

FINANÇAS

A APLICAÇÃO DA TEORIA DE MARKOWITZ NA EURONEXT LISBOA

Francisco Leote
francisco.leote@esce.ips.pt

Cláudio Oliveira da Silva
claudio.oliviera.silva@gmail.com

Nuno Teixeira
nuno.teixeira@esce.ips.pt

RESUMO

Este trabalho de investigação tem como objetivo, aplicar a Teoria de Markowitz sobre a gestão de Portfólios, para otimizar a relação entre a rentabilidade e o risco nos investimentos em ações. Estudaram-se quatro carteiras de títulos da Bolsa Portuguesa, cada uma constituída por quinze empresas, durante um período de dois anos, considerando as cotações diárias. Para otimizar a relação risco-rentabilidade utilizou-se o método simplex da programação linear, que otimizou a rentabilidade em cada nível de risco pretendido. Verifica-se, também, que a diversificação, permitiu que as carteiras construídas obtivessem maior rentabilidade e menor risco relativamente ao indicador representativo da estrutura do mercado Português. Finalmente, observa-se que, se a carteira não tiver a estrutura da fronteira eficiente, as rentabilidades obtidas são efetivamente inferiores para os mesmos níveis de risco. Em suma, fica evidenciado que a Teoria de Markowitz pode ser um instrumento importante para a otimização de portfólios na Bolsa Portuguesa.

PALAVRAS – CHAVES: teoria de Markowitz, gestão de portfólios, carteira eficiente

ABSTRACT

This research aims to applying the Markowitz Theory on Portfolio Management to optimize the relationship between profitability and risk in equity investments. Four portfolios of the Portuguese Stock Exchange were studied, each consisting of fifteen companies, during a period of two years, considering the daily quotations. In order to optimize the risk-return ratio, it was used the linear programming simplex method, which optimized profitability at each level of risk. It was also verified that diversification allowed the constructed portfolios to obtain higher profitability and lower risk with respect to the indicator that represents the structure of the Portuguese market. Finally, it's observed that if the portfolio does not have the structure of the efficient border, the yields obtained are effectively lower for the same risk levels. In sum, it is evidenced that the Markowitz Theory can be an important instrument for the optimization of portfolios in the Portuguese Stock Exchange.

KEY-WORDS: Markowitz theory, portfolio management, efficient portfolio

1. INTRODUÇÃO

Diariamente, são transacionados milhares de milhões de euros em títulos mobiliários, devidamente cotados em mercados regulamentados e pertencentes a instituições devidamente certificadas para o efeito. Assim, as bolsas de valores são hoje um dos principais mercados financeiros mundiais.

No entanto, o conhecimento sobre os mercados financeiros não é um dado adquirido para todos os investidores e, por isso, facilmente as aplicações de capitais poderão criar perdas significativas, associadas à falta de sensibilidade na gestão da relação entre risco e rentabilidade.

Assim, este trabalho de investigação tem como objetivo geral, evidenciar que a aplicação da Teoria de Markowitz sobre a gestão de Portfólios, permite otimizar a relação entre a rendibilidade e o risco nos investimentos em ações.

Na metodologia de investigação, irão ser estudadas quatro carteiras de títulos cotados na Bolsa Portuguesa, cada uma constituída por quinze empresas diferentes, durante um período de dois anos, considerando as cotações diárias. Para otimizar a relação risco-rendibilidade irá ser utilizada a ferramenta Solver do Excel que, com base no método simplex da programação linear, irá permitir a otimização da rendibilidade em cada nível de risco pretendido.

Relativamente à estrutura do trabalho, este é constituído por duas partes principais. A primeira diz respeito à fundamentação teórica e são estudados os conceitos de rendibilidade e risco e, os vários temas associados à teoria de diversificação de títulos, como por exemplo a carteira eficiente e indicadores de avaliação do desempenho de portfólios; finalmente são apresentados alguns trabalhos anteriormente realizados sobre a gestão de portfólios e em especial os resultados de investigação obtidos. A segunda parte é composta pelo estudo empírico, no qual será feita uma breve caracterização da Bolsa Portuguesa, serão apresentados em maior pormenor os objetivos propostos e a metodologia de investigação utilizada e, por fim, a análise dos resultados obtidos, onde se pretende evidenciar que a teoria de Markowitz permite otimizar a relação rendibilidade-risco dos títulos cotados em Bolsa.

2. ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Nesta parte do trabalho pretende-se efetuar uma reflexão sobre diversos conceitos e técnicas fundamentais na gestão da aplicação de capitais em portfólios de títulos cotados em bolsas de valores. Ião ser abordados em primeiro lugar os conceitos de rendibilidade e de risco nos mercados financeiros. De seguida, irá ser realizada uma exposição sobre a importância da correlação entre os títulos na aplicação de capitais e sobre a teoria da diversificação associada, elaborada por Markowitz (1952), onde serão destacados temas como a carteira eficiente, indicadores de desempenho das carteiras e estudos existentes sobre os investimentos em mercados de capitais.

2.1 RENDIBILIDADE E RISCO

Os conceitos de rendibilidade e risco, representam um suporte fundamental na compreensão das teorias de gestão de carteiras e são essenciais para a constituição de uma carteira eficiente. Segundo Jones (2010), a rendibilidade é crucial para os investidores. Por exemplo, a análise da rendibilidade histórica é essencial para que os investidores possam saber como está a ser o desempenho dos seus investimentos. Por outro lado, o histórico da rendibilidade tem, também, um papel importante na previsão do futuro.

“O conceito rendibilidade tem significados diferentes conforme os investidores. Quando falamos de rendibilidade obtida por um investidor numa ação, referimo-nos não só ao dividendo líquido que produz este título, mas também à eventual mais-valia que ele daí retira. Assim, a taxa de rendibilidade compreende ao mesmo tempo o rendimento (dividendo líquido de impostos) e a mais-valia em capital conseguida na cotação de compra da ação” (Jacquillat e Solnik 1990:94). Em expressão obtemos:

$$R_t = \frac{D_t + P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Legenda: R_t – taxa de rendibilidade da ação durante o período t ; D_t – o dividendo líquido recebido durante o período t ; P_t – a cotação da ação no fim do período t ; P_{t-1} – a cotação da ação no fim do período anterior

De acordo com Neves (2002), a rendibilidade é uma das variáveis estudadas pela análise económica e financeira e representa a taxa de retorno (ou rendimento) de determinada grandeza. No caso de uma empresa, a sua rendibilidade pode ser entendida como os ganhos obtidos comparados com o seu próprio valor. Tendo em conta que os ganhos proporcionados pela empresa são os seus resultados líquidos (RL) e que o seu valor corresponde ao valor dos seus capitais próprios médios (CP), a rendibilidade (comumente designada por rendibilidade dos capitais próprios - RCP, ou pelo seu termo equivalente em inglês ROE - *Return On Equity*) pode ser representada pela relação entre os resultados líquidos e os capitais próprios.

Outra das medidas de desempenho financeiro de medição da rentabilidade, é o *return on investment* (ROI). Segundo Simões (2001), este indicador foi criado pela empresa Du Pont no século XX e tem o objetivo de aferir a eficiência comercial da empresa e das unidades que a compõem. Este indicador pretende comparar o resultado gerado pelo negócio (resultados operacionais – RO) com o nível dos capitais investidos no mesmo e que resultam dos ativos afetos à atividade (ativo líquido – AL). Assim, Jordan, Neves & Rodrigues (2007), referem que é calculado através da relação entre os resultados operacionais e o ativo líquido. Segundo Neves (2012), este indicador pretende evidenciar a rentabilidade gerada pelo negócio e que poderá dar origem a rendimentos que serão repartidos pelos diferentes investidores (proprietários e instituições financeiras). No entanto, para a obtenção de rentabilidade/retorno, existem riscos associados, que estão sempre presentes no momento do investimento, o que torna relevante a sua análise.

“Risks are everywhere, as evidenced by many corporate events reported in the popular press. Including major corporate scandals around once venerable companies (...). We also witness a steady increase in man-made disasters around the world and even the emergence of mega-catastrophes caused by wilful human actions that have both direct and indirect economic effects” (Andersen & Schroder, 2010:1).

Teixeira (2013), indica que devido às constantes mudanças no contexto empresarial os empreendedores/investidores precisam identificar os riscos a que estão sujeitos, de modo a transformar a incerteza em oportunidades de negócio, visando a criação de valor. Isto porque, com a globalização houve uma redução de barreiras ao comércio e ao investimento internacional, o que fez com que as empresas alcançassem novos mercados, mas também se tornassem mais vulneráveis aos vários tipos de riscos. Por isso, torna-se vital a sua identificação e análise.

De acordo com Quintart & Zisswiller (1994), o risco é o conceito relativo à medida da volatilidade dos rendimentos, ou seja, é a probabilidade de ocorrência de um desvio entre o rendimento de um ativo e o valor esperado do seu rendimento futuro. Assim, o risco está associado à possibilidade de ocorrência de acontecimentos considerados incertos ou aleatórios que definem estados da natureza ou do mundo; é determinado pela variabilidade ou pelo desvio previsível do valor esperado de uma variável, em função da ocorrência desses acontecimentos.

Groppelli & Nikbakht (2001), afirmam que risco é o grau de incerteza associado a um investimento. O risco é a medida da volatilidade dos retornos. Quanto maior a volatilidade dos retornos de uma aplicação financeira, maior será o seu risco. Assim, o risco de um ponto de vista negativo, muitas vezes está associado ao perigo (Esperança e Matias, 2005). Desta forma, pode ser definido como a probabilidade de se obter um resultado diferente do que estava inicialmente previsto.

Segundo Jacquillat & Solnik (1990), o investimento em valores mobiliários constitui o sacrifício de um ativo ou consumo imediato, em troca de valorização ou benefícios futuros. Acrescentam ainda, que o risco de um ativo financeiro, para um investidor, pode ser definido como a incerteza que existe quanto ao valor deste ativo numa determinada data futura.

Pode-se então concluir que os investidores estão expostos a vários elementos de incerteza que podem aumentar ou diminuir o risco do investimento, sendo que alguns deles poderão ser evitados. Neves (2011), considera que existem dois tipos de risco que somados entre si, constituem o risco total;

- Risco específico: é o risco inerente aos fatores que podem condicionar a atividade de uma empresa, de um setor de atividade ou de vários setores de atividade, mas nunca, a totalidade do mercado.
- Risco de mercado: inclui os fatores que podem condicionar o ambiente competitivo da totalidade de um mercado.

Neves (2011) acrescenta ainda, que o risco específico pode ser alvo de progressiva eliminação através da diversificação da carteira, enquanto que o risco de mercado é completamente resistente a qualquer composição do investimento. No risco específico, Neves (2011) refere que podem ser identificadas várias componentes que afetam diretamente a rentabilidade dos títulos.

- Risco da empresa: engloba todos os fatores que somente afetam positiva ou negativamente a rentabilidade de uma empresa, como sejam, entre muitos outros exemplos, a alteração nos órgãos de gestão, o lançamento mal sucedido de um novo produto, a falta de capacidade para cumprir as obrigações perante credores;
- Risco do setor: inclui todos os fatores susceptíveis de modificar a rentabilidade das empresas de um determinado setor, como por exemplo a eliminação das restrições à importação (nesse setor);

- Risco comum não setorial: compreende o conjunto de fatores que afetam a rentabilidade de mais de uma empresa, mas não a totalidade do mercado. Como por exemplo, o encerramento de um aeroporto ou terminal marítimo.

Mota & Tomé (1999) referem que é possível eliminar o risco de qualquer uma destas três classes de risco, utilizando uma política de diversificação adequada, dado que nenhuma destas classes de risco afeta a totalidade dos títulos.

Quanto ao risco de mercado, este integra os fatores transversais a todas as ações do mercado e que podem alterar a sua rentabilidade, como por exemplo a inflação, os níveis de taxas de juro, a política económica, entre outros (Esperança & Matias, 2005).

Relativamente à forma como o risco pode ser quantificado, Cleber, Pamplona & Montevechi (2002) afirmam que o desvio-padrão é utilizado em finanças como medida de risco, quando as decisões são tomadas a partir das médias. Ou seja, quando uma decisão é tomada porque a média esperada do retorno é satisfatória, o risco envolvido é o desvio-padrão dessa mesma série de retornos. Quanto maior for o desvio-padrão, maior é o risco. Segundo Jacquillat & Solnik (1990), pode-se aliar o risco de um investimento à dispersão ou variabilidade da sua rentabilidade em torno do valor antecipado. Embora se possam conceber diversos métodos para calcular e medir a variabilidade de uma série estatística (como uma série de cotações passadas, por exemplo), a medida da variabilidade mais utilizada é o desvio-padrão ou identicamente o seu quadrado: a variância.

“O risco de uma ação, num determinado período, é dado pelo desvio padrão da série de taxas de retorno desta ação num determinado período de tempo. Assim, a variância do retorno de uma ação num ano pode ser calculada a partir das observações passadas das 52 taxas de retorno semanais. Estatisticamente, a variância dum série de taxas de retorno passadas é definida como a média dos quadrados dos desvios-padrões entre estas taxas de retorno e a taxa de retorno média.” (Jacquillat & Solnik 1990:96).

Pires (2006), afirma que o desvio-padrão é uma medida da dispersão da variável aleatória em torno da sua média. É pois, uma medida de risco. A variância de uma variável aleatória é uma medida que nos indica a dispersão da variável em torno da sua média. Para medir a dispersão não podemos limitar-nos a somar os desvios de cada um dos valores em relação à média. Isto porque, há valores que ficam acima da média (desvios positivos) e valores que ficam abaixo da média (valores negativos) e, por definição de média, a soma dos desvios positivos e negativos é sempre zero, independentemente da dispersão. Isto explica porque é que para medir a dispersão consideramos a média dos desvios ao quadrado. Ao considerarmos o quadrado do desvio ficamos com o número positivo, quer o desvio seja positivo ou negativo (isto faz sentido porque o que importa na dispersão é se o valor está afastado da média, ou seja, não importa se é superior ou inferior a zero). Pires (2006), indica ainda as seguintes fórmulas de cálculo para a média, variância e desvio-padrão.

A média aritmética é obtida, dividindo-se a soma das observações pelo número delas. É um quociente geralmente representado pelo símbolo \bar{x} . Se tivermos uma série de n valores de uma variável x , a média aritmética simples será determinada pela expressão:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Legenda: x_1 = observação 1; x_2 = observação 2; x_n = observação n ; n = n° total de observações

A variância é definida como o desvio quadrático médio em relação à média e é calculada a partir de uma amostra de dados:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \mu)^2}{N}$$

Legenda: x_i = observação; μ = média; N = n° total de observações

O desvio-padrão é resultado da raiz quadrada da variância:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \mu)^2}{N}}$$

Markowitz (1952) foi pioneiro quando defendeu que as variáveis que interessam ao investidor na seleção de uma carteira são o retorno esperado (ou rentabilidade) e o risco. O retorno é o fator desejável pelo investidor e o risco o fator indesejável. Assim, as carteiras devem ter o menor risco possível e, para que isto ocorra, o investidor deve constituir uma carteira com diversos ativos. Markowitz (1952) sustentou ainda, que os investidores devem selecionar as carteiras tendo em consideração o seu desempenho de forma agregada e não meramente com base no desempenho individual dos ativos.

Da mesma opinião, Grinblatt & Titman (2002) indicam que, os gestores ou investidores individuais, distribuem os seus investimentos em vários títulos por forma a diminuir o risco. Gitman (1997) e Assaf (2003), consideram, também, que o retorno esperado de uma carteira composta por mais do que um ativo é definida pela média ponderada do retorno de cada ativo em relação à sua participação no total da carteira.

Assim, os diversos autores seguem a lógica de Markowitz (1952), segundo a qual o retorno de uma carteira de investimentos consiste na média ponderada dos retornos esperados dos ativos que a compõem. Para obter o retorno da carteira é necessário, portanto, calcular a média aritmética dos retornos esperados dos ativos, ponderados pelas suas proporções.

A seguinte equação determina o retorno de uma carteira Kp :

$$Kp = (W1 \times K1) + (W2 \times K2) + \dots + (Wn \times Kn) = \sum_{j=1}^n Wj \times Kj$$

Legenda: Kp = retorno esperado da carteira; Wj = peso ou participação de cada ativo na carteira; Kj = retorno esperado para cada um dos ativos.

Markowitz (1952) considera que a determinação do risco de uma carteira é mais complexa do que a simples soma dos riscos pertencentes a cada um dos ativos que a compõem. Para estimar a dimensão do risco, existe a necessidade de se avaliar a correlação existente entre os ativos. Esta necessidade reside no facto de que, existindo correlação entre os ativos, estes irão ter o mesmo comportamento perante as oscilações do mercado, seja positiva ou negativamente. O efeito da diversificação provém do coeficiente de correlação entre os ativos, diminuindo a dispersão da rentabilidade esperada em virtude dos títulos terem evoluções diferentes, face às oscilações do mercado. Dada a importância da correlação entre títulos para a medição do risco das carteiras, este tema irá ser tratado separadamente no ponto seguinte.

2.2 A IMPORTÂNCIA DA CORRELAÇÃO DO RISCO E A TEORIA DA DIVERSIFICAÇÃO

Segundo Silva, Gomes & Marques (2009) o coeficiente de correlação entre dois ativos é uma medida estatística que indica se as taxas de retorno se comportam da mesma forma ao longo do tempo, ou seja, se existe dependência linear entre os ativos. Markowitz (1952) indica que o coeficiente de correlação varia de -1, onde os retornos dos ativos não variam da mesma forma, até +1, onde os retornos se comportam da mesma maneira. Quando a correlação é zero, os ativos movem-se aleatoriamente, sem nenhuma relação entre si.

Jacquillat & Solnik (1990) indicam que o risco de uma carteira deve conter o risco individual dos títulos que a compõem e também a medida com a qual os seus retornos são afectados de modo semelhante pelos acontecimentos que os fazem variar. Para medir este parâmetro é utilizada a co-variância e o coeficiente de correlação. A co-variância das taxas de rentabilidade de dois títulos é a média dos produtos dos desvios das taxas de rentabilidade dos dois títulos em relação à sua respectiva média, multiplicada pelo coeficiente de correlação entre eles, podendo ser representada por:

$$\partial AB = PAB \sigma A \cdot \sigma B$$

Legenda: ∂AB – Co-variância; PAB – coeficiente de correlação entre dois títulos; σA - desvio-padrão da rentabilidade do título A; σB - desvio-padrão da rentabilidade do título B.

O coeficiente de correlação das taxas de rentabilidade de dois títulos é igual à relação da sua co-variância com o produto dos seus desvios-padrão logo, está diretamente ligado à co-variância.

$$PAB = \frac{\text{covariância entre A e B}}{\sigma A \cdot \sigma B}$$

Legenda: PAB – coeficiente de correlação; σA - desvio-padrão da rentabilidade do título A; σB - desvio-padrão da rentabilidade do título B.

Assim, Markowitz (1952) indica que o risco de uma carteira com n títulos, genericamente pode ser representado pela seguinte expressão:

$$\sigma p = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \cdot cov_{ij}}$$

Legenda: σp - o desvio padrão da carteira; n - o número de títulos; x_i - proporção investida no ativo i ; σ_i - desvio-padrão da rendibilidade do título i ; x_j - proporção investida no ativo j ; Cov_{ij} é a covariância entre dois ativos, i e j .

Ao longo do tempo foram desenvolvidos diversos estudos sobre a diversificação enquanto método de redução do risco.

Em 1952 Markowitz apresentou a teoria do **Portfolio** que se tornou um dos pilares essenciais para a gestão financeira moderna. A ideia principal da teoria do *Portfolio* é a de que os investidores não devem focar-se apenas na maximização do seu rendimento, mas sim dispersar o seu capital em vários ativos, na convicção de que através da diversificação é possível reduzir o risco do seu investimento. Assim, o risco de uma carteira pode ser reduzido através da diversificação. Mas, não basta apenas diversificar. Segundo o autor, para reduzir o risco, é importante que o coeficiente de correlação entre os ativos que compõem a carteira seja negativo.

“One of the major advances in the investment field over the past couple of decades has been the explicit recognition that the creation of an optimum investment portfolio is not simply a matter of combining a lot of unique individual securities that have desirable risk-return characteristics. Specifically, it has been shown that you must consider the relationship among the investments if you are going to build the optimum portfolio that will meet your investment objectives” (Reilly, 2009:240).

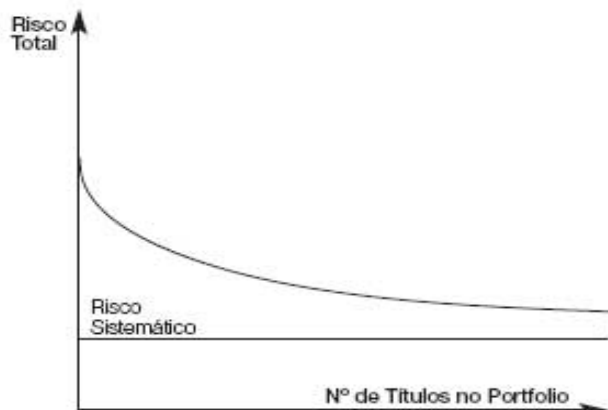
Brealey & Myers (1998) indicam os seguintes pilares estratégicos de diversificação face ao risco:

- A adoção de uma estratégia de diversificação dos investimentos em diferentes ativos, poderá assegurar uma rendibilidade atrativa e em simultâneo uma diminuição do risco específico;
- A realização de investimentos deve ser feita em ativos que detenham entre si uma correlação reduzida ou negativa.

Deste modo, assegura-se que quando existem perdas em ativos, sejam compensadas com ganhos noutros ativos, garantindo os níveis de retorno pretendidos, mas reduzindo o risco associado aos investimentos. Como anteriormente referido, a rendibilidade da carteira é, simplesmente, a média das rendibilidades de cada um dos títulos que a compõem, ponderada pelo respectivo peso na carteira.

Markowitz (1952) indica que a ideia é proporcionar uma “compensação” dos riscos, ou seja, se um segmento de mercado estiver em alta, outro segmento pode estar em baixa, e, assim, as possíveis perdas de um setor podem ser compensadas com ganhos obtidos pelo outro. Como tal, se aumentar o número de ativos na carteira, desde que a correlação entre os ativos não seja perfeita, a diversificação irá ajudar a diminuir o risco. Veja-se a figura seguinte:

Figura 1: Efeito do risco na inclusão de títulos nas carteiras.



Fonte: Adaptado de Pires (2006)

A análise da figura permite-nos concluir que, se n tender para infinito, a variância da carteira tende para zero. Isto é, se os ativos fossem independentes, com um número muito elevado de ativos seria possível eliminar praticamente o risco específico de cada título, ficando os investidores apenas expostos ao risco sistemático, que afeta todos os agentes económicos. Porém, segundo Teixeira (2013), o risco sistemático também pode ser eliminado parcialmente através do investimento em diferentes mercados internacionais. Esta ideia reside no facto dos diferentes países terem também diferentes características, como políticas monetárias, inflação, entre outros aspetos, que podem compensar as quebras do mercado doméstico, com situações de maior dinâmica dos mercados exteriores.

Como referido anteriormente, a teoria de Markowitz deu origem à elaboração de diversos estudos e, no âmbito do desenvolvimento deste tema, procurou-se observar os principais resultados de investigação de trabalhos recentes. Genericamente, analisando vários estudos de diferentes investigadores, a título de exemplo, Sucolotti (2007), Neves (2007), Lopes, Carneiro & Schneider (2010), Almonacid (2010), Silva (2012) e Monteiro (2012), pode-se verificar que é um assunto já abordado há vários anos, em que os autores procuram o melhor método para atingir uma carteira eficiente. Verifica-se também, que diversas bolsas do mundo já foram alvo de estudo e que as componentes *redução do risco* e *maximização do retorno* são pilares transversais a todas as metodologias abordadas. Nos trabalhos analisados, os autores procuram utilizar teorias já existentes para análise de carteiras reais, mas também se focam na criação de novos modelos recorrendo ao suporte informático. Assim, a criação de portfólios de títulos que maximizem a relação rendimento – risco, é uma preocupação constante na investigação e na prática da gestão de aplicações de capitais, destacando, por isso, o conceito de carteira eficiente.

2.3 A CARTEIRA EFICIENTE

Mota & Tomé (1999) consideram que o investidor racional é avesso ao risco, o que torna o efeito da diversificação fundamental nos seus investimentos em carteiras. Seguindo esta linha de raciocínio da teoria do portfólio, existem dois princípios que orientam o investidor (Markowitz, 1952):

- Entre dois investimentos que prometem a mesma rentabilidade, escolher-se-á aquele que incorporar um nível de risco inferior;
- Entre dois investimentos que contêm idêntico nível de risco, optar-se-á por aquele que proporcione a maior rentabilidade esperada.

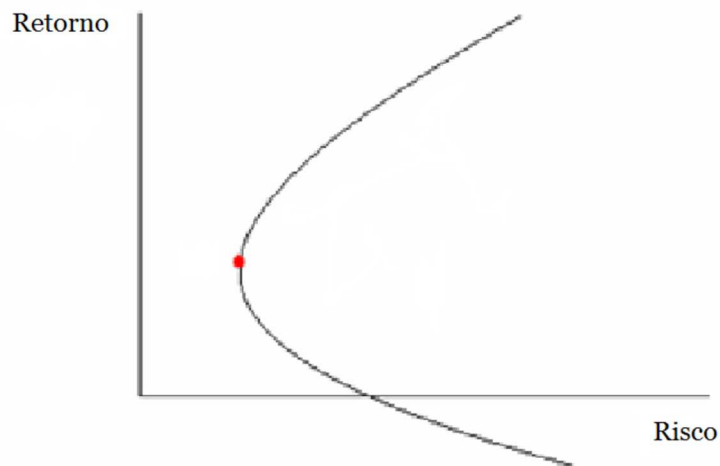
Estes dois princípios constituem uma das pedras basilares da teoria do portfólio.

Markowitz (1952) indica que a seleção da carteira de investimento mais atraente para um investidor racional, que avalia a relação risco-retorno nas suas decisões, fica restrita a uma linha de combinações possíveis. Esta linha é conhecida como fronteira eficiente.

“A fronteira eficiente é o conjunto de carteiras cuja distribuição do peso dos ativos apresenta, para cada patamar de risco, o melhor retorno possível e, para cada patamar de rentabilidade, o menor risco possível. Ou seja, a fronteira eficiente é determinada pelo conjunto de carteiras cuja rentabilidade não pode ser mais incrementada sem que se aumente o risco, ou por outro lado, pelo conjunto de carteiras cujo risco não pode ser diminuído sem que se diminua a rentabilidade.” (Almonacid, 2010:25)

De acordo com Markowitz (1952), analisando o binómio risco-retorno, o investidor deverá escolher as carteiras inseridas na fronteira eficiente, em detrimento de qualquer outra carteira formada. Segue-se uma figura ilustrativa de uma hipotética fronteira eficiente:

Figura 2: Exemplo de uma fronteira eficiente.



Fonte: adaptado de Afonso et al. (2004)

Analisando a figura, fica claro que, sob a ótica de um investidor, a metade inferior da fronteira eficiente deverá ser desconsiderada, tendo em vista que nela se obterá um retorno muito inferior ao que seria possível para o mesmo patamar de risco.

Segundo Hudson-Wilson (2000) a fronteira eficiente, por si só, possibilita a extração de várias informações relevantes para o investidor. Quanto mais paralela for a fronteira eficiente em relação ao seu eixo horizontal menos se justificará a assunção do risco. Por outro lado, quanto mais ascendente for a fronteira eficiente, mais se justificará a assunção do risco, pois este será recompensado pelo retorno.

As carteiras posicionadas na fronteira eficiente denominam-se **carteiras eficientes** ou ótimas. Segundo Reilly (2009) a carteira eficiente é o *portfólio* que apresenta a maior utilidade para o investidor. Tendo em consideração os conceitos de rentabilidade, risco e de eficiência na gestão de portfólios de títulos, foram criados indicadores de avaliação de carteiras.

2.4 INDICADORES DE AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO FINANCEIRO DE CARTEIRAS

De acordo com diversos autores (Jacquillat & Solnik, 1990, Teixeira, 2013, entre outros) os indicadores mais utilizados para a avaliação do desempenho de carteiras são os modelos de Sharpe e Treynor, que permitem avaliar a relação entre o retorno e o risco de um investimento.

O modelo de Sharpe (1964) consiste no cálculo da divisão da diferença do retorno esperado e do retorno de um ativo sem risco (prémio de risco) pelo desvio padrão destes retornos. Ele representa um prémio de risco por unidade de exposição ao risco:

$$SHP = (R_i - R_f) / \sigma_i$$

Legenda: SHP = Índice de Sharpe; R_i = Retorno do Ativo; R_f = Retorno Livre de Risco; σ_i = Risco do Ativo

O índice de Treynor (2007) é obtido mediante a divisão do prémio de risco (retorno esperado – retorno de um ativo sem risco) de determinado ativo pelo seu coeficiente de risco não diversificável. Representa o prémio de risco obtido por unidade de coeficiente do risco sistemático:

$$TRN = (R_i - R_f) / \beta_i$$

Legenda: TRN= Índice Treynor; R_i = Retorno do Ativo; R_f = Retorno Livre de Risco; β_i = Volatilidade histórica do ativo face à volatilidade do mercado

Segundo Teixeira (2013) se um portfólio for diversificado de acordo com a estrutura do mercado, os indicadores darão valores semelhantes visto que o risco do portfólio coincidirá com o risco do mercado. No entanto, um portfólio menos diversificado que a estrutura do mercado, poderá obter índices de Sharpe menores (mais risco associado) e índices de Treynor maiores porque a rendibilidade dos títulos poderá apresentar pouca variabilidade face às oscilações do mercado.

3. ESTUDO EMPÍRICO

Este capítulo apresenta, uma breve caracterização da bolsa portuguesa, em maior detalhe os objetivos do estudo e a metodologia de investigação, e a análise e discussão dos resultados obtidos.

3.1 CARACTERIZAÇÃO DA BOLSA

Atualmente, em Portugal existem 61 empresas cotadas em bolsa, das quais 57 são nacionais. As empresas, para além do país e região a que pertencem, encontram-se organizadas na bolsa por tipo de indústria e capitalização. Os tipos de indústria existentes são: Oil & Gas (1 empresa), Basic Materials (16 empresas), Industrials (28 empresas), Consumer Goods (12 empresas) e Health Care (4 empresas).

Quanto à capitalização de mercado, a Bolsa Portuguesa encontra-se dividida em três compartimentos (A,B e C), sendo que no compartimento A estão as empresas com maior capital em bolsa e no compartimento C as com menor capital:

- A: Capitalização superior a 1 bilião de euros (12 empresas);
- B: Capitalização entre 150 milhões e um 1 bilião de euros (12 empresas);
- C: Capitalização menor que 150 milhões de euros (37 empresas).

A capitalização bolsista doméstica em 2016 atingiu cerca de 50 mil milhões de euros, destacando-se o peso das transações de ações que representaram mais de 90% das operações realizadas.

3.2 OBJETIVO DO ESTUDO

Este trabalho de investigação tem como objetivo geral, evidenciar que a aplicação da Teoria de Markowitz sobre a gestão de Portfólios, permite otimizar a relação entre a rendibilidade e o risco nos investimentos em ações.

Para a sua realização estudaram-se quatro carteiras de títulos, bem como, a evolução do indicador de mercado PSI20 num período de dois anos (de 01/01/2013 a 31/12/2014), tendo sido realizadas as seguintes etapas de trabalho:

1. Análise da evolução das diferentes carteiras ao longo de dois anos, de forma a otimizar, em cada uma delas, a relação entre a rendibilidade e o risco associado e comparar os resultados obtidos;
2. Análise da evolução de cada uma das carteiras face ao PSI20, de forma a verificar se a constituição de carteiras poderia ser uma alternativa viável face à evolução do indicador de mercado;
3. Determinar a fronteira eficiente para diferentes níveis de risco, na carteira que se considera como melhor alternativa de investimento (considerando rendibilidade *versus* risco), a fim de evidenciar que a diversificação poderá otimizar rendimento obtido para cada nível de risco que se pretender assumir.

3.3 METODOLOGIA

Considerando que o objetivo deste trabalho é evidenciar que a aplicação da Teoria de Markowitz sobre a gestão de Portfólios, permite otimizar a relação entre a rendibilidade e o risco nos investimentos em ações, que implica a análise de uma realidade baseada em observações passadas, optou-se pelo estudo de carteiras com ações cotadas na Bolsa de Valores Portuguesa. Desta forma, este trabalho, foi realizado através da análise de quarenta empresas pertencentes à bolsa Portuguesa, tendo sido analisadas as cotações de fecho diárias num período de dois anos, desde 01/01/2013 até 31/12/2014. A informação para tal, está disponível no sítio da *Euronext - Bolsa Portuguesa*, no separador *Cotações/Ações Lisboa*.

A rentabilidade de cada título foi calculada através da expressão utilizada por Jacquillat & Solnik (1990), sendo que os dividendos não foram considerados neste estudo, porque várias empresas não fizeram distribuição de lucros no período considerado, diminuindo a sua importância na rentabilidade final dos títulos.

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Legenda: R_t – taxa de rentabilidade da ação durante o período t ; P_t – a cotação da ação no fim do período t ; P_{t-1} – a cotação da ação no fim do período anterior

Vários autores, como Sucolotti (2007) e Neves (2007), utilizaram a mesma forma de cálculo da rentabilidade dos títulos em estudos semelhantes. Quanto ao desvio padrão, utilizou-se a metodologia referida por Pires (2006) e apresentada anteriormente, que consiste no cálculo da média aritmética e, posteriormente, o cálculo do desvio-padrão.

Foram consideradas 510 observações em cada título, o correspondente às cotações diárias no período de dois anos em estudo (de 01/01/2013 até 31/12/2014).

Para a análise da rentabilidade obtida por cada unidade de risco, utilizou-se o modelo de Sharpe (1964) com a seguinte adaptação também utilizada em vários dos estudos referidos: foi efetuado o cálculo da divisão do retorno esperado pelo desvio padrão destes retornos, tendo sido excluído o retorno livre de risco, uma vez que o índice de Sharpe irá servir como função objetivo que se pretende maximizar, para determinado nível de risco. Ao comparar a rentabilidade obtida face ao risco do título, está-se a determinar um índice que nos evidencia a distância entre o efeito positivo das cotações (rentabilidade) e o negativo (volatilidade das cotações), ou seja, a percentagem de ganho por cada unidade percentual de risco.

$$SHP = R_i / \sigma_i$$

Legenda: SHP = Índice de Sharpe; R_i = Retorno do Ativo; σ_i = Risco do Ativo

Foram criadas quatro carteiras com diferentes critérios, de forma a testar se a aplicação da Teoria de Markowitz sobre a gestão de Portfólios obtém resultados positivos em qualquer uma delas, ou se é falível para determinadas carteiras. Os critérios para a formação das carteiras foram a rentabilidade, o risco, a dimensão e a variedade em termos de dimensão de capitalização bolsista. Desta forma, foram selecionados os títulos com maior rentabilidade, os títulos com menor risco, os títulos com maior dimensão e, por fim, cinco títulos de cada compartimento (variedade). Assim, foram obtidas as seguintes carteiras:

- Carteira rentabilidade: 15 ações com maior rentabilidade;
- Carteira Risco: 15 ações com menor risco;
- Carteira Dimensão: 15 ações com maior dimensão (capital social cotado);
- Carteira Mix: 15 ações (5 de cada compartimento – vários níveis de capital social);

Seguem-se os títulos pertencentes a cada carteira formada:

Tabela 1: Carteiras formadas

Carteira Rentabilidade	Carteira Risco	Carteira Dimensão	Carteira Mix
BCP	CTT	BCP	BPI
CTT	EDP	BPI	CTT
Corticeira Amorim (COR)	EDP Renováveis (EDOPR)	CTT	GALP
Impresa (IPR)	GALP	EDP	Jerónimo Martins (JMT)
Sonae Industria (SONI)	Jerónimo Martins (JMT)	EDP Renováveis (EDOPR)	Sonae (SON)
Teixeira Duarte (TDSA)	NOS	GALP	Altri (ALTR)
Compta (COMAE)	Portucel (PTI)	Jerónimo Martins (JMT)	Corticeira Amorim (COR)
Estoril Sol (ESO)	Semapa (SEM)	NOS	REN
F. Ramada (RAM)	Sonae (SON)	Pharol (PHR)	Sonae.Com (SNC)
GLINT	Altri (ALTR)	Portucel (PTI)	Teixeira Duarte (TDSA)
Ibersol (IBS)	Cimpor (CPR)	Semapa (SEM)	Cofina (CFN)
Reditus (RED)	Corticeira Amorim (COR)	Sonae (SON)	F. Ramada (RAM)
Media Capital (MCP)	Montepio (MPIO)	Altri (ALTR)	Ibersol (IBS)

Lisgráfica (LIG)	REN	REN	Nova Base (NBA)
Inapa (INAP)	Nova Base (NBA)	Sonae.Com (SNC)	Martifer (MAR)

Legenda: Células preenchidas com cinzento mais escuro – empresas do compartimento A; Células preenchidas com cinzento intermédio – empresas do compartimento B; Células preenchidas com cinzento mais claro – empresas do compartimento C. Em parênteses são apresentadas as siglas das empresas utilizadas na base de dados.

A opção de ter quinze ações em cada carteira tem a intenção de eliminar o risco específico de cada título. Segundo Bodie, Kane & Marcus (2000) através da diversificação, é possível eliminar o risco relacionado com as características específicas de cada ativo, fazendo com que as potenciais perdas de um ativo sejam diluídas com ganhos de outros ativos da carteira. Saunders (2000) acrescenta que o risco pode ser reduzido a partir da diversificação, desde que haja correlação negativa entre os retornos dos diferentes ativos. De acordo com Ross, Westerfield & Jaffe (2002) a diversificação torna-se efetiva quando a carteira tem umas poucas dezenas de títulos, havendo vários estudos que referem os 15 títulos como suficiente para eliminar quase por completo o risco específico (por exemplo Sucolotti, 2007 e Silva, 2011).

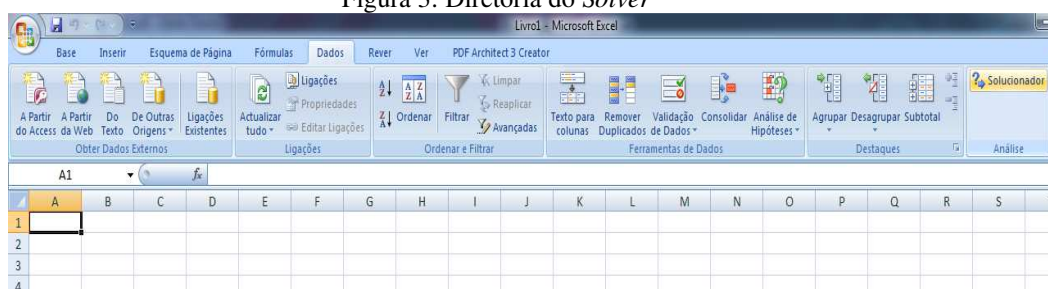
Neste trabalho, o peso de cada ação na carteira foi definido através de programação linear, de forma a maximizar a rentabilidade e minimizar o risco, tendo em conta a correlação entre os títulos.

“A programação linear é uma poderosa técnica para resolver problemas de alocação de recursos limitados entre atividades competitivas, assim como outros problemas com formulação matemática similar.” (Hillier & Lieberman, 2001:79).

Segundo Tavares, Themido, Oliveira & Correia (1996) a programação linear é um conjunto de técnicas que permitem resolver o problema de otimização onde tanto a função objetivo como as restrições são lineares. Baillargeon (1996) define também a programação linear como um instrumento matemático que possibilita a análise de problemas, através de uma função linear com algumas variáveis. Esta função, denomina-se função objetivo e visa a otimização (neste caso da rentabilidade face ao risco de cada título). Assim, utilizou-se a ferramenta *Solver* para definir o peso de cada ação na respetiva carteira.

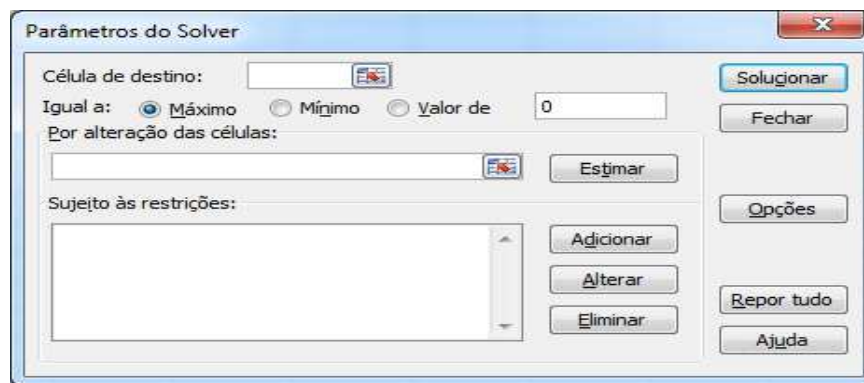
O *Solver* é uma ferramenta de teste de hipóteses que está disponível no *Microsoft Office Excel* e permite encontrar um valor ideal (máximo ou mínimo) para uma fórmula numa célula objetivo, sendo ainda possível adicionar restrições para o cálculo. Esta ferramenta trabalha com um grupo de células, chamadas variáveis de decisão ou simplesmente de células variáveis, que participam no cálculo da fórmula na célula objetivo. O *Solver* é utilizado através da seleção, no menu das ferramentas “Dados” o sub-menu “Solucionador (Solver)”.

Figura 3: Diretoria do *Solver*



De seguida, começa-se por indicar qual a função objetivo do problema através do preenchimento do campo “Célula de destino”. Este pode ser feito através de um simples *click* na célula que pretendemos otimizar. O problema em questão pode ser de minimização ou de maximização da função objetivo, pelo que deve ser selecionado, no campo “igual a:” a opção pretendida”; o campo “Por alteração das células:” indica as células que são variáveis do problema; no campo “Sujeito às restrições:” é possível adicionar várias restrições ou condicionantes para o cálculo que se pretende efetuar. De seguida, basta um *click* em “Solucionar” e será obtido o resultado.

Figura 4: Como utilizar o *Solver*



Na atribuição do peso de cada ação nas carteiras, o índice de Sharpe da carteira foi a função objetivo que se pretendeu maximizar e foram adicionadas as seguintes restrições ao problema:

- A participação de cada ação tem de ser $\geq 1\%$ (para garantir carteiras com 15 títulos);
- A soma das participações de cada ação tem de ser = 100% em cada carteira;
- O índice de Sharpe da carteira tem de ser \geq ao título com maior índice de sharpe contido na carteira.

4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1 A RENDIBILIDADE E O RISCO NAS CARTEIRAS INICIAIS

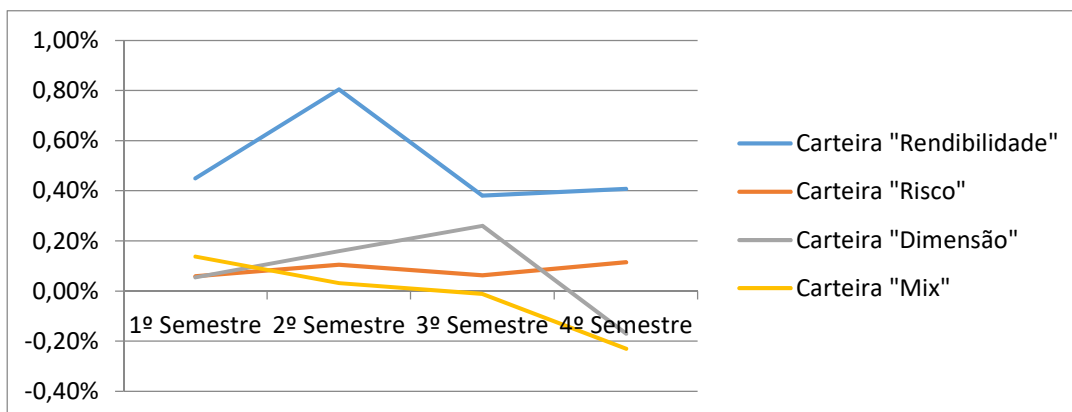
Inicialmente, o peso de cada título nas carteiras foi atribuído de forma uniforme e considerando a rendibilidade e o desvio padrão de cada título obtiveram-se as estatísticas de cada carteira constituída apresentadas na tabela seguinte.

Tabela 2: Estatísticas das carteiras constituídas

Carteira	Rendibilidade	Desvio – Padrão	Índice Sharpe
“Rendibilidade”	0,48%	8,35%	5,581%
“Risco”	0,04%	1,63%	2,51%
“Dimensão”	0,04%	1,95%	2,13%
“Mix”	0,06%	2,17%	2,85%

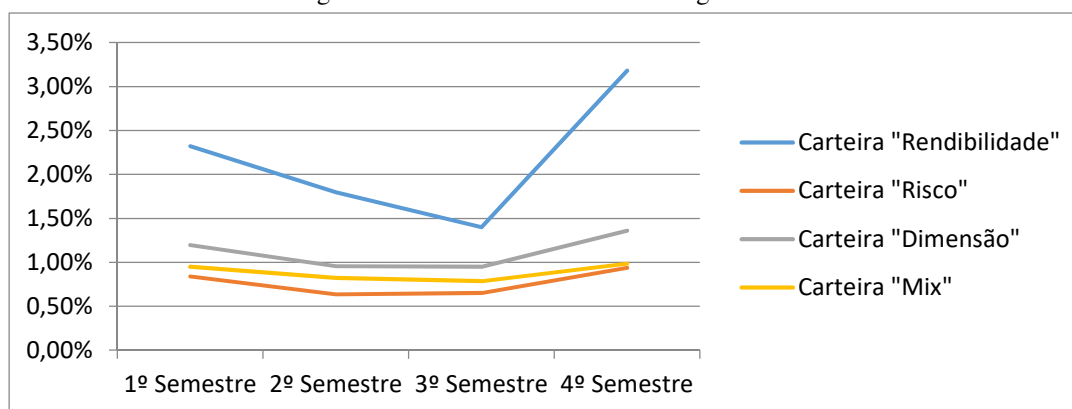
Para além disso, analisando estas carteiras ao longo de 2 anos, podem-se destacar melhor algumas diferenças em termos de rendibilidade e risco. A carteira “Rendibilidade” apresenta melhores resultados ao longo dos 2 anos em análise. Analisando a evolução das carteiras de forma dinâmica durante os 2 anos estudados, observa-se que as carteiras “Dimensão” e “Mix” registam uma descida de rendibilidade no último semestre. Por outro lado, a carteira “Risco” não regista grandes oscilações, mantendo-se constante ao longo dos 2 anos.

Figura 5: Análise à rendibilidade carteiras originais



Em termos de risco, as carteiras apresentam as mesmas tendências ao longo dos 2 anos. Contudo, verifica-se um aumento do risco no último semestre, o que poderá estar relacionado com as descidas de rendibilidade registadas no mesmo período. Observando as figuras, relativas à rendibilidade e risco (apresentada a seguir) em simultâneo, constata-se que a carteira com maior rendibilidade, tem também o maior risco associado e que registou maior incremento deste indicador no último semestre.

Figura 6 Análise ao risco carteiras originais



4.2 APLICAÇÃO DA TEORIA DE MARKOWITZ NAS CARTEIRAS CONSTRUÍDAS

Nesta análise pretende-se otimizar a relação entre a rendibilidade e o risco para as quatro carteiras formadas, utilizando a teoria de Markowitz. A otimização destas carteiras visa a maximização do índice de Sharpe, com a distribuição do peso de cada título a ser feita através da ferramenta *Solver*.

Utilizando o *Solver*, a função objetivo do problema é o índice Sharpe da carteira, o qual se pretende **otimizar**. As células representativas das variáveis do problema que podem ser alteradas, são o **peso de cada título**. Tal como anteriormente referido, no campo "Sujeito às restrições:" foram adicionadas as seguintes restrições: a participação de cada ação tem de ser $\geq 1\%$ (para garantir carteiras com 15 títulos); a soma das participações de cada ação tem de ser $= 100\%$ em cada carteira; o índice de Sharpe da carteira tem de ser \geq ao do título com maior valor nesse indicador constante em cada carteira inicial.

Para se determinar o desvio-padrão das carteiras formadas, foram calculadas no software excel, as matrizes de co-variância entre os diferentes títulos que constituíam cada carteira. Assim, na tabela 3 são apresentados os dados otimizados, das variáveis estudadas (rendibilidade, desvio-padrão e índice de Sharpe) das várias carteiras analisadas.

Tabela 3: Estatísticas das carteiras otimizadas

Carteira	Rendibilidade	Desvio – Padrão	Índice Sharpe
----------	---------------	-----------------	---------------

	Valor Otimizado	Valor inicial	Valor Otimizado	Valor inicial	Valor Otimizado	Valor inicial
“Rendibilidade”	0,38%	0,48%	1,07%	8,35%	35,81%	5,81%
“Risco”	0,13%	0,04%	0,79%	1,63%	15,82%	2,51%
“Dimensão”	0,12%	0,04%	0,93%	1,95%	13,43%	2,13%
“Mix”	0,17%	0,06%	0,76%	2,17%	22,90%	2,85%

Observando a tabela anterior, pode-se verificar que as carteiras otimizadas apresentam resultados mais satisfatórios em termos de rendibilidade e principalmente em termos de risco, quando comparadas com as carteiras originais. Tal, confirma que, através da diversificação, é possível obter a mesma rendibilidade para níveis de risco mais reduzidos. Este facto, deve-se aos coeficientes de correlação encontrados nas diferentes matrizes de co-variância que são muito baixos ou até mesmo negativos, o que evidencia a existência de oportunidades de diversificação.

Na carteira “Rendibilidade” (tabela 4) verifica-se que na versão otimizada o indicador rendibilidade é inferior ao valor inicial (0,38% contra 0,48%). Porém, o nível de risco diminuiu de 8,35% para 1,07%, o que torna o índice de Sharpe bastante superior (35,81% contra 5,81% registado inicialmente). Finalmente, há ainda a referir que os títulos mais importantes desta carteira são os CTT, SONI e RAM que, em conjunto na versão otimizada, representam mais de 60% do total dos títulos.

Tabela 4: Carteira “Rendibilidade” (otimizada)

Ações	Rendibilidade	Desvio-padrão	Peso (SOLVER)	Sharpe	Rendibilidade ponderada na carteira
BCP	0,14%	3,59%	1,00%	3,88%	0,001%
CTT	0,15%	1,87%	16,80%	8,21%	0,026%
COR	0,15%	1,88%	7,83%	7,90%	0,012%
IPR	0,24%	3,45%	1,00%	7,01%	0,002%
SONI	0,43%	23,87%	16,34%	1,78%	0,069%
TDSA	0,20%	3,33%	1,73%	5,99%	0,003%
COMAE	0,43%	7,15%	4,16%	5,97%	0,018%
ESO	0,23%	9,96%	1,00%	2,30%	0,002%
RAM	0,28%	1,95%	27,67%	14,50%	0,078%
GLINT	0,20%	4,58%	1,86%	4,44%	0,004%
IBS	0,19%	2,48%	6,13%	7,74%	0,012%
RED	0,53%	15,50%	1,53%	3,42%	0,008%
MCP	1,18%	13,23%	5,71%	8,92%	0,067%
LIG	2,10%	21,66%	1,54%	9,68%	0,032%
INAP	0,82%	10,70%	5,69%	7,70%	0,047%
			100,00%		

Rendibilidade carteira	0,38%
Desvio padrão carteira	1,07%
Sharpe da carteira	35,81%

Fonte – Própria

Na carteira “Risco” (tabela 5) verifica-se, também, uma melhoria do índice de Sharpe de 2,51% para 15,82%, pelo efeito conjugado do ligeiro aumento da rendibilidade e da diminuição do desvio-padrão. Neste caso, constata-se que os 3 principais títulos (CTT, COR e NOS) representam em conjunto 73,52% do total da carteira, o que denota uma concentração superior à carteira anterior.

Tabela 5: Carteira “Risco” (otimizada)

Ações	Rendibilidade	Desvio-padrão	Peso (SOLVER)	Sharpe	Rendibilidade ponderada na carteira
CTT	0,15%	1,87%	39,66%	8,21%	0,061%
EDP	0,07%	1,35%	3,99%	5,24%	0,003%
EDPR	0,07%	1,47%	1,00%	4,59%	0,001%

GALP	-0,06%	1,35%	1,00%	-4,72%	-0,001%
JMT	-0,10%	1,86%	1,00%	-5,17%	-0,001%
NOS	0,12%	1,80%	11,56%	6,82%	0,014%
PTI	0,08%	1,54%	1,00%	5,11%	0,001%
SEM	0,12%	1,61%	10,88%	7,42%	0,013%
SON	0,09%	1,89%	1,00%	4,57%	0,001%
ALTR	0,10%	1,91%	2,61%	5,09%	0,003%
CPR	-0,19%	1,73%	1,00%	-10,75%	-0,002%
COR	0,15%	1,88%	22,30%	7,90%	0,033%
MPIO	-0,03%	1,16%	1,00%	-2,45%	0,000%
RENE	0,03%	1,13%	1,00%	2,86%	0,000%
NBA	0,01%	1,93%	1,00%	0,63%	0,000%

100,00%

Rendibilidade carteira	0,13%
Desvio padrão carteira	0,79%
Sharpe da carteira	15,82%

Fonte - Própria

Relativamente à carteira “Dimensão” (tabela 6) observa-se igualmente uma melhoria do índice de Sharpe (de 2,13% para 13,43%), por via de valores mais favoráveis na rendibilidade e no desvio-padrão. Para além disso, há a referir que esta carteira na versão otimizada concentra-se fundamentalmente em 3 títulos (CTT, SEM e NOS), que em conjunto representam mais de 85% do total dos títulos (o que a torna a carteira com maior nível de concentração). Tal, significa que, caso não tivesse sido colocada a restrição de que cada título tivesse um peso mínimo de 1% (para manter o número de títulos em 15 e respeitar a teoria de que com essa quantidade se elimina o risco específico) provavelmente a carteira poderia ser otimizada em termos de rendibilidade/risco com um menor número de títulos.

Tabela 6: Carteira “Dimensão” (otimizada)

Ações	Rendibilidade	Desvio-padrão	Peso (SOLVER)	Sharpe	Rendibilidade ponderada na carteira
BCP	0,14%	3,59%	1,00%	3,88%	0,001%
BPI	0,04%	2,66%	1,00%	1,59%	0,000%
CTT	0,15%	1,87%	53,77%	8,21%	0,082%
EDP	0,07%	1,35%	3,84%	5,24%	0,003%
EDPR	0,07%	1,47%	1,00%	4,59%	0,001%
GALP	-0,06%	1,35%	1,00%	-4,72%	-0,001%
JMT	-0,10%	1,86%	1,00%	-5,17%	-0,001%
NOS	0,12%	1,80%	14,53%	6,82%	0,018%
PHR	-0,25%	2,79%	1,00%	-9,03%	-0,003%
PTI	0,08%	1,54%	1,00%	5,11%	0,001%
SEM	0,12%	1,61%	16,86%	7,42%	0,020%
SON	0,09%	1,89%	1,00%	4,57%	0,001%
ALTR	0,10%	1,91%	1,00%	5,09%	0,001%
RENE	0,03%	1,13%	1,00%	2,86%	0,000%
SNC	0,02%	2,44%	1,00%	0,97%	0,000%

100,00%

Rendibilidade carteira	0,12%
Desvio padrão carteira	0,93%
Sharpe da carteira	13,43%

Fonte – Própria

Finalmente, na carteira “Mix” (tabela 7) também é possível verificar um aumento do índice de Sharpe de 2,85% para 22,90%, constatando-se novamente que a teoria de Markowitz se verifica em contexto real de investimentos em bolsa. Finalmente, há ainda a referir que quase 80% do valor total da carteira é constituído por 4 títulos (CTT, COR, RAM e IBS), o que denota, mais uma vez, o grau de concentração elevado das carteiras na versão otimizada.

Tabela 7: Carteira “Mix” (otimizada)

Ações	Rendibilidade	Desvio-padrão	Peso (SOLVER)	Sharpe	Rendibilidade ponderada da carteira
BPI	0,04%	2,66%	1,00%	1,59%	0,000%
CTT	0,15%	1,87%	27,16%	8,21%	0,042%
GALP	-0,06%	1,35%	1,00%	-4,72%	-0,001%
JMT	-0,10%	1,86%	1,00%	-5,17%	-0,001%
SON	0,09%	1,89%	2,76%	4,57%	0,002%
ALTR	0,10%	1,91%	4,63%	5,09%	0,004%
COR	0,15%	1,88%	14,06%	7,90%	0,021%
RENE	0,03%	1,13%	1,00%	2,86%	0,000%
SNC	0,02%	2,44%	1,00%	0,97%	0,000%
TDSA	0,20%	3,33%	5,10%	5,99%	0,010%
CFN	-0,02%	2,36%	1,00%	-0,82%	0,000%
RAM	0,28%	1,95%	25,51%	14,50%	0,072%
IBS	0,19%	2,48%	12,78%	7,74%	0,025%
NBA	0,01%	1,93%	1,00%	0,63%	0,000%
MAR	-0,16%	3,59%	1,00%	-4,53%	-0,002%

100,00%

Rendibilidade carteira	0,17%
Desvio padrão carteira	0,76%
Sharpe da carteira	22,90%

Fonte - Própria

Em conclusão, as carteiras otimizadas revelam uma tendência para se concentrarem em 3 ou 4 títulos, cujo risco e rendibilidade são mais satisfatórios, melhorando os índices de Sharpe. Assim, de forma geral, verifica-se que por meio da diversificação e pelo efeito das correlações induzidas entre os títulos e diferentes níveis de risco, o *Solver* consegue que as carteiras tenham uma rendibilidade superior à maioria dos títulos que as constituem e um desvio-padrão muito inferior ao dos quinze títulos inseridos em cada uma. Como tal, o índice de Sharpe obtido na carteira é superior ao índice de cada um dos títulos das diversas carteiras constituídas. Deste modo, pode-se concluir que a teoria de Markowitz se verifica e que a diversificação por meio dos coeficientes de correlação observados, permite otimizar a rendibilidade face ao nível de risco dos títulos.

4.3 ANÁLISE COMPARATIVA DO DESEMPENHO DAS CARTEIRAS FACE AO PSI20

A tabela abaixo tem como objetivo comparar as quatro carteiras criadas no ponto anterior com o desempenho do PSI20 nos dois anos em análise. Os indicadores apresentados são novamente a rendibilidade, o desvio-padrão e o índice de Sharpe, sendo que as carteiras formadas encontram-se otimizadas segundo a teoria de Markowitz, de acordo com o trabalho anteriormente realizado.

Para apurar os valores relativos à rendibilidade, desvio padrão e índice de Sharpe relativos ao PSI20, seguiu-se a mesma metodologia utilizada para as quatro carteiras de títulos estudadas. Na tabela seguinte, podem-se observar as principais diferenças encontradas.

Tabela 8: Carteiras otimizadas vs PSI20

Carteira	Rendibilidade	Desvio padrão	Índice Sharpe
PSI20	-0,03%	1,30%	-2,25%
Carteira “Rendibilidade”	0,38%	1,07%	35,81%
Carteira “Risco”	0,13%	0,79%	15,82%
Carteira “Dimensão”	0,12%	0,93%	13,43%
Carteira “Mix”	0,17%	0,76%	22,90%

Pela análise realizada verifica-se, novamente, que há oportunidades de diversificação, uma vez que em todos os casos as carteiras construídas têm uma maior rendibilidade e menor risco relativamente ao PSI20, que representa a estrutura do mercado.

Assim, o índice de Sharpe das carteiras formadas é consistentemente maior do que o do PSI20, ou seja, os investidores, através da definição de portfólios de títulos com estruturas diferentes daquela que constitui o PSI20, conseguem obter maior rentabilidade com um nível de risco mais reduzido. Nesse sentido, fica evidenciado que a teoria de Markowitz pode ser um instrumento importante para a otimização de portfólios na Bolsa de Valores Portuguesa.

4.4 FRONTEIRA EFICIENTE DA CARTEIRA COM MELHOR ÍNDICE DE SHARPE

Para se evidenciar que a fronteira eficiente pode ser facilmente definida com recurso à programação linear, foi utilizado o *Solver* novamente sobre a carteira “Rentabilidade” que foi a que melhor conseguiu otimizar a relação entre rentabilidade e risco. Para se obter o ponto de partida da fronteira eficiente, utilizou-se o *Solver* com o objetivo de minimizar o risco, tendo-se obtido um desvio-padrão de 0,85%. Depois, para ter o ponto de maior rentabilidade, foi utilizada a ferramenta Solver, mas desta vez com o objetivo de maximizar a rentabilidade. Neste caso, a fim de se obter a otimização da rentabilidade, o valor do desvio-padrão, representativo do nível de risco da carteira, é de 18,91%. Quanto aos pontos intermédios (de 1 a 5) foram determinados apenas para ajudar a traçar a curva pretendida, assumindo-se níveis de risco intermédios com 3,01% de intervalo, resultante do cálculo: $\frac{18,91\% - 0,85\%}{6}$, que pretendeu dividir o intervalo de risco registado, em 6 níveis com a mesma amplitude.

Assim, para cada nível de risco obteve-se uma estrutura diferente da carteira “Rentabilidade” que permite otimizar a relação rentabilidade-risco. A tabela seguinte apresenta um resumo dos resultados obtidos.

Tabela 5: Níveis de risco e rentabilidade da fronteira eficiente

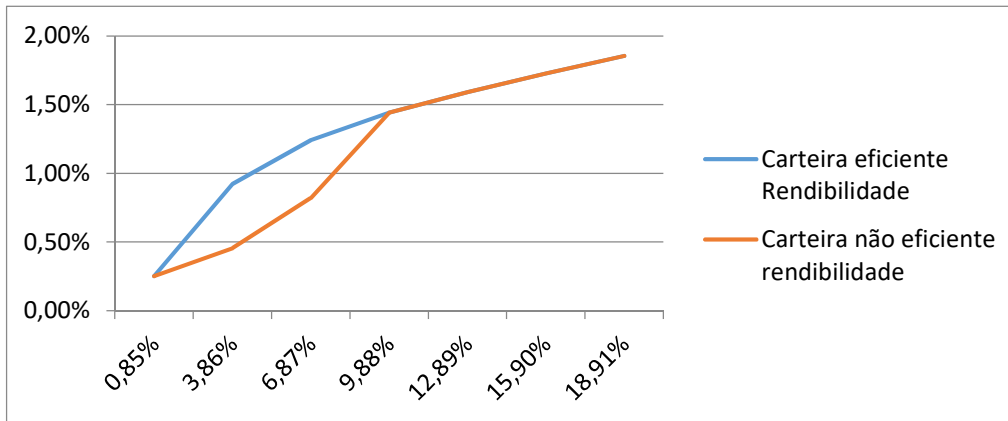
Nível de risco	Carteira eficiente Desvio padrão	Carteira eficiente Rentabilidade
Menor risco	0,85%	0,25%
1	3,86%	0,92%
2	6,87%	1,24%
3	9,88%	1,44%
4	12,89%	1,59%
5	15,90%	1,73%
Maior rentabilidade	18,91%	1,86%

Para se comprovar que, de facto, se trata da fronteira eficiente, a título de exemplo, foram definidas diferentes estruturas de títulos nos níveis 1 e 2 de risco, verificando-se o impacto na rentabilidade (de notar, que em ambos os casos alterou-se a estrutura das carteiras, mantendo-se o mesmo desvio-padrão). Na tabela e gráfico seguintes, pode-se observar que ao alterar-se a estrutura de títulos que constituem a carteira, a rentabilidade diminui nos mesmos níveis de risco estudados.

Tabela 6: Carteira eficiente vs carteira não eficiente

Níveis de risco	Desvio padrão	Carteira eficiente Rentabilidade	Carteira não eficiente rentabilidade
1	3,86%	0,92%	0,46%
2	6,87%	1,24%	0,82%

Figura 7: Carteira eficiente vs carteira não eficiente



Desta forma, confirma-se que estamos perante a fronteira eficiente, isto é, a estrutura de títulos em que se obtém a maior rentabilidade possível para o nível de risco que o investidor queira assumir, verificando-se, também, que o incremento do risco tolerado permite aumentar a rentabilidade.

5. CONCLUSÃO

Este trabalho de investigação teve como objetivo evidenciar que a aplicação da Teoria de Markowitz sobre a gestão de Portfólios, permitia otimizar a relação entre a rentabilidade e o risco nos investimentos em ações.

Num contexto empresarial e de negócios cada vez mais global e complexo, é cada vez mais importante para os investidores diminuir o risco e aumentar a rentabilidade dos seus investimentos. Sendo que a Bolsa de valores representa uma grande atração de investimento, selecionou-se o produto financeiro mais transacionado para a aplicação da teoria de Markowitz: as ações.

No enquadramento teórico, entre outros temas, estudaram-se as teorias existentes sobre a relação dos conceitos rentabilidade e risco e, também, sobre o potencial efeito da diversificação do investimento em carteiras na diminuição do risco. Analisaram-se ainda, os conceitos associados à fronteira eficiente e os indicadores de avaliação do desempenho de carteiras, fundamentais para a realização do estudo empírico.

Nos resultados do estudo empírico observou-se que as carteiras otimizadas revelam uma tendência para se concentrar em três ou quatro títulos, cujo risco e rentabilidade são mais satisfatórios. As carteiras otimizadas apresentam, também, melhores resultados em termos de rentabilidade e principalmente em termos de risco, quando comparadas com as carteiras originais. Assim, confirmou-se, através da diversificação, que é possível obter rentabilidades semelhantes para níveis de risco mais reduzidos. Este facto deve-se aos coeficientes de correlação encontrados nas diferentes matrizes de covariância que são muito baixos ou até mesmo negativos, o que evidencia a existência de oportunidades de diversificação.

Relativamente à comparação do desempenho das carteiras face ao PSI20, pela análise realizada verifica-se que há oportunidades de diversificação, uma vez que em todos casos as carteiras construídas têm uma maior rentabilidade e menor risco relativamente ao indicador representativo da estrutura do mercado Português. Assim, o índice de Sharpe das carteiras formadas é consistentemente maior do que o do PSI20, ou seja, os investidores, através da definição de portfólios de títulos com estruturas diferentes daquela que constitui o PSI20, conseguem obter maior rentabilidade com um nível de risco mais reduzido. Nesse sentido, fica evidenciado que a teoria de Markowitz pode ser um instrumento importante para a otimização de portfólios na Bolsa de Valores Portuguesa.

Finalmente, observa-se que, se as carteiras não tiverem a estrutura da fronteira eficiente, as rentabilidades obtidas são inferiores para os mesmos níveis de risco. Deste modo, este trabalho permitiu evidenciar que a teoria de Markowitz é aplicável e que a diversificação por meio dos coeficientes de correlação observados, permite otimizar a rentabilidade face ao nível de risco dos títulos.

Relativamente às principais limitações de investigação deste estudo, estão relacionadas com a dimensão reduzida da Bolsa Portuguesa que limita as empresas disponíveis para a realização de trabalhos de investigação.

Quanto a linhas futuras de investigação seria importante estudar a teoria de Markowitz através da constituição de carteiras com títulos de diferentes mercados financeiros, uma vez que, devido às diferentes características das economias, eventualmente conseguir-se-ia diminuir ainda mais o risco dos portfólios, melhorando a relação rendimento-risco para os investidores.

BIBLIOGRAFIA

- Afonso, A.; Barros, C.; Calado, J.; Borges, M.; Garcia, M. & Relvas, R. (2004). Introdução à economia financeira. Lisboa: Escolar Editora
- Almonacid, G. (2010). Aplicabilidade da Teoria de Markowitz para Investimentos em Ativos do Real Estate: Estudo de Caso de uma Carteira Mista. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Andersen, T. & Schroder, P. (2010). Strategic Risk Management Practice. Cambridge-UK: Cambridge University Press.
- Assaf, A. (2003). Finanças corporativas e valor. São Paulo: Atlas.
- Baillargeon, G. (1996). Programmation linéaire appliquée: Outil d'optimisation et d'aide à la decision. Quebec: SMG.
- Bodie, Z.; Kane, A. & Marcus, A. (2000). Fundamentos de Investimentos. Porto Alegre: Bookman.
- Brealey, R. & Myers, S. (1998). Princípios de Finanças Empresariais. Lisboa: McGraw-Hill.
- Cleber, J.; Pamplona, E. & Montevechi, J. (2002). Seleção de carteiras através do modelo de Markowitz para pequenos investidores. Itajubá: Escola Federal de Engenharia.
- Esperança, J. & Matias, F. (2005). Finanças Empresariais. Lisboa: Publicações Dom Quixote.
- Gitman, L. (1997). Princípios de Administração Financeira. São Paulo: Ed. Harbra.
- Grinblatt, M. & Titman, S. (2002). Financial Markets and Corporate Strategy. New York: Mcgraw Hill.
- Groppelli, A. & Nikbakht, E. (2001). Administração financeira. São Paulo: Saraiva.
- Hillier, F. & Lieberman, G. (2001). Introduction to Operations Research. Boston: McGraw Hill.
- Hudson-Wilson, S. (2000). Modern Real Estate Portfolio Management. New Hope.
- Jacquillat, B. & Solnik, B. (1990). Mercados Financeiros. Lisboa: RÉS-Editora.
- Jones, C. (2010). Investments - Principles and concepts. Asia: John Wiley & Sons Ltd.
- Jordan, H; Neves, J. & Rodrigues, J. (2007). Controlo de Gestão- Ao Serviço da Estratégia e dos Gestores. Lisboa: Áreas Editora.
- Lopes, A.; Carneiro, M. & Schneider, A. (2010). Markowitz na otimização de carteiras selecionadas por data envelopment analysis - DEA. Gestão e Sociedade, 641-656.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. USA: Journal of Finance.
- Monteiro, B. (2012). Otimização de um Portfolio de Investimentos e a sua Modelação. Porto: Universidade do Porto.
- Mota, A. & Tomé, J. (1999). Mercado de títulos. Lisboa: Texto Editora.
- Neves, J. (2012). Análise e Relato Financeiro - Uma visão integrada de gestão. Lisboa: Texto Editora.
- Neves, J. (2011). Avaliação e Gestão da Performance Estratégica da Empresa. Lisboa: Texto Editora.
- Neves, J. (2002). Avaliação de Empresas e Negócios. Lisboa: McGraw-Will.
- Neves, M. (2007). Investimento em Mercado de Capitais: Estudo do equilíbrio entre riscos e retorno, através da diversificação eficiente. Florianópolis: Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Pires, C. (2006). Mercados e Investimentos Financeiros. Lisboa: Escolar Editora.
- Quintart, A. & Zisswiller, R. (1994). Teoria Financeira. Lisboa: Editorial Caminho, SA.
- Reilly, F. (2009). Investment analysis and Portfolio Management. Virgínia: The Dryden Press.
- Ross, S.; Westerfield, R. & Jaffe, J. (2002). Corporate Finance. Utah: Mcgraw Hill Companies.
- Saunders, A. (2000) Medindo o risco de crédito: novas abordagens para value at risk e outros paradigmas. Rio de Janeiro: Qualitymark.
- Sharpe, W. (1964). A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. Blackwell Publishing for the American Finance Association.
- Silva, G. (2012). Elementos de formação e análise de uma carteira eficiente. Brasília: FATECS.
- Silva, R. (2011). Análise da Performance de Carteiras Selecionadas a partir de Fundos de investimento em ações através do modelo de Markowitz. Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- Silva, W.; Lins, A.; Gomes, L. & Marques, S. (2009). Formulação de Carteiras Hipotéticas de Ativos Financeiros Usando a Técnica Multivariada de Análise de Agrupamento, Revista Universo Contábil – FURB.
- Simões, A. (2001). Um sistema Integrado de Avaliação de Performance por Segmentos. Lisboa: Tese de mestrado não publicada. ISCTE.
- Sucolotti, L. (2007). Avaliação de desempenho de carteiras: Markowitz x Índice Bovespa. Porto Alegre: Universidade Federal Rio Grande do Sul.
- Tavares, L.; Themido, I.; Oliveira, R. & Correia, F. (1996). Investigação operacional. Lisboa: McGraw-Hill.
- Teixeira, N. (2013). A avaliação do risco e da criação de valor no contexto empresarial. Caderno da Sociedade e Trabalho nº17, GEP/MSESS.
- Treynor, J. (2007). Treynor On Institutional Investing. Londres: John Wiley and Sons Ltd.