

УДК 621.001.2

DOI: 10.15587/1729-4061.2019.183844

Обґрунтування методу комплексної групової уніфікації конструкцій машин і приладів

Г. А. Голуб, Н. М. Цивенкова, В. В. Чуба, А. А. Голубенко, М. Б. Терещук

Об'єктом дослідження є групова уніфікація конструкцій технологічних машин та приладів. Уніфікація є одним з важливих важелів підвищення ефективності виробництва і експлуатації вузлів (деталей), що знижує собівартість їх виготовлення і ремонту. Також уніфікація є підсистемою стандартизації, що істотно підсилює інтерес до її дослідження та впровадження.

Однією з проблем розвитку групової уніфікації конструкцій є відсутність достатньої теоретичної бази, а роботи в напрямку уніфікації нерідко зводяться до симпліфікації. Зазначене є причиною зниження ефективності виробництва через сповільнення процесу створення та впровадження уніфікованих конструкцій при сталих темпах росту номенклатури вузлів (деталей), оснащення та інструменту.

Запропоновано підхід, в основу якого покладена гіпотеза про можливість знаходження критеріїв (формул), які дозволять апріорно оцінити відповідність структури конструкцій встановленим рівням уніфікації. А також виявити закономірності та зазначити методи оптимізації структури конструкцій шляхом адаптації до технологічного оснащення. Реалізація такого підходу здійснювалася шляхом використання аксіоматичної теорії, законів композиції, теорії груп та символічної логіки.

В результаті дослідження дано визначення первинного елементу та представлено методикку його побудови, виведено формули уніфікованих деталей та сформульовано теорему уніфікації структури конструкцій вузлів (деталей). Розглянуто особливості комплексної уніфікації груп деталей та оснащення для їх виготовлення.

Отримані результати досліджень дозволять удосконалити інтелектуальний конструкторський процес і сприятимуть широкому використанню систем автоматичного проектування технологічних конструкцій. Результати дослідження є цікавими:

– для конструкторів підприємств при створенні закритих баз даних уніфікованих деталей (вузлів), що значно скоротить терміни розробки та впровадження нових виробів, підвищить їх ефективність;

– для користувачів програмного забезпечення при створенні доступних відкритих баз даних уніфікованих деталей (вузлів), що мають за мету приховану рекламу та стимулювання продажів уніфікованих виробів.

Ключові слова: первинний елемент, теорія груп, теорема уніфікації, комплексна групова уніфікація.

1. Вступ

Уніфікація конструкцій машин та приладів є одним з важливих важелів підвищення ефективності їх виробництва та експлуатації. Уніфікація має значний вплив на зниження собівартості виготовлення та ремонту і тісно пов'язана з технологічністю виробів. Також уніфікація є підсистемою стандартизації, що істотно підсилює інтерес до її дослідження та впровадження.

Створення САПР (систем автоматизованого проектування) не сприяло відходу від статичних форм. Процес створення уніфікованих виробів не має достатньо наукових основ, а роботи з уніфікації нерідко зводяться до симпліфікації. Це є причиною повільного створення і впровадження уніфікованих конструкцій, при цьому темпи росту номенклатури деталей та вузлів, оснащення та інструменту не знижуються. Це, в свою чергу, негативно відображається на ефективності виробництва.

Позначається також, що до останнього часу необхідним, або цілком прийнятним компонентом уніфікації були наявність чи виникнення надлишку. Наприклад, будь-який приладний ряд розташовували в одному корпусі, розміри якого встановлювали за найбільшою внутрішньою насиченістю вузлами та деталями. Тому корпус одного різновиду приладного ряду максимально заповнювався, а інший – був напівпустим, тобто його розміри і, отже, витрати матеріалів були надмірними. Такий підхід виправдовувався зниженням вартості виготовлення завдяки застосуванню порівняно простого високопродуктивного технологічного обладнання, зменшенню різновидів і кількості одиниць оснащення. На певному етапі розвитку техніки цей напрямок був прийнятним, однак сьогодні надмірні витрати матеріалів на виробництві слід виключати.

Тому актуальними є дослідження в напрямку розробки теоретичної бази з уніфікації конструкцій технологічних машин і приладів. Необхідно розв'язати задачі з отримання кількісних критеріїв для апріорної оцінки конструкцій машин і приладів встановленим рівням уніфікації, виведення правил конструювання, формалізації уніфікації конструкцій і поєднання її з уніфікацією технологічного оснащення.

2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

При груповій уніфікації першочергове значення має побудова первинного елемента. Подальше складання формул уніфікованих деталей та формулювання теорем уніфікації структури конструкцій деталей (вузлів) базується на правильності побудови первинного елемента та правильності встановлення закономірностей в структурах.

В роботі [1] пропонується виявляти закономірності в структурах конструкцій шляхом обрахування предикатів першого прядку, використовуючи переважно правило підстановки і модус поненс. За [2] отримані закономірності слід враховувати при створенні підмножин за типом підгруп, які виділені з множини деталей, що належать певній групі. Для реалізації вище зазначеного доцільніше використовувати теорію множин [3], теорію подібності [4] та теорію груп [5]. Застосування даних теорій суттєво підвищить точність отриманих результатів і є необхідним з позиції дотримання внутрішньої логіки при побудові підмно-

жин. Однак, окрім забезпечення коректності викладення, строге дотримання цих теорій характеризується інерцією мислення.

Відійти від цієї інерційності дозволяє теорема існування конструкцій [6]. Для конструювання теорема існування конструкцій корисна за кількома причинами. По-перше, вона, всупереч інерції мислення, може усунути в середовищі конструкторів дискусії (і тим самим заощадити час) про можливість або неможливість будь-яких конкретних конструкцій, оскільки факт існування усіх конструкцій з реальними параметрами доведений цією ж теоремою. Також теорема існування дещо змінює підхід до конструювання в сенсі його абстрактного подання. Введено поняття «простір конструкцій». Це ідеальний простір, в якому розташовані будь-які відомі та ще невідомі, однак, враховуючи зазначену ідеалізацію, не вилучені з простору конструкцій вироби, існування яких передбачається в названому просторі. Внаслідок такого кроку традиційне уявлення про конструювання замінюється абстракцією «вилучення технічних об'єктів з простору конструкцій», що є зручним при формалізації викладення.

За [7], теорія полягає в термінах, а поняття розглядають як абстракцію, тобто уявне відбиття суттєвих ознак об'єкта. Перевагою такого підходу є те, що враховано вихідні поняття і принципи, які виражають основні фундаментальні зв'язки і відносини досліджуваної області, якими визначаються всі інші явища. Однак суттєвий недолік – це надлишок вихідних посилань, які ускладнюють теорію. За [8] при побудові строгої теорії усі вихідні посилання слід мінімізувати, а терміни потрібно використовувати лише обґрунтовані.

За роботою [9] теоретичним втіленням логічного завершення теорії є формалізація. Вона пов'язує структурні елементи теорії, починаючи з суджень, принципів, понять і закінчуючи теоремами, аксіомами, законами, тощо. Перевагами використання формалізації є відсутність багатозначимих термінів, вона не містить невизначеності правил побудови виразів до конструкцій. Недоліком є те, що надлишкова формалізація призводить до збіднення теорії.

Автори роботи [10] пропонують застосовувати формалізацію до конструкцій з метою прискорення та підвищення якості процесу конструювання, створення відповідної конструкторської документації, тощо. Вони стверджують, що одним з методів здійснення формалізації є вирішення широкого спектру конструкторських задач, шляхом переведення їх з площини «інтелектуального» конструювання на САПР. Реалізація «інтелектуального» конструювання носить вузьконаправлений характер і розробка САПР для широкого загалу конструкторських задач пов'язана із суттєвими затратами апаратних можливостей ЕОМ та затратами на створення такого продукту.

Однак існуючі методи оцінки конструкцій не дають позитивних результатів при використанні їх на етапі розробки. Наприклад в [10] говориться про 13 основних і додаткових показників технологічності. При чому усі вони повинні визначатися відносно базового виробу чи базових показників. Такий підхід знижує достовірність оцінки. Вибір базового виробу здійснюється за досягнутим рівнем і тому конструкцію неможливо об'єктивно оцінити на стадії розробки через використання у застосовуваних показниках даних з трудомісткості та собівартості, тобто апостеріорних величин. Ці величини можуть бути отримані

лише після завершення процесу конструювання, освоєння у виробництві, визначення об'ємів партії і розробки технології. З метою підвищення якості конструювання та зниження термінів створення нових конструкцій потрібні об'єктивні кількісні критерії (технологічності, уніфікації, ремонтпридатності) оцінки виробів ще на етапі їх розробки.

Згідно з науковою роботою [11], із загального принципу, який лежить в основі будь-якої теорії, отримують розвиток закони, поняття та ін. Принципи розвиваються і удосконалюються лише за умови сформульованої теорії.

Автори роботи [12] рекомендують будувати теорію на основі аксіоматичного методу. Перевагою даного методу є можливість встановити істинність наукових тверджень, забезпечити строгість побудови, обмеживши від зайвого. Цей метод дозволяє знайти таку систему аксіом, при якій шляхом логічних побудов з аксіом можна вивести значимі в теорії положення. Авторами роботи [13] було використано аксіоматичний метод при обґрунтуванні кількісних критеріїв оцінки технологічності деталей і вузлів. Отримані результати з формалізації критеріїв технологічності дозволили звести процес оптимізації структури конструкцій до єдиного алгоритму, що має високий ступінь автоматизації. Однак в напрямку уніфікації груп деталей та технологічного оснащення для їх виготовлення дослідження не проводилися.

Результативним шляхом знаходження правил комплексної уніфікації деталей (вузлів) та технологічного оснащення для їх виготовлення можуть слугувати логіко-математичні дослідження деталей та оснащення і процесу їх створення, тобто отримання виведеного знання про конструювання. Проте чисельні вимоги до побудови конструкцій є суперечливими, тому вимоги доцільно впорядкувати за допомогою алгебраїчних систем.

В працях [14, 15] розкрито особливості побудови алгебраїчних систем. Врахування цих особливостей при формулюванні теореми уніфікації структури конструкцій дозволить отримати критерії апріорної оцінки деталей (вузлів) конструкцій та формалізувати уніфікацію груп деталей і оснащення для їх виготовлення.

В останні роки значна увага приділяється методам моделювання та моделювання і оптимізації, які мають за мету представляти та вдосконалювати окремі системи подій [16]. Ці методи можуть обґрунтовувати прийняття рішень, допомагаючи визначити найкращу комбінацію у комбінаторному просторі пошуку зі стохастичними змінними.

Одним із методів раціональної організації виробництва є груповий метод, який засновано на визначенні та використанні технологічної подібності деталей та вузлів. Його подальший розвиток доцільно здійснювати на основі математичної теорії обчислень [17]. В роботі [17] представлено кілька описових формалізмів з прикладами їх використання та теорією, яка дозволяє довести еквівалентність обчислень, виражених у цих формалізмах. Описано ряд формалізмів для вираження обчислювальних функцій та пов'язаних з ними об'єктів. Переваги використання формалізмів відмічені в [6], де за допомогою математичної теорії обчислень представлено теорему існування конструкцій і її наслідки.

В роботі [18] зазначається, що найбільш придатним математичним апаратом для формалізованого опису будь-якої технологічної системи є теорія груп. За даним методом групу можна представити у вигляді множини, яка задана породжувальними елементами та відображеннями, які є замкнутими відносно асоціативної операції при наявності протилежних елементів та нуля. Однак широкого застосування в технології машинобудування даний метод не отримав. На думку авторів [19], на сучасному рівні розвитку конструювання для проведення комплексної уніфікації системи «виріб - технологія» використання теорії груп є необхідним.

Аналіз показує, що в теоретичному плані подальший розвиток уніфікації потребує глибокої формалізації. Формалізація може стати основою широкого використання гнучкого технологічного оснащення та уніфікованих технологічних процесів, зниження номенклатури конструктивів, оснащення та інструменту. Даний процес призведе до скорочення термінів розробки та впровадження нових виробів, до підвищення їх ефективності.

3. Мета за задачі дослідження

Метою досліджень є розробка математичного інструмента, придатного для здійснення комплексної групової уніфікації конструкцій машин і приладів та технологічного оснащення для їх виробництва.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати наступні задачі:

- обґрунтувати побудову первинного елемента групової уніфікації вузлів (деталей);
- використовуючи теорію груп створити формули уніфікованих деталей;
- сформулювати теорему уніфікації структури конструкцій з використанням аксіом та теореми існування конструкцій;
- показати особливості комплексної уніфікації груп деталей та оснащення для їх виготовлення.

4. Методи дослідження комплексної уніфікації груп деталей та оснащення для їх виготовлення

Під час виконання наукового дослідження:

- предикати першого порядку визначалися за теорією груп [5];
- побудова первинного елемента, як основи деталі або групи деталей, створення підмножин за типом підгруп, які виділені з множини деталей, що належать групі, виконувалося з використанням теорії множин [3], теорії груп [5] та теореми існування конструкцій [6];
- для аналізу деталей (вузлів) конструкцій з метою складання формул уніфікації використано системно-структурний метод [1];
- для формалізації і впорядкування процесу уніфікації використано закон композиції, введено алгебраїчні операції, використано поняття ізоморфізму та адитивної композиції [20];
- для доказу теореми уніфікації структури конструкцій використано індуктивний метод, який дозволяє узагальнити результати дослідження рухом думки від одиничного до загального (логічний прийом дослідження) [21];

– з метою забезпечення строгості теореми уніфікації структури конструкцій використано аксіоматичний метод, який є одним із способів дедуктивної побудови наукових теорій [15];

– для дослідження комплексної уніфікації груп деталей та оснащення для їх виготовлення застосовувалися системно-структурний метод та метод узагальнення та оптимізації результатів [22].

5. Результати розробки математичного інструменту для здійснення комплексної групової уніфікації конструкцій

5. 1. Обґрунтування побудови первинного елемента при комплексній груповій уніфікації конструкцій

При груповій уніфікації першочергове значення повинна мати правильність побудови первинного елемента. Розглянемо первинні елементи деталей, для чого представимо структуру якої-небудь деталі, що входить в групу. На ній можна вказати зони, які мають функціональне φ , в тому числі ергономічне і естетичне, а також технологічне t значення. Зони можуть розподілятися по елементам деталі і поєднуватися між собою. Під час побудови деталі з одного елемента шляхом його повторення – усі види зон відображаються в даний первинний елемент. Розрізняють допоміжні та перехідні зони. Щодо технологічних зон, то ними можуть бути технологічні бази, отвори для орієнтування під час обробки та ін. Отже, первинний елемент повинен бути за габаритами таким, щоб була можливість його функціонального використання у вигляді деталі і окремо він був технологічним. Прирівнювання первинного елемента до деталі вирішує питання його розмірів, оскільки на первинний елемент починають розповсюджуватися усі вимоги, які ставляться до деталей. Таким чином, встановлюється бар'єр подальшого практичного ділення первинного елемента. Однак це не виключає можливості розглядати частини первинного елемента та їх зміни щодо відповідності вимогам уніфікації (наприклад, введення обмеження до діаметрів отворів), технологічності та ін.

Якщо представити первинний елемент α_0 та деталі, сконструйовані з нього, таким чином, що α_0 є звуженням усієї групи в первинний елемент, тоді:

$$((f: \varphi \rightarrow \alpha_0) \wedge (f: t \rightarrow \alpha_0)) = \alpha_0. \quad (1)$$

Вираз (1) є найпростішим формальним записом первинного елемента як основи деталі чи групи деталей. Надалі закономірним є перехід до формули деталі. Просту деталь описує проста формула. За формулою можна судити про складність деталі, і, оптимізуючи формулу, – оптимізувати деталь.

Якщо через складність деталей, що входять в групу, є неможливим отримання одного первинного елемента для усієї групи, то в ній доцільно утворити підмножини за типом підгруп. Такі підмножини утворюються шляхом виділення з множини деталей, що належать групі, послідовності, які будуть сходитися до елемента кожної підгрупи. Вимоги до конструювання елемента підгрупи,

який забезпечує вказане сходження, повинні бути такими ж як і для первинного елемента групи.

Розглянемо детальніше застосування теорії груп до уніфікації конструкцій. Використання теорії груп дозволяє охарактеризувати уніфікацію в точних термінах відносно структури деталей (вузлів). Застосування до множин деталей (вузлів) та їх елементів закону композиції, введення операцій, подібних алгебраїчним, використання поняття ізоморфізму тощо дозволяє формалізувати та впорядкувати процес уніфікації, підвищити його ефективність. Математично група є множиною з однією двомісною (бінарною) операцією або законом композиції. В даному випадку закон є асоціативним, тобто ставить у відповідність кожній парі елементів певний елемент цієї ж множини. Отже, група має нейтральний та протилежний елементи. Підгрупа є підмножиною групи і повинна виконувати вимоги по збереженню операції, наявності нейтрального і протилежного елементів. Обравши об'єктом процес дослідження множини елементів конструкцій, отримуємо структуру, в якій використання формалізованих операцій призводить до суттєвих прикладних результатів.

Формально групові властивості конструкцій мають наступний вигляд. Розглянемо множину K будь-яких конструкцій. Множина вибрана таким чином, що на ній визначено закон композиції і він є асоціативним, при чому бінарні конструкції забезпечують комутативність закону. Для кожного елемента, тобто для кожної певної конструкції $k \in K$, існує, як зазначено вище, протилежний елемент $-k$. Нейтральним елементом, за аналогією з порожньою множиною, можна вважати «порожню конструкцію». Крім того, усі нові конструкції, отримані в результаті дії закону композиції, повинні належати групі, з елементів якої вони створені, як наслідок алгебраїчної операції в ній, тобто:

$$\forall k(((k' \in G) \wedge (k'' \in G) \wedge (k' + k'' = k''')) \Rightarrow (k''' \in G)), \quad (2)$$

де k – загальне позначення конструкцій; k' , k'' – будь-які відомі конструкції; k''' – нова конструкція; G – група.

Якщо дані умови виконуються, тоді множина конструкцій буде групою, до того ж комутативною. Комутативність визначається як рівність бінарної композиції спряжених конструкцій k' та k'' : $k' + k'' = k'' + k'$. В графічних зображеннях протилежні елементи можуть виявляти здатність до симетрії конструкцій, що є важливим фактором їх оптимізації.

Розглянемо приклад первинного елемента будь-якої групи порівняно простих деталей типу скоб, виготовлених з листового матеріалу штампуванням (рис. 1).

Зазначену деталь вибрано не лише через простоту конструкції, але й з метою описати якомога більшу кількість реально існуючих деталей, з яких штамповані – складають більшу половину. Константами (незмінними параметрами) в первинному елементі приймемо поздовжню вісь симетрії та лінійні розміри: ширину l , дві координати центру отвору $l/2$. Решту розмірів (товщина листа S , радіус закруглень, діаметр отвору) можуть змінюватися в межах, які забезпе-

чуються оснащенням, розмірними залежностями в первинному елементі, особливостями компоновання в деталі та ін. Зокрема, довжина ділянки A (ширина її співпадає з розміром l) може бути встановлена в межах $l/m \dots ml$ ($m=1 \dots n$, тобто обирається з натурального ряду чисел). Діаметр отвору може змінюватися від нуля (наприклад, пробивний пуансон видалено) до найбільшого значення, обмеженого мінімальною перемичкою, ширина якої дорівнює товщині листа S . Пуансон може бути розрахований на пробивання отвору під внутрішній діаметр різьби, яка найчастіше виконується для даного типу деталей. Якщо існує необхідність збільшення діаметра отвору під різьбу, тоді виконуємо операцію розсвердлювання. В цьому випадку радіус розсвердлювання змінюється від нуля до максимуму, рівному $l/2$. Замість радіуса можна зробити фаску (рис. 1, a), що, за умови варіації розмірів, є технологічно простішим. За відсутності ділянки A первинний елемент має центральну симетрію відносно центра отвору.

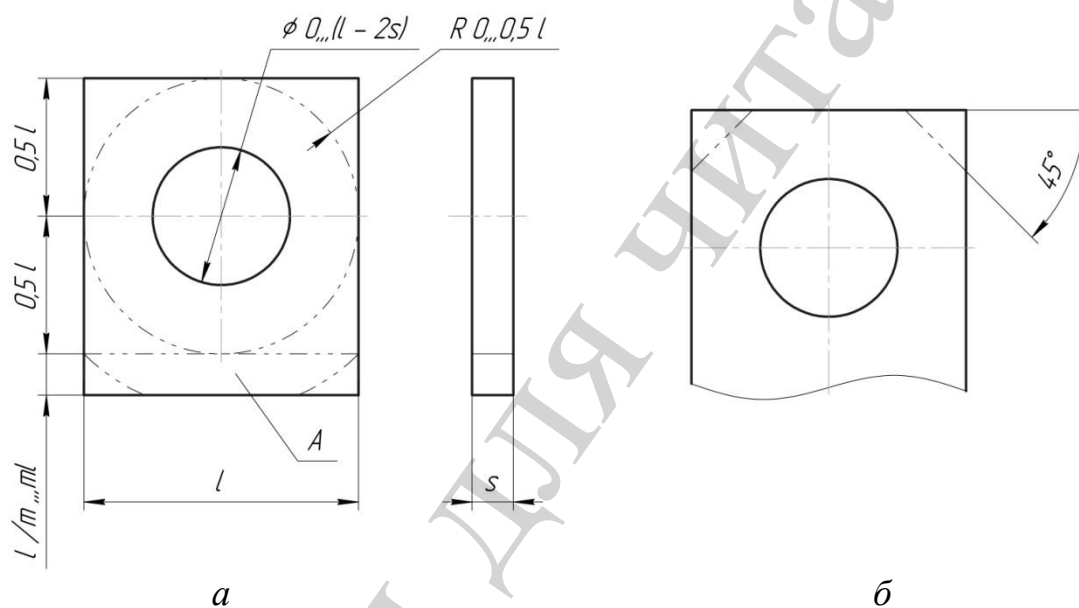


Рис. 1. Конструктивне оформлення первинного елемента: a – із радіусом заокруглення; b – із фаскою

Очевидно, що структурний рівень первинного елемента найбільш низький і первинний елемент може самостійно виконувати функції деталі, або бути складовою деталі, при цьому мати повторення як в незмінному вигляді, так і варіюючи у вище вказаних межах. Приклади компоновання деталей з первинних елементів представлено на рис. 2.

Використовуючи термінологію теорії груп для розглянутого прикладу, слід відмітити, що первинний елемент, якщо усі його розміри зафіксовано, є базовим елементом групи деталей, а дана група – циклічною, періодичною і, при центральносиметричному первинному елементі, комутативною. Подібний підхід відкриває можливості до використання апарату теорії груп з метою формалізації породження уніфікованих деталей і здійснення їх конструювання за допомогою САПР.

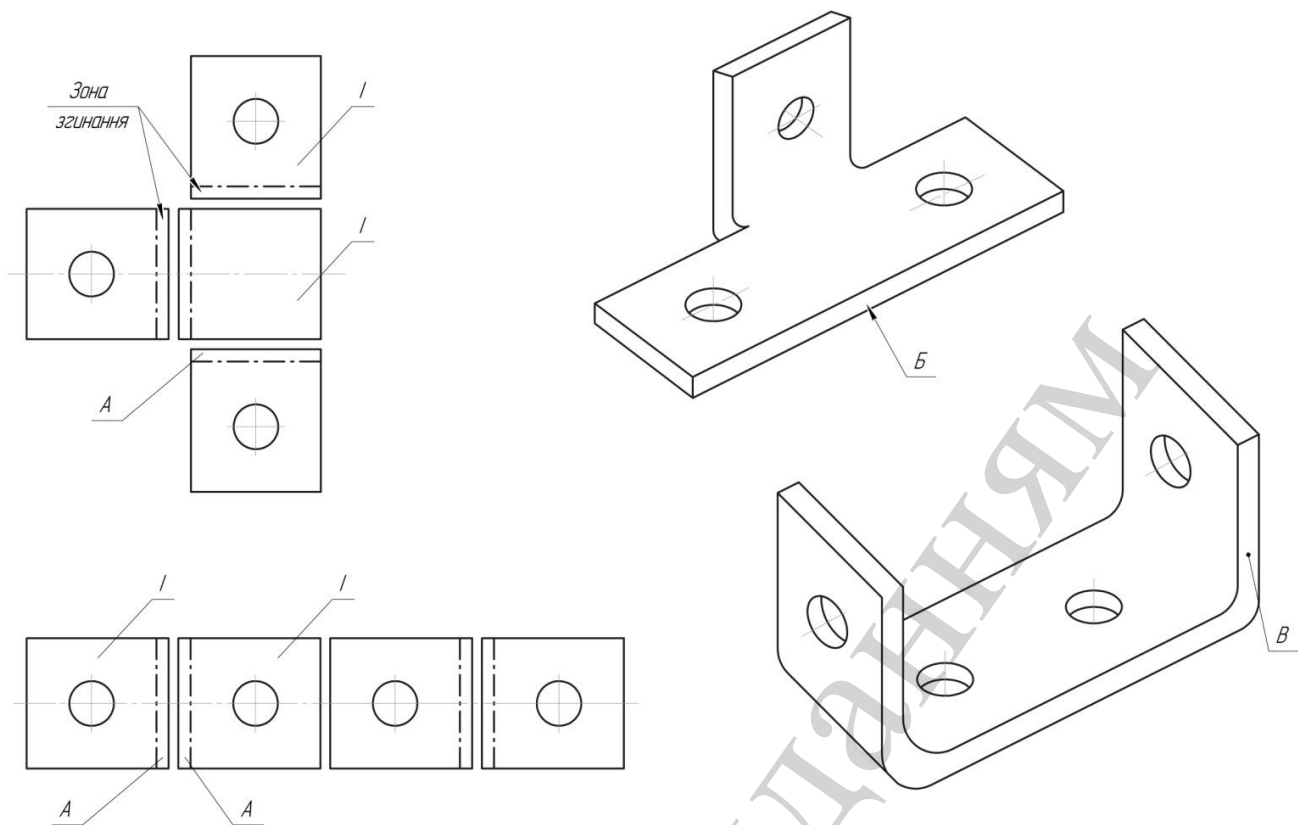


Рис. 2. Аксонометричні зображення уніфікованих деталей з розгортками, на яких виділено первинні елементи: I – первинний елемент; A – ділянка змінної довжини, що підлягає операції згинання; B – скоба з однією відігнутою полицкою (кутник); B – скоба з двома відігнутими полицками

5. 2. Створення формул уніфікованих деталей (вузлів)

Переходячи до питання складання формул уніфікованих деталей, зробимо деякі попередні зауваження. Абстрактні з'єднання первинних елементів і уніфікованих частин на практиці відповідають отриманню цільної деталі із заданого матеріалу, наприклад, штампуванням, токарною обробкою, із застосуванням, при необхідності, з'єднувальних операцій на зразок зварювання, пайки. Під час конструювання уніфікованих деталей врахуємо вимоги теорії груп. Зокрема, слід дотримуватися правила, згідно з яким деталь компонується із пар елементів групи і кожна з'єднана пара елементів породжує елемент, який також належить даній групі. Формула, яка описує клас порівняно простих деталей, що мають поздовжню площину симетрії, має наступний вигляд:

$$\langle (E_i \vee E_n) \wedge (E_i \vee E_n \vee \Gamma_i \vee \Gamma_m) \wedge \dots \wedge (E_i \vee E_n) \rangle \Rightarrow D, \quad (3)$$

де E – елемент деталі; i, m, n, \dots – числові розпізнавальні індекси елементів E , що приймають значення з безлічі натуральних чисел;

Γ – кутова міра просторової взаємної орієнтації елементів (ця міра в формулу не вводиться за умови розташування плоских елементів в одній площині, коли їх осі симетрії співпадають, та елементів типу тіл обертання – на загальній осі симетрії);

D – деталь.

Структурна формула деталі залежить від різновиду її компонування. Всі деталі умовно поділимо на дві множини:

– M_1 – плоскі деталі; деталі, що мають форму тіл обертання; деталі типу кутників і скоб, осі первинних елементів яких лежать в одній площині або паралельних площинах;

– M_2 – об'ємні деталі коробчастої форми та їм подібні; деталі типу скоб, у яких осі симетрії первинних елементів лежать в площинах, що перетинаються.

Формули деталей множини M_1 краще розташовувати в рядок, що підкреслює, в ряді випадків, аналогію з поздовжньою віссю або площиною симетрії таких деталей. Формули деталей множини M_2 , як правило, будуть розгалуженими.

Викладене імплікує правила конструювання уніфікованих деталей, які описують структуру деталей. Наведемо деякі з них.

Уніфікація деталей повинна здійснюватися на основі первинних елементів і їх уніфікованих частин, кількість типів яких слід прагнути звести до одного елемента в кожній групі. Деталі повинні компонуватись лише з первинних елементів і інших уніфікованих частин, які регламентовані спеціальними «Переліками». Доцільно, щоб «Переліки» містили: таблиці і креслення елементів; позначення елементів; вид матеріалу і покриття для різних типів виконання; допуски на лінійні і кутові розміри; шорсткість поверхонь, тощо [24]. «Переліки» елементів деталей зручно складати окремо для кожного виду деталі або нероз'ємного вузла, що підлягають уніфікації (корпуси, кришки, вали, скоби, косинці, тощо), тобто на кожну групу деталей. Уніфікованими частинами можуть бути, наприклад:

– для кутників – діаметри отворів, розміри пазів, радіуси заокруглень під час операцій згинання;

– для основ різних приладів – товщина стінок і днища, товщина ребер, радіус переходу, отвори, в тому числі різьбові, ширина ступені для роз'ємних деталей.

Кожну деталь слід компонувати з мінімального числа елементів, узятих з «Переліку» даної групи. Доцільною є також уніфікація між «Переліками».

В уніфіковані деталі необхідно закладати елементи, які розширюють можливість їх застосування. Наприклад, в кутниках для забезпечення можливості кріплення гвинтами слід виготовляти пази замість отворів.

Конструкція і технологія виготовлення уніфікованих деталей повинна містити можливість отримання нових деталей на прийнятій уніфікованій основі. Нову деталь з уніфікованих елементів слід створювати лише за умови її відсутності в наявних базах уніфікованих або освоєних у виробництві деталей. Множину оригінальних деталей, які отримані без використання основ групової уніфікації, слід зводити до «порожньої множини».

Алгоритм отримання деталі з уніфікованих елементів може складатися з наступних кроків:

– визначення функцій, які повинна виконувати деталь;

– пошук в відповідному «Переліку» елементів, що реалізують покладені на деталь функції;

– компоновка деталі з обраних елементів;

– перевірка деталі на відповідність покладеним функціям.

У разі невідповідності, цикл слід повторити з урахуванням нового перебору уніфікованих елементів. Після вирішення основних завдань щодо виготовлення деталі та її функціональних властивостей потрібно виконати креслення або скласти формулу деталі з подальшим складанням специфікації. Нову уніфіковану деталь слід ввести у відповідний «Перелік». «Перелік» повинен бути загальним для уніфікованих елементів і деталей, з яких його складено, оскільки кожна деталь в подальшому може розглядатися як елемент.

Побудуємо формулу деталі множини M (рис. 2), яка скомпонована з первинного елемента (рис. 1).

Відповідно до стандартних записів в конструкторській документації формулу скоби B запишемо в специфікацію наступним чином:

Скоба $E + 90^\circ + E + E + 90^\circ + E$. Позначення переліку,

де E – первинний елемент; 90° – кут, під яким розташовані елементи після операції згинання.

В даному випадку знак «+» означає адитивну композицію елементів. Посилання на конкретний «Перелік» потрібне для повної характеристики деталі, оскільки в ньому вказані матеріали, покриття та інші вимоги залежно від її виконання. «Переліки» доцільно видавати у вигляді окремих документів. Формулу деталі записувати в строку «Найменування», позначення деталі – в строку «Позначення» специфікації. Простою деталлю множини M_2 є кутник (скоба) B (рис. 2). Формула, відображаючи структуру, буде розгалуженою:

Кутник. $E + 90^\circ + \begin{matrix} E \\ + \\ E \\ + \\ E \end{matrix}$. Позначення переліку.

Слід відмітити, що отримані формули певною мірою можуть слугувати показником, критерієм оптимальності структури деталі. Шляхом перетворення, спрощення формули можна оптимізувати деталь.

Впровадженню представленого методу повинна передувати підготовча робота, переважно зі складання первинних і, зрозуміло, для початку, спрощених «Переліків». Метод передбачає зміну підходу до конструювання деталей, даючи можливість підвищити продуктивність праці конструкторів, полегшуючи важливий процес – удосконалення та розширення можливостей використання САПР. Розглядаючи уніфікацію як підсистему стандартизації, логічним є її загальнозначущі результати вводити в стандарти.

5. 3. Виведення теореми уніфікації конструкцій

Враховуючи аксіоми, викладені результати щодо уніфікації і теорему існування конструкцій, можна сформулювати нові теореми про уніфікацію, які стосуються структури конструкцій.

Зокрема, привертає увагу факт, що введення симетрії, наприклад, в елемент, деталь, сприяє уніфікації їх структури. Перехід на симетричні елементи і деталі, розширення симетрії (симетрія відносно площини, лінії, відносно точки, тобто центральна) природно вписується в процес уніфікації. До того ж здатність до симетрії є необхідним компонентом теорії груп, покладеної в основу уніфікації конструкцій. Наведених вище прикладів достатньо для індуктивного доведення теореми про значення, або про місце симетрії в уніфікації структури конструкцій. Задача доведення всіх теорем про структуру виробів не ставиться. Крім того, індуктивне доведення має імовірнісний характер і ще не знайдено меж, коли можна цілком впевнено вважати при доведенні за індукцією, що емпіричне перейшло в теоретичне.

Тому теорема наводиться, в деякій мірі, гіпотетично: здатність до симетрії первинних елементів і деталей, в тому числі стосовно теорії груп, є необхідною умовою їх уніфікації за структурою.

Оскільки наявність симетрії є принциповою умовою, тому не слід вважати винятком симетрії випадки часткових змін деталей. Наприклад: введення технологічного отвору, іншої форми отворів під чашку для пломби, технологічного приливу, інше.

Розглянемо питання довільного перетворення деталей (вузлів). Усі деталі (вузли) доцільно розбити на дві підмножини загальної множини деталей (вузлів). У першому з них свобода перетворень структури конструкцій обмежена жорсткими рамками вимог і розрахунків. Сюди відносяться, наприклад, конструкції, форма яких повинна відповідати певним аеродинамічним параметрам (форми поверхонь корпусів і крил літаків, інших літальних апаратів, тощо) або розрахункам, наприклад, на міцність за умови обмеження в перевищенні вказаної маси. В першій множині присутні також конструкції, які мають жорсткі обмеження стосовно ергономічності та техніки безпеки. В другій множині знаходиться решта конструкцій, в яких можна виконати неповну, однак набагато більшу кількість перетворень структури.

Для конструкцій другої множини, з врахуванням попередніх результатів, сформулюємо наступну теорему: машину або прилад можна сконструювати таким чином, в тому числі шляхом перекомпонування деталей (вузлів), що в них будь-яку деталь можна отримати збіжною до одного виду первинного елемента з уніфікованими ділянками, що змінюються.

Індуктивне доведення теореми не наводиться через те, що воно є громіздким. Вказане твердження більш правильно вважати гіпотезою.

Формальний запис другої теореми:

$$\begin{aligned} \forall k(((k_i, \dots, k_m, k_n, \dots) \subset M_2 \wedge (D_i \in k_i) \wedge (D_i = (E_i \wedge \dots \wedge E_n))) \Rightarrow \\ \Rightarrow ((E_j \wedge \dots \wedge E_j) = D_j \Leftrightarrow D_i)), \end{aligned} \quad (4)$$

де K – загальне позначення конструкції машини або приладу; k_i, k_m, k_n – будь-яка конкретна (i, m, n) конструкція машини або приладу; M_2 – друга підмножина вузлів і деталей, включена в загальну множину вузлів і деталей. Для вузлів і

деталей, що входять в підмножину M_2 , її слід називати множиною, тому вище були використані обидва терміни; D_i – будь-яка деталь, що належить відповідному вузлу; E_i, E_n, E_j – будь-який конкретний первинний елемент; \Leftrightarrow – символ, що позначає рівність за визначенням. Маємо на увазі, що будь-яка конкретна деталь D_i , що складається з декількох типів первинних елементів, перетворена в деталь D_j , що складається з одного типу первинного елемента, і обидві ці деталі за певними функціональними параметрами є взаємозамінними.

В другій теоремі первинні елементи розглянуто з ділянками, які допускають зміну одного розміру, (наприклад, ділянка A , рис. 1).

Дані теореми можна вважати правилами конструювання уніфікованих деталей. В період освоєння, виробничої перевірки ці правила повинні мати статус рекомендованих методів. Після закріплення в конструкторській та технологічній практиці доцільно вирішити питання про їх обов'язкове використання у вигляді відповідного нормативного документу.

5. 4. Дослідження особливостей комплексної уніфікації груп деталей та оснащення для їх виготовлення

Після розгляду питання щодо групової уніфікації деталей (вузлів) доцільно дослідити шляхи комплексної групової уніфікації деталей та оснащення для їх виготовлення.

Комплексне вивчення уніфікації деталей та технологічного оснащення відповідає системному підходу і дає передумову очікувати на отримання корисних практичних результатів.

Звичайно, для досягнення економічного ефекту технологічні процеси, конструкції оснащення і інструменти повинні включати в себе можливість групової обробки і швидкого переналагодження з метою поелементного виготовлення уніфікованих деталей. Однак виникає ряд питань:

– які, з теоретичної і практичної точок зору, формалізовані відповідності між деталями і оснащенням слід забезпечити для оптимальності рішень;

– чи є можливим виготовити в одному різновиді або в одному конструктивному виконанні оснащення будь-яку кількість деталей, наприклад, невеликих габаритних розмірів, які повністю задовольнятимуть математичним вимогам щодо групи.

Розглянемо метод групової обробки [22] і, зокрема, комплексну деталь на токарній обробці. Комплексна деталь є вихідним теоретично-прикладним поняттям при побудові групових технологічних процесів. При токарній обробці, завдяки обертанню деталі і широким межах вибору траєкторії руху інструмента, можна охопити значну номенклатуру деталей. А щодо комплексної деталі, то отримувати деталі, що входять до неї, шляхом звичайних налагоджувань токарних верстатів, що, як наслідок, призводить до зростання економічного ефекту.

Даний момент є цікавим з позицій математичної теорії груп, оскільки комплексні деталі правомірно вважати групою. Деталі, які містяться в комплексній, є, залежно від складності, її підгрупами або елементами. В даному випадку слід згадати поняття ізоморфізму груп. Дві групи називаються ізоморфними, якщо існує взаємно-однозначне відображення однієї групи на іншу і збережена опе-

рація. Ізоморфізм виражає абстрактну тотожність побудови двох груп. Розглядаючи комплексну деталь, відмітимо, що між її формою і елементами технологічного процесу токарної обробки (обертання деталі, робочі переміщення різців) існує ізоморфна відповідність. В представленому прикладі бачимо оптимальні умови для групової уніфікації завдяки специфіці технологічного процесу та комплексній деталі, що є тілом обертання. Наявність при цьому ізоморфізму між, умовно кажучи, конструктивною і технологічною сторонами може бути показником максимального рівня комплексної уніфікації групи деталей і оснащення для їх виробництва. Даний висновок стосується тієї частини, що породжується ізоморфним відображенням.

У порівнянні з токарною обробкою досягнення ізоморфізму між групою уніфікованих деталей інших типів, наприклад, штампованих з листа, ливарних, пресованих, кованих, і одним конкретним зразком оснащення для їх виготовлення – складана задача.

Зокрема, розглянемо процес виготовлення групи холодно-штампованих деталей в переналагоджуваному штампі послідовної дії. Ізоморфізм між деталями та оснащенням, строго кажучи, у всіх чи більшості деталей групи відсутній. Це пояснюється тим, що елементи штампів, які відповідають різним деталям та їх елементам, розосереджені в ньому, отже, в математичному сенсі, операція не є збереженою. Таким чином, якщо будь-яка деталь є адитивною композицією, то її зображення в оснащенні, в даному випадку, адитивною композицією не буде. Відсутність ізоморфізму, обумовлена розподілом операцій в штампі, мимоволі пов'язується з гіршими умовами для отримання точних деталей, які, проте, мають місце. Теоретично, по аналогії з токарною обробкою, ізоморфізм в цьому випадку може бути досягнутий тоді, коли група поелементно уніфікованих деталей утворена накладанням їх одна на одну. Обов'язково слід забезпечити узгоджене розташування первинних елементів, а виготовлення реалізувати в спеціальному переналагоджуваному штампі поєднаної дії. Кількість деталей у вказаних групах, при сучасному рівні розвитку штампів, незначна. Шляхи покращення:

- проектувати та виготовляти змінні уніфіковані елементи для підгруп деталей, а потім застосовувати групову обробку за [22] з використанням цих елементів;
- використовувати комбіновані штампи поєднаної та послідовної дії;
- в перспективі можливим є використання штампів, які швидко переналагоджуються за рахунок, наприклад, магнітної зміни форми робочих елементів.

При литті у ливарні форми відображення деталі у відповідну площину ливарної форми буде ізоморфним. Забезпечення, в даному випадку, виготовлення в одній ливарній формі групи поелементно уніфікованих деталей пов'язане з вимушеним та неминучим обмеженням їх номенклатури. Вирішити дане питання можна наступними методами:

- дискретною змінювати розмір деталі в напрямку руху рухомої частини ливарної форми і пов'язати дане коригування з розширенням номенклатури деталей;
- поєднати необхідну механічну обробку з усуненням непотрібних в конкретній деталі елементів;
- виготовляти формо-вкладиші для підгруп деталей з використанням всіх змінних частин по аналогії з груповим методом [22].

Звичайно, такий підхід ускладнює конструювання груп уніфікованих деталей. Крім того, мають місце специфічні складнощі ливарної технології: усадка, можливість появи тріщин, короблення після механічної обробки тощо. Однак зазначені складнощі можна усунути.

Слід відмітити, що уточнення щодо отримання в результаті операції заготівки чи готової деталі здійснюється лише для випадків, коли це має принципове значення в теоретичному сенсі.

Комплексна уніфікація груп поелементно уніфікованих деталей та оснащення для їх виготовлення полягає в наступному: уніфікація технологічно реалізується методом, при якому вся група повністю (в значній мірі), виготовляється в одному конкретному виконанні оснащення, чим і досягається зменшення номенклатури оснащення.

При розгляданні уніфікації технологічних частин оснащення не враховувалася уніфікація його конструктивних частин (блоків, пакетів тощо), яка представлена в [22].

Не стверджуючи про наявність закономірності, яка полягає в потребі присутності ізоморфізму для досягнення комплексної групової поелементної уніфікації деталей і оснащення, обмежимося складанням формули. Констатуємо, що нижче наведена формула є синтаксично тотожно вірною. Однак твердження про її загальну значимість можливе тільки після доказу семантичної істинності. Індуктивне доведення не наводяться через його громіздкість.

$$((f : G^o \rightarrow T^o) \wedge P^y) \Rightarrow (P^y = \max), \quad (5)$$

де f – символ відображення, в даному випадку ізоморфного; G^o – група уніфікованих деталей (заготівок); T^o – конкретна одиниця технологічного оснащення, призначена для виготовлення G^o ; P^y – показник уніфікації.

Розглядаючи дане питання підкреслимо два технологічні напрямки, які формуються в техніці та які можна розрізнити за місцем їх уніфікації. В одному напрямку уніфікацію не потрібно форсувати, оскільки форми деталей можуть бути різноманітними внаслідок застосування технології, яка ефективно скопіювала особливості людини, прийнятні для виробництва. Це можуть бути роботи та апарати з технічним зором, штучним інтелектом, тощо. Форми деталей можуть бути різноманітними і внаслідок застосування технології, яка використовує суттєве удосконалення оснащення, в тому числі на різних фізичних принципах. В формоутворенні деталей можна буде досягнути значної різноманітності, багатоваріантно поєднуючи дискретні та безперервні зміни форми.

За другим напрямком уніфікація повинна мати першочергове значення. Ймовірно буде превалювати впорядкування структури конструкцій деталей (вузлів) за типом математичної теорії груп з використанням відповідної технології, яка містить роторні лінії, оброблювальні центри та інші види технологічного оснащення. Це обладнання завдяки своїм особливостям є більш придатним до дискретності змін деталей, не виключаючи, відповідно, неперервних (монотонних, континуальних) змін.

Згадані напрямки взаємопроникають і в загальному технологічному процесі доповнюють один одного. Дослідження їх на ізоморфізм є достатньо інформативним і може бути використане для визначення тотожності пристрою, еквівалентності за груповою та іншими ознаками з метою уніфікації побудови моделей тощо.

6. Обговорення результатів дослідження особливостей комплексної уніфікації груп деталей та оснащення для їх виготовлення

В результаті наукового дослідження наведено формальний запис первинного елемента (1) як основи деталі чи групи деталей та математичний вираз (2), що відображає групові властивості конструкцій. Для зразка наведено конструктивне оформлення первинного елемента (рис. 1) та приклади компонування деталей з первинних елементів (рис. 2). Встановлено, що первинний елемент, якщо усі його розміри зафіксовано, є базовим елементом групи деталей, а дана група – циклічною, періодичною і, при центральносиметричному первинному елементі, комутативною. Такий підхід відкриває можливості до використання теорії груп для формалізації породження уніфікованих деталей і здійснення їх конструювання за допомогою САПР.

Отримано формулу уніфікованих деталей (3), яка може слугувати критерієм оптимальності структури деталі. За цією формулою побудовано алгоритм отримання нової деталі з уніфікованих елементів та записано правила конструювання уніфікованих деталей (п. 5.2). Наведений метод змінює підхід до конструювання деталей і забезпечує високу технологічність конструкцій.

Виведено теореми уніфікації конструкцій (п. 5.3), які можна вважати правилами конструювання уніфікованих деталей. Висока загальна значимість теорем уніфікації конструкцій технологічних приладів і машин дозволяє вважати їх законами. За положеннями теорем уніфікації представлено формалізований запис (5) для здійснення комплексної уніфікації груп поелементно уніфікованих деталей та оснащення для їх виготовлення (п. 5.3).

Використання уніфікованих деталей і вузлів першочергово позначиться на швидкості проектування виробів не лише в межах однієї модельної лінії, але й інших споріднених і неспоріднених напрямків та призначень. Основою уніфікації є не тільки уніфікація технологічних елементів, але й уніфікація конструкційних властивостей зазначених елементів. Таким чином, використання даних елементів прискорює проектування, приводить виробництво унікального об'єкту проектування до складання з елементів, що випускаються серійно. Як наслідок, маємо суттєве зниження собівартості такого виробу, що підвищує конкурентну спроможність кінцевого продукту. Використання уніфікованих вузлів, що є уніфікацією вищого рівня, призведе до проектування конструкцій за модульним принципом. Подібний підхід є однією з основних сучасних тенденцій проектування в промисловості та машинобудуванні.

Одним з обмежень широкого використання комплексної групової уніфікації конструкцій можуть стати технологічні процеси, що постійно удосконалюються, в тому числі і формоутворюючі операції. Із стрімким розвитком 3D-друку деталей з різних матеріалів теорія уніфікації потребуватиме розвитку і адаптації до новітніх технологій. Процес конструювання при розширеному застосуванні комплексної

уніфікації потребуватиме більш ґрунтовної теоретичної підготовки спеціалістів, підвищення рівня операційних знань, вивчення інтерфейсу та можливостей програмного забезпечення. Крім того, використання широкої лінійки уніфікованих елементів є доцільним тільки в межах виробів одного виробника, оскільки більшість таких виробників заробляє до 60 % своїх прибутків на виробництві запасних частин до власної продукції. Таким чином, виробники зацікавлені у певних конструктивних особливостях власної продукції, що дозволяє «прив'язати» споживача. Широке розповсюдження баз 3D-моделей елементів, деталей та модулів у відкритому доступі для конструкторів є важливим і ефективним методом просування власної продукції на ринках машинобудування.

Застосування формул уніфікації (1) – (5) найкраще відзначиться при проектуванні із використанням сучасних САПР та виготовленні конструкцій, подібних за призначенням, а саме – конвеєрів, транспортерів, тощо. Маючи значні відмінності між вхідними параметрами проектування, такі конструкції можна легко структурувати і розкласти на окремі елементи, які легко уніфікувати. Це робить процес проектування та виробництва конструкцій подібними до процесу конструювання за допомогою конструктора Lego. Потенційна прибутковість від впровадження комплексної уніфікації буде визначатись витратами часу на проектування. Конструкція середньої складності, до якої є прототип, проектується протягом 1–2 місяців. На противагу конструкція, що не містить уніфікованих елементів, проектується 6 місяців і більше. Використання комплексної групової уніфікації може скоротити тривалість проектування конструкцій в кілька разів, що, в середньому, знизить собівартість робіт з проектування на 30 % і більше.

Перспективи подальших досліджень в даному напрямку мають бути зорієнтовані на процес автоматизації створення уніфікованого ряду елементів на базі інноваційної концептуальної конструкції.

7. Висновки

1. Розглянуто поняття первинного елемента, представлено метод його побудови та математичний вираз при груповій уніфікації конструкцій деталей (вузлів) машин і приладів. Доведено, що задання на множині деталей (вузлів), їх елементів закону композиції, введення операцій, подібних алгебраїчним, використання поняття ізоморфізму тощо дозволяє формалізувати і впорядкувати процес уніфікації, підвищити її ефективність. Доведено, що первинний елемент, при умові фіксації його розмірів, є породжувальним елементом групи деталей, а сама група – циклічною, періодичною та, при центральному симетричному первинному елементі, комутативною. Отримані результати відкривають можливості до використання апарату теорії груп з метою формалізації створення уніфікованих деталей і переведення їх конструювання на САПР.

2. Використовуючи теорію груп складено формули уніфікованих деталей. Дані формули, в певній ступені, можуть слугувати показником, критерієм оптимальності структури деталі: шляхом перетворення, спрощення формул можна оптимізувати деталь. Однак ефективному впровадженню даних формул передують значний обсяг підготовчої роботи, переважно із складання початкових спрощених «Переліків» властивостей деталей та уніфікованих частин. Метод дозволяє

змінити підхід до конструювання деталей (вузлів), прискорити процес конструювання за допомогою САПР, підвищити продуктивність праці.

3. Сформульовано теореми уніфікації структури конструкцій деталей (вузлів) з врахуванням аксіом, викладених результатів з уніфікації та теореми існування конструкцій щодо самої структури конструкцій. Наведені теореми можна вважати правилами конструювання уніфікованих деталей. Висока загальна значимість наведених теорем уніфікації конструкцій технологічних приладів і машин дозволяє вважати їх законами. Причому виведена формула теореми уніфікації конструкцій та її формалізований запис дійсні для будь-яких множин конструкцій. В період освоєння, виробничої перевірки дані правила повинні мати статус рекомендованих методів. Після закріплення в конструкторській і технологічній практиці доцільно вирішити питання щодо їх обов'язкового застосування, для чого видати відповідний нормативний документ.

4. Досліджено особливості комплексної уніфікації груп деталей та оснащення для їх виготовлення. Наведено формулу комплексної групової уніфікації деталей та оснащення та доведено її семантичну істинність. На прикладах доведено, що для багатьох видів деталей та складальних одиниць замість робочих креслень можна скласти формули, які, зокрема, можуть слугувати передумовою створення переналагоджуваного технологічного оснащення. Складання формул замість робочих креслень є ефективною мірою зі спрощення конструкцій, введення елементів уніфікації. Наявність ізоморфізму конструкції за якою-небудь технологічною операцією (процесом) є показником перспективної технологічності деталей та вузлів.

Подяка

Ми хочемо виразити подяку доктору технічних наук, професору Лосю Леоніду Васильовичу за значний вклад в створення основ теорії структури конструкцій технологічних машин і приладів.

Література

1. Tong-Viet, H. P. (2019). Orders of real elements in finite groups. *Journal of Algebra*. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jalgebra.2019.03.025>
2. Gilman, R. (2019). Algorithmic search in group theory. *Journal of Algebra*. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jalgebra.2019.08.021>
3. Александров, П. С. (1977). Введение в теорию множеств и общую топологию. Москва: Наука, 368.
4. Cattaneo, M. E. G. V. (2017). The likelihood interpretation as the foundation of fuzzy set theory. *International Journal of Approximate Reasoning*, 90, 333–340. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijar.2017.08.006>
5. Каргаполов, М. И., Мерзляков, Ю. И. (1977). Основы теории групп. Москва: Наука, 240.
6. Los, L., Kukharets, S., Tsyvenkova, N., Holubenko, A., Tereshchuk, M. (2017). Substantiation of the structure theory of design of technological machines and devices. *Technology Audit and Production Reserves*, 5 (1 (37)), 48–55. doi: <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2017.113003>

7. Андреев, И. Д. (1979). Теория как форма организации научного знания. Москва: Наука, 302.
8. Freiwald, R. C. (2014). *An Introduction to Set Theory and Topology*. Saint Louis, Missouri: Washington University in St. Louis. doi: <http://doi.org/10.7936/K7D798QH>
9. Wang, G.-J. (2004). Formalized theory of general fuzzy reasoning. *Information Sciences*, 160 (1-4), 251–266. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ins.2003.09.004>
10. Nacsá, J., Alzaga, A. (2003). Knowledge Management Support for Machine Tool Designers. *IFAC Proceedings Volumes*, 36 (3), 61–66. doi: [https://doi.org/10.1016/s1474-6670\(17\)37736-4](https://doi.org/10.1016/s1474-6670(17)37736-4)
11. Фрейман, Л. С. (1971). Теоремы существования. Москва: Наука, 135.
12. Shao, J., Lu, F., Zeng, C., Xu, M. (2016). Research Progress Analysis of Reliability Design Method Based on Axiomatic Design Theory. *Procedia CIRP*, 53, 107–112. doi: <https://doi.org/10.1016/j.procir.2016.07.027>
13. Yarosh, Y., Tsyvenkova, N., Kukharets, S., Holubenko, A., Los, L. (2017). Substantiation of quantitative criteria of structural parts and units manufacturability evaluation. *Technology Audit and Production Reserves*, 2 (1 (40)), 4–11. doi: <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2018.129676>
14. Galán-García, J. L., Aguilera-Venegas, G., Rodríguez-Cielos, P., Padilla-Domínguez, Y., Galán-García, M. Á. (2019). SFOPDES: A Stepwise First Order Partial Differential Equations Solver with a Computer Algebra System. *Computers & Mathematics with Applications*, 78 (9), 3152–3164. doi: <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2019.05.010>
15. Engström, F., Kontinen, J., Väänänen, J. (2017). Dependence logic with generalized quantifiers: Axiomatizations. *Journal of Computer and System Sciences*, 88, 90–102. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jcss.2017.03.010>
16. Trigueiro de Sousa Junior, W., Barra Montevechi, J. A., de Carvalho Miranda, R., Teberga Campos, A. (2019). Discrete simulation-based optimization methods for industrial engineering problems: A systematic literature review. *Computers & Industrial Engineering*, 128, 526–540. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.12.073>
17. McCarthy, J. A. (1963). A Basis for a Mathematical Theory of Computation. *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*, 35, 33–70. doi: [https://doi.org/10.1016/s0049-237x\(08\)72018-4](https://doi.org/10.1016/s0049-237x(08)72018-4)
18. Kapovich, I., Myasnikov, A., Schupp, P., Shpilrain, V. (2003). Generic-case complexity, decision problems in group theory, and random walks. *Journal of Algebra*, 264 (2), 665–694. doi: [https://doi.org/10.1016/s0021-8693\(03\)00167-4](https://doi.org/10.1016/s0021-8693(03)00167-4)
19. Liu, Y., Zhao, T., Ju, W., Shi, S. (2017). Materials discovery and design using machine learning. *Journal of Materiomics*, 3 (3), 159–177. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmat.2017.08.002>
20. Гильберт, Д., Бернайс, П. (1979). Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики. Москва: Наука, 520.
21. Мендельсон, Э. (1976). Введение в математическую логику. Москва: Наука, 320.
22. Chapra, S., Canale, R. (2007). *Numerical Methods for Engineers*. McGraw Hill, 960.