



UNIVERSIDAD ANDRES BELLO

Facultad de Ingeniería

Ingeniería Civil Industrial

RECOLECCIÓN DE RESIDUOS DOMICILIARIOS DE MÚLTIPLES TIPOS
PARA EL RECICLAJE EN RENCA

Proyecto para optar al título de Ingeniero Civil Industrial

Autor:

Ignacio Javier Donaire Adaros

Profesor guía:

Ph.D. Germán Paredes Belmar

Viña del Mar

2018

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero agradecer a mis padres Ramón Donaire y María Fernanda Adaros, por todo su esfuerzo y sacrificio por brindarme la mejor educación. A mi hermana Fernanda Donaire, por ayudarme y guiarme por todo este proceso y a mi familia, por la unidad que los representa y estar siempre ahí como sustento.

Agradezco al profesor Germán Paredes por confiar y creer en mí, al darme la oportunidad de realizar este trabajo. Por todo su apoyo, motivación, paciencia y excelente vocación esto no habría sido posible.

Mis agradecimientos a todos mis amigos quienes han estado siempre y a los que he hecho en este camino universitario, quienes han sido de este trabajo directa e indirectamente.

A Gabriela Pérez de Achá, pilar fundamental en este trabajo y fiel compañera, por todo su paciencia, apoyo y comprensión.

ÍNDICE GENERAL

I.	Introducción.....	10
II.	Fundamentación	11
2.1.	Problemática u oportunidad.....	11
III.	Objetivos	14
3.1.	Objetivo General.....	14
3.2.	Objetivos Específicos	14
IV.	Alcance	15
V.	Antecedentes del problema y revisión bibliográfica	17
5.1.	Ruteo de vehículos.....	18
5.2.	Ruteo de vehículos con múltiples compartimientos (MCVRP).....	20
5.3.	Ruteo de vehículos con múltiples depósitos (MDVRP)	21
5.4.	Recolección de residuos y VRP	22
VI.	Descripción del modelo.....	23
6.1.	Formulación matemática del modelo.....	24
6.2.	Conjuntos	25
6.3.	Parámetros.....	25
6.4.	Variables de decisión	26
6.5.	Función objetivo	26
6.6.	Restricciones.....	27
VII.	Verificación y análisis del modelo	29
7.1.	Verificación del modelo	29

7.2.	Análisis de ensayos	31
VIII.	Caso de estudio	33
8.1.	Descripción de la instancia	33
8.2.	Resultados.....	36
IX.	Conclusiones.....	53
X.	Extensiones	55
XI.	Referencias	56
XII.	Anexos	58
	Anexo A: Modelo parametrizado en AMPL.....	58
	Anexo B: Demanda de los puntos limpios pequeños.....	60
	Anexo C: Extracto de matriz de distancias	62

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla VII-1: Resumen instancia de prueba	30
Tabla VII-2: Matriz de distancia	30
Tabla VII-3: Soluciones del modelo instancia pequeña	31
Tabla VIII-1: Soluciones del modelo instancia real	36
Tabla VIII-2: Soluciones del modelo instancia escenario I	39
Tabla VIII-3: Soluciones del modelo instancia escenario II	43
Tabla VIII-4: Soluciones del modelo instancia escenario III.....	47
Tabla VIII-5:Resumen de todas las instancias	51
Tabla XII-1:Demanda de los nodos.....	60

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura II-1: Disposición final de los residuos sólidos municipales, total nacional	12
Figura IV-1: Esquema de recolección de PL.....	15
Figura IV-2: Punto Limpio Grande, Gómez Carreño	16
Figura IV-3: Punto Limpio Pequeño, Vitacura	17
Figura V-1: Problema Clásico de VRP.....	19
Figura V-2: Variaciones del VRP	20
Figura V-3:Caso típico MDVRP	21
Figura VI-1: Esquemas de solución para el problema de recolección de residuos domiciliarios destinados para el reciclaje	24
Figura VII-1: Ruta de mínimo costo camión 1	32
Figura VII-2: Ruta de mínimo costo camión 2	32
Figura VIII-1: Parque Tucapel Jiménez II, Deposito 1	33
Figura VIII-2: Las siete canchas de Renca, Deposito 2	34
Figura VIII-3: Puntos limpios localizados en la comuna de Renca y sus depósitos	35
Figura VIII-4 : Ruta de mínimo costo instancia real camión 1	37
Figura VIII-5: Ruta de mínimo costo instancia real camión 2	38

Figura VIII-6: Solución óptima para el escenario 1, ruta 1 – 1 camión – 1 depósito	40
Figura VIII-7: Estadio municipal de Renca, Depósito 3	41
Figura VIII-8: Puntos limpios localizados en la comuna de Renca y su nuevo depósito	42
Figura VIII-9: Solución óptima para el escenario 2, ruta 1 - camión 1 – depósito 1	44
Figura VIII-10: Solución óptima para el escenario 2, ruta 2 - camión 2 – depósito 3	45
Figura VIII-11: Solución óptima para el escenario 2, ruta 2- camión 2 – depósito 3	46
Figura VIII-12: Solución óptima para el escenario 3, ruta 1- camión 1 – depósito 1	48
Figura VIII-13: Solución óptima para el escenario 3, ruta 2- camión 2 – depósito 2	49
Figura VIII-14: Solución óptima para el escenario 2, ruta 3- camión 3 – depósito 3	50
Figura XII-1:Extracto de matriz de distancias.....	62

RESUMEN

El proyecto consiste en una aplicación de un modelo estándar que se deriva del problema de ruteo de vehículos (VRP), a un caso real de encontrar rutas eficientes de recolección para los distintos puntos limpios localizados en la comuna de Renca, Región Metropolitana, Chile. La problemática se basa en la recolección de los puntos limpios desde un depósito y volver a este a medida que el camión este lleno.

El objetivo es realizar una propuesta de recolección para los puntos limpios existentes en la comuna de Renca, Región Metropolitana, Chile. Considerando que 37 puntos limpios pequeños, de los cuales 2 de ellos se conviertan en puntos limpios grandes, que actuaran como depósitos. Al ocupar los puntos limpios grandes como depósitos va a existir un doble filtro de cada residuo domiciliario destinado para el reciclaje, ya que el punto limpio grande contiene más separaciones que los puntos limpios pequeños que constan con solo 4, las que son: papel, plástico, metal y vidrio. Se propone ocupar distintos tamaños de camiones y salidas de los distintos depósitos.

El modelo de optimización fue programado en AMPL y las instancias se resuelven con CPLEX. Se presentan los resultados mostrando los aspectos más importantes y algunas sensibilizaciones.

ABSTRACT

The Project encompasses the application of a standard model derived from the vehicle routing issue (VRP) to a real case of finding more efficient collecting paths for different waste sorting points located in the Renca county, RM, Chile. The problem is based on waste collection from a waste sorting point, then a return track once the truck gets filled up.

The focus is to provide a collection proposal for the existing waste sorting points on the Renca county, RM Chile, taking onto account that from the 37 existing sorting points, 2 of them should become major sorting points. Those 2 points would become a depot. If those points are used as a major depot, a double filter of household waste would exist favoring the recycling process, given that the larger would have more separations than the smaller one, since the small sorting points considers only 4 separations: paper, plastic, metal and glass. We propose to use different sized trucks and sorting point departures.

I. Introducción

En los inicios de la civilización, el impacto del ser humano sobre el medio ambiente era pequeño, ya que solo se obtenía lo imprescindible para cubrir las necesidades y los desechos eran fácilmente asimilados por la naturaleza, sin embargo, con el pasar del tiempo, ocurre un suceso que cambia de forma drástica la situación: la Revolución Industrial. Debido a esta se produce un aumento de la población, crecimiento de las zonas urbanas y desarrollo de tecnologías, lo cual podría ser sinónimo de evolución e innovación, pero también verdaderos problemas de contaminación del medio ambiente.

La composición de la basura ha ido evolucionando en el tiempo, donde antes predominaban los productos orgánicos, pasando actualmente a productos industrializados. Esto se avala con las cifras del Banco Mundial que señala, que: “la producción de residuos aumentará desde los 1,3 billones de toneladas de desechos sólidos por año en 2010 a cerca de los 2.200 millones de toneladas en 2025” (What a Waster: A Global Review of Solid Waste Management, 2012).

En Chile: “se generan alrededor de 456 kilogramos de basura por cada persona al año, situándose como el país que más residuos per cápita genera en Sudamérica” (Greenpeace, 2016). Para la disposición de residuos: “Chile cuenta con 38 rellenos sanitarios, que cubren el 77% de los tratamientos de residuos domiciliarios. También se registran 47 vertederos, que cubren el 23% restante, de los cuales 20 no tienen autorización sanitaria, sin considerar todos los vertederos clandestinos a lo largo del país” (Ministerio del Medio Ambiente, publimetro.cl, 2016).

El enfoque tradicional del servicio de limpieza municipal se limita a realizar acciones “post – consumo”, es decir, recolección, transporte y disposición final de los residuos, terminando así su tarea, esta visión no es mala, pero si

incompleta, ya que pretende resolver el problema de los residuos con acciones curativas, tan solo deshaciéndose de ellos sin un enfoque de gestión sostenible en el tiempo de los residuos.

Una de las opciones para mejorar el sistema el sistema de gestión de recolección de residuos domiciliarios es mediante la fiscalización de las empresas del rubro. Otra opción para gestionar eficientemente este problema es “poner en marcha políticas nacionales de reciclaje a nivel urbano” (Asún, 2016). Dentro de estas políticas se destaca la instalación (habilitación) de puntos limpios de reciclaje en algunos sitios de la ciudad, que permitan acumular distintos tipos de residuos en varios sitios geográficos, y así facilitar el proceso de reciclaje. Al llevar esto último a cabo se produce una interrogante relevante ¿Como se recolectarán los residuos urbanos de un punto limpio?

II. Fundamentación

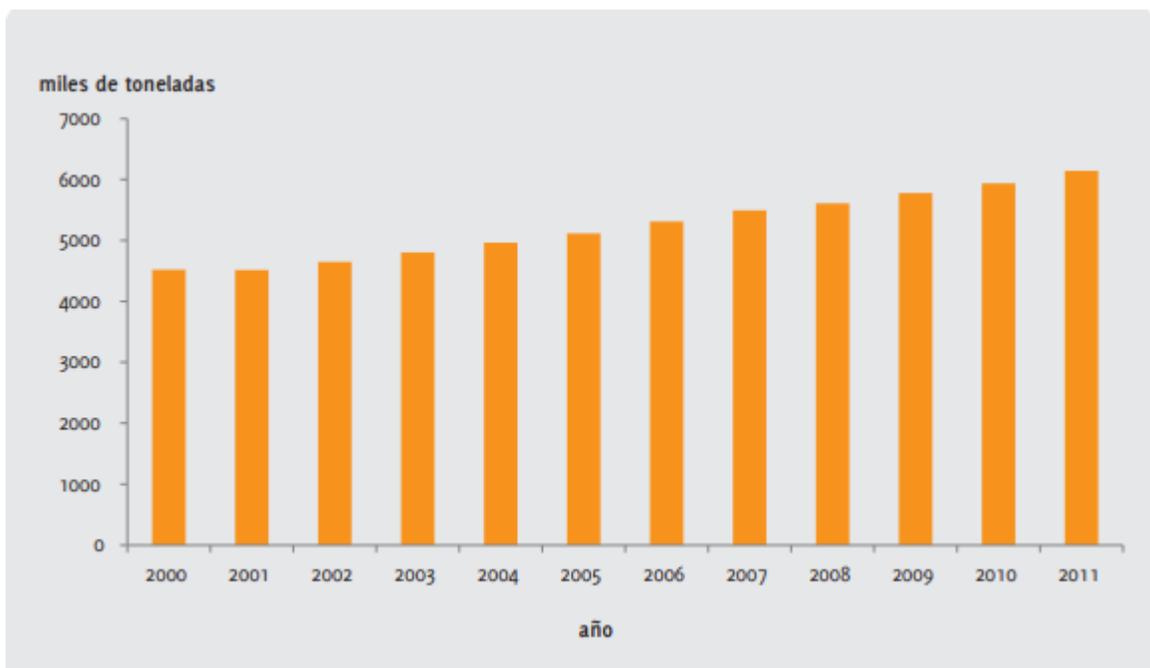
2.1. Problemática u oportunidad

La gestión de residuos sólidos adquiere especial importancia, ya que a medida que la población crece y los avances, ya sean tecnológicos y/o económicos, sumados de los patrones de consumo de la población, el problema de los residuos crece de manera directa.

La generación de residuos tiene un problema cultural asociado que afecta directamente el manejo de estos, debido a que prácticamente no se incentiva el cuidado del medio ambiente y el entorno, con simples hechos como la motivación por el reciclaje y la separación subyacente de distintos tipos de residuos en las propias casas.

En Chile, “se generan alrededor de 7,4 millones de toneladas en un año. De este volumen, apenas se recicla el 10%” (Ministerio del Medio Ambiente, chilerecicla.gob.cl, 2015) de ese volumen de residuos es reciclado. Por lo tanto, el 90% restante termina en rellenos sanitarios o vertederos (ilegales en muchos casos). Particularmente: “La Región Metropolitana encabeza la generación de residuos a nivel país, con una cifra anual de 2.807.247 de toneladas en el año 2009” (Comana, 2010).

Figura II-1: Disposición final de los residuos sólidos municipales, total nacional



Fuente: MMA,2015

En la Figura II-1, se puede apreciar el crecimiento de residuos sólidos municipales eliminados en sitios de disposición final (vertederos o rellenos sanitarios), que entre los años 2000 y 2011 aumentaron un 26%.

La recolección de basura es responsabilidad de los municipios y la disposición es fiscalizada por la autoridad sanitaria. La mayoría de los municipios destinan una proporción mayúscula de su presupuesto a recoger residuos domiciliarios, alcanzando sobre un 20% y 30% de su presupuesto en algunos casos. Miles de

millones de pesos mensuales destinados a la basura, recursos que podrían dedicarse a mejorar la salud, educación o equipamiento urbano.

Existe un gran problema a nivel comunal en donde dos de cada tres municipalidades no tenían acceso a rellenos sanitarios hasta el 2010. “Para ampliar el acceso, el Gobierno se propone a duplicarlos hasta el año 2020. Sin embargo, un mayor fomento de la prevención de la producción de desechos y del reciclado podría reducir la necesidad de expandir la capacidad existente” (OCDE, 2016).

Por otro lado, existen estudios en Chile que señalan que una de las principales razones por las que las personas no reciclan es que no hay sitios cercanos para reciclar (Adimark, 2015).

Considerando todos estos antecedentes, existe una necesidad de mejora en cuanto a la gestión de la recolección de residuos domiciliarios, debido que actualmente no hay estudios formales de formas de recolección de residuos destinados para el reciclaje, la mayoría de las empresas a cargo de los puntos limpios hacen la recolección según el llenado de este, y las empresas que hacen recolección domiciliaria o a locales establecidos lo hacen de igual manera.

Este estudio se concentrará en diseñar una propuesta de mejora de gestión de recolección de residuos de reciclaje para la comuna de Renca. Renca es una comuna representativa de la Región Metropolitana, pues la constitución de basura es muy similar al promedio de la región. “En Renca se generan alrededor de 63.839 toneladas al año” (Comana, 2010), cifra que representa el 2,27% de lo generado por la región metropolitana ese año.

III. Objetivos

3.1. Objetivo General

Realizar una propuesta de recolección para los puntos limpios en la comuna de Renca, Región Metropolitana.

3.2. Objetivos Específicos

Conocer y determinar los tipos de puntos limpios existentes mediante a visitas e información existente.

Investigar la literatura relacionada al ruteo de vehículos con múltiples depósitos y comprender modelos planteados por autores anteriores

Desarrollar un modelo matemático para la recolección de material reciclables desde los puntos limpios previamente localizados para abordar todas las condiciones del problema a resolver.

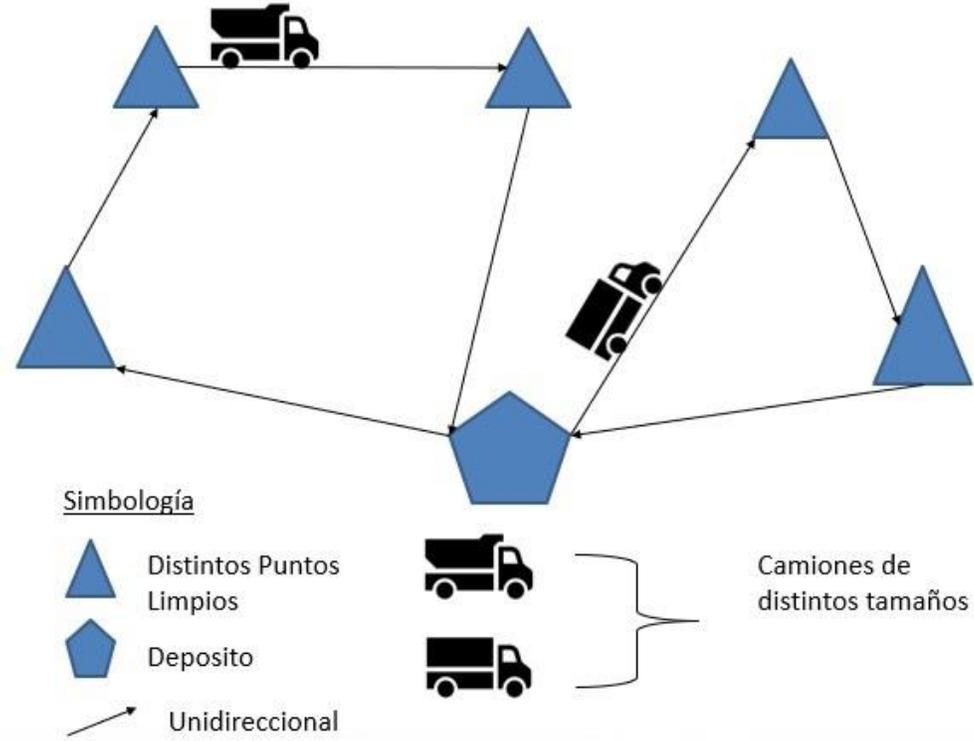
Resolver el modelo matemático planteado utilizando el software AMPL-CPLEX, y plantear distintos escenarios de solución, para disponer de varias configuraciones factibles para el sistema de recolección.

IV. Alcance

El objetivo es proponer un modelo matemático que permita determinar la ruta eficiente para la recolección de los Puntos Limpios (PL).

En la Figura IV-1, se presenta un esquema genérico del problema a resolver.

Figura IV-1: Esquema de recolección de PL



Fuente: Elaboración Propia

Los triángulos representan los PL previamente instalados. Todos los PL deben ser recolectados por algún camión. La Figura IV-1 señala que dos camiones salen de un depósito central (representado con un pentágono) recolectan la carga de

Figura IV-3: Punto Limpio Pequeño, Vitacura



Fuente: Google

El tiempo estimado de viaje entre los distintos puntos de la red será estimado con Google maps. En la estimación de tiempo no se consideran distintos horarios ni congestión en la red.

V. Antecedentes del problema y revisión bibliográfica

El problema de recolección de residuos domiciliarios de múltiples tipos para el reciclaje se ha estudiado como un problema de ruteo de vehículos. Sin embargo, hay pocos registros que dicho modelo matemático haya sido aplicado en el problema a resolver en la presente tesis.

Antes de mencionar los trabajos, investigaciones y aportes realizados por diversos autores, corresponde revisar, en primera instancia, los modelos y problemas más atingentes al problema a desarrollar en esta tesis.

5.1. Ruteo de vehículos

Los problemas de ruteo de vehículos o VRP (por sus siglas en inglés Vehicle Routing Problem), corresponden más bien a una familia de problemas de esta índole. Una definición apropiada es “Determinar un conjunto de rutas para llevar a cabo todas las solicitudes de transporte (o algunas) dada una flota homogénea de vehículos, a un mínimo costo; en particular, decidir cual vehículo transportará una determinada necesidad u objetivo y en que secuencia lo hará, de modo de que todas las rutas pueden ser factiblemente ejecutadas” (Toth & Vigo, 2014)

Otra definición dada por Hillier & Lieberman señala que el “VRP consiste en determinar un conjunto de rutas para una flota de vehículos que parten de uno o más depósitos o almacenes para satisfacer la demanda de varios clientes dispersos geográficamente” (Hillier & Lieberman, 2006). “El objetivo del VRP es entregar productos o bienes a este conjunto de clientes con demandas conocidas, al mínimo costo encontrando las rutas optimas que se originan y terminan en el referido depósito. Cada cliente es atendido solo una vez, para lo que se asignan vehículos que lleven la carga (demanda de los clientes que visitaran) sin exceder su capacidad máxima de transporte” (Hermosilla & Barán, 2001)

El VRP proviene del TSP (Travelling Salesman Problem) o más conocido como el problema del vendedor viajero. Este problema consiste en visitar un número finito de lugares por un vendedor, el cual debe visitar a cada uno de sus clientes solo una vez y regresar al lugar de partida, minimizando la distancia que tiene que recorrer el agente.

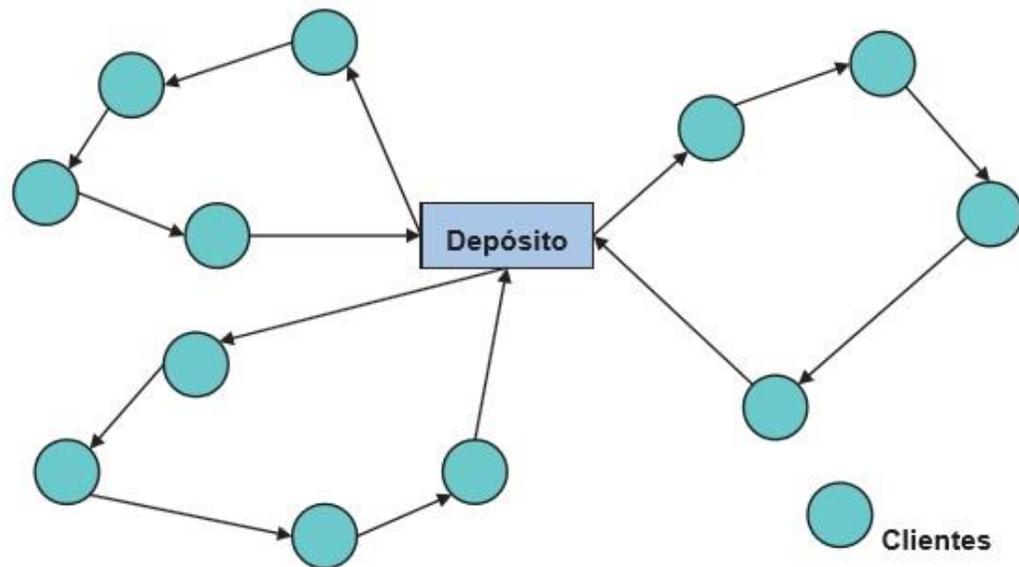
El origen del VRP viene desde el año 1959 y es introducido por Dantzing y Ramser ellos propusieron la primera formulación matemática y algorítmica del

VRP aplicada a un problema real acerca de la entrega de gasolina a las estaciones de servicio.

El VRP es uno de los problemas más conocidos y desafiantes en la programación lineal entera y hace parte de los problemas llamados NP-Hard, que son los problemas que no se pueden resolver en un tiempo polinomial (Lüer et al., 2009).

En la Figura V-1, se observa gráficamente el problema de VRP de manera sencilla, donde las flechas son las rutas de los vehículos, los círculos son la ubicación de los distintos clientes y el depósito es el centro. Se puede visualizar en la figura que una vez que el vehículo cumple con su capacidad vuelve al depósito así se van generando las rutas de los vehículos que pueden ser que sea de un solo vehículo haga las 3 rutas o que sean 3 vehículos que realicen las 3 rutas en este caso particular.

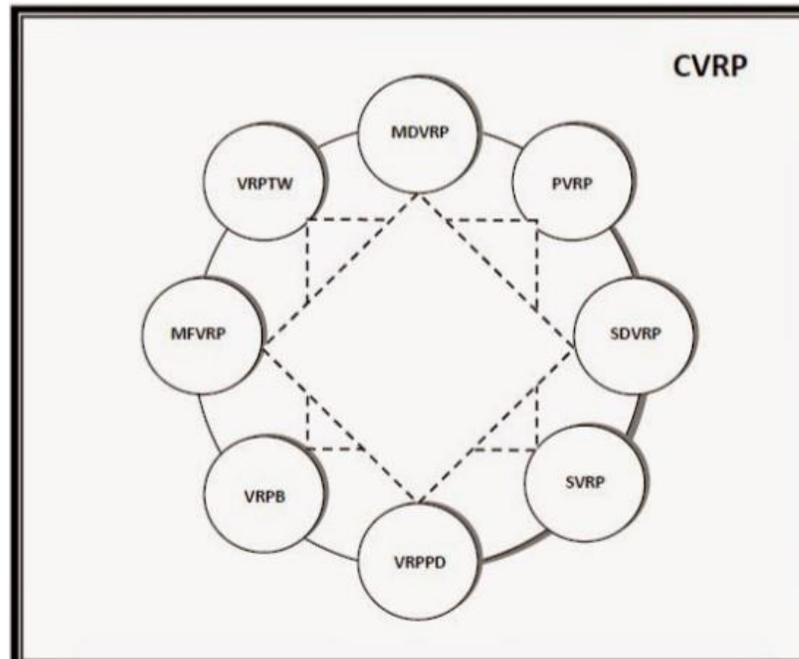
Figura V-1: Problema Clásico de VRP



Fuente: (Rocha, González, & Orjuela, 2011)

Como se ve en la Figura V-2, existen múltiples variantes del VRP, donde cada uno de los problemas se acerca a la realidad, pese que es muy complejo modelar problema que sea igual a la realidad.

Figura V-2: Variaciones del VRP



Fuente: González et al.(2006)

5.2. Ruteo de vehículos con múltiples compartimientos (MCVRP)

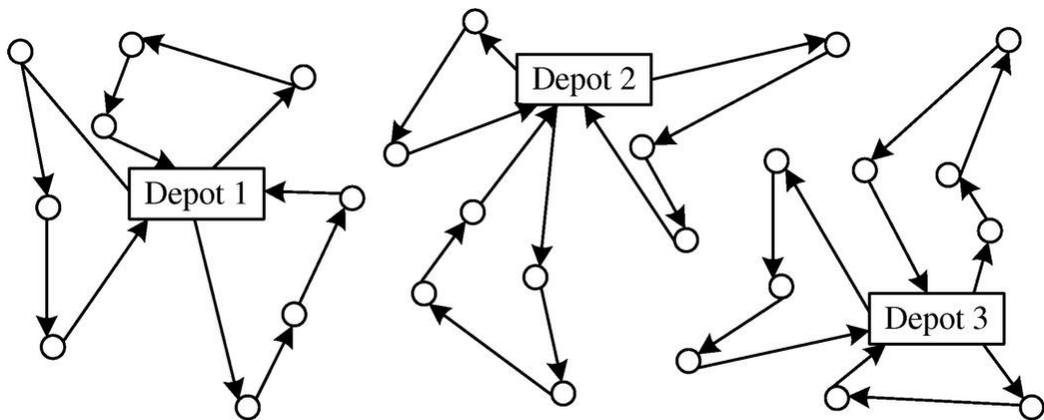
El problema de ruteo de vehículos con múltiples compartimientos (por sus cifras en inglés Multi-Compartment Vehicle Routing Problem) nace por la condición de que distintos materiales o productos no pueden mezclarse al ser transportados. Así, los vehículos con compartimientos destinan cada compartimiento a un tipo de producto, evitando el contacto mutuo durante el transporte.

5.3. Ruteo de vehículos con múltiples depósitos (MDVRP)

El problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos (por sus cifras en inglés (Multiple Depot Vehicle Routing Problem) tiene como característica principal la existencia de más de un depósito para satisfacer a los clientes. Por lo tanto, es importante conocer la asignación de cada vehículo a cada cliente y la asignación de los vehículos a los depósitos. Si los clientes están alrededor de los depósitos (en agrupaciones), estos pueden modelarse como varios VRP independientes. Si los depósitos están mezclados con los clientes debe resolverse como un MDVRP. Una primera formulación de esta variante la presenta en 1985 Kulkarni y Bhave. (Kulkarni & Bhave, 1985)

La Figura V-3, muestra de forma gráfica el problema de MDVRP, donde los vehículos de las flotas están asociados a un depósito, el cual atenderá al cliente.

Figura V-3: Caso típico MDVRP



Fuente: (Xianfeng Yang & Shanjiang Zhu, 2014)

5.4. Recolección de residuos y VRP

Existen múltiples enfoques en cuanto a la forma de abordar problemas asociados a la gestión de residuos domiciliarios, y diferentes autores han estudiado este problema desde varios puntos de vista.

Por una parte, se puede abordar el problema como una variante del problema de VRP, donde los contenedores grandes son ubicados en lugares predeterminados con alta generación de basura y son transportados, uno a la vez, por tractores a los puntos de eliminación de basura o a los lugares de almacenamiento de contenedores (Wy et al. (2010)).

También se ocupa el VRP con ventanas de tiempo (VRPTW), aplicando un sistema de recolección comercial. Se consideran múltiples depósitos de descarga y tiempos de descanso de los conductores para almorzar. Los autores Kim et al. (2006) fueron los primeros en introducirlo y sus algoritmos propuestos han sido aplicados y desplegados con éxito para problemas de la vida real, en cuanto a la recolección de residuos domiciliarios.

En Chile, Diaz (1993) propone diferentes rutas para la recolección en la acera en el gran Concepción. En su resolución usa heurísticas como el algoritmo de camino mínimo de Floyd, y de Ford-Fulkerson para resolver el problema de transporte.

En síntesis, existen múltiples estudios sobre la recolección de residuos domiciliarios, pero hay muy pocos artículos que estudian la recolección de residuos domiciliarios destinados para el reciclaje. Este es un problema que está en boca de todos las mayorías de las empresas están luchando y cambiando su forma para ser sostenibles. Por otro lado, las personas están cambiando su mentalidad y están siendo conscientes con el medio ambiente.

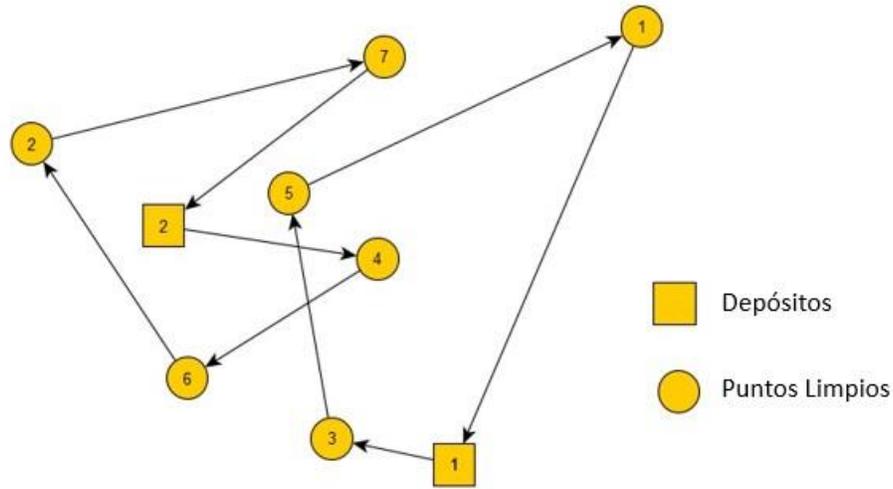
Por ejemplo, en la región del Bío-Bío se van a implementar 197 puntos limpios a lo largo de la región, los que van a beneficiar a 31 comunas. Se van a localizar 138 puntos limpios fijos, 50 ecositios y 9 puntos limpios móviles que van a poder ser ocupados en distintos eventos que se realicen en la región. (Bravo, 2018)

VI. Descripción del modelo

El modelo desarrollado a continuación permite resolver eficientemente el problema llamado “recolección de residuos domiciliarios de múltiples tipos para el reciclaje” para una instancia de tamaño reducido, como un caso particular del MDVRP, (e.g. capacidad del vehículo, asignación balance de flujos), minimizando los costos fijos y variables de los vehículos y encontrando las rutas óptimas.

Mencionado lo anterior, y para simplificar la resolución y planteo del caso, se preparó un esquema en el que se presenta un esquema de la instancia y la propuesta para generar el modelo.

Figura VI-1: Esquemas de solución para el problema de recolección de residuos domiciliarios destinados para el reciclaje



Fuente: Elaboración del autor

En la Figura VI-1, los cuadrados son los depósitos (1 y 2) y los círculos representan los puntos limpios. La figura muestra la ruta óptima que debe de seguir el camión que sale de un depósito, pasando por distintos puntos limpios. Desde el depósito 1, la ruta comienza en el punto limpio 3, luego el 5 y por último el 1, luego volviendo al depósito 1. La secuencia de viaje la segunda ruta es: Depósito 2-4-6-2-7-Depósito 2.

6.1. Formulación matemática del modelo

El modelo de programación entera mixta desarrollado se presenta a continuación. El modelo se basa en el artículo de (Salhi, Imran, & A.Wassan, 2014)

6.2. Conjuntos

N :	Conjunto de nodos presentes en la comuna de Renca que representa a la totalidad de los puntos limpios pequeños de la instancia.
M :	Conjunto de nodos presentes en la comuna de Renca que representan en totalidad a los puntos limpios grandes (depósitos).
K :	Conjunto de Vehículos.
MK :	Conjunto que indexa los puntos limpios grandes (depósitos) con sus respectivos vehículos.

6.3. Parámetros

q_i :	Generación de basura del nodo i .
Q_k :	Capacidad del vehículo k .
F_k :	Costo fijo del vehículo k .
α_k :	Costo variable por kilómetro recorrido del vehículo k .
D_{ij} :	Distancia de viaje en kilómetros entre el nodo i y el nodo j .

6.4. Variables de decisión

$$x_{ijkd} = \begin{cases} 1, & \text{si el vehiculo } k \text{ viaja desde el nodo } i \text{ al nodo } j \text{ desde el deposito } d \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

$y_{ij} \geq 0$ = La cantidad de productos que viajan desde el nodo i al nodo j .

6.5. Función objetivo

A continuación, se expresa la función que corresponde a la minimización de los costos fijos más los costos variables denominada como Z .

$$\text{Min } Z = \sum_{i \in M} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} \sum_{\substack{d \in M \\ (d,k) \in MK}} F_k x_{ijkd} + \sum_{i \in \text{NUM}} \sum_{j \in \text{NUM}} \sum_{k \in K} \sum_{\substack{d \in M \\ (d,k) \in MK}} \alpha_k D_{ij} x_{ijkd}$$

Z cuantifica el costo total de la recolección que está compuesto por dos expresiones: la primera se refiere al costo fijo por la utilizar un vehículo y la segunda se refiere al costo variable por kilómetro recorrido de cada vehículo utilizado.

6.6. Restricciones

Asignación de camión y depósito

$$\sum_{i \in NUM} \sum_{k \in K} \sum_{\substack{d \in M \\ (d,k) \in MK}} x_{ijkd} = 1 \quad \forall j \in N \quad (1)$$

$$\sum_{j \in NUM} \sum_{k \in K} \sum_{\substack{d \in M \\ (d,k) \in MK}} x_{ijkd} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

Las restricciones (1) y (2) cumplen con asignación única de camión y depósito, es decir que cada punto limpio pequeño es visitado por un único camión desde un único depósito.

Balance de flujo

$$\sum_{i \in NUM} x_{ijkd} = \sum_{i \in NUM} x_{jikd} \quad \forall j \in N \cup M, d \in M, k \in K: (d,k) \in MK \quad (3)$$

$$\sum_{i \in NUM} y_{ij} - \sum_{i \in NUM} y_{ji} = q_j \quad \forall j \in N \quad (4)$$

La restricción (3) es un balance de flujo para todo nodo, depósito (punto limpio grande) y camión. La restricción (4) es un balance de flujo para la carga transportada en cada punto limpio pequeño.

Total de cargas

$$\sum_{i \in M} \sum_{j \in N} y_{ij} = \sum_{j \in N} q_i \quad (5)$$

La restricción (5) asegura que el total de carga transportada debe ser igual al total de carga generada.

Relación entre variables x e y

$$y_{ij} \leq \sum_{d \in M} \sum_{\substack{k \in K \\ (d,k) \in MK}} Q_k x_{ijkd} \quad \forall i \in N \cup M, j \in N \quad (6)$$

La restricción (6) señala que la capacidad de cada vehículo no debe ser sobrepasada.

Evitar conexión entre depósitos

$$x_{ijkd} = 0 \quad \forall i \in M, j \in N, k \in K, d \in M: i \neq d, (d,k) \in MK \quad (7)$$

$$x_{ijkd} = 0 \quad \forall i \in N, j \in M, k \in K, d \in M: j \neq d, (d,k) \in MK \quad (8)$$

Las restricciones (7) y (8) es para evitar la conexión entre depósitos, es decir que si un camión sale de un depósito debe volver al mismo.

Salida del deposito

$$\sum_{i \in M} \sum_{j \in N} x_{ijkd} = 1 \quad \forall k \in K, d \in M: (d,k) \in MK \quad (9)$$

La restricción (9) se ocupa para que cada camión salga solo una vez de su depósito.

Dominio de variables

$$x_{ijkl} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \cup M, j \in N \cup M, k \in K, d \in M: (d,k) \in MK \quad (10)$$

$$y_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in N \cup M, j \in N \cup M \quad (11)$$

VII. Verificación y análisis del modelo

7.1. Verificación del modelo

Para verificar el desempeño del modelo matemático propuesto se utilizó una instancia de prueba la cual incluye información de las distancias de los PL, costos fijos y variables, demanda de los PL, un depósito con sus respectivos camiones y su capacidad.

Esta instancia de prueba consta con 12 nodos (incluido un depósito), utilizando dos camiones de 12.000lt para hacer la recolección, cabe destacar que cada uno de los PL debe ser visitado. Se utilizó un costo fijo de \$20.000 (como valor de referencia) y un costo variable de 48.5[\$/km].

A continuación, se ilustra en la Tabla VII-1 el resumen de la instancia, donde se aprecia que el numero 100 corresponde al depósito, la demanda de residuos de cada nodo, cabe destacar que es la suma de los residuos de los 4 bins, los cuales son: papel, plástico, vidrio y metal.

Tabla VII-1: Resumen instancia de prueba

Nodos	ID	Demanda (Lt)
100	Depósito	0
1	PL	1063,3
2		1318
3		1341,2
4		2901,7
5		2516
6		10
7		3238,2
9		3199,2
10		932,4
11		3256,8
12		940,9

Fuente: Elaboración del autor

Para este ensayo, se creó una matriz de distancias de los PL. La Tabla VII-2 muestra dichas distancias en km

Tabla VII-2: Matriz de distancia

	1	2	3	4	5	6	7	100	9	10	11	12
1	0	0.5	0.9	2	4	4	4	6	5	5	4	5
2	0.5	0	0.2	2	3	4	4	6	4	5	4	5
3	0.9	0.4	0	1	3	3	4	5	4	5	4	5
4	2	2	2	0	1	2	2	3	2	2	3	7
5	3	3	3	2	0	2	2	3	2	1	3	8
6	4	3	3	1	0.7	0	1	2	1	1	3	8
7	6	6	6	3	2	0.7	0	0.8	1	2	3	10
100	6	6	5	3	2	1	1	0	1	1	3	10
9	4	3	3	2	1	0.4	0.4	1	0	2	4	8
10	4	4	4	2	2	2	2	2	2	0	4	9
11	5	5	5	4	3	4	4	3	4	5	0	7
12	3	4	4	5	6	6	6	8	7	7	6	0

Fuente: Elaboración del autor

Con estos datos de entrada se espera validar el modelo y obtener una ruta eficiente al mínimo costo

7.2. Análisis de ensayos

La Tabla VII-3 muestra la solución eficiente de la instancia pequeña. En un análisis más profundo permite comprobar el correcto funcionamiento del modelo llegando al óptimo global con un gap del 0,00%, es decir, es una solución óptima para esta instancia.

Tabla VII-3: Soluciones del modelo instancia pequeña

Instancia	C.Totales	Ruta	GAP	% de utilización
2 Camiones 1 Deposito	\$41.139,8	Camión 1:100-11-12-1-2-3-4-100 Camión 2:100-9-7-6-5-10-100	0.00%	Camión 1 =90,2 % Camión 2 = 82,6%

Fuente: Elaboración del autor

Por otra parte, en las Figuras VII.1 y VII.2 se aprecia la secuencia de visitas del camión 1 y camión 2 respectivamente, cada camión sale del depósito y vuelve al mismo. El depósito es el que se aprecia de color rojo en ambas figuras, la ruta hecha por los camiones está marcada en azul, por orden alfabético y los puntos verdes con números son los respectivos puntos limpios pequeños.

La instancia mostrada en la Tabla VII-3, genera un total de 490 variables y 192 restricciones, con un tiempo de 0,61 segundos.

El porcentaje de utilización de los camiones se obtiene respecto con el total de materiales destinados para el reciclaje que recolectan con la capacidad total del camión.

Como se ilustran en la Figuras VII.1, el camión 1 recolecta los puntos limpios pequeños más alejados del depósito. En la Figura VII.2 el camión 2 recolecta los puntos limpios pequeños más cercanos al depósito.

Figura VII-1: Ruta de mínimo costo camión 1



Fuente: Elaboración propia

Figura VII-2: Ruta de mínimo costo camión 2



Fuente: Elaboración del autor

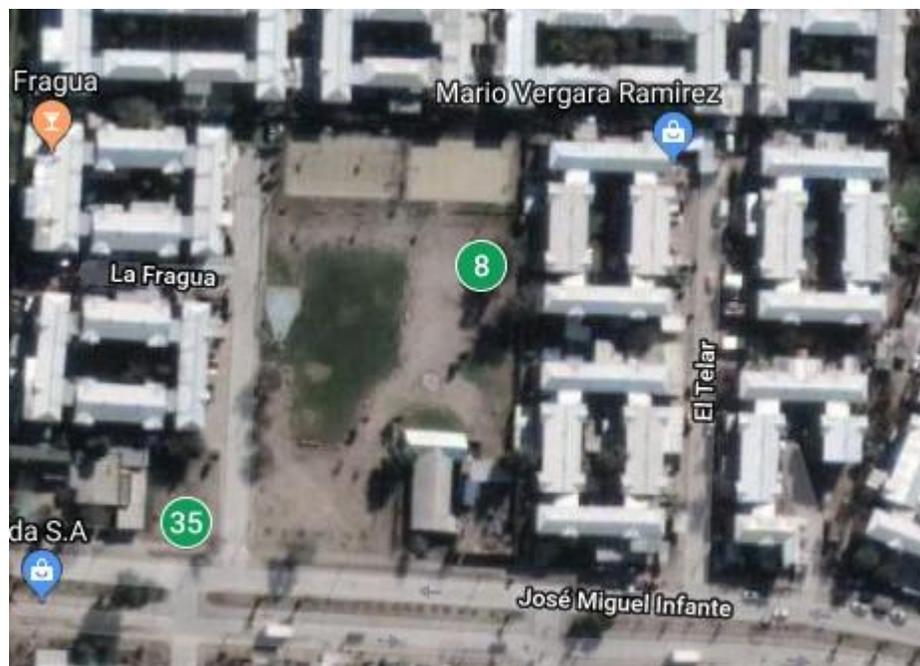
VIII. Caso de estudio

8.1. Descripción de la instancia

De acuerdo con el alcance de esta tesis, se ha planteado un caso de estudio real en la comuna de Renca, Región Metropolitana, basado en el estudio de (Parra et al, 2017), el cual determinó que se deben localizar 37 puntos limpios en dicha comuna. En esta tesis se estudia el problema de recolección de estos residuos para el reciclaje.

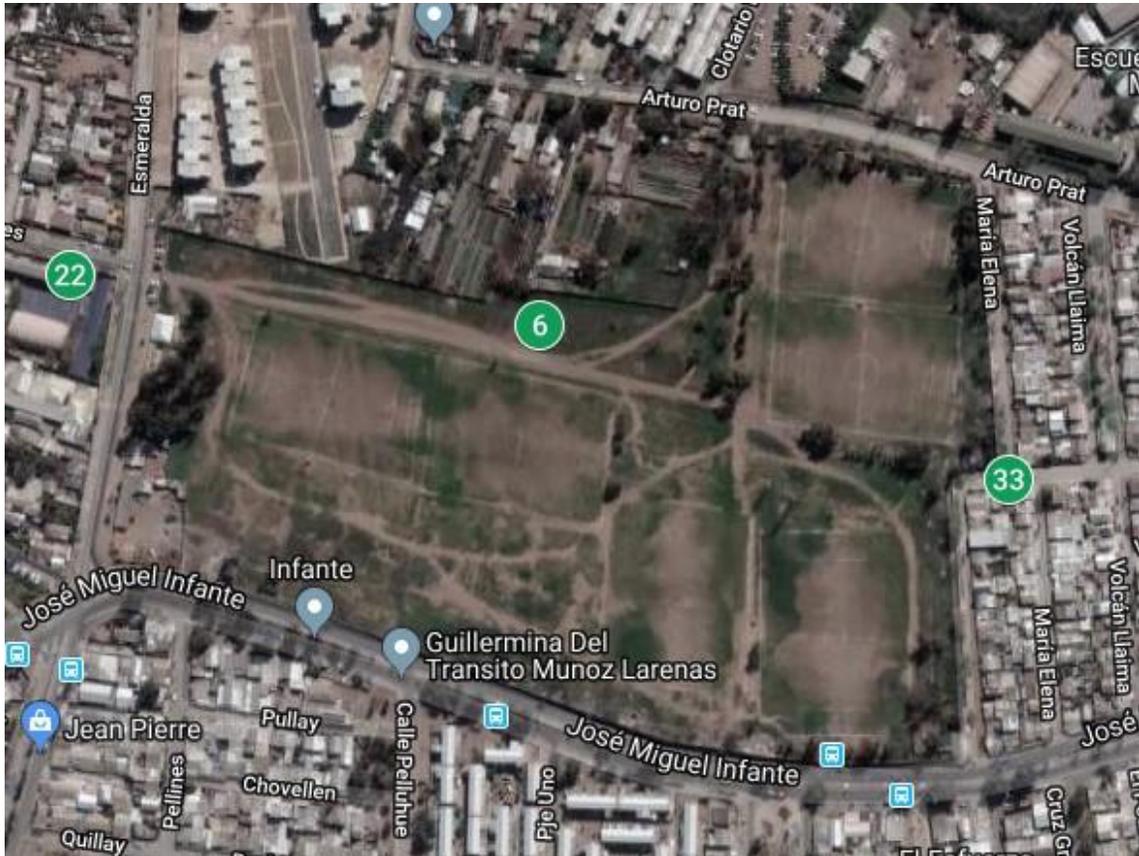
De estos 37 puntos limpios pequeños se seleccionan 2, que cumplen con las características mínimas de espacio para ser utilizados como depósitos.

Figura VIII-1: Parque Tucapel Jiménez II, Deposito 1



Fuente: Elaboración del autor

Figura VIII-2: Las siete canchas de Renca, Deposito 2



Fuente: Elaboración del autor

En la Figura VIII.1 y VIII.2 se ilustran los dos puntos limpios pequeños que pasan a convertirse en los depósitos 1 y 2, los cuales son el nodo 8 en la Figura VIII.1 y el nodo 6 en la Figura VIII.2 respectivamente. Debido a que son los únicos puntos que reúnen las características necesarias de espacio para poder ser un punto limpio de gran magnitud.

En la Figura VIII.3, se pueden apreciar los círculos azules que corresponden los puntos limpios previamente localizados (35), los puntos rojos son PL grandes (depósitos), estos serán donde los camiones tendrán que llevar todo el residuo domiciliario para el reciclaje desde los puntos limpios pequeños hacia alguno de los depósitos, donde ahí se clasificara con mayor profundidad dichos residuos.

Figura VIII-3: Puntos limpios localizados en la comuna de Renca y sus depósitos



Fuente: Elaboración del autor

La distancia de viaje más corta entre cada par de puntos de la red asimétrica (D_{ij}) fue estimada con Google Maps. Así, se obtuvieron 1.332 distancias distintas.

Por otra parte, se tiene el costo variable por kilómetro recorrido del camión (α_k) el cual fue calculado por medio del rendimiento del camión el que es de 12[km/litro] y por el costo del diésel que es de 582[\$/litro]. Se asigna un costo fijo (F_k) de cada camión de 20.000. Respecto a la capacidad de cada vehículo, se tiene una flota de vehículos con capacidad suficiente para satisfacer a demanda de todas las zonas

Por último, se obtiene la generación de basura del nodo i (q_i) a través del estudio de (Parra et al, 2017), los nodos 100 y 200 no tiene generación de basura debido a que corresponden a los depósitos. La carga de residuos es recibida en estos depósitos y no es recolectada por los camiones. No se considera una restricción de capacidad para cada depósito, dado que se supone que cada depósito debe ser capaz de procesar la capacidad máxima de su flota de vehículos. Cabe

destacar que esta recolección se realizara cada 7 días, ya que es la solución que se ocupó de (Parra et al, 2017).

8.2. Resultados

El modelo fue parametrizado en lenguaje AMPL y el software utilizado para ejecutar el modelo y resolver las zonas (instancias) fue solver de CPLEX versión 12.8, el equipo que fue utilizado contiene hardware de procesador Intel Core i3-5005U, 2.0 GHz, 4 GB de RAM.

Cada instancia fue resuelta con tiempo máximo de computo de 3600 segundos (1 hora).

Los resultados de esta instancia se pueden apreciar en la tabla VIII-1.

Tabla VIII-1: Soluciones del modelo instancia real

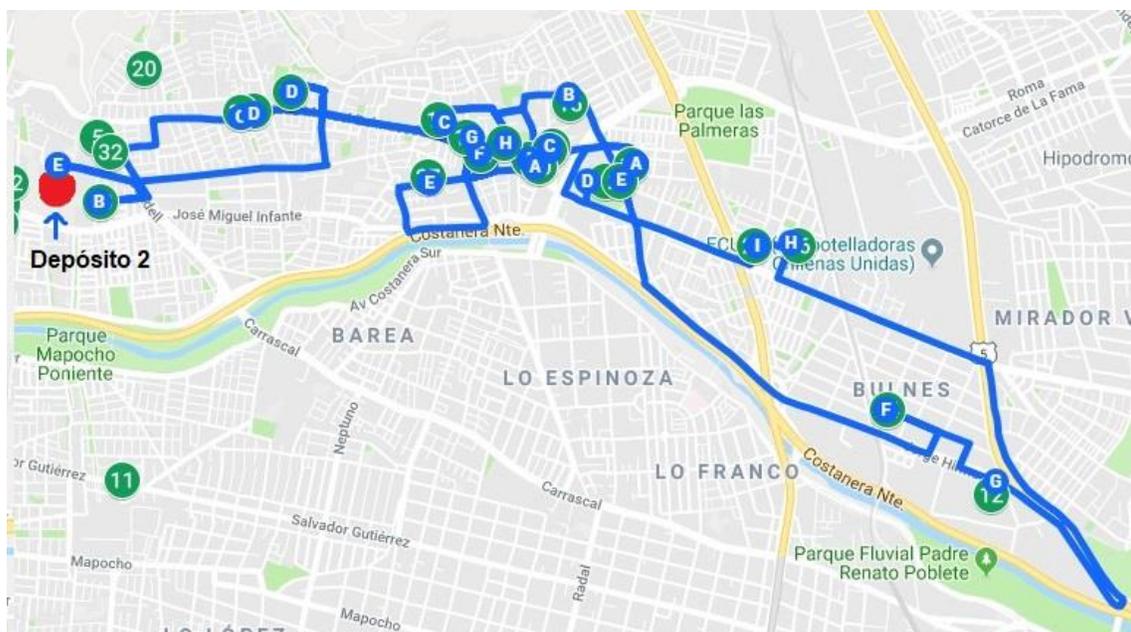
Instancia	C.Totales	Ruta	GAP	% de utilización
2 Camiones 2 Depósitos	\$41.377,4	Camión 1:100-10-37-22-36-9-7-34-21-32-5-20-11-23-35-100 Camión 2:200-33-31-4-27-13-16-18-3-30-29-2-1-28-24-12-26-25-14-15-17-19-200	0,00%	Camión 1 =80,4 % Camión 2 = 96%

Fuente: Elaboración del autor

La instancia mostrada en la Tabla VIII-1, genera un total de 4.099 variables y 1.617 restricciones, con un tiempo de 279,03 segundos.

Las rutas para la instancia que minimizan los costos totales de recolección con 2 depósitos y 2 vehículos se muestran a continuación:

Figura VIII-5: Ruta de mínimo costo instancia real camión 2



Fuente: Elaboración del autor

En la Figura VIII-4 y VIII-5 los círculos verdes representan a los puntos limpios pequeños y los círculos rojos los depósitos, los camiones salen del depósito y tienen que volver al mismo.

El porcentaje de utilización de los camiones se obtiene respecto con el total de materiales destinados para el reciclaje que recolectan con la capacidad total del camión.

En relación con las soluciones que se ilustran en la Figura VIII.4 y Figura VIII.5, se aprecia que el camión 2 recolecta más puntos limpios que el camión 1 por lo que tiene un mayor porcentaje de utilización como se ve en la Tabla VIII-1, debido a que queda más cerca de la mayoría de los puntos limpios pequeños, por otro lado, como se ve en la Figura VIII-3 el camión 1 al no estar tan cerca de la mayoría de los puntos limpios pequeños, él va a recolectar el que está más alejado de ambos. La secuencia tiene un gap del 0,00% por lo que resulta ser un óptimo global, es decir, una solución óptima para esta instancia.

Se realizaron distintos escenarios de prueba para abordar el caso de estudio, las cuales son: escenario I, escenario II y escenario III.

El escenario I consta con dos pruebas computacionales con la misma instancia de Renca, pero solo se utiliza un depósito, con 1 y 2 camiones respectivamente. Los resultados se muestran en la Tabla VIII-2

Tabla VIII-2: Soluciones del modelo instancia escenario I

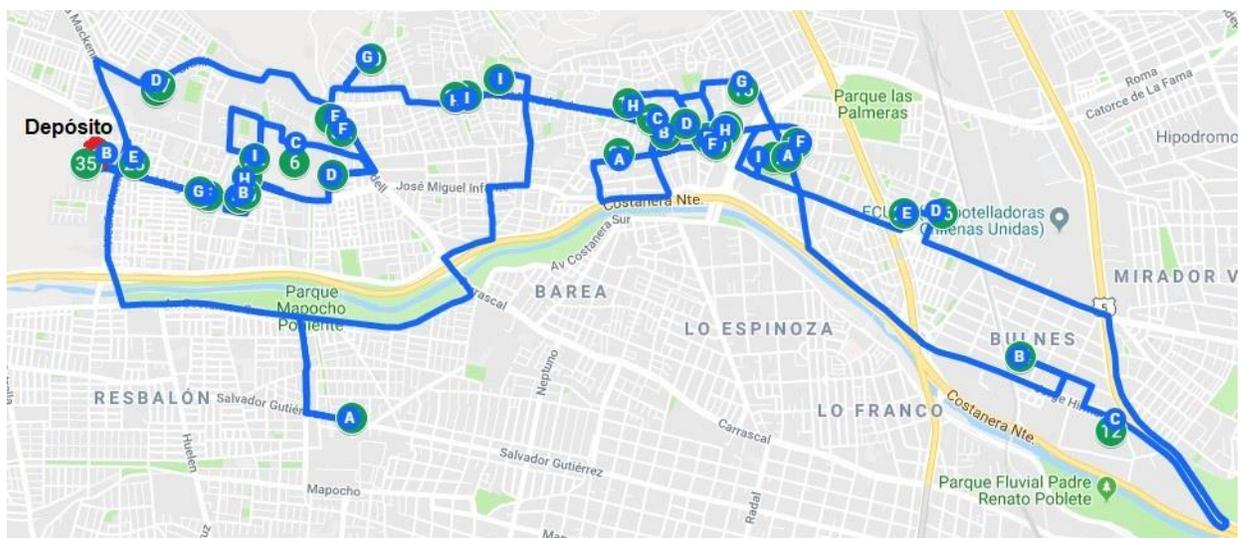
Instancia	C.Totales	Ruta	GAP	% de utilización
1 Camión 1 Depósito	\$21.304,7	Camión 1: 100-35-10-37-23-7-34-21-22-9-36-6-33-5-32-20-31-4-27-13-16-18-3-30-2-29-1-28-24-12-26-25-14-15-17-19-11-100	0,00%	Camión 1 =88,2%
2 Camiones 1 Depósito	\$41.401,7	Camión 1: 100-9-36-7-34-21-22-33-20-32-5-10-37-23-35-100 Camión 2: 100-6-4-31-27-13-16-18-3-30-2-29-1-28-24-12-26-25-14-15-17-19-11-100	0,01%	Camión 1 =78% Camión 2 =98,3%

Fuente: Elaboración del autor

La instancia de la Tabla VIII-2, genera alrededor de 2.700 a 4.200 variables y 1.400 a 1.600 restricciones, con un tiempo para la instancia 1 de 4,47 segundos y para la instancia 2 de 875,81 segundos. Notar que para este escenario el depósito 2 pasa a ser un nodo el que vendría siendo el nodo 6.

Como se ilustra en la Tabla VIII-2, la instancia de un camión y un depósito es más económica y llega a ser un óptimo global debido a que su gap es de 0,00%, sin embargo, la instancia dos camiones un depósito también podría ser un óptimo global ya que su gap es de 0,01% por lo que si se aumenta el tiempo de corrida para la instancia sería un óptimo global.

Figura VIII-6: Solución óptima para el escenario 1, ruta 1 – 1 camión – 1 depósito

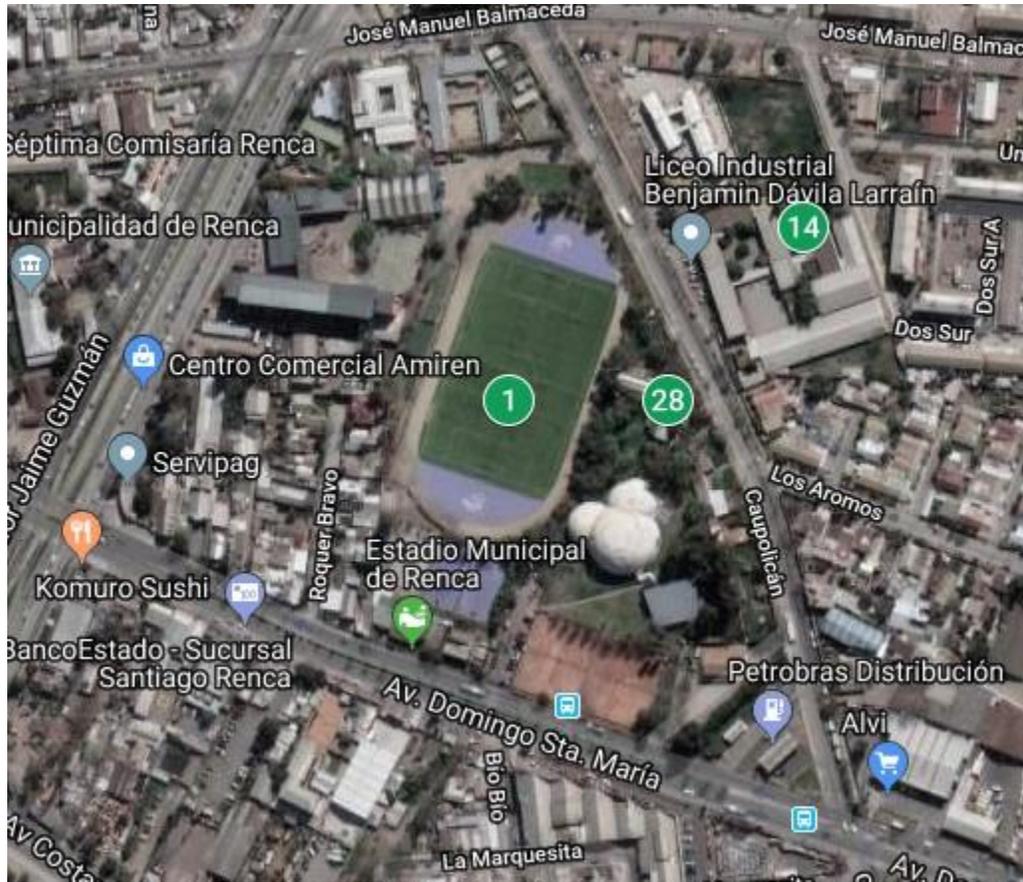


Fuente: Elaboración del autor

En la Figura VIII.6 se muestra la ruta que realiza el único camión que sale del depósito, siendo la solución óptima debido a que es la con menor costo.

El escenario II consta con dos pruebas computacionales con la misma instancia de Renca, pero se utilizan dos depósitos y tres camiones. Se considera la asignación de dos camiones al depósito 1 para la primera salida y para la segunda se utilizan 2 camiones al depósito 3. Este último depósito, no se considera en el caso base dada la naturaleza compleja de un estadio y por presupuesto. Si hubiese presupuesto suficiente para un tercer depósito, se sugiere ubicar en el estadio de Renca (nodo 1), como se muestra en la Figura VIII.7. En la Figura VIII.8, se aprecia con claridad de la localización de los depósitos. Los resultados se muestran en la Tabla VIII-3.

Figura VIII-7: Estadio municipal de Renca, Depósito 3



Fuente: Elaboración del autor

Figura VIII-8: Puntos limpios localizados en la comuna de Renca y su nuevo depósito



Fuente: Elaboración del autor

Tabla VIII-3: Soluciones del modelo instancia escenario II

Instancia	C.Totales	Ruta	GAP	% de utilización
3 Camiones 2 Depósito (1 -2)	\$61.925,5	Camión 1: 100-23-21-32-5-16-3-30-17-34-7-35-100 Camión 2: 100-37-10-4-19-18-15-29-2-25-26-12-24-11-100 Camión 3: 200-33-27-13-14-28-1-31-20-9-36-22-200	0,62%	Camión 1 =99,1% Camión 2 =98,3% Camión 3 =96,6%
3 Camiones 2 Depósito (1 -3)	\$61.367,7	Camión 1: 100-9-36-7-34-21-22-6-33-37-10-23-35-100 Camión 2: 300-24-12-26-25-14-3-30-13-16-18-29-2-15-300 Camión 3: 300-28-17-19-11-5-32-20-31-4-27-300	0,00%	Camión 1 =98% Camión 2 =95,2% Camión 3 =96,5%

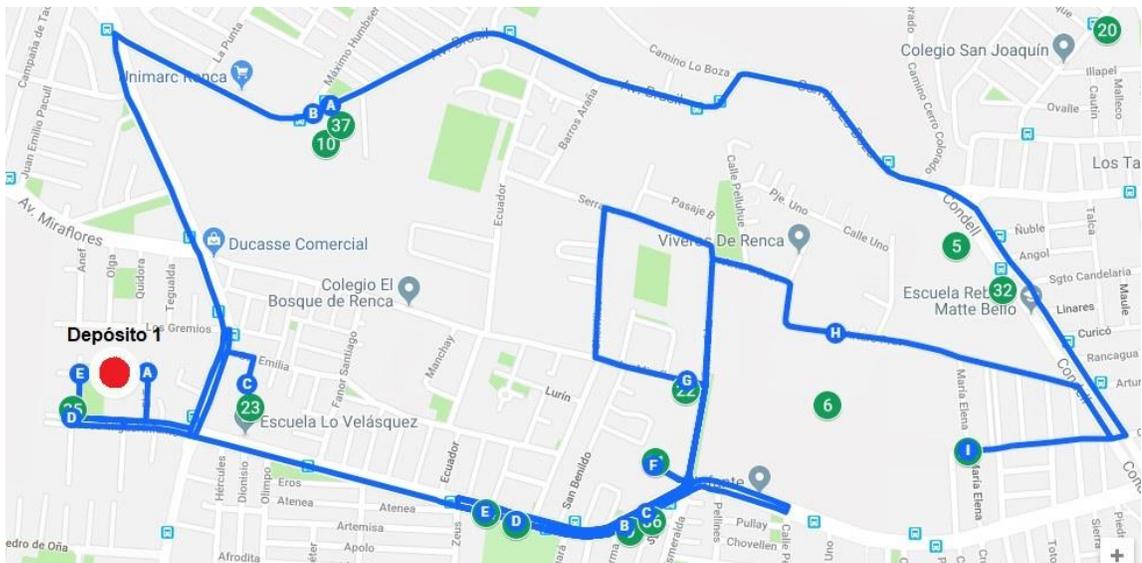
Fuente: Elaboración del autor

Para las instancias que ilustra la Tabla VIII-3, se generan alrededor de 4.000 a 5.500 variables y 1.400 a 1.800 restricciones, con un tiempo para instancia 1 de 3600 segundos y para la instancia 2 113,61 segundos. Notar que para este escenario en la primera instancia se ocupan los depósitos 1 y 2, se asignan dos camiones para el depósito 1 y un camión para el depósito 2, para la segunda instancia se ocupan los depósitos 1 y 3, se asignan dos camiones al depósito 3 y un camión al depósito 1. Cabe destacar que cuando los depósitos no son

ocupados pasan a ser nodos, en este caso en la primera instancia el depósito 3 es el nodo 1 y en la segunda instancia el depósito 2 es el nodo 6.

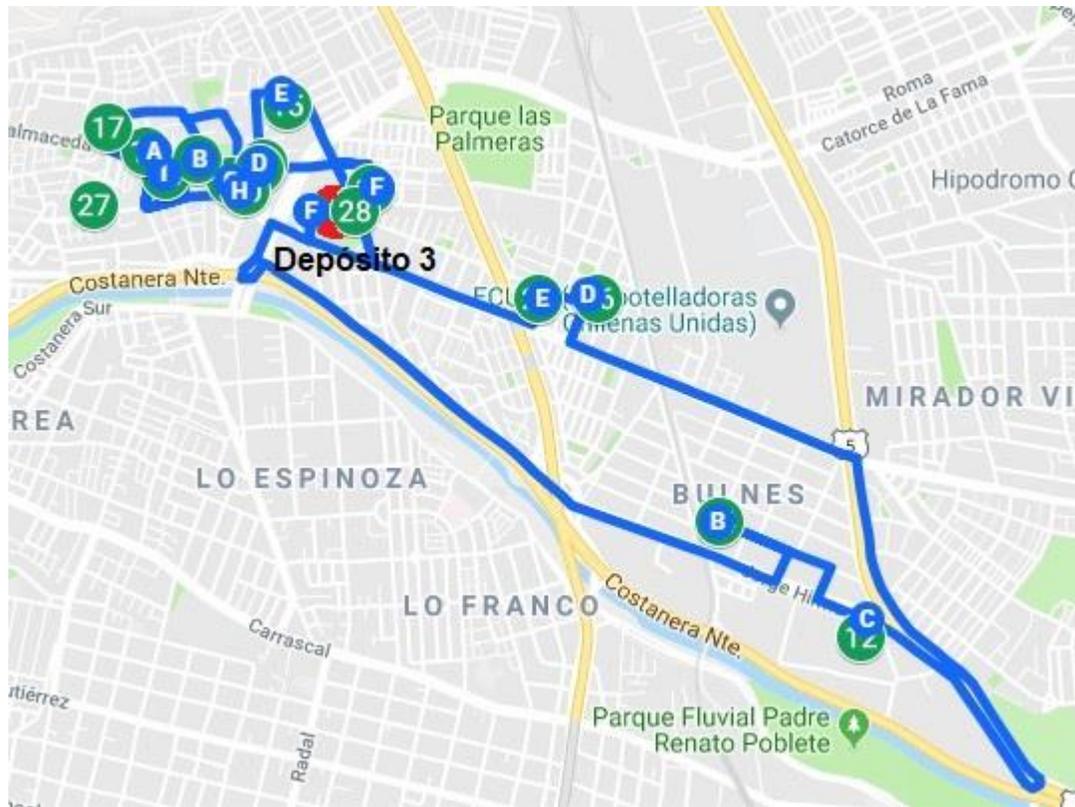
Como se ilustra en la Tabla VIII-3, el menor costo lo tiene la instancia dos, debido a que el depósito 3 se encuentra instalado en uno de los extremos y el depósito 1 en el otro extremo, por lo que se reparten mejor los puntos limpios pequeños. Dicha instancia es un óptimo global ya que cuenta con un gap 0,00%.

Figura VIII-9: Solución óptima para el escenario 2, ruta 1 - camión 1 – depósito 1



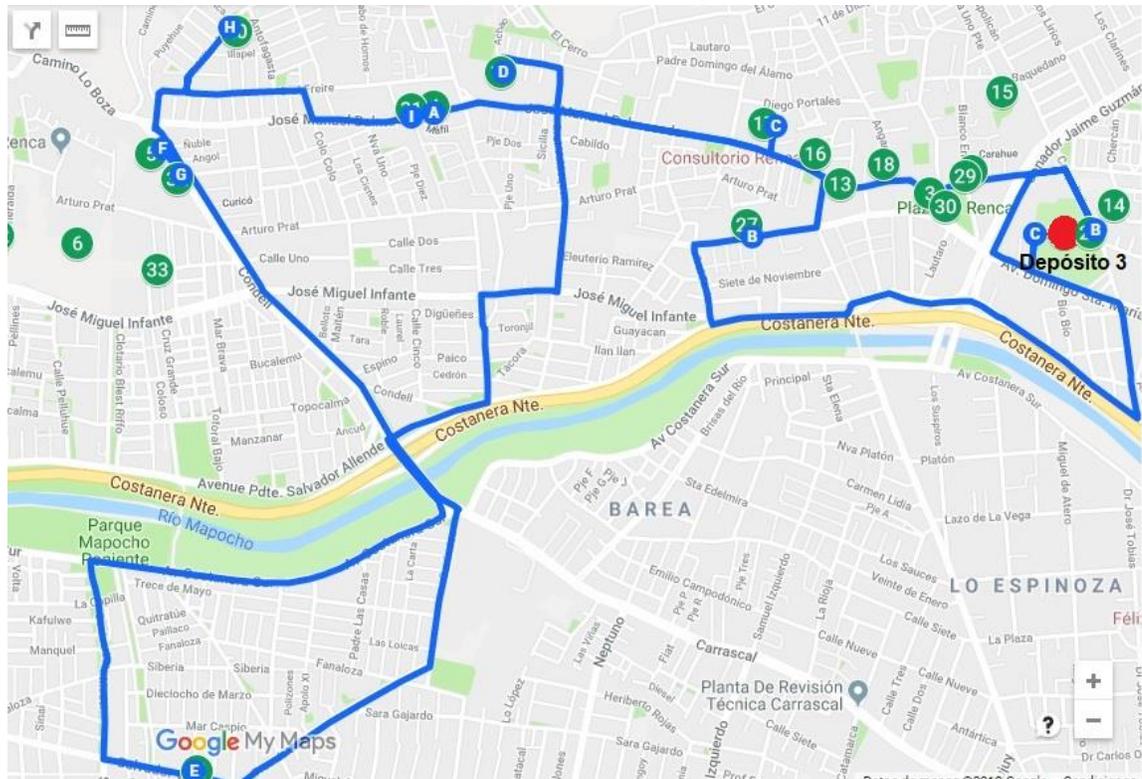
Fuente: Elaboración del autor

Figura VIII-10: Solución óptima para el escenario 2, ruta 2 - camión 2 – depósito 3



Fuente: Elaboración del autor

Figura VIII-11: Solución óptima para el escenario 2, ruta 2- camión 2 – depósito 3



Fuente: Elaboración del autor

En las Figuras VIII.9, VIII.10 y VIII.11, se ilustran las rutas realizadas por los distintos camiones de solución óptima, debido a que es la con menor costo.

El escenario III consta con dos pruebas computacionales con la misma instancia de Renca, pero se utilizan en una primera instancia tres depósitos, tres camiones y para la segunda instancia se utilizan tres depósitos, seis camiones. El depósito tres es el mismo ocupado en el escenario II. Los resultados se muestran en la Tabla VIII-4.

Tabla VIII-4: Soluciones del modelo instancia escenario III

Instancia	C.Totales	Ruta	GAP	% de utilización
3 Camiones 3 Depósitos	\$61.421	Camión 1: 100-23-21-33-3-4-19-27-13-16-11-35-100 Camión 2: 200-20-32-5-10-37-22-36-9-7-34-200 Camión 3: 300-28-24-12-26-25-14-15-17-18-3-30-29-2-300	0,18%	Camión 1 =99,5% Camión 2 =94,1% Camión 3 =95,8%
6 Camiones 3 Depósitos	\$121.460	Camión 1: 100-35-100 Camión 2: 100-23-21-32-5-20-11-100 Camión 3: 200-37-10-22-36-9-7-34-200 Camión 4: 200-33-31-4-27-17-19-200 Camión 5: 300-24-12-26-25-14-300 Camión 6: 300-29-2-3-30-13-16-18-15-28-300	0,04%	Camión 1 =15,6% Camión 2 =99,7% Camión 3 =99,1% Camión 4 =88,6% Camión 5 =61,4% Camión 6 =98,5%

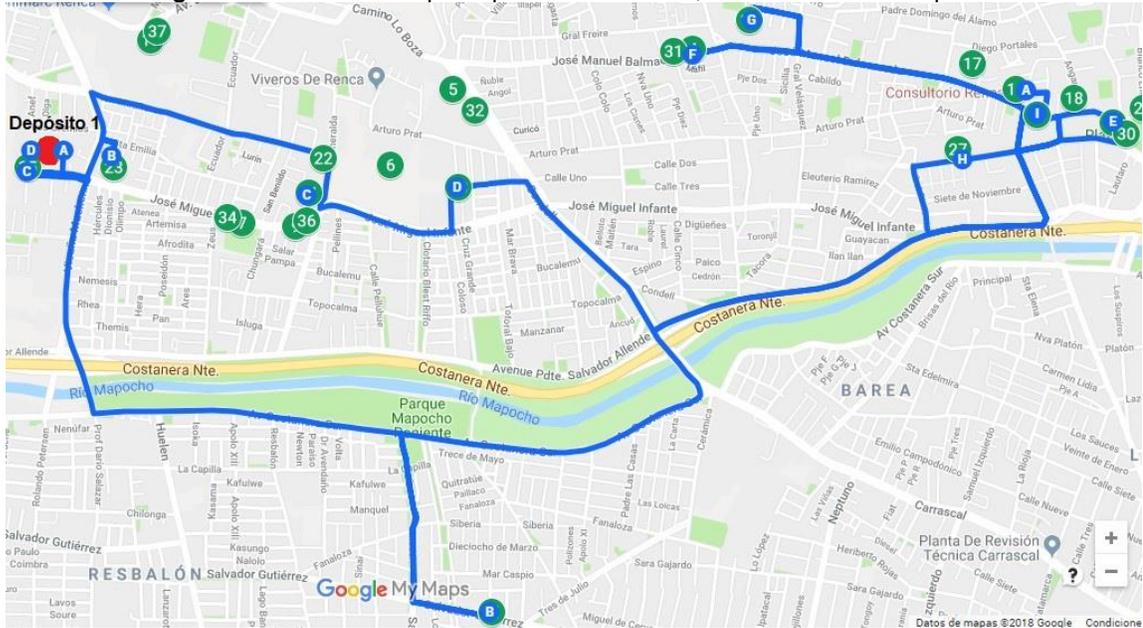
Fuente: Elaboración del autor

Para las instancias de la Tabla VIII-4, se generan alrededor de 5.500 a 9.600 variables y 1.900 a 2.500 restricciones, con tiempos para la instancia 1 de 632,98 segundos y para la instancia 2 de 3600 segundos.

Como se ilustra en la Tabla VIII-4, la instancia de tres camiones y tres depósitos es muy económica en comparación a la instancia de seis camiones y tres depósitos. Sin embargo, en términos de tiempo de recolección, la instancia de

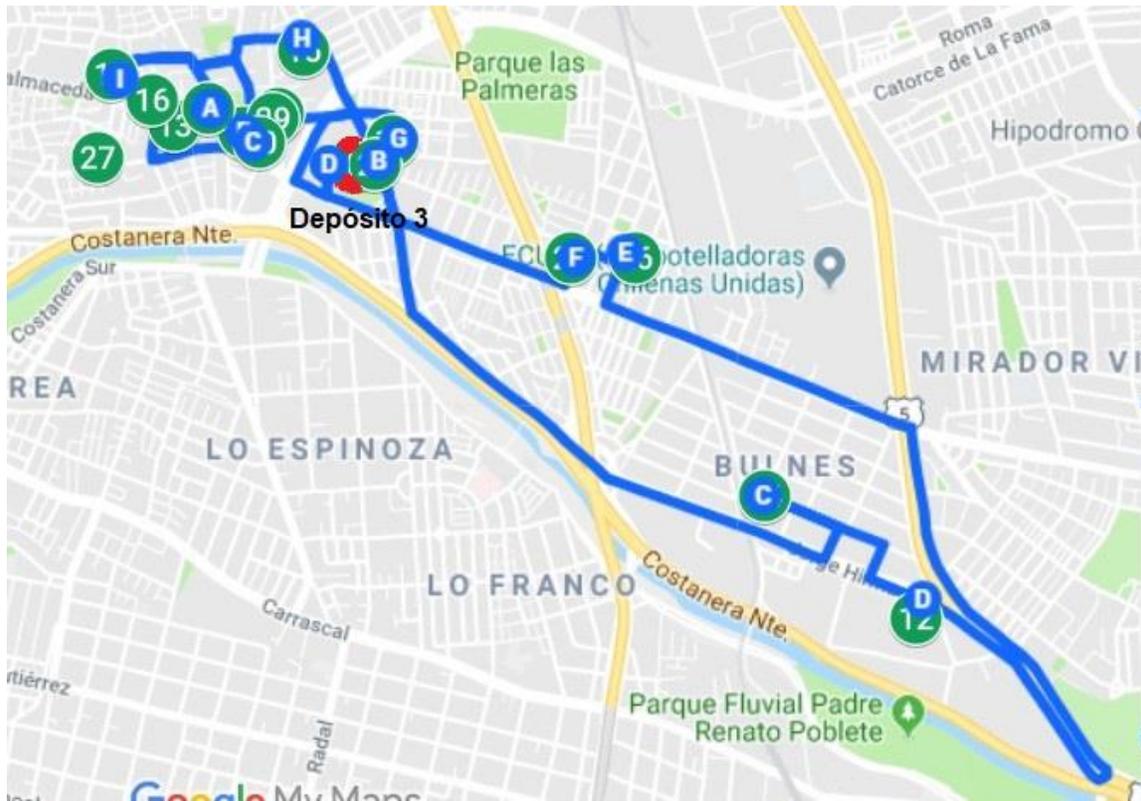
seis camiones tiene rutas más cortas por lo que los camiones se demorarán menos en hacer la recolección entera de la ciudad. Las dos soluciones del Alamo son están cercanas a los óptimos globales ya que tienen gaps de 0,18% y 0,04% respectivamente.

Figura VIII-12: Solución óptima para el escenario 3, ruta 1- camión 1 – depósito 1



Fuente: Elaboración del autor

Figura VIII-14: Solución óptima para el escenario 2, ruta 3- camión 3 – depósito 3



Fuente: Elaboración del autor

En las Figuras VIII.11, VIII.12 y VIII.13, se ilustran las rutas realizadas por los distintos camiones de la solución óptima, debido a que es la con menor costo.

Tabla VIII-5:Resumen de todas las instancias

Instancia	C.Totales	GAP	% de utilización
1 Camión 1 Depósito	\$21.304,7	0,00%	Camión 1 =88,2%
2 Camiones 1 Depósito	\$41.401,7	0,01%	Camión 1 =78% Camión 2 =98,3%
3 Camiones 2 Depósito (1 -2)	\$61.925,5	0,62%	Camión 1 =99,5% Camión 2 =94,1% Camión 3 =95,8%
3 Camiones 2 Depósito (1 -3)	\$61.367,7	0,00%	Camión 1 =15,6% Camión 2 =99,7% Camión 3 =99,1% Camión 4 =88,6% Camión 5 =61,4% Camión 6 =98,5%
3 Camiones 3 Depósitos	\$61.421	0,18%	Camión 1 =99,5% Camión 2 =94,1% Camión 3 =95,8%
6 Camiones 3 Depósitos	\$121.460	0,04%	Camión 1 =15,6% Camión 2 =99,7% Camión 3 =99,1% Camión 4 =88,6% Camión 5 =61,4% Camión 6 =98,5%

Fuente: Elaboración del autor

Como se ilustra en la Tabla VIII-5, se encuentran el resumen de todas las instancias con sus respectivos resultados para poder comparar de una mejor manera.

IX. Conclusiones

Se ha desarrollado un modelo matemático que permite determinar rutas óptimas para el problema de recolección de residuos domiciliarios de múltiples tipos destinados para el reciclaje con diversas instancias. El modelo desarrollado minimiza el costo fijo del vehículo y el costo por kilómetro recorrido de dicho vehículo. Este nuevo enfoque a diferencia del resto de los trabajos en la literatura permite hacer la recolección de residuos destinados para el reciclaje. Además este trabajo responde a la extensión sugerida por (Parra et al, 2017).

En el presente trabajo se utilizó una completa red de transporte que incluye todas las distancias y costos de ir de un nodo a otro, para luego a través del modelo determinar la ruta óptima en cuanto al mínimo costo.

Dentro de los resultados obtenidos, en un caso de estudio en la comuna de Renca, se aprecia que el enfoque de solución propuesto es capaz de resolver en menos 0,7 segundos instancias pequeñas de 1 depósito, 1 camión y 12 puntos limpios pequeños. Así mismo, para instancias de 2 depósitos, 2 camiones y 35 puntos limpios pequeños el tiempo de solución aumenta a menos de 7 minutos. Con esto se concluye que el modelo es altamente sensible de depósitos y camiones para la recolección.

Haciendo análisis de sensibilidad, en los 3 escenarios cada una de sus salidas fueron óptimos globales, por lo que cualquiera de esas, es una solución óptima para sus instancias. La observación importante para esta instancia es que las distancias entre un punto limpio pequeño y otro son muy cortas, no pasan los 10 km por lo que el costo por kilómetro recorrido es pequeño en comparación al costo fijo por vehículo, por lo que la opción más económica va a ser la que tenga menos vehículos, opción que podría cambiar al llevar este modelo a distancias más grandes.

Finalmente, la sensibilización de los escenarios I, II, III ofrece al tomador de decisiones un conjunto de soluciones eficientes del cual puede elegir la mejor opción según su criterio.

X. Extensiones

Con el trabajo desarrollado es interesante analizar la posibilidad de incluir en estudios futuros ventanas de tiempo para designar los horarios de recolección para poder hacer dicha en un horario donde no se genere tráfico por estar descargando los puntos limpios.

Además, se puede incluir un MCVRP para llevar los residuos domiciliarios separados por compartimientos los cuales ayudarían mucho cuando las personas ya tengan conciencia de reciclar y no dejen su residuo en distintos tachos.

También se puede estudiar el impacto que tendría instalar los diversos depósitos o puntos limpios grandes, ya que podrían generar conciencia de reciclaje en las personas cercanas al punto limpio grande por lo que podría ser mejor instalar más depósitos.

XI. Referencias

- Adimark. (2015). Reciclaje ¿Que tanto nos interesa? *Adimark*, 7-9.
- Asún, M. (4 de 10 de 2016). *latercera.com*. Obtenido de <https://www.latercera.com/noticia/chile-lidera-generacion-basura-per-capita-sudamerica/>
- Bravo, D. (22 de Junio de 2018). *tvu.cl*. Obtenido de <https://www.tvu.cl/prensa/2018/06/22/instalaran-197-puntos-de-reciclaje-en-el-biobio-31-comunas-seran-las-beneficiadas.html>
- Comana. (2010). PRIMER REPORTE DEL MANEJO. 64.
- Greenpeace, C. (14 de Octubre de 2016). *nuevamujer.com*. Obtenido de <https://www.nuevamujer.com/bienestar/2016/10/14/chile-es-el-pais-que-mas-basura-genera-por-persona-en-sudamerica.html>
- Hermosilla, A., & Barán, B. (2001). *Comparación de un sistema de colonias de hormigas y una estrategia evolutiva para un Problema Multiobjetivo de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo*.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. (2006). *Introducción a la investigación de operaciones*. Novena ed. México, McGraw-Hill.
- Kulkarni, R., & Bhave, P. (1985). Integer programming formulations of vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*.
- Lüer et al. (2009). *El problema de rutas de vehículos: Extensiones y métodos de resolución, estado del arte*. *Workshop Internacional EIG2009. Departamento de Ingeniería de Sistemas Universidad de La Frontera – Chile*.

- Ministerio del Medio Ambiente. (11 de Mayo de 2015). Obtenido de chilerecicla.gob.cl: <http://chilerecicla.gob.cl/news/chile-celebra-el-mes-del-reciclaje-en-mayo/>
- Ministerio del Medio Ambiente. (6 de 06 de 2016). *publimetro.cl*. Obtenido de <https://www.publimetro.cl/cl/nacional/2016/06/06/chile-produce-67-millones-toneladas-residuos-domiciliarios-ano.html>
- OCDE. (20 de 10 de 2016). *latercera.com*. Obtenido de <https://www.latercera.com/noticia/chile-es-el-segundo-pais-que-mas-basura-envia-a-rellenos/#>
- Parra et al. (diciembre de 2017). Localización de Puntos Limpios para el Reciclaje de Residuos Domiciliarios.
- Rocha, L., González, C., & Orjuela, J. (2011). Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución.
- Salhi, S., Imran, A., & A.Wassan, N. (2014). *Computers&OperationsResearch*.
- Toth, P., & Vigo, D. (2014). *Vehicle Routing Problems, Methods, And Applications*.
- What a Waster: A Global Review of Soild Waste Management. (2012). *Urban Development Series Knowledge Papers*, 9-116.
- Xianfeng Yang, S., & Shanjiang Zhu, M. (7 de noviembre de 2014). Solution to the Multidepot Inventory Slack-Routing Problem at the Planning Stage.

XII. Anexos

Anexo A: Modelo parametrizado en AMPL

set N; #clientes

set M; #depósitos

set K; #tipos de vehiculos

set MK **within** {d in M, k in K}; #camion asociado a depósito

set Nodos:= {i in N **union** M};

param q{i in N **union** M};

param Q{k in K};

param F{k in K};

param alfa{k in K};

param D{i in Nodos, j in Nodos};

var x{i in Nodos, j in Nodos, k in K, d in M: (d,k) in MK} **binary**;

var y{i in Nodos, j in Nodos} >=0;

minimize Z: **sum**{d in M, k in K, i in M, j in N: (d,k) in MK}F[k]*x[i,j,k,d] + **sum**{d in M, k in K, i in Nodos, j in Nodos: (d,k) in MK}alfa[k]*D[i,j]*x[i,j,k,d];

s.t.

R1{j in N}: **sum**{d in M, k in K, i in Nodos: (d,k) in MK}x[i,j,k,d]=1;

R2{i in N}: **sum**{d in M, k in K, j in Nodos: (d,k) in MK}x[i,j,k,d]=1;

R3{j in Nodos, d in M, k in K: (d,k) in MK}: $\sum\{i \text{ in Nodos}\}x[i,j,k,d] = \sum\{i \text{ in Nodos}\}x[j,i,k,d]$;

R4: $\sum\{i \text{ in M, j in N}\}y[i,j] = \sum\{j \text{ in N}\}q[j]$;

R5{j in N}: $\sum\{i \text{ in Nodos}\}y[i,j] - \sum\{i \text{ in Nodos}\}y[j,i]=q[j]$;

R6{i in Nodos, j in N}: $y[i,j] \leq \sum\{d \text{ in M, k in K: (d,k) in MK}\}Q[k]*x[i,j,k,d]$;

R7{i in M, j in N, k in K, d in M: i!=d and (d,k) in MK}: $x[i,j,k,d]=0$;

R8{i in N, j in M, k in K, d in M: j!=d and (d,k) in MK}: $x[i,j,k,d]=0$;

R9{k in K, d in M: (d,k) in MK}: $\sum\{i \text{ in M, j in N}\}x[i,j,k,d]=1$;

Anexo B: Demanda de los puntos limpios pequeños

Tabla XII-1: Demanda de los nodos

Nodos	ID	Demanda (Lt)
100		0
200	Depósitos	0
1	PL	1063,3
2		1318,0
3		1341,2
4		2901,7
5		2516,0
6		10,0
7		3238,2
9		3199,2
10		932,4
11		3256,8
12		940,9
13		1575,6
14		1993,5
15		2396,4
16		1445,7
17		1970,2
18		1324,2
19		2035,4
20		2882,0
21		1099,3
22		2176,5
23		2869,4
24		2245,8
25		2376,7
26		1654,4
27		2794,8
28		1202,7
29		1853,8
30		2384,8
31		1251,2

Nodos	ID	Demanda (Lt)
32	PL	2332,4
34		1651,5
35		2336,5
36		3321,2
37		346,5

Fuente: Elaboración del autor

En la Tabla XII-1 se ilustra cada nodo con su respectiva demanda de residuos domiciliarios de múltiples tipos destinados para el reciclaje.

Anexo C: Extracto de matriz de distancias

Figura XII-1: Extracto de matriz de distancias

	1	2	3	4	5	6	7	100	9	10	11	12	13
1 Estadio municipal de Renca	0	0,5	0,9	2	4	4	4	6	5	5	4	5	1
2 registro civil e identificación de la republica de chile, renca	0,5	0	0,2	2	3	4	4	6	4	5	4	5	0,8
3 ganadera rio bueno	0,9	0,4	0	1	3	3	4	5	4	5	4	5	0,6
4 templo mormon	2	2	2	0	1	2	2	3	2	2	3	7	1
5 terminal transantiago alsacia	3	3	3	2	0	2	2	3	2	1	3	8	2
100 la siete canchas de renca	4	3	3	1	0,7	0	1	2	1	1	3	8	3
7 complejo deportivo lo velasquez	6	6	6	3	2	0,7	0	0,8	1	2	3	10	6
8 parque tucaapel jimenez II	6	6	5	3	2	1	1	0	1	1	3	10	3
9 locales comerciales	4	3	3	2	1	0,4	0,4	1	0	2	4	8	3
10 garita metrobús	4	4	4	2	2	2	2	2	2	0	4	9	3
11 parque lo varas	5	5	5	4	3	4	4	3	4	5	0	7	4
12 megacentro renca	3	4	4	5	6	6	6	8	7	7	6	0	4
13 21° compañía de bomberos de santiago	0,9	0,4	0,4	2	3	3	4	5	4	4	4	6	0
14 liceo industrial " benjamin davilla larrain" corporacion Sofofa	0,4	0,6	0,7	2	4	4	4	6	5	5	4	5	1
15 colegio corazon de jesus	0,6	0,4	0,6	2	4	4	5	6	5	5	4	6	1
16 colegio de adultos laura vicuña	1	0,6	0,5	2	3	3	4	5	4	5	4	6	0,7
17 liceo polivalente el señor de renca	1	0,7	0,7	1	2	3	3	4	3	3	4	6	0,3
18 escuela basica primitiva echeverria	0,8	0,3	0,2	2	3	4	4	6	4	4	4	5	0,9
19 colegio san jose de renca	2	2	2	0,7	2	2	3	4	3	3	3	7	1
20 fundacion astoreca colegio san joaquin	3	3	3	1	0,7	2	2	3	2	2	3	8	2
21 colegio de adultos "valle de azapa"	5	4	4	2	1	1	2	2	2	2	4	9	4
22 colegio monserrat robert de garcia	4	3	3	2	2	0,4	0,6	1	0,6	1	4	8	3
23 Escuela lo velasquez	6	6	6	3	2	1	1	0,5	2	2	3	10	5
24 escuela manuel buñes	3	4	4	5	6	6	7	8	7	7	6	3	4

Fuente: Elaboración del autor

En la Figura XII-1 se muestra un extracto de la matriz de distancias de los nodos, las distancia esta medida en kilómetros, cabe destacar que la distancia de A-B, no es la misma que de B-A, ya que son se toman distintos caminos para llegar de un lugar hacia otro.