

Simulación de propiedades mecánicas de multicapas de Zr/ZrN y TiN/ZrN empleando el método de elementos finitos

Simulação de propriedades mecánicas de multicapas de Zr/ZrN e TiN/ZrN utilizando o método dos elementos finitos

Simulation of mechanical properties of Zr/ZrN and TiN/ZrN multilayers using the finite elements method

H. D. Aristizábal–Soto¹, L. C. Agudelo², C. M. Bedoya–Hincapié³ y E. Restrepo–Parra⁴

Recepción: 17-jun-2009/Modificación: 30-oct-2009/Aceptación: 03-nov-2009

Se aceptan comentarios y/o discusiones al artículo

Resumen

En este trabajo se presenta el estudio de propiedades mecánicas de multicapas de Zr/ZrN y TiN/ZrN variando el número de bicapas en 1, 2, 5 y 10, es decir, períodos de 2, 1, 0,4 y 0,2 μm , con espesor constante de 2 μm en una relación de 1:1 y 1:3. Para esta simulación se empleó el software ANSYS, el cual se basa en el método de elementos finitos. Se obtuvieron curvas de Esfuerzo–Deformación, dureza y módulo de Young en función del número de bicapas. De

¹ Ingeniero físico, hdarisrizabals@unal.edu.co, investigador, Universidad Nacional de Colombia, Manizales–Colombia.

² Ingeniera física, lcagudelom@unal.edu.co, investigadora, Universidad Nacional de Colombia, Manizales–Colombia.

³ Ingeniera física, cbedoyah@unal.edu.co, investigadora, Universidad Nacional de Colombia, Manizales–Colombia.

⁴ MSc física, erestrepop@unal.edu.co, profesora, Universidad Nacional de Colombia, Manizales–Colombia.

acuerdo al análisis realizado, las bicapas de TiN/ZrN con relación 1:3 presentan mayor dureza (31 ± 1 GPa) en relación a los demás sistemas y un módulo de Young de aproximadamente 460 GPa. Los resultados de las simulaciones de las propiedades mecánicas de materiales basados en Ti y Zr, empleando métodos como el de elementos finitos, son prometedores en el campo de los nuevos materiales para predecir su desempeño en aplicaciones tecnológicas e industriales como recubrimientos duros sobre diferentes herramientas y piezas de maquinaria y así disminuir costos de producción. Además, las simulaciones presentadas en este trabajo pueden extenderse a sistemas compuestos de otros materiales de gran utilidad.

Palabras claves: Zr/ZrN, TiN/ZrN, ANSYS, propiedades mecánicas, elementos finitos.

Resumo

Este trabalho apresenta o estudo das propriedades mecânicas das multicapas de Zr/ZrN e TiN/ZrN variando o número de bicapas em 1, 2, 5 e 10, ou seja, os períodos de 2, 1, 0.4 e 0.2 μm , com uma espessura constante de 2 μm em uma proporção de 1:1 e 1:3. Para esta simulação foi utilizado o software ANSYS, que é baseado no método dos elementos finitos. Foram obtidas curvas de esforço-deformação, dureza e módulo de Young em função do número de bicapas. Conforme a análise, as bicapas de TiN/ZrN com proporção de 1:3 têm uma maior dureza (31 ± 1 GPa) em comparação com outros sistemas e um módulo de Young de cerca de 460 GPa. Os resultados das simulações das propriedades mecânicas de materiais basados de Ti e Zr, utilizando métodos como elementos finitos, são promissoras no domínio dos novos materiais para prever o seu desempenho em aplicações tecnológicas e industriais, como revestimentos duros, em ferramentas diferentes e peças da máquina e, assim, reduzir os custos de produção. Além disso, as simulações apresentadas neste trabalho podem se estender para sistemas compostos de outros materiais de grande utilidade.

Palavras chaves: Zr / ZrN, TiN / ZrN, ANSYS, propriedades mecânicas, elementos finitos.

Abstract

In this work mechanical properties of Zr/ZrN and TiN/ZrN multilayers varying the bilayer number in 1, 2, 5 and 10, that is, multilayer periods of 2, 1, 0.4 and 0.2 μm , with thickness constant of 2 μm in a ratio 1:1 and 1:3 were studied. For the simulation the ANSYS software was employed, based on the finite elements method. Strain-stress curves, the hardness and Young's Modulus were obtained as function of the bilayer numbers. According, the analysis carried out, the TiN/ZrN bilayers with 1:3 ratio presented the highest hardness (31 ± 1 GPa) regarding the others and a Young's modulus approximately of 460 GPa. Results obtained from the mechanical properties simulations of materials

based on Ti and Zr, by using methods like finite elements are promising in the new materials field, in order to predict their performance in industrial and technological applications as hard coatings grown on several tools and machine pieces and from this way reducing the production costs. Moreover, simulations presented in this work can be extended to systems composed by other materials with great utilization.

Key words: Zr/ZrN, TiN/ZrN, ANSYS, mechanical properties, finite elements.

1 Introducción

Las diferencias en las propiedades mecánicas de materiales en bloque y en películas delgadas pueden ser debidas principalmente a la baja dimensionalidad, acompañada del aumento de la densificación persistente en las películas [1]. También pueden ser atribuidas a discrepancias en la microestructura debida a la fabricación [2], y posibles efectos del sustrato en películas delgadas [3], relacionada a la tensión en el fenómeno de gradiente de plasticidad [4, 5]. Muchas investigaciones se han enfocado al estudio de recubrimientos con multicapas, a causa de la mejora en las propiedades mecánicas que ofrecen, comparada con los recubrimientos de una capa. Los recubrimientos en multicapas son obtenidos por la deposición alternada de dos o más materiales diferentes, con un espesor en el rango de los nanómetros para una super-red [6, 7], persistiendo generalmente un crecimiento columnar [8, 9]. Los materiales nitruro–nitruro [6, 7] y nitruro–metálico [10] han sido estudiados para el desarrollo de recubrimientos en multicapas a nanoescala, como es el caso de TiN/VN y TiN/AlN [6]. El primer material multicapa bajo estudio fue del tipo Ti/TiN. Su dureza y módulo de Young excedieron considerablemente a los reportados para una capa de TiN [11, 12]; este comportamiento se debe al fenómeno llamado *efecto supermódulo*, el cual aparece en muchos recubrimientos modernos en multicapa e.g. Cr/CrN, W/WN, W/TiC, Ti/TiC, Fe/TiC, Mo/NbN [12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19]. La técnica de indentación empleada para la determinación de la dureza y módulo de Young de materiales de películas delgadas [20, 21], está basada en el estudio de la falla lateral durante el proceso de descarga para el análisis de resistencia de materiales [22]. De esta manera, el comportamiento de materiales dúctiles y frágiles ha sido examinado bajo indentación para explicar la variación de la dureza con las

condiciones de carga [23]. Existen muchos reportes acerca de ensayos de indentación experimentales realizados en diferentes sistemas como recubrimientos, multicapas, super redes, entre otros. Por ejemplo, Z. G. Zhang estudió multicapas de CrN/ZrN, encontrando una excelente resistencia al desgaste respecto a los recubrimientos en monocapa. Se observó además un incremento en la resistencia al desgaste cuando el espesor de las capas individuales disminuye [24]. La simulación de propiedades mecánicas permite determinar los parámetros influyentes (número de bicapas, espesor, y propiedades químicas) en el comportamiento del material, específicamente en la dureza y resistencia al desgaste [24]. Uno de los métodos más usados para la simulación de propiedades mecánicas es el método de elementos finitos (MEF). El MEF es un método numérico para resolver con precisión las ecuaciones diferenciales parciales de cada división de un cuerpo llamado elemento finito, el cual tiene información del comportamiento del material [25]. Este método ha permitido modelar diferentes materiales y sus propiedades. S. Amaya-Roncancio y E. Restrepo-Parra simularon multicapas de Cr/CrN con elementos finitos a través del software ANSYS. Sus resultados evidenciaron un incremento en el módulo de Young en función del número de bicapas y espesor [26]. Así mismo M. T. Tilbrook et alii [27] simuló la nanoindentación en recubrimientos de TiN con el empleo del software ANSYS. Sus resultados mostraron la variación en el esfuerzo, deformación y de los mecanismos de falla del recubrimiento, con el espesor del recubrimiento, las propiedades del sustrato y esfuerzo residual. P. Beer et alii [28] emplearon elementos finitos para examinar la distribución del esfuerzo en navajas recubiertas por nitruros, comparándolo con resultados experimentales.

En este trabajo han sido simuladas multicapas de Zr/ZrN y TiN/ZrN para obtener la dureza y el módulo de Young con curvas de esfuerzo-deformación. Se empleó el MEF mediante el uso del software ANSYS. La simulación se realizó variando el número de las bicapas y la relación de espesores.

2 Fundamentos teóricos

Cuando se aplican fuerzas a una parte de una estructura, estas fuerzas se transmiten a través de los miembros internos en forma de fuerzas internas. Cuantitativamente, las intensidades de las fuerzas internas en cualquier punto

se denominan estrés en ese punto. Para determinar la naturaleza de las fuerzas internas, los miembros se dividen en pequeñas partes. Luego se realiza una sumatoria del efecto de cada una de estas partes para obtener una resultante. El estrés o esfuerzo puede expresarse como [29]

$$\sigma_F = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A},$$

siendo σ_F el esfuerzo, ΔF la fuerza aplicada al elemento finito y ΔA el área transversal del elemento finito. En la región elástica, existe una relación lineal entre el esfuerzo y la deformación denominada ley de Hooke [30]. Las relaciones esfuerzo–deformación para un estado tridimensional de esfuerzo deformación en un material homogéneo isotrópico están dadas por [31]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E}[\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})], \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E}[\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})] \text{ y} \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{E}[\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})],\end{aligned}$$

siendo ε_{xx} , ε_{yy} y ε_{zz} las deformaciones en las direcciones x , y y z respectivamente, ν el coeficiente de Poisson, y E el módulo de Young. Los esfuerzos σ_{xx} , σ_{yy} y σ_{zz} están definidos por:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}[(1 - \nu)\varepsilon_{xx} + \nu(\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz})], \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}[(1 - \nu)\varepsilon_{yy} + \nu(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz})] \text{ y} \\ \sigma_{zz} &= \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}[(1 - \nu)\varepsilon_{zz} + \nu(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})].\end{aligned}$$

Si se aplica una fuerza en una sola dirección, por ejemplo en la dirección z , se considera que las deformaciones en las direcciones x y y son muy pequeñas comparadas con la deformación en z , se tiene entonces

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E}[\sigma_{zz}].$$

3 Modelación

Para llevar a cabo la simulación de recubrimientos de Zr/ZrN en forma de multicapas, se empleó el software de elementos finitos ANSYS. En la simulación se usó un sistema de multicapa–sustrato. El sustrato se construyó de aluminio, con dimensiones reales (ver tabla 1). Posteriormente se adicionaron las bicapas de Zr/ZrN y TiN/ZrN. El proceso se realizó discretizando el medio continuo en elementos y generando un mallado del sistema con el empleo del elemento SOLID185, como se presenta en la figura 1. Este elemento se utilizó debido a que contiene las propiedades de un material isotrópico y elástico [32]. Debido a que las multicapas poseen espesores del orden de μm , se seleccionó un indentador tipo Vickers de acuerdo a la literatura [33]. En la figura 1 se puede observar, además, la huella dejada por este indentador cuya geometría se presenta en la figura 2, teniendo en cuenta que la penetración del indentador en el sistema no fue superior a $1/7$ del espesor de las multicapas.

Tabla 1: parámetros de simulación de los materiales

Material	* M. Y. (GPa)	** C. P.	Diámetro (cm)	Espesor (nm)
Al	70 ± 1 [35]	$0,33 \pm 0,02$	0,5	2,00
Zr	68 ± 15 [35]	$0,3 \pm 0,01$	0,5	500
ZrN	460 ± 70 [36]	$0,25 \pm 0,01$	0,5	500
TiN	300 ± 50 [37]	$0,26 \pm 0,01$	0,5	500

*Módulo de Young **Coeficiente de Poisson

Para la obtención de las curvas de esfuerzo–deformación, se varió el número de bicapas (1, 2, 5 y 10), con un espesor total constante de $2 \mu\text{m}$ y las relaciones de espesores de 1:1 y 1:3. El período de las multicapas Λ , se puede obtener de la relación $\Lambda = \frac{d_{tot}}{N}$, donde d_{tot} es el espesor total de la multicapa y N es el número de bicapas. Por lo tanto, los períodos de los sistemas empleados en las simulaciones estudiadas en este trabajo son 2, 1, 0,4 y 0,2 μm . De esta forma, la dureza del sistema sustrato–multicapa, puede determinarse mediante la relación de Hall–Petch para mezclas [34]

$$H_{multi} = H_0 + \frac{k_{HP}}{\Lambda^{0,5}}, \quad (1)$$

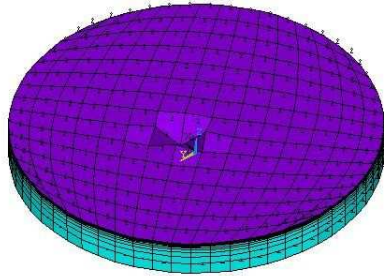


Figura 1: mallado del sistema

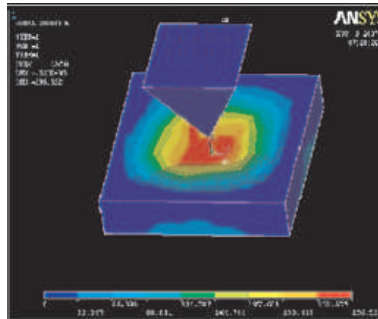


Figura 2: geometría del indentador empleado

siendo H_0 y k_{HP} constantes obtenidas a partir de la gráfica de la ecuación (1). Al igual, para la dureza el número de capas se varió de 1 – 50, para las relaciones de espesores 1:1 y 1:3. Los valores usados en la simulación para el Zr, ZrN y TiN, son mostrados en la tabla 1. Las fuerzas aplicadas en los nodos de los sistemas fueron entre 0,0 y $-0,01$ N.

4 Resultados y análisis

En la figura 3 se muestran las curvas esfuerzo–deformación para el Zr/ZrN variando el número de bicapas para relaciones de espesor 1:1 y 1:3 respectivamente.

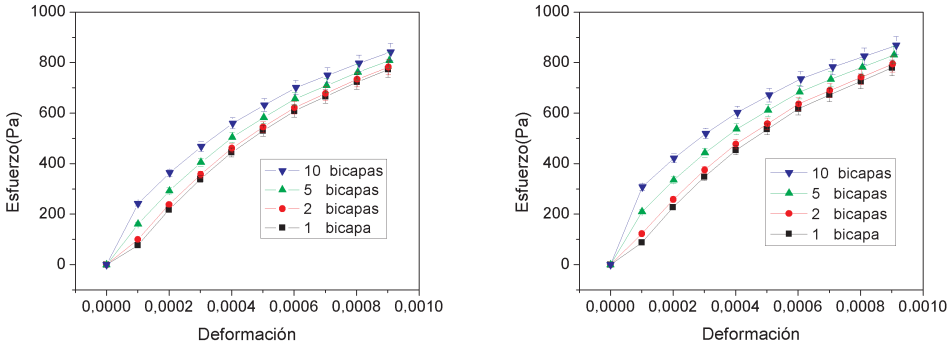


Figura 3: esfuerzos normales para recubrimientos de Zr/ZrN con espesor de película constante de 2 μm . Relaciones de espesor 1:1 y 1:3

En la figura 4 se presenta un análisis similar para multicapas TiN/ZrN. En estas curvas, la influencia del número de bicapas en el módulo de Young puede ser observada. Para altos períodos de bicapas, las curvas experimentan un incremento en la pendiente, correspondiendo a un aumento en el módulo de Young [26].

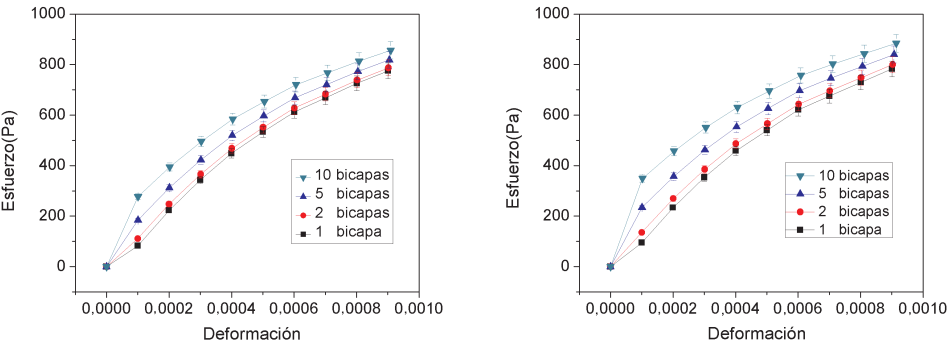


Figura 4: esfuerzos normales para recubrimientos de TiN/ZrN con espesor de película constante de 2 μm . Relaciones de espesor 1:1 y 1:3

La figura 5 muestra la dureza de las multicapas en función de número de bicapas para razones de espesores 1:1 y 1:3, tanto para multicapas de Zr/ZrN como para multicapas de TiN/ZrN. Teniendo en cuenta que los errores en los valores obtenidos de dureza a partir de las simulaciones son del orden del 2 %, la dureza mostró un incremento con la relación de espesores hasta alcanzar un valor máximo, debido al efecto de dislocación y esfuerzo en las interfaces de las capas y al efecto supermódulo sobre las propiedades mecánicas de estos recubrimientos [38]. Finalmente, la figura 6 presenta el comportamiento mostrado en la figura 5, manifestado en el aumento del módulo de Young con mayores relaciones de espesores.

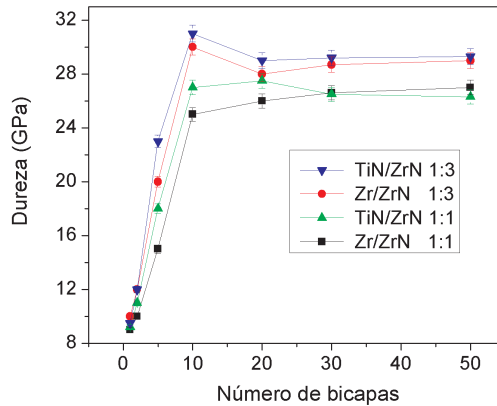


Figura 5: dureza en función del número de bicapas para Zr/ZrN y TiN/ZrN, con relaciones de espesor 1:1 y 1.3

5 Conclusiones

Se modelaron las propiedades mecánicas de multicapas de Zr/ZrN y TiN/ZrN sobre sustratos de aluminio como función del número de bicapas en un espesor constante empleando el software ANSYS. Se varió el número de las bicapas (1, 2, 5 y 10) y su relación de espesores (1:1 y 1:3) con un espesor total de la multicapa de $2 \mu\text{m}$. Se observó un aumento en el módulo de Young y de la dureza

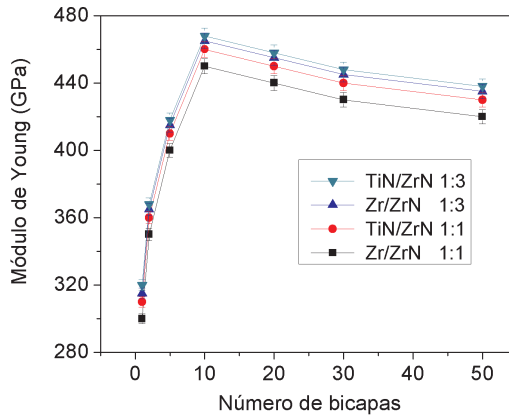


Figura 6: módulo de Young en función del número de bicapas para Zr/ZrN y TiN/ZrN, con relaciones de espesor 1:1 y 1.3

con el incremento del espesor de la capa de mayor dureza (ZrN). Las curvas de esfuerzo–deformación, dureza y módulo de Young mostraron una tendencia al incremento de su pendiente y por tanto de las propiedades mecánicas de las películas de TiN/ZrN con relación de espesores 1:3. La simulación de las propiedades mecánicas de los sistemas de multicapas, propuestos en este trabajo pueden ser de gran utilidad debido a que se puede observar la influencia de parámetros geométricos (espesor y periodo de las capas) en dichas propiedades. Resultados como estos permiten predecir el comportamiento de sistemas de multicapas antes de ser obtenidos experimentalmente y así reducir costos de fabricación, siendo de gran interés en el campo del desarrollo de nuevos materiales.

6 Agradecimientos

Los autores agradecen a la Dirección Nacional de Investigaciones y a la DIMA por su apoyo financiero para la realización de este trabajo, bajo el proyecto 7785 titulado *Simulación de Monte Carlo de las propiedades magnéticas y de transporte en manganitas del tipo $La_{1-x}Ca_xO_3$* .

Referencias

- [1] M. A. Meyers, A. Mishra and D. J. Benson. *Mechanical properties of nanocrystalline materials*. Progress in Materials Science, ISSN 0079–6425, **51**(4), 427–556 (2006). Referenciado en 93
- [2] Mohamed Gad-el-Hak. *The MEMS Handbook*, ISBN 978–0849300776. CRC Press, New York, 2002. Referenciado en 93
- [3] W. D. Nix and H. J. Gao. *Indentation size effects in crystalline materials: a law for strain gradient plasticity*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, ISSN 0022–5096, **46**(3), 411–425 (1998). Referenciado en 93
- [4] J. Lou, P. Shrotriya, T. Buchheit, D. Yang and W. O. Soboyejo. *Nanoindentation study of plasticity length scale effects in LIGA Ni microelectromechanical systems structures*. Journal of Materials Research, ISSN 0884–2914, **18**(3), 719–728 (2003). Referenciado en 93
- [5] Y. Cao, S. Allameh, D. Nankivil, S. Sethiaraj, T. Otití and W. Soboyejo. *Nanoindentation measurements of the mechanical properties of polycrystalline Au and Ag thin films on silicon substrates: Effects of grain size and film thickness*. Materials Science and Engineering A, ISSN 0921–5093, **427**(1–2), 232–240 (2006). Referenciado en 93
- [6] X. Chu, M. S. Wong, W. D. Sproul, S. L. Rohde and S. A. Barnett. *Deposition and properties of polycrystalline TiN/NbN superlattice coatings*. Journal of Vacuum Science and Technology A, ISSN 0734–2101, **10**(4), 1604–1609 (1992). Referenciado en 93
- [7] M. Setoyama, A. Nakayama, M. Tanaka, N. Kitagawa and T. Nomura. *Formation of cubic-A1N in TiN/A1N superlattice*. Surface and Coatings Technology, ISSN 0257–8972, **86**, 225–230 (1996). Referenciado en 93
- [8] M. M. Lacerda, Y. H. Chen, B. Zhou, M. U. Guruz and Y. W. Chung. *Synthesis of hard TiN coatings with suppressed columnar growth and reduced stress*. Journal of Vacuum Science and Technology A, ISSN 0734–2101, **17**(5), 2915–2919 (1999). Referenciado en 93
- [9] Y. H. Chen, K. W. Lee, W. A. Chiou, Y. W. Chung and L. M. Keer. *Synthesis and structure of smooth, superhard TiN/SiNx multilayer coatings with an equiaxed microstructure*. Surface and Coatings Technology, ISSN 0257–8972, **146–147**, 209–214 (2001). Referenciado en 93
- [10] M. B. Daia, P. Aubert, S. Labdi, C. Sant, F. A. Sadi and Ph. Houdy. *Nanoindentation investigation of Ti/TiN multilayers films*. Journal of Applied Physics, ISSN 0021–8979, **87**, 7753–7757 (2000). Referenciado en 93

- [11] S. J. Bull and A. M. Jones. *Multilayer coatings for improved performance*. Surface and Coatings Technology, ISSN 0257-8972, **78**(1-3), 173-184 (1996). Referenciado en 93
- [12] N. J. M. Carvalho, E. Zoestbergen, B. J. Kooi and J. Th. M. De Hosson. *Stress analysis and microstructure of PVD monolayer TiN and multilayer TiN/(Ti,Al)N coatings*. Thin Solid Films, ISSN 0040-6090, **429**(1-2), 179-189 (2003). Referenciado en 93
- [13] A. Lousa, J. Romero, E. Martínez, J. Esteve, F. Montalà and L. Carreras *Multilayered chromium/chromium nitride coatings for use in pressure die-casting*. Surface and Coatings Technology, ISSN 0257-8972, **146-147**, 268-273 (2001). Referenciado en 93
- [14] J. Romero, J. Esteve and A. Lousa. *Period dependence of hardness and microstructure on nanometric Cr/CrN multilayers*. Surface and Coatings Technology, ISSN 0257-8972, **188-189**, 338-343 (2004). Referenciado en 93
- [15] J. M. Lackner, W. Waldhauser, B. Berghauser, R. Ebner and G. Kothleitner. *Growth phenomena in room temperature pulsed laser deposited chromium and chromium nitride coatings*. Surface and Coatings Technology, ISSN 0257-8972, **200**(1-4), 387-390 (2005). Referenciado en 93
- [16] L. Maillé, P. Aubert, C. Sant and P. Garnier. *A mechanical study of W-N/W multilayers*, Surface and Coatings Technology, ISSN 0257-8972, **180-181**, 483-487 (2004). Referenciado en 93
- [17] S. K. Kim, Y. J. Baik and D. Kwon. *Analysis of interfacial strengthening from composite hardness of TiN/VN and TiN/NbN multilayer hard coatings*. Surface and Coatings Technology, ISSN 0257-8972, **187**(1), 47-53 (2004). Referenciado en 93
- [18] J. Romero, A. Lousa, E. Martinez and J. Esteve. *Nanometric chromium/chromium carbide multilayers for tribological applications*. Surface and Coatings Technology, ISSN 0257-8972, **163-164**, 392-397 (2003). Referenciado en 93
- [19] J. M. Lackner, W. Waldhauser, R. Major, L. Major and B. Major. *Interface growth morphologies in pulsed laser deposited, room temperature grown multilayer hard coatings*. Surface and Coatings Technology, ISSN 0257-8972, **201**(7), 4090-4093 (2006). Referenciado en 93
- [20] X. Huang and A. A. Pelegri. *Mechanical Characterization of Thin Film Materials with Nanoindentation Measurements and FE Analysis*. Journal of Composite Materials, ISSN 0021-9983, **40**(15), 1393-1407 (2006). Referenciado en 93

- [21] X. Huang and A. A. Pelegri. *Finite element analysis on nanoindentation with friction contact at the film/substrate interface*. Composites science and technology, ISSN 0266–3538, **67**(7–8), 1311–1319 (2007). Referenciado en 93
- [22] A. Yonezu, B. Xu and X. Chen. *Indentation induced lateral crack in ceramics with surface hardening*. Materials Science and Engineering: A, ISSN 0921–5093, **507**(1-2), 226–235 (2009). Referenciado en 93
- [23] Y. C. Lin, Y. J. Weng, D. J. Pen and H. C. Li. *Deformation model of brittle and ductile materials under nano-indentation*. Materials and Design, ISSN 0261–3069, **30**(5), 1643–1649 (2009). Referenciado en 94
- [24] Z. G. Zhang, O. Rapaud, N. Allain, D. Mercs, M. Baraket, C. Dong and C. Coddet. *Microstructures and tribological properties of CrN/ZrN nanoscale multilayer coatings*. Applied Surface Science, ISSN 0169–4332, **255**(7), 4020–4026 (2009). Referenciado en 94
- [25] Saulo P. Oliveira, Alexandre L. Madureira and Frederic Valentin. *Weighted quadrature rules for finite element methods*. Journal of Computational and Applied Mathematics, ISSN 0377–0427, **227**(1), 93–101 (2009). Referenciado en 94
- [26] S. Amaya–Roncancio and E. Restrepo–Parra. *Finite elements modeling of multilayers of Cr/CrN*. Microelectronics Journal, ISSN 0026–2692, **39**(11), 1336–1338 (2008). Referenciado en 94, 98
- [27] M. T. Tilbrook, D. J. Paton, Z. Xie and M. Hoffman. *Microstructural Effects on Indentation Failure Mechanisms in TiN Coatings: Finite Element Simulations*. Acta Materialia, ISSN 1359–6454, **55**(7), 2489–2501 (2007). Referenciado en 94
- [28] P. Beer, J. Rudnicki, L. Ciupinsky, M. A. Djouadi and C. Nouveau. *Modification by composite coatings of knives made of low alloy steel for wood machining purposes*. Surface and Coatings Technology, ISSN 0257–8972, **174–175**, 434–439 (2003). Referenciado en 94
- [29] Christopher H. M. Jenkins and Sanjeev K. Khanna. *Mechanics of Materials: A Modern Integration of Mechanics and Materials in Structural Design*, 1^a edition, ISBN 0123838525. Academic Press, 2005. Referenciado en 95
- [30] W. Zhang, Ch. Wang and G. S. Kassab. *The mathematical formulation of a generalized Hooke’s law for blood vessels*. Biomaterials, ISSN 0142–9612, **28**(24), 3569–3578 (2007). Referenciado en 95
- [31] G. Portnov and C. E. Bakis. *Analysis of stress concentration during tension of round pultruded composite rods*. Composite Structures, ISSN 0263–8223, **83**(1), 100–109 (2008). Referenciado en 95
- [32] ANSYS HPC, <http://www.ansys.com/>, mayo de 2009. Referenciado en 96

- [33] M. Stubicar, A. Tonejc and N. Radic. *Microhardness characterization of Al-W thin films*. Vacuum, ISSN 0042–207X, **61**(2), 309–316 (2001). Referenciado en 96
- [34] M. Kot, W. A. Rakowski, L. Major, R. Major and J. Morgiel. *Effect of bilayer period on properties of Cr/CrN multilayer coatings produced by laser ablation*. Surface and Coatings Technology, ISSN 0257–8972, **202**(15), 3501–3506 (2008). Referenciado en 96
- [35] Tabla Módulo de Young, http://www.unalmed.edu.co/fisica/paginas/cursos/paginas_cursos/recursos_web/tabla_periodica/programas/tabla_propiedades_mecanicas/modulo_young/tabla_modulo_young.html, junio de 2009. Referenciado en 96
- [36] E. Török, A. J. Perry, L. Chollet and W. D. Sproul. *Young's modulus of TiN, TiC, ZrN and HfN*. Thin Solid Films, ISSN 0040–6090, **153**(1–3), 37–43 (1987). Referenciado en 96
- [37] K. Holmberg, A. Laukkanen, H. Ronkainen, K. Wallin, S. Varjus and J. Koskinen. *Tribological contact analysis of a rigid ball sliding on a hard coated surface: Part II: Material deformations, influence of coating thickness and Young's modulus*. Surface and Coatings Technology, ISSN 0257–8972, **200**(12–13), 3810–3823 (2006). Referenciado en 96
- [38] P. C. Yashar and W. D. Sproul. *Nanometer scale multilayered hard coatings*. Vacuum, ISSN 0042–207X, **55**(3–4), 179–190 (1999). Referenciado en 99