

УДК 621.899:519.87

DOI: 10.15587/1729-4061.2020.195050

Моделювання траєкторії руху металевих і абразивних частинок в миючому жолобі

Т. Ж. Надригайло, В. Д. Вернигора, О. М. Коробочка, О. О. Сасов

На підприємствах машинобудування (особливо на підшипникових заводах) і металургії, що здійснюють обробку металів, щомісяця утворюються тисячі тонн металовмісних шламів. В підшипниковому виробництві щорічно утворюється до 10,0 тисяч тонн шламів, які містять до 90 % металевої фракції. На теперішній час шлами практично не переробляються, а вивозяться в спеціальні захоплення або на звалища, погіршуючи екологію.

Для підвищення однорідності металевого порошку на стадії миття шламів необхідно здійснювати поділ твердих частинок за щільністю.

Для вирішення цього питання застосовується комплексна система екологічно безпечної технології утилізації шліфувальних шламів, де у процесі руху частинок шламу в потоці миючого розчину відбувається їх миття та розділення по щільності. Дослідження траєкторії руху твердих частинок шламу дозволяє встановити режимні параметри мийного жолобу, які забезпечують ефективно розділення частинок по щільності. Це дає можливість визначити висоту встановлення роздільника в потоці розчину та отримати більш значний відсоток однорідних металевих частинок.

Основними параметрами миючого жолоба, що можуть забезпечити ефективно розділення металевих і абразивних частинок, є: довжина, ширина жолоба, рівень потоку розчину, витрати розчину, витрати потоку рідини через бічну стінку жолоба, витрати потоку розчину через форсунки, кількість форсунок та відстань між ними.

На основі проведених теоретичних досліджень та побудованої математичної моделі, що описує рух металевих і абразивних частинок в миючому розчині, розроблено програму на мові C++ в середовищі C++ Builder 6.

Розроблена програма дає можливість моделювати траєкторії руху металевих і абразивних частинок в потоці миючого розчину в жолобі. В режимі випадкових параметрів частинок діаметр металевих частинок вибирається з діапазону 18–500 мкм, абразивних – 31–200 мкм

Ключові слова: шліфувальний шлам, металеві і абразивні частинки, траєкторія руху, мийний жолоб

1. Вступ

На підприємствах машинобудівної галузі в результаті механічної обробки шарикопідшипникових сталей утворюється значна кількість металевих відходів шліфувальних шламів [1].

Забруднення природного середовища твердими, рідкими і газоподібними відходами виробництва й споживання останнім часом залишається найгострішою екологічною проблемою, що має пріоритетне соціальне та економічне значення.

Для вирішення цієї проблеми необхідно вдосконалення техніки і технології за допомогою інженерно-технічних заходів та підвищення ефективності праці в екологічній сфері [2].

Аналіз складу шламів абразивної обробки металів показує, що металеві частинки, вилучені зі шламів абразивної обробки, можливо використовувати в якості сировини для порошкової металургії, тому що їхні розміри знаходяться у межах від $5 \cdot 10^{-6}$ м до $600 \cdot 10^{-6}$ м. Процентний вміст металевих частинок у шламах абразивної обробки металів досягає 60–80 %.

Застосування відходів виробництва – величезний резерв не лише економії природної сировини, а і підвищення ефективності виробництва та поліпшення екологічного стану на підприємстві і території регіону [3].

Авторами [4] запропонована технологія, яка полягає у тому, що вихідний шлам промивають в розчині синтетичних миючих засобів, розділяючи металеві частинки і частинки абразиву по щільності в потоці миючого розчину. Сушіння металевих частинок і частинок абразиву здійснюють роздільно, а очищений розчин повторно використовують в замкнутій системі водооберту.

Для поділу частинок за щільністю необхідно надати їм певну горизонтальну швидкість руху і встановити горизонтальний роздільник таким чином, щоб він зміг розділити потік розчину, що рухається, на два потоки.

Для ефективного розділення металевих частинок від абразивних по щільності необхідно досліджувати траєкторію руху твердих частинок в потоці миючого розчину. Це дозволить встановити режимні параметри мийного жолобу, які забезпечать ефективне розділення твердих частинок шламу і в подальшому використовувати металеві частинки в порошковій металургії, абразивні частинки – у виробництві абразивного інструменту та в будівельній галузі. Переробка відходів шліфувальних шламів дасть можливість зменшити техногенне навантаження на навколишнє середовище. Використання вторинних ресурсів, отриманих в процесі переробки та подальша їх утилізація, призведе до енерго- та ресурсозбереження. На сьогоднішній день це є актуальним науково-практичним завданням для промислово розвинутих країн світу.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Активному пошуку вирішення проблеми утилізації шліфувальних шламів з подальшим використанням його складових в якості вторинної сировини присвятили ряд авторів науково-дослідних робіт [5–12].

В роботі [5] розроблена технологія утилізації шліфувального шламу, за якою шліфувальний шлам підлягає подрібненню. Показано, що до його складу додавали целюлозу, брикетували на пресі під високим тиском, готові брикети відправляли на переплав. У процесі брикетування з шламу відділялися мастильно-охолоджуючі рідини. Додавання до шламу целюлози було ефективне для збереження форми брикету. Але залишилися не вирішеними питання розділення металевих і абразивних частинок, що обмежує використання кінцевого продукту. При переплаві брикетів через випаровування мастильно-охолоджуючих рідин забруднюється навколишнє середовище.

Варіантом подолання цих складностей може бути технологія утилізації шліфувального шламу з високоміцної сталі 40X10C2M. Обробка шліфувального шламу зі сталі 40X10C2M здійснюється в кульовому млині при температурі від 60 до 80 °С протягом однієї години з наступним промиванням миючими засобами, магнітною сепарацією і відпалом в відновлюваному середовищі [6]. Але використання цього способу призводить до великих витрат електроенергії. Випари миючих засобів забруднюють навколишнє середовище.

У роботі [7] запропоновано спосіб утилізації шліфувального шламу із нержавіючої сталі з метою використання металевого порошку в порошковій металургії. У процесі шлам підпадає помелу, флотації і осадженню металевих частинок. Але флотація видаляє далеко не всі забруднювачі, оскільки її ефективність залежить від гідрофобності речовини. Необхідні додаткові витрати на внесення реагентів, що покращують якість піни і підсилюють гідрофобність забруднювачів.

Авторами [8] розроблено спосіб утилізації шліфувального шламу, за яким шлам переміщується з натрієвою сіллю і миється у реакторі, підлягає фільтруванню для відділення твердої складової. Після фільтрування тверда складова ще раз промивається для остаточного відділення поверхнево-активних речовин і брикетується для мінімізації вологості. Масло відділяється від миючого розчину за допомогою матерчатого фільтру. Але залишається не вирішеним розділення твердих часток по щільності. Даний продукт не є однорідним металом, що непридатний до використання у порошковій металургії.

Авторами [9] розроблена технологія вилучення металевого порошку із шлаків абразивної обробки металів, що представляє ряд технологічних операцій за класичною схемою переробки та додаткової обробки у вигляді подрібнення-обкочування з наступним відпалом в електропечі СУОЛ-044/12 – М2 – У42 у водні та у прохідній печі типу СТН-2,45...2,5 у ендогазі [10]. Але значна трудомісткість процесу переробки не дозволяє використовувати його на більшості промислових підприємств. Зневоднювання здійснюється в середовищі дорогоцінного на сьогоднішній день природнього газу. Відпал проводиться при високих температурах 850–900 °С з подачею водню в піч, що екологічно небезпечно.

Розроблено спосіб переробки металовмісних шлаків [11], що включає відмивання шламу від мастильно-охолоджуючих рідин (МОР), сушіння, розмелювання в більшому млині і розсіювання твердих частинок через сито 0,63 мм та подальшу маг-

нітовібраційну сепарацію. Недоліками способу є великі витрати електроенергії, пов'язані з подрібненням у більшому млині та магнітовібраційною сепарацією усієї кількості шламу, низька якість порошку ШХ15. Застосування активного миючого содового розчину приводить до погіршення екологічної безпеки виробництва.

Спосіб одержання металевго порошку [12] із шламу, відповідно до якого неочищений шлам інструментального виробництва завантажують у вакуумну камеру печі, створюють розрідження, повільно піднімають температуру до 100 °С і шляхом дистиляції відокремлюють воду, потім шляхом вакуумної перегонки при температурі 300–350 °С відокремлюють 80–85 % масла. Отриманий пастоподібний продукт нагрівають до температури 850–900 °С, витримують 3–6 год. Проводять ізотермічний відпал при температурі 700 °С з наступним роздрібненням і 2–3 кратною магнітною сепарацією. Недоліками описаного способу є значна трудомісткість процесу переробки, складність і висока вартість обладнання. Процес відгонки масла здійснюється в закритому корпусі протягом 3–4 годин, не забезпечується безперервність процесу на всіх етапах технології утилізації.

Виконаний аналіз показав, що зазначені способи утилізації шліфувальних шламів не дають можливості отримувати однорідність металевго порошку. У наведених способах отримання металевго порошку не наведені математичні моделі процесу розділення твердих частинок шламу.

У роботах [13–16] пропонуються математичні моделі руху твердих частинок в потоці рідини.

Авторами роботи [13] використовується математична модель, яка розроблена на основі лагранжо-ейлерового підходу для моделювання руху великої кількості твердих частинок в рідині. Незважаючи на використання переваг ейлерових і лагранжевих методів, а саме спроможності спостерігати за межею розділу фаз. Але ці моделі складні в реалізації і вимогливі до розрахункових ресурсів. Описане в [13] швидкісне пропорційне зіткнення частинок між собою і стінками не впливає на загальний потік руху частинок в рідині. Ним можливо знехтувати при моделюванні потоків з великою швидкістю. Недоліком моделі є суттєве збільшення часу розрахунку при великій кількості твердих частинок.

В [14] роботі представлена математична модель руху твердих частинок в потоці рідини і описано її рішення методом кінцевих елементів з використанням алгоритмів спряжених градієнтів. Запропонований в роботі метод використовувався для трьохмірного моделювання седиментації двох сферичних частинок в потоці та осадження 504 частинок в закритому двомірному боксі. Авторами використовується метод фіктивних областей на основі множників Лагранжа для прямого чисельного моделювання потоку з твердими частинками. Але в моделі не враховано вплив на рух і осадження частинок додаткового потоку рідини в перпендикулярному напрямку.

В роботі [15] автори пропонують математичну модель на основі фіктивного домену для моделювання твердих частинок будь-якої форми, що вільно рухаються в потоці рідини. Для чисельної реалізації моделі використовується метод кінцевих об'ємів на спорідненій декартовій сітці разом з методом подрібненого кроку для

змінних потоків з малим числом Маха. Але використання нерівномірної сітки призводить до збільшення часу розрахунку і додаткових вимог до системних ресурсів обчислювальних машин.

У роботі [16] запропонована математична модель руху твердої частинки в однонаправленому горизонтальному потоці рідини. Представлені аналітичні залежності траєкторії руху частинки, координати якої отримані методом Лагранжа. Дослідження моделі проводилося для однієї частинки розміром від 0,15 до 0,5 мм. Недоліком даної моделі є те, що вона описує тільки ламінарний рух рідини і не враховує одночасно рух великої кількості частинок різної маси та щільності.

Проведений аналіз публікацій дозволяє зробити висновок, що існуючі способи утилізації шліфувальних шламів не дають можливості отримувати однорідний металевий порошок. В наведених математичних моделях розглядається рух твердих частинок в однонаправленому ламінарному потоці рідини. Невирішеним залишається моделювання траєкторії руху твердих частинок різної щільності в сумісному русі двох потоків рідини – горизонтальному і вертикальному. Зважаючи на це, важливим завданням щодо подальшого удосконалення технологічних процесів утилізації шліфувального шламу є моделювання процесу розділення металевих і абразивних частинок саме в таких умовах.

3. Мета та задачі дослідження

Метою роботи є моделювання траєкторії руху металевих і абразивних частинок в миючому розчині. Це дає можливість визначити режимні параметри: витрати горизонтального та вертикального потоку розчину через форсунки, що розташовані в доній частині миючого жолоба, їх кількість та відстань між ними. Визначені параметри дозволять проводити розділення твердих частинок шламу по щільності і отримувати однорідний металевий порошок.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні задачі:

– розробити математичну модель для опису траєкторії руху металевих і абразивних частинок в сумісному русі двох потоків розчину – горизонтальному і вертикальному;

– на основі побудованої математичної моделі розробити комп'ютерну програму для візуалізації та чисельного дослідження траєкторії руху металевих та абразивних частинок в потоці розчину;

– визначити режимні параметри мийного жолобу (витрати горизонтального та вертикального потоку розчину через форсунки, що розташовані в доній частині миючого жолоба, їх кількість та відстань між ними).

4. Розробка математичної моделі для опису траєкторії руху металевих і абразивних частинок

Шлам абразивної обробки складається з твердих частинок металу – 60–85 %, частинок абразивного інструменту – 25 % і мастильно-охолоджуючих рідин – 10 % [17]. Розмір (діаметр) твердих частинок абразиву від 70 до 200 мкм з щільні-

стю $\rho_a=2400$ кг/м³, а металевих частинок – від 60 до 470 мкм з щільністю $\rho_m=7800$ кг/м³ [18].

Густина миючого розчину складає $\rho_p=1006,5$ кг/м³ і в процесі миття шламів збільшується на 7–10 %, так як концентрація масел в процесі миття не перевищує 5–15 г/л.

Для побудови математичної моделі траєкторії руху твердих частинок у миючому розчині прийняті наступні твердження:

- взаємний вплив твердих частинок шламу дуже малий внаслідок малості їх маси і об'єму в порівнянні зі швидкістю потоку миючого розчину і довжиною миючого жолобу;
- вважаємо щільність миючого розчину постійною, внаслідок безперервного очищення від масел, що передбачено технологією [4].
- значення маси і розміру частинки за час мийки постійне (об'ємна частка масла на частинці складає близько 10 % від її об'єму).

При однакових масах частинка абразиву має більший об'єм, тому на неї діє більша сила, що виштовхує. У процесі руху частинок шламу в потоці миючого розчину відбувається розділення твердих частинок по щільності. Якщо помістити роздільник на кінці жолобу, то можна отримати розділення частинок металу від частинок абразиву.

Для розділення металевих і абразивних частинок було застосовано пристрій, що складається з жолобу, транспортера що подає шлам, роздільника, соплових груп, що створюють вертикальні струмені. Схема цього пристрою представлена на рис. 1.

Для опису процесу, що досліджується, використовуються наступні рівняння. Динаміку рідини (миючого розчину) описують рівняння Нав'є-Стокса:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + \nu \Delta \vec{v} - \vec{\nabla} p', \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0, \quad (2)$$

де \vec{v} – швидкість миючого розчину, $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ – коефіцієнт кінематичної в'язкості,

$p' = \frac{p}{\rho}$ – тиск нормований на щільність.

Вважаємо середовище нестисливим, тобто виконується умова (2).

Траєкторію руху твердих (металевих та абразивних) частинок в рухомому потоці миючого розчину будемо описувати за допомогою системи двох нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку:

$$\ddot{x} = \frac{F_{cx}}{m}, \quad (3)$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{m}(F_a - mg + F_{cy}), \quad (4)$$

де $F_{cx} = 6\pi r\eta(\dot{v}_x - \dot{x})$ та $F_{cy} = 6\pi r\eta(\dot{v}_z - \dot{y})$ – проекції сили Стокса, що діє на частинку з боку потоку розчину, тобто:

$$\vec{F}_c = 6\pi r\eta\vec{v}, \quad (5)$$

r – радіус частинки; η – коефіцієнт динамічної в'язкості, \vec{v} – швидкість руху частинки щодо розчину, \dot{x} і \dot{y} – похідні координат частинки або проекції швидкості частинки щодо жолоба, v_x , v_y – проекції швидкості розчину, яка набігає на частинку.

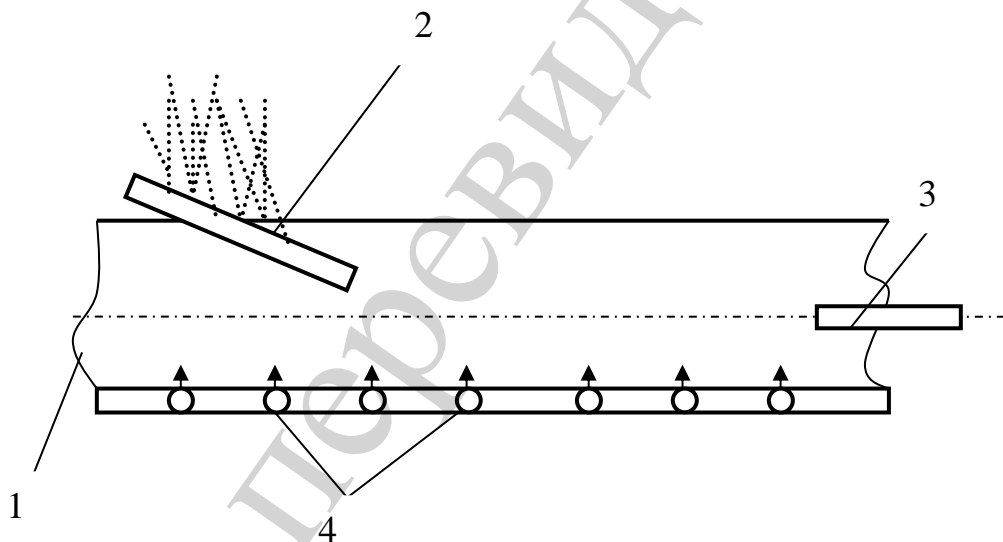


Рис. 1. Схема мюючого жолоба: 1 – жолоб; 2 – транспортер; 3 – роздільник; 4 – соплові групи, що створюють вертикальні струмені

При визначенні сили опору з боку розчину на рухому в ній частинку істотно вплив оказує критерій Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{Vd}{\mu}, \quad (6)$$

де V – швидкість відносного руху, м/с; d – характерний розмір, м; μ – динамічна в'язкість, кг/(м·с).

При переміщенні частинки в потоці миючого розчину швидкість відносного руху не перевищує 0,1 м/с, при цьому число Рейнольдса $Re \approx 1$. Це дозволяє для сили, що діє на частинку з боку потоку розчину, застосувати формулу Стокса (5).

Окрім сили Стокса, на частинку діють також: сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила Архімеда $F_a = \rho_{ж}gV$, де $\rho_{ж}$ – щільність розчину (1000 кг/м^3); V – об'єм частинки.

Тут було застосовано підхід Ейлера, тобто на нерухому частинку набігає потік розчину з швидкістю \vec{v} .

За допомогою рівнянь (3), (4) можна для кожної конкретної частинки отримати значення координати при виході з жолоба шляхом їх комп'ютерної реалізації. Параметрами моделі є витрата миючого розчину Q , маса частинки m , її щільність ρ .

4. 1. Метод розв'язання рівнянь, що описують рух миючого розчину

Для розв'язання системи рівнянь (1), (2) використовується метод розщеплення за фізичними факторами з урахуванням турбулентного характеру руху миючого розчину, а саме твердження про нерівномірну турбулізацію розчину і локалізацією числа Рейнольда. Така зміна моделі привела до відмови від постійного коефіцієнту кінематичної в'язкості.

Розглянемо схему розщеплювання за фізичними факторами, розроблену для задач гідродинаміки потоку в'язкої нестисливої рідини [19, 20].

У рівняння (1), (2) входить невідоме поле тиску, для знаходження якого повинна використовуватися умова нестисливості (2):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0,$$

що доповнює рівняння (1) до повної системи рівнянь. Як бачимо, в нашому розпорядженні відсутнє явне рівняння для знаходження тиску. Ця обставина ускладнює процес його знаходження. Проте при розв'язанні гідродинамічних задач в природних змінних, поле тиску грає виключно важливу роль. Оскільки саме воно забезпечує виконання умови нестисливості середовища, і якщо ця умова не виконується точно рідина швидко стає ефективно стисливою, що негайно веде до розходження обчислень.

Основна ідея методу розщеплення за фізичними факторами полягає у відділенні на кожному часовому кроці процесу знаходження тиску від обчислення швидкості. А саме, відповідно до загальної схеми розщеплювання відщепимо останній доданок у формулі (1). Схема розщеплювання у цьому випадку виглядає таким чином:

$$\tilde{\vec{v}} - \vec{v}^n = \tau \left(-(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} + \nu \Delta \vec{v} \right),$$

$$\vec{v}^{n+1} - \tilde{\vec{v}} = -\tau \vec{\nabla} p'. \tag{7}$$

У останнє рівняння входить невідоме поле тиску. Для його знаходження скористаємося умовою нестисливого середовища (2), унаслідок якої

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}^{n+1} = 0. \quad (8)$$

Відзначимо, що проміжна швидкість \tilde{v} умові соленоїдальності (2) може не задовольняти, оскільки при її знаходженні не було враховано поле тиску. Застосовуючи оператор $\vec{\nabla}$ до правої і лівої частин останньої з формул (7) і враховуючи співвідношення (8), знайдемо рівняння для знаходження поля тиску:

$$\Delta p' = \vec{\nabla} \cdot \tilde{v} / \tau, \quad (9)$$

що є рівнянням Пуассона. Далі, конкретизуємо спосіб обчислень правих частин у формулах нашої схеми розщеплення. Припускаючи, що вони обчислюються на n -му часовому шарі, приходимо до явної за часом схеми. В результаті схема розщеплення має вигляд:

$$\text{I } \tilde{v} = \vec{v}^n + \tau \left(-(\vec{v}^n \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}^n + \nu \Delta \vec{v}^n \right);$$

$$\text{II } \Delta p' = \vec{\nabla} \cdot \tilde{v} / \tau; \quad (10)$$

$$\text{III } \vec{v}^{n+1} = \tilde{v} - \tau \vec{\nabla} p'.$$

Кінцево-різницевий аналог будемо на рівномірній шаховій сітці у декартових координатах, коли $\vec{v} = u\vec{e} + w\vec{e}$:

$$\text{I } \tilde{u} = u + \tau \left[-\frac{\partial u^2}{\partial x} - \frac{\partial(uw)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v^x \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v^z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right],$$

$$\tilde{w} = w + \tau \left[-\frac{\partial w^2}{\partial z} - \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v^x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v^z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right];$$

$$\text{II } \tilde{D} = \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial z^2} = \frac{\tilde{D}}{\tau};$$

$$\text{III } u^{n+1} = \tilde{u} - \tau \frac{\partial p'}{\partial x},$$

$$w^{n+1} = \tilde{w} - \tau \frac{\partial p'}{\partial z}.$$

У рівняннях (1), (2) відсутні складові зовнішньої об'ємної сили \vec{F} . Річ у тому, що в якості \vec{F} виступає, як правило, сила тяжіння $\vec{F} = \rho \vec{g}$, і направлена вона в сторону, протилежну осі z . Завдяки їй в об'ємі рідини створюється статичний тиск стовпа рідини $p_{\text{ст}} = -\rho g z + \text{const}$. Ця складова тиску, у разі рівної поверхні рідини, не завдає впливу на динаміку руху рідини, а призначена для компенсації дії сили тяжіння: $-\vec{\nabla} p_{\text{ст}} = -\rho \vec{g}$. Тому в рівняння Нав'є-Стокса замість повного тиску можна підставити його динамічну складову, а силу тяжіння опустити. Таким чином в рівняннях (11) змінна \tilde{p} пов'язана лише з динамічною складовою тиску $\tilde{p} = p_g / \rho$.

При написанні конвективного доданку до нього додано нульовий доданок $\vec{v} \cdot (\vec{\nabla} \vec{v})$, у силу бездивергентності швидкості $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$, і зроблені перетворення.

При написанні дифузійного доданку коефіцієнт кінематичної в'язкості ν внесений під знак похідної і має векторний характер. Різницевий аналог рівнянь (11) на шаховій сітці має вигляд:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{i,j} &= u_{i,j} - \frac{\tau}{2\Delta x} (u_{i+1,j}^2 - u_{i-1,j}^2) - \frac{\tau}{\Delta z} [(uw)_{i,j'} - (uw)_{i,j'-1}] + \\ \text{I } &+ \tau \left\{ \begin{aligned} &v_{i,j}^x [u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}] / \Delta x^2 + \\ &+ [v_{i,j'}^z (u_{i,j+1} - u_{i,j}) - v_{i,j'-1}^z (u_{i,j} - u_{i,j-1})] / \Delta z^2 \end{aligned} \right\}; \\ \tilde{w}_{i,j'} &= w_{i,j'} - \frac{\tau}{2\Delta z} (w_{i,j'+1}^2 - w_{i,j'-1}^2) - \frac{\tau}{\Delta x} [(uw)_{i,j'} - (uw)_{i-1,j'}] + \\ &+ \tau \left\{ \begin{aligned} &[v_{i,j'}^x (w_{i+1,j'} - w_{i,j'}) - \\ & - v_{i-1,j'}^x (w_{i,j'} - w_{i-1,j'})] / \Delta x^2 + \\ &+ v_{i,j'}^z [w_{i,j'+1} - 2w_{i,j'} + w_{i,j'-1}] / \Delta z^2 \end{aligned} \right\}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{II } \tilde{D}_{i,j} = (\tilde{u}_{i,j} - \tilde{u}_{i-1,j}) / \Delta x + (\tilde{w}_{i,j'} - \tilde{w}_{i,j'-1}) / \Delta z,$$

$$(p'_{i+1,j} - 2p'_{i,j} + p'_{i-1,j}) / \Delta x^2 + (p'_{i,j+1} - 2p'_{i,j} + p'_{i,j-1}) / \Delta z^2 = \tilde{D}_{i,j} / \tau;$$

$$\text{III } u_{i',j}^{n+1} = \tilde{u}_{i',j} - \frac{\tau}{\Delta x} (p'_{i+1,j} - p'_{i,j}),$$

$$w_{i,j'}^{n+1} = \tilde{w}_{i,j'} - \frac{\tau}{\Delta z} (p'_{i,j+1} - p'_{i,j}).$$

де

$$(uw)_{i',j'} = \frac{1}{4} (u_{i',j} + u_{i',j+1}) (w_{i,j'} + w_{i+1,j'}). \quad (13)$$

Необхідні умови стійкості на першому етапі схеми (12):

$$v > \frac{\tau}{2} \max(u^2, w^2), \quad (14)$$

$$v > \max\left(\frac{\Delta x^2}{4} \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\Delta z^2}{4} \frac{\partial w}{\partial z}\right), \quad (15)$$

отримані для випадку постійного коефіцієнта кінематичної в'язкості [19]. Перше з них дає обмеження на крок за часом, а друге – на крок по координатах.

Для розв'язання рівняння для тиску будемо використовувати метод ітерацій. Цей метод не залежить від форми розрахункової області, що є його великою перевагою.

Для отримання ітераційної схеми рівняння (12, II) перепишемо в еквівалентному вигляді:

$$p'_{i,j} = p'_{i,j} - \omega \left(\tilde{D}_{i,j} / \tau - \Delta p'_{i,j} \right). \quad (16)$$

Параметр ω в цій формулі є параметром збіжності ітераційної схеми. Основна ідея даного методу полягає в тому, що задавшись яким-небудь початковим полем тиску $p_{i,j}^{(0)}$ всі подальші його значення $p_{i,j}^{(1)}, p_{i,j}^{(2)}, \dots, p_{i,j}^{(k)}$ обчислювалися виходячи з попередніх з використанням правої частини формули (16):

$$p'_{i,j}^{(k+1)} = p'_{i,j}^{(k)} - \omega \left(\tilde{D}_{i,j} / \tau - \Delta p'_{i,j}^{(k)} \right). \quad (17)$$

Обчислення припиняються, коли для наперед заданого значення ε , виконується умова:

$$\left| p'_{i,j}{}^{(k)} - p'_{i,j}{}^{(k-1)} \right| < \varepsilon, \quad \forall i, j. \quad (18)$$

При достатньо малому ε досягається практична нестисливість рідини, що виявляється в бездивергентності її руху.

Умова стійкості ітераційного процесу (17):

$$\omega \leq d^2/2, \quad (19)$$

де $d = \min(\Delta r, \Delta z)$.

Ефективна кінематична в'язкість визначається формулою:

$$v' = v + \frac{\Delta}{\text{Re}_\Delta} v_\Delta, \quad (20)$$

де $v = \mu/\rho$, μ – динамічна в'язкість, Re_Δ – сіткове число Рейнольдса, v_Δ – швидкість в межах комірки розрахункової області.

Різницевий аналог (20) на шаховій сітці можна здійснити таким чином:

$$v'_{i,j}{}^r = v + \frac{\Delta r}{\text{Re}_\Delta} |u_{i,j}|, \quad (21)$$

$$v'_{i,j'}{}^z = v + \frac{\Delta z}{\text{Re}_\Delta} |w_{i,j'}|. \quad (22)$$

Значення коефіцієнтів в'язкості в кутах розрахункової сітки $v'_{i,j'}$ і $v'_{i,j}$ є середні арифметичні з сусідніх коефіцієнтів $v'_{i,j}$ і $v'_{i+1,j}$:

$$v'_{i,j'} = \frac{1}{2} (v'_{i,j} + v'_{i+1,j}), \quad (23)$$

$$v'_{i,j'} = \frac{1}{2} (v'_{i,j'} + v'_{i+1,j'}). \quad (24)$$

З чисельних експериментів відомо, що сіткове число Рейнольдса $\text{Re}_\Delta = 2$ забезпечує стійкість розрахунку.

4. 2. Метод розв'язання рівнянь, що описують траєкторії руху твердих частинок в потоці миючого розчину

Розіб'ємо часову вісь на відрізки з кроком $dt=0,001$. Нехай компоненти швидкості частинки на n -й ітерації v_x^n і v_y^n , а її координати – x^n і y^n . Тоді згідно методу Ейлера компоненти швидкості і координати частинки на наступному кроці для системи (3), (4) мають вигляд:

$$\begin{cases} v_x^{n+1} = v_x^n + \frac{6\pi r\eta}{m}(v_x - v_x^n)dt, \\ v_y^{n+1} = v_y^n + \frac{1}{m}(\rho_{\text{ж}}gV - mg + 6\pi r\eta(v_y - v_y^n))dt. \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{cases} x^{n+1} = x^n + v_x^n dt, \\ y^{n+1} = y^n + v_y^n dt. \end{cases} \quad (26)$$

Ця система рівнянь дозволяє описувати траєкторію руху будь-якої кількості частинок. Отже, задавши початкові значення швидкості і координати частинок ($v_x^0=0$, $v_y^0=0$, $x^0=0$, $y^0=H$), можна знайти положення різних частинок в будь-який момент часу.

4. 3. Визначення розрахункової області та граничних умов

В якості розрахункової області вибирається вертикальний перетин вздовж жолоба. Розрахункова область має вигляд прямокутника. За допомогою рівномірної шахової сітки розіб'ємо розрахункову область на елементарні комірки, та оточимо її шаром заграничних комірок. Цей допоміжний шар клітин необхідний для розташування початкових та граничних умов. Позначимо: L – довжина жолоба, м; d – ширина, м; H – рівень потоку розчину, м; Q – витрати розчину, $\text{м}^3/\text{с}$, Q_x – витрати розчину через бічну стінку жолоба, $\text{м}^3/\text{с}$; Q_y – витрати через форсунки.

На лівій границі рідина витікає з горизонтальною швидкістю:

$$v_0^x = \frac{Q_x}{Hd} \text{ м/с.} \quad (26)$$

Швидкість витіку рідини через форсунки:

$$v_0^y = \frac{Q_y}{dwN}, \text{ м/с,} \quad (27)$$

де dw – діаметр форсунок, N – кількість форсунок.

Отже, маємо наступні граничні умови для швидкості.

Ліва границя:

$$v_{\perp} = v_0^x,$$

$v_{\parallel} = 0$ – враховується, що потік горизонтальний і не має вертикальної складової.

Граничні умови в донній частині жолоба мають два варіанти:

– над отворами:

$$v_{\parallel} = 0,$$

$v_{\perp} = v_0^y$ – через форсунки потік строго вертикальний.

– в інших місцях на дні:

$$\frac{\partial v_{\parallel}}{\partial \vec{n}} = 0, \text{ – умова вільного ковзання;}$$

$v_{\perp} = 0$, – умова не протікання.

Права границя:

$$v_{\perp} = V_{ж},$$

$\frac{\partial v_{\parallel}}{\partial \vec{n}} = 0$. – умова вільного витоку рідини.

Поверхня рідини:

$$v_{\perp} = 0,$$

$$\frac{\partial v_{\parallel}}{\partial \vec{n}} = 0.$$

Для тиску на усіх границях обрано граничні умови другого роду.

5. Розробка комп'ютерної програми для моделювання траєкторії руху твердих частинок в потоці розчину

На основі вище викладеної теорії та побудованої математичної моделі, що описує рух металевих і абразивних частинок в миючому розчині, розроблено програму на мові C++ в середовищі C++ Builder 6, яка має інтерфейс, представлений на рис. 2.

Розглядається жолоб довжиною $L=0,5$ м, яку можна змінювати, рівень потоку розчину встановлено в процесі експерименту $H=0,085$ м, ширина жолобу $d=0,16$ м. Форсунками є прорізи діаметром $d_w=0,001$ м. Розташування форсунок по довжині жолобу можна змінювати – натиснути на кнопку «Nozzles». Необхідну конфігурацію можна задати у вікні, що представлено на рис. 3.

У головному вікні програми можна задати розмір (радіус) частинки в мікрометрах, матеріал частинок – метал або абразив, витрати потоку розчину – горизонтального і вертикального в $\text{м}^3/\text{с}$. Частинки вважаємо сферичними за формою. На вкладці «Speeds» є можливість спостерігати зміну швидкостей миючого розчину.

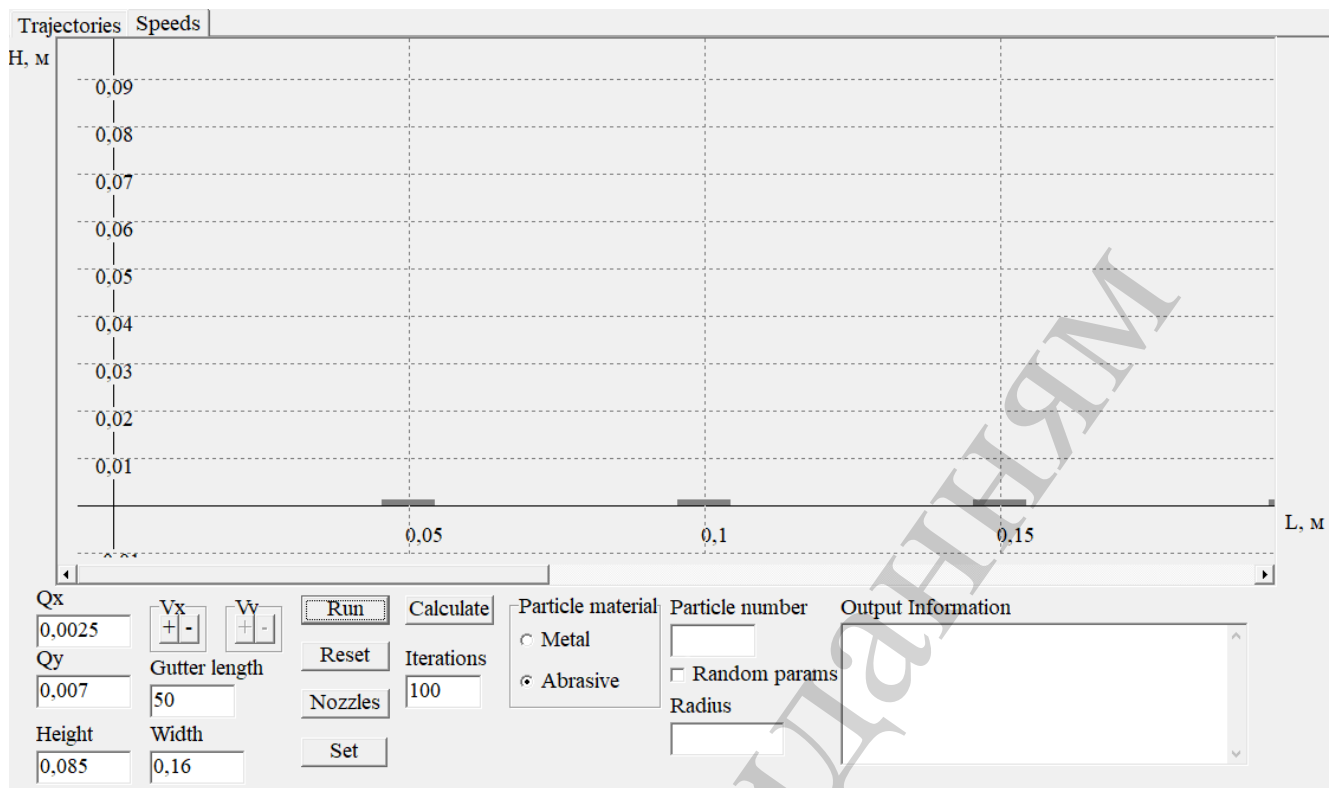


Рис. 2. Інтерфейс програми

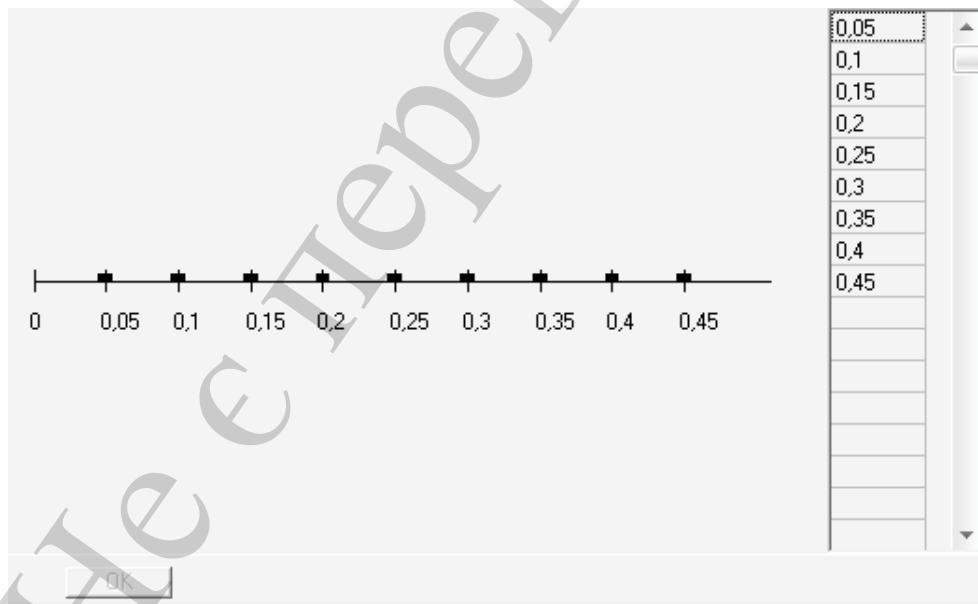


Рис. 3. Вікно налаштування конфігурації форсунок

Адекватність моделі перевірялася шляхом дослідження траєкторії руху однієї частинки у розчині, розміром (діаметром) металевої частинки від 18 до 500 мкм, абразивної – 31–200 мкм.

Для демонстрування траєкторії руху на наведених нижче прикладах обрано частинку радіусом 100 мкм. Якщо відсутній вертикальний потік, то траєкторія частинки має вигляд, представлений на рис.4.

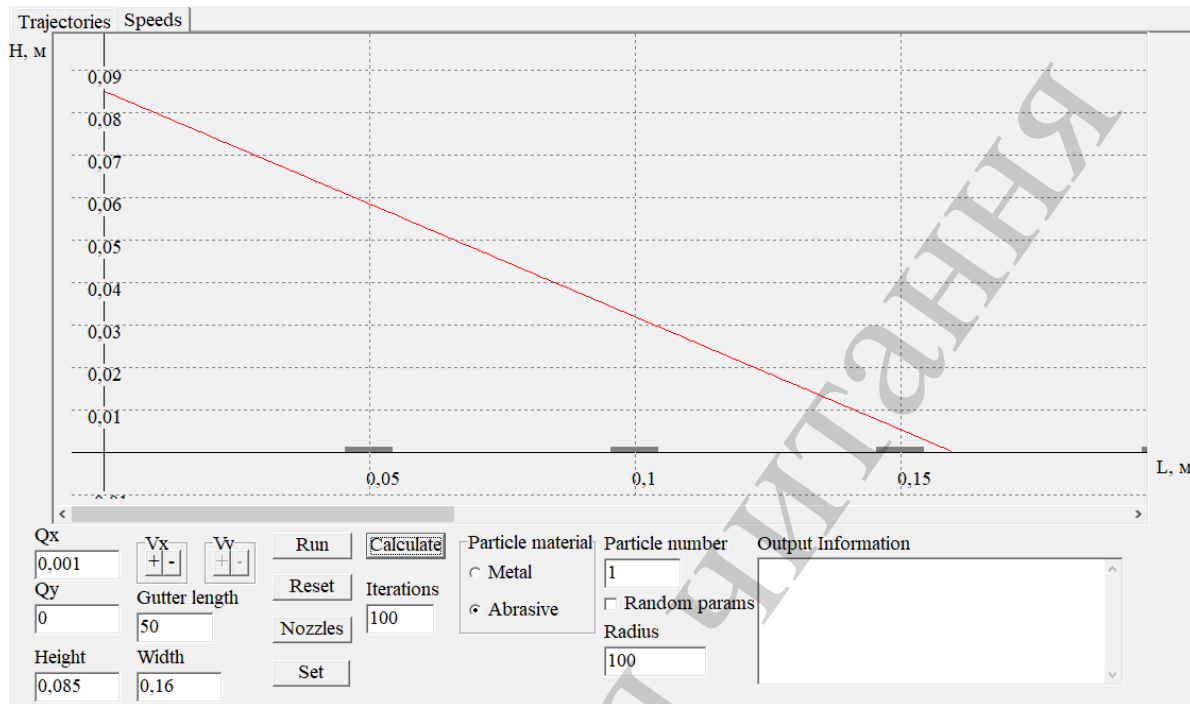


Рис. 4. Траєкторія частинки абразиву розміром (радіусом $r=100$ мкм) при $Q_x=0,001$ м³/с, $Q_y=0$ м³/с

Тепер направимо вертикальний потік рідини величиною $Q_y=0,001$ м³/с через три форсунки, які знаходяться на відстанях 50, 100, 150 мм від початку жолоба. На рис. 5 та рис. 6 можна спостерігати розподіл швидкостей та траєкторію руху частинки відповідно.

Змінімо параметри задачі. Тепер $Q_x=0,0025$ м³/с, $Q_y=0,007$ м³/с, форсунки розташовані одна від одної на відстані 50 мм вздовж всієї довжини жолоба. На рис. 7 можемо спостерігати траєкторії металеві і абразивної частинок, що мають однаковий радіус 100 мкм. Більш важка металева частинка після початку руху швидко заглиблюється і рухається на малій відстані від дна жолобу, абразивна рухається до кінця жолобу, не падаючи.

Розроблена програма має режим розрахунку, коли можливо не вказувати матеріал і розмір (радіус) частинки. В цьому випадку значення задаються програмою випадковим чином, треба тільки вказати кількість частинок, траєкторії яких будуть знайдені. Для 500 частинок поле швидкостей будемо розраховувати впродовж 300 ітерацій, всі інші параметри залишимо незмінними. На рис. 8 зображені траєкторії руху металевих і абразивних частинок випадкового розміру.

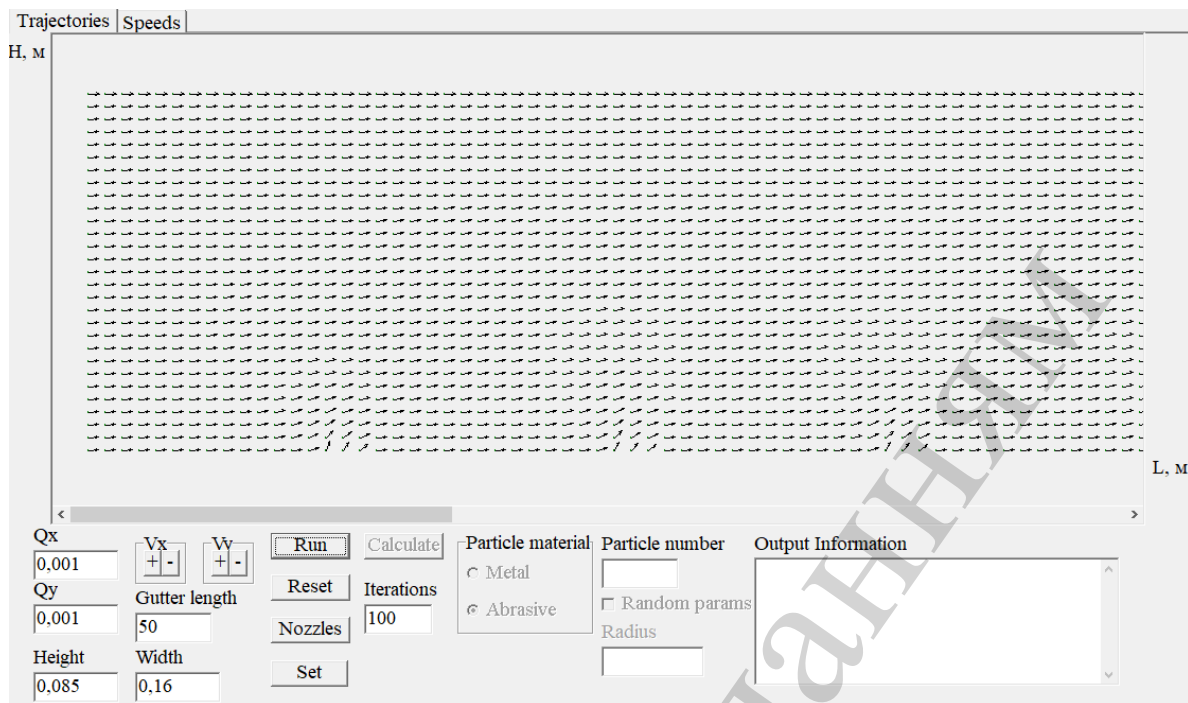


Рис. 5. Розподіл швидкостей при $Q_x=0,001 \text{ м}^3/\text{с}$, $Q_y=0,001 \text{ м}^3/\text{с}$

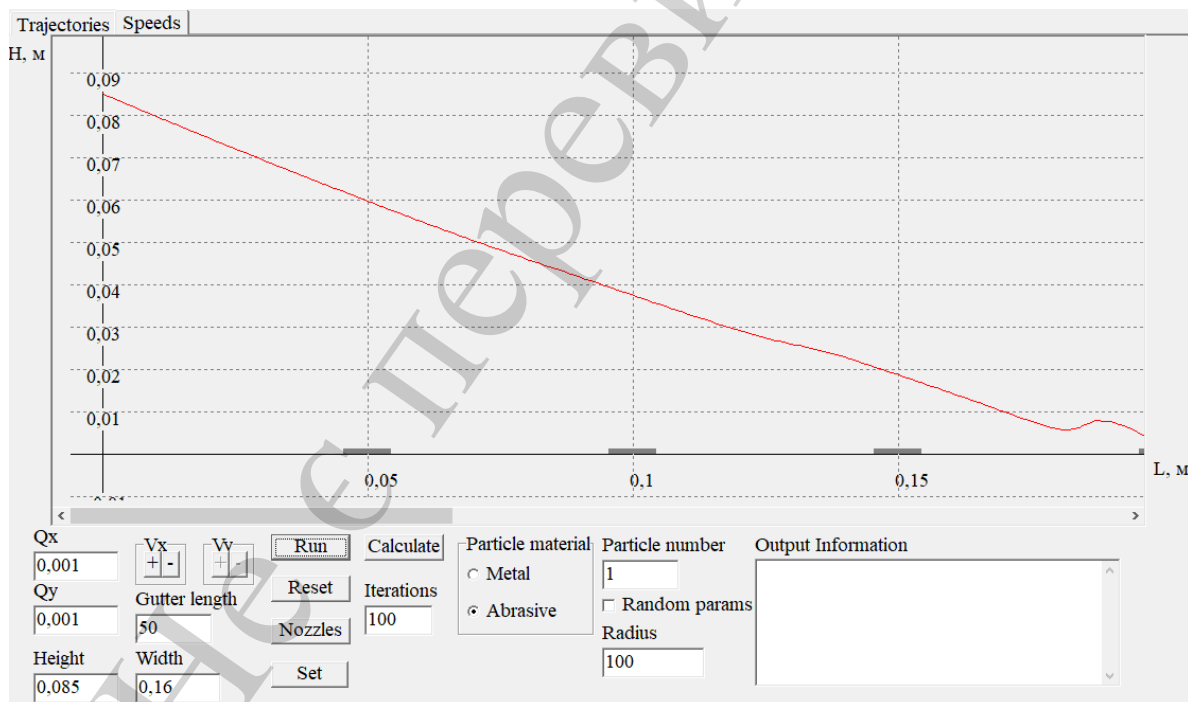


Рис. 6. Траєкторія частинки абразиву розміром (радіусом $r=100 \text{ мкм}$ при $Q_x=0,001 \text{ м}^3/\text{с}$, $Q_y=0,001 \text{ м}^3/\text{с}$

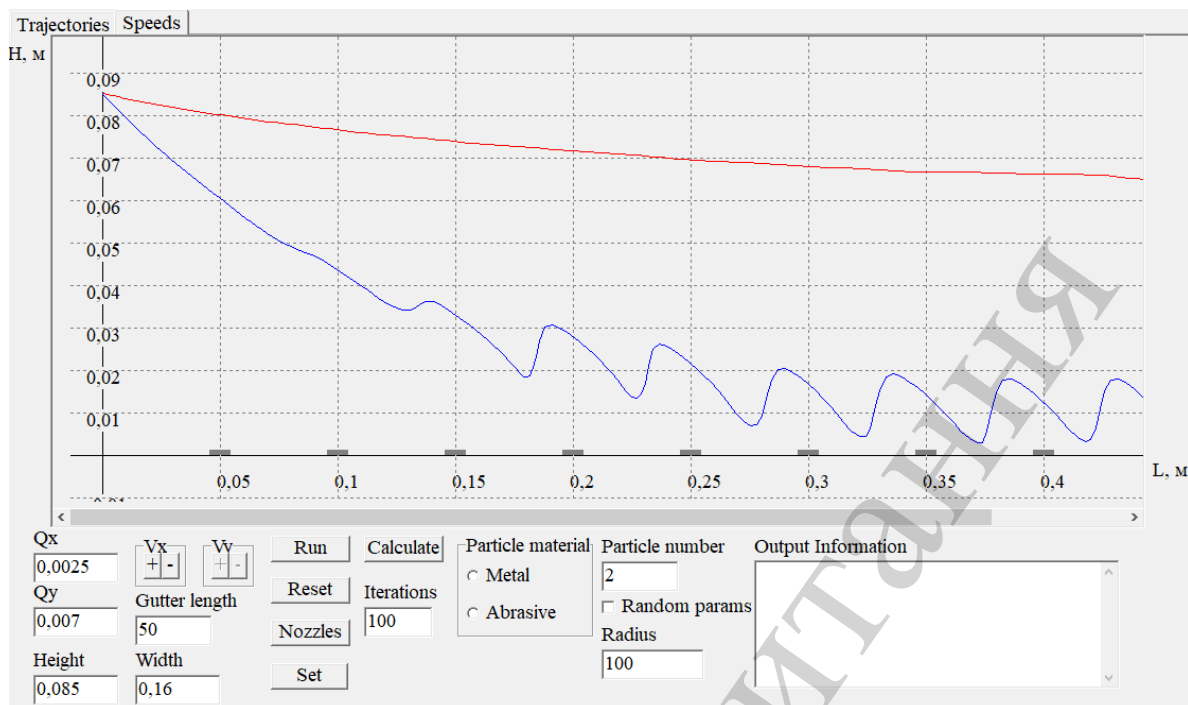


Рис. 7. Траєкторії двох частинок розміром (радіусом $r=100$ мкм) при $Q_x=0,0025$ м³/с, $Q_y=0,007$ м³/с: — абразивна частинка; — металева частинка

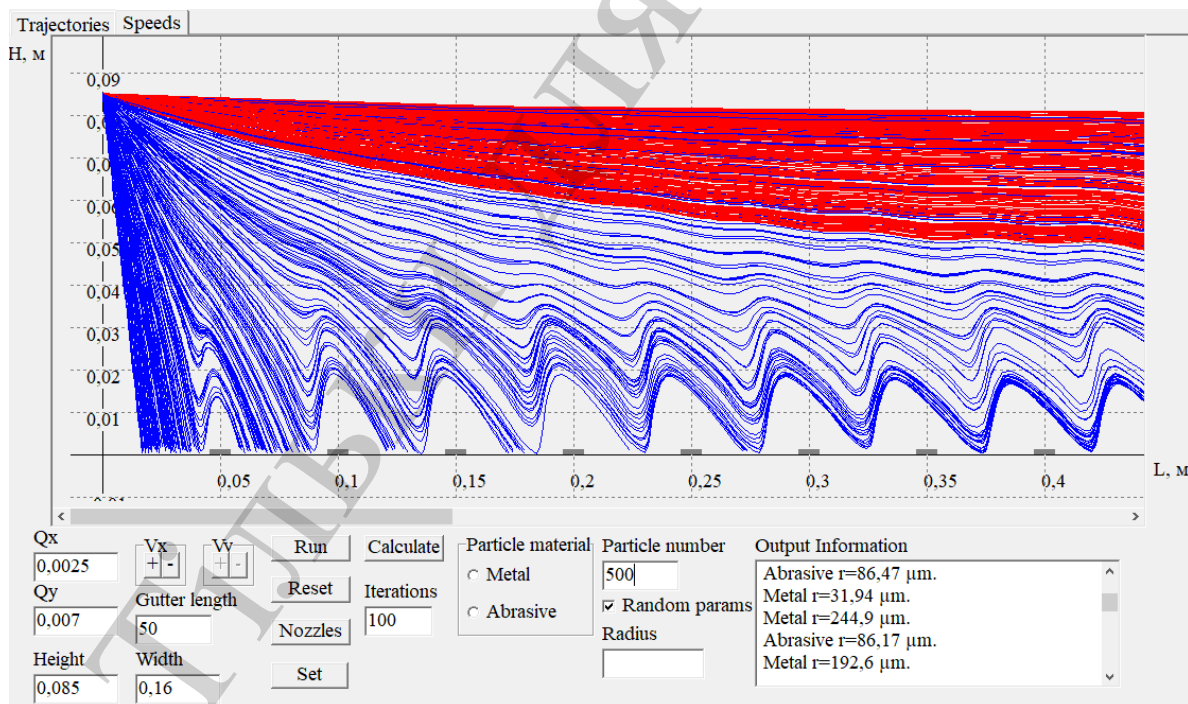


Рис. 8. Траєкторії п'ятиста частинок з випадковими розмірами при $Q_x=0,0025$ м³/с, $Q_y=0,007$ м³/с: — абразивна частинка; — металева частинка

У правому нижньому куті вікна програми представлено розподіл частинок у жолобі:

- абразивних частинок впало: 18;
- абразивних частинок досягло кінця жолобу: 217;
- металевих частинок впало: 219;
- металевих частинок досягло кінця жолобу: 46;
- кількість частинок, що знаходяться в жолобі: 0.

Відсоток металевих частинок на дні жолобу – 82,64 %, абразивних, що досягли кінця жолобу – 92,34 %.

Зменшимо величину горизонтального потоку до $Q_x=0,001 \text{ м}^3/\text{с}$, при всіх попередніх умовах одержуються результати, представлені на рис. 9:

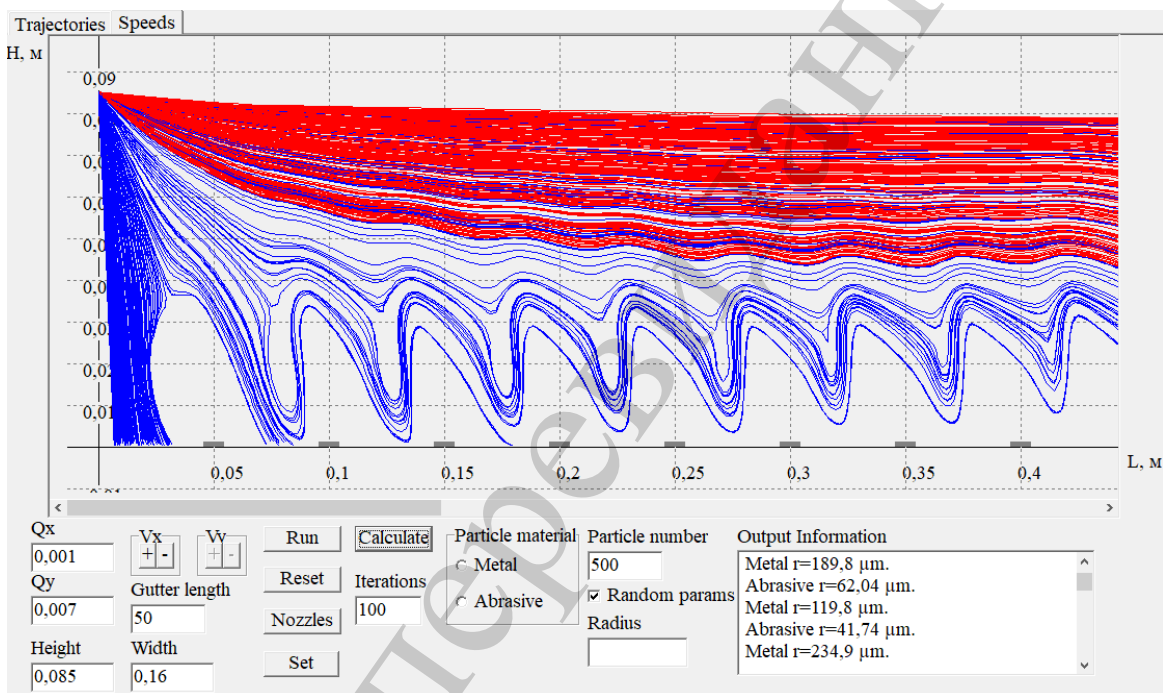


Рис. 9. Траєкторії п'ятиста частинок з випадковими розмірами при $Q_x=0,001 \text{ м}^3/\text{с}$, $Q_y=0,007 \text{ м}^3/\text{с}$: — абразивна частинка; — металева частинка

- абразивних частинок впало: 54;
- абразивних частинок досягло кінця жолобу: 155;
- металевих частинок впало: 255;
- металевих частинок досягло кінця жолобу: 37;
- кількість частинок, що знаходяться в жолобі: 29.

Внаслідок зменшення горизонтального потоку, рух рідини став більш турбулентним, і деякі частинки, попавши у вихор, так і рухаються по колу. Щоб програма не попала у «вічний» цикл обчислення траєкторії частинки, що рухається у вихорі, встановлений ліміт на кількість ітерацій по розрахунку траєкторії – 50000

ітерацій. При даних умовах кількість частинок, які не впали на дно і не досягли кінця жолобу, склала 29.

Якщо поставити мету повністю відсіяти абразивні частинки від металевих, то треба встановити $Q_x=0,0025 \text{ м}^3/\text{с}$, $Q_y=0,009 \text{ м}^3/\text{с}$. Результати розрахунку представлено на рис. 10.

Відсоток металевих частинок на дні жолобу – 77,96 %, абразивних, що досягли кінця жолобу – 100 %. Але кількість металевих частинок, які знаходяться в кінці жолоба виросла, однак вони мають найменшу масу. Тобто при таких умовах, на дні залишаються тільки важкі металеві частинки. Масова частка металевих частинок на дні жолобу – 99,92 %.

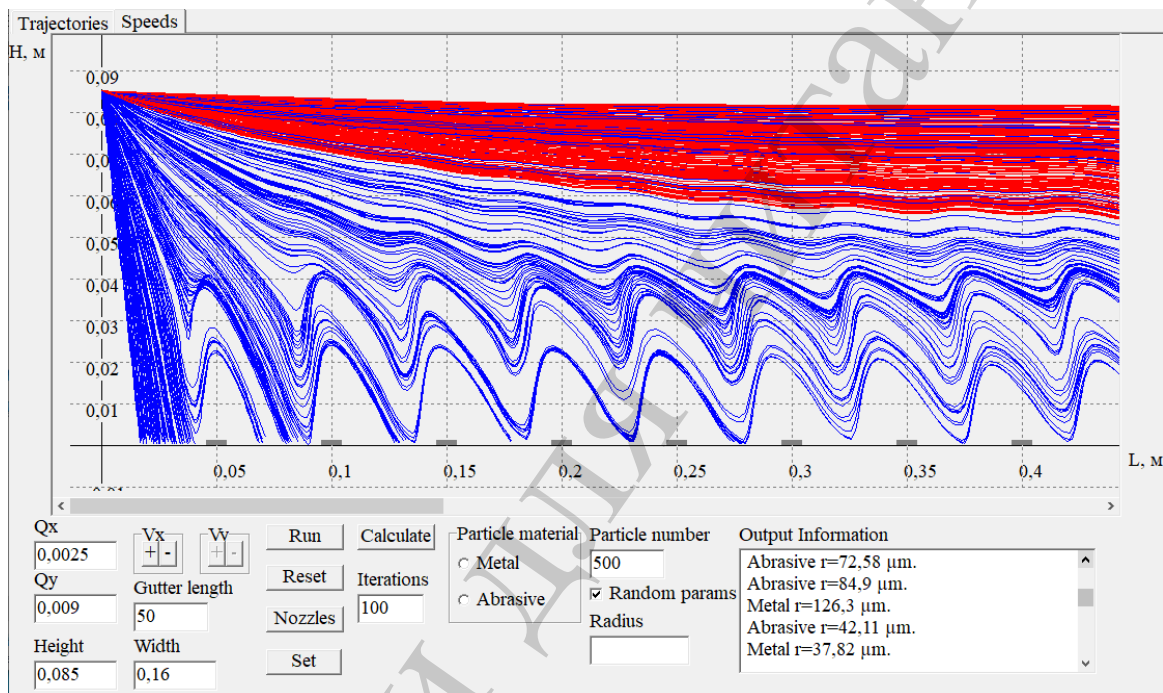


Рис. 10. Траєкторії п'ятиста частинок з випадковими параметрами при $Q_x=0,0025 \text{ м}^3/\text{с}$, $Q_y=0,009 \text{ м}^3/\text{с}$: — абразивна частинка; — металева частинка

Отже, програма дає можливість моделювати траєкторії руху металевих і абразивних частинок в потоці розчину в жолобі. В режимі випадкових параметрів частинок, розмір (діаметр) металевих частинок вибирається з діапазону 18–500 мкм, абразивних частинок – 31–200 мкм. Розподіл рівномірний. Вірогідність, що частинка буде металевою або абразивною, однакова.

6. Обговорення результатів моделювання траєкторії руху металевих і абразивних частинок в потоці миючого розчину

Розроблена математична модель для опису траєкторії руху металевих і абразивних частинок в сумісному русі двох потоків рідини – горизонтальному і вертикальному.

Для опису руху миючого розчину використані рівняння Нав'є-Стокса, в яких турбулентний характер руху рідини враховано за допомогою двопараметричної моделі турбулентності, яка представляє собою алгебраїчний вираз.

Для опису траєкторії руху твердих частинок використані рівняння Ньютона. Рівняння враховують сили, що діють на тверду частинку в потоці розчину, а саме сили тяжіння, Архімеда, опору та Стоксу.

Це дозволило визначити траєкторії руху твердих частинок різних розмірів та щільності в потоці миючого розчину.

Розроблена комп'ютерна програма дозволяє візуалізувати та провести чисельне дослідження траєкторії руху металевих та абразивних частинок в потоці розчину.

Програма розроблена на основі математичної моделі, що описує траєкторії руху твердих частинок у сумісному (горизонтальному і вертикальному) потоці розчину. Комп'ютерна програма реалізована на мові C++ в середовищі C++ Builder 6. Інтерфейс програми дозволяє встановлювати початкові значення витрат потоків розчину, розміри, кількість і матеріал твердих частинок, кількість форсунок, які розташовані у доній частині миючого жолобу та відстань між ними (рис. 2–10). Основним об'єктом інтерфейсу є вікно візуалізації траєкторії руху твердих частинок.

Дослідження виконувалися для металевих частинок розміром 18–500 мкм, абразивних – 31–200 мкм. Довжина жолоба складала від 0,5 м до 2,0 м. Величина горизонтального потоку миючого розчину варіювалася від 0,001 м³/с до 0,0025 м³/с, а вертикального потоку розчину – 0–0,009 м³/с.

Стійкість розв'язку рівнянь отриманої математичної моделі забезпечувалося введенням турбулентної складової для ефективного коефіцієнту кінематичної в'язкості в рівняннях Нав'є-Стокса та підбором параметрів турбулентності.

Математична модель та її програмна реалізація дозволяє визначити режимні параметри мийного жолобу (витрати горизонтального та вертикального потоку розчину через форсунки, що розташовані в доній частині миючого жолоба, їх кількість та відстань між ними) для реальних умов виробництва.

В подальшому необхідно створити промислові зразки безперервно діючого обладнання для розділення твердих частинок по щільності з метою дослідження технологічних і конструктивних параметрів технологічного обладнання.

Подальший розвиток і вдосконалення математичної моделі може полягати у використанні рівнянь перенесення твердої фази або рівнянь з середньомасовими швидкостями, що описують дисперсне середовище, замість рівнянь Ньютона. У цьому випадку модель значно ускладнюється і вимагає інших способів візуалізації траєкторій твердих частинок.

Інший шлях підтвердження результатів досліджень – реалізувати це завдання за допомогою відомих програм чисельного моделювання, наприклад, OpenFoam, яка вимагає вивчення інтерфейсу і певних навичок при її використанні.

7. Висновки

1. Розроблена математична модель для опису траєкторії руху металевих і абразивних частинок в сумісному русі двох потоків рідини – горизонтальному і вертикальному. Особливістю математичної моделі є можливість її реалізації в будь-якому програмному середовищі. Для її розв'язання використовувалися метод розщеплення за фізичним факторами та метод Ейлера.

2. Розроблена комп'ютерна програма на основі побудованої математичної моделі дозволяє візуалізувати та чисельно дослідити траєкторії руху частинок в потоці миючого розчину. За допомогою програми проведено чисельне дослідження для металевих частинок розміром 18–500 мкм, абразивних – 31–200 мкм. Розділення по щільності твердих частинок шліфувального шламу в процесі руху в потоці розчину забезпечує виділення з шламу 56–60 % металевих та 40–44 % абразивних частинок з еквівалентними діаметрами 100–500 мкм.

3. Отримані конструктивні та режимні параметри мийного жолобу, які забезпечують ефективне розділення частинок металу від абразивних в потоці миючого розчину: довжина жолобу $L=0,5$ м, горизонтальний потік $Q_x=0,0025$ м³/с, вертикальний потік $Q_y=0,009$ м³/с, форсунки розташовані на відстані 50 мм одна від одної і перша зліва розташована на 50 мм від початку жолобу.

Література

1. Повстяной, А. Ю., Рудь, В. Д. (2014). Использование отходов производства для изготовления материалов конструкционного назначения. Устойчивое развитие, 19, 159–164.
2. Soloshych, I., Shvedchykova, I. (2016). Development of systematics ranked structure of environmental protecting equipment for cleaning of gas emissions, wastewater and solid waste. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 6 (10 (84)), 17–23. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.86462>
3. Разгонова, О. В., Сокольник, В. И. (2014). Ущільнення та зневоднення червоного шламу під дією електричного поля. Восточно-Европейский журнал передовых технологий, 6 (10 (72)), 4–7. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2014.29250>
4. Вернигора, В. Д., Коробочка, А. Н. (2008). Извлечение металлических частиц из шламов абразивной обработки металлов. Збагачення корисних копалин, 32 (73), 26–32.
5. Nakamura, K., Hayashi, S. (2006). Grinding Sludge Recycling to Reduce Environmental Load. Tetsu-to-Hagane, 92 (8), 535–538. doi: https://doi.org/10.2355/tetsutohagane1955.92.8_535
6. Ryabicheva, L. A., Tsyarkin, A. T., Beloshitskii, N. V. (2007). Powder produced from steel 40Kh10S2M grinding sludge. Powder Metallurgy and Metal Ceramics, 46 (5-6), 298–302. doi: <https://doi.org/10.1007/s11106-007-0047-z>
7. Shimizu, T., Hanada, K., Adachi, S., Katoh, M., Hatsukano, K., Matsuzaki, K. (2007). Recycling of Stainless Steel Grinding Sludge. Materials Science Forum, 534-536, 997–1000. doi: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/msf.534-536.997>

8. Ruffino, B., Zanetti, M. C. (2008). Recycling of steel from grinding scraps: Reclamation plant design and cost analysis. *Resources, Conservation and Recycling*, 52 (11), 1315–1321. doi: <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2008.07.012>
9. Рудь, В. Д., Гальчук, Т. Н. (2011). Апаратна реалізація технології утилізації відходів підшипникового виробництва. *Технологічні комплекси*, 2 (4), 75–80.
10. Рудь, В. Д., Гальчук, Т. Н., Повстяной, А. Ю. (2005). Использование отходов подшипникового производства в порошковой металлургии. *Порошковая металлургия*, 1-2, 106–112.
11. Вернигоров, Ю. М., Плотников, Д. М., Фролова, Н. Н. (2012). Особенности магнитовибрационной технологии сепарации шламов шлифовального производства. *Вестник Донского государственного технического университета*, 8 (69), 41–50.
12. Каяк, Г. Л., Фоменко, В. С., Андреев, В. В. (2017). Разработка технологии утилизации шлифовального шлама. *Вестник инженерной школы ДВФУ*, 1 (30), 60–67.
13. Liu, D., Chen, Q., Wang, Y. (2011). Spectral element modeling of sediment transport in shear flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200 (17-20), 1691–1707. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cma.2011.01.009>
14. Glowinski, R., Pan, T.-W., Hesla, T. I., Joseph, D. D. (1999). A distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 25 (5), 755–794. doi: [https://doi.org/10.1016/s0301-9322\(98\)00048-2](https://doi.org/10.1016/s0301-9322(98)00048-2)
15. Apte, S. V., Martin, M., Patankar, N. A. (2009). A numerical method for fully resolved simulation (FRS) of rigid particle–flow interactions in complex flows. *Journal of Computational Physics*, 228 (8), 2712–2738. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2008.11.034>
16. Бондаренко, А. А. (2013). Обоснование параметров горизонтального классификатора путем изучения взаимодействия твердой частицы с потоком жидкости. *Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету (Технічні науки)*, 3 (28), 114–119.
17. Гальчук, Т. Н. (2012). Розробка технології отримання металічного порошку для виготовлення виробів машинобудівного виробництва. *Наукові нотатки*, 38, 25–30.
18. Фурс, В. В. (2013). Методи утилізації металообробки. *Наукові нотатки*, 42, 314–318.
19. Belotserkovskii, O. M., Gushchin, V. A., Shchennikov, V. V. (1975). Use of the splitting method to solve problems of the dynamics of a viscous incompressible fluid. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 15 (1), 190–200. doi: [https://doi.org/10.1016/0041-5553\(75\)90146-9](https://doi.org/10.1016/0041-5553(75)90146-9)
20. Белоцерковский, О. М. (1984). Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Наука, 520.