bonos) o tener preferencia por la liquidez.

Así pues y de acuerdo con Keynes el comportamiento de los tipos de interés no tiene que ver con el equilibrio entre el ahorro y la inversión sino por la decisión del individuo de demandar bonos o tener preferencia por la liquidez, así que los tipos de interés estarán determinados por la oferta y demanda de dinero y no por el equilibrio entre el ahorro y la inversión, crítica a la ley de Say.

Keynes (1936) afirma que la preferencia por la liquidez es una potencialidad o tendencia funcional que fija la cantidad de dinero que el público guardará cuando se conozca la tasa de interés; de tal manera que si r es la tasa de interés, M la cantidad de dinero y L la función de preferencia por la liquidez, tendemos $M = L(r)$. Tal es la forma y lugar en que la cantidad de dinero penetra el mecanismo económico.

El autor afirma las preferencia por la liquidez dependen principalmente de 1) el motivo transacción, es decir, la necesidad de efectivo para las operaciones corrientes de cambios personales y de negocios; 2) el motivo precaución, es decir, el deseo de seguridad respecto al futuro equivalente en efectivo de cierta parte de los recursos totales, y 3) el motivo especulativo, es decir, el propósito de conseguir ganancias por saber mejor que el mercado lo que el futuro traerá consigo.

Se presenta pues y de acuerdo a Keynes una clara falla de mercado dado que los tipos de interés no logran el equilibrio entre el ahorro y la inversión, a su vez que las empresas también deciden cuanto capital demandar para la inversión a través de la eficiencia marginal del capital la cual está determinada por las expectativas futuras de los tipos de interés y del comportamiento del mercado por lo cual decidirán contratar más o menos mano de obra, esta situación plantea un cuestionamiento al pensamiento clásico en donde la competencia del libre mercado llevaba a la economía al pleno empleo.

De acuerdo con lo anterior se tiene el siguiente modelo económico:

$$D = C + I$$

y

$$Y = C + S$$

En donde D es la demanda total de un sistema económico cerrado simple, C es el consumo, Y es el nivel de ingreso que a nivel agregado es igual a la oferta total y S es el ahorro.

En este orden de ideas, cuando un nivel de inversión dado no es suficiente para absorber todo el nivel de ahorro es decir $I \neq S$ explicado por el comportamiento del mercado de dinero anteriormente descrito se genera una falla en la demanda agregada que conlleva una reducción de la producción y un menor nivel de empleo.

Entendiendo que dados los ingresos de un individuo Y , este decide que parte destina al consumo C , a su vez que el ahorro S , puede estar invertido en bonos o efectivo que de acuerdo con lo descrito anteriormente depende de la expectativa de los tipos de interés.

En otras palabras, todo el ingreso percibido por los individuos no se gasta completamente por lo cual la demanda agregada no absorbe todo el producto en un periodo determinado así que el sector productivo se ve tentado a disminuir el nivel de producción y empleo, en este orden de ideas el ahorro actúa como un desequilibrio de mercado, Keynes introduce el concepto de la demanda efectiva para entender el este comportamiento de mercado.

En las condiciones planteadas Keynes argumenta que a través de la política monetaria se puede generar cambios en los tipos de interés que logren un equilibrio entre la inversión y el ahorro.

En este orden de ideas se tiene que la demanda de dinero se encuentra en función del nivel de ingreso y los tipos de interés:

$$M^d = f(Y, r)$$

De otro lado se tiene que en equilibrio:

$$M^d = M^o$$

Por lo tanto, dado que la oferta monetaria es considerada como una variable independiente generada la respectiva autoridad monetaria, esta puede influir en el comportamiento al aumentar o disminuir la oferta de dinero, así que cuando la autoridad monetaria decide incrementar la oferta monetaria esta puede presionar a la baja los tipos de interés ya que los individuos con este exceso de liquidez se ven inducidos a comprar más bonos y presionar en este sentido los tipos de interés a la baja, generando a un incremento en la inversión por parte de las empresas que conlleva a un aumento del empleo y la producción de la economía.

Esta situación sin embargo puede llevar a lo que autor menciona como la trampa de la liquidez en el sentido de que cuando los tipos de interés se encuentran en un nivel extremadamente bajo aumentos en la oferta de dinero no generan la respuesta esperada en el mercado monetario ya que los actuales niveles de tipos de interés no son lo suficientemente atractivos para invertir por lo cual la autoridad monetaria podría estar perdiendo el control de su política, resulta pertinente recurrir en este orden de ideas a la combinación de una política monetaria y fiscal activa (gasto del gobierno).

En este escenario, donde al parecer no hay una estabilidad económica tan clara y donde al contrario del pensamiento clásico la economía puede no tender al pleno empleo, Keynes argumenta que una vez implementada la respectiva política económica a través del gasto del gobierno y la expansión monetaria a medida que la economía avanza a su pleno potencial la inflación es explicada por un aumento en los costos de producción esto debido a que a medida que aumenta el empleo las empresas contratan a salarios más altos, por lo cual las empresas se ven inducidas a trasladar este costo al producto final.

En este orden de ideas expansiones en la demanda estimulada por movimientos de tipos de interés y una política fiscal expansiva (tirón de demanda) llevan consigo un aumento de la producción y del empleo lo que genera presión en la estructura de costos de las empresas lo que a un nivel de pleno empleo se traduce en un incremento en el nivel general de precios de la economía.

Así pues, la teoría keynesiana argumentaba que la inflación obedecía principalmente a los niveles de empleo y aumentos salariales, en este contexto incrementos en la cantidad de dinero generan crecimiento en la demanda agregada, por lo cual solo cuando la economía se encuentra en pleno empleo estos aumentos en la masa monetaria tendrán repercusiones en el nivel general de precios de la economía.

Del planteamiento económico keynesiano se genera la relación inversa entre desempleo e inflación, análisis que fue ampliamente estudiado por (Phillips, 1958) quien realizó una importante asociación entre la tasa de desempleo y la tasa de crecimiento de los salarios nominales a través de un estudio de las tasas de desempleo en el Reino Unido entre 1861 y 1957, denominado curva de Phillips.

En su trabajo Phillips concluye que una reducción de la tasa de desempleo conlleva una alta inflación a su vez que el costo de oportunidad de reducir la inflación es el aumento del desempleo.

“Cuando la demanda de un bien o servicio es relativamente más alta a la oferta, esperamos que el precio suba, siendo la tasa del alza del precio más grande mientras más grande es el exceso de demanda. A la inversa, cuando la demanda es relativamente más baja que la oferta esperamos que el precio baje, siendo la tasa de la caída del precio más grande mientras más grande es la deficiencia de demanda. Parece plausible que este principio debe operar como uno de los factores que determina la tasa de crecimiento de los salarios nominales, que son el precio de los servicios laborales” (Phillips, 1958, pág. 283)

La curva de Phillips genera una relación inversa entre a tasa de desempleo y variación de precios de una economía o inflación, de acuerdo con Phillips (1958) se tiene que:

$$\pi_t = (\mu + z) - \alpha u_t$$

En donde (π) es tasa de inflación en el tiempo t, (μ) y (z) son valores constantes, (α) es la pendiente de la curva y (u) es la tasa de desempleo en el tiempo t.

La relación de la curva de Phillips fue objeto de estudio y diversos cuestionamientos dado que hacia 1970 la economía global se encontraba inmersa en una estanflación y el postulado de Phillips no alcanzaba a explicar los eventos económicos de ese entonces.

Es así como Friedman (1968) y Phelps (1968) realizaron una contribución importante a la curva de Phillips en donde introducen las expectativas pasadas sobre la inflación actual en lo que se denominó la curva de Phillips aumentada, generando una relación entre inflación, desempleo y expectativas en el pasado de la inflación actual con lo cual buscaban capturar los eventos económicos de ese entonces.

En este orden de ideas se tiene que:

$$\pi_t^e = \theta\pi_{t-1}$$

Donde θ explica la influencia de la tasa de inflación del año pasado (π_{t-1}) en la inflación esperada de este año (π_t^e).

Por lo cual se tiene en la curva de Phillips que:

$$\pi_t = \theta\pi_{t-1} + (\mu + z) - \alpha u_t$$

De acuerdo con este planteamiento, cuando $\theta = 0$ se tiene la curva de Phillips inicial, cuando θ es positiva la tasa de inflación depende de la tasa de desempleo y de la tasa de inflación que se tiene del año anterior y cuando $\theta = 1$, la tasa de desempleo no afecta la tasa de inflación sino a la variación de la tasa de inflación, es decir:

$$\pi_t - \pi_{t-1} = (\mu + z) - \alpha u_t$$

Friedman (1968) y Phelps (1968) argumentaban que a tasa de desempleo no podía permanecer por debajo de un determinado nivel al cual llamaron tasa natural de desempleo (μ_n), esta tasa natural de desempleo es aquella con la que la tasa de inflación es igual a la esperada es decir que:

$$0 = (\mu + z) - \alpha u_n$$

Despejando se tiene que:

$$\mu_n = \frac{\mu + z}{\alpha}$$

Por lo cual la curva de Phillips se puede escribir de la forma:

$$\pi_t - \pi_{t-1} = -\alpha(\mu_t - u_n)$$

Esta última ecuación muestra una relación directa entre la tasa de desempleo, la tasa natural de desempleo y la variación de la inflación.

De igual manera y ante los eventos económicos de la época de los años 70, surge el llamado pensamiento monetarista el cual toma nuevamente conceptos de la teoría cuantitativa del dinero para dar una explicación al fenómeno inflacionario, su principal exponente es Milton Friedman.

Los monetaristas sostienen que la inflación proviene de la oferta monetaria la cual es controlada por el banco central, así pues, la inflación se presenta cuando el aumento de la masa de dinero se da por encima del producto real. Friedman (1956) afirma que la inflación es siempre y en todo momento un fenómeno monetario, este razonamiento se convierte en

la principal diferencia frente a los keynesianos pues el pensamiento keynesiano no veía tanta importancia en la oferta monetaria como generadora de un proceso inflacionario.

Así pues, Friedman (1970) realiza toda su teoría monetarista y su crítica frente al pensamiento keynesiano. A través de la teoría monetarista argumenta una relación entre la oferta de dinero e ingreso nominal y como el incremento de la masa monetaria generado por la respectiva autoridad monetaria ocasiona un crecimiento del ingreso nominal lo cual en el largo plazo genera un incremento general del nivel de precios de la economía.

El desarrollo de la teoría monetarista de Friedman recoge el planteamiento keynesiano sobre la demanda de dinero por parte de los individuos es decir toma en cuenta el comportamiento del mercado monetario con referencia a los tipos de interés, sin embargo, anuncia que esta relación es débil para lo cual adicionalmente plantea que la demanda de dinero se veía afectado no solo por el comportamiento de los bonos si no adicionalmente por el desempeño de otros activos.

En este orden de ideas se tiene que:

$$\frac{M^d}{P} = f(r, r_a, \pi^e, w, Y_n, u)$$

En donde (r) es la rentabilidad de los bonos, (r_a) es la rentabilidad de las acciones, (π^e) es la inflación esperada, (w) es el nivel de riqueza, (Y_n) es el nivel de ingreso nominal, (u) las preferencias de los individuos.

La función planteada por Friedman busca explicar la demanda de dinero, Friedman analiza por que los individuos prefieren conservar parte de su renta en dinero frente a la posibilidad de elección de otros activos, partiendo de una restricción presupuestaria la cual está determinada por el nivel de riqueza (w) y en donde adicionalmente se tienen unos gustos o preferencias (u).

De acuerdo con esta función y partiendo de la restricción presupuestaria, se tiene que si la rentabilidad de otro tipo de activos o las expectativas de inflación se incrementan menor será la demanda de dinero. Se tiene pues y como una de las principales diferencias frente a la teoría cuantitativa de dinero es que Friedman introduce en el modelo el efecto que tiene el comportamiento de los tipos de interés y como estos afectan la elección de demanda de dinero frente a otro tipo de activos, adicionalmente Friedman considera que la velocidad de circulación del dinero (v) no es completamente estática sino más bien una variable estable en el largo plazo y que en corto plazo si puede tener fluctuaciones ante cambios en la cantidad de dinero.

Friedman (1970) resume su teoría cuantitativa de dinero en los siguientes postulados: i) Hay una relación coherente, aunque no precisa entre la tasa de crecimiento de la cantidad

de dinero y la tasa de crecimiento del ingreso nominal. ii) Esta relación no se hace evidente a simple vista porque los cambios en el crecimiento monetario tardan en afectar el ingreso y el tiempo que tardan es variable. iii) En promedio, un cambio en la tasa de crecimiento monetario produce un cambio en la tasa de crecimiento del ingreso nominal entre los seis y nueve meses. iv) Los cambios en la tasa de crecimiento del ingreso nominal se reflejan en la producción y no tienen mayor impacto en los precios. v) En promedio, el efecto sobre los precios viene entre seis y nueve meses después del efecto sobre el ingreso y la producción, así que la demora total entre un cambio en el crecimiento monetario y un cambio en la tasa de inflación es en promedio de 12 a 18 meses. vi). Incluso tomando en cuenta la demora en el efecto del crecimiento monetario, la relación está lejos de ser perfecta. vii). En el corto plazo, que puede ser cinco o diez años, los cambios monetarios afectan primordialmente la producción. Por otro lado, midiendo por décadas, la tasa de crecimiento monetario afecta primordialmente a los precios. Lo que sucede con la producción depende de los factores reales. viii). Se deduce de lo anterior que la inflación es siempre y en todas partes un fenómeno monetario en el sentido de que es y sólo puede ser producida por un aumento más rápido de la cantidad de dinero que de la producción.

De otro lado la inflación proveniente de los costos se presenta cuando los salarios se incrementan más rápido que el nivel de productividad de una economía, así pues, por algún factor se genera un incremento general en los salarios lo que conlleva a un aumento en los costos de los factores de producción de las empresas el cual es transferido a producto final, los salarios más altos permiten a los consumidores realizar compras a precios más altos lo que a su vez genera un espiral inflacionario pues esta presión en los precios genera un incremento en el nivel de precios de una economía conllevando a nuevos incrementos en los salarios .

Por su parte la postura de que la inflación puede ser estructural plantea que esta no es generada por un desbalance de la oferta o la demanda si no que puede provenir de desequilibrios de sectores específicos de la economía en este sentido un déficit de un determinado producto puede influir sobre el costo de producción de otros bienes lo que genera un incremento del nivel de precios general de una economía.

Lo anteriormente expuesto obedece a las principales teorías económicas que han abordado el proceso inflacionario. Todas estas teorías han demostrado describir y explicar cómo se genera inflación en una economía teniendo presente el contexto económico de la época, sin embargo, dada la apertura de mercados es cada vez más recurrente que los diferentes choques externos a los que se encuentran expuestas las económicas generen desbalances muchos de los cuales pueden conllevar a presiones inflacionarias que en ocasiones son difíciles de cuantificar desde la teoría económica.

Si bien es cierto no hay una teoría económica que relacione el proceso inflacionario con la lógica difusa, esta última ha sido ampliamente utilizada para abordar problemas de tipo económico en donde se tienen variables de difícil cuantificación y medición, razón por la cual resulta pertinente abordar el estudio del proceso inflacionario desde esta metodología

teniendo presente todo el desarrollo y postulados económicos que se tienen para realizar la respectiva inferencia económica en el modelo propuesto.

Incertidumbre en Inflación

En la época reciente, los hacedores de la política monetaria han entendido la importancia de transmitir de forma clara sus diferentes estrategias. Más aun desde los años 1990s, se han vuelto cada vez más abiertos en discutir sus acciones, objetivos y perspectivas que tienen sobre el desempeño económico y del impacto que su política tiene en las expectativas que se forman los diferentes agentes económicos.

Estas expectativas en inflación influyen de manera transcendental en las decisiones económicas, como lo es el ahorro o la inversión, las compras de bienes, servicios y las negociaciones de los salarios entre otras.

Gran parte de esta discusión en cuanto a la política monetaria de los países de economía abierta se ha centrado en anclar las expectativas en inflación, las cuales representan principalmente: i) insumo importante en la fijación de precios y salarios en una economía, ii) son utilizadas para evaluar la credibilidad en cuanto al objetivo de inflación por parte del banco central.

La manera en que los mercados financieros perciben las acciones por parte del banco central sobre el futuro de la política monetaria genera movimientos en la curva a plazos de las tasas de interés generando un mecanismo de transmisión directa de las acciones de política monetaria a la economía en general.

En la teoría macroeconómica tradicional, las expectativas de inflación son medidas bajo el supuesto de expectativas racionales, en donde cualquier agente económico en el modelo puede producir una única expectativa de inflación en cualquier horizonte de tiempo, sin embargo, en la realidad para medir las expectativas de inflación los bancos centrales utilizan diferentes aproximaciones como: i) pronósticos basados en encuestas realizados a profesionales del mercado y economistas ii) pronósticos basados en encuestas realizadas a los hogares y las empresas y iii) precios de mercado que se generan basados en las medidas tomadas por parte del banco central.

Esta forma de estimar las expectativas en inflación puede presentar sesgos ya que las predicciones sobre el futuro suelen ser argumentadas teniendo presente el comportamiento pasado a su vez las experiencias más extremas (Morewedge, Gilbert , & Wilson, 2005).

Si bien es cierto y siguiendo a Abdelsalam (2016) desde que la política monetaria de inflación objetivo ha sido implementada en economías desarrolladas esta ha logrado su objetivo de control de inflación, sin embargo para el caso de economías emergentes este modelo ha mostrado no ser del todo eficiente dado que la globalización y con ella la apertura de mercados ha generado mayores flujos de capitales los cuales en determinados momentos generan presiones inflacionarias.

Abdelsalam (2016) afirma y de acuerdo Taylor (2000) las economías emergentes deben mantener su inflación objetivo como un régimen de la política monetaria, una regla de política monetaria y un tipo de cambio flexible. En el cual la estabilidad de precios debe ser entendida en el largo plazo, en donde los bancos centrales deben anunciar un objetivo de inflación de mediano plazo para luego compararlo frente al valor de inflación dado en la economía y en este orden de ideas utilizar la tasa de intervención como mecanismo de control por lo cual es un requisito fundamental mantener un mecanismo transparente de comunicación de su política con el fin de mantener las expectativas de mercado.

Sin embargo y de acuerdo con Abdelsalam (2016) modelar y pronosticar la inflación no es una tarea fácil ya que la política monetaria está rodeada por un alto grado de incertidumbre debido al gap que se puede presentar entre la ocurrencia de los choques externos y la implementación de la política, a su vez que los formuladores de la política en ocasiones no pueden explorar con claridad la precisión de la dinámicas de las variables claves en el ciclo económico que afecta inflación, para lo cual la mayoría de bancos centrales emplean modelos econométricos para identificar la respuesta frente a los choques externos sin embargo no dejan de ser una mera aproximación ya que sus valores reales son desconocidos además dichos valores pueden ir cambiando en el tiempo debido a cambios estructurales en la economía y por último la verdadera especificación de estos modelos sigue siendo desconocida debido a retrasos debido a la información disponible que se tiene sobre los procesos económicos.

Se considera en este orden de ideas que la inflación es una variable que conlleva un alto grado de incertidumbre dado que no se tiene certeza del valor de todos los procesos económicos.

Importancia del control de la inflación

La historia económica ha demostrado que altas inflaciones han ido acompañadas o son el resultado de profundas crisis económicas, Europa en los años 1920s; Grecia, Hungría y China luego de la segunda guerra mundial, la economía mundial en los años 1980s. Sobre estos periodos de altas inflaciones se han escritos innumerables documentos que tratan de explicar estos acontecimientos Cagan (1956), Yeager (1981), Dornbusch y Fisher (1986).

En estos eventos de alta inflación, de acuerdo con Dornbusch et al. (1990) se generan en la mayoría de los casos procesos de desmonetización, déficits crecientes, ajustes frecuentes

de los salarios y precios que generan cambios estructurales en las economías las cuales no son sostenibles en el tiempo. Por un lado, los Bancos Centrales pierden credibilidad de su política y sus decisiones son encaminadas a tratar de estabilizar una economía cada vez más impredecible a su vez que los diferentes agentes económicos acortan el horizonte de sus decisiones dada la alta incertidumbre, generado en muchos casos un profundización de la crisis económica.

Latinoamérica no ha sido ajena a estos procesos de alta inflación quizá el periodo más relevante en la región fue el en los años 1980s, en donde los modelos económicos que se tenían implementados en ese entonces junto con choques provenientes de los precios del petróleo, variación de los precios de los alimentos y altas tasas de interés generaron altas inflaciones y crisis económica en la región. Las siguientes tablas muestran lo anteriormente expuesto.

% Variación de crecimiento per capita					
	1970s	1980s	1990s	Variación 1970s-1980s	Variación 1980s-1990s
Argentina	1.5	-2.9	3.2	-4.4	6.1
Brasil	5.9	-0.4	1.3	-6.3	1.7
Chile	1.1	2.1	4.9	1.0	2.8
Colombia	3.3	1.3	0.8	-2.0	-0.5
México	4.3	-0.3	1.8	-4.6	2.1
Perú	0.6	-2.9	2.1	-3.5	5.0
Venezuela	-0.4	-1.7	-0.1	-1.3	1.6
Average	2.3	-0.7	2.0	-3.0	2.7
Promedio Ponderado	3.8	-0.6	1.7	-4.4	2.3
Estados Unidos	1.7	2.2	2.0	0.5	-0.2

Tabla 1: Variación de crecimiento Latinoamérica, fuente (Fraga, 2004)

Tasas de inflación			
	1980s	1990s	1995-2000
Argentina	437.6	14.9	-0.1
Brasil	336.3	199.9	3.7
Chile	20.3	9.4	2.5
Colombia	23.7	20.1	7.4
México	65.1	18.3	9.1
Perú	332.1	38.1	3.4
Venezuela	23.2	43.3	19.3
Average	176.9	49.1	6.5
Promedio Ponderado	223.3	92.3	5.5
Estados Unidos	4.7	2.8	1.2

Tabla 2: Tasas de inflación en Latinoamérica, fuente (Fraga, 2004)

Número de crisis por década		
	1980s	1990s
Argentina	7	0
Brasil	5	3
Chile	3	0
Colombia	3	1
México	3	2
Perú	2	0
Venezuela	3	3

Tabla 3: Eventos de crisis por década en Latinoamérica, fuente (Fraga, 2004)

Todos estos sucesos económicos han generado que hoy en día los principales bancos centrales tengan como objetivo dentro de su política monetaria el control de la inflación, la importancia radica en que el no control de esta conlleva profundas crisis económicas.

La historia del comportamiento de la inflación en Colombia no ha sido diferente a los sucesos económicos globales. En el en el periodo comprendido entre 1970 y 1992 la inflación en Colombia superaba el 20% dada la situación económica previamente descrita. Sin embargo, gracias a las diferentes estrategias implementadas por parte del Banco de la República el país ha vivido un proceso de desaceleración de la inflación. La siguiente grafica muestra el comportamiento histórico de la inflación en Colombia.

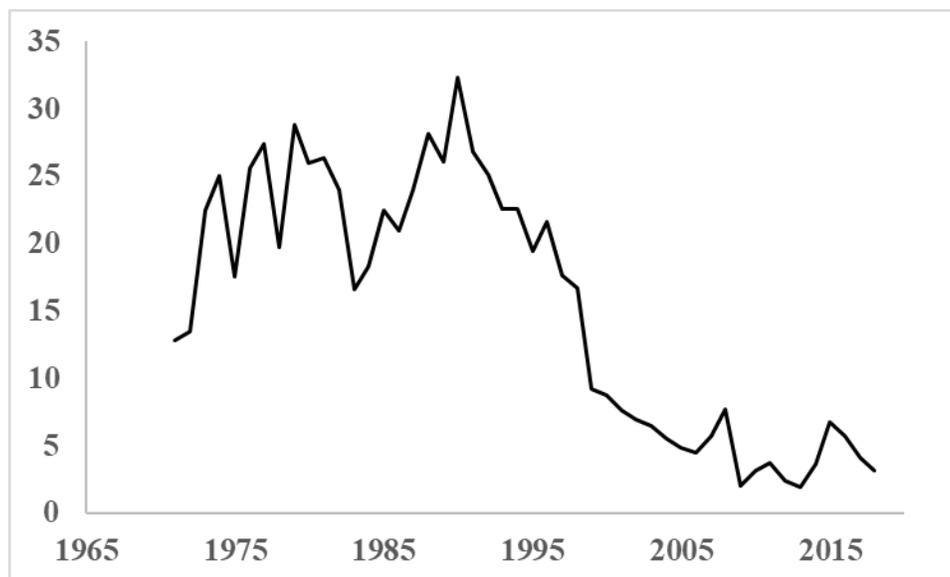


Gráfico 1: Inflación en Colombia, fuente (DANE, 2019)

En el periodo comprendido entre 1992 y 1999, la política monetaria era guiada con un esquema de bandas cambiarias en el cual de acuerdo con la estrategia del Banco de la República la banda cambiaria permitía absorber los choques externos y minimizaba el conflicto entre tipo de cambio e inflación.

Posteriormente en el año 1999, se introdujo el tipo de cambio flotante, momento en el cual una serie de reformas estructurales en la economía ya habían sido implementadas; Déficit en cuenta corriente se había estabilizado, el sistema financiero se había fortalecido y Colombia había entrado en un programa con el Fondo Monetario Internacional (FMI) para corregir los problemas estructurales de las finanzas públicas, (Gomez, Uribe, & Vargas, 2002).

Con la introducción del tipo de cambio flexible, las discusiones en política monetaria por parte del Banco de la República se han vuelto más abiertas acompañadas del incremento de expectativas por parte de los mercados financieros.

En respuesta a esto el Banco de la República ha diseñado un mecanismo transparente de transmisión de su política monetaria, es así como de manera trimestral Banco de la República publica su informe trimestral de inflación el cual va acompañado con sus respectivos pronósticos y las declaraciones realizadas por los miembros de la Junta Directiva.

Frente a los pronósticos de inflación, el Banco de la República ha implementado una serie de modelos los cuales se resumen principalmente (Gomez, Uribe, & Vargas, 2002); Modelo de mecanismos de transmisión (MMT), usados para pronosticar y analizar la política monetaria, una combinación de modelos estructurales (CSM), modelos de inflación de alimentos vía tipo de producto, modelos neoclásicos de crecimiento usados para pronosticar el crecimiento potencial de la economía, modelos para pronosticar inflación del lado de la oferta, modelos autorregresivos entre otros.

Estos modelos son actualizados de manera continua una vez el DANE publica el dato de inflación mensual, con el fin de guiar de manera apropiada las decisiones en política monetaria. El siguiente cuadro resumen como todos estos modelos son utilizados de acuerdo con el Banco de la República.

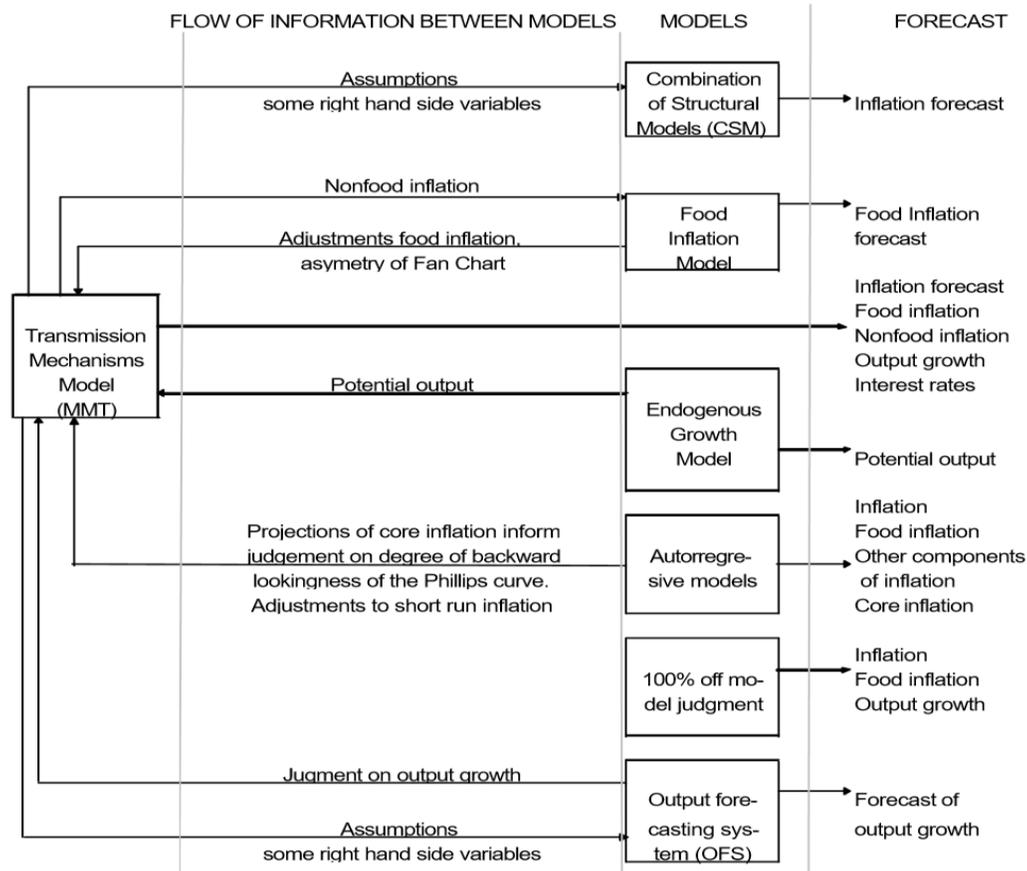


Gráfico 2: Sistema de pronóstico de inflación Banco de la República, fuente (Gomez, Uribe, & Vargas, 2002).

Estas decisiones en política monetaria y siguiendo al Banco de la República son tomadas principalmente de acuerdo con el desempeño actual de la economía y la perspectiva que se tiene del desempeño futuro.

Para cumplir con su objetivo, el Banco de la República realiza un monitoreo constante de la información disponible de las principales variables macroeconómicas como lo son crecimiento, desempleo, balanza comercial entre otras, a su vez que realiza estimaciones sobre variables que no son directamente observables como la tasa de desempleo natural, brecha del producto, tipo de cambio en equilibrio.

De acuerdo con el Banco de la República en la mayoría de los casos, resulta difícil predecir el origen, la persistencia y la magnitud de los choques externos que afectan el desempeño de las principales variables económicas entre ellas la inflación.

Estos choques pueden provenir de cambios en política monetaria de economías desarrolladas y los movimientos de capitales que esta conlleva, variaciones de precios internacionales de los principales commodities, cambio climático que afecta la oferta de productos alimenticios entre otras.

Por otro lado, y siguiendo la política monetaria del Banco de la República el alcance de su política no siempre es predecible, ya que depende como se comentó anteriormente de las expectativas que se forman los agentes sobre el comportamiento futuro de la actividad económica en general, pues el mecanismo de transmisión vía tipos de interés no siempre tiene la misma magnitud. Lo anterior se puede definir como el grado de incertidumbre que se tiene de la economía en general.

Metodología

De acuerdo con principales tipos de controles difusos los cuales son explicados en los anexos del presente documento (Ver controles difusos) se siguió la metodología Mamdani (1975).

En este orden de ideas en el diseño del modelo de lógica difusa para realizar el pronóstico sobre inflación en Colombia, se definieron en primera instancia las variables que de acuerdo con la metodología implementada por el Banco de la República explican el proceso inflacionario, (Gomez, Uribe, & Vargas, 2002); adicionalmente se adicionaron variables de tipo difuso como el clima la cual es expuesta en las reuniones de la Junta Directiva del Banco de la República (Banco de la República , 2019).

A través de la metodología tipo Mamdani se categorizaron las variables de entrada por medio de clasificaciones de tipo lingüístico a las cuales se le asignaron las respectivas funciones de pertenencia de acuerdo con el conocimiento que se tiene sobre el proceso inflacionario. (Ver selección y especificación de variables).

Una vez seleccionadas las variables de entrada del modelo difuso de tipo Mamdani, se procedió a definir las reglas difusas del modelo de la forma: *SI x es A ENTONCES y es C*, de acuerdo con la teoría de controles difusos, (Ver reglas de inferencia difusa).

Posteriormente se utilizó la herramienta Fuzzy Logic toolbox de Matlab para correr el modelo (Ver sistema de inferencia difuso del presente capítulo).

Selección del periodo a estimar

Siguiendo a Melo y Misas (2004), los modelos macroeconómicos son vulnerables a cambios estructurales ya que los mismos son basados en un conjunto de relaciones causa

efecto las cuales pueden cambiar en el tiempo de acuerdo con cambios estructurales de la economía.

En este orden de ideas se tomó como tiempo analizado el periodo de tiempo comprendido entre los años 2010 y 2018.

Se considera este lapso con condiciones económicas relativamente uniformes: recuperación económica luego de la crisis financiera del 2008, en donde la política económica de Colombia ha sido regida bajo el mismo esquema de inflación objetivo con un tipo de cambio flexible. En la década de los años 90 Colombia tenía un régimen de tipo de cambio de bandas cambiarias.

De otro lado se realiza la elección de temporalidad anual ya que, por ley cada año la Junta del Banco de la República de manera directa anuncia su expectativa de inflación la cual se enmarca dentro su objetivo de inflación de largo plazo de un rango entre 2% y 4%.

A su vez, las acciones de política monetaria tienen efecto sobre la inflación con rezagos superiores a seis meses (Gomez, Uribe, & Vargas, 2002), por lo cual horizontes de corto plazo en objetivos de inflación en Colombia no podrían ser alcanzados por la política monetaria, razón por la cual se considera pertinente realizar estimación de la inflación anual.

Selección y especificación de variables

De acuerdo con el esquema de inflación objetivo y los diferentes modelos introducidos por parte del Banco de la República para pronosticar inflación, basados principalmente en el Modelo de Mecanismos de Transmisión (MMT), y siguiendo la regla de Taylor (1993) se plantean las siguientes variables de entrada: Brecha de Producto, inflación rezagada un periodo, tipo de cambio y clima.

Posteriormente, se procedió con la especificación de estas bajo la metodología de lógica difusa tipo Mamdani, con el fin de determinar las funciones de membresía para cada una de las variables.

Las especificaciones de las funciones de membresía de cada una de las variables de entrada del modelo de lógica difusa tipo Mamdani fueron diseñadas de manera triangular Zimmermann (2001).

Brecha del producto

Se define como brecha de producto, la diferencia entre el crecimiento potencial de una economía y el crecimiento real.

Cuando esta diferencia es positiva significa que la economía está operando por encima de su potencial y (en pleno empleo) generado un auge inflacionario y al contrario cuando esta brecha es negativa la economía está creciendo por debajo de su potencial (menos de su pleno empleo). En este orden de ideas se tiene una relación directa entre la brecha del producto e inflación.

La estimación del PIB potencial fue tomada del informe técnico del Ministerio de Hacienda (Jaramillo, Hofstetter, Perez, Velazco, & Fernandez, 2017) y del informe sobre consideraciones sobre el PIB Potencial en Colombia realizado por el Banco de la Republica (Velasco, 2017) , de otro la variación anual de crecimiento fue tomada del Informe del producto interno bruto anual publicado por el DANE (2019).

Periodo	PIB Potencial	PIB Real	Brecha del Producto
2010	5.10	4.0	-1.13
2011	4.60	6.6	1.99
2012	4.9	4.0	-0.86
2013	3.5	4.9	1.37
2014	4	4.4	0.39
2015	4.4	3.1	-1.35
2016	3.5	2.0	-1.46
2017	3.6	1.8	-1.83
2018	3.7	2.7	-1.00

Tabla 4: Brecha del Producto, (Elaboración propia)

Las funciones de membresía con sus respectivos valores fueron seleccionados de acuerdo con la teoría que se tiene con respecto al PIB Potencial en Colombia (Velasco, 2017), además del comportamiento histórico que se tiene en esta variable.

En este sentido se tienen las siguientes funciones de membresía para la variable Brecha de Producto: Crecimiento por encima de su potencial (brecha del producto positiva), en su potencial y crecimiento por debajo de su potencial (brecha del producto negativa).

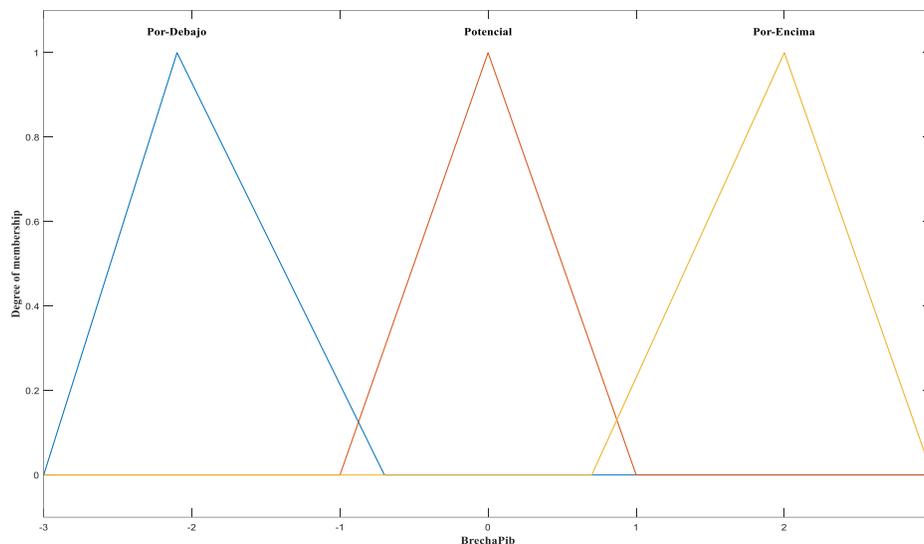


Gráfico 3: Funciones de membresía Brecha del PIB (Cálculos propios)

Inflación

Se considera como determinante de la inflación futura las condiciones actuales en cuanto a inflación. Por su parte el esquema de inflación objetivo adoptado por el Banco de la República plantea una relación directa entre tasa de intervención, inflación y brecha de producto siguiendo la regla de Taylor (1993), buscando optimizar la aplicación de la política monetaria. La inflación anual fue tomada del reporte anual publicado por el DANE (2019).

Período	% Variación anual Inflación
2010	3.17
2011	3.73
2012	2.44
2013	1.94
2014	3.66
2015	6.77
2016	5.75
2017	4.09
2018	3.18

Tabla 5: Variación anual de la inflación, fuente (DANE, 2019).

Las funciones de membresía para la variable inflación se definieron teniendo presente el rango meta del Banco la República (Ver capítulo inflación en Colombia) y el comportamiento histórico que ha tenido dicha variable.

En este sentido se tienen las siguientes funciones de membresía para la variable inflación: Muy por debajo de RM, Por debajo de RM, Rango Meta, Por encima de RM, Muy por encima de RM.

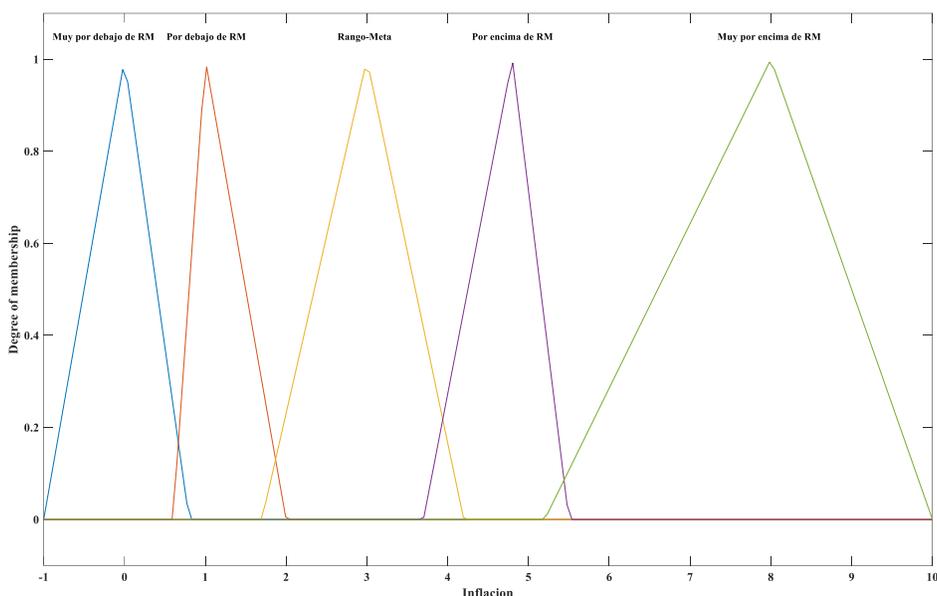


Gráfico 4: Funciones de membresía inflación (Cálculos propios)

Tipo de cambio

Bajo el modelo de inflación objetivo el Banco de la República adoptó un esquema de tipo de cambio flexible que opera como una variable de ajuste ante los choques que recibe la economía. No obstante, lo anterior y de acuerdo con la política de inflación objetivo el Banco de la República tiene la potestad de intervenir el mercado de divisas para que la volatilidad de tipo de cambio no afecte el logro de su política.

Los movimientos importantes en el tipo de cambio (devaluaciones / revaluaciones) tienen un impacto directo en la balanza comercial (importaciones / exportaciones) generando “pass through cost” en inflación, el cual el Banco de la República considera como choques transitorios sin embargo la persistencia de estos choques puede generar presiones inflacionarias.

Sobre los efectos del tipo de cambio en inflación de acuerdo con Rincón Castro (2017) muestra que el grado de transmisión de los movimientos de la tasa de cambio sobre la inflación va a depender del tipo de perturbación que lo cause, para lo cual no debería haber una regla específica de “pass through cost” en la toma de decisiones en política monetaria.

De acuerdo con lo anterior se considera que el tipo de cambio es una variable de tipo difusa y debe ser incluida como variable de entrada en el modelo. Los valores del tipo de cambio fueron tomados de la página del Banco de la República usando como referencia Tasa Representativa del Mercado al cierre de cada año para calcular respectiva de revaluación o devaluación anual (Banco de la República , 2019).

Periodo	TRM	%Devaluación / Revaluación
2010	1914	-6.4
2011	1943	1.5
2012	1768	-9.0
2013	1927	9.0
2014	2392	24.2
2015	3149	31.6
2016	3001	-4.7
2017	2984	-0.6
2018	3250	8.9

Tabla 6: Variación de tipo de cambio anual Colombia, fuente (Banco de la República , 2019)

Las funciones de membresía con sus respectivos valores fueron seleccionados de acuerdo con el comportamiento histórico que se tiene de esta variable en Colombia luego de la implementación de tipo de cambio flexible Colombia, esta variable se considera de alta incertidumbre ya que su comportamiento obedece al desempeño de la economía colombiana a su vez que choques externos provenientes de movimientos de flujos de capital.

Se tienen las siguientes funciones de membresía para la variable Tipo de Cambio: Revaluación, estable y devaluación.

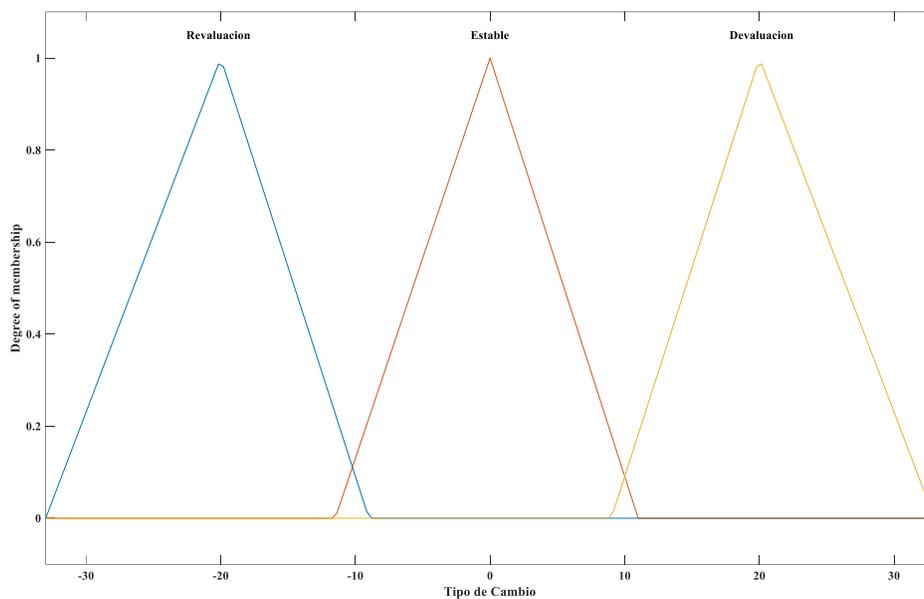


Gráfico 5: Funciones de membresía tipo de cambio (Cálculos propios)

Clima

Las alteraciones del clima tienen un efecto cada vez mayor en la actividad económica del mundo, en Colombia las alteraciones climáticas provienen principalmente de la variabilidad interanual del Pacífico Tropical y particularmente del ciclo ENSO (Niño Southern Oscillation) (Montealegre, 2009).

A su vez que el comportamiento del clima cobra cada vez más relevancia en las discusiones de política monetaria por parte del Banco de la República ya que el comportamiento de este afecta de manera directa la inflación.

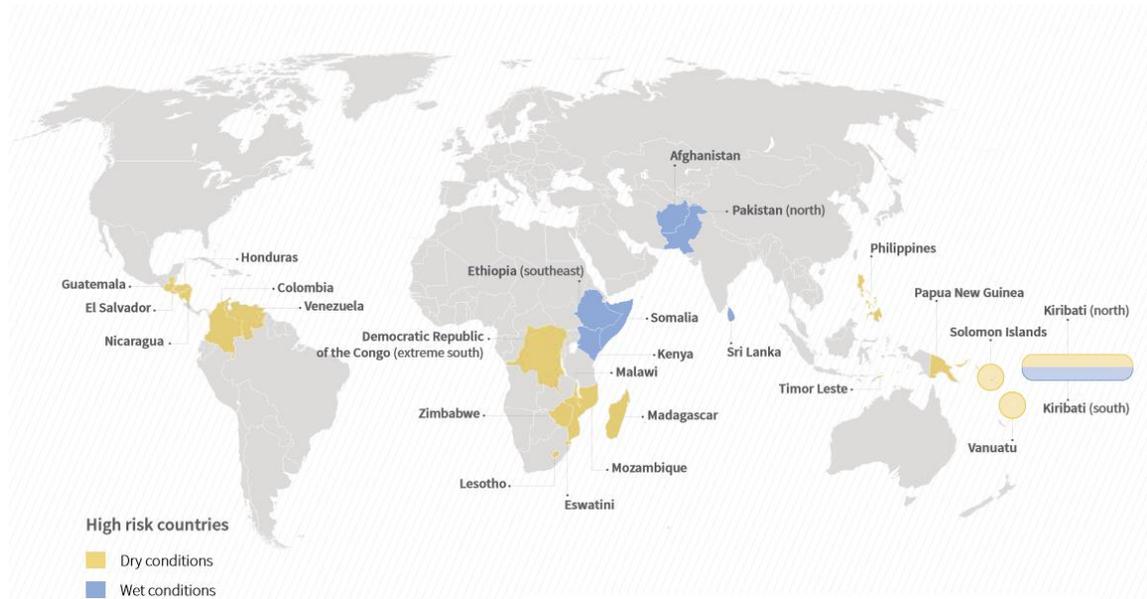


Gráfico 6: Condiciones climáticas del niño, periodo octubre 2018- abril 2019 (Food and Agriculture Organization of the United Nations, 2019)

Desde el año 1955, la presencia o ausencia de las condiciones resultantes del fenómeno del niño han sido medidas a través del índice ONI (Oceanic Nino Index) (National Oceanic and Atmospheric Administration, NOAA, 2019).

Este índice tiene media cero y los valores por debajo de la media suponen eventos ecuatoriales más fríos y por encima más cálidos; desviaciones del ONI por fuera del intervalo $(-0.5, 0.5)$ corresponden a anomalías climáticas: La Niña y el Niño respectivamente.

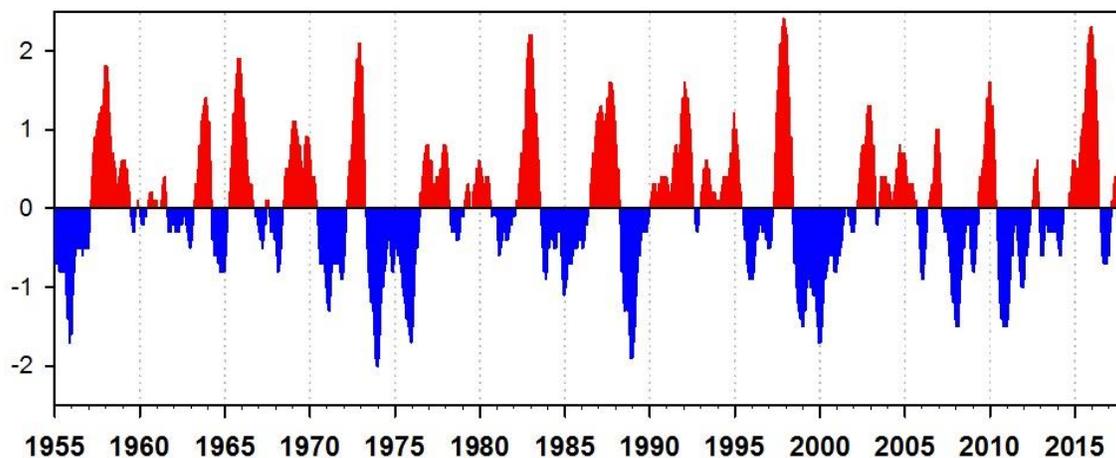


Gráfico 7: ONI Período 1955-2019, fuente (National Oceanic and Atmospheric Administration, NOAA, 2019)

La siguiente tabla muestra la variación climática del ONI para periodos mensuales desde el año 2010 al año 2018. Como variable de entrada en el cálculo de la inflación se realizó un promedio simple anual, es decir promedio del clima durante el año.

Período	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	Promedio Índice ONI
2010	1.5	1.3	0.9	0.4	-0.1	-0.6	-1.0	-1.4	-1.6	-1.7	-1.7	-1.6	-0.5
2011	-1.4	-1.1	-0.8	-0.6	-0.5	-0.4	-0.5	-0.7	-0.9	-1.1	-1.1	-1.0	-0.8
2012	-0.8	-0.6	-0.5	-0.4	-0.2	0.1	0.3	0.3	0.3	0.2	0.0	-0.2	-0.1
2013	-0.4	-0.3	-0.2	-0.2	-0.3	-0.3	-0.4	-0.4	-0.3	-0.2	-0.2	-0.3	-0.3
2014	-0.4	-0.4	-0.2	0.1	0.3	0.2	0.1	0.0	0.2	0.4	0.6	0.7	0.1
2015	0.6	0.6	0.6	0.8	1.0	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	2.5	2.6	1.5
2016	2.5	2.2	1.7	1.0	0.5	0.0	-0.3	-0.6	-0.7	-0.7	-0.7	-0.6	0.4
2017	-0.3	-0.1	0.1	0.3	0.4	0.4	0.2	-0.1	-0.4	-0.7	-0.9	-1.0	-0.2
2018	-0.9	-0.8	-0.6	-0.4	-0.1	0.1	0.1	0.2	0.4	0.7	0.9	0.8	0.0

Tabla 7: Variación mensual ONI, periodo 2010-2018, fuente (National Oceanic and Atmospheric Administration, NOAA, 2019)

Para la especiación de las funciones de membresía y grados de pertenencia se tomó en cuenta el comportamiento histórico del índice y la manera en cómo el índice ONI mide eventos climáticos relacionados con la Niña y el Niño.

De acuerdo con lo anterior se tienen las siguientes funciones de membresía para la variable Clima: lluvioso, estable y seco.

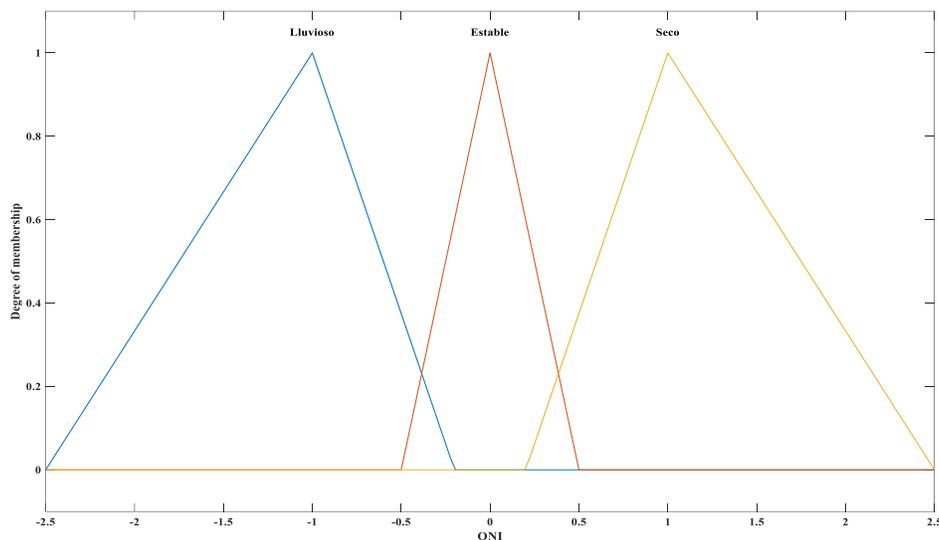


Gráfico 8: Funciones de membresía ONI (Cálculos propios)

Reglas de inferencia difusa

Una vez especificadas las variables del modelo de lógica difusa tipo Mamdani, se procedió a realizar las reglas de inferencia, las cuales fueron seleccionadas de acuerdo con las diferentes teorías que se tienen sobre el ciclo inflacionario (Ver capítulo teorías sobre el ciclo inflacionario) y al modelo de inflación objetivo del Banco de la República (Ver inflación en Colombia).

En este sentido se tiene un total de 135 reglas de inferencia resultantes del número de variables de entrada y sus respectivas funciones de membresía.

Variable	Funciones de Membresía				
Brecha de PIB	Por Encima	Potencial	Por Debajo		
Inflación	Muy por debajo de RM	Por debajo de RM	Rango Meta	Por encima de RM	Muy por encima de RM
Tipo de Cambio	Revaluación	Estable	Devaluación		
Clima	Lluvioso	Estable	Seco		

Tabla 8: Variables de entrada y funciones de membresía (Elaboración propia)

La siguiente tabla resume las reglas de inferencia diseñadas para el modelo de lógica difusa de tipo Mamdani para el cálculo de la inflación en Colombia.

Reglas de inferencia				4.Tipo de Cambio COP/USD			
				4. Tipo de Cambio			
				Revaluación	Estable	Devaluación	
				INFLACIÓN			
1.Brecha PIB	Por encima de su potencial (Brecha del Producto positiva)	2.Clima	Sequia	Muy por encima de RM	Muy por encima de RM	Muy por encima de RM	Muy por encima de RM
				Por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Muy por encima de RM
				RM	RM	RM	Muy por encima de RM
			Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por encima de RM	
			Muy por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	RM	
			Muy por encima de RM	Muy por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	
	Por encima de RM	Por encima de RM	RM	Por encima de RM			
	RM	RM	Por debajo de RM	RM			
	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	RM			
	Muy por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM			
	Por encima de RM	Muy por encima de RM	Muy por encima de RM	Muy por encima de RM			
	RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Muy por encima de RM			
RM	RM	Por encima de RM	Muy por encima de RM				
Por debajo de RM	RM	RM	Por encima de RM				
Muy por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	RM				
En su potencial	Sequia	Muy por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Muy por encima de RM		
		Por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM		
		RM	RM	RM	Muy por encima de RM		
	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por encima de RM			
	Muy por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	RM			
	Muy por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM			
Por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM				
RM	RM	RM	RM				
Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	RM				
Muy por debajo de RM	Muy Por debajo de RM	Muy Por debajo de RM	Por debajo de RM				
Por debajo de su potencial (Brecha del Producto negativa)	Lluvioso	Muy por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Muy por encima de RM		
		Por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Muy por encima de RM		
		RM	RM	RM	Muy por encima de RM		
	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por encima de RM			
	Muy por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	RM			
	Muy por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM			
Por encima de RM	Por encima de RM	RM	Por encima de RM				
RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	RM				
Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM				
Muy por debajo de RM	Muy Por debajo de RM	Muy Por debajo de RM	Muy Por debajo de RM				
	Sequia	Muy por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Muy por encima de RM		
		Por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Muy por encima de RM		
		RM	RM	RM	Muy por encima de RM		
	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por encima de RM			
	Muy por debajo de RM	Muy Por debajo de RM	Muy Por debajo de RM	RM			
	Muy por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM			
Por encima de RM	Por encima de RM	RM	Por encima de RM				
RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	RM				
Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM				
Muy por debajo de RM	Muy Por debajo de RM	Muy Por debajo de RM	Muy Por debajo de RM				
	Estable	Muy por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Muy por encima de RM		
		Por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Muy por encima de RM		
		RM	RM	RM	Muy por encima de RM		
	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por encima de RM			
	Muy por debajo de RM	Muy Por debajo de RM	Muy Por debajo de RM	RM			
	Muy por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM			
Por encima de RM	Por encima de RM	Por encima de RM	Muy por encima de RM				
RM	RM	RM	Muy por encima de RM				
Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por debajo de RM	Por encima de RM				
Muy por debajo de RM	Muy Por debajo de RM	Muy Por debajo de RM	RM				

Tabla 9: Reglas de inferencia difusa (Elaboración propia)

Sistema de inferencia difuso

Una vez establecidas las reglas de inferencia se procedió a programar el modelo tipo Mamdani en la herramienta Fuzzy Logic toolbox de Matlab. Para esto se realizó el proceso de defuzzificación utilizando el método Centroide (Zimmermann, 2001).

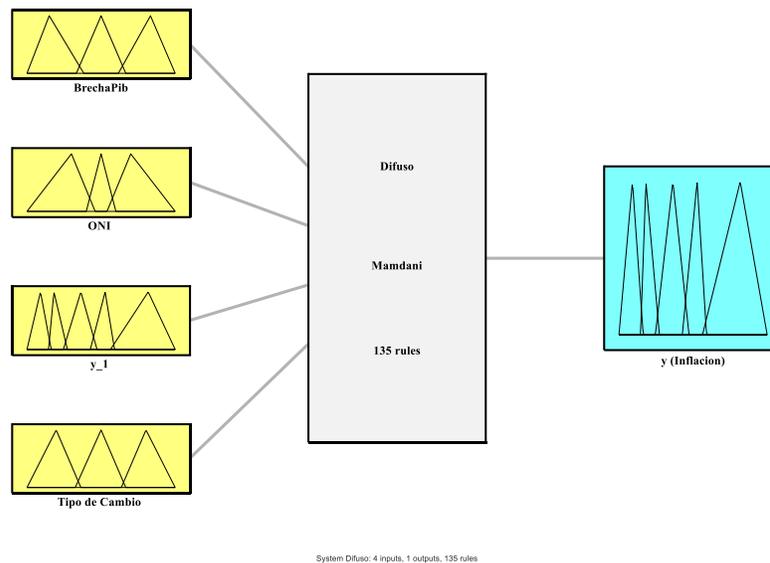


Gráfico 9: Sistema de control difuso para la inflación en Colombia (Herramienta Matlab, elaboración propia)

Resultados

Una vez ejecutado el modelo de control difuso se comparó la inflación estimada frente al dato de inflación anual presentado por el DANE (2019) con el objetivo de analizar la efectividad de pronóstico.

La siguiente tabla resume los resultados del sistema de lógica difusa para el cálculo de la inflación anual en Colombia.

Periodo	Y (Inflación)	Y (Estimado)	Desviación
2010	3.17	2.5571	0.6129
2011	3.73	4.6581	-0.9281
2012	2.44	2.6067	-0.1667
2013	1.94	2.5139	-0.5739
2014	3.66	2.9539	0.7061
2015	6.77	7.619	-0.849
2016	5.75	4.6251	1.1249
2017	4.09	4.6178	-0.5278
2018	3.18	3.2566	-0.0766
	Promedio		-0.07536

Tabla 10: Inflación anual en Colombia (observada) frente a estimación modelo difuso (cálculos propios).

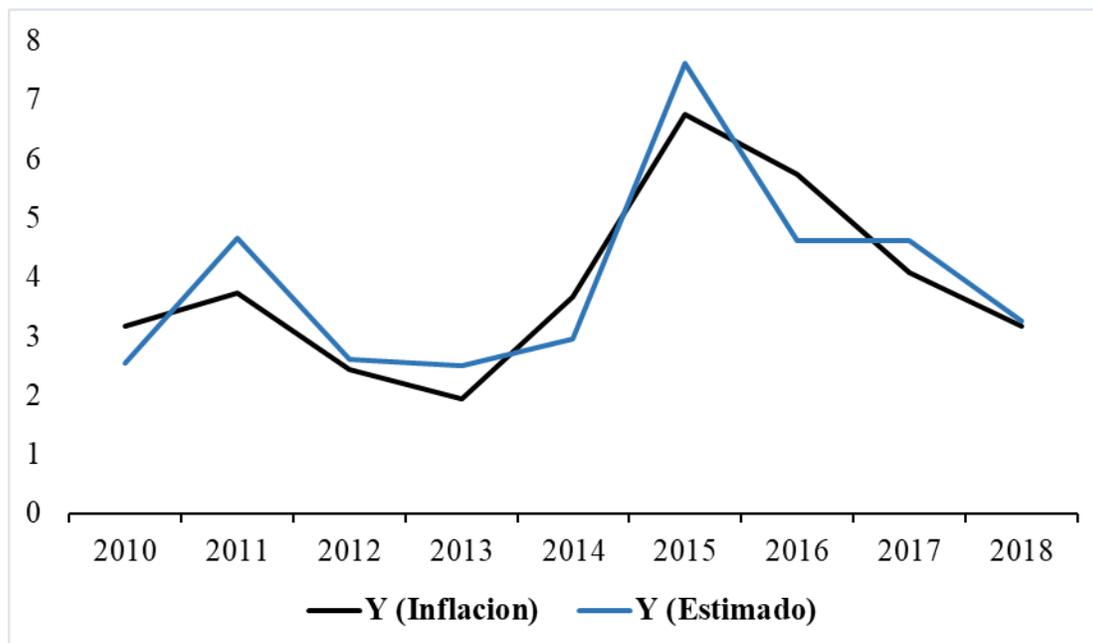


Gráfico 10: Inflación observada frente a la inflación estimada modelo difuso (cálculos propios)

Si bien es cierto durante el tiempo analizado los resultados muestran que en general el modelo de control difuso presenta un comportamiento similar y consistente frente al dato

anual de inflación reportado por el DANE, hay periodos de tiempo donde el modelo no logra capturar completamente las variaciones anuales que se presentan en la inflación, esto debido a que hay variables que afectan la inflación en Colombia como los precios internacionales del petróleo las cuales no son contempladas en el modelo propuesto.

Esta situación representa una de las principales restricciones de los modelos de lógica difusa ya que una mayor cantidad de variables de entrada implica mayor número de reglas de inferencia difusa y genera mayor complejidad e ineficiencia en la elaboración de este tipo de modelos.

Conclusiones

Teniendo presente la teoría macroeconómica y de acuerdo con los resultados arrojados por el modelo se pueden hacer las siguientes inferencias económicas:

Como es de esperarse, momentos de auge económico es decir cuando la economía se encuentra creciendo por encima de su potencial la inflación es presionada al alza. Ver comportamiento de la inflación año 2010, 2013 y 2014. Si bien es cierto el modelo difuso no logra capturar el incremento de la inflación en el año 2010 el cual podría ser explicado cómo se comentó anteriormente por la variación de los precios internacionales del petróleo, variable que no está cuantificada de manera directa en el modelo, para los años 2013 y 2014 los resultados son consistentes con la teoría y los valores de inflación registrados.

De otro lado, choques del lado de la oferta provenientes del grado de devaluación o revaluación de la moneda y la persistencia de este suceso acompañados de variaciones climáticas fenómeno del niño o niña pueden conducir a altas inflaciones incluso en momentos en que la economía se encuentra creciendo por debajo de su potencial como lo ocurrido en el año 2015, en esta situación adicional a las acciones de política monetaria que impulsen el crecimiento puede ser pertinente un incremento del gasto por parte del gobierno que ayude al sector agrícola.

Como conclusiones generales se plantea que los modelos de control permiten realizar aproximaciones a problemas económicos en condiciones de incertidumbre en donde no se tiene plena certeza del valor de algunas variables macroeconómicas que afectan el comportamiento de la variable sujeto de estudio como es el caso de inflación en Colombia.

En este sentido, a través de esta metodología se adicionan variables de difícil cuantificación y medición como tipo de cambio y variación del clima y que tienen un efecto directo en el comportamiento de la inflación en Colombia, gracias a la ponderación que permite la lógica difusa de valoraciones lingüísticas, lo cual se convierte en una alternativa interesante frente a los modelos tradicionales utilizados por el Banco de la República enunciados en el desarrollo del presente documento.

Los modelos de lógica difusa presentan como restricción el número de variables de entrada ya que cuanto mayor número de variables se tienen contempladas más difícil se hace el diseño de las reglas de difusión y las mismas pueden inducir a errores en los pronósticos.

El modelo de lógica difusa implementado para medir la inflación a un año en Colombia demuestra durante el periodo analizado un ajuste considerable, por la cual se considera pertinente tener presente esta metodología en estudios de problemas económicos.

Para futuras investigaciones en donde se utilice la lógica difusa para medir la inflación en Colombia se sugiere como avance importante buscar a través de otro tipo de metodologías distribuciones para las variables de entrada en el modelo de control difuso buscando un mayor ajuste, en el modelo propuesto se plantearon distribuciones triangulares.

Bibliografía

- Abdelsalam, M. A. (2016). Essays on optimal inflation targeting forecast based rules and inflation modelling under uncertainty. Leicester, England.
- Banco de la República . (2019). Retrieved from ww.banrep.gov.co
- Banco de la República. (2019, Junio). Retrieved from Proyecciones macroeconomicas de analistas locales y extranjeros: www.banrep.gov.co
- Basu, K. (1984). Fuzzy revealed preference theory. *Journal of Economic Theory*, 212-227.
- Cheng, F., Zhong, G., Li, Y., & Xu, Z. (1996). Fuzzy control of a double inverted pendulum. *Fuzzy Sets and Systems*, 315-321.
- DANE. (2019). Retrieved from www.dane.gov.co
- Dornbusch, R., & Stanley, F. (1986). Stopping Hyperinflations Past an Present. *Weltwirtschaftliches*, 1-46.
- Dornbusch, R., Sturzenegger, F., Wolf, H., Fischer, S., & Barro, R. (1990). Extreme Inflation: Dynamics and Stabilization. *Brookings Papers on Economic Activity*, 1-84.
- Fisher, I. (1911a). *The Purchasing Power of Money*. New York: The Macmillan Co.
- Food and Agriculture Organization of the United Nations. (2019). Retrieved from www.fao.org
- Fraga, A. (2004). Latin America since the 1990s: Rising from the Sickbed? *The Journal of Economic Perspectives*, 89-106.
- Friedman, M. (1956). *Studies in the quantity theory of money*. Chicago: University of Chicago Press.
- Friedman, M. (1968). The role of monetary policy. *American Economic Review*, 1-17.
- Friedman, M. (1970). The Counter-Revolution in Monetary Theory . *Institute of Economic Affairs*.
- Gomez, J., Uribe, J. D., & Vargas, H. (2002). *The Implementation of Inflation Targering in Colombia* . Bogota: Banco de la Republica.
- Heisenberg, W. (1927). Quantum Theory and Measurement. *Zeitschrift für Physik* , 172-198.
- Jaramillo, F., Hofstetter, M., Perez, C., Velazco, A., & Fernandez, A. (2017, 03 03). *Grupo Tecnico PIB Potencial*. Retrieved from Ministerio de Hacienda y Credito Publico: www.minhacienda.gov.co
- Kahneman, D. (2003). Maps of Bounded Rationality: Psychology for Behavioral Economics. *The American Economic Review*, 1449-1475.
- Kaufmann, A., & Gil Aluja, J. (1986). *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de empresas*. Santiago de Compostela: Milladoiro.
- Keynes, J. M. (1921). *A Treatise of Probability*. London: Macmillan & Co.
- Keynes, J. M. (1936). *The General Theory of Employment, Interest, and Money*. London: Macmillan.
- Keynes, J. M. (1937). *The General Theory of Employment*. London: Macmillan.
- Kickert, W. J., & Mamdani, E. H. (1978). *Analysis of a fuzzy logic controller*. Fuzzy Sets and Systems.

- Knight, F. H. (1921). *Risk, uncertainty and profit*. New York: Houghton Mifflin Company.
- Knight, F. H. (1921). *Risk, Uncertainty, and Profit*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Kukal, J., & Quang, T. V. (2014). A monetary policy rule based on fuzzy control in an inflation targeting framework. *Prague Economic Papers*, 290-314.
- Mamdani, E. H., & Assilian, S. (1975). An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Man-Machine Studies*, 1-13.
- Marshall, A. (1879). *The Pure Theory of Foreign Trade*. London.
- Medina Hurtado, S. (2006). Estado de la cuestión acerca del uso de la lógica difusa en problemas financieros. *Cuadernos de Administración*.
- Melo, L. F., & Misas, M. (2004). *Modelos Estructurales de Inflacion en Colombia*. Bogota: Banco de la Republica.
- Montealegre, J. E. (2009). *Estudio de la variabilidad climatica de la precipitacion en Colombia asociada a procesos oceanicos y atmosfericos de meso y gran escala*. Bogota: IDEAM.
- Morewedge, C. K., Gilbert, D. T., & Wilson, T. D. (2005). The least likely of times: How to remembering the past biases forecast of the future. *Psychological Science*, 626-630.
- Muth, J. F. (1961). Rational Expectations and the Theory of Price Movements. *Econometrica*, 315-335.
- National Oceanic and Atmospheric Administration, NOAA. (2019). Retrieved from www.noaa.gov
- Phelps, E. S. (1968). Money-wage dynamics and labour market equilibrium. *Journal of Political Economy*, 678-711.
- Phillip, C. (1956). *The Monetary Dynamics of Hyperinflation*. Chicago: University of Chicago.
- Phillips, W. (1958). The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom, 1861-1957. *Economica*, 283.
- Phillips, W. (1958). The relation between unemployment and the rate of change of money wages rates in the United Kindom, 1861-1957. *Economica*, 283-299.
- Pigou, A. C. (1917). The Value of Money. *The Quarterly Journal of Economics*, 38-65.
- Producto Interno Bruto. (2019). Retrieved from DANE: www.dane.gov.co
- Rincon Castro, H., Rodriguez Niño, N., & Castro Pantoja, J. (2017). Perturbaciones macroeconómicas, tasa de cambio y pass through sobre precios. *Borradores de economía*, No 982.
- Ros, J. (2012). La Teoria General de Keynes y la macroeconomia moderna. *Investigacion Economica*, 19-37.
- Runkler, T. A., & Glesner, M. (1993). A set of axioms for defuzzifications strategies towards a theory of rational defuzzification operators. *Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, (pp. 1161-1166). San Francisco.
- Shepherd, D., & K.C Shi, F. (1998). Economic Modelling with Fuzzy Logic. *IFAC Computation in Economics, Finance and Engineering*, 435-440.
- Stojić, G. (2012). Using fuzzy logic for evaluating the level of countries economic development. *Panoeconomicus*, 293-310.

- Sugeno, M. (1985). An Introductory Survey of Fuzzy Control. *Information of Sciences*, 59-83.
- Sugeno, M., & Nishida, M. (1985). Fuzzy control of model car. *Fuzzy sets and systems*, 103-113.
- Taylor, J. B. (1993). Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 195-214.
- Taylor, J. B. (2000). Using Monetary Policy Rules in Emerging Market Economies. *Stabilization and Monetary Policy*. Bank of Mexico.
- Velasco, A. M. (2017, 09 21). *Consideraciones sobre el PIB Potencial en Colombia*. Retrieved from Banco de la Republica: www.banrep.gov.co
- Yasunobu, S., & Miyamoto, S. (1985). *Automatic train operation system by predictive fuzzy control*. Elsevier Science.
- Yeager, L. B. (1981). *Experiences with Stopping Inflation*. 1981: American Enterprise Institute.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Elsevier*, 8(3), 338-353.
- Zimmermann, H. J. (2001). *Fuzzy set theory and its applications*. New York: Springer Science and Business Media .

Anexos

Lógica difusa

Definición

El concepto de lógica difusa fue introducido por (Zadeh, 1965) en su artículo “Fuzzy Sets”, esta herramienta permite generar soluciones matemáticas a determinados problemas sobre los cuales se tiene un alto grado de incertidumbre, dado que genera resultados a partir de datos imprecisos, ampliando el número de probabilidades al aceptar más valores de verdad como argumento a un determinado problema.

Se tiene en este orden de ideas que, la lógica difusa amplía el concepto de la lógica clásica, ya que esta última solo admite dos valores de verdad: falso o verdadero, la lógica difusa permite ampliar los valores de verdad a los enunciados falso o verdadero, introduciendo el concepto de lógica multivariada el desarrollo de esta se remonta a la teoría de conjuntos.

De acuerdo con la teoría de conjuntos clásica, se define un conjunto como un grupo de elementos diferentes entre sí, bien especificados, que tienen una o varias características en común, características que determinan la pertenencia o no a este conjunto a través del algebra booleana.

Por su parte, el concepto de conjunto borroso es una extensión a la teoría de conjuntos, que permite que cada uno de los elementos tenga un grado de pertenencia continuo al conjunto, el cual se encuentra comprendido entre 0 y 1, siendo 0 la no pertenencia al conjunto y 1 el mayor grado de pertenencia que puede tener, este rango de pertenencia genera en este orden de ideas que un elemento pueda o no identificarse completamente en un conjunto.

De manera más formal, se tiene y de acuerdo a la teoría de conjuntos clásica un elemento se puede asociar a un conjunto determinado A a través de la pertenencia o no pertenencia, es decir existen dos posibilidades, x pertenece a A la cual puede ser expresada mediante la función característica $\mu_A(x) = 1$ y x no pertenece a A , $\mu_A(x) = 0$.

En la teoría de conjuntos borrosos o difuso, este elemento como ya se comentó tiene un grado de pertenencia continuo comprendido entre 0 y 1, siendo 0 la no pertenencia y 1 el mayor grado de pertenencia del elemento al conjunto.

De acuerdo con (Zadeh, 1965), se tiene un conjunto difuso A , en donde a los elementos se les asigna un grado de pertenencia comprendido entre 0 y 1 de acuerdo a la función de pertenencia μ_A , así pues se tiene que la función de pertenencia definida para un conjunto difuso A es la siguiente:

$$\mu_A = X \rightarrow [0,1]$$

En donde $\mu_A = 1$, si x está totalmente contenido en A , $\mu_A = 0$, x no pertenece al conjunto A , y por ultimo $0 < \mu_A(x) < 1$, si x se encuentra parcialmente en el conjunto difuso A , en donde el valor entre 0 y 1 de los números reales determina el grado de pertenencia del elemento x al conjunto difuso A ; de acuerdo a lo anterior se tiene que:

$$A = \{(x/\mu_A(x)), \forall x \in X\}$$

En donde:

$\mu_A: X \rightarrow [0,1]$, es la función característica de pertenencia.

$\mu_A(x)$ es el grado de pertenencia de x en X .

En otras palabras, la expresión es caracterizada por una función de pertenencia o membresía $\mu_A(x)$, la cual asocia cada punto en A con un numero comprendido entre en el intervalo $[0,1]$, donde el valor de $\mu_A(x)$, representa el grado de pertenencia de x en A . Entre más cercano es el valor de $\mu_A(x)$ a la unidad, mayor es el grado de pertenencia en la función.

Tipos de funciones

Zadeh propuso una serie de funciones de pertenencia que pueden clasificarse principalmente en dos grupos: i) Funciones de pertenencia lineales ii) Funciones de pertenencia no lineales o curvas. A continuación, se realizará una descripción de las funciones de pertenencia más utilizadas:

Función de pertenencia Triangular

Definida por un límite inferior a , un límite superior b , un valor modal m , tal que $a < m < b$. Se llama valor $b - m$, marginal cuando es igual a el valor $m - a$.

Se tiene que:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ (x - a)/(m - a), & x \in (a, m] \\ (b - x)/(b - m), & x \in (m, b] \\ 0, & x \geq b \end{cases}$$

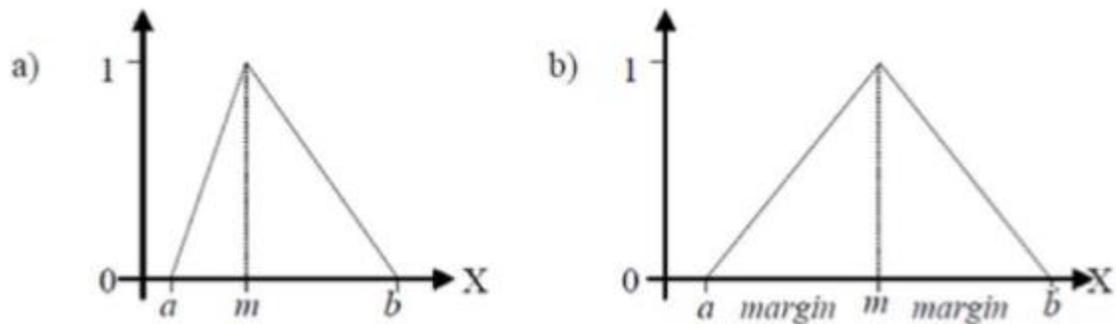


Gráfico 11: Función de pertenencia Triangular, fuente (Zimmermann, 2001)
 En donde: a) conjunto triangular general, b) conjunto triangular simétrico.

Función de pertenencia Singleton:

Esta función de pertenencia toma el valor de 0 excepto en el punto m, donde toma el valor de 1, de acuerdo con la siguiente función:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \neq m \\ 1, & x = m \end{cases}$$

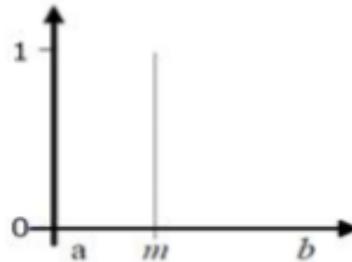


Gráfico 12: Función de pertenencia Singleton, fuente (Zimmermann, 2001)

Función de pertenencia L-Función:

Esta función se encuentra definida por dos parámetros a y b, de acuerdo a la siguiente función de pertenencia.

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, & x \leq a \\ (b - x)/(b - a), & a < x \leq b \\ 0, & x > b \end{cases}$$

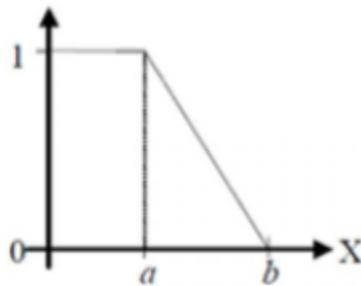


Gráfico 13: Función de pertenencia L-Función, fuente (Zimmermann, 2001)

Función de pertenencia Gamma:

Esta función está definida por un límite inferior a y un valor $k > 0$, de acuerdo con la siguiente función de pertenencia:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{k(x-a)^2}{1+k(x-a)^2}, & x > a \end{cases}$$

Esta función se caracteriza por un rápido crecimiento empezando en el punto a

k determina la tasa de crecimiento

La función tiene una asíntota horizontal en 1

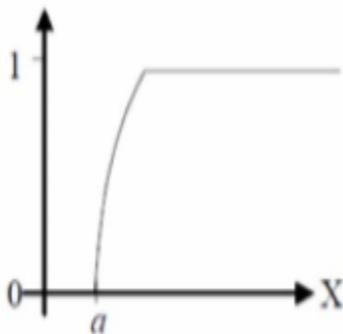


Gráfico 141: Función de pertenencia Gamma, fuente (Zimmermann, 2001)

La función Gamma también puede expresarse en forma lineal de acuerdo con la siguiente función de pertenencia:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

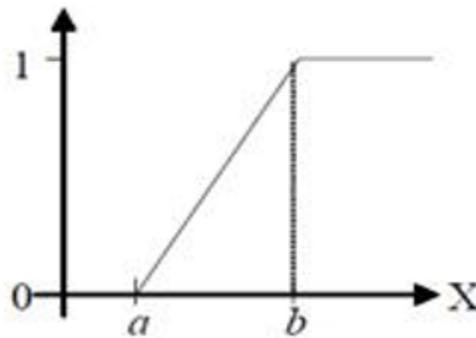


Gráfico 15: Función de pertenencia Gamma Lineal, fuente (Zimmermann, 2001)

Función de pertenencia Trapezoidal:

Esta función se encuentra definida por un límite inferior a , un límite superior d y un límite inferior y superior de sus núcleos, b y c respectivamente, de acuerdo con la siguiente función de pertenencia:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & (x \leq a) \text{ o } (x \geq d) \\ (x-a)/(b-a), & x \in (a, b] \\ 1, & x \in (b, c) \\ (d-x)/(d-c), & x \in (c, d) \end{cases}$$

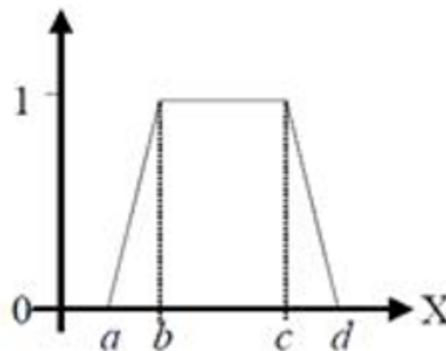


Gráfico 16: Función de pertenencia Trapezoidal, fuente (Zimmermann, 2001)

Función de pertenencia S:

Definida por un límite inferior a , un límite superior b , y un valor m , o punto de inflexión en donde $a < m < b$. Un valor típico es cuando $m = \frac{(a+b)}{2}$. El crecimiento de esta función es menor cuando la distancia $a - b$ se incrementa.

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ 2[(x - a)/(b - a)]^2, & x \in (a, m) \\ 1 - 2[(x - b)/(b - a)]^2, & x \in (m, b) \\ 1, & x \geq b \end{cases}$$

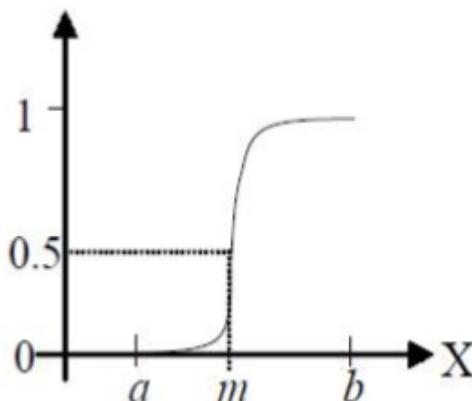


Gráfico 17: Función de pertenencia S, fuente (Zimmermann, 2001)

Función de pertenencia Gaussiana:

Esta función de pertenencia es la función típica de la campana de Gauss, definida por un valor medio m , y un valor $\sigma > 0$.

Cuanto menor sea σ , más estrecha será la campana.

$$\mu(x) = \exp \left[\frac{-(x - m)^2}{2\sigma^2} \right]$$

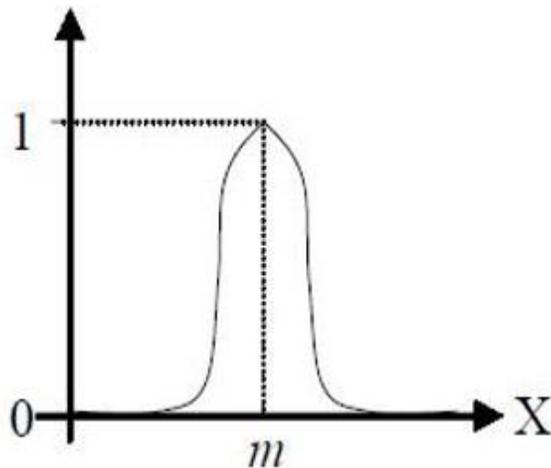


Gráfico 18: Función de pertenencia Gaussiana, fuente (Zimmermann, 2001)

Función de pertenencia Seudo – Exponencial:

Esta función se encuentra definida por un valor medio m , y un valor $k > 1$.

A medida que el valor de k se incrementa, la tasa de crecimiento de la función se incrementa y la campana se vuelve más estrecha. La función de pertenencia está dada por:

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + k(x - m)^2}$$

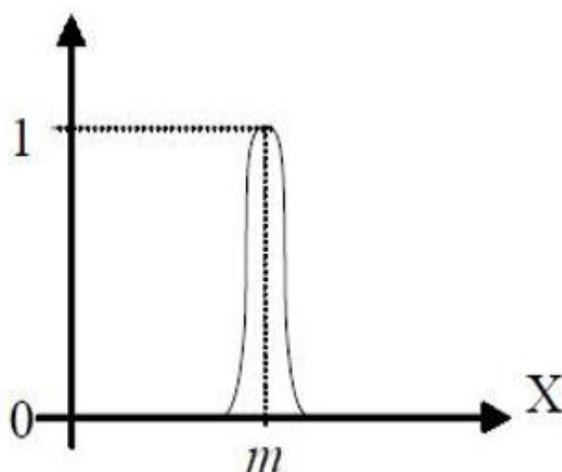


Gráfico 19: Función de pertenencia Seudo – Exponencial, fuente (Zimmermann, 2001)

Numero borroso

De acuerdo a la literatura y siguiendo a (Kaufmann & Gil Aluja, 1986) un número borroso “es un subconjunto borroso del referencial de los reales, que tiene una función de pertenencia normal (debe existir una X_i para la que $\mu(X)$, toma el valor de 1) y convexa (cualquier desplazamiento a la derecha e izquierda de este valor X_i , $\mu(X)$ va disminuyendo”.

Esta definición puede ser entendida como una extensión a la teoría de los intervalos de confianza, ya que los considera en todos los niveles. Los números borrosos se caracterizan por pares para cada nivel de presunción ya que a cada nivel se le asigna un intervalo de confianza, como se ilustra en el siguiente ejemplo:

$$\begin{aligned} \mu_A(X) = 1 &\rightarrow [7.0] \\ \mu_A(X) = 0,9 &\rightarrow [6.8, 7.3] \\ \mu_A(X) = 0,8 &\rightarrow [6.2, 8.0] \\ \mu_A(X) = 0,7 &\rightarrow [6.0, 8.3] \\ \mu_A(X) = 0,6 &\rightarrow [5.5, 8.5] \\ \mu_A(X) = 0,5 &\rightarrow [5.1, 8.7] \\ \mu_A(X) = 0,4 &\rightarrow [4.4, 9.0] \\ \mu_A(X) = 0,3 &\rightarrow [3.0, 9.4] \\ \mu_A(X) = 0,2 &\rightarrow [2.8, 9.6] \\ \mu_A(X) = 0,1 &\rightarrow [2.0, 10.0] \\ \mu_A(X) = 0,0 &\rightarrow [0.5, 10.5] \end{aligned}$$

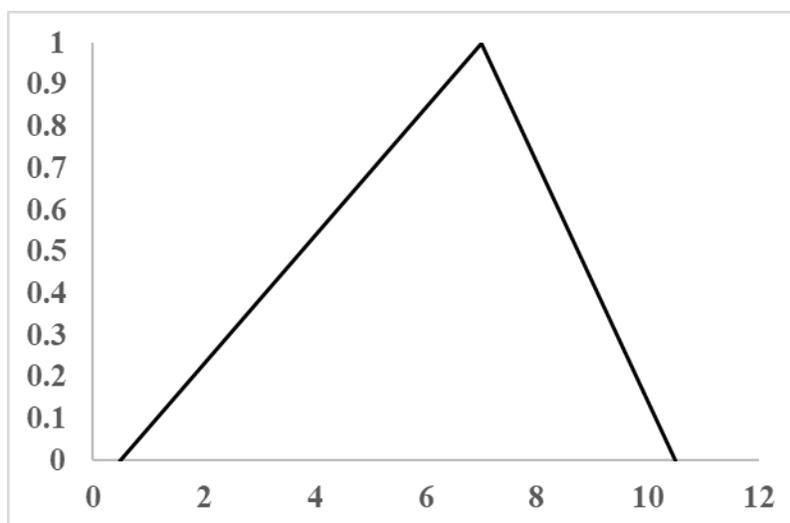


Gráfico 20: Numero borroso triangular (Elaboración propia)

Dentro de la teoría de números borrosos el caso más particular es el número borroso triangular, el cual se encuentra determinado por tres valores; uno por debajo o límite inferior sobre el cual no es posible descender, un valor por encima sobre la cual no es posible llegar y un valor intermedio que posee el mayor nivel de presunción posible.

Notación de un numero borroso triangular:

$$A = (a_1, a_2, a_3)$$

Donde:

$$a_1 < a_2 < a_3$$

$$X \leq a_1 \rightarrow \mu_A(X) = 0$$

$$X \geq a_3 \rightarrow \mu_A(X) = 0$$

$$\mu_A(a_2) = 1$$

La función de pertenencia $\mu_A(X)$ de los demás valores está dada por:

$$a_1 \leq X \leq a_2 \rightarrow \mu_A(X) = \frac{X - a_1}{a_2 - a_1}$$

y

$$a_2 \leq X \leq a_3 \rightarrow \mu_A(X) = \frac{a_3 - X}{a_3 - a_2}$$

Donde:

$$\mu_A(X) \begin{cases} 0 \rightarrow X \leq a_1 \\ \frac{X - a_1}{a_2 - a_1} \rightarrow a_1 \leq X \leq a_2 \\ 1 \rightarrow \mu_A(a_2) \\ \frac{a_3 - X}{a_3 - a_2} \rightarrow a_2 \leq X \leq a_3 \\ 0 \rightarrow X \geq a_3 \end{cases}$$

A través de los números borrosos se pueden realizar planteamientos sobre estimaciones futuras en donde se tiene una estimación por debajo, una estimación superior o por encima y una estimación más probable, ya que por tratarse de estimaciones futuras no se requiere de extrema precisión si no de una adaptación a la realidad, ejemplo considere la estimación del crecimiento esperado de una economía a un año en donde se espera que no sea inferior a un 2%, ni superior a un 3%, siendo el crecimiento más factible o esperado del 3,5%.

Controles difusos

El objetivo principal de los controles difusos es el manejo de procesos técnicos complejos, el desarrollo de estos controles ha permitido importantes avances tecnológicos como un modelo de automóvil (Sugeno & Nishida, Fuzzy control of model car, 1985), controles de trenes (Yasunobu & Miyamoto, 1985), entre otros.

La idea de los controladores difusos es incorporar la experiencia o el conocimiento que se tiene en el desarrollo de un control para procesos complejos. Desde un grupo de reglas lingüísticas que permiten implementar la experiencia, intuición, la heurística y el hecho de que no se necesita un modelo inicial del proceso (Kickert & Mamdani, 1978).

El procedimiento para el desarrollo de un control difuso consiste en definir las variables de entrada en términos de conjuntos difusos, posteriormente estas variables son mapeadas con las variables de salida a través de una serie de reglas lingüísticas las cuales son expresadas a través de operadores lógicos de la forma:

$$SI \ x \ es \ A \ ENTONCES \ y \ es \ C$$

En donde A y C son llamados conjuntos difusos los cuales se caracterizan por unas funciones de membresía o pertenencia.

Los elementos x y y están asociados con sus grados de pertenencia $\mu_A(x)$ y $\mu_C(y)$, respectivamente.

De esta simple manera se realizan aproximaciones a problemas que contienen incertidumbre, impresión con respecto a la información del modelo o relación entre las variables.

Considere como ejemplo las siguientes afirmaciones difusas sobre la relación entre el desempleo y los salarios reales:

SI el desempleo es relativamente bajo ENTONCES los salarios reales son relativamente altos

Y

SI el desempleo es relativamente alto ENTONCES los salarios reales son relativamente bajos

Donde *el desempleo* y *los salarios reales* son variables de entrada y salida difusas y las expresiones *relativamente alto* y *relativamente bajo* son valores lingüísticos caracterizadas por las funciones de pertenencia.

Es posible incluir varias premisas o consecuencias como parte de una regla difusa por lo cual se pueden realizar afirmaciones difusas de la forma:

SI el desempleo está subiendo Y la política monetaria es contractiva Y la tasa de cambio está subiendo ENTONCES la inflación está bajando rápidamente.

Las reglas de inferencia difusa son el resultado del conocimiento y experiencia del diseñador por esto deben ser cuidadosamente diseñadas ya que de estas depende el comportamiento del modelo de control difuso.

Donde hay más de una regla, el máximo de valores de membresía de estas reglas es usualmente tomado de las conclusiones derivadas de la combinación resultante de las variables de entrada y las reglas de inferencia difusa.

Considere la operación del siguiente razonamiento difuso para el siguiente sistema basado en dos variables y dos reglas de inferencia:

Variables de entrada: x es A, y es B

Regla 1 (R_1): SI x es A_1 Y y es B_1 ENTONCES z es C_1

Regla 2 (R_2): SI x es A_2 Y y es B_2 ENTONCES z es C_2

Conclusión: z es C'

La conclusión C' es un conjunto borroso se deriva de:

$$C' = [(A \times B) \circ R_1] \cup [(A \times B) \circ R_2] = C'_1 \cup C'_2$$

Donde: $R_1 = A_1 \times B_1 \rightarrow C_1$ y $R_2 = A_2 \times B_2 \rightarrow C_2$ son abreviaciones de las reglas de difusión difusas R_1 y R_2 respectivamente.

En general la salida de un sistema difuso sobre un número de reglas de inferencia se da a través de un valor singular en vez de un conjunto difuso C' .

Para llegar a este valor singular real se realiza un proceso de desfuzzyficación el cual se explicará más adelante.

Un control difuso está compuesto principalmente de:

Fuzzyficación: proceso a través del cual, un número exacto que pertenece al conjunto de número reales, se le asigna un grado de pertenencia a un conjunto borroso convirtiéndose así en un número borroso.

Reglas difusas: son las reglas que definen el proceso, son de tipo si...entonces que especifican la relación entre las variables de entrada y de salida a su vez que determinan el nivel de interacción entre los elementos de dos o más conjuntos.

Proceso de inferencia: método a través del cual se busca inferir un resultado dadas unas variables de entrada.

Defuzzyficación: proceso mediante el cual se transforman los conjuntos borrosos en conjuntos reales.

La siguiente ilustración resume lo anteriormente descrito.

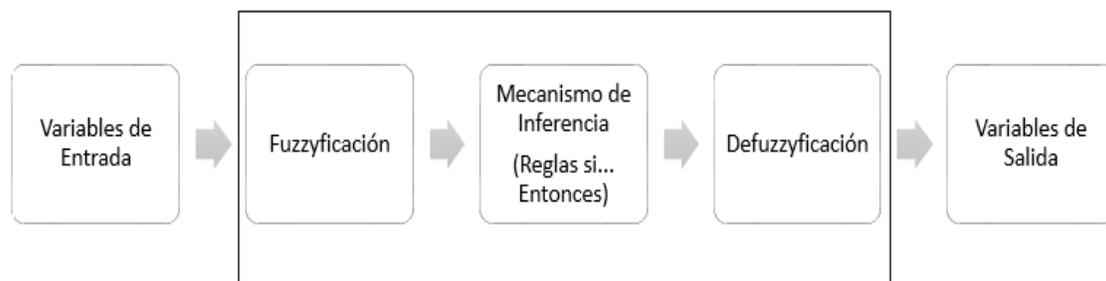


Gráfico 21: Mecánica de un Sistema Difuso (Elaboración propia)

Los controles difusos son el resultado de la secuencia de decisiones del diseñador el cual emplea operadores de tipo lingüístico para establecer la relación entre las variables del modelo. Los dos principales controladores difusos son Mamdani (Mamdani & Assilian, 1975) y control difuso Sugeno (Sugeno, 1985).

Los controladores difusos de tipo Mamdani describen un determinado proceso a través del uso de variables de tipo lingüísticas y usan estas variables como variables de entrada para controlar las reglas.

Para esto se empieza con asignar los términos o clasificaciones lingüísticas con sus respectivos grados de membresía de las variables de entrada con lo cual se pueda medir o inferir acerca de la variable de salida.

Las reglas difusas son de tipo si X_1 es a A_1 , X_2 es a A_2 y X_n es a A_n , entonces Y es a B . En donde las entradas X_n y la salida Y , no son números borrosos y A_n y B son conjuntos borrosos.

La definición de las variables lingüísticas y las reglas son el primer paso en el diseño del este tipo de controlador difuso para posteriormente elegir apropiadamente el proceso de defuzzificación.

El proceso de defuzzificación permite encontrar un valor nítido, este valor puede ser dar a través de la selección de diferentes criterios dando como resultado un nuevo conjunto difuso (Cheng, Zhong, Li, & Xu, 1996), puede ser un valor específico de las funciones de membresía como por ejemplo valor máximo o mínimo o ser el área de las funciones de membresía u otros indicadores.

Siguiendo a (Zimmermann, 2001) y de acuerdo con (Runkler & Glesner, 1993) en este tipo de procesos se busca definir las características o elementos los cuales son probablemente aquellos que tienen la membresía más alta (valor máximo).

Por su parte los controladores difusos de tipo Sugeno surgen como una modificación a los controles de tipo Mamdani en donde las reglas resultantes son agregadas como ponderaciones de la suma ponderadas de las acciones de control correspondientes a cada regla. En este sentido se tiene que si X_1 es a A_1 , X_2 es a A_2 y X_n es a A_n , entonces $Y = p_1X_1 + \dots + p_nX_n + p_0$.

En la modelación de los controles difusos, las variables lingüísticas son descritas a través de conjuntos difusos, para lo cual las funciones de membresía se asumen que tiene una distribución triangular (Zimmermann, 2001).

El valor modal o valor significativo de la función de membresía es el valor de la base de la variable en donde la función de membresía es igual a uno. A su vez que el valor de la izquierda y derecha de la función de membresía son aquellos valores máximos respectivamente que tienen función de membresía igual a cero.

Los puntos de cruce entre dos funciones de membresía o zonas difusas son áreas en donde ambas funciones de membresía asumen el mismo valor de pertenencia mayor a cero, en este orden de idas se tiene que una función de membresía puede tener más de una zona de cruce.

La siguiente grafica muestra la descripción de una variable lingüística con tres funciones de membresía con sus respectivas zonas de cruce.

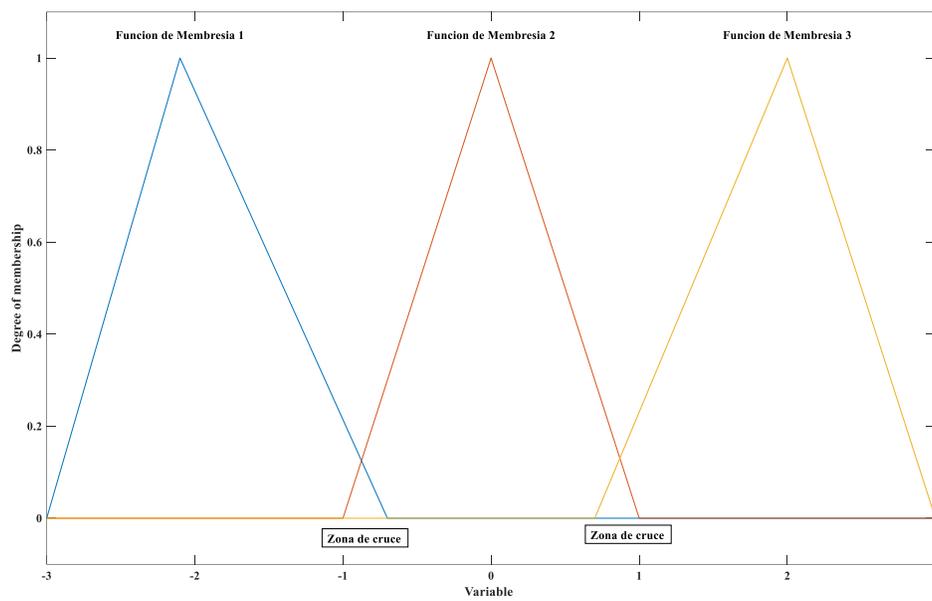


Gráfico 22: Variable lingüística con sus respectivas funciones de membresía (Elaboración propia)